

**Шинжлэх ухаан технологийн их сургууль**  
**Мэдээлэл холбооны технологийн сургууль**



## **ЛЕКЦ №14** **ЭРСДЭЛИЙГ МАГАДЛАЛААР** **ШИНЖЛЭХ НЬ**

**F.CN104**  
**ИНЖЕНЕРИЙН ЭДИЙН ЗАСАГ**  
**ENGINEERING ECONOMY**

ХОЛБООНЫ САЛБАРЫН АХЛАХ БАГШ Ч.ОЮУ  
УЛААНБААТАР

1

### **ХИЧЭЭЛИЙН ЗОРИЛГО:**

- ИНЖЕНЕРЧЛЭЛИЙН ЭДИЙН ЗАСГИЙН СУДАЛГААТАЙ ХОЛБООТОЙ ЭРСДЭЛ БОЛОН ТОДОРХОЙГҮЙ БАЙДЛЫГ ШИНЖЛЭХЭД ТҮГЭЭМЭЛ АШИГЛАДАГ МАГАДЛАЛЫН АРГУУДЫГ СУДАЛНА.

2

## ХИЧЭЭЛИЙН СУРАЛЦАХУЙН ҮР ДҮНГҮҮД:

Оюутан энэ сэдвийг судалснаар дараах чадваруудтай болсон байна.

№	Суралцахуйн үр дүнгүүд	Суралцахуйн үр дүнг илэрхийлэх үйл үг	Суралцахуйн үр дүнгийн түвшин (Блумын)	CLOs хамаарал
1	Эрсдлийг магадлалаар шинжлэх	Тодорхойлох (Define)	Ойлгох	1, 3
2	Санамсаргүй хувьсагчийн тархалт	Тайлбарлах (explain)	Ойлгох, шинжлэх	1, 3
3	Санамсаргүй хувьсагчтай төслүүдийг үнэлэх	Тайлбарлах (explain)	Ойлгох, шинжлэх	1,3
4	Тасралтгүй хувьсах хэмжигдэхүүнтэй төслүүдийн үнэлгээ	Тодорхойлох (Define)	Ойлгох	1, 3

3

## ХИЧЭЭЛД ХЭРЭГЛЭГДЭХ МЭРГЭЖЛИЙН НЭР ТОМЬЁОНУУД:

- RISK – ЭРСДЭЛ
- UNCERTAINTY – ТОДОРХОЙГҮЙ БАЙДАЛ
- RANDOM VARIABLES – САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИД
- PROBABILITY MASS FUNCTION - МАГАДЛАЛЫН МАССЫН ФУНКЦ
- CUMULATIVE DISTRIBUTION FUNCTION – ХУРИМТЛАГДСАН ТАРХАЛТЫН ФУНКЦ
- MEAN – ДУНДАЖ УТГА
- VARIANCE – ВАРИАЦ,
- EXPECTED VALUE - МАТЕМАТИК ХҮЛЭЭЛТ
- STANDARD DEVIATION – СТАНДАРТ ХАЗАЙЛТ
- ESTIMATED VALUE – ТОГТООГДСОН УТГА
- PROJECT OUTCOMES-ТӨСЛИЙН ҮР ДҮН
- DECISION-MAKING ACTIVITIES-ШИЙДВЭР ГАРГАХ ҮЙЛ ЯВЦ
- PROBABILITIES-МАГАДЛАЛУУД

4

## ХИЧЭЭЛИЙН АГУУЛГА

1. ЭРСДЭЛИЙН ТУХАЙ ОЙЛГОЛТ
2. ЭРГЭЛЗЭЭ БУЮУ ТОДОРХОЙГҮЙ БАЙДЛЫН ЭХ СУРВАЛЖУУД
3. САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН ТАРХАЛТ
4. САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧТАЙ ТӨСЛҮҮДИЙГ ҮНЭЛЭХ
5. ТАСРАЛТГҮЙ ХУВЬСАХ ХЭМЖИГДЭХҮҮНТЭЙ ТӨСЛҮҮДИЙГ ҮНЭЛЭХ

5

## 1. ЭРСДЭЛИЙН ТУХАЙ ОЙЛГОЛТ

- **ЭРСДЭЛ ГЭДЭГ НЬ ХҮССЭН БОЛОН ХҮЛЭЭГДЭЖ БУЙ ҮР ДҮНГЭЭС СӨРӨГ ХАЗАЙЛТ ҮҮСЧ БОЛЗОШГҮЙ НӨХЦӨЛ ЮМ.**
  - ЭРСДЭЛ БА ТОДОРХОЙГҮЙ БАЙДЛЫГ (ЭРГЭЛЗЭЭГ) ШИЙДВЭРЛЭХ СЭДЭЛ НЬ АЛДААНЫ ХЯЗГААРЫГ ТОГТООХ ЯВДАЛ ЮМ.
- ЗАРДАЛ, ОРЛОГО, АШИГЛАЛТЫН ХУГАЦАА, БУСАД ХҮЧИН ЗҮЙЛС, ҮР ДАГАВРЫН МАГАДЛАЛТАЙ ХАМААРАЛТАЙ БАЙХЫГ **САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИД** ГЭЖ НЭРЛЭДЭГ.
  - ЭДГЭЭР САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН МЭДЭЭЛЭЛ НЬ ШИЙДВЭР ГАРГАХАД ОНЦГОЙ АЧ ХОЛБОГДОЛТОЙ БАЙДАГ.

