

Семинар 2

Матриц, Тодорхойлогч, Урвуу матриц, Матрицын ранг

1. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$,
 $D = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, $E = [4 \ 2]$, $F = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ матрицуудын хувьд
 дараах үйлдлүүд тодорхойлогдох эсэхийг шалгаж,
 үйлдэл тодорхойлогдох бол үйлдлийг гүйцэтгэ.

- a. $A + 2D$ b. $3D - 2A$ c. $B - C^T$
 d. AB e. BD f. $D + BC$
 g. $B^T B$ h. $E(AF)$ i. $F(DF)$
 j. FE k. EF l. $B^T C^T - (CB)^T$
 m. $DA - AD$ n. A^3 o. $(I_2 - D)^2$

2. Хэрэв

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

матрицуудын хувьд дараах өгөгдсөн тэгшитгэлийг хангах X матрицыг ол.

- a. $X - 2A + 3B = O$ b. $2X = A - B$
 c. $2(A + 2B) = 3X$ d. $2(A - B + X) = 3(X - A)$

3. Дараах тэнцэтгэлийг хангах a, b, c, d тоонуудыг ол.

$$\begin{aligned} \text{a. } & \begin{bmatrix} a-1 & 2 \\ b & c+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2d \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \\ \text{b. } & \begin{bmatrix} d & a-1 \\ b+2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 2b & c \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

4. Өгөгдсөн $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ матрицын хувьд A^2, A^3, \dots, A^7 ол.
 Мөн A^{2001} ямар байх вэ?

5. Хэрэв $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ бол $A^2 = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix}$
 $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & -\sin n\theta \\ \sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$ болохыг тус тус батал.

6. Дараах матрицуудыг шаталсан хэлбэрт шилжүүл.

$$\begin{aligned}
 a. & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & b. & \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} & c. & \begin{bmatrix} 2 & -4 & -2 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 6 \end{bmatrix} \\
 d. & \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} & e. & \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 4 & -3 & -1 \end{bmatrix} & f. & \begin{bmatrix} -2 & -4 & 7 \\ -3 & -6 & 10 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} \\
 g. & \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{bmatrix} & h. & \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 5 & -3 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \\
 i. & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} & j. & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

7. Дараах тодорхойлогчуудыг ол.

$$\begin{aligned}
 a. & \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} & b. & \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 6 \end{vmatrix} & c. & \begin{vmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 6 & -1 & 6 \end{vmatrix} \\
 d. & \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 22 & 33 \\ 101 & 205 & 308 \end{vmatrix} & e. & \begin{vmatrix} 20 & 30 & 40 \\ 81 & 125 & 169 \\ 18 & 28 & 38 \end{vmatrix} & f. & \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

8. Тодорхойлогчийн чанар ашиглан ол.

$$\begin{aligned}
 a. & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} & b. & \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} & c. & \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} \\
 g. & \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} & h. & \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\
 o. & \begin{vmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{vmatrix} & p. & \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\
 q. & \begin{vmatrix} a+b & b+c & c+d \\ a & c & d \\ b & b & c \end{vmatrix} & r. & \begin{vmatrix} x & y & z \\ x-y & -y+z & x-z \\ z-x & x-y & z-y \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

9. Хэрэв $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 4$ бол дараах тодорхойлогчуудыг ол.

$$\begin{array}{ll}
a. \begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} & b. \begin{vmatrix} 3a & -b & c \\ 3d & -e & f \\ 3g & -h & i \end{vmatrix} \\
c. \begin{vmatrix} a+g & b+h & c+i \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} & d. \begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ g & h & i \end{vmatrix} \\
e. \begin{vmatrix} a & b & c \\ 2d-3g & 2e-3h & 2f-3i \\ g & h & i \end{vmatrix} & f. \begin{vmatrix} 2c & b & a \\ 2f & e & d \\ 2i & h & g \end{vmatrix}
\end{array}$$

10. Урвуу матрицыг ол.

$$\begin{array}{lll}
a. \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} & b. \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} & c. \begin{bmatrix} -1.5 & -4.2 \\ 0.5 & 2.4 \end{bmatrix} \\
d. \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & e. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & f. \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\
g. \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} & h. \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} & i. \begin{bmatrix} 0 & a & 0 \\ b & 0 & c \\ 0 & d & 0 \end{bmatrix}
\end{array}$$

11. Өгөгдсөн A, B, C, D матрицуудын хувьд дараах тэгшитгэлүүдийг бод.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \\
C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -3 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{lll}
a. \quad XA = B & b. \quad XB = A & c. \quad XA = C \\
d. \quad XC = A & e. \quad XC = D & f. \quad XD = C
\end{array}$$

12. Дараах матрицуудын рангийг ол.

$$\begin{array}{ll}
a. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & b. \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix} \\
c. \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} & d. \quad D = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 4 \end{bmatrix}
\end{array}$$