

Лекц 3

МЕХАНИК



3.1 Динамик

Орчлон ертөнцийн орчил хөдөлгөөн түүний зүй тогтлыг танин мэдэхээр тэртээ МЭӨ хэдэн зуун жилийн өмнөөс сонирхон байгалийн хуулиудыг судалж иржээ. Олон зуун жил мэргэдийн судлан тогтоосон зүй тогтол мэдлэгүүдийн дүнд орчин үеийн физикийн ойлголтууд бүрэлдэн бий болсон билээ. Макро биесийн болон нил орчны механикийн онолын үндэс суурийг энэ бүлэгт судална.

Динамик нь хөдөлгөөн үүсэх, саатах шалтгааных нь үүднээс хөдөлгөөний судлах механикийн бүлэг юм. Динамикийн бүлэг нь атом молекулын хөдөлгөөнөөс эхлээд од эрхэс, гарагуудын хөдөлгөөний учир шалтгааны үндсийг судална.

3.1.1 Ньютоны хуулиуд

Сонгодог механик, классик физик хэмээн нэрлэгдэх бидний эргэн тойронд ажиглагдах макро хөдөлгөөнийг судлах онолын тулгуур үндэс нь Ньютоны хуулиуд юм.

Эртний сэтгэгч Аристотелиос эхлэн (МЭӨ 384-322) олон арван эрдэмтэд механикийн үндсийг судалсаар Г. Галилейн (1564-1642) үед ирэхэд орчин үеийн сонгодог механикийн үндэс суурь тавигдсан байна. Ньютон (1642-1727) бүрэлдэн бий болсон бүтээлүүдийг судлан хөгжүүлж сонгодог механикийн үндэс болсон гурван хуулийг томъёолсон байна.

Ньютоны I хууль

Энэхүү хууль нь материйн инерцит шинж чанарын тухай юм. Ньютон инерци нь матери өөрийн хурдны тоо хэмжээ чиглэлээ хадгалах төрөлхийн эрмэлзэлтэй хэмээн тодорхойлж байжээ. Бие гаднаас харилцан үйлчлэх хүртэл тайван байдаг эсвэл шулуун замын жигд хөдөлгөөнөө хадгална. Үүнийг Ньютоны I хууль гэх бөгөөд заримдаа инерцийн хууль гэж нэрлэдэг.

Ньютоны I хууль нь байгалийн тулгуур хууль юм. Ньютоны I хууль биелэх тооллын системийг инерциал тооллын систем гэнэ.

Инерциал тооллын системүүдэд физикийн хуулиуд адилхан биелнэ.

Бид инерциал тооллын системд механикийн хуулиудыг томъёолон ашигладаг. Тэгэхээр инерциал биш (ө. х. инерциал тооллын системтэй харьцуулахад хурдатгалтай хөдлөх тооллын систем) тооллын системүүдэд Ньютоны I хууль болон бусад хуулиуд зөрчилдөж, биелэгдэггүй байна. Ньютоны I -р хуулийг томъёолбол:

$$\vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = const \quad (3.1)$$

Энд биед хүч үйлчлэхгүй бол хурд нь хадгалагдана гэдгийг томъёолсон байна.

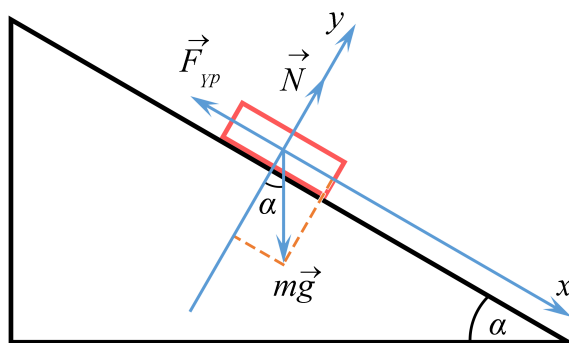
Ньютоны II хууль

Харилцан үйлчлэлийн хэмжээ чиглэлийг тодорхойлох хэмжигдэхүүн нь хүч юм. Биед гаднаас хүч үйлчилбэл биеийн хөдөлгөөний хэмжээ өөрчлөгдөнө. Үйлчилж байгаа хүчнүүдийн нийлбэрийг дүнгийн хүч гэнэ.

Дүнгийн хүч нь биеийн масс ба хурдатгалын үржвэртэй тэнцүү байна.

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (3.2)$$

3.1 –р зурагт налуугаар гулсах биеийн хувьд үйлчлэх дүнгийн хүч нь $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{yp}}$ учир Ньютоны II хуулиар хөдөлгөөний тэгшитгэлийг бичвэл: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{yp}}$. Хүч үйлчилснээр хурдатгалтай болж байгаа учир хөдөлгөөний тоо хэмжээ буюу импульс өөрчлөгдөнө. Биеийн хөдөлгөөний тоо хэмжээ нь масс хурдны үржвэр байна.



