Лекц 8

МОЛЕКУЛ ФИЗИК

8.1 Идеал хийн кинетик онол

Идеал хий

Идеал хийн кинетик онолд атом доторхи хөдөлгөөн болон атомын бүтцийг тооцохгүй. Бидний авч үзэж байгаа систем нь олон тооны молекулаас тогтоно. Энэ системд молекулуудын хоорондын харилцан үйлчлэлийг тооцоолох нь хүндрэлтэй байдаг. Молекулуудын хөдөлгөөнийг механикийн хуульд захирагдана гэж үзвэл молекулын системийг бүрэн тодорхойлохын тулд молекул бүрийн хувьд хөдөлгөөний тэгшитгэлийг бичих шаардлагатай болно. Гэвч энэ нь ерөнхийдөө Авогадрын тоотой ижил эрэмбэтэй тоотой тэгшитгэлийг бодох шаардлага гарч байгаа учраас энэ нь боломжгүй юм.

Гэвч молекулын тоо асар их байгаа нь тэдгээрийн тус бүрийн хөдөлгөөнийг авч үзэх шаардлагагүй гэдгийг үзүүлнэ. Бөөмийн тоо асар олон үед тэдгээрийн хөдөлгөөнд харгалзах хэмжигдэхүүнүүдийн зөвхөн дундаж утгууд: дундаж хурд, дундаж энерги гэх мэтийг тодорхойлох боломжтой. Энэ аргаар молекулын системийн төлөвийг судалж болно.

Бодисын 3 төлөвөөс хийн төлөв хамгийн хялбар систем юм. Хийд молекулуудын хоорондын харилцан үйлчлэл бага бөгөөд тодорхой нөхцөлд тооцохгүй байж болно. Хялбар болохын үүднээс молекулуудын хэмжээг тооцохгүй бөгөөд материал цэгүүд гэж үзье. Ийм тооцоонд хийн молекулууд чөлөөтэй хөдөлнө. Өөрөөр хэлбэл молекулууд шулуун жигд хөдөлнө. Ийм шинж чанартай хийг идеал хий гэдэг. Бодит хийг авч үзэх үед эдгээр ойролцооллуудыг засварлах ба зарим нөхцөлд ийм идеал загвар бодит байдлаас тийм ч их зөрдөггүй.

8.1.1 Хийн даралт

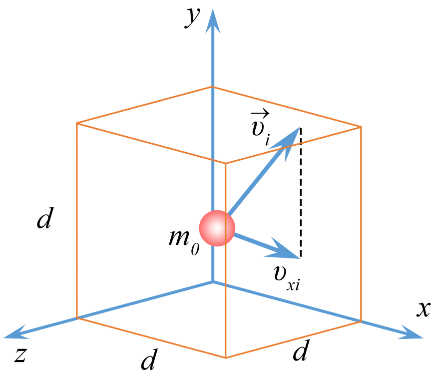
Эмх замбараагүй хөдөлгөөний дунд хийн молекулууд түүнийг агуулж байгаа савны хана болон хоорондоо хангалттай бага зайд ойртоно. Энэ үед хий молекулуудын хооронд эсвэл хийн молекулууд ба савны ханаyы молекулуудын хооронд зайнаас хамааран хурдан буурах харилцан үйлчлэлийн хүч үүснэ. Энэ хүчний үйлчлэлээр хийн молекул хөдөлгөөний чиглэлээ өөрчилнө. Үүнийг мөргөлдөөн гэдэг. Молекулуудын хоорондын мөргөлдөөн хийн төлөвийг тодорхойлоход чухал үүрэгтэй боловч юуны өмнө тэдгээрийн савны ханатай хийх мөргөлдөөнийг авч үзье. Хийн молекул ба савын ханаyы молекулуудын харилцан үйлчлэлээр хийн зүгээс савны хананд учруулах хүч тодорхойлогдоно. Хананы талбай их байхад хийн зүгээс хананд үйлчлэх хүч их болно. Хананы талбайгаас хамаарах хэмжигдэхүүнийг хэрэглэхгүй байх үүднээс хийн үйлчлэлийг хүч биш харин даралт буюу нэгж талбайд үйлчлэх хүчээр илэрхийлье.

$$p = \frac{F}{S} \tag{8.1}$$

Савны хананд хийн учруулах даралт нь түүний молекулууд ханыг хязгааргүй олон тоотойгоор мөргөсний үр дүн гэж үздэг.

Хэдийгээр ганц молекулын ханатай мөргөлдөх харилцан үйлчлэлийн хүч тодорхойгүй боловч механикийн хуулиас бүх молекулын учруулах дундаж хүч буюу хийн даралтыг олж болно.

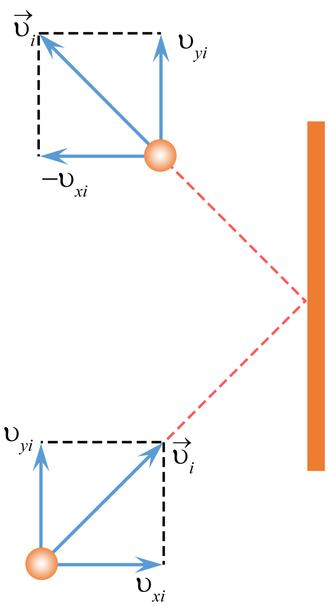
d урттай ирмэг бүхий куб хэлбэртэй саванд хийг байна гэж үзье (8.1 –р зураг).



Зураг 8.1. Молекулын хөдөлгөөний хурд

Молекулуудаас m_0 масстай, x-тэнхлэгийн дагуух хурдны байгуулагч нь υ_{xi} молекулыг авч үзье. (Үүнд i-нь молекулын дугаар болно). Молекул ханатай мөргөлдөхөд хананы масс их учраас хананд перпендикуляр хурдны байгуулагч эсрэгээр өөрчлөгдөнө.

Мөргөлдөхийн өмнөх молекулын импульсын x байгуулагч $m_0\upsilon_{xi}$, мөргөлдөөний дараа $-m_0\upsilon_{xi}$ болно (8.2 –р зураг). Импульсын x-байгуулагчийн өөрчлөлт



Зураг 8.2. Молекул савны хана мөргөх

$$\Delta p_{xi} = -m_0\upsilon_{xi} - (m_0\upsilon_{xi}) = -2m_0\upsilon_{xi} \tag{8.2}$$

Молекулд үйлчлэх хүчний импульс нь

$$\bar{F}_i\Delta t_{\text{мөргөлт}} = \Delta p_{xi} = -2m_0\upsilon_{xi} \tag{8.3}$$

$\bar{F}_i$ мөргөлтийн дүнд хананаас молекулд үйлчлэх дундаж хүчний x байгуулагч. $\Delta t_{\text{мөргөлт}}$-нь мөргөлт үргэлжлэх хугацаа. Энэ ханыг дахин мөргөхийн тулд молекул $2d$ зайг x чиглэлд туулах ёстой. Иймээс нэг ханыг мөргөх хоёр мөргөлтийн хоорондох хугацаа

$$\Delta t = \frac{2d}{\upsilon_{xi}} \tag{8.4}$$

Мөргөлтөөр молекулын импульсыг өөрчлөх хүч зөвхөн ханатай хийх мөргөлдөөний үед л үүснэ. Гэвч бид дундаж хүчийг молекул савыг нааш цааш туулах хугацаагаар дундачлана. Иймээс хүчний импