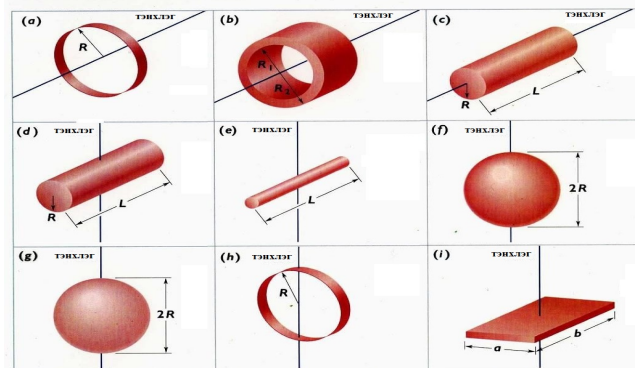


# СЕМИНАРЫН БОДЛОГО 16

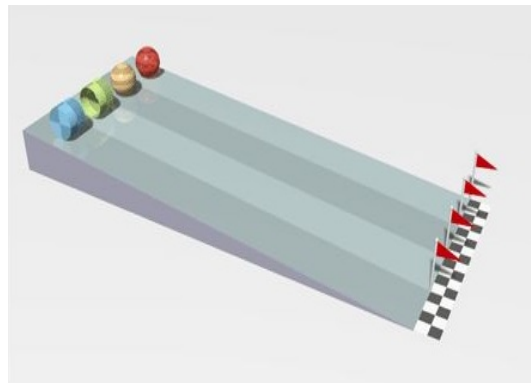
## Муруйн масс болон хүндийн төв.

1.  $y = x^2, 0 \leq x \leq 3$  муруйн дагуу байрласан  $\rho(x, y) = x$  нягттай утасны массыг ол.
2.  $y = 4 - x^2, 0 \leq x \leq 2$  муруйн дагуу байрласан  $\rho(x, y) = xy$  нягттай утасны массыг ол.
3.  $y = x^2, 0 \leq x \leq 3$  муруйн дагуу байрласан  $\rho(x, y) = x$  нягттай утасны хүндийн төвийг ол. Уг төв утсан дээрээ байрлах уу?
4.  $y = 4 - x^2, 0 \leq x \leq 2$  муруйн дагуу байрласан  $\rho(x, y) = xy$  нягттай утасны хүндийн төвийг ол. Уг төв утсан дээрээ байрлах уу?
5.  $y = x^2, 0 \leq x \leq 3$  муруйн дагуу байрласан  $\rho(x, y) = x$  нягттай утасны  $Oy$ -тэнхлэгтэй харьцуулсан инерцийн моментыг ол.
6.  $y = 4 - x^2, 0 \leq x \leq 2$  муруйн дагуу байрласан  $\rho(x, y) = xy$  нягттай утасны  $Ox$ -тэнхлэгтэй харьцуулсан инерцийн моментыг ол.
7.  $y = x^2, 0 \leq x \leq 3$  муруйн дагуу байрласан  $\rho(x, y) = x$  нягттай утасны  $y = 9$  шулуунтай харьцуулсан инерцийн моментыг ол.
8.  $y = 4 - x^2, 0 \leq x \leq 2$  муруйн дагуу байрласан  $\rho(x, y) = xy$  нягттай утасны  $x = 2$  шулуунтай харьцуулсан инерцийн моментыг ол.
9.  $x = \cos 2t, y = \sin 2t, z = t, 0 \leq t \leq \pi$  муруйн дагуу байрласан  $\rho(x, y) = z^2$  нягттай утасны массыг ол.
10.  $x = \cos 2t, y = \sin 2t, z = t, 0 \leq t \leq \pi$  муруйн дагуу байрласан  $\rho(x, y) = x^2$  нягттай утасны массыг ол.

## Дулаан ба инерцийн момент.



1.  $T(x, y)$  температурын функц ба  $\int_C (-k \nabla T) \cdot \mathbf{n} ds$  интеграл нь  $C$  муруйн дагуу дулааны алдагдлын хэмжээг өгнө. Тэгвэл  $T(x, y) = 60e^{y/50}$  болон  $C$  нь  $x = -20, x = 20, y = -5$  ба  $y = 5$  тэгш өнцөгт бол дулаан алдагдлын хэмжээг тооцоол.
2. Дээрх зурагт үзүүлсэн дүрсүүдийн өгөгдсөн тэнхлэгтэй харьцуулсан инерцийн моментуудыг ол.
3. Доорх зурагт үзүүлсэн цул хөх цилиндр ба ногоон цилиндр гадаргуун нь ижил  $R$  радиус  $2R$  өндөртэй, харин шар бөмбөлөг (цул) болон улаан бөмбөрцөг нь хоёул  $R$  радиустай болно. Хэрэв бүх биеийн масс ижил бол тодорхой өнцгийн налууугаас аль бие нь түрүүлж буух вэ?



## Битүү муруйгаар үүссэн дүрсийн талбай ба хүндийн төв.

1.  $4x^2 + y^2 = 16$  эллипсийн талбайг ол.

2.  $4x^2 + y^2 = 4$  эллипсийн талбайг ол.
3.  $y = x^2$  ба  $y = 4$  мурийнуудаар үүссэн дүрсийн талбайг ол.
4.  $y = x^2$  ба  $y = 2x$  мурийнуудаар үүссэн дүрсийн талбайг ол.
5.  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$  муруйгаар үүсэх дүрсийн талбайг ол.
6.  $x^{\frac{2}{5}} + y^{\frac{2}{5}} = 1$  муруйгаар үүсэх дүрсийн талбайг ол.
7. Нэгэн төрлийн масстай битүү  $C$  муруйгаар хүрээлэгдсэн дүрсийн хүндийн төв  $\bar{x} = \frac{1}{2A} \oint_C x^2 dy$  болон  $\bar{y} = \frac{1}{2A} \oint_C y^2 dx$  болохыг үзүүл, энд  $A$  нь дүрсийн талбай.
8. Дээрх бодлогын үр дүнг ашиглан  $x^{\frac{2}{5}} + y^{\frac{2}{5}} = 1$  муруйгаар үүсэх дүрсийн хүндийн төвийг ол, нягтыг тогтмол гэж үзнэ.
9. 7 бодлогын үр дүнг ашиглан  $\langle t^3 - t, 1 - t^2 \rangle$ ,  $0 \leq t \leq 1$  параметрт муруйгаар үүсэх дүрсийн хүндийн төвийг ол, нягтыг тогтмол гэж үзнэ.