

СЕМИНАРЫН БОДЛОГО 15

Дараах $\int_C f ds$ муруй шугаман интегралыг бод.

1. $f(x, y) = 3x$, C нь $x^2 + y^2 = 4$ тойргийн $(2, 0)$ болон $(0, 2)$ цэгүүдийн хооронд орших муруй.
2. $f(x, y) = 3xy$, C нь $y = x^2$ функцийн графикийн $(0, 0)$ болон $(2, 4)$ цэгүүдийн хооронд орших муруй.
3. $f(x, y) = 3x$, C нь $(0, 0)$ болон $(1, 0)$ цэгүүдийг холбосон шулуун шугам ба $(1, 0)$ цэгээс координатын эх дээр төвтэй нэгж радиустай тойргийн координатын хавтгайн нэгдүгээр мөчид орших нум.
4. $f(x, y, z) = xz$, C нь $y = x^2$ гадаргуун $z = 2$ хавтгай дээрх $(1, 1, 2)$ болон $(2, 4, 2)$ цэгүүдийг хооронд орших муруй.
5. $f(x, y, z) = xy$, C нь $y^2 + x^2 = 4$ болон $x + z = 4$ гадаргуунуудын огтлолцолд үүсэх муруйн (муруйн чиглэл цагийн зүүний эсрэг).

C муруйн дагуу F хүчний үйлчлэлээр хийгдэх ажлыг ол.

1. $f(x, y) = \langle 2x, 2y \rangle$, C нь $(3, 1)$ болон $(5, 4)$ цэгүүдийг холбосон шулуун шугам.
2. $f(x, y) = \langle 2y, 2x \rangle$, C нь $(4, 2)$ болон $(0, 4)$ цэгүүдийг холбосон шулуун шугам.
3. $f(x, y) = \langle y^2 + x, y^2 + 2 \rangle$, C нь $(4, 2)$ болон $(0, 4)$ цэгүүдийг дайрах тойргийн координатын хавтгайн нэгдүгээр мөчид орших нум.
4. $f(x, y) = \langle 2y + x^2, x^2 - 2x \rangle$, C нь $(-3, 0)$ болон $(3, 0)$ цэгүүдийг дайрах тойргийн координатын хавтгайн дээд хагаст орших нум.
5. $f(x, y) = \langle xe^y, e^x + y^2 \rangle$, C нь $y = x^2$ функцийн $(0, 0)$ болон $(1, 1)$ цэгүүдийн хооронд орших нум.

Дараах интегралууд замаас үл хамаарна гэдгийг үзүүл.

1. $\oint_C 2xy dx - (x^2 - 1) dy$, C нь $(1, 0)$ болон $(3, 1)$ цэгүүдийг холбосон ямар нэг муруй.
2. $\oint_C 3x^2 y^2 dx + (2x^3 y - 4) dy$, C нь $(1, 2)$ болон $(-1, 1)$ цэгүүдийг холбосон ямар нэг муруй.
3. $\oint_C ye^{xy} dx + (xe^{xy} - 2y) dy$, C нь $(1, 0)$ болон $(0, 4)$ цэгүүдийг холбосон ямар нэг муруй.
4. $\oint_C (2xe^{x^2} - 2y) dx + (2y - 2x) dy$, C нь $(1, 2)$ болон $(-1, 1)$ цэгүүдийг холбосон ямар нэг муруй.
5. $\oint_C (z^2 + 2xy) dx + x^2 dy + 2xz dz$, C нь $(2, 1, 3)$ болон $(4, -1, 0)$ цэгүүдийг холбосон ямар нэг муруй.

Гриний теоремыг ашиглан дараах интегралуудыг бод.

1. $\oint_C xe^{2x} dx - 3x^2 y dy$, C нь $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(3, 2)$, $(0, 2)$, болон $(0, 0)$ цэгүүдийг холбосон шулуун шугамаар холбосон тэгш өнцөгт.
2. $\oint_C \frac{x}{x^2+1} dx + (3x - 4tg(y/2)) dy$, C нь $y = x^2$ муруйн $(-1, 1)$ болон $(1, 1)$ цэгүүд, мөн $y = 2 - x^2$ муруйн $(1, 1)$ болон $(-1, 1)$ цэгүүдийн хооронд орших нумуудаас тогтоно.
3. $\oint_C (tgx - y^3) dx + (x^3 - \sin y) dy$, C нь $x^2 + y^2 = 2$ тойрог.
4. $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, энд $\mathbf{F} = \langle x^3 - y, x + y^3 \rangle$ ба C нь $y = x^2$ болон $y = x$ функцийн графикуудаар үүсэх битүү муруй.
5. $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, энд $\mathbf{F} = \langle e^{x^2} - y, x^2 + e^y \rangle$ ба C нь $y = 1 - x^2$ болон $y = 0$ функцийн графикуудаар үүсэх битүү муруй.