

تصميم وتحليل وتحويل آلة حالات منتهية لغة الأعداد الثنائية القابلة للقسم على 3

الطالب: منور محمد حزام الحاج سيف

إشراف: د. خالد محمد الكحسة

مقدمة: الأوتوماتا المحدودة كأدوات لتمييز اللغات

تُعد نظرية الأوتوماتا واللغات الصورية حجر الزاوية في علوم الحاسوب النظرية، حيث توفر إطارًا رياضيًا صارمًا لدراسة الآلات الحسابية وحدود قدراتها. يطرح هذا التقرير إشكالية محورية تتمثل في كيفية بناء آلة تتعرف على نمط رياضي بحت: الأعداد الممثلة بالنظام الثنائي والتي تقبل القسم على 3، وذلك عبر تصميم NFA أولاً، ثم تحويلها إلى DFA مكافئة لها.

الفصل الأول: الأساس الرياضي وتحليل المشكلة

1.1 الحساب النمطي وقيم السلاسل الثنائية

يمكن مفتاح الحل في إيجاد علاقة تكرارية تسمح لنا بحساب باقي القسمة للسلسلة الجديدة عند إضافة رمز ثنائي جديد. العلاقات التالية تحكم الانتقالات:

- إحاق الرمز '0': $val(w0) \pmod 3 = (2 \times val(w)) \pmod 3$
- إحاق الرمز '1': $val(w1) \pmod 3 = ((2 \times val(w)) + 1) \pmod 3$

1.2 التعريف الرسمي للغة

بناءً على التحليل، نُعرّف اللغة L على الأبجدية $\Sigma = \{0, 1\}$ كالتالي:

$$L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid val(w) \pmod 3 = 0 \}$$

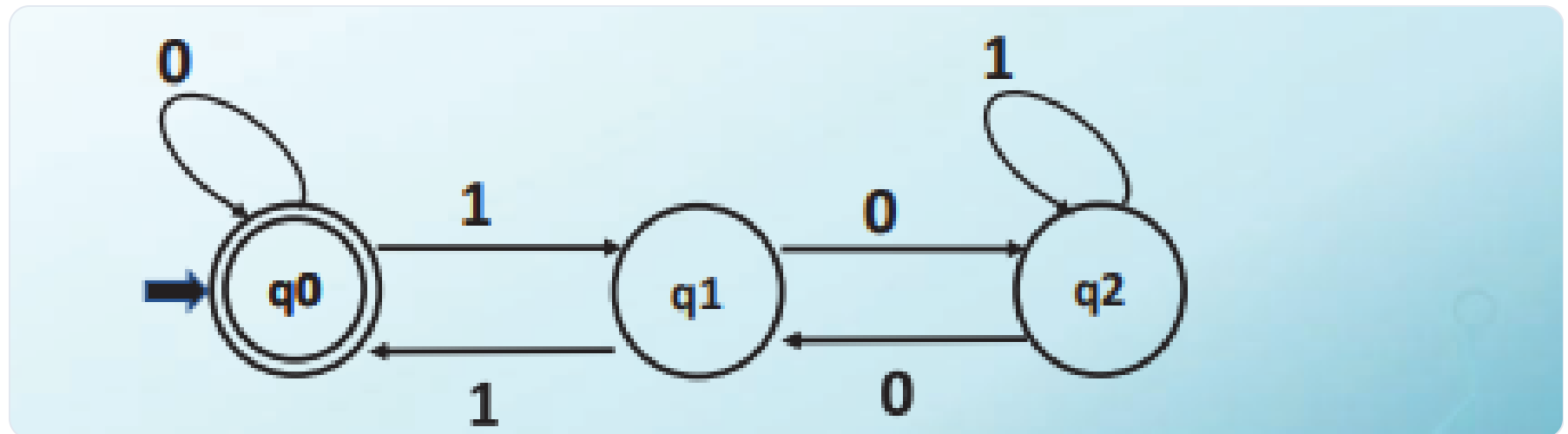
بما أن قيمة السلسلة الفارغة ϵ هي 0، فإنها تنتمي إلى اللغة L ، مما يعني أن الحالة الابتدائية للآلة يجب أن تكون أيضًا حالة نهائية.

