ШИНЖЛЭХ УХААН ТЕХНОЛОГИЙН ИХ СУРГУУЛЬ
ХЭРЭГЛЭЭНИЙ ШИНЖЛЭХ УХААНЫ СУРГУУЛЬ, ФИЗИКИЙН ТЭНХИМ

Лекц 13

ЦАХИЛГААН

Цахилгаан статик

Цахилгаан статикт хөдөлгөөнгүй цэнэгүүдийн харилцан үйлчлэлийг судалдаг. Биетийн цэнэгжих буюу цахилгаанжих үзэгдлийг эрт дээр цагаас хүн төрөлхтөн мэдэж байжээ. Биетийг хэрхэн цэнэглэх талаар бид дунд сургуулийн физикийн хичээл дээр тодорхой үзсэн билээ. Цэнэглэгдсэн биет өөр цэнэгтэй биеттэй таталцах буюу түлхэлцдэг.

Байгаль дээр эерэг болон сөрөг гэж нэрлэгдэх хоёр төрлийн цахилгаан цэнэг бий. Ижил тэмдэгтэй цэнэг бүхий биетүүд түлхэлцдэг, харин эсрэг тэмдэгтэй цэнэгтэй бол таталцана. Орчлон ертөнцийн бүхий л зүйлс эгэл бөөмсөөс бүрддэг. Зарим эгэл бөөмс цахилгаан цэнэгтэй, тэдгээр бөөмсийн цэнэгийн тоо хэмжээ нь тэнцүү байдаг. Энэхүү цэнэгийн хэмжээг *эгэл цэнэг* гэдэг. Эгэл цэнэгийг голдуу e үсгээр тэмдэглэдэг.

Атомыг бүрдүүлдэг эгэл бөөмс болох электрон, протон, нейтроныг авч үзье. Атомын төвд протон болон нейтронууд цөмийн хүчний үйлчлэлээр хоорондоо наалдаж цөмийг бүрдүүлдэг. Харин электронууд нь цөмөөс хол зайд электрон бүрхүүл үүсгэн оршдог.

Электрон нь $-e$ цэнэгтэй, протон нь $+e$ цэнэгтэй бол нейтрон нь цэнэггүй билээ. Байгаль дээр буй аливаа биетийг авч үзэхэд эерэг болон сөрөг цэнэгийн тоо хэмжээ нь тэнцүү, тархалт нь жигдхэн байдаг. Иймээс тухайн биетийн аль нэгэн хэсгийг (биетийг бүхлээр нь ч байж болно) авч үзвэл цэнэгүүдийн алгебр нийлбэр нь тэг, өөрөөр хэлбэл цахилгааны хувьд саармаг байна. Хэрэв биет дахь цэнэгийн тэнцвэр ямар нэгэн байдлаар алдагдвал тухайн биетийг цэнэгжсэн биет гэдэг. Түүнчлэн эерэг болон сөрөг цэнэгийн нийт тоог өөрчлөхгүйгээр цэнэгийн жигд тархалтыг нь алдагдуулан нэг хэсгийг нь эерэг цэнэгээр нөгөө хэсгийг нь сөрөг цэнэгээр цэнэглэж болдог. Тухайлбал цэнэггүй металл биетэд цэнэглэгдсэн биетийг ойртуулахад энэ үзэгдэл ажиглагдана.

Ямар нэгэн q цэнэг нь эгэл цэнэг e –ийг бүхэл тоо дахин давтсан байх тул

$$q = \pm Ne \tag{13.1}$$

болно.

Гэхдээ макро биетийн цэнэгтэй харьцуулбал эгэл цэнэгийн хэмжээ өчүүхэн бага тул макро биетийн цэнэгийг тасралтгүй өөрчлөгддөг гэж үзэж болно.

Хэрэв физик хэмжигдэхүүн зөвхөн тодорхой дискрет утга авах боломжтой байвал квантчилагдсан хэмжигдэхүүн гэнэ.

Янз бүрийн инерциал тооллын системээс хэмжихэд цэнэгийн хэмжээ ижилхэн байна. Өөрөөр хэлбэл цэнэгийн тоо хэмжээг релятив инвариант хэмжигдэхүүн гэж болно. Эндээс цэнэгийн тоо хэмжээ нь хөдөлж байгаа эсэхээс хамаарахгүй гэж дүгнэж болно.

Цахилгаан цэнэг устаж алга болохоос гадна шинээр үүсэж болно. Ингэхэд хоёр ижил эсрэг цэнэгтэй элементар бөөм нэгдэж, эсвэл үүсэх үзэгдэл заавал дагалдаж явагдана.

Жишээлбэл электрон ба позитрон мөргөлдвөл цахилгаан цэнэггүй гамма фотон болон хувирна. Энэ үед $+e$, $-e$ цэнэгүүд устан алга болж байна. Харин гамма фотон атомын цөмийн оронд нэвтрэн орвол электрон ба позитроны хос үүсэх болно. Өөрөөр хэлбэл $+e$ ба $-e$ цэнэгүүд үүсэж байна.

Ийм байдлаар *цахилгааны хувьд тусгаарлагдсан системийн*[1] *цэнэг өөрчлөгдөхгүй.* Үүнийг цахилгаан цэнэг хадгалагдах хууль гэдэг.

Хэрэв цэнэгт бөөмүүд, тухайлбал электронууд биет дотуур чөлөөтэй шилжин хөдлөх бололцоотой бол уг биет нь дамжуулагч болно. Цэнэгүүдийн эмх цэгцтэй хөдөлгөөнийг цахилгаан гүйдэл гэдэг. Харин ингэж шилжиж буй цэнэгүүдийг цэнэг зөөгч буюу чөлөөт цэнэг гэдэг. Электрон төдийгүй ионууд нь цэнэг зөөгч болж чадна. Биетийг цахилгаан гүйдэл дамжуулах чадвараар нь дамжуулагч, хагас дамжуулагч болон тусгаарлагч гэж ангилдаг. Байгаль дээр төгс тусгаарлагч байдаггүй, өөрөөр хэлбэл ямар ч тусгаарлагч бага хэмжээгээр ч гэсэн цахилгаан гүйдлийг дамжуулдаг гэсэн үг. Өөрөөр хэлбэл дээрх ангилал нь чанарын биш тоо хэмжээний ангилал юм.

13.1 Кулоны хууль

Цэнэгжсэн биет өөр цэнэгтэй биеттэй харилцан үйлчлэлцдэг. Биетүүд ижил тэмдэгтэй цэнэгтэй бол түлхэлцэж, эсрэг цэнэгтэй бол таталцдаг тухай өмнө өгүүлсэн билээ. Хэрэв цэнэгтэй биетүүдийн шугаман хэмжээ тэдгээрийн хоорондын зайнаас олон дахин их бол тэдгээр цэнэг бүхий биетийг *цэгэн цэнэг* гэж тооцож болно.

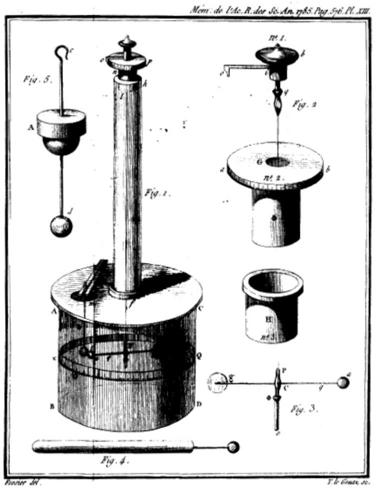
Цэгэн цэнэгүүдийн харилцан үйлчлэлийн хүч цэнэг тус бүрийн хэмжээнд шууд хамааралтай, тэдгээрийн хоорондын зайн квадратаас урвуу хамааралтай болохыг 1784 онд Францын физикч Чарльз Аугустин де Кулон нээн илрүүлжээ.

Зураг 13.1. Чарльз Аугустин де Кулон (1736 – 1806). (Францын Ангумуа гүнлэгийн Ангулем хэмээх хотод 1736 оны 6–р сарын 14–нд мэндэлжээ. Философи, хэл, утга зохиол, математик, астрономи, физик, ургамал судлал зэрэг шинжлэх ухааны олон салбарыг судалдаг байжээ. ©Wikipedia)

Кулон цэнэгүүдийн харилцан үйлчлэлийн хүчийг хэмжихийн тулд Кавендишийн[2] зохион бүтээсэн мушгилтын жинлүүртэй төсөөтэй багажийг бүтээсэн байна.

[1] Систем цахилгаан үл нэвтрүүлэх орчноор хүрээлэгдсэн байвал цахилгааны хувьд тусгаарлагдсан систем гэдэг.

[2] Кавендиш ертөнц дахины таталцлын тогтмолыг хэмжихдээ мушгилтын жинлүүр хэмээх маш мэд-



Зураг 13.2. Кулоны зохион бүтээсэн мушгилтын жинлүүр. (Энэхүү багажийн тусламжтайгаар цэнэгүүдийн харилцан үйлчлэлийн хуулийг нээжээ. ©Wikipedia)

Энэ багажийн тусламжтайгаар цэнэгтэй үрлүүдийн харилцан үйлчлэлийн хүч нь зайнаас хэрхэн хамаарахыг судалжээ. Кулон цэнэгтэй металл үрлийг яг ижилхэн боловч цэнэглэгдээгүй үрэлд хүргэсэн байна. Ингэхэд хоёр үрэл тэнцүү хэмжээний цэнэгтэй болно. Туршилтыг олон дахин давтан хийсний *дүнд цэгэн цэнэгүүдийн харилцан үйлчлэлийн хүч нь тэдгээрийн хоорондын зайд урвуу хамааралтай, харин тус бүрийн цэнэгт шууд хамааралтай* болохыг олж тогтоожээ. Үүнийг Кулоны хууль гэдэг. Кулоны хуулийн математик илэрхийлэл нь:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{13.2}$$

Энд байгаа k нь пропорционалын коэффициентыг *Кулоны тогтмол* гэх бөгөөд $k = 8.9875 \cdot 10^9 \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2$ байна.

q_1 ба q_2 нь харилцан үйлчилж буй биетүүд буюу үрлүүдийн цэнэг, r нь тэдгээрийн хоорондын зай.

Хэрэв цэнэгүүд ижил тэмдэгтэй бол 13.2 томьёогоор олсон хүч нь эерэг, харин эсрэг тэмдэгтэй бол сөрөг байна. Хүч эерэг бол цэнэгүүд хоорондоо түлхэлцэж байгааг, харин сөрөг бол таталцаж байгааг илэрхийлнэ.

Хүч вектор хэмжигдэхүүн тул дээрх томьёог вектор хэлбэрт бичиж болно.

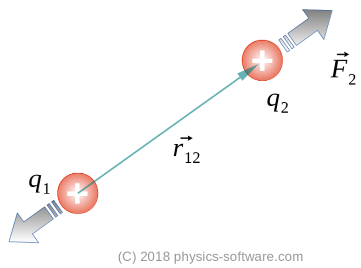
$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \tag{13.3}$$

Сүүлийн томьёонд байгаа $\vec{r}$ нь нөгөө цэнэгээс авч үзэж буй цэнэг уруу чиглэсэн радиус вектор юм (Зураг харна уу). Кулоны хууль нь цэгэн цэнэгүүдийн харилцан үйлчлэлийг илэрхийлэх боловч түүнийг цэнэгтэй том биетүүдийн хоорондын үйлчлэлийг илэрхийлэхэд ч ашиглаж болно. Үүний тулд биетийг цэг гэж үзэж болохуйц өчүүхэн жижиг хэсгүүдэд хуваана. Ингээд жижиг хэсгүүдийн хувьд Кулоны хуулиа ашиглан харилцан үйлчлэлийг нь бичиж, нийлбэрчлэн (интегралчлан) харилцан үйлчлэлийн нийт хүчийг нь олж болно.

Түгээмэл хэрэглэгддэг СИ системд цэнэгийг "Кулон" гэдэг нэгжээр хэмждэг. Энэ нэгжээр эгэл цэнэгийг илэрхийлбэл:

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{Кл}$$

рэмтгий жинлүүрийг ашиглаж байсан.



Зураг 13.3. Харилцан үйлчлэлцэж буй эерэг цэнэгүүд. q_2 цэнэгт q_1 цэнэгийн зүгээс $\vec{F}_{12}$ хүчээр үйлчилж байна. Харин хүчний чиглэл нь q_1 цэнэгээс q_2 цэнэг уруу татсан радиус вектор $\vec{r}_{12}$ –ын чигтэй давхцаж байна.

Дээрх томьёонуудад байгаа k коэффициентыг $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ хэлбэртэй бичвэл тохиромжтой гэж Кулон үзжээ. Ингэж бичих нь яагаад тохиромжтой болох тухай хожим өгүүлэх болно. ε_0 –г *вакуумын цахилгаан нэвтрүүлэх чадвар* буюу *цахилгаан тогтмол* гэдэг.

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Дээрх илэрхийллээс ε_0–ийн утгыг олбол

$$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2) = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{Фарад/м} \tag{13.4}$$

Энд буй *Фарад* нь цахилгаан багтаамжийн нэгж юм.

13.2 Цахилгаан орон, цахилгаан орны хүчлэг

Цахилгаан цэнэгийн эргэн тойронд цахилгаан орон үүснэ. Цэнэгүүд энэ цахилгаан орноороо дамжуулан харилцан үйлчлэлцдэг. Өөрөөр хэлбэл аль нэгэн цэнэгийн үүсгэсэн цахилгаан орон дотор өөр хоёр дахь цэнэгийг оруулбал энэ цэнэгт хүч үйлчилнэ. Урвуугаар, хэрэв хөдөлгөөнгүй цэнэгт ямар нэгэн хүч үйлчилж байвал энэ цэнэгийн байрлаж буй газар цахилгаан орон байна, цахилгаан орон байгаа тул өөр ямар нэгэн цэнэг байна гэж дүгнэж болно. Цэнэгт үйлчилж байгаа хүчний хэмжээгээр нь тухайн цахилгаан орон хэр их "эрч"-тэй байгаа талаар дүгнэж болно.

Огторгуйн тухайн цэг дээр цахилгаан орон хэмжээтэй байгааг үнэлэхийн тулд цэгэн цэнэг гэж үзэж болохуйц бага хэмжээтэй цэнэгтэй биетийг турших цэнэг болгон ашигладаг. Одоо q цэнэгийн үүсгэсэн цахилгаан орныг түүнээс r зайд байгаа цэг дээр олъё. Энэ цэг дээр q_0 хэмжээтэй турших цэнэг байрлуулж түүнд үйлчлэх хүчийг нь олбол:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^3}\vec{r} \tag{13.5}$$

Энэ хүч турших цэнэгийн хэмжээнээс хамаарч байна. Харин $\vec{E}/q_0$ харьцааг аваад үзвэл турших цэнэгийн хэмжээнээс хамаарахгүй, харин q цэнэг, авч үзэж буй цэгийн байршил $\vec{r}$–аас хамаарч байна.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r} \tag{13.6}$$

13.6 нь q цэнэгээс $\vec{r}$ зайд байгаа цэг дэх цахилгаан орны хүчлэг юм. Эндээс харвал цахилгаан орны хүчлэг нь нэгж эерэг цэнэгт үйлчлэх цахилгаан хүчээр тодорхойлогдож байна. 13.6 нь ерөнхий тохиолдолд хэрэглэх томьёо боловч дараах зүйлийг ба анхаарах хэрэгтэй юм. Цахилгаан орныг үүсгэж байгаа цэнэгүүдийн байршил турших цэнэгээс хамаарч өөрчлөгдөж болзошгүй. Жишээ нь цэнэгтэй дамжуулагчийн үүсгэж байгаа цахилгаан орныг тодорхойлж байна гэж үзье. Дамжуулагч дотуур цахилгаан цэнэг чөлөөтэй шилжин хөдлөх боломжтой. Дамжуулагчийн ойролцоо турших цэнэгийг дөхүүлэхэд түүний нөлөөгөөр цэнэгийн тархалт өөрчлөгдөж, цахилгаан орны хэмжээ нь анх байснаас өөр болно. Ийм нөлөөг бага байлгахын тулд турших цэнэгийг аль болох бага хэмжээтэй байхаар авах хэрэгтэй.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r} \tag{13.7}$$

СИ системд цахилгаан орны хүчлэгийг ньютон/кулон=вольт/метр нэгжээр хэмждэг.

