Лекц 4

МЕХАНИК

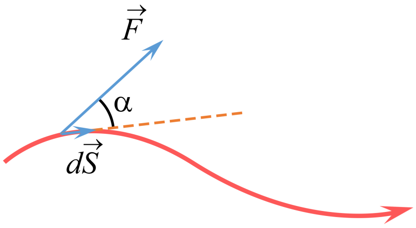
4.1 Ажил ба энерги

4.1.1 Ажил

Механик хөдөлгөөн нь бий болж, бас алга болох буюу зогсдог. Хөдөлгөөний энэхүү өөрчлөлтийн шалтгаан нь хүч болохыг бид Ньютоны II хуулиас мэдэх болсон. Хөдөлгөөний өөрчлөлтийн хэмжээг хөдөлгөөний тоо хэмжээгээр тодорхойлох боловч энэ нь хөдөлгөөний өөрчлөлтөөр үүсэх дулаан, цахилгаан цэнэг ялгарах зэрэгт хэмжээний хувьд үнэлгээ өгөхөд тохиромжгүй юм. Учир нь гулсаж байгаа бие үрэлтийн хүчний улмаас зогсоход үүсэх дулааны тоо хэмжээ нь чиглэлгүй скаляр хэмжигдэхүүн, цахилгаан үүсгүүрээр хөдөлгүүр ажиллахад цахилгаан үүсгүүрийн хөдөлгүүрийг ажиллуулах нөөц нь вектор хэмжигдэхүүн байх ёсгүй. Иймд хөдөлгөөний өөрчлөлтийг үнэлэх (тоон) скаляр хэмжигдэхүүн тодорхойлох шаардлага гарч ирнэ. Хөдөлгөөний өөрчлөгдөх шалтгаан болох хүч ба шилжилтийн скаляр үржвэрийг ажил хэмээн нэрлэж скаляр хэмжигдэхүүнийг бий болгон авчээ. Өчүүхэн бага $d\vec{S}$ шилжилтийн үед $\vec{F}$ хүчний ажил нь

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{S} \tag{4.1}$$

Скаляр үржвэр нь векторуудын хэмжээнүүдийн үржвэрийг тэдгээрийн хоорондох α өнцгийн косинусаар үржүүлсэнтэй тэнцүү байдаг (4.1 –р зураг).



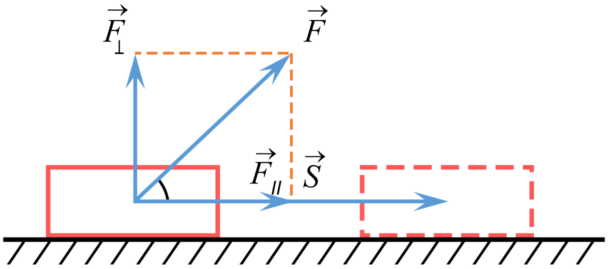
Зураг 4.1. Хүч ба шилжилт

$$dA = F \cdot dScos\alpha \tag{4.2}$$

Скаляр үржвэрийг тэгш өнцөгт координатын системд векторуудын проекцуудыг харгалзан үржүүлэн нэмж тодорхойлж болно.

$$dA = F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz \tag{4.3}$$

Шулуунаар хөдлөх биед тогтмол хүчний үйлчлэлээр гүйцэтгэх ажил нь (4.2 –р зураг).



Зураг 4.2. Хүчний ажил

$$A = \int \vec{F} \cdot d\vec{S} = F \cdot Scos\alpha \tag{4.4}$$

4.2 –р зурагт үзүүлснээр $\vec{F}$ хүчний шилжилтийн дагуух проекц $F_{//} = F \cdot \cos\alpha$, перпендикуляр проекц нь $F_\perp = F \cdot \sin\alpha$ учир шилжилтэнд перпендикуляр хүч нь ажил хийдэггүй байна. Харин шилжилтийн дагуу үйлчлэх $F_{//}$ хүч нь ажил хийж байна.

$$A = F_{//} \cdot S \tag{4.5}$$

Хувьсах хүчний болон мурий траектороор хөдлөх үед хүчний хийх ажил нь дараах интегралаар тодорхойлогдоно.

$$A = \int_1^2 F \cos\alpha dS \tag{4.6}$$

4.1.2 Энерги

Бид механик энерги, цахилгаан соронзон орны энерги, дулааны хөдөлгөөний энерги, гравитацын энерги, цөмийн холбоос энерги гэх мэт олон энергийн тухай ярилцаж судалж ирсэн. Энергийг хэрхэн хэмжих тооцоолох тухай хаанаас эхлэлтэй болох талаар судалъя.