Зураг 3.1. Налуугаар гулсах биед үйлчлэх хүчнүүд

$$\vec{P} = m\vec{v} \quad (3.3)$$

масс нь тогтмол биеийн хувьд Ньютоны II хуулийг бичвэл.

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \quad (3.4)$$

Энд $\vec{P} = m\vec{v}$ учир Ньютоны II хуулийг импульсээр илэрхийлбэл

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (3.5)$$

Эндээс биеийн нэгж хугацаан дахь импульсийн өөрчлөлт нь хүчтэй тэнцүү байна. Энэ Ньютоны II хуулийн ерөнхий хэлбэр болно. 3.5 –аас импульсийн өөрчлөлтийг олбол.

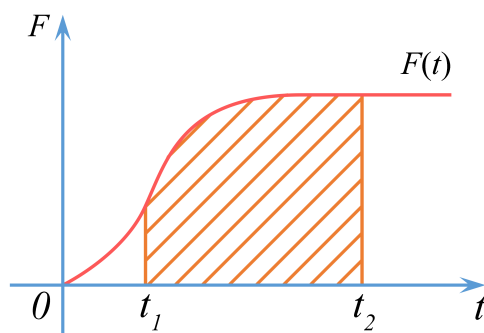
$$d\vec{P} = \vec{F} \cdot dt \quad (3.6)$$

Хүчийг үйлчилсэн хугацаагаар нь үржүүлсэн үржвэрийг хүчний импульс гэнэ. Иймд хүчний импульс нь импульсийн өөрчлөлттэй тэнцүү байна. Тогтмол хүчний үйлчлэлээр импульсийн өөрчлөлт нь

$$\Delta\vec{P} = \vec{F}\Delta t \quad (3.7)$$

Хувьсах хүч үйлчилж байвал биеийн импульсийн өөрчлөлтийг олбол

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt \quad (3.8)$$



Зураг 3.2. Хүчний импульс

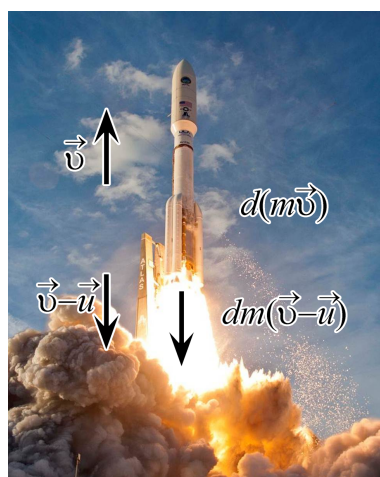
Энэ илэрхийллээс импульсийн нийт өөрчлөлт нь \vec{F} хүчийг хугацаагаар интегралчилсан утга буюу нийт хүчний импульстэй тэнцүү болж байна. 3.2 –р зурагт дүрсэлсэн жишээгээр хүчний импульсын нэг проекц нь хүч хугацааны хамаарлын графикаар хашигдсан мурий шугаман трапецын талбайтай тэнцүү байна. Сансрын хөлөг түлшээ цацаж байж хөдөлгөөнийхөө хэмжээ чиглэлээ өөрчилдөг энэ үед хөлгийн масс хувьсаж байна. Үүнтэй адил масс нь хувьсан хөдлөх хөдөлгөөн олон тохиолддог. Хувьсах масстай биеийн хувьд Ньютоны II хуулийг бичвэл.

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt} \quad (3.9)$$

Сансрын хөлгийн хувьд түлшээ цацаж тийрэлт аван хөдлөх учир хувьсах масстай биеийн хөдөлгөөний жишээ болно. 3.9 –р тэгшитгэл нь нэгж хугацаанд биеэс $\frac{dm}{dt}$ масстай хэсэг тэг хурдтайгаар тасрах эсвэл нэгдэж байгаа үед бичигдэж байна.

Сансрын хөлгийн хувьд хөлөгтэй харьцангуй \vec{u} хурдтайгаар түлшээ цацах бол импульс хадгалагдах хуулиар нэгж хугацаанд $\frac{dm}{dt}$ масстай түлш цацагдах учир хөлөгт dt хугацаанд нэмэлт $-(\vec{v} + \vec{u})dm$ импульс өгөгдөнө (3.3 –р зураг).

Иймд хүчний импульс нь



Зураг 3.3. Хувьсах масстай биеийн хөдөлгөөн

$$\vec{F} \cdot dt = m d\vec{v} + \vec{v} dm - (\vec{v} + \vec{u}) dm$$

болох учир

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} - \vec{u} \frac{dm}{dt} \quad (3.10)$$



Энэ тэгшитгэлд \vec{u} нь пуужинтай харьцангуй түлш цацагдах хурд бөгөөд энэ тэгшитгэлийг Мешерскийн тэгшитгэл гэнэ.