6

## 2. ТОДОРХОЙГҮЙ БАЙДЛЫН ЭХ СУРВАЛЖУУД (1)

- ИНЖЕНЕРЧЛЭЛИЙН ТӨСЛИЙН ИРЭЭДҮЙН ЭДИЙН ЗАСГИЙН ҮР  
ДАГАВРЫН ШИНЖИЛГЭЭ ХИЙХЭД ХАМААРАЛТАЙ ТОДОРХОЙГҮЙ  
БАЙДАЛД НӨЛӨӨЛӨХ ЗАРИМ ХҮЧИН ЗҮЙЛСИЙГ АВЧ ҮЗЭХ НЬ ЧУХАЛ.
- ИЭЗС-НД ТОДОРХОЙГҮЙ БАЙДЛЫН **ДӨРВӨН ҮНДСЭН ЭХ СУРВАЛЖ**  
БАЙДАГ. ҮҮНД:
  - СУДАЛГААНД АШИГЛАСАН МӨНГӨН УРСГАЛЫН ТООЦООЛЛЫН БОЛЗОШГҮЙ  
АЛДАА
  - ЭДИЙН ЗАСГИЙН ИРЭЭДҮЙН ЭЕРЭГ БАЙДАЛТАЙ ХОЛБООТОЙ БИЗНЕСИЙН ТӨРӨЛ
  - ЗАРИМ ТӨРЛИЙН БҮТЭЦ, ТОНОГ ТӨХӨӨРӨМЖ НЬ ТОДОРХОЙ ХУГАЦАА, ЗАХ  
ЗЭЭЛИЙН ҮНЭ ЦЭНЭТЭЙ БАЙДАГ ЯВДАЛ
  - ШИНЖИЛГЭЭНД АШИГЛАЖ БАЙГАА СУДАЛГААНЫ ХУГАЦААНЫ УРТ

7

## **СУДАЛГААНД АШИГЛАСАН МӨНГӨН УРСГАЛЫН ТООЦООЛЛЫН БОЛЗОШГҮЙ АЛДАА (2)**

- ОРЛОГЫН МӨНГӨН УРСГАЛЫН НАРИЙВЧЛАЛЫГ ТОДОРХОЙЛОХОД  
ХЭЦҮҮ БАЙДАГ.
- ХЭРЭВ ЭДГЭЭР НЬ ӨНГӨРСӨН ТУРШЛАГА ДЭЭР ҮНДЭСЛЭСЭН, ЭСВЭЛ  
ЗАХ ЗЭЭЛИЙН ХАРГАЛЗАХ СУДАЛГААГААР ТОДОРХОЙЛОГДСОН БОЛ  
ХАНГАЛТТАЙ ИТГЭЛ ҮНЭМШИЛТЭЙД ТООЦОЖ БОЛНО.
- НӨГӨӨ ТАЛААС, ХЭРВЭЭ ТЭДГЭЭР НЬ ИТГЭЛ НАЙДВАР ДЭЭР  
ТУЛГУУРЛАН ТОДОРХОЙЛСОН ХЯЗГААРЛАГДМАЛ МЭДЭЭЛЭЛ ДЭЭР  
СУУРИЛСАН БОЛ ТОДОРХОЙГҮЙ БАЙДЛЫН ТОМООХОН ЭЛЕМЕНТИЙГ  
АГУУЛЖ БОЛНО.

8

### **ЭДИЙН ЗАСГИЙН ИРЭЭДҮЙН ЭЕРЭГ БАЙДАЛТАЙ ХОЛБООТОЙ БИЗНЕСИЙН ТӨРӨЛ (3)**

- ЗАРИМ ТӨРЛИЙН БИЗНЕСИЙН ҮЙЛ АЖИЛЛАГАА БУСАДТАЙ ХАРЬЦУУЛАХАД ТОГТВОРТОЙ БУС БАЙНА.
  - ЖИШЭЭЛБЭЛ, ИХЭНХ ОЛБОРЛОХ УУЛ УУРХАЙ НЬ ҮЙЛДВЭРИЙН ҮЙЛ АЖИЛЛАГААНААС ИЛҮҮ ЭРСДЭЛТЭЙ БАЙДАГ.
- ИНЖЕНЕРИЙН ТӨСӨЛД ХӨРӨНГӨ ОРУУЛАХ БҮРТ ЯМАР ЭРСДЭЛ БАЙГАА ТАЛААР ШИЙДВЭР ГАРГАХАД БИЗНЕСИЙН ШИНЖ ЧАНАР, ЭДИЙН ЗАСГИЙН ИРЭЭДҮЙН НӨХЦӨЛ БАЙДЛЫГ (ЖИШЭЭЛБЭЛ, ХҮҮНИЙ ТҮВШИН) ХАРГАЛЗАН ҮЗНЭ.

9

### **ЗАРИМ ТӨРЛИЙН БҮТЭЦ, ТОНОГ ТӨХӨӨРӨМЖ НЬ ТОДОРХОЙ ХУГАЦАА, ЗАХ ЗЭЭЛИЙН ҮНЭ ЦЭНЭТЭЙ БАЙДАГ ЯВДАЛ (4)**

- САЙН ХӨДӨЛГҮҮРТЭЙ ТОКАРЫН МАШИН ИХЭНХ ТОХИОЛДОЛД ЯМАР Ч ҮЙЛДВЭРЛЭЛД ОЛОН ЗОРИЛГООР АШИГЛАГДАХ БОЛОМЖТОЙ БАЙДАГ.
- ГЭТЭЛ ЗӨВХӨН НЭГ ТУСГАЙ ЗОРИУЛАЛТЫН АЖИЛ ХИЙХЭЭР ҮЙЛДВЭРЛЭСЭН ТОКАРЫН МАШИНЫ ОНЦЛОГ ТӨРӨЛ БАЙЖ БОЛНО. ТҮҮНИЙ ҮНЭ ЦЭНЭ ТУХАЙН ТУСГАЙ ЗОРИУЛАЛТЫН ҮЙЛ АЖИЛЛАГААНЫ ЭРЭЛТ ХЭРЭГЦЭЭНЭЭС БАРАГ БҮРЭН ХАМААРАН ТОДОРХОЙЛОГДОХ БОЛНО.
- ТИЙМЭЭС, БИЕТ ӨМЧИЙН ТӨРӨЛ ТООЦООЛСОН МӨНГӨН УРСГАЛЫН НАРИЙВЧЛАЛД НӨЛӨӨЛДӨГ.

10

## **ШИНЖИЛГЭЭНД АШИГЛАЖ БАЙГАА СУДАЛГААНЫ ХУГАЦААНЫ УРТ (5)**

- СУДАЛГААНЫ ХУГАЦАА УРТ БАЙХ НЬ ТООЦООЛСОН БҮХ ХҮЧИН ЗҮЙЛСИЙН МАГАДЛАЛЫГ БУУРУУЛДАГ.
- ТИЙМЭЭС СУДАЛГААНЫ ХУГАЦАА УРТ БАЙХ НЬ ИХЭНХ ТОХИОЛДОЛД ХӨРӨНГӨ ОРУУЛАЛТЫН ТОДОРХОЙ БУС БАЙДЛЫГ ИХЭСГЭДЭГ.

11

## **3. САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧДЫН ТАРХАЛТ (1)**

- $x, y, z$  ЗЭРЭГ ТОМ ҮСГҮҮД ИХЭВЧЛЭН САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧДЫГ ИЛЭРХИЙЛДЭГ.
- ЖИЖИГ  $(x, y, z)$  ҮСГҮҮДЭЭР ЭДГЭЭР ХУВЬСАГЧДЫН ТОДОРХОЙ ТҮҮВРИЙН ОРОН ЗАЙД АВСАН (ӨӨРӨӨР ХЭЛБЭЛ, ХУВЬСАГЧ БҮРД ЗОРИУЛСАН БҮХ БОЛОМЖИТ ҮР ДҮНГИЙН БАГЦАД) ТОДОРХОЙ УТГЫГ ИЛЭРХИЙЛНЭ.
- САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН ТҮҮВРИЙН ОРОН ЗАЙ **ДИСКРЕТ** БОЛ ТҮҮНИЙ **МАГАДЛАЛЫН МАССЫН ФУНКЦ** НЬ ИХЭВЧЛЭН  $p(x)$  БОЛОН ТҮҮНИЙ **ХУРИМТЛАГДСАН ТАРХАЛТЫН ФУНКЦ**  $P(x)$ -ЭЭР ИЛЭРХИЙЛЭГДДЭГ.
- САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН ТҮҮВРИЙН ОРОН ЗАЙ **ТАСРАЛТГҮЙ** БОЛ ТҮҮНИЙ **МАГАДЛАЛЫН НЯГТЫН ФУНКЦ** БОЛОН **ХУРИМТЛАГДСАН ТАРХАЛТЫН ФУНКЦИЙГ** ИХЭВЧЛЭН  $f(x)$  БОЛОН  $F(x)$  -ААР ТУС ТУС ИЛЭРХИЙЛНЭ.

12

## ДИСКРЕТ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧУУД (2)

- ХЭРВЭЭ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ  $X$  НЬ ТОДОРХОЙ ТООНЫ (ТӨГСГӨЛӨГ) УТГА  $(x_1, x_2, \dots, x_L)$ -ЫГ ХАМГИЙН ИХДЭЭ АВАХ БОЛОМЖТОЙ БОЛ ТҮҮНИЙГ **ДИСКРЕТ** ГЭЖ НЭРЛЭДЭГ.
- ДИСКРЕТ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ  $X$  НЬ  $x_i$  УТГЫГ АВАХ МАГАДЛАЛ НЬ:
 
$$i = 1, 2, \dots, L \quad \text{ҮЕД} \quad \Pr\{X = x_i\} = p(x_i)$$
  - ЭНД:  $i$  – ХУВЬСАГЧИЙН АВАХ  $x_i$  ДИСКРЕТ УТГЫН ДАРААЛЛЫН ИНДЕКС,  $p[x_i] \geq 0$  БА  $\sum_i p[x_i] = 1$  БАЙНА.
- ДИСКРЕТ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН ХУВЬД ҮЙЛ ЯВДЛЫН МАГАДЛАЛЫГ ТҮҮНИЙ **МАГАДЛАЛЫН МАССЫН ФУНКЦ  $p(x)$** –ЭЭС ТООЦООЛОХ БОЛОМЖТОЙ.
  - ЖИШЭЭЛБЭЛ, ТОДОРХОЙ (ХЯЗГААРЛАГДМАЛ) ИНТЕРВАЛ  $[a, b]$ –Д АГУУЛАГДАХ  $X$ -ИЙН УТГЫН ҮЙЛ ЯВДЛЫН МАГАДЛАЛЫГ ДАРААХ БАЙДЛААР ТОДОРХОЙЛЖ БОЛНО (ТОДОРХОЙЛОХ ЦЭГИЙГ *ИЙМ МАЯГААР* ГЭЖ УНШДАГ).

$$\Pr\{a \leq X \leq b\} = \sum_{i: a \leq x_i \leq b} p[x_i] \quad (12.1)$$

13

## ДИСКРЕТ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧУУД (3)

- $X$ -ИЙН УТГА  $x = h$ -ТАЙ ТЭНЦҮҮ, ЭСВЭЛ ТҮҮНЭЭС БАГА БАЙХ МАГАДЛАЛЫГ ДИСКРЕТ ТОХИОЛДОЛД **ХУРИМТЛАГДСАН ТАРХАЛТЫН ФУНКЦ  $P(x)$**  –ЭЭР ИЛЭРХИЙЛЖ БОЛНО.

$$\Pr\{X \leq h\} = P(h) = \sum_{i: x_i \leq h} p[x_i] \quad (12.2)$$

- ИХЭНХ ПРАКТИК ХЭРЭГЛЭЭНД ДИСКРЕТ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧДААР ЭЕРЭГ БҮХЭЛ ТООГООР ИЛЭРХИЙЛЭГДЭХ ХӨРӨНГИЙН АШИГЛАЛТЫН ХУГАЦАА (ЖИЛЭЭР), ДОЛОО ХОНОГТ ХАРГАЛЗАХ ЗАСВАР ҮЙЛЧИЛГЭЭНИЙ АЖЛЫН ТОО ХЭМЖЭЭ, АЖИЛЛАГСДЫН ТОО ЗЭРЭГ ТООЛОГДОХ (ТОДОРХОЙ) ӨГӨГДЛҮҮДИЙГ ИЛЭРХИЙЛДЭГ.

14



## ТАСРАЛТГҮЙ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧУУД (4)

- ХЭРВЭЭ  $c < d$  БАЙХ  $[c, d]$  БОДИТ ТООНЫ ДУРЫН БАГЦЫН ХУВЬД УГ БАГЦАД  $X$ -ИЙН УТГА АГУУЛАГДАЖ БАЙХ ҮЙЛ ЯВДЛЫН МАГАДЛАЛЫГ

$$\Pr\{c \leq X \leq d\} = \int_c^d f(x)dx \quad (12.3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

БАЙХААР ӨГӨГДСӨН СӨРӨГ БИШ ФУНКЦ  $f(x)$  БАЙВАЛ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ  $X$ -ИЙГ **ТАСРАЛТГҮЙ (ҮРГЭЛЖИЛСЭН)** ГЭЖ НЭРЛЭДЭГ.

- ИЙМЭЭС ТАСРАЛТГҮЙ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ  $X$ -ИЙН ХУВЬД ҮЙЛ ЯВДЛЫН МАГАДЛАЛЫГ ТҮҮНИЙ **МАГАДЛАЛЫН НЯГТЫН ФУНКЦ**ЭЭР ТООЦООЛЖ БОЛОХ БӨГӨӨД  $X$  НЬ ЯГ ҮНЭНДЭЭ ТҮҮНИЙ АЛЬ НЭГ УТГЫГ АВНА ГЭСЭН МАГАДЛАЛ 0 БАЙНА.

15

## ТАСРАЛТГҮЙ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧУУД (5)

- ТҮҮНЧЛЭН,  $X$ -ИЙН УТГА НЬ  $x = k$  УТГАТАЙ ТЭНЦҮҮ, ЭСВЭЛ ТҮҮНЭЭС БАГА БАЙХ МАГАДЛАЛ ТАСРАЛТГҮЙ ТОХИОЛДЛЫН ХУВЬД **ХУРИМТЛАГДСАН ТАРХАЛТЫН ФУНКЦ  $F(x)$** -ЭЭР ИЛЭРХИЙЛЭГДЭНЭ.

$$\Pr\{X \leq k\} = F(k) = \int_{-\infty}^k f(x)dx \quad (12.4)$$

- МӨН ТАСРАЛТГҮЙ ТОХИОЛДОЛД,

$$\Pr\{c \leq X \leq d\} = \int_c^d f(x)dx = F(d) - F(c) \quad (12.5)$$

- ИХЭНХ ПРАКТИК ХЭРЭГЛЭЭНД, ТАСРАЛТГҮЙ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧДААР ТАСРАЛТГҮЙ ХЭМЖИГДЭХҮҮН БОЛОХ ЦАГ ХУГАЦАА, ЗАРДАЛ, ОРЛОГО ЗЭРЭГ **ХЭМЖИГДЭХ** ӨГӨГДЛҮҮДИЙГ ИЛЭРХИЙЛДЭГ.
- ТУХАЙН НӨХЦӨЛ БАЙДЛААС ШАЛТГААЛАН ШИНЖЭЭЧ ИЭЗ-ИЙН ШИНЖИЛГЭЭНД САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧДЫН ДИСКРЕТ БОЛОН ТАСРАЛТГҮЙ ЗАГВАРУУДЫН АЛИЙГ НЬ АШИГЛАХАА ШИЙДДЭГ.

