Лекц 15

ЦАХИЛГААН

15.1 Тогтмол цахилгаан гүйдэл

Дамжуулагч дотор цахилгаан орон үүсгэвэл чөлөөт цэнэг зөөгчид нь эмх цэгцтэй хөдөлгөөнд орно. Хэрэв дамжуулагч дотор эерэг чөлөөт цэнэг зөөгч байвал тэдгээр нь цахилгаан орны дагуу, харин сөрөг цэнэг зөөгч байвал цахилгаан орны хүчлэгийн эсрэг зүгт хөдөлнө. Цэнэгүүдийн эмх цэгцтэй хөдөлгөөнийг *цахилгаан гүйдэл* гэж нэрлэнэ. Цахилгаан гүйдлийг *гүйдлийн хүч* хэмээх скаляр хэмжигдэхүүнээр хэмжинэ. Гүйдлийн хүч нь дамжуулагчийн хөндлөн огтлолоор нэгж хугацаанд урсан өнгөрөх цэнэгийн хэмжээтэй тэнцүү.

dt хугацаанд dq хэмжээний цэнэг дамжуулагчийн хөндлөн огтлолоор урсан өнгөрсөн байвал гүйдлийн хүч нь:

$$I = \frac{dq}{dt} \tag{15.1}$$

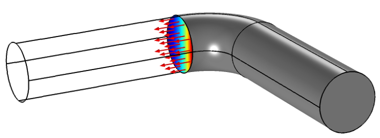
Хэрэв дамжуулагч дотор эерэг болон сөрөг цэнэг зөөгчийн аль аль нь байвал гүйдлийн хүч нь

$$I = \frac{dq^+}{dt} + \frac{dq^-}{dt}$$

гэж бичигдэнэ. Харин эерэг цэнэгийн хөдөлгөөний чиглэлээр гүйдлийн чиглэлийг тодорхойлно. Дамжуулагч нь зөвхөн сөрөг цэнэг зөөгчтэй байвал гүйдлийн чиглэл нь түүний хөдөлгөөний эсрэг зүгт байна.

Хэдийгээр гадны цахилгаан орон байхгүй байсан ч гэсэн чөлөөт цэнэг зөөгчид нь дулааны хөдөлгөөнтэй байна. Цахилгаан орон байхгүй тохиолдолд дамжуулагчийн хөндлөн огтлолоор баруун болон зүүн зүгт өнгөрч байгаа цэнэг зөөгчдийн тоо нь тэнцүү тул дулааны хөдөлгөөний улмаас гүйдэл гүйдэггүй.

Гүйдэлтэй дамжуулагчийн хөндлөн огтлолын хэсэг бүрээр өнгөрч байгаа цэнэг зөөгчдийн тоо нь ялгаатай байж болно. Дамжуулагчийн хөндлөн огтлолын тухайн хэсгээр цэнэг зөөгч хэр зэрэг нягтралтай өнгөрч байгааг илэрхийлэхийн тулд *гүйдлийн нягт* хэмээх вектор хэмжигдэхүүнийг хэрэглэдэг.



Зураг 15.1. Нугалсан дамжуулагчийн хөндлөн огтлолоор өнгөрөх гүйдэл. Нугалаасны дотор талаар өнгөрөх гүйдлийн нягт хамгийн их байна.

Цэнэг зөөгчийн хөдөлгөөнд перпендикуляр байрлах $dS_\perp$ талбайтай хэсгээр dI хэмжээний гүйдэл гүйж байгаа бол тухайн хэсэг дэх гүйдлийн нягт нь

$$j = \frac{dI}{dS_\perp} \tag{15.2}$$

байна.

$\vec{j}$ векторын чиглэл нь эерэг цэнэгийн хурдны вектор $\vec{u}^+$–тэй ижил байна. Гүйдлийн нягтын векторын орныг гүйдлийн шугамаар дүрсэлдэг. Энэ нь хий ба шингэний урсгалын шугамтай ижил ойлголт юм. Хэрэв гүйдлийн нягтын вектор мэдэгдэж байвал хөндлөн огтлолын талбайгаар интегралчлан гүйдлийн хүчийг олж болно:

$$I = \int_s \vec{j}d\vec{S} \tag{15.3}$$

Энд $d\vec{S}$–ийн нь талбайн нормалийн чиглэлийг заана.