13.5 тэгшитгэлийг $\vec{F} = q_0 \cdot \vec{E}$ гэж бичиж болно. $\vec{F}$ нь турших цэнэгт цахилгаан орны зүгээс үйлчилж байгаа хүч билээ.

Үүнтэй төсөөтэйгөөр, цахилгаан орны хэмжээ буюу хүчлэг мэдэгдэж байгаа цахилгаан оронд буй q цэнэгт

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

хэмжээний хүч үйлчилнэ. Хэрэв q цэнэг нь эерэг бол хүчний чиглэл нь $\vec{E}$–ийн дагуу, q сөрөг бол $\vec{E}$–ийн эсрэг чиглэнэ.

13.2.1 Цахилгаан орны хүчлэгийг нэмэх нь

Хэд хэдэн цэнэгүүдийн зүгээс нэг цэнэгт үйлчилж байгаа нийт хүч нь цэнэг тус бүрээс үйлчлэх хүчнүүдийн нийлбэртэй тэнцүү байдаг болохыг туршилтаар олж тогтоожээ.

$q_1, q_2, q_3 \dots q_n$ цэнэгүүдийн үүсгэж буй цахилгаан оронд q_0 турших цэнэгийг оруулъя. Тэгвэл q_0 цэнэгт үйлчлэх нийт хүч нь

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

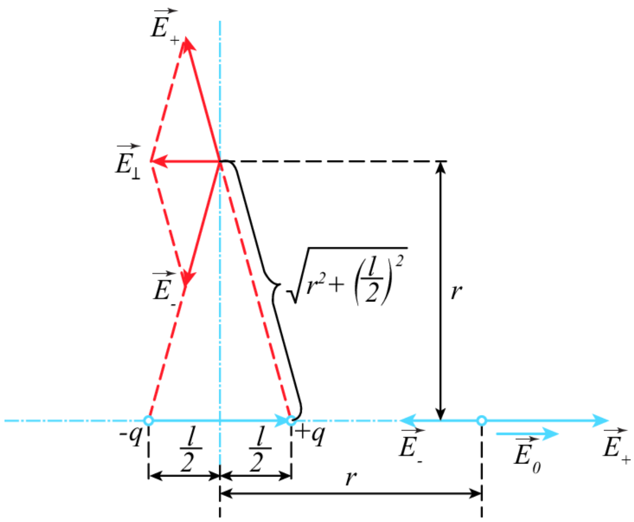
гэж олдоно гэсэн үг. Энэ илэрхийллийг q_0–д хуваавал:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \tag{13.8}$$

болно. Цэнэгүүдийн үүсгэж байгаа цахилгаан орон нь цэнэг тус бүрийн үүсгэж байгаа цахилгаан орнуудын нийлбэртэй тэнцүү байна. Үүнийг *цахилгаан орныг нэмэх суперпозицын зарчим* гэдэг.

Суперпозицын зарчмыг хэрэглээд цэнэгүүдийн ямар ч системийн үүсгэх цахилгаан орныг тооцоолон олж болдог. Үүний тулд цэнэг бүхий биетийг dq цэнэгтэй өчүүхэн жижиг хэсгүүдэд хуваагаад, хэсэг тус бүрийн үүсгэх цахилгаан орныг 13.7 томьёогоор бодож нийлбэрчилнэ.

Ижил хэмжээтэй, эсрэг тэмдэгтэй хоорондоо ойр байрлах хос цэгэн цэнэгүүдийн үүсгэх системийг *цахилгаан диполь* гэдэг. $+q$ ба $-q$ цэнэгүүд хоорондоо l зайтай энэ зай нь цахилгаан орныг нь олж байгаа цэг хүртэлх зайнаас олон дахин бага байна гэе. Цэнэгүүдийг дайран өнгөрч байгаа шулууныг диполийн тэнхлэг гэнэ. Диполийн үүсгэх цахилгаан орныг түүний тэнхлэг дээр, мөн тэнхлэгт перпендикуляр бөгөөд диполийн дундаж цэгийг дайрсан шулуун дээр суперпозицын зарчим ашиглан олъё. Зураг харна уу.



Зураг 13.4. Цахилгаан диполь. (Цэнэгүүд хоорондоо l зайтай. Цэнэгүүдийн үүсгэж байгаа цахилгаан орныг түүний тэнхлэг дээр, төвөөс нь r зайд, мөн тэнхлэгт перпендикуляр бөгөөд төвийг дайрсан шулуун дээр олж байна.)

Диполийн цэнэгүүд хоорондоо ойрхон байрлах тул $r \gg l$ байна. Тухайн өгөгдсөн цэгт диполийн үүсгэх цахилгаан орон нь эерэг цэнэгийн үүсгэсэн цахилгаан орон $\vec{E}_+$, сөрөг цэнэгийн үүсгэсэн цахилгаан орон $\vec{E}_-$–ний нийлбэрээр тодорхойлогдоно.

Тэнхлэг дээр орших цэг дээр $+q$ ба $-q$ цэнэгүүдийн үүсгэж байгаа цахилгаан орон эсрэг чиглэлтэй байна. Иймээс нийлбэр цахилгаан орон $\vec{E}_{||}$ нь хэмжээгээрээ $\vec{E}_+$ ба $\vec{E}_-$ векторуудын модулийн ялгавартай тэнцүү байна.

$$E_{||} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{(r-\frac{l}{2})^2} - \frac{q}{(r+\frac{l}{2})^2}\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}q\frac{(r+\frac{l}{2})^2-(r-\frac{l}{2})^2}{(r+\frac{l}{2})^2\cdot(r-\frac{l}{2})^2}$$

$l/2 \ll r$ болохыг тооцвол

$$E_{||} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{r^3} \tag{13.9}$$

Тэнхлэгт перпендикуляр шулуун дээрх цахилгаан орны хүчлэгийг $\vec{E}_\perp$ гэе. Энэ цэг дээр $\vec{E}_-$ ба $\vec{E}_+$ –ийн модуль нь тэнцүү байна.

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2+(l/2)^2} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \tag{13.10}$$

13.4 зураг дээрх адил хажуут гурвалжны хувьд төсөөтэйн харьцаа бичвэл:

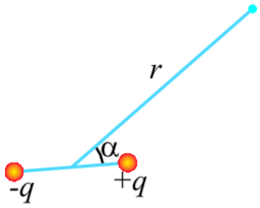
$$\frac{E_\perp}{E_+} = \frac{l}{\sqrt{r^2+(l/2)^2}} \approx \frac{l}{r}$$

Сүүлийн илэрхийлэлд 13.10 томьёоноос E_+–ийн утгыг орлуулан тавивал:

$$E_\perp = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3} \tag{13.11}$$

Ерөнхий тохиолдолд аль ч цэг дээр диполийн цахилгаан орон

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\alpha} \tag{13.12}$$



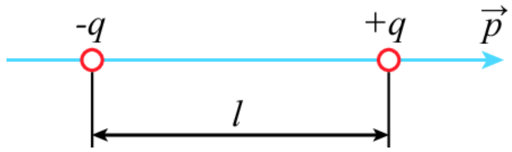
Зураг 13.5. Диполийн төвөөс r зайд алслагдсан, диполийн тэнхлэгтэй α өнцөг үүсгэх чиглэлд буй цэг.