Хөдөлж байгаа бие гадны эсэргүүцлийн хүчний улмаас хөдөлгөөн нь саарч зогсох хөдөлгөөнийг авч үзье. Энэ үзэгдлийн үед хөдөлгөөний оронд юу үүсэв? Жишээ нь:

Гулсаж байгаа бие үрэлтийн хүчний улмаас зогсоход үрэлтээр дулаан үүсдэг болох нь туршилтаар батлагдаж байна.

Үрэлтээр үүсэж байгаа дулааны энерги нь механик ажилтай тэнцүү болох нь батлагддаг. Иймд энерги нь ажлаар хэмжигдэх боломжтой. Өөрөөр хэлбэл бие эсвэл системийн ажил хийх боломжийн хэмжүүр нь энерги юм. Орчин үед энерги нь материйн шинж чанарыг тодорхойлох анхдагч хэмжигдэхүүний нэг гэж үзэх болсон байна.

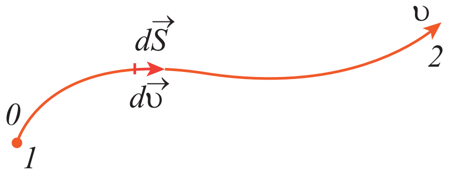
Энерги нэг биеэс нөгөө биед, нэг хэлбэрээс нөгөө хэлбэрт хувиран өөрчлөгдөх боловч хэмжээ нь хадгалагдана үүнийг *энерги хадгалагдах хууль* гэнэ. Хэдийгээр ажил нь энергийн механик хөдөлгөөнөөр шилжих тоо хэмжээг үнэлэх хэмжигдэхүүн боловч, ажил хийх боломжийн хэмжээгээр энергийг хэмжиж тодорхойлдог байна. Биеийг хөдөлгөөнд оруулахад энерги хэрэгтэй. Нөгөө талаас хөдөлж байгаа бие ажил хийж бусад биед энерги дамжуулж болно. Механикд хөдөлгөөний энергийг *кинетик энерги* гэнэ. Тайван байсан биесийг v хурдтай болтол гаднаас хийх ажлыг тооцоолъё.

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{S} = m\vec{a} \cdot d\vec{S} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{S} = m\frac{d\vec{S}}{dt} \cdot d\vec{v} = m\vec{v}d\vec{v}$$

4.3 –р зурагт үзүүлснээр 1 –р цэгээс 2 –р цэг хүртэл m механик масстай бие 0 –ээс v

хурдтай болтол хийсэн ажил нь

$$A = \int_0^{v} m\vec{v}d\vec{v} = \frac{m\vec{v}^2}{2}\Big|_0^{\vec{v}} = \frac{m\vec{v}^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$



Зураг 4.3. Биеийн шилжилт

Ийм хэмжээтэй ажил хийж байгаа учир энэ биеийн ажил хийх боломжийн хэмжээ нь буюу кинетик энерги нь

$$E_K = \frac{m\upsilon^2}{2} \tag{4.7}$$

Хөдөлгөөнөөс хамааралгүй, биеийн байрлал болон төлөв байдлаас хамааран тодорхойлогдох энергийг *потенциал (нөөцлөгдсөн) энерги* гэнэ.

