

1 Семинар 8: Бодлого дасгал

1. Фокусууд нь абсцисс тэнхлэг дээр, координатын эхийн хувьд тэгш хэмтэй байрласан дараах эллипсүүдийн хялбар тэгшитгэлийг тус тус зохио. Үүнд:
 - a. Хагас тэнхлэгүүд нь 5 ба 2 нэгж
 - b. $a = 10$, $2c = 8$ нэгж
 - c. $b = 24$, $2c = 10$ нэгж
 - d. $2c = 6$ эксцентристет нь $\varepsilon = \frac{3}{5}$
 - e. $2a = 20$, $\varepsilon = \frac{3}{5}$
 - f. $2b = 10$, $\varepsilon = \frac{12}{13}$
 - g. $2c = 4$, директрисүүдийн хоорондох зай 5 нэгж
 - h. $a = 4$, директрисүүдийн хоорондох зай 16 нэгж
2. Фокусууд нь ординат тэнхлэг дээр орших бөгөөд координатын эхийн хувьд тэгш хэмтэй байрласан эллипсийн хялбар тэгшитгэлийг зохио. Үүнд:
 - a. Түүний хагас тэнхлэгүүд нь 7 ба 2 нэгж
 - b. Их тэнхлэг нь 10, фокусуудын хоорондох зай $2c = 8$ нэгж
 - c. $2c = 24$, $\varepsilon = \frac{12}{13}$
3. $9x^2 + 25y^2 = 225$ эллипсийн а. хагас тэнхлэгүүд
 б. фокусын координатууд
 c. эксцентристет
 d. директрисын тэгшитгэлүүдийг ол
4. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ эллипс дээрх $A(-3, y_0)$ цэгийн координатыг ол.
5. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ эллипс дээр $M_1(2, -\frac{5}{3})$ цэг оршино гэж харуулаад M_1 цэг хүртэлх түүний фокусын радиусуудыг ол.
6. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ эллипс дээр орших бөгөөд баруун фокус хүртэлх зай нь 14 нэгж байх цэгийн координатыг ол.
7. Фокусууд нь координатын эхийн хувьд тэгш хэмтэй ба абсцисс тэнхлэг дээр орших бөгөөд дараах чанартай эллипсийн хялбар тэгшитгэлийг тус тус зохио. Үүнд:
 - a. $M(-2\sqrt{5}; 2)$ цэгийг дайрсан ба $b = 3$
 - b. $M(2; -2)$ цэгийг дайрсан ба $a = 4$
 - c. $A(4; -\sqrt{3})$ ба $B(2\sqrt{2}; 3)$ цэгүүдийг дайрсан
 - d. $A(\sqrt{15}; -1)$ цэгийг дайрсан ба $2c = 8$
 - e. $A(2; -\frac{5}{3})$ цэгийг дайрсан ба $\varepsilon = \frac{2}{3}$
 - f. $A(8; 2)$ цэг эллипс дээр орших ба $r_1 = 20$ (r_1 -зүүн фокусын радиусын урт)
 - h. $A(-\sqrt{5}; 2)$ цэгийг дайрсан ба түүний директрисүүдийн хоорондох зай 10 нэгж
8. Эллипс Ox тэнхлэгийг $A(3; 0)$, Oy тэнхлэгийг $B(0; 4)$ цэгүүд дээр шүргэжээ. Энэ эллипсийн тэнхлэгүүд координатын тэнхлэгүүдтэй параллель бол уг эллипсийн тэгшитгэлийг зохио. (Эллипсийн тодорхойлолт ашигла.)

