

0.1 Дасгал, бодлогууд

Өгөгдсөн V мужийн хувьд $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ интегралыг дараалсан интегралуудад шилжүүл.

1. V нь $2x + 3y + 4z = 12$, $z = 0$, $x = 0$, $y = 0$ хавтгайнуудаар зааглагдсан тетраэдр
2. $x^2 + y^2 = R^2$, $z = 0$, $z = H$ гадаргуунуудаар зааглагдсан цилиндр
3. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \geq 1$ эллипсоид
4. $y^2 + 2z^2 = 4x$, $x = 2$ гадаргуунуудаар зааглагдсан муж
5. $z = 1 - x^2 - y^2$, $z = 0$ гадаргуунуудаар зааглагдсан муж
6. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}$, $z = 0$ гадаргуунуудаар зааглагдсан муж

Дараах интегралуудыг бод.

7. $\int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 \frac{dz}{\sqrt{x+y+z+1}}$
8. $\int_0^a dx \int_0^x dy \int_0^y xyz dz$
9. $\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{\sqrt{x^2+y^2}} z dz$
10. $\int_0^3 dx \int_0^{2x} dy \int_0^{\sqrt{xy}} z dz$
11. $\int_0^2 dx \int_0^{2\sqrt{x}} dy \int_0^{\sqrt{\frac{4x-y^2}{2}}} x dz$

$$12. \int_0^a dx \int_0^{\sqrt{ax}} dy \int_0^{2(a-x)} dz$$

$$13. \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{1-x-y} xyz dz$$

$$14. \int_0^a dx \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{a^2-x^2-y^2}} \frac{dz}{\sqrt{a^2-x^2-y^2-z^2}}$$

$$15. \iiint_V xy dx dy dz, V \text{ нь } z = xy, x + y = 1, z = 0 (z \geq 0) \text{ гадаргуу-}$$

нуудаар хязгаарлагдсан муж

$$16. \iiint_V xyz dx dy dz, V \text{ нь } y = x^2, x = y^2, z = xy, z = 0 \text{ гадаргуу-}$$

нуудаар хязгаарлагдсан муж

$$17. \iiint_V (x + y + z) dx dy dz, V \text{ нь } x + y + z = a, x = 0, y = 0, z = 0$$

хавтгайнуудаар хязгаарлагдсан муж

$$18. \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz, V \text{ нь } z = y^2 - x^2, z = 0, y = 1 \text{ гадаргуу-}$$

нуудаар хүрээлэгдсэн муж

Цилиндр координатын системд бод.

$$19. \iiint_V y dx dy dz, V \text{ нь } x^2 + y^2 = a^2, z = 0, z = h \text{ гадаргуунуудаар}$$

зааглагдсан муж

$$20. \iiint_V z dx dy dz, V \text{ нь } x^2 + y^2 = z^2, z = a, z = h \text{ гадаргуунуудаар}$$

зааглагдсан муж

$$21. \int_0^1 dx \int_{\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1+x^2}} dy \int_0^a dz$$

$$22. \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} dy \int_0^a z \sqrt{x^2+y^2} dz$$

$$23. \int_0^{\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} dy \int_{\frac{x^2+y^2}{3}}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} dz$$

$$24. \int_0^{a\sqrt{2}} dy \int_y^{\sqrt{a^2-y^2}} dx \int_0^{\frac{x^2-y^2}{a}} (x^2+y^2) dz$$

$$25. \int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{R^2-x^2-y^2}} (x^2+y^2) dz$$

$$26. \int_{-a}^a dx \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} dy \int_{\frac{h(x^2+y^2)}{a^2}}^h \sqrt{x^2+y^2} dz$$

$$27. \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \sqrt{x^2+y^2+z^2} dz$$

$$28. \int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} dy \int_{\frac{x^2+y^2}{2}}^2 (x^2+y^2) dz$$

$$29. \iiint_V dx dy dz, \quad V \text{ нь } x^2+y^2+z^2=2Rz, \quad x^2+y^2=z^2 \text{ гадаргуунуу-}$$

даар хязгаарлагдсан бөгөөд $(0; 0; R)$ цэгийг харъяалсан муж

Бөмбөрцөг координатын системд бод.

$$30. \iiint_V xyz^2 dx dy dz, \quad V \text{ нь } x^2+y^2+z^2 \leq 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0$$

$$31. \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz, \quad V \text{ нь } z \geq 0, \quad r^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$$

$$32. \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - 2)^2}}, \quad V \text{ нь } x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$$

$$33. \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}}} dx \int_0^{\sqrt{\frac{R^2}{2} - x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2 + y^2}}^{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} dz$$

$$34. \int_0^a dx \int_0^{\sqrt{a^2 - x^2}} dy \int_0^{\sqrt{a^2 - x^2 - y^2}} dz$$

$$35. \int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2 - x^2}}^{\sqrt{R^2 - x^2}} dy \int_0^{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} (x^2 + y^2) dz$$

$$36. \int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2 - x^2}}^{\sqrt{R^2 - x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2 + y^2}}^{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} \sqrt{z} dz$$

$$37. \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad V \text{ нь } x^2 + y^2 + z^2 = a^2, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$$