Дамжуулагчийн нэгж эзлэхүүнд n^+ тооны эерэг, n^- тооны сөрөг цэнэг зөөгч байна гэе. Цэнэг зөөгчдийн цэнэг нь харгалзан e^+, e^- бөгөөд цахилгаан орны нөлөөгөөр u^+ ба u^- хурдтай хөдөлж байвал гүйдлийн нягт нь

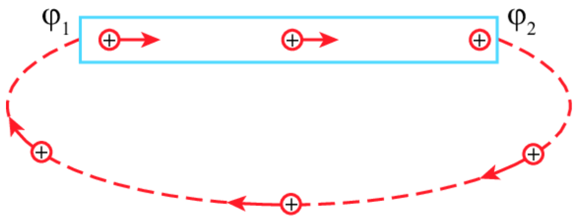
$$j = e^+n^+u^+ + e^-n^-u^- \tag{15.4}$$

гэж илэрхийлэгдэнэ.

Хэрэв гүйдлийн хүч хугацааны явцад өөрчлөгдөхгүй байвал тогтмол гүйдэл гэдэг. СИ системд гүйдлийн хүчийг ампер [А] нэгжээр хэмждэг. Хэрэв дамжуулагчийн хөндлөн огтлолоор 1с хугацаанд 1Кл цэнэг урсан өнгөрч байвал гүйдлийн хүч нь 1А байна.

15.1.1 Цахилгаан хөдөлгөгч хүч

Хэрэв дамжуулагч дотор цахилгаан орон үүсгээд түүнийг байнга барьж байх ямар нэгэн арга хэмжээ авахгүй бол цэнэг зөөгчдийн шилжилтийн улмаас маш богино хугацааны дотор цахилгаан орон нь үгүй болж гүйдэлгүй болно. Дамжуулагч доторх эерэг цэнэг зөөгчийн хөдөлгөөнийг авч үзье. Эерэг цэнэг зөөгч нь их потенциалтай цэгээс бага потенциалтай цэг рүү шилжинэ. Цахилгаан гүйдлийг хангалттай хугацаанд барьж байхын тулд цэнэг зөөгчийг бага потенциалтай хэсгээс их потенциалтай хэсэг рүү тасралтгүй шилжүүлж байх хэрэгтэй. Өөрөөр хэлбэл цэнэг зөөгчдийг хүрээний дагуу тасралтгүй шилжүүлж байх хэрэгтэй. 15.2–р зургийг харна уу.



Зураг 15.2. Битүү хүрээн дэх цэнэгийн хөдөлгөөн

Цахилгаан статик орны хүчлэгийн векторын хуйлрал нь тэгтэй тэнцүү байдаг. **??** томьёог харна уу. Иймээс гүйдэлтэй битүү цэнэг зөөгч бага потенциалтай цэгээс их потенциалтай цэг рүү шилжих хэсэг заавал байх шаардлагатай. 15.2–р зурагт энэ хэсгийг тасархай шугамаар зуржээ. Энэ хэсэгт цэнэгийг шилжүүлэхийн тулд цахилгаан статик биш гаралтай хүчийг ашиглах шаардлагатай. Ийм хүчийг *гадны хүч* гэдэг. Битүү хүрээнд цахилгаан гүйдлийг үргэлжлүүлэн барьж байхын тулд хүрээнд бүхлээр нь, эсвэл хүрээний аль нэг хэсэгт гадны хүч байх хэрэгтэй юм. Гадны хүч нь химийн, дулааны, цахилгаан соронзонгийн г.м. процессын дүнд үүсэж болно.

Гадны хүч нь хүрээгээр цэнэг тойруулах ажлаар тодорхойлогдоно. Нэгж эерэг цэнэгийг хэлхээний нэг хэсгээс нөгөө хэсэгт, эсвэл хэлхээгээр бүрэн тойруулахад гадны хүчээр хийгдэх ажлаар тодорхойлогдох хэмжигдэхүүнийг хэлхээний тухайн хэсэгт, эсвэл хэлхээнд үйлчлэх *цахилгаан хөдөлгөгч хүч* (ЦХХ) гэнэ. ЦХХ–г ихэвчлэн $\mathscr{E}$–р тэмдэглэдэг.