9. Дараах нөхцөлөөр
 - a. $2a = 26$, $F_1(-10; 0)$, $F_2(14; 0)$ (фокусууд нь)
 - b. $b = 2$, $F_1(-1; -1)$, $F_2(1; 1)$
 - c. $F_1(-2; \frac{3}{2})$, $F_2(2; \frac{3}{2})$ ба $\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 - d. $F_1(1; 3)$, $F_2(3; 1)$ ба директрисүүдийн хоорондох зай $12\sqrt{2}$ эллипсийн тэгшитгэл бич.
10. Хэрэв эллипсийн эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$, $F(-4; 1)$ фокуст нь харгалзах директрисын тэгшитгэл нь $4x + 3y = 0$ бол эллипсийн тэгшитгэл зохио.
11. а. $A(-3; -5)$ цэгийг дайрсан ба $F(-1; -4)$ фокуст нь харгалзах талын директрисын тэгшитгэл $x = 2$ бол эллипсийн тэгшитгэл зохио.
 б. Эллипсийн эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$ ба нэг фокус нь $F(3; 0)$ байг. Уг фокус талын директрисын тэгшитгэл нь $x + y - 1 = 0$ бол эллипсийн тэгшитгэл зохио.
 с. $M(3; -1)$ нь их тэнхлэгийн төгсгөлийн цэг ба фокусууд $y + 6 = 0$ шулуун дээр орших бөгөөд $\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{2}$ бол эллипсийн тэгшитгэл зохио.
12. $3x + 10y - 25 = 0$ шулуун ба $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ эллипсийн огтлолцлын цэгийг ол.
13. а. $x^2 + 4y^2 = 20$ эллипсийн $2x - 2y = 13$ шулуунд перпендикуляр шүргэгчийн тэгшитгэл бич.
 б. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$ эллипсийн $4x - 2y + 23 = 0$ шулуунтай параллель шүргэгчийн тэгшитгэлийг бич. Энэ хоёр шулууны хоорондох зайг ол.
14. Фокусууд нь Ox тэнхлэг дээр бөгөөд координатын эхийн хувьд тэгш хэмтэй байрласан гиперболын хялбар тэгшитгэлийг тус тус зохио. Гиперболын тэнхлэгүүдийг $2a$, $2b$, фокусуудын хоорондох зайг $2c$, эксцентриситетийг ε гэж тэмдэглэсэн. Үүнд:
 - a. $2a = 10$, $2b = 8$
 - b. $2c = 10$, $2b = 8$
 - c. $2c = 6$, $\varepsilon = \frac{3}{2}$
 - d. $2a = 16$, $\varepsilon = \frac{5}{4}$
 - e. $2c = 20$ асимптотын тэгшитгэлүүд нь $y = \pm \frac{4}{3}$
 - f. директрисүүдийн хоорондох зай $22\frac{3}{12}$, $2c = 26$
 - g. директрисүүдийн хоорондох зай $\frac{32}{5}$, $2b = 6$
 - h. директрисүүдийн хоорондох зай $\frac{8}{3}$, $\varepsilon = \frac{3}{2}$
15. Фокусууд нь Oy тэнхлэг дээр бөгөөд координатын эхийн хувьд тэгш хэмтэй байрласан гиперболын хялбар тэгшитгэл зохио. Их, бага тэнхлэг, фокусуудын хоорондох зай, ε -эксцентриситетийг өмнөх бодлогын адил тэмдэглэв. Энд a -нь Ox тэнхлэг дээрх гиперболын хагас тэнхлэг болно. Үүнд:
 - a. $a = 6$, $b = 8$
 - b. $2c = 10$, $\varepsilon = \frac{5}{3}$
 - c. асимптотын тэгшитгэл $y = \pm \frac{1}{2}x$ ба оройнуудын хоорондох зай нь 48 нэгж

