

1 Семинар 5: Бодлого, Дасгал

1. A ба B цэгүүдийн координатууд өгөгдсөн байг. \overrightarrow{AB} векторын координатууд болон уртыг ол.
 - a. $A(3, 1, -1), B(-1, 2, 1)$
 - b. $A(2, 1, 3), B(0, -1, 1)$
 - c. $A(-4, 5, 0), B(1, 3, 1)$
 - d. $A(\cos \alpha, \sin \alpha), B(-\sin \alpha, \cos \alpha)$
 - e. $A(\cos \alpha \cos \beta, \sin \alpha \cos \beta, \sin \beta), B(\cos \alpha \sin \beta, \sin \alpha \sin \beta, \cos \beta)$
2. $\overrightarrow{MN} = \{3, -5, 4\}$ вектор өгөгдсөн байг. $-\overrightarrow{MN}, 2\overrightarrow{MN}, -\frac{1}{3}\overrightarrow{MN}, \frac{2}{5}\overrightarrow{MN}$ векторуудын координатууд болон уртыг ол.
3. $\vec{a} = \{3, -5, 8\}$ ба $\vec{b} = \{-1, 1, -4\}$ векторууд өгөгдсөн. Дараах векторуудын координатууд ба уртуудыг ол: $2\vec{a}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}, -\vec{a} + 3\vec{b}; \frac{3}{2}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b}$.
4. Хэрэв $ABCD$ параллелограммын $A(1, -3, 0), B(-2, 4, -1), C(-3, 1, 1)$ оройнууд өгөгдсөн бол AC ба BD диагоналуудын уртыг ол.
5. Гурвалжны $A(3, 0, -1), B(-1, 4, 1), C(5, 2, 3)$ оройнууд өгөгдсөн бол AD медианы уртыг ол.
6. M_1 ба M_2 цэгүүд нь A_1B_1 ба A_2B_2 хэрчмүүдийн дундаж цэгүүд болно. Хэрэв $A_1(0, 1, 2), A_2(1, 2, 1), B_1(-1, -1, 3), B_2(1, 0, 0)$ бол M_1M_2 хэрчмийн уртыг ол.
7. M цэгээс $A(1, 2, 1)$ цэг хүртлэх зай нь түүнээс $B(-7, 1, 2)$ цэг хүртлэх зайнаас гурав дахин их байх M цэгийг абсцисс тэнхлэгээс ол.
8. $\vec{a} = \{2, -1, 3\}$ векторыг $\vec{b} = \{3, 0, -10\}, \vec{c} = \{-1, 2, 1\}$ ба $\vec{d} = \{5, -2, -3\}$ векторуудаар задал.
9. $A(3, 2, -8), B(3, 5, 1), C(0, 4, 1), D(1, 2, 3)$ цэгүүд өгөгдсөн. $\vec{d} = \{2, -3, 4\}$ векторыг $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторуудаар задал. Энд $\vec{a} = \overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}, \vec{b} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CB} + 4\overrightarrow{CD}$ ба $\vec{c} = -4\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}$ байна.
10. Дараах $\vec{u} = \{2q, 2q - 2p^2, -2p^2\}$ ба $\vec{v} = \{-q^2, 4q + 2, q\}$ вектор коллинеар, гэхдээ тэнцүү биш байх p ба q -ийн бүх утгуудыг ол.
11. $\vec{a} = \{12, 3, -7\}$ векторыг $\vec{b} = \{3, y, -2\}$ ба $\vec{c} = \{-2, 3, 1\}$ векторуудаар задалж болох y -ийн утгыг ол.
12. \vec{a}, \vec{b} ба \vec{c} векторууд нь нэг хавтгай дээр орших бөгөөд хоорондоо $\frac{2\pi}{3}$ өнцөг үүсгэнэ. Хэрэв $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2, |\vec{c}| = 1$ бол \vec{a} векторыг \vec{b} ба \vec{c} векторуудаар задал.

Хариу

1. а. $\vec{AB} = \{-4, 1, 3\}$, $|\vec{AB}| = \sqrt{26}$ б. $\vec{AB} = \{-2, -2, -2\}$, $|\vec{AB}| = 2\sqrt{3}$ в. $\vec{AB} = \{5, -2, 1\}$, $|\vec{AB}| = \sqrt{30}$ д. $\vec{AB} = \{-\sin \alpha - \cos \alpha, \cos \alpha - \sin \alpha\}$, $|\vec{AB}| = \sqrt{2}$ е. $\vec{AB} = \{\cos \alpha(\sin \beta - \cos \beta), \sin \alpha(\sin \beta - \cos \beta), \cos \beta - \sin \beta\} = (\sin \beta - \cos \beta)\{\cos \alpha, \sin \alpha, -1\}$, $|\vec{AB}| = 2 \sin(\beta - \frac{\pi}{4})$ 2. $\{-3, 5, -4\}$, $\{6, -10, 8\}$, $\{-\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, -\frac{4}{3}\}$, $\{\frac{6}{5}, -2, \frac{8}{5}\}$ 3. $\{6, -10, 16\}$, $\{-2, -4, 4\}$, $\{4, -6, 12\}$, $\{-6, 8, -20\}$, $\{\frac{19}{4}, -\frac{31}{4}, 13\}$
4. $\sqrt{33}$ ба $\sqrt{113}$ 5. $\sqrt{19}$ 6. $\frac{\sqrt{29}}{2}$ 7. $M(-10, 0, 0)$ эсвэл $M(-6, 0, 0)$
8. $\vec{a} = -\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c} + \frac{3}{4}\vec{d}$ 9. $\vec{a} = \frac{293}{27}\vec{a} + \frac{77}{9}\vec{b} - \frac{58}{9}\vec{c}$ 10. $\{(\pm 1, \mp 1), (0, 0)\}$
11. 6 12. $\vec{a} = -\frac{3}{2}\vec{b} - 3\vec{c}$