16



## МАТЕМАТИК ХҮЛЭЭЛТ БА СОНГОСОН СТАТИСТИК МОМЕНТУУД (6)

- НЭГ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ  $X$ -ИЙН МАТЕМАТИК ХҮЛЭЭЛТ  $E(X)$  ГЭЖ ТАРХАЛТЫН ТӨВ БАЙРШЛЫН ХЭМЖИГДЭХҮҮН (САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН ТӨВИЙН ХАНДЛАГА) БОЛОХ  $x$  ТАРХАЛТЫН УТГЫН ЖИНЛЭСЭН ДУНДЖИЙГ ХЭЛНЭ.
- $E(X)$  НЬ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН АНХНЫ УТГЫН ХУВЬД ЭХНИЙ МОМЕНТ БӨГӨӨД ТАРХАЛТЫН **ДУНДАЖ** (ТӨВИЙН МОМЕНТ) ГЭЖ НЭРЛЭДЭГ.
- МАТЕМАТИК ХҮЛЭЭЛТ ГЭДЭГ НЬ:

$$E(X) = \begin{cases} \sum_i x_i p(x_i) & \text{дискрет } x - \text{ийн хувьд, } i = 1, 2, \dots, L \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx & \text{тасралтгүй (үргэлжилсэн) } x - \text{ийн хувьд} \end{cases} \quad (12.6)$$

17

## МАТЕМАТИК ХҮЛЭЭЛТ БА СОНГОСОН СТАТИСТИК МОМЕНТУУД (7)

- ХЭДИЙГЭЭР  $E(X)$  НЬ ТӨВИЙН ХАНДЛАГЫН ХЭМЖИГДЭХҮҮНИЙГ ХАНГАЖ ӨГДӨГ БОЛОВЧ ДУНДЖИЙН ОЙРОЛЦООХ МУЖИД  $x$ -ИЙН ТАРХАЛТЫН УТГЫГ ХЭМЖДЭГГҮЙ.
- НЭГ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ  $X$ -ИЙН **ВАРИАЦ**  $V(X)$  НЬ СӨРӨГ БИШ УТГАТАЙ БАЙХ БА ДУНДЖИЙН ОЙРОЛЦОО АВСАН УТГУУДЫН ДИСПЕРСИЙН ХЭМЖИГДЭХҮҮН ЮМ.
- ЭНЭ ХЭМЖИГДЭХҮҮН БОЛ ТҮҮНИЙ ДУНДЖИЙН ОЙРОЛЦООХ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН ХОЁР ДАХЬ МОМЕНТ БОЛОХ ДУНДАЖ БОЛОН  $x$  УТГУУДЫН ХООРОНДОХ ЗӨРҮҮГИЙН КВАДРАТЫН МАТЕМАТИК ХҮЛЭЭЛТ ЮМ:

$$E\{[X - E(X)]^2\} = V(X) =$$

$$= \begin{cases} \sum_i [x_i - E(X)]^2 p(x_i) & \text{дискрет } x - \text{ийн хувьд} \\ \int_{-\infty}^{\infty} [x - E(X)]^2 f(x) dx & \text{тасралтгүй (үргэлжилсэн) } x - \text{ийн хувьд} \end{cases} \quad (12.7)$$

18

## МАТЕМАТИК ХҮЛЭЭЛТ БА СОНГОСОН СТАТИСТИК МОМЕНТУУД (8)

- $[x_i - E(X)]^2$  -ИЙН БИНОМИАЛ ЗАДАРГААНААС  $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$  БОЛОХЫГ ХЯЛБАРХАН ХАРУУЛЖ БОЛНО.
  - ӨӨРӨӨР ХЭЛБЭЛ,  $V(X)$  НЬ  $X^2$ -ИЙН МАТЕМАТИК ХҮЛЭЭЛТЭЭС ТҮҮНИЙ ДУНДЖИЙН КВАДРАТЫГ ХАССАН САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН АНХНЫ УТГЫН ОЙРОЛЦООХ ХОЁР ДАХЬ МОМЕНТТОЙ ТЭНЦҮҮ БАЙНА.
- ЭНЭ НЬ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ  $X$ -ИЙН ВАРИАЦЫГ ТООЦООЛОХОД ХАМГИЙН ТҮГЭЭМЭЛ АШИГЛАГДДАГ ХЭЛБЭР ЮМ:

$$V(X) = \left\{ \begin{array}{ll} \sum_i x_i^2 p(x_i) - [E(X)]^2 & \text{дискрет } x - \text{ийн хувьд} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x_i^2 f(x) dx - [E(X)]^2 & \text{тасралтгүй (үргэлжилсэн) } x - \text{ийн хувьд} \end{array} \right\} \quad (12.8)$$

- САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН **СТАНДАРТ ХАЗАЙЛТ**  $SD(X)$  БОЛ ВАРИАЦЫН ЭЭРЭГ КВАДРАТ ЯЗГУУР ЮМ, ӨӨРӨӨР ХЭЛБЭЛ,  $SD(X) = [V(X)]^{1/2}$ .