бөмбөрцгүүдийн хооронд орших муж

өгөгдсөн гадаргуунуудаар хязгаарлагдсан биеийн эзэлхүүнийг гурвалсан интегралаар бод.

$$38. \quad y^2 = 4a^2 - 3ax, \quad y^2 = ax, \quad z = \pm h$$

$$39. \quad z = 4 - y^2, \quad z = y^2 + 2, \quad x = -1, \quad x = 2$$

$$40. \quad z = x^2 + y^2, \quad z = x^2 + 2y^2, \quad y = x, \quad y = 2x, \quad x = 1$$

$$41. \quad z = x^2 + y^2, \quad z = 2(x^2 + y^2), \quad y = x, \quad y^2 = x$$

$$42. \quad z = \ln(x + 2), \quad z = \ln(6 - x), \quad x = 0, \quad x + y = 2, \quad x - y = 2$$

$$43. \quad \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 2\frac{x}{a}, \quad x = a$$

44. $(x-1)^1 + y^2 = z^2$ (параболоид), $2x + z = 2$ (хавтгай)
45. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 3z$ (параболоидын доторхи)
46. $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $x^2 + y^2 = R(R-2z)$, $(z \geq 0)$
47. $x^2 + y^2 = 2ax$, $x^2 + y^2 = 2az$, $z = 0$ (цилиндр доторхи)
48. $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $z^2 = x^2 + y^2$ (конусын гадна орших)
49. $x^2 + y^2 = z$, $z^2 = xy$ (конус)
50. $x^2 + y^2 + z^2 = 4Rz - 3R^2$, $z^2 = 4(x^2 + y^2)$ (конус доторхи бөмбөрцгийн хэсэг)
51. $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^3z$, $(a > 0)$ битүү гадаргуугаар зааглагдсан биеийн эзэлхүүнийг ол
52. $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 2axyz$, $(a > 0)$ битүү гадаргуугаар зааглагдсан биеийн эзэлхүүнийг ол

өгөгдсөн гадаргуунуудаар зааглагдсан нэгэн төрлийн биеийн хүндийн төвийн координатыг ол.

53. $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 2$, $y = 4$, $x + y + z = 8$
54. $y^2 + 2z^2 = 4x$, $x = 2$
55. $z = \frac{y^2}{2}$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $2x + 3y - 12 = 0$
56. $z = \frac{h}{a^2}(y^2 - x^2)$, $z = 0$, $y = a$, $y = 0$, $(a > 0, h > 0)$
57. $z = \frac{H}{R^2}(x^2 + y^2)$, $z = H$
58. $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $z = 0$, $x + z = 6$
59. $z = \frac{H}{R}\sqrt{x^2 + y^2}$, $z = H$ ($H > 0$, $R > 0$)
60. $z = \frac{x^2 + y^2}{2a}$, $x^2 + y^2 + z^2 = 3a^2$, $(z \geq 0)$
61. $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $z \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{x^2 + y^2}$ (бөмбөлгөн сектор)

62. $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$, $z \geq 0$ хагас бөмбөрцгийн цэг бүр дээрх нягт нь координатын эх хүртэлх зайтай пропорциональ бол түүний хүндийн төвийг ол.
63. $z^2 = 2ax$, $z = 0$, $x^2 + y^2 = 2ax$ гадаргуунуудаар зааглагдсан нэгэн төрлийн биеийн Oz тэнхлэгтэй харьцуулсан инерцийн моментыг ол.
64. R радиустай нэгэн төрлийн бөмбөрцгийн инерцийн моментийг шүргэгчийн хувьд бод.
65. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ эллипсоидын тэнхлэг тус бүртэй нь харьцуулсан инерцийн моментийг ол.
66. R радиустай бөмбөрцгийн цэг бүр дээрх нягт нь бөмбөрцгийн төв хүртэлх зайтай пропорциональ, харин гадаргуугийн цэгүүд дээрээ γ_0 -той тэнцүү бол түүний диаметртэй нь харьцуулсан инерцийн моментийг ол.
67. h өндөртэй, суурийн радиус нь a -тай тэнцүү нэгэн төрлийн шулуун дугуй цилиндр биеийн суурийн диаметртэй нь харьцуулсан инерцийн моментийг ол.
68. Тогтмол γ нягттай, H өндөртэй, суурийн радиус нь R байх нэгэн төрлийн шулуун дугуй конусын тэгш хэмийн тэнхлэгтэй нь харьцуулсан инерцийн моментийг ол.
69. a, b, c ирмэгүүдтэй параллелопипед хэлбэрийн нэгэн төрлийн биеийн хүндийн төвтэй нь харьцуулсан инерцийн моментийг ол.
70. $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2(x^2 + y^2)$ гадаргуугаар зааглагдсан нэгэн төрлийн биеийн координатын эхтэй харьцуулсан инерцийн моментийг ол.