Хэрэв гадны хүч q цэнэгийг шилжүүлэхэд A ажил хийсэн бол ЦХХ нь дээрх тодорхойлолт ёсоор:

$$\mathscr{E} = \frac{A}{q} \tag{15.5}$$

15.5 болон **??** томьёонуудыг харвал ЦХХ ба потенциал нь ижил нэгжтэй болох нь харагдаж байна.

q цэнэгт үйлчлэх гадны хүчийг

$$\vec{f}_{\text{г}} = \vec{E}^* q$$

гэж бичиж болно. Энд байгаа $\vec{E}^*$ нь гадны хүчний хүчлэг юм.

Гадны хүч q цэнэгийг хэлхээгээр бүрэн тойруулахад хийх ажил нь

$$A = \oint \vec{f}_{\text{г}} dl = q \oint \vec{E}^* d\vec{l}$$

болно. Ажлыг цэнэгт харьцуулахад хэлхээнд үйлчлэх ЦХХ олдоно:

$$\mathscr{E} = \oint \vec{E}^* d\vec{l} \tag{15.6}$$

Сүүлийн томьёог харвал битүү хэлхээний ЦХХ нь гадны хүчний хүчлэгийн векторын хуйлрал мэт бичигдэж байна. Харин хэлхээний 1–2 хэсэгт үйлчлэх цахилгаан хөдөлгөгч хүчний хийх ажил нь

$$A = \oint_1^2 \vec{E}^* d\vec{l} \tag{15.7}$$

Цэнэгт гадны хүчнээс гадна цахилгаан статик хүч $\vec{f}_c = q\vec{E}$ үйлчилнэ. Иймээс q цэнэгт үйлчлэх нийт хүч нь

$$\vec{f} = \vec{f}_{\text{г}} + \vec{f}_c = q(\vec{E}^* + \vec{E})$$

Ингэвэл 1–2 хэсэгт хийгдэх ажил нь

$$A_{12} = q\int_1^2 \vec{E}^* dl + q\int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = q\mathscr{E}_{12} + q(\varphi_1 - \varphi_2) \tag{15.8}$$

Харин битүү хүрээний хувьд $A = q\mathscr{E}$ байна. Хэлхээний 1–2 хэсэгт нэгж эерэг цэнэгийг шилжүүлэхэд зарцуулсан гадны хүч болон цахилгаан статик хүчний хийсэн нийлбэр ажлаар тодорхойлогдох хэмжигдэхүүнийг хэлхээн 1–2 хэсэгт унах хүчдэл гэдэг.

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathscr{E}_{12} \tag{15.9}$$

Хэрэв гадны хүч байхгүй бол $U = \varphi_1 - \varphi_2$ байна.

15.2 Омын хууль, түүний дифференциал хэлбэр

Нэгэн төрлийн (гадныг хүч байхгүй) металл дамжуулагчаар гүйх гүйдэл нь түүнд өгсөн хүчдэлтэй шууд хамааралтай болохыг Германы эрдэмтэн Георг Ом туршилтаар баталжээ.

Зураг 15.3. Германы физикч, математикч Георг Ом. (1879 оны 3–р сарын 16–нд Германы Бавари мужид төржээ.)

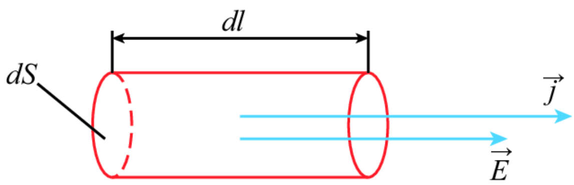
$$I = \frac{U}{R} \tag{15.10}$$

Гадныг хүч байхгүй тул $U = \varphi_1 - \varphi_2$ гэж болно. R хэмжигдэхүүнийг дамжуулагчийн *цахилгаан эсэргүүцэл* гэдэг. Эсэргүүцлийг СИ системд Ом гэдэг нэгжээр хэмжинэ. Хэрэв дамжуулагчийн хоёр төгсгөлд 1В хүчдэл өгөхөд түүгээр 1А гүйдэл гүйж байвал тухайн дамжуулагчийн эсэргүүцэл нь 1Ом байна.