19

## САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙГ ТОГТМОЛ УТГААР ҮРЖҮҮЛЭХ (9)

- САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ ДЭЭР ГҮЙЦЭТГЭДЭГ НИЙТЛЭГ ҮЙЛДЭЛ БОЛ ТҮҮНИЙГ ТОГТМОЛ УТГААР ҮРЖҮҮЛЭХ ҮРЖВЭР ЮМ.
  - ЖИШЭЭЛБЭЛ, ТОДОРХОЙ ХУГАЦААНЫ ТУРШИД ТООЦООЛСОН ЗАСВАР ҮЙЛЧИЛГЭЭНИЙ ХӨДӨЛМӨРИЙН ЗАРДАЛ  $Y = cX$ -Д ХУГАЦААНЫ НЭГЖ ҮЕД ХАРГАЛЗАХ ХӨДӨЛМӨРИЙН ЦАГИЙН ТОО ХЭМЖЭЭ ( $X$ ) НЬ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ БАЙХАД НЭГЖ ХӨДӨЛМӨРИЙН ЦАГТ ХАРГАЛЗАХ ЗАРДАЛ ( $c$ ) НЬ ТОГТМОЛ БАЙНА.
  - ӨӨР НЭГ ЖИШЭЭ БОЛ ТӨСЛИЙН ӨНӨӨГИЙН ҮНЭ ЦЭНИЙН ТООЦООЛОЛД ТАТВАРЫН ӨМНӨХ, ЭСВЭЛ ТАТВАРЫН ДАРААХ ЦЭВЭР МӨНГӨН УРСГАЛЫН МӨНГӨН ДҮН  $F_k$  НЬ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧУУД БАЙХ БӨГӨӨД УЛМААР  $PW$  УТГЫГ ГАРГАН АВАХЫН ТУЛД  $F_k$  БҮРИЙГ ( $P/F, i\%, k$ ) ТОГТМОЛООР ҮРЖҮҮЛДЭГ.

20

## САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙГ ТОГТМОЛ УТГААР ҮРЖҮҮЛЭХ (10)

- $X$  САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙГ ТОГТМОЛ УТГА  $c$  –ЭЭР ҮРЖҮҮЛЭХ ҮЕД  $E(cX)$  МАТЕМАТИК ХҮЛЭЭЛТ БОЛОН  $V(cX)$  ВАРИАЦ ДАРААХ ХЭЛБЭРТЭЙ БАЙНА:

$$E(cX) = cE(X) = \begin{cases} \sum_i cx_i p(x_i) & \text{дискрет } x - \text{ийн хувьд, } i = 1, 2, \dots, L \\ \int_{-\infty}^{\infty} cxf(x)dx & \text{тасралтгүй (үргэлжилсэн) } x - \text{ийн хувьд} \end{cases} \quad (12.9)$$

$$\begin{aligned} V(cX) &= E\{[cX - E(cX)]^2\} = E\{c^2X^2 - 2c^2X \cdot E(X) + c^2[E(X)]^2\} = \\ &= c^2E\{[X - E(X)]^2\} = c^2V(X) \end{aligned} \quad (12.10)$$

21

## БИЕ ДААСАН (ХООРОНДОО ХАМААРАЛГҮЙ) ХОЁР САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙГ ҮРЖҮҮЛЭХ (11)

- $Z$  МӨНГӨН УРСГАЛЫН САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ НЬ  $Z = XY$  ГЭСЭН ХОЁР ӨӨР САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧААС ҮҮССЭН БАЙГ.
- ЗАРИМДАА  $X$  БОЛОН  $Y$  –ИЙГ СТАТИСТИКИЙН ХУВЬД **БИЕ ДААСАН (ХООРОНДОО ХАМААРАЛГҮЙ) САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ** ГЭЖ ҮЗЭЖ БОЛНО.
  - ТУХАЙЛБАЛ, ӨРСӨЛДӨӨНД ТУЛГУУРЛАСАН ЖИЛИЙН ТУРШИД ДАВТАМЖТАЙГААР ХАНГАН НИЙЛҮҮЛЭХ ЗАСВАРЫН ЭД АНГИД ЗОРИУЛСАН ЖИЛИЙН ТООЦООЛСОН ЗАРДАЛ  $Z = XY$ -ЫН ТООЦООЛОЛД НЭГЖИЙН ҮНЭ ( $X$ ) БОЛОН ЖИЛД АШИГЛАГДАХ НЭГЖИЙН ТОО ХЭМЖЭЭ ( $Y$ ) НЬ БИЕ ДААСАН (ХООРОНДОО ХАМААРАЛГҮЙ) САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ БАЙДЛААР ЗАГВАРЧЛАГДДАГ.
- $Z$  САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ НЬ  $X$  БОЛОН  $Y$  БИЕ ДААСАН (ХООРОНДОО ХАМААРАЛГҮЙ) ХОЁР САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧААС ҮҮССЭН БОЛ  $E(Z)$  МАТЕМАТИК ХҮЛЭЭЛТ БА  $V(Z)$  ВАРИАЦ ДАРААХ ХЭЛБЭРТЭЙ БАЙНА:

22

## БИЕ ДААСАН (ХООРОНДОО ХАМААРАЛГҮЙ) ХОЁР САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙГ ҮРЖҮҮЛЭХ (12)

$$Z = XY$$

$$E(Z) = E(X)E(Y)$$

$$\begin{aligned} V(Z) &= E[XY - E(XY)]^2 = E\{X^2Y^2 - 2XYE(XY) + [E(XY)]^2\} = \\ &= E(X^2)E(Y^2) - [E(X)E(Y)]^2 \end{aligned} \quad (12.11)$$

- ГЭХДЭЭ ДУРЫН САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН ВАРИАЦ  $V(RV)$  ДАРААХ ХЭЛБЭРТЭЙ БАЙДАГ:

$$V(RV) = E[(RV)^2] - E[(RV)]^2$$

$$E[(RV)^2] = V(RV) + [E(RV)]^2$$

УЛМААР,

$$V(Z) = \{V(X) + [E(X)]^2\}\{V(Y) + [E(Y)]^2\} - [E(X)]^2[E(Y)]^2$$

ЭСВЭЛ,

$$V(Z) = V(X)[E(Y)]^2 + V(Y)[E(X)]^2 + V(X)V(Y). \quad (12.12)$$

23

## 4. ДИСКРЕТ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧТАЙ ТӨСЛҮҮДИЙГ ҮНЭЛЭХ

- МАТЕМАТИК ХҮЛЭЭЛТ БА ВАРИАЦЫН ҮЗЭЛ БАРИМТЛАЛ НЬ ОНОЛЫН ХУВЬД ҮЙЛ ЯВДЛЫГ ДАХИН ДАВТАГДАХ БОЛОМЖТОЙ ГЭЖ ҮЗСЭН УРТ ХУГАЦААНЫ НӨХЦӨЛД АШИГЛАГДДАГ.
- ГЭВЧ ЭДГЭЭР ҮЗЭЛ БАРИМТЛАЛЫГ УРТ ХУГАЦААНЫ ТУРШИД ХӨРӨНГӨ ОРУУЛАЛТ ДАХИН ДАВТАГДАХГҮЙ БАЙСАН Ч ХЭРЭГЛЭХ НЬ ИХЭВЧЛЭН АШИГТАЙ БАЙДАГ.
- ЭНЭ ХЭСЭГТ ЭДГЭЭР ОЙЛГОЛТУУДЫГ ТОДОРХОЙЛОХЫН ТУЛД ДИСКРЕТ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ МАЯГААР ЗАГВАРЧИЛСАН ЭДИЙН ЗАСГИЙН СОНГОСОН ХҮЧИН ЗҮЙЛСТЭЙ ХЭД ХЭДЭН ЖИШЭЭГ, ТУХАЙЛБАЛ: **БЕТОН ЗУУРМАГИЙН ҮЙЛДВЭРЛЭЛИЙН ТӨСӨЛ, ҮЕРИЙН ХЯНАЛТ ТАВИХ НӨХЦӨЛТЭЙ ТӨСЛИЙН ЖИШЭЭГЭЭР СЕМИНАРЫН ХИЧЭЭЛ ДЭЭР АВЧ ҮЗНЭ.**

24

## 5. ТАСРАЛТГҮЙ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИДТАЙ ТӨСЛҮҮДИЙГ ҮНЭЛЭХ (1)

- ТОДОРХОЙ БУС МӨНГӨН УРСГАЛЫН МӨНГӨН ДҮНГИЙН ХУВЬД ТЭДГЭЭРИЙГ **НОРМАЛ ТАРХАЛТААР ТАРХСАН БАЙДАГ БОЛОН СТАТИСТИК БИЕ ДААСАН (ХАРААТ БУС) БАЙДАГ** ГЭХ ХОЁР ТААМАГЛАЛЫГ БАЙНГА ХЭРЭГЛЭДЭГ.
- ЭДГЭЭР ТААМАГЛАЛУУД БОЛ ОЛОН ТООНЫ МӨНГӨН УРСГАЛЫН ЕРӨНХИЙ ШИНЖ ЧАНАР БӨГӨӨД ТЭДГЭЭР НЬ ХЭД ХЭДЭН ӨӨР ӨӨР, БИЕ ДААСАН ХҮЧИН ЗҮЙЛСЭЭС ҮҮСДЭГ.
- СТАТИСТИК БИЕ ДААСАН (ХАРААТ БУС) БАЙДЛЫГ ТААМАГЛАЛЫГ ХЯЛБАРШУУЛАХ АРГА БОЛГОН АШИГЛАХЫН ДАВУУ ТАЛ НЬ ТОХИРОМЖТОЙ ҮЕД, МӨНГӨН УРСГАЛЫН МӨНГӨН ДҮНГҮҮДИЙН (ЖИШЭЭЛБЭЛ, ХУВИЛБАРУУДЫН ЖИЛИЙН ЦЭВЭР МӨНГӨН УРСГАЛЫН МӨНГӨН ДҮНГҮҮД) ХООРОНД ЯМАР НЭГ ХАМААРАЛ БАЙХГҮЙ БАЙНА ГЭЖ ҮЗДЭГ.