болохыг батлан харуулж болно. Энд α нь диполийн тэнхлэг болон өгөгдсөн цэг уруу диполийн төвөөс татсан радиус вектор хоёрын хоорондын өнцөг юм.

13.12 тэгшитгэлд $\alpha = 0$ ба $\alpha = \pi/2$ болохыг орлуулбал 13.9 ба 13.11 илэрхийлэл гарч ирэхийг төвөггүй харж болно.

Диполийн цахилгаан орон нь диполийн цэнэгээр биш, харин диполийн момент гэж нэрлэгдэх $p = ql$ хэмжигдэхүүнээр илэрхийлэгдэж байна.

Цэгэн цэнэгийн цахилгаан орон зайнаас $1/r^2$ хуулиар хамаардаг бол диполийн цахилгаан орон $1/r^3$ хуулиар хамаарч байгааг анхаараарай. Диполийг бүрэн илэрхийлэхэд q ба l хүрэлцээтэй биш. Түүний тэнхлэг огторгуйд ямар чиглэлтэй байгаа нь бас чухал. Иймээс диполийн моментыг вектор хэлбэртэй илэрхийлбэл тохиромжтой юм.



Зураг 13.6. Цахилгаан диполь. (Хоорондоо l зайтай $+q$ ба $-q$ цэнэгийн үүсгэсэн диполийн момент нь $\vec{p} = q\vec{l}$ байна.)

Диполийн моментын вектор нь сөрөг цэнэгээс эерэг цэнэг уруу чиглэсэн чиглэлтэй байна. Хэрэв $-q$–ээс $+q$ уруу чиглэсэн $\vec{l}$ векторыг оролцуулбал:

$$\vec{p} = q\vec{l} \tag{13.13}$$

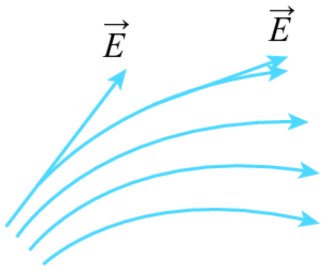
болно.

13.3 Цахилгаан орны хүчлэгийн шугам

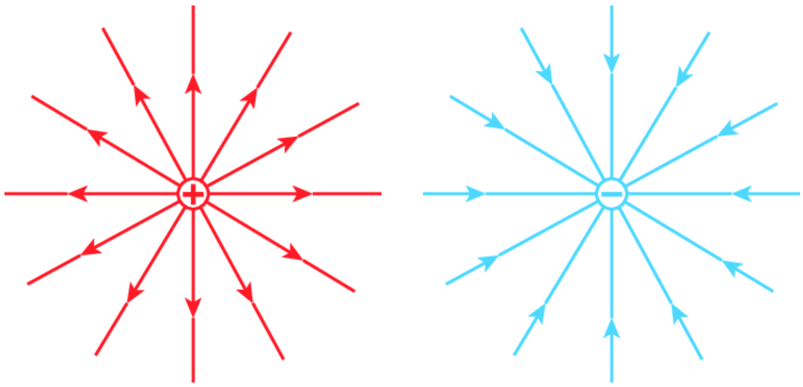
Цахилгаан орны цэг бүр дээр $\vec{E}$ векторын хэмжээ болон чиглэлийг олж болох тул цахилгаан орон нь вектор орон юм. Өмнө бид хий ба шингэний урсгалын талаар үзэж байхдаа вектор орон гэдэг ойлголттой танилцсан билээ. Үүнтэй нэгэн адилаар цахилгаан орныг хүчлэгийн шугамаар нь тодорхойлж болно. Цаашид хүчлэгийн шугам гэж товчлон нэрлэж байя. Хүчлэгийн шугамын шүргэгч нь тухай цэг дээрх цахилгаан орны хүчлэгийн чиглэлтэй давхацна. Хүчлэгийн шугамд перпендикуляр, нэгж талбайгаар урсан өнгөрөх шугамын тоо олон байх тутам хүчлэгийн шугам шигүү зурагдана. Иймээс хүчлэгийн шугамаас цахилгаан орны хүчлэгийн хэмжээ болон чиглэлийн талаар мэдээлэл авч болдог.

Дан ганц эерэг болон сөрөг цэнэгүүдийн үүсгэсэн цахилгаан орны хүчлэгийн шугамыг 13.8–р зурагт харуулжээ.

r радиустай бөмбөлөг гадаргуугаар дайран өнгөрөх шугамын тоо нь шугамын нягтшилыг бөмбөлгийн талбай $4\pi r^2$ –р үржүүлсэнтэй тэнцүү. Шугамын нягтшил нь өмнө



Зураг 13.7. Цахилгаан орны хүчлэгийн шугам. (Хүчлэгийн шугам шигүү байгаа нь цахилгаан орон хүчтэй байгааг харуулна.)



(a) Эерэг цэнэгийн үүсгэх цахилгаан орон

(b) Сөрөг цэнэгийн үүсгэх цахилгаан орон

Зураг 13.8. Цэнэгүүдийн үүсгэх цахилгаан орон

өгүүлсэн ёсоор $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$–тай тэнцүү байна. Эндээс харвал шугамын тоо нь

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{13.14}$$

байна.

Өөрөөр хэлбэл цэнэгийг дотроо багтааж байгаа ямар ч битүү бөмбөлгийг авч үзэхэд түүнийг дайран өнгөрөх шугамын тоо нь тогтмол байна. Хүчлэгийн шугам нэг (эерэг) цэнэгээс эхэлж нөгөө (сөрөг) цэнэг дээр л дуусдаг, хэрэв цэнэг тааралдахгүй бол хязгааргүй хол үргэлжилдэг болох нь харагдаж байна. 13.18 зурагт диполийн үүсгэх цахилгаан орны хүчлэгийн шугамыг дүрслэн харуулжээ.

Хүчлэгийн шугамын нягтыг түүний тоон утгатай тэнцүү авах тул $\vec{E}$-д перпендикуляр байрласан dS гадаргуугаар дайран өнгөрөх хүчлэгийн шугамын тоо нь EdS байна. Хэрэв dS гадаргуун нормаль нь $\vec{E}$ –тэй α өнцөг үүсгэсэн байвал тухайн талбайгаар нэвтрэн өнгөрөх шугамын тоо нь

$$EdS\cos\alpha = E_n dS \tag{13.15}$$

байна.

Энд E_n нь E векторын гадаргуугийн нормаль дээрх байгуулагч. Иймээс дурын гадаргуугаар дайран өнгөрөх хүчлэгийн шугамын тоо нь $\int_S E_n dS$ –ээр илэрхийлэгдэнэ.

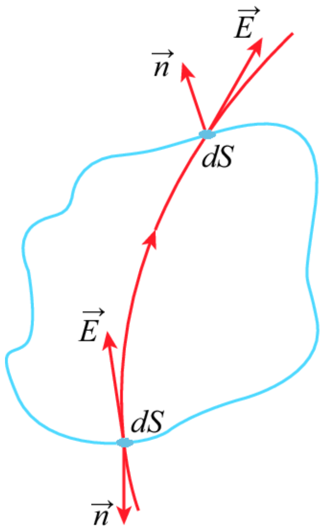
$$N \sim \int_S E_n dS \tag{13.16}$$

Өөрөөр хэлбэл гадаргуугаар дайран өнгөрөх хүчлэгийн векторын урсгал нь

$$\Phi = \int_S E_n dS = \int_S \vec{E} d\vec{S} \tag{13.17}$$

болно. Цахилгаан орны хүчлэгийн векторын урсгал хэмээх энэ ойлголт цахилгаан ба соронзонгийн үзэгдлүүдийг судлахад чухал ач холбогдолтой.

13.17–д тодорхойлсон хэмжигдэхүүн нь талбайн элементийн чиглэлийг хэрхэн сонгож авснаас хамаарч эерэг, эсвэл сөрөг утгатай байна. Нормалийн чиглэлийг эсрэгээр солиход E_n–ийн чиглэл өөрчлөгдөх тул урсгал Φ–ийн тэмдэг өөрчлөгдөнө.