الفصل الثاني: تصميم الآلة غير الحتمية (NFA)

2.3 جدول انتقالات الـ NFA

الحالة الحالية	عند قراءة '0'	عند قراءة '1'
$q_0 \rightarrow$	$\{q_0\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_0\}$
q_2	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$

2.4 التمثيل البياني للـ NFA



الفصل الرابع: التحويل المنهجي من NFA إلى DFA

بتطبيق خوارزمية بناء المجموعات (Subset Construction)، نؤكد بشكل منهجي أن الآلة المصممة حتمية. كل حالة في الـ DFA الجديدة ستمثل مجموعة من حالات الـ NFA.

4.1 تتبع تنفيذ الخوارزمية

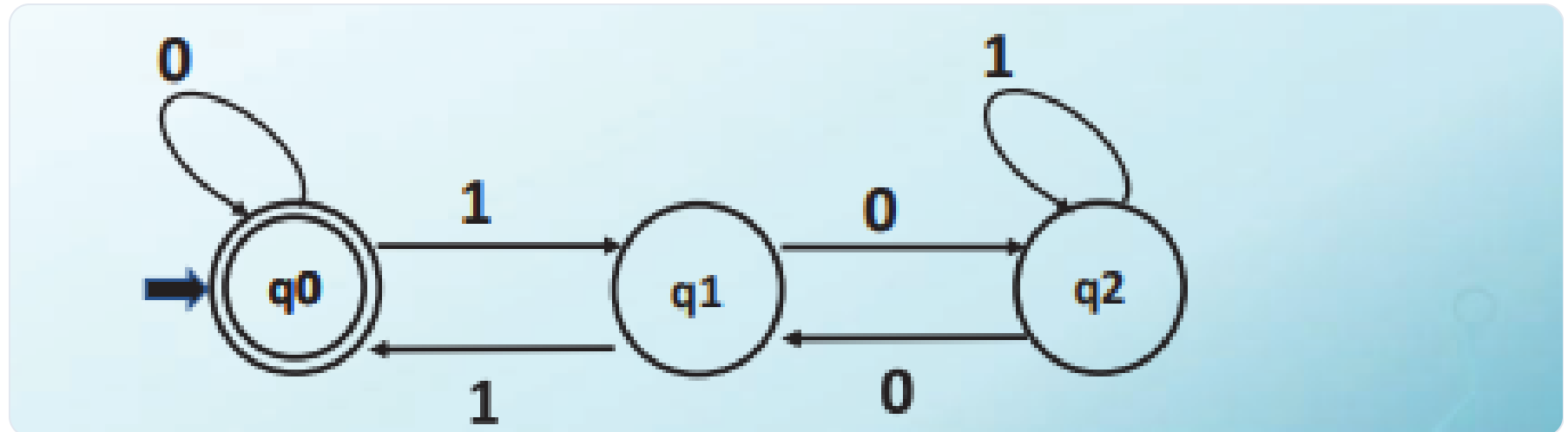
حالة DFA (مجموعة حالات NFA)	الانتقال عبر '0'	الانتقال عبر '1'
$*[q_0] \rightarrow$	$\delta(\{q_0\}, 0) = \{q_0\} \rightarrow [q_0]$	$\delta(\{q_0\}, 1) = \{q_1\} \rightarrow [q_1]$
$[q_1]$	$\delta(\{q_1\}, 0) = \{q_2\} \rightarrow [q_2]$	$\delta(\{q_1\}, 1) = \{q_0\} \rightarrow [q_0]$
$[q_2]$	$\delta(\{q_2\}, 0) = \{q_1\} \rightarrow [q_1]$	$\delta(\{q_2\}, 1) = \{q_2\} \rightarrow [q_2]$

الفصل الخامس: الآلة الحتمية (DFA) المكافئة

5.2 جدول انتقالات الـ DFA النهائي

الحالة الحالية	عند قراءة '0'	عند قراءة '1'
$[q_0] \rightarrow^*$	$[q_0]$	$[q_1]$
$[q_1]$	$[q_2]$	$[q_0]$
$[q_2]$	$[q_1]$	$[q_2]$

5.3 التمثيل البياني للـ DFA



خاتمة

لقد استعرض هذا التقرير بشكل مفصل وشامل عملية تصميم وتحليل آلة حالات منتهية لتمييز لغة الأعداد الثنائية القابلة للقسم على 3. أظهر التحليل أن عملية التصميم هي ترجمة مباشرة للمبادئ الرياضية إلى نموذج حسابي، وأكدت النتائج على التكافؤ التعبيري بين NFA و DFA، مما يبرز أناقة وتدرج المفاهيم في نظرية الاحتمالية.