16. Дараах гиперболуудын a , b , c параметрийг ол.
- $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$
 - $\frac{x^2}{16} - y^2 = 1$
 - $x^2 - y^2 = 1$
 - $4x^2 - 9y^2 = 25$
 - $25x^2 - 16y^2 = 1$
17. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ гиперболын асимптотууд ба $9x + 2y - 24 = 0$ шулуунаар хягаарлагдсан гурвалжны талбайг ол.
18. $M(10; -\sqrt{5})$ цэг $\frac{x^2}{80} - \frac{y^2}{20} = 1$ гипербол дээр оршино. Уг гиперболын M цэгийн фокусын радиусуудыг агуулсан шулуунуудын тэгшитгэл зохио.
19. а. Гиперболын эксцентристет $\varepsilon = 2$ ба түүний аль нэг фокусаас гипербол дээрх M цэг хүртэлх фокусын радиус нь 16 нэгж бол M цэгээс энэ фокусын талд орших директрис хүртэлх зайг ол.
 б. Гиперболын эксцентристет $\varepsilon = 2$ ба гипербол дээрх M цэгээс директрис хүртэлх зай 4 нэгж. Энэ директрисийн талд орших фокусаас M цэг хүртэлх фокусын радиусыг ол.
20. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ гипербол дээрх цэгээс зүүн фокус хүртэлх зай 7 нэгж бол уг цэгийн координатыг ол.
21. Фокусууд нь абсцисс тэнхлэг дээр орших бөгөөд координатын эхийн хувьд тэгш хэмтэй байх гиперболын хялбар тэгшитгэлийг дараах өгөгдлүүдээр тус тус бич. Үүнд:
- $M_1(6; -1)$, $M_2(-8; 2\sqrt{2})$ цэгийг дайрсан
 - $\varepsilon = \sqrt{2}$ ба $M(-5; 3)$ цэгийг дайрсан
 - $M(\frac{9}{2}; -1)$ цэгийг дайрсан ба асимптотын тэгшитгэл нь $y = \pm \frac{2}{3}x$ байх
 - $M(-3; \frac{5}{3})$ цэгийг дайрсан ба директрисийн тэгшитгэлүүд нь $x = \pm \frac{4}{3}$ байх
 - асимптотуудын тэгшитгэл нь $y = \pm \frac{3}{4}x$
 - директрисүүдийн тэгшитгэл нь $x = \pm \frac{16}{5}$
22. Гиперболын тэгшитгэл зохио.
- Фокусууд нь $F_1(-10; 2)$, $F_2(16; 2)$ цэг дээр ба оройнуудын хоорондох зай нь 24 нэгж
 - Фокусууд нь $F_1(3; 4)$, $F_2(-3; -4)$ ба директрисүүдийн хоорондох зай 3,6 нэгж
 - Асимптотуудын хоорондох өнцөг 90° ба $F_1(4; -4)$, $F_2(-2; 2)$ цэгүүд дээр фокустай
23. Гипербол ба шулууны байршлыг ол. Огтлолцох бол огтлолцлын цэгийг ол.
- $2x - y - 10 = 0$ ба $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$
 - $4x - 3y - 16 = 0$ ба $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$
 - $2x - y + 1 = 0$ ба $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$
 - $7x - 5y = 0$ ба $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$
24. m -ийн ямар утга дээр $y = \frac{5}{2}x + m$ шулуун $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$ гиперболыг шүргэх вэ?