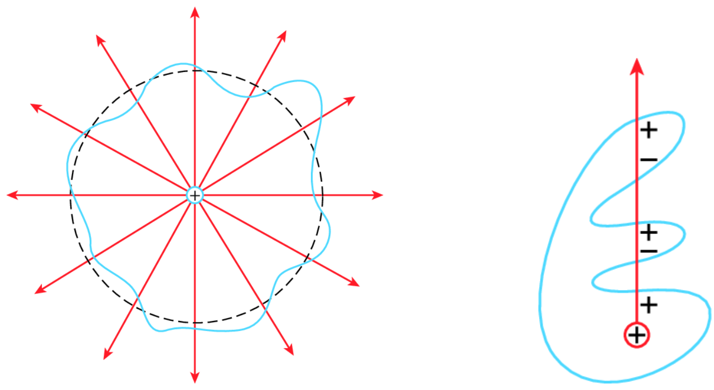
Зураг 13.9. Битүү гадаргуур дайран гарч байгаа цахилгаан орны хүчлэгийн шугам. (Зургийн доод хэсэгт хүчлэгийн вектор ба гадаргуугийн нормаль нь эсрэг чиглэлтэй байгаа тул хүчлэгийн векторын урсгал нь сөрөг утгатай байна. Харин дээд хэсэгт гадаргуугийн нормаль ба хүчлэгийн векторууд хоёул гадагшаа чиглэсэн байх тул урсгал нь эерэг утгатай байна.)

Битүү гадаргуур авч үзэж буй тохиолдолд нормалийн чиглэлийг гадагш чиглэсэн байхаар авбал тохиромжтой байдаг. Өөрөөр хэлбэл $d\vec{S}$–ийн чиглэлийг гадаад нормалийн дагуу сонгож авна гэсэн үг. Ингэснээр $\vec{E}$ нь гадагш чиглэж байгаа бол харгалзах урсгал $d\Phi$ нь эерэг, $\vec{E}$ нь дотогш чиглэж байгаа бол $d\Phi$ нь сөрөг утгатай болно. 13.9–р зургийг хараарай.

13.4 Гауссын теорем

q цэнэгийг агуулж буй r радиустай бөмбөлөг хэлбэртэй гадаргуур дайран өнгөрөх цахилгаан орны хүчлэгийн шугамын тоо нь q/ε_0 болохыг өмнөх бүлэгт бид үзсэн билээ. Иймээс q хэмжээтэй цэгэн цэнэгээс q/ε_0 ширхэг хүчлэгийн шугам гарна. Үнэндээ q/ε_0 бол нэгжтэй хэмжигдэхүүн, харин цахилгаан орны хүчлэгийн шугамын тоо нь ширхгээр илэрхийлэгдэнэ. Гэхдээ товчлох зорилгоор q/ε_0–г шугамын тоо гэж нэрлэдэг.

Битүү гадаргуугаар нэвтрэн гарч байгаа урсгалын тэмдэг нь тухайн гадаргуу доторх цэнэгийн тэмдэгтэй ижил байна. Одоо заавал бөмбөлөг гэлтгүй, ямар ч битүү гадаргуугийн дотор q цэнэг байвал хүчлэгийн векторын урсгал нь q/ε_0–тэй тэнцүү болохыг батлан харуулъя. Эхлээд битүү гадаргуу нь ямар нэгэн махийж тахийсан цүлхгэр байхгүй тохиолдлыг авч үзье. Ийм гадаргуур зөв гадаргуу гэдэг.



(a) Зөв гадаргуугаар дайран гарах $\vec{E}$–ийн урсгал

(b) Зөв биш гадаргуугаар дайран өнгөрөх $\vec{E}$–ийн урсгал

Зураг 13.10. Янз бүрийн хэлбэртэй гадаргуугаар өнгөрөх цахилгаан орны хүчлэгийн урсгал

Зөв гадаргуугийн хувьд хүчлэгийн шугам нэг л удаа гадаргууг нэвтрэн гарч байна. 13.10a–р зургийг харна уу. Иймээс зөв гадаргууг нэвтлэн гарч байгаа шугамын тоо нь бөмбөлгийг нэвтлэн гарч байгаа шугамын тоотой тэнцүү буюу q/ε_0 байна.

Одоо цүлхгэр бүхий гадаргууг авч үзье. 13.10b–р зургийг хараарай. Хүчлэгийн шугамын зарим нь гадаргууг зөвхөн нэг л удаа дайран өнгөрч байна. Харин зарим шугам хэд хэдэн удаа дайрч байна. Олон удаа дайрч байгаа шугамууд сондгой удаа гадаргууг дайран гарахыг хялбархан ойлгож болно. Сондгой удаа дайран гарахад урсгал нь эерэг тэмдэгтэй, харин тэгш тоотой дайран гарч байгаа тохиолдолд урсгал нь сөрөг тэмдэгтэй байна. Ингээд нийлбэр урсгалыг олоход хүчлэгийн шугамууд гадаргууг нэг удаа дайран гарснаас ялгаагүй болно. Өөрөөр хэлбэл 13.10a–тэй адил, нийт урсгал нь q/ε_0 болж байна.

Битүү гадаргуу ямар хэлбэртэй байгаагаас үл хамааран түүгээр урсан гарах цахилгаан орны хүчлэгийн урсгал нь q/ε_0 байдаг аж.

Одоо битүү гадаргуу дотор $q_1, q_2, q_3, \ldots$ гэсэн олон цэнэг байгаа тохиолдлыг авч үзье. Хүчлэгийн векторын урсгал нь

$$\Phi = \oint_S \vec{E} d\vec{S} \tag{13.18}$$

Энд байгаа $\vec{E}$ нь цэнэгүүдийн үүсгэж байгаа цахилгаан орны нийлбэр юм. Суперпозицын зарчим ёсоор

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots = \sum \vec{E}_i \tag{13.19}$$

Сүүлчийн илэрхийллийг 13.18 илэрхийлэлд орлуулан тавивал:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S \left(\sum \vec{E}_i \right) d\vec{S} = \sum \oint_S \vec{E}_i d\vec{S}$$

Энэ илэрхийлэлд

$$\oint_S \vec{E}_i d\vec{S} = \frac{q_i}{\varepsilon_0}$$

тул

$$\Phi = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_i \tag{13.20}$$

Бидний баталсан энэхүү илэрхийллийг *Гауссын хууль* гэдэг. Теоремыг үгээр илэрхийлбэл: Битүү гадаргуугаар урсан гарах цахилгаан орны хүчлэгийн урсгал нь уг гадаргуу доторх цэнэгийн нийлбэрийг вакуумын цахилгаан тогтмол ε_0–д харьцуулсантай тэнцүү байна.

Хэрэв гадаргуу дотор цэнэг байхгүй бол хүчлэгийн векторын урсгал тэг байна.

Одоо гадаргуу доторх цэнэг нь тодорхой эзлэхүүн дотор тасралтгүй тархсан байгаа тохиолдлыг авч үзье. Эзлэхүүн дотор цэнэг тархсан тохиолдолд эзлэхүүний цэнэгийн нягт ρ буюу нэгж эзлэхүүнд байх цэнэгийн хэмжээгээр илэрхийлэгдэх хэмжигдэхүүнийг хэрэглэдэг. dV эзлэхүүнд байх цэнэгийн хэмжээ нь $dq = \rho dV$ болно.

Цэнэг нь V эзлэхүүн дотор тасралтгүй тарсан байвал нийт цэнэгийн хэмжээ нь

$$q = \int_V \rho dV$$

болно.