Жишээ нь: m_1 ба m_2 масстай хоёр биеийн гравитацын харилцан үйлчлэлийн энергийг авч үзье. Тэдгээр нь r зайд байрлаж байсан бол тэдгээрийн хязгааргүй холдуулахад харилцан үйлчлэлгүй болно. Тэгэхээр нэгийг нь хязгааргүй хол шилжүүлэхэд гравитацын хүчний хийх ажил нь эдгээр биеийн гравитацын харилцан үйлчлэлийн потенциал энерги болно. Хоёр биеийг холбосон радиал чиглэлд шилжүүлэн ажлыг тооцоолбол.

$$E_\Pi = A = -\int_r^{\infty} \gamma\frac{m_1 m_2}{r^2}\cdot dr = -\gamma\frac{m_1 m_2}{r} \tag{4.8}$$

Энд $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11}\frac{Нм^2}{кг}$ бүх ертөнцийн таталцлын тогтмол. Энэ энерги нь сөрөг утгатай байгаа нь хязгааргүй холоос r зайд иртэл гравитацын орны энерги алдагдсан болохыг харуулж байгаа бөгөөд үүнийг *таталцлын энерги* гэнэ.Үүний адил q_1 , q_2 цэнэгтэй бөөмс r зайд байрлаж байвал цахилгаан цэнэгүүдийн харилцан үйлчлэлийн потенциал энерги нь

$$E_\Pi = k\frac{q_1 q_2}{r} \tag{4.9}$$

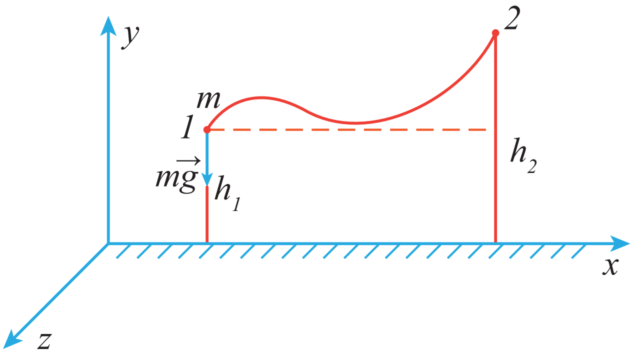
Энд $k = 9 \cdot 10^9\frac{Нм^2}{кл^2}$ цахилгаан тогтмол ба цэнэгүүд ижил цэнэгтэй бол энерги нь эерэг , эсрэг цэнэгүүд бол сөрөг байна. Эерэг энерги нь түлхэлцлийн энерги юм. Одоо дэлхийн гадарга орчимд потенциал энергийг тодорхойлъё. Дэлхийн татах хүч

$$F = \gamma\frac{M \cdot m}{R^2} = mg \tag{4.10}$$

Энд M –дэлхийн масс R –дэлхийн радиус, g –хүндийн хүчний хурдатгал.

Дэлхийн гадарга буюу далайн түвшинд хүндийн хүчний хурдатгал $g = 9.8\frac{Н}{кг}$ байна. Биеийг дэлхийн радиусаас олон дахин бага зайд шилжүүлэхэд хүндийг хүчийг тогтмол гэж үзээд ажлыг олъё (4.4-р Зураг). $\vec{g}(0, -g, 0)$, $A(x_1 y_1 z_1)$, цэгээс $B(x_2 y_2 z_2)$ цэг хүртэл шилжүүлсэн бол

$$A = \int_1^2 m\vec{g}\cdot d\vec{S} = \int_{x_1}^{x_2} mg_x dx \int_{y_1}^{y_2} mg_y dy + \int_{z_1}^{z_2} mg_z dz =$$



Зураг 4.4. Потенциал энергийн өөрчлөлт

$$= -\int_{y_1}^{y_2} mgdy = mgy_1 - mgy_2$$

$$y_1 = h_1, y_2 = h_2 \quad \text{учир} \quad A = mgh_1 - mgh_2 \tag{4.11}$$

Хүндийн хүчний орон эерэг ажил хийснээр орны энерги буурна. Өөрөөр хэлбэл орон ажил хийнэ гэдэг нь гадагш энергиэ шилжүүлж байна. Иймд ажил нь потенциал энергийн бууралттай тэнцүү байна.

$$A = -\Delta E_{\text{П}} = -(E_{2\text{П}} - E_{1\text{П}}) = E_{1\text{П}} - E_{2\text{П}} \tag{4.12}$$

Эндээс хүндийн хүчний оронд байгаа биеийн потенциал энерги нь (4.11) ба (4.12) —аас олбол тогтмол тооны нарийвчлалтайгаар дараах байдлаар тодорхойлогдоно.

$$E_{\text{П}} = mgh_1 + C \tag{4.13}$$

Энд C –дурын тогтмол.

Цаашид хүндийн хүчний оронд хөдөлгөөнийг судлахад энергийн өөрчлөлт нь чухал учир ихэвчлэн C тогтмолыг тэг утгатайгаар буюу (потенциал энергийн тэг утгыг) өндрийг тоолж эхэлсэн төвшинд авна. Иймд өндрийг тооцоолохдоо дурын төвшнээс авч болох ба потенциал энергээ дараах байдлаар бичнэ.

$$E_{\text{П}} = mgh \tag{4.14}$$

Цаашид бид харимхай деформацын үед потенциал энергийг дараах байдлаар авна.

$$E_{\text{П}} = \frac{kx^2}{2} \tag{4.15}$$

Энд k уян харимхайн коэффициент буюу хат, x нь деформацын хэмжээ.

Биеийн бүрэн энерги нь кинетик ба потенциал энергиүдийн нийлбэр байна.

$$E_{\text{б}} = E_{\text{К}} + E_{\text{П}} \tag{4.16}$$

Бүрэн энергийг тодорхойлсноор биеийн энергийн өөрчлөлтөөс гадна хүчний үйлчлэлээр хийх ажлыг тодорхойлох учир зарим хөдөлгөөний бодлогод чухал үүргийг гүйцэтгэдэг.

$$A = \Delta E_{\text{б}} = E_2 - E_1$$

Жишээ нь: 50кг ачааг 2м өндөрт гаргахад хийх ажлын хэмжээг олъё.

$$\Delta E_{\text{П}} = mgh - mg \cdot 0 = mgh$$

$$A = \Delta E_{\Pi} = mgh = 50\text{кг} \cdot 9.8\frac{H}{\text{кг}} \cdot 2\text{м} = 980\text{Ж}$$

Ажил нь траекторын хэлбэрээс хамаарахгүй байвал харилцан үйлчлэлийн хүчийг *консерватив хүч* гэнэ. Ийм хүчээр үйлчлэгч орныг потенциал орон гэдэг. Хүндийн хүчний орон, цахилгаан статик орнууд нь потенциал орон байна. Потенциал орны хийх ажил нь траекторын хэлбэрээс хамаарахгүй зөвхөн анхны ба эцсийн байрлалаас хамааран тодорхойлогдоно.

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = A(r_1, r_2) \tag{4.17}$$

Энэхүү ажил нь (4.12) потенциал энергийн өөрчлөлтөөр тодорхойлогдоно. Потенциал орны хүч, потенциал энерги нь хоорондоо харилцан хамааралтай байдаг. Энэхүү хамаарлыг тодорхойлъё. Үүний тулд $d\vec{r}(dx, dy, dz)$ өчүүхэн бага шилжилт хийхэд орны зүгээс хийх ажлыг олъё.

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz \tag{4.18}$$

Нөгөө талаас энэ ажлыг потенциал энергийн өөрчлөлтөөр олбол

$$dA = -dE_{\Pi}(x, y, z) = -\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial x}dx - \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial y}dy - \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial z}dz \tag{4.19}$$

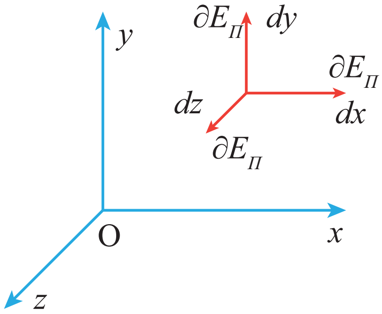
(4.18) ба (4.19) –д зөвхөн x тэнхлэгийн дагууд шилжилт хийсэн гэвэл $dy = dz = 0$ учир ажлуудыг тэнцүүлбэл.

$$F_x = -\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial x} \tag{4.20}$$

Үүний адил F_y, F_z –үүд нь

$$F_y = -\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial z} \tag{4.21}$$

4.5 –д үзүүлснээр $A(x, y, z)$ координаттай цэгт x –ээс $x+dx$, y –ээс $y+dy$, z –ээс $z+dz$ зайд шилжихэд тус бүрд харгалзах потенциал энергийн өөрчлөлтийг координатын дифференциалуудад харьцуулснаар хүчний проекц тодорхойлогдож байна. Өөрөөр хэлбэл 4.20,



Зураг 4.5. Потенциал энергийн дифференциал

4.21 –д байгаа энергийн дифференциалууд нь харгалзах шилжилтүүдээр үүсэх энергийн өөрчлөлтүүд юм.

Потенциал энергиэс координатаар авсан уламжлалуудын сөрөг тэмдэгтэй авсан утгууд хүчний проекцууд болж байна. Хүчийг вектор хэлбэрээр илэрхийлбэл

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial z}\vec{k}\right) \tag{4.22}$$

(4.22 –г оператор хэлбэрээр бичье). Энд координатын уламжлалуудыг набль оператор гэж нэрлэнэ.

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} \tag{4.23}$$

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}E_{\Pi} = -gradE_{\Pi} \tag{4.24}$$

Набль оператор скаляр функцэд үйлчлэхийг функцын градент гэнэ. Градент нь функцын хамгийн их өсөх чиглэлийн дагуух өсөлтын хурдыг тодорхойлсон векторыг тодорхойлдог. Градентын өмнө хасах тэмдэг байгаа нь потенциал орны хүч нь потенциал энерги буурах чиглэлийг илэрхийлнэ.

4.1.3 Энерги хадгалагдах хууль

Энерги хадгалагдах хууль нь байгалийн тулгуур хуулиудын нэг юм. Систем гадны харилцан үйлчлэлээс ангид байвал тусгаарлагдсан систем гэнэ. Тусгаарлагдсан системд системийн бүрэн энерги хадгалагдана.

$$E_{б} = E_{к} + E_{п} = const \tag{4.25}$$

Энерги нь нэг хэлбэрээс нөгөө хэлбэрт өөрчлөгдөх хэдий ч хэмжээний хувьд хадгалагдана. Механик системд кинетик ба потенциал энергиүд нь харилцан шилжиж болдог. Жишээ нь хүндийн хүчний оронд шидэгдсэн биеийн хувьд дурын хоёр байрлалд энерги хадгалагдах хуулийг бичвэл

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 \tag{4.26}$$

Энд кинетик энерги нэмэгдвэл потенциал энерги нь хорогдоно.

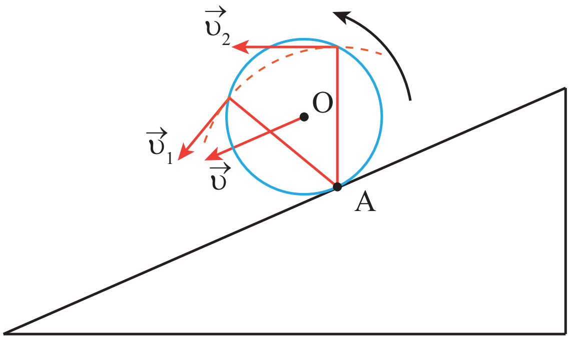
$$\Delta E_K = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = mgh_1 - mgh_2 = -\Delta E_{п}$$

$$\Delta E_K = -\Delta E_{п} \tag{4.27}$$

Үүнийг энерги хадгалагдах ба хувирах хууль гэнэ. Энерги хадгалагдах хууль нь өчүүхэн бага атом, молекул, цөмийн орон зайгаас гараг эрхсийн хөдөлгөөний орон зайд ч биелдэг байна. Жишээ нь гарагууд эллипс траектороор нарыг тойрон эргэхэд наранд ойртоход (4.8) потенциал энерги багасч, кинетик энерги нэмэгдэн хурд нь ихэсдэг. Энерги хадгалагдах хууль болон импульс хадагалагдах хууль нь мөргөлдөөний болон бусад олон механик хөдөлгөөний бодлогуудыг шийдэхэд чухал үүрэг гүйцэтгэдэг.