25. а. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ гиперболын $4x + 3y - 7 = 0$ шулуунд перпендикуляр шүргэгчийн тэгшитгэл бич.
- б. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$ гиперболд $10x - 3y + 9 = 0$ шулуунтай параллель шүргэгч тат.
- с. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{8} = 1$ гиперболд $2x + 4y - 5 = 0$ шулуунтай параллель шүргэгч татаж, уг хоёр шулууны хоорондох зайг ол.
26. а. $x^2 - y^2 = 16$ гиперболд $A(-1; -7)$ цэгээс татсан шүргэгчийн тэгшитгэл бич.
- б. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$ гиперболд $C(1; -10)$ цэгээс шүргэгч татжээ. Шүргэж буй цэгүүдийн хоорондох хөвчийн уртыг ол.
27. Дараах бодлогуудад гиперболын тэнхлэгүүд координатын тэнхлэгүүдтэй давхцана гэж үзээд түүний хялбар тэгшитгэлийг зохио.
- а. Гипербол $A(\sqrt{6}; 3)$ цэгийг дайрах ба $9x + 2y - 15 = 0$ шулууныг шүргэнэ.
- б. Гипербол $5x - 6y - 16 = 0$, $13x - 10y - 48 = 0$ шулууныг шүргэнэ.
28. а. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$ эллипс ба $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1$ гиперболын огтлолцлын цэгүүд тэгш өнцөгтийн орой болохыг харуулж, уг тэгш өнцөгтийн талуудын тэгшитгэлийг бич.
- б. Фокусууд нь цэг дээр байх гипербол шулууныг шүргэдэг бол уг гиперболын хялбар тэгшитгэлийг зохио.
29. Орой нь координатын эх дээр байх дараах өгөгдлүүдээр параболын тэгшитгэл тус тус зохио.
- а. $p = 3$ ба Ox -тэнхлэгийн хувьд тэгш хэмтэй, баруун хагас хавтгай дээр орших
- б. $p = 0.5$ ба Ox -тэнхлэгийн хувьд тэгш хэмтэй, зүүн хагас хавтгай дээр орших
- с. $p = \frac{1}{4}$ ба Oy -ийн хувьд тэгш хэмтэй ба дээд хагас хавтгай дээр орших
- д. $p = 3$ ба Oy -ийн хувьд тэгш хэмтэй ба доод хагас хавтгай дээр орших
30. Фокус нь $y^2 = 16x$ парабол дээр орших бөгөөд фокусын радиус нь 13 байх параболын тэгшитгэл зохио.
31. Фокус нь $F(-7; 0)$ цэг дээр, директрисийн тэгшитгэл $x - 7 = 0$ бол параболын хялбар тэгшитгэл бич.
32. Шулуун, параболын харилцан байршлыг олж, огтлолцох бол огтлолцлын цэгийн координатыг ол.
- а. $x + y - 3 = 0$ ба $x^2 = 4y$
- б. $3x + 4y - 12 = 0$ ба $y^2 = -9x$
- с. $3x - 2y + 6 = 0$ ба $y^2 = 6x$
- д. $x - y + 2 = 0$ ба $y^2 = 8x$
- е. $5x - y - 15 = 0$ ба $y^2 = -5x$
- ф. $8x + 3y - 15 = 0$ ба $x^2 = -3y$

Хариу

1. a. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ b. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{84} = 1$ c. $\frac{x^2}{601} + \frac{y^2}{576} = 1$ d. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$
e. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ f. $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$ g. $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ h. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 2.
a. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{49} = 1$ b. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$ c. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{169} = 1$ 3. a. $a = 5, b =$
3 b. $(4, 0), (-4, 0), c. \epsilon = \frac{5}{4}, d. x = \pm 4$ 4. $y_0 = \pm \frac{8}{5}$ 5. $r_1 = \frac{5}{3}, r_2 =$
 $\frac{\sqrt{41}}{3}$ 7. a. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ b. $\frac{x^2}{16} + \frac{3y^2}{16} = 1$ c. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{15} = 1$ d. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$ e.
 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ h. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{8} = 1$ 8. $\frac{(x+3)^2}{16} + \frac{(y+4)^2}{9} = 1$ 9. $\frac{(x+2)^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$
12. $M_0(\frac{45}{41}, \frac{80}{41})$ 14. a. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ b. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ c. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ d.
 $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ e. $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ f. $\frac{x^2}{148} - \frac{y^2}{25} = 1$ g. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ h. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$
15. a. $\frac{y^2}{64} - \frac{x^2}{36} = 1$ $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$ c. $\frac{y^2}{24^2} - \frac{x^2}{48^2} = 1$ 16. a. $a = 3, b = 2, c =$
 $\sqrt{13}$ b. $a = 4, b = 1, c = \sqrt{17}$ d. $a = 1, b = 1, c = \sqrt{2}$ e. $a = \frac{5}{2}, b =$
 $\frac{5}{3}, c = \frac{5}{6}\sqrt{13}$ f. $a = \frac{1}{5}, b = \frac{1}{4}, c = \frac{\sqrt{41}}{20}$ 17. $S=1$ 18. $\frac{x-10}{-20} = \frac{y+\sqrt{5}}{-10+\sqrt{5}}$
19. $\frac{(x-5)^2}{256} - \frac{y^2}{256} = 1$ 20. $(-6, 4\sqrt{3})$ 22. a. $\frac{(x+3)^2}{144} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$ 23.
 $(6, 2), (\frac{14}{3}, -\frac{2}{3})$ 24. $m = \frac{9}{4}$