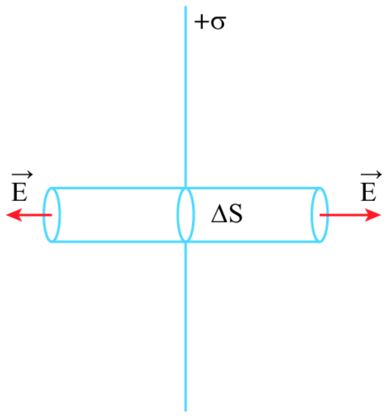
Энэ тохиолдолд Гауссын теорем нь

$$\Phi = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV \tag{13.21}$$

Энд байгаа V нь битүү S гадаргуугаар хашигдаж байгаа эзлэхүүн юм. Гауссын теоремыг хэрэглэснээр цахилгаан орны хүчлэгийг хялбар олох боломжтой болдог. Одоо Гауссын теоремыг хэрэглээд хүчлэг олж буй хэд хэдэн тохиолдлыг авч үзье.

13.4.1 Жигд цэнэглэгдсэн хязгааргүй хавтгайн цахилгаан орон

Жигд цэнэглэгдсэн хязгааргүй том хавтгайн гадаргуугийн цэнэгийн нягт нь σ болно. Хүчлэгийн урсгалын чиглэлийг тодорхой болгохын тулд $\sigma > 0$ буюу эерэг цэнэгээр цэнэглэгдсэн байна гэе. Хавтгай нь хязгааргүй тул түүний үүсгэх цахилгаан орны хүчлэг ямагт хавтгайн нормалийн дагуу чиглэлтэй.



Зураг 13.11. σ гадаргуугийн цэнэгийн нягттай цэнэглэгдсэн хавтгайн үүсгэх цахилгаан орон. Цэнэг нь эерэг тул хүчлэгийн шугам хавтгайгаас гадагшаа чиглэсэн байна.

Хавтгайн хоёр талд үүсэж байгаа цахилгаан орны хүчлэг нь хэмжээгээрээ тэнцүү, эсрэг чиглэлтэй байна. Хавтгайг дайран гарсан, хавтгайн нормалийн дагуу тэнхлэгтэй, ΔS суурьтай цилиндрийг санаандаа төсөөлье. Энэ цилиндр гадаргуу дотор $\Delta q = \sigma \Delta S$ цэнэг бий. Одоо Гауссын теоремыг хэрэглэе.

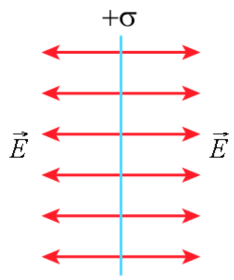
$$2E\Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0}$$

Сүүлийн илэрхийллээс цахилгаан орны хүчлэгийн утгыг олбол:

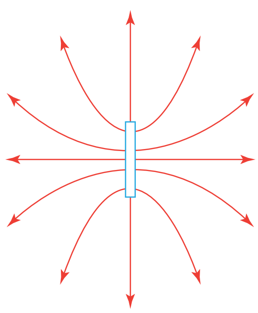
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \tag{13.22}$$

Хүчлэгийн утга цилиндрийн өндрөөс хамаарахгүй байна. Энэ нь хязгааргүй том хавтгайн үүсгэсэн цахилгаан орон нэгэн төрлийн цахилгаан орон болохыг илтгэж байна. Хэрэв хавтгайг сөрөг цэнэгээр цэнэглэвэл цахилгаан орны чиглэл эсрэг тийш, өөрөөр хэлбэл хавтгай уруу чиглэнэ.

Хавтгай нь төгсгөлөг хэмжээтэй байвал цахилгаан орны хүчлэг гол хэсгээрээ хязгааргүй хавтгайтай төсөөтэй байх боловч зах ирмэг хавьд нь хүчлэгийн шугам илэрхий муруйна. 13.13–р зургийг харна уу.



Зураг 13.12. Эерэг цэнэгээр цэнэглэгдсэн хязгааргүй хавтгайн үүсгэсэн цахилгаан орны хүчлэг



Зураг 13.13. Эерэг цэнэгтэй, төгсгөлөг хэмжээтэй хавтгайн үүсгэсэн цахилгаан орон

Төгсгөлөг хэмжээтэй хавтгайгаас холдох тутам цахилгаан орон нь цэгэн цэнэгийн үүсгэсэн цахилгаан оронтой төсөөтэй болно.

Хэрэв хавтгай нь дамжуулагч материал бол цахилгаан орны хүчлэг нь 13.22–аас өөрөөр бодогдоно. Учир нь дамжуулагчийн цэнэг нь түүний гадаргуу дээгүүр тархдаг. Дамжуулагч хавтгайг нэвтлэн гарсан битүү цилиндр гадаргуу авбал түүний цэнэг нь $2\sigma\Delta S$ болохыг анхаарах хэрэгтэй.

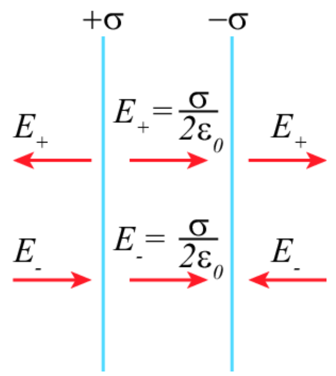
13.4.2 Ижил цэнэгтэй хавтгайн хоорондох цахилгаан орон

Параллель хоёр хавтгайн нэг нь σ нягттай эерэг цэнэгээр, нөгөө нь мөн ижил нягттай боловч сөрөг цэнэгээр цэнэглэгдсэн байг. Хавтгайнуудын үүсгэх цахилгаан орны хүчлэгийг суперпозицын зарчмаар олж болно. Хавтгайн хооронд хоёр хавтгайн үүсгэх цахилгаан орон ижил чиглэлтэй. Хүчлэг нь

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{13.23}$$

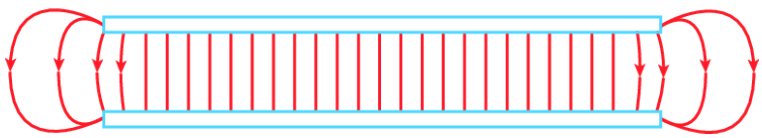
байна.

Харин хавтгайн гадна талд цахилгаан орнууд ижил хэмжээтэй, эсрэг чиглэлтэй байх тул нийлбэр цахилгаан орон нь тэг байна. Өөрөөр хэлбэл ийм цэнэгтэй хавтгайнуудын хооронд л цахилгаан оронтой байна. Энэ цахилгаан орон нь нэгэн төрөл, хавтгайн хоорондын бүх цэгт ижил чиглэлтэй, ижил хэмжээтэй байна.



Зураг 13.14. Ижил хэмжээтэй, эсрэг цэнэгтэй хоёр хавтгайн үүсгэх цахилгаан орон

Хэрэв хавтгайнууд нь төгсгөлөг хэмжээтэй бол хавтгайнуудын ирмэг хэсгээр цахилгаан орон нэгэн төрөл биш болно. Хавтгайнуудын хоорондын зай их байх тутам цахилгаан орон нэгэн төрөл биш болно. 13.15–р зургийг харна уу.



Зураг 13.15. Ижил хэмжээтэй, эсрэг цэнэгтэй, хязгаарлагдмал хэмжээтэй хоёр хавтгайн үүсгэх цахилгаан орон

13.4.3 Төгсгөлгүй урт цилиндрийн үүсгэх цахилгаан орон

R радиустай төгсгөлгүй урт цилиндр σ гадаргуугийн цэнэгийн нягттай болтлоо цэнэглэгджээ. Цахилгаан орны чиглэлийг нь тодорхой болгохын тулд эерэг цэнэгээр цэнэглэгдсэн байна гэе.

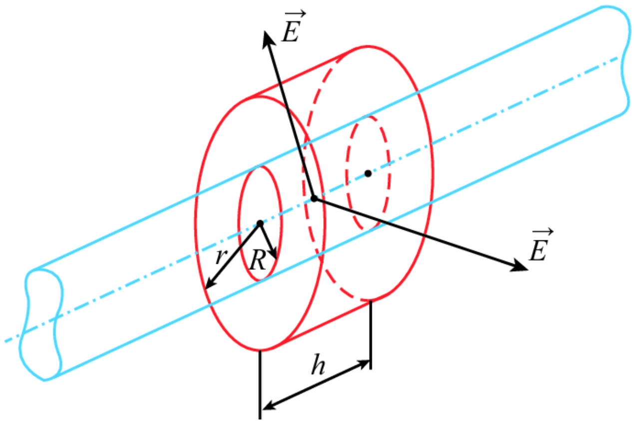
Цилиндрийн үүсгэх цахилгаан орны хүчлэг чиглэл нь түүний тэнхлэгт перпендикуляр, радиал чиглэлтэй, харин хүчлэгийн хэмжээ нь цилиндрийн тэнхлэг хүртэлх зай r–ээс хамаарна.

Одоо цилиндртэй тэнхлэг нь давхцаж байх, h өндөртэй, r радиустай цилиндр гадаргуун санаандаа төсөөлье. 13.16–р зургийг харна уу. Цилиндрийн хоёр суурь дээр цахилгаан орны хүчлэг нь тэг, харин цилиндрийн муруй гадаргуу дээр хүчлэг $E(r)$ байна. Иймээс нийт цилиндр хэлбэртэй битүү гадаргуугаар өнгөрөх $\vec{E}$ –ийн урсгал нь

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = E(r) \cdot 2\pi r h$$

байна.

Гауссын теорем ёсоор энэ урсгал нь битүү гадаргуу доторх цэнэгийн хэмжээг ε_0 –д харьцуулсантай тэнцүү. Хэрэв $r > R$ бол битүү гадаргуу доторх цэнэг нь $q = \lambda h$. Энд λ нь цилиндрийн нэгж уртад оногдох цэнэгийн хэмжээ буюу цэнэгийн шугаман нягт



Зураг 13.16. Цэнэглэгдсэн төгсгөлгүй урт цилиндрийн h урттай хэсэг. (Төгсгөлгүй урт цилиндрийн үүсгэх цахилгаан орны чиглэл нь түүний тэнхлэгт перпендикуляр, радиал чиглэлтэй байна.)

болно. Энэ цилиндрийн цэнэгийн шугаман нягт λ нь гадаргуугийн цэнэгийн нягт σ–тай $\lambda = 2\pi R\sigma$ хамааралтай болохыг хялбархан харж болно.

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = E(r) \cdot 2\pi rh = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

Эндээс цэнэгтэй цилиндрийн үүсгэх цахилгаан орон нь $(r \geq R)$ бол

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r} \tag{13.24}$$

Хэрэв $r < R$ бол битүү гадаргууд цэнэг байхгүй. Учир нь бидний авч үзэж буй цилиндр зөвхөн гадаргуугийн цэнэгтэй билээ. Иймээс $E(r) = 0$ юм. Өөрөөр хэлбэл гадаргуу нь цэнэглэгдсэн хязгааргүй урт цилиндрийн дотор цахилгаан орон үгүй.

Цилиндрийг сөргөөр цэнэглэвэл цилиндрийн гаднах цахилгаан орон цилиндрийн тэнхлэг уруу харсан чиглэлтэй боловч хэмжээ нь өмнөх тохиолдолтой ижил байна.

13.24-аас харвал цилиндрийн радиус R–г багасах тусам (утасны шугаман нягтыг өөрчлөхгүйгээр) гадаргуугийн орчимд цахилгаан орны хүчлэг их болно.

$\lambda = 2\pi R\sigma$ болохыг тооцвол гадаргуу дээрх цахилгаан орны хүчлэг нь

$$E(R) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{13.25}$$

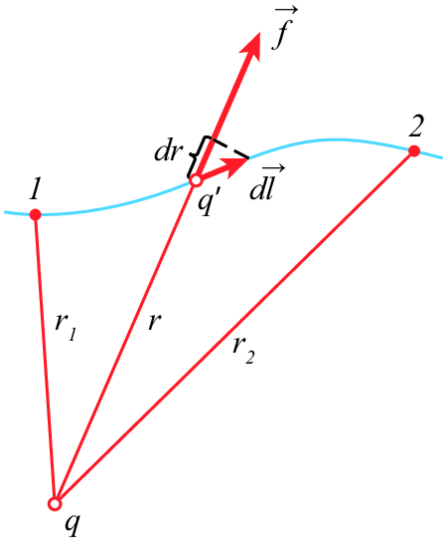
болж байна. Энд гадаргуу дээр $r = R$ болохыг ашиглав.

13.5 Цахилгаан орны ажил энерги

q цэгэн цэнэгийн үүсгэж байгаа цахилгаан оронд буй q' турших цэнэгийг авч үзье. Энэ хүч нь төвийн тэгш хэмтэй байх нь тодорхой. Төвийн тэгш хэмтэй орон нь потенциалт орон байдаг талаар бид механикийн бүлэгт үзсэн билээ.

Одоо q' цэнэгийг dl зайд шилжүүлэхэд гүйцэтгэх ажлыг олъё. 13.17–р зургийг харна уу.

$$dA = \vec{F}d\vec{l} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2}dl\cos\alpha$$



Зураг 13.17. q цэнэгийн үүсгэсэн цахилгаан оронд хөдөлж буй q' цэнэг

Энд байгаа α нь хүчний чиглэл болон шилжилт $d\vec{l}$–ийн хоорондын өнцөг. Зургаас харвал $dl\cos\alpha = dr$ байна. Үүнийг тооцвол:

$$dA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2}dr$$

q' цэнэгийг 1–ээс 2 хүртэл шилжүүлэхэд гүйцэтгэх нийт ажил нь:

$$A = \int dA = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \tag{13.26}$$

Эндээс харвал цэнэгийг шилжүүлэхэд гүйцэтгэсэн ажил нь замын хэлбэрээс хамаарахгүй, харин цэнэгийн эхний болон эцсийн байршил, цэнэгүүдийн хэмжээ, орчны диэлектрик тогтмолоос хамаарч байна.

Хэрэв q' цэнэгийг олон цэнэгүүдийн үүсгэсэн цахилгаан орон дотор шилжүүлж байвал өмнөх томьёонд буй хүч нь

$$\vec{F} = \sum \vec{F_i}$$

гэж илэрхийлэгдэнэ. Энд F_i нь i–р цэнэгээс q' цэнэгт үйлчлэх хүч юм. Дээр өгүүлсэнтэй төсөөтэйгөөр ажлыг олбол:

$$A = \sum A_i$$

болно.

Энэ ажил мөн л замын хэлбэрээс хамаарахгүй нь тодорхой.

Одоо q' цэнэгийг битүү замын дагуу шилжүүлье. Өөрөөр хэлбэл цэнэгийг явуулсаар анхны байрлалд нь авчиръя. Энэ үед хийх ажил нь:

$$A = \int \vec{F}d\vec{l} = \oint q'\vec{E}d\vec{l}$$

Цахилгаан оронд цэнэгийг шилжүүлэхэд хийгдэх ажил нь замын хэлбэрээс биш, харин цэнэгийн эхний болон эцсийн байршлаас хамаардаг тухай өмнө дурдсан. Иймээс битүү хүрээгээр бүтэн нэг тойруулахад хийгдэх ажил нь тэг байна.

Өөрөөр хэлбэл:

$$A = \int \vec{F} d\vec{l} = \oint q' \vec{E} d\vec{l} = 0$$

буюу

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0 \tag{13.27}$$

Энэ томьёо зөвхөн цахилгаан статик орны хувьд л хүчинтэй болохыг анхаараарай. 13.27–оос харвал цахилгаан статик орны хуйлрал нь тэг байна.

13.6 Цахилгаан орны потенциал

Потенциал оронд байгаа биет потенциал энергитэй байдаг тухай механикийн бүлэгт үзсэн билээ.

13.26 –ээс харвал q цэнэгийн үүсгэсэн цахилгаан оронд байгаа q' цэнэгийг 1 байрлалаас 2 байрлалд хүргэхэд хийх ажил нь хоёр цэгийн хоорондох потенциал энергиэр тодорхойлогдох билээ.

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r_2} = W_{p1} - W_{p2}$$

Иймээс цахилгаан оронд аль нэг цэг дээр байгаа q' цэнэгийн потенциал энерги нь

$$W_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r} + \text{const}$$

байх нь ээ. Цэнэгүүд хязгааргүй хол байхад тэдгээрийн харилцан үйлчлэлийн потенциал энерги тэг байна гэж үзэх нь тохиромжтой. Ингэвэл потенциал энерги нь

$$W_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r} \tag{13.28}$$

Цахилгаан орны хүчлэгийг тодорхойлохын тулд турших цэнэг ашигладаг тухай өмнөх сэдэвт үзсэн. Одоо q'–гийг турших цэнэг байна гэж үзье. Ингэвэл 13.28 нь турших цэнэгийн потенциал энерги юм. Харин нэгж цэнэгт оногдох потенциал энерги нь

$$\varphi = \frac{W_p}{q'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \tag{13.29}$$

Энэ хэмжигдэхүүнийг цахилгаан орны потенциал гэнэ. Цахилгаан орны хүчлэг нь нэгж эерэг цэнэгт оногдох хүчээр илэрхийлэгддэг бол потенциал нь нэгж эерэг цэнэгт оногдох потенциал энергиэр илэрхийлэгдэнэ.

Хэрэв турших цэнэг нь олон цэнэгийн үүсгэсэн цахилгаан оронд байсан гэвэл потенциал энерги нь

$$W_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_i q'}{r_i}$$

гэж илэрхийлэгдэх билээ. Харин нэгж цэнэгт оногдох энерги буюу потенциал нь

$$\varphi = \frac{W_p}{q'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_i}{r_i} \tag{13.30}$$

Эндээс харвал цэнэгүүдийн үүсгэж байгаа цахилгаан орны потенциал нь цэнэг тус бүрийн потенциалын алгебр нийлбэртэй тэнцүү байна.

Хэрэв бидэнд цахилгаан орны тухайн цэг дахь потенциал мэдэгдэж байвал тухайн цэг дээрх q цэнэгийн потенциал энергийг

$$W_p = q \cdot \varphi \tag{13.31}$$

гэж олно.

Харин цахилгаан оронд 1 цэгээс 2 цэг хүртэл q цэнэгийг зөөхөд хийх ажил нь потенциалуудын ялгавраар

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \tag{13.32}$$

гэж бичигдэнэ. Цэнэгийг хязгааргүй холоос φ потенциалтай цэг дээр зөөж ирэхэд цахилгаан орны хийх ажил нь:

$$A_\infty = q\varphi \tag{13.33}$$

Учир нь хязгааргүй хол цэг дээр байгаа цэнэгийн потенциал энерги нь тэг. Сүүлийн томьёоноос цахилгаан орны потенциал 1Ж/1Кл нэгжээр илэрхийлэгдэх нь тодорхой байна. СИ системд 1Ж/1Кл=1вольт гэж тэмдэглэнэ.

Атом, молекул болон бөөмсийн энергийг эВ буюу электронвольт гэсэн нэгжээр илэрхийлбэл тохиромжтой. Эгэл цэнэгийг 1вольт потенциалын ялгавартай хоёр цэгийн хооронд шилжүүлэхэд нэг 1эВ хэмжээтэй ажил хийнэ. Өөрөөр хэлбэл:

$$1\text{эВ} = 1.6 \cdot 10^{-16}\text{Кл} \cdot 1\text{В} = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{Ж}$$

13.6.1 Цахилгаан орны хүчлэг ба потенциалын холбоо

Цахилгаан орныг хүчлэг ($\vec{E}$) гэсэн вектор хэмжигдэхүүн болон потенциал (φ) гэсэн скаляр хэмжигдэхүүний аль алинаар нь илэрхийлж болно. Иймээс энэ хоёр хэмжигдэхүүн харилцан уялдаатай. Одоо энэ хоёр хэмжигдэхүүний хоорондын хамаарлыг олъё. Үүний тулд $\vec{E}$ цахилгаан оронд байгаа q цэнэгийг dl зайд шилжүүлье. dl өчүүхэн тул вектор гэж үзэж болно. Ингэхэд цахилгаан орны гүйцэтгэх ажил нь:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q\vec{E} \cdot d\vec{l} = qEdl \cdot \cos\alpha$$

Энд α нь $\vec{E}$ ба $d\vec{l}$ векторуудын хоорондын өнцөг юм. $E \cdot \cos\alpha = E_l$ гэж тэмдэглэвэл

$$dA = qE_l dl$$

Цахилгаан орон ийм хэмжээний ажил хийсэн тул потенциал энерги энэ хэмжээгээр буурна. Иймээс $dA = -dW$ буюу

$$qE_l dl = -qd\varphi = -q\frac{\partial \varphi}{\partial l}dl$$

Эндээс

$$E_l = -\frac{\partial \varphi}{\partial l} \tag{13.34}$$

болно. Үүнийг гурван хэмжээст огторгуйд өргөтгөн хэрэглэвэл:

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \tag{13.35}$$

Харин хүчлэгийн вектор нь

$$\vec{E} = \vec{i}E_x + \vec{j}E_y + \vec{k}E_z$$

болох тул 13.35–ийг анхаарвал:

$$\vec{E} = -\left(\vec{i}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)$$

Их хаалтад байгаа илэрхийллийг φ –ийн *градиент* гэж нэрлээд gradφ гэж тэмдэглэдэг. Өөрөөр хэлбэл:

$$\mathrm{grad}\varphi = \vec{i}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

Энэ тэмдэглэгээг ашиглавал:

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi \tag{13.36}$$

Заримдаа градиентын операторыг ∇ гэж тэмдэглэх тул $\vec{E} = -\nabla\varphi$ гэж бичиж болно.

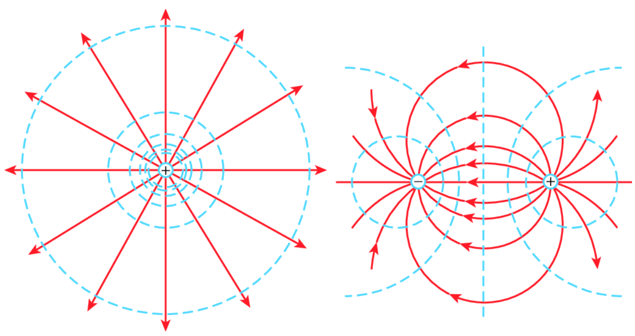
13.6.2 Ижил потенциалт гадаргуу

Цахилгаан орныг дүрслэхдээ потенциал нь ижил байгаа цэгүүдийг дайруулан шугам буюу гадаргуу зурж болно. Үүнийг *ижил потенциалт гадаргуу* гэдэг. Хэрэв потенциал нь огторгуйд координатаас хамаарсан функц хэлбэрээр өгөгдсөн байвал ижил потенциалт гадаргуун тэгшитгэл нь

$$\varphi(x, y, z) = \mathrm{const}$$

болно. Ижил потенциалт гадаргуун дагуу шилжихэд потенциал өөрчлөгдөхгүй. Харин ижил потенциалт гадаргуун нормалийн чиглэл нь тухайн цэг дахь хүчлэгийн чигтэй давхацна. Иймээс хүчлэгийн векторын ижил потенциалт гадаргуун шүргэгч дээрх проекц нь ямагт тэг байна. Цахилгаан орныг аль болох тодорхой дүрслэхийн тулд жигд хэмжээгээр буурах потенциал бүхий гадаргуунуудыг зурж харуулбал тохиромжтой.

13.18–р зурагт цэнэгүүдийн системийн цахилгаан орны хүчлэг болон ижил потенциалт гадаргуунуудыг дүрсэлжээ. Ижил потенциалт гадаргуу шигүү байгаа газар хүчлэг их болох нь зургаас харагдаж байна.



Зураг 13.18. Нэг болон олон цэнэгийн үүсгэж буй цахилгаан орны хүчлэгийн шугам болон ижил потенциалт гадаргуу