4.2 Хатуу биеийн эргэлдэх хөдөлгөөний динамик

Хатуу бие нь эргэх ба давших хөдөлгөөн хийнэ. Хөдөлгөөнийг нь тодорхойлохын тулд хатуу биед бэхлэгдсэн нэг цэгийн давших хөдөлгөөн болон түүнтэй харьцангуй эргэх хөдөлгөөнийг тодорхойлох хэрэгтэй. Ингэснээр биеийн бүх цэгийн координатыг хугацааны эгшин бүрд тодорхойлох боломжтой болно. Давших хөдөлгөөнийг нь тодорхойлохоор сонгосон цэгийг туйл гэж нэрлэнэ. Туйлын цэгийг хаана авсанаас хамааран хөдөлгөөний тэгшитгэл нь харилцан адилгүй бичигдэх ба массын төв, эгшин зуурын эргэлтийн тэнхлэг зэрэг онцлог цэгүүдийг авсанаар тэгшитгэл нь хялбар болдог. Жишээлбэл налуугаар гулсахгүй өнхрөх цилиндрийн хөдөлгөөнийг авч үзье. 4.6 –р зурагт үзүүлснээр



Зураг 4.6. Эгшин зуурын эргэлтийн тэнхлэг

цилиндрийн массын төв O цэгийн давших хөдөлгөөн ба эргэх хөдөлгөөний тэгшитгэл бичиж түүний хурдатгалыг тодорхойлох боломжтой ч, тухайн эгшинд үл хөдлөх A цэгийг (эгшин зуурын эргэлтийн тэнхлэг) туйл болгон авбал давших хөдөлгөөн тэг учир зөвхөн A цэгтэй харьцангуй эргэх хөдөлгөөний тэгшитгэл бичиж хөдөлгөөний тодорхойлох болно.

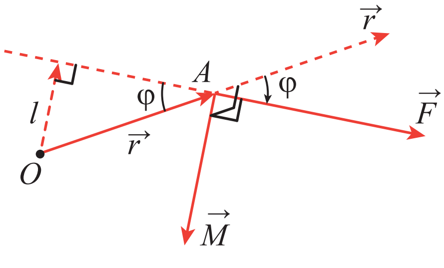
4.2.1 Хүчний момент

Биеийг эргүүлэх үйлчлэлийг хүчний моментоор тодорхойлно. Эргэлтийн тэнхлэгээс татсан радиус векторыг хүчээр вектор үржүүлсэнийг хүчний момент гэнэ.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \tag{4.28}$$

Вектор үржвэрийн дүрмээр хүчний момент нь $\vec{r}$ ба $\vec{F}$ векторүүдэд перпендикуляраар, $\vec{r}$ –ээс $\vec{F}$ хүчний вектор луу эргэх бага өнцгийн хувьд зөв шургийн давших чиглэлд чиглэнэ (4.7 –р зураг).

Векторын байгуулагчид нь өгөгдсөн бол



Зураг 4.7. Хүчний момент

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = (r_yF_z - r_zF_y)\vec{i} + (-1)\cdot(r_xF_z - r_zr_x)\vec{j} + (r_xF_y - r_yF_x)\vec{k} \tag{4.29}$$

Энд $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ –ийн өмнөх үржигдэхүүн нь харгалзан M_x, M_y, M_z хүчний моментийн проекцууд болно. Векторуудын хоорондох өнцөг φ ба хэмжээнүүд өгөгдсөн бол хүчний моментийн модуль нь

$$M = r \cdot F \cdot \sin\varphi \tag{4.30}$$

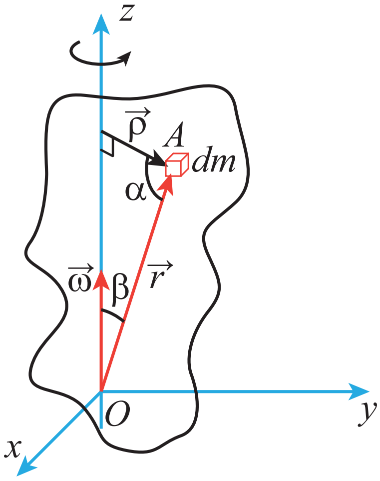
Энд $l = r \cdot \sin\varphi$ нь 4.7 –р зурагт үзүүлснээр A цэгт үйлчилсэн хүчний мөр болно. Нөгөө талаас $F_\perp = F \cdot \sin\varphi$ радиус векторт перпендикуляр проекц учир 4.30 –д $M = r \cdot F_\perp$ болох учир хүчний моментыг радиус векторт перпендикуляр хүч л бий болгоно гэдгийг харуулж байна. Биед үйлчлэгч хүчнүүдээс эргэлтийн тэнхлэгийг дайрах чиглэлд үйлчлэх хүчнүүд нь 4.30 –ээс харахад ($\sin 0^o = 0, \sin 180^o{=}0$ учир) хүчний момент үүсгэхгүй.