\vec{F} хүчийг бага гэж үзэх буюу задгай сансарт m_0 масстай хөлөг u хурдтайгаар түлш цацан v хурдтай болоход масс нь m болно гэвэл

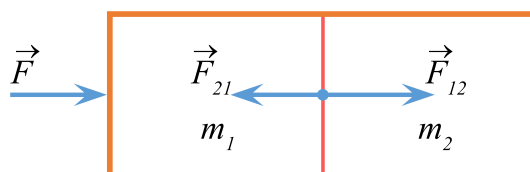
$$m \frac{dv}{dt} + u \frac{dm}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \int_0^v dv = -u \int_{m_0}^m \frac{1}{m} dm$$

$$v = u \cdot \ln \frac{m_0}{m} \quad m = m_0 e^{-\frac{v}{u}} \quad (3.11)$$

Энэхүү тэгшитгэлийг Циолковскийн тэгшитгэл гэнэ.

Ньютоны III хууль

Аливаа харилцан үйлчлэл нь хэмжээгээрээ тэнцүү, чиглэлээрээ эсрэг хос хүчээр тодорхойлогдоно (3.4 –р зураг).



Зураг 3.4. Биеүдийн харилцан үйлчлэлийн хүчнүүд

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (3.12)$$

Энд \vec{F}_{12} нь 1 –р биеэс 2 –р биед үйлчлэх хүч бол \vec{F}_{21} 2 –р биеэс 1 –р биед үйлчлэх хүч болно. Хэд хэдэн биеэс тогтох системийн хувьд Ньютоны II хуулиар бие тус бүрийн хувьд хөдөлгөөний тэгшитгэлийг бичиж хөдөлгөөнийг тодорхойлно. Жишээ нь 3.4 –р зурагт үзүүлсэн системд хөдөлгөөний тэгшитгэл нь дараах байдлаар бичигдэнэ.

$$\begin{cases} m_1 \vec{a}_1 = \vec{F} + \vec{F}_{21} \\ m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_{12} \\ \vec{a}_1 = \vec{a}_2 \end{cases}$$

3.1.2 Импульс хадгалагдах хууль

Байгаль дээр хадгалагдах хэмжигдэхүүнүүд олон байдаг. Аливаа хадгалагдах хэмжигдэхүүн нь ертөнцийн тэгш хэмийн шинж чанартай холбоотой байдаг байна. Импульс хадгалагдах хууль нь огторгуйн нэгэн төрөл шинж чанартай холбоотой юм.

Системд гаднаас харилцан үйлчлэхгүй бол системийн бүрэн импульс хадгалагдана.

$$\sum \vec{P}_c = const \quad (3.13)$$

Гаднаас харилцан үйлчлэхгүй учир хүч үйлчлэхгүй буюу $\vec{F} = 0$ байна. Ньютоны II хуулиар

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad d\vec{P} = 0 \quad \text{буюу} \quad \vec{P} = const \quad (3.14)$$

(3.14) энд хүч үйлчлэхгүй эсвэл үйлчилсэн хүчнүүдийн нийлбэр тэг үед системийн импульс хадгалагдах нь харагдаж байна. Импульс хадгалагдах хууль нь мөргөлдөөн, тийрэлтийн

хөдөлгөөнийг тооцоолоход чухал үүрэг гүйцэтгэнэ. Жишээ нь: Буу буудах үед бууны тийрэлтийн хурдыг тооцоолъё. Бууны масс M , сумны масс m ба сум v_c хурдтай нисэх бол импульс хадгалагдах хуулиар бууны тийрэлтийн хурдыг олъё. Системийн анхны импульс тэг $0 = M\vec{v}_b + m\vec{v}_c$ 3.5-р зурагт үзүүлснээр x тэнхлэг дээр проекцолбол $0 = -Mv_b + mv_c$



Зураг 3.5. Бууны тийрэлт

$$v_b = \frac{m}{M}v_c \quad (3.15)$$

Гар бууны сум $400 - 500 \text{ м/с}$ хурдтай нисдэг байна. Иймд бууны масс сумны массаас олон дахин их байж тийрэлтийн хурд багасна. Буудлагын үед тамирчин бууг чанга барьснаар бууны массад хүний масс нэмэгдэж тийрэлтийн хурд буурна.

Импульс хадгалагдах хууль нь проекцуудынхаа хувьд хүчинтэй. 3.14 илэрхийлэлд $\vec{F} \neq 0$ боловч хүчний тодорхой тэнхлэг дэх проекц нь тэг бол тухайн тэнхлэгийн дагууд системийн импульс хадгалагдана.

$$F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F_x = \frac{dP_x}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad P_x = \text{const} \quad (3.16)$$

x тэнхлэгийн дагуу хүч үйлчлэхгүй бол x тэнхлэгийн дагууд импульс хадгалагдана. Жишээ нь:

Хүндийн хүчний оронд чөлөөтэй шидэгдсэн биеийн хувьд агаарыг эсэргүүцлийн хүч тооцохооргүй бага байвал хүндийн хүч эгц доош чиглэх учир хэвтээ чигт хүч үйлчлэхгүй. Иймд хэвтээ чигт биеийн импульс тогтмол $P_x = mv_x = \text{const}$ учир хэвтээ чигт тогтмол хурдтай хөдөлнө.