

## МАТЕМАТИК-S.MT102 ХИЧЭЭЛИЙН СЕМИНАР-7

*Далд ба давхар функцийг тухайн уламжлал. Бүтэн дифференциал. Шүргэгч хавтгай ба хавтгайн нормаллын тэгшитгэл*  
**Дараах давхар функцийг уламжлалыг ол.**

1.  $g(t) = f(x(t), y(t)), f(x, y) = x^2y - \sin y, x(t) = \sqrt{t^2 + 1}, y(t) = e^t$   
бол  $g'(t) = ?$
2.  $g(t) = f(x(t), y(t)), f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}, x(t) = \sin t, y(t) = t^2 + 2$   
бол  $g'(t) = ?$
3.  $g(t) = f(x(u, v), y(u, v)), f(x, y) = 4x^2y^3, x(u, v) = u^3 - v \sin u,$   
 $y(u, v) = 4u^2$  бол  $\frac{\partial g}{\partial u}, \frac{\partial g}{\partial v}$  тухайн уламжлалуудыг ол.
4.  $g(t) = f(x(u, v), y(u, v)), f(x, y) = xy^3 - 4x^2, x(u, v) = e^{u^2},$   
 $y(u, v) = \sqrt{v^2 + 1}$  бол  $\frac{\partial g}{\partial u}, \frac{\partial g}{\partial v}$  тухайн уламжлалуудыг ол.

**Дараах давхар функцүүдийн тухайн уламжлалыг ерөнхий тохиолдолд ол.**

5.  $g(t) = f(x(t), y(t), z(t))$
7.  $g(u, v) = f(u^2v, v, v \cos u)$
6.  $g(u, v) = f(x(u, v), y(u, v))$
8.  $g(u, v, w) = f(uv, u/v, w^2)$
9.  $g(u, v) = f(u + v, u - v, u^2 + v^2)$
10.  $g(u, v, w) = f(x(u, v, w), y(u, v, w))$
11.  $g(u, v, w) = f(u^2 + w^2, u + v + w, u \cos v)$
12.  $g(u, v, w) = f(x(u, v, w), y(u, v, w), z(u, v, w))$

**Дараах далд хэлбэрээр өгөгдсөн функцүүдийн  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  тухайн уламжлалыг ол.**

13.  $3x^2z + 2z^3 - 3yz = 0$
16.  $3yz^2 - e^{4x} \cos 4z - 3y^2 = 4$
14.  $xyz - 4y^2z^2 + \cos xy = 0$
17.  $xyz = \cos(x + y + z)$
15.  $3e^{xyz} - 4xz^2 + x \cos y = 2$
18.  $\ln(x^2 + y^2) - z = \arctan(x + z)$

**Дараах функцүүдийн дээд эрэмбийн тухайн уламжлалыг ол.**

19.  $g(t) = f(x(t), y(t))$  бол  $g''(t) = ?$
20.  $g(t) = f(x(t), y(t), z(t))$  бол  $g''(t) = ?$
21.  $g(u, v) = f(x(u, v), y(u, v))$  бол  $\frac{\partial^2 g}{\partial u^2}$  ол.

22.  $g(u, v) = f(x(u, v), y(u, v))$  бол  $\frac{\partial^2 g}{\partial u \partial v}$  ол.  
 item  $g(u, v) = f(u + v, u - v, u^2 + v^2)$  бол  $\frac{\partial^2 g}{\partial u \partial v}$  ол.

23.  $g(u, v) = f(u^2 v, v, v \cos u)$  бол  $\frac{\partial^2 g}{\partial v^2}$  ол.

**Дараах гадаргуугийн өгөгдсөн цэг дээрх нормал шулуун болон шүргэгч хавтгайн тэгшитгэлийг бич.**

24.  $z = x^2 + y^2 - 1$ , (a.)  $(2, 1, 4)$  (b.)  $(0, 2, 3)$

25.  $z = e^{-x^2 - y^2}$ , (a.)  $(0, 0, 1)$  (b.)  $(1, 1, e^{-2})$

26.  $z = \sin x \cos y$ , (a.)  $(0, \pi, 0)$  (b.)  $(\frac{\pi}{2}, \pi, -1)$

27.  $z = x^3 - 2xy$ , (a.)  $(-2, 3, 4)$  (b.)  $(1, -1, 3)$

28.  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ , (a.)  $(-3, 4, 5)$  (b.)  $(8, -6, 10)$

29.  $z = \frac{4x}{y}$ , (a.)  $(1, 2, 2)$  (b.)  $(-1, 4, -1)$

**Функцийн өгөгдсөн цэг дээрх шугаман дөхөлт  $L(x, y)$ -ийг ол.**

30.  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ , (a.)  $(3, 0)$  (b.)  $(0, -3)$

31.  $f(x, y) = \sin x \cos y$ , (a.)  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$  (b.)  $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6})$

32.  $f(x, y, z) = \arcsin x + \operatorname{tg}(yz)$ , (a.)  $(0, \pi, \frac{1}{4})$  (b.)  $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 2, 0)$

33.  $f(x, y, z) = xe^{yz} - \sqrt{x - y^2}$ , (a.)  $(4, 1, 0)$  (b.)  $(1, 0, 2)$

34.  $f(w, x, y, z) = w^2 xy - e^{wyz}$ , (a.)  $(-2, 3, 1, 0)$  (b.)  $(0, 1, -1, 2)$

35.  $f(w, x, y, z) = \cos xyz - w^3 x^2$ , (a.)  $(2, -1, 4, 0)$  (b.)  $(2, 1, 0, 1)$

**Функцийн өөрчлөлт  $\Delta z$ -ийг ол.**

36.  $f(x, y) = 2xy + y^2$  41.  $f(x, y) = x^2 \sin y$

37.  $f(x, y) = x^2 + y^2$

38.  $f(x, y) = (x + y)^2$  42.  $f(x, y) = \frac{x^2}{y}$

39.  $f(x, y) = x^3 - 3xy$

40.  $f(x, y) = e^{x+2y}$  43.  $f(x, y) = \frac{2}{x+y}$

**Функцийн бүтэн дифференциалыг ол.**

44.  $f(x, y) = ye^x + \sin x$  45.  $f(x, y) = \sqrt{x+y}$

46.  $f(x, y) = \ln(xyz) - \arctan(x - y - z)$

47.  $f(x, y, z) = xe^{x^2 y/z} - z\sqrt{\ln(x+y)}$