4.2.2 Импульсийн момент ба инерцийн момент

Хатуу биеийн эргэх хөдөлгөөний тоо хэмжээг импульсийн моментоор илэрхийлнэ. Материал цэгийн импульсийн момент нь радиус векторын импульсээр үржүүлсэн вектор үржвэр байна.

$$\vec{L} = \vec{r} \times (m \cdot \vec{v}) \tag{4.31}$$

Хатуу биеийн эргэх хөдөлгөөний импульсийн моментыг олохын тулд эхлээд жижиг хэсгүүдэд хуваaж, жижиг хэсэг бүрийн импульсийн моментыг тодорхойлно (4.8 –р зураг). z тэнхлэгийг тойрон $\vec{\omega}$ өнцөг хурдтай эргэх хатуу биеийн хувьд импульсийн моментыг тодорхойлбол



Зураг 4.8. Хатуу биеийн инерцийн момент

$$\vec{L} = \int_m \vec{\rho} \times dm\vec{v} \tag{4.32}$$

энд $\vec{\rho}$ нь z эргэлтийн тэнхлэгээс татсан вектор. Хатуу биеийн A цэгт байрлах dm масстай цэгийн хурдыг өнцөг хурдаар нь илэрхийлж $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, $\quad \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a}\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\vec{b})\vec{c}$ вектор үржвэрүүдийн задаргааг ашиглавал

$$\vec{L} = \int_m \vec{\rho} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})dm = \int_m (\vec{\rho} \cdot \vec{r}) \cdot \vec{\omega} dm - \int_m (\vec{\rho} \cdot \vec{\omega})\vec{r} dm$$

$\vec{\omega}$ ба $\vec{\rho}$ векторууд перпендикуляр учир $\vec{\rho} \cdot \vec{\omega} = 0$ болно. $\vec{\rho} \cdot \vec{r} = \rho \cdot r \cos\alpha = \rho^2$ болохыг ашиглавал

$$\vec{L} = \left(\int_m \rho^2 dm \right) \cdot \vec{\omega} \tag{4.33}$$

энд эргэлтийн тэнхлэг хүртэлх зайн квадратыг массаар үржүүлсэн интералыг тэнхлэгтэй харьцуулсан инерцийн момент гэнэ.

$$I = \int \rho^2 dm \tag{4.34}$$

энд I инерцийн момент, ρ тэнхлэг хүртэлх зай. Инерцийн момент нь хатуу биеийн хэлбэр хэмжээнээс хамааран тодорхойлогдох биеийн эргэх хөдөлгөөний инерцэт шинж чанарыг илэрхийлнэ.

4.2.3 Импульсийн момент хадгалагдах хууль

Огторгуйн изотроп шинж чанартай. Өөрөөр хэлбэл огторгуйн бүх чиглэл ижилхэн учир огторгуйн ямар чиглэлд эргэлтийн чиглэл байгаагаас эргэх хөдөлгөөнд ялгаатай шинж чанар үүсэхгүй. Энэ шинж чанарын үр дүн нь огторгуйд чөлөөтэй эргэлдэх бие эргэлтийн чиглэл болон хэмжээгээ өөрчлөх шалтгаан байхгүй тул биеийн импульсийн момент хадгалагдана.

Иймд системд гаднаас эргүүлэх үйлчлэл үзүүлээгүй буюу хүчний момент нь $\vec{M} = 0$ үед системийн импульсийн момент хадгалагдана.

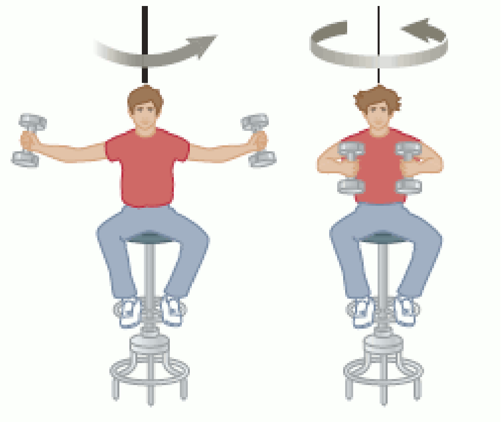
$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = const \tag{4.35}$$

Үүнийг импульсийн момент хадгалагдах хууль гэнэ. Импульсийн момент хадгалагдах хуулиар системийн доторхи харилцан үйлчлэл, системийн хэлбэрийн өөрчлөлтөөр инерцийн момент нь өөрчлөгдсөн ч системийн нийт импульсийн момент хугацааны хувьд хадгалагдсаар байна. Одоо инерцийн моментийн өөрчлөлтийн үед импульсийн момент хадгалагдах хуулийг авч үзье.

$$\vec{L} = I_1\vec{\omega}_1 = I_2\vec{\omega}_2 \tag{4.36}$$

Биеийн инерцийн момент I_1 байснаа I_2 болон багасвал 4.36 – өөс үржвэр хадгалагдахын тулд өнцөг хурд нь $\vec{\omega}_1$ байснаа $\vec{\omega}_2$ болж хэмжээ нь ихсэх ба чиглэлээ хадгална.

Энэ шинж чанарыг батлан харуулахын тулд туршилтыг Жуковскийн сандал дээр үзүүлж болно (4.9 –р зураг).



Зураг 4.9. Жуковскийн сандал

Босоо тэнхлэгийг тойрон чөлөөтэй эргэлдэгч сандал дээр туршигч гараа алдлан эргэж байгаад гараа биерүүгээ ойртуулахад системийн импульсийн момент багасан эргэх хурд нь ихэсдэг. Ийм үзэгдэл бидний эргэн тойронд үргэлж ажиглагдаж байдаг. Жишээ нь балетчид, уран гулгагчид, биеийнхээ инерцийн моментыг гар, хөлийнхөө байрлалыг өөрчлөн удаан эсвэл хурдан эргэж эргэлтийн өнцөг хурдаа өөрчилж чаддаг (4.10a –р зураг).

Хөнгөн атлетикийн тамирчид агаарт эргэлт хийхдээ (сальт эргэх) газарт буухаас өмнө эргэж амжихын тулд агаарт байхдаа биеэ хумьж хурдан эргэлт хийн газарддаг байна (4.10b –р зураг). Системийн инерцийн момент хадгалагдах хууль нь техник технологийн шийдэлд чухал үүрэг гүйцэтгэнэ. Онгоцны хос сэнс эсрэг эргэж, нисдэг тэрэг сүүлэндээ байрлуулсан сэнсээр импульсийн момент хадгалагдах хуулиар онгоцны их бие эргэлдэхээс хамгаалдаг. Орчин үед нисэх төхөөрөмжүүдийг зохион бүтээж, зураг авах,

a) b)

Зураг 4.10. Эргэх хөдөлгөөний үед инерцийн моментийн өөрчлөлт

хайгуул хийх, ачаа зөөвөрлөхөд ашиглах болсон. Нисэх төхөөрөмжинд $4, 6, 8$ гэх мэт тэгш тооны сэнс хийдэг нь тэдгээрийн эргэлтийн чиглэлүүдийг эсрэг хийснээр төхөөрөмжийн импульсийн моментийн нийлбэр тэг байх нөхцөлийг хялбар хангадаг байна. Эргэлтийн тэнхлэг нь чиглэлээ өөрчлөх боломжтой, эргэлтийн тэнхлэгээ тойрон хурдтай эргэх хатуу бие бүхий төхөөрөмжийг гироскоп (ээрүүл) гэнэ.

Гироскопийн эргэлдэгч биеийг хурдтай эргүүлэн орхивол эргэлтийн чиглэлээ хадгалан эргэлдсээр байх болно. Гироскопийн тусламжтай автомат төхөөрөмжүүд чиглэлээ тооцоолон явах боломжтой болдог (4.11 –р зураг). Гироскопийн тусламжтайгаар дэлхийн хоногийн эргэлт, бүтэн жилийн туршид дэлхийн эргэлтийн инерцийн моментийн өөрчлөлтийг маш нарийн тодорхойлох төхөөрөмжийг геодезийн судалгаанд ашигладаг байна.

Зураг 4.11. Гироскоп