25

## 5. ТАСРАЛТГҮЙ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИДТАЙ ТӨСЛҮҮДИЙГ ҮНЭЛЭХ (2)

- ҮҮНИЙ ҮР ДҮНД, ХЭРВЭЭ ХОЁР БОЛОН ТҮҮНЭЭС ДЭЭШ БИЕ ДААСАН МӨНГӨН УРСГАЛЫН МӨНГӨН ДҮНГИЙН ШУГАМАН ХОСЛОЛ БАЙГАА БОЛ  $PW = c_0 F_0 + \dots + c_N F_N$  ГЭСЭН ҮГ ЮМ.
  - ЭНД:  $c_k$  - КОЭФФИЦИЕНТУУД,  $F_k$  - ДАВТАМЖИТ ЦЭВЭР МӨНГӨН УРСГАЛ ЮМ.
- (12.10) ТЭГШИТГЭЛД ТУЛГУУРЛАН  $V(PW)$ -ИЙН ИЛЭРХИЙЛЛИЙГ ДАРААХ БАЙДЛААР ХЯЛБАРШУУЛНА:

$$V(PW) = \sum_{k=0}^N c_k^2 V(F_k) \quad (12.13)$$

- ХАРИН (12.9) ТЭГШИТГЭЛ ДЭЭР ТУЛГУУРЛАВАЛ ДАРААХ ИЛЭРХИЙЛЛИЙГ ГАРГАН АВНА:

$$E(PW) = \sum_{k=0}^N c_k E(F_k) \quad (12.14)$$

26

## 5. ТАСРАЛТГҮЙ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИДТАЙ ТӨСЛҮҮДИЙГ ҮНЭЛЭХ (3)

- ТӨСЛИЙН МӨНГӨН УРСГАЛЫН  $PW$  ЗЭРГИЙГ  $E(PW)$  ДУНДАЖТАЙ НОРМАЛ ТАРХАЛТТАЙ,  $V(PW)$  ВАРИАЦТАЙ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ ГЭЖ ҮЗСЭН ҮЕД САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН ХУВЬД ТОХИОХ ҮЙЛ ЯВДЛЫН МАГАДЛАЛЫГ ТООЦООЛЖ ЧАДНА.
  - ЖИШЭЭЛБЭЛ, САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙН ТАРХАЛТЫН ХЭЛБЭРИЙГ ТОДОРХОЙ ХЭМЖЭЭГЭЭР МЭДЭЖ БАЙХ ҮЕД БОЛОН ҮҮНИЙГ ХИЙХЭД ТОХИРОМЖТОЙ ГЭЖ ҮЗСЭН ҮЕД ЭНЭ ТААМАГЛАЛЫГ ХИЙЖ БОЛНО.
- МӨН ТӨСЛИЙН  $PW$  УТГА ЗЭРЭГ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧ НЬ БУСАД БИЕ ДААСАН (ХАРААТ БУС) САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧДЫН (ЖИШЭЭЛБЭЛ, МӨНГӨН УРСГАЛЫН МӨНГӨН ДҮН,  $F_k$ ) ШУГАМАН ХОСЛОЛ БАЙХАД ЭДГЭЭР ХУВЬСАГЧДЫН МАГАДЛАЛЫН ТАРХАЛТЫН ХЭЛБЭР МЭДЭГДЭЖ БАЙГАА ЭСЭХЭЭС ҮЛ ХАМААРАН ЭНЭ ТААМАГЛАЛЫГ АШИГЛАЖ БОЛНО.

27

## 14-Р ХИЧЭЭЛИЙН ШАЛГАХ АСУУЛТУУД:

1. САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИД ГЭЖ ЯМАР ХУВЬСАГЧИЙГ ХЭЛЭХ ВЭ? ИЭЭС-НД ЯМАР ҮҮРЭГТЭЙ ВЭ?
2. ТОДОРХОЙГҮЙ БАЙДАЛ БА ТОДОРХОЙГҮЙ БАЙДЛЫН ЭХ СУРВАЛЖУУДЫГ ТАЙЛБАРЛАНА УУ.
3. ДИСКРЕТ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧДЫГ ТАЙЛБАРЛАНА УУ.
4. ТАСРАЛТГҮЙ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧДЫГ ТАЙЛБАРЛАНА УУ.
5. МАТЕМАТИК ХҮЛЭЭЛТ БОЛОН ВАРИАЦЫГ ТАЙЛБАРЛАНА УУ.
6. ДУНДАЖ УТГА БОЛОН СТАНДАРТ ХАЗАЙЛТЫГ ТАЙЛБАРЛАНА УУ.
7. САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧТАЙ ТӨСЛҮҮДИЙГ ХЭРХЭН ҮНЭЛЭХ ВЭ?
8. САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙГ ТОГТМОЛ УТГААР ХЭРХЭН ҮРЖҮҮЛЭХ ВЭ?
9. БИЕ ДААСАН (ХООРОНДОО ХАМААРАЛГҮЙ) ХОЁР САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИЙГ ХЭРХЭН ҮРЖҮҮЛЭХ ВЭ?
10. ТАСРАЛТГҮЙ САНАМСАРГҮЙ ХУВЬСАГЧИДТАЙ ТӨСЛҮҮДИЙГ ҮНЭЛЭХДЭЭ ЯМАР ТААМАГЛАЛЫГ АШИГЛАДАГ ВЭ?

28

АНХААРАЛ ТАВЪСАНД БАЯРЛАЛАА