Дамжуулагчийн эсэргүүцэл нь түүний хэлбэр хэмжээ, материалынх нь шинж чанараас хамаарна. Нэгэн төрлийн, цилиндр хэлбэртэй дамжуулагчийн хувьд эсэргүүцэл нь:

$$R = \rho\frac{l}{S} \tag{15.11}$$

Энд l нь дамжуулагчийн урт, S нь хөндлөн огтлолын талбай, ρ нь *хувийн эсэргүүцэл* бөгөөд дамжуулагчийн шинж чанараас хамаарна. СИ системд хувийн эсэргүүцлийг Ом·метр нэгжээр хэмжинэ.



Зураг 15.4. dl урттай, dS хөндлөн огтлолын талбайтай цилиндр. Цилиндрийн тэнхлэг нь дамжуулагчийн тухайн цэг дахь цахилгаан орны хүчлэгтэй ижил чиглэлтэй байна.

Омын хуулийг дифференциал хэлбэртэй бичиж болдог. Дамжуулагчийн дотор талд dl урттай, dS хөндлөн огтлолын талбайтай өчүүхэн цилиндр хэлбэртэй хэсгийг санаандаа авч үзье. Цилиндрийн тэнхлэг нь гүйдлийн нягтын вектортой ижил чиглэлтэй байхаар авна. Энэ цилиндрийн хөндлөн огтлолоор jdS гүйдэл гүйнэ. Цилиндрийн хоёр талын потенциалын зөрүү буюу хүчдэл нь Edl байна. Энд буй E нь тухайн цэг дахь цахилгаан орны хүчлэг. 15.11 томьёо ёсоор цилиндрийн эсэргүүцэл нь $\rho\frac{dl}{dS}$ болно. Үүнийг 15.10 томьёонд орлуулан тавивал:

$$jdS = \frac{dS}{\rho dl} \cdot Edl$$

Цэнэг зөөгч нь ямагт $\vec{E}$–ийн дагуу хөдлөх учир $\vec{j}$ ба $\vec{E}$ нь ижил чиглэлтэй байна. Иймээс

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \sigma\vec{E} \tag{15.12}$$

$\sigma = 1/\rho$ хэмжигдэхүүнийг хувийн дамжуулалт гэдэг.

15.12 илэрхийллийг Омын хуулийн дифференциал хэлбэр гэдэг.

15.3 Бүрэн хэлхээний Омын хууль

15.10 хэлбэрээр бичсэн Омын хууль нь хэлхээний нэгэн төрөл хэсэг буюу гадны ЦХХ үйлчлээгүй хэсэгт тохирно[1]. Хэлхээний нэгэн төрөл бус хэсэг буюу ЦХХ оролцсон хэсэгт Омын хуулийг [2] бичихийн тулд энерги хадгалагдах хуулийг ашиглая. 15.5–р зурагт үзүүлсэн хэлхээний хэсэг дээр $\varphi_1 - \varphi_2$ потенциалын ялгавартай байг.

Зураг 15.5. Дамжуулагчын хэсэг

Энэ хэсэгт үйлчлэх гадны ЦХХ–г $\mathscr{E}_{12}$ гэе. Гүйдэл 15.5–р зурагт сумаар үзүүлсэн чигт гүйнэ. Гүйдэл сумын дагуу гүйж байвал эерэгээр, харин эсрэг зүгт гүйж байвал сөргөөр авна. Хэрэв ЦХХ сумаар заасан чигт цэнэг зөөгчдийг хөдөлгөхөөр байвал эерэгээр, эсрэг чигт бол сөргөөр тооцно. Хэрэв дамжуулагчийг хөдлөхөөргүй бэхэлсэн байвал энерги зөвхөн дулаан болж гадагшилна. Иймээс гадны болон Кулоны хүчний хийсэн бүх ажил зөвхөн дулаан болж хувирна.

dt хугацаанд дамжуулагчаар $dq = Idt$ хэмжээний цэнэг урсан өнгөрнө. 15.8 ёсоор цэнэг зөөхөд хийсэн ажил нь

$$dA = \mathscr{E}_{12}dq + (\varphi_1 - \varphi_2)dq$$

dt хугацаанд ялгарах дулаан

$$dQ = I^2Rdt = IR(Idt) = IRdq$$

Сүүлийн хоёр илэрхийллийг тэнцүүлээд dq–д хуваахад

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathscr{E}_{12} \tag{15.13}$$

буюу

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathscr{E}_{12}}{R} \tag{15.14}$$

Үүнийг бүрэн хэлхээний Омын хууль гэнэ.

[1] Хэлхээний хэсгийн Омын хууль гэж нэрлэдэг.

[2] Бүрэн хэлхээний Омын хууль гэдэг.

15.3.1 Салаалсан хэлхээ. Крихгофын дүрэм

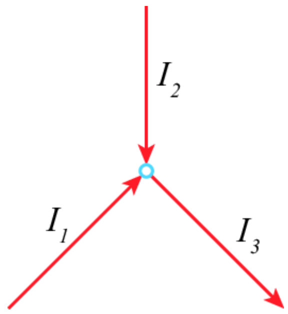
Олон хэсгээс бүтсэн нийлмэл хэлхээний тооцоог хялбарчлахын тулд Крихгофын дүрмийг хэрэглэдэг. Крихгофын дүрэм нь хоёр хэсэгтэй. Эхний дүрэм нь хэлхээний зангилаанд хамаарна. Хоёроос олон тооны дамжуулагчийн уулзварыг зангилаа гэнэ. 15.6–р зургийг харна уу. Хоёрдугаар дүрэм нь хэлхээнд буй битүү хүрээнүүдэд хамаарна.

Крихгофын нэгдүгээр дүрэм

Зангилаан дээрх гүйдлүүдийн алгебр нийлбэр тэгтэй тэнцүү.

$$\sum I_k = 0 \tag{15.15}$$

Хэрэв зангилаан дээрх гүйдлүүдийн алгебр нийлбэр тэгээс ялгаатай байсан бол түүн дээр цэнэг хуримтлагдаж, зангилааны потенциал өөрчлөгдөх билээ.



Зураг 15.6. Хэлхээний зангилаа. (Хоёроос дээш тооны дамжуулагчийн уулзварыг зангилаа гэнэ)

Крихгофын хоёрдугаар дүрэм

Битүү хүрээний салаа тус бүр дахь гүйдлийг эсэргүүцлүүдээр үржүүлсэн үржвэрүүдийн нийлбэр нь энэ хүрээн дахь ЦХХ-ний алгебр нийлбэртэй тэнцүү байна.

$$\sum I_k R_k = \sum \mathscr{E}_k \tag{15.16}$$

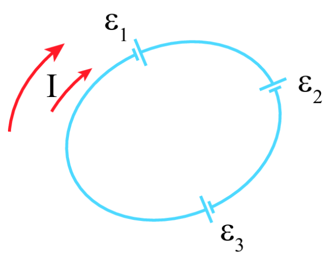
15.7–р зурагт үзүүлсэн хүрээгээр гүйдэл хаашаа гүйх нь тодорхойгүй байна. Энэ хүрээний хувьд хоёрдугаар дүрмийг хэрэглэе. Эхлээд хүрээг тойрох чиглэлийг сонгож авах хэрэгтэй. Бид цагийн зүүний дагуу тойръё. Ингэж тойроход гүйдэл үүсгэгчийн сөрөг туйл эхэлж тааралдвал ЦХХ-г нь эерэгээр, эерэг туйл эхэлж тааралдвал ЦХХ–г нь сөрөг тэмдэгтэйгээр авъя. Зурагт үзүүлсэн жишээнд энэ зарчмаа баривал:

$$I(R + r_1 + r_2 + r_3) = \mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3$$

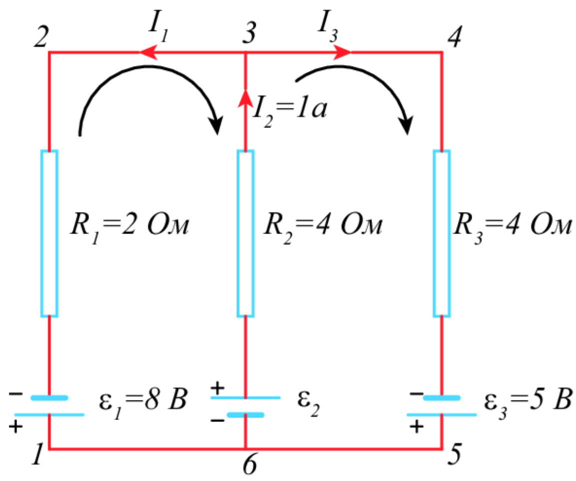
Одоо дээрх хоёр дүрмийг тодорхой жишээн дээр хэрэглэж үзье. 15.8–р зурагт үзүүлсэн хэлхээг авч үзье.

Хэлхээ нь

1. 1–2–3–6–1
2. 3–4–5–6–3
3. 1–2–3–4–5–6–1



Зураг 15.7. Хэд хэдэн гүйдэл үүсгэгч бүхий битүү хүрээ.



Зураг 15.8. Хэд хэдэн битүү хүрээнээс бүрдэх нийлмэл бүтэцтэй хэлхээ.

гэсэн гурван битүү хүрээ, (3) ба (6) гэсэн хоёр зангилаатай байна. Зангилаа бүрийн хувьд Крихгофын нэгдүгээр дүрмийг бичье.

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0 \qquad (3)$$

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0 \qquad (6)$$

$$I_1R_1 - I_2R_2 = -\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2$$

$$I_3R_3 + I_2R_2 = \mathscr{E}_3 - \mathscr{E}_2$$

$$-I_1R_1 + I_3R_3 = \mathscr{E}_3 - \mathscr{E}_1$$

Энэ тэгшитгэлийг бодож гүйдлийн хүчийг олно.

15.4 Жоуль-Ленцийн хууль

Дамжуулагчаар гүйдэл гүйхэд халдаг. Энэ үзэгдлийг Жоуль болон Ленц нар тус тусдаа судлан, дамжуулагч дээр ялгарч байгаа дулаан нь түүний эсэргүүцэл, түүгээр гүйх гүйдлийн квадрат, гүйдэл гүйлгэсэн хугацаатай шууд хамааралтай болохыг туршилтаар олж тогтоожээ.

$$Q = RI^2t \tag{15.17}$$

Хэрэв гүйдэл нь хугацаанаас хамааран өөрчлөгдөж байсан бол дамжуулагч дээр ялгарах нийт дулаан нь:

$$Q = \int RI^2 dt \tag{15.18}$$

15.17 ба 15.18 илэрхийллийг *Жоуль-Ленцийн хууль* гэдэг. Энэ илэрхийлэлд эсэргүүцлийг Ом–оор, гүйдлийн хүчийг ампераар, хугацааг секундээр илэрхийлбэл ялгарсан дулаан Q нь жоуль нэгжтэй байна.

15.17 томьёогоор олсон дулаан нь дамжуулагч дээр ялгарсан нийт дулаан юм. Харин дамжуулагчийн хэсэг бүрд ялгаатай дулаан ялгарч болно. Дамжуулагч нь нэгэн төрөл биш бол хэсэг бүрд нь өөр өөр хэмжээтэй дулаан ялгарах болно. Одоо дамжуулагчийн хэсэг бүр дээр ялгарах дулааныг 15.12 томьёог гаргасан аргачлалаа ашиглан олъё. Жоуль-Ленцийн хууль ёсоор бичил цилиндр дотор ялгарах дулаан нь:

$$dQ = R(dI)^2 dt = \frac{\rho dl}{dS}(jdS)^2 dt = \rho j^2 dV dt \tag{15.19}$$

Энд $j = \frac{dI}{dS}$ гүйдлийн нягт, жижиг цилиндрийн эзлэхүүн $dV = dSdl$ болохыг ашиглав. Нэгж эзлэхүүнд, нэгж хугацаанд ялгарах дулааныг *гүйдлийн хувийн чадал* гэдэг. 15.19 томьёоноос хувийн чадлыг олбол:

$$\omega = \rho j^2 \tag{15.20}$$

Омын хуулийн дифференциал хэлбэрийг ашиглавал сүүлийн томьёог

$$\omega = jE = \sigma E^2 \tag{15.21}$$

гэж бичиж болно. Үүнийг *Жоуль-Ленцийн хуулийн дифференциал хэлбэр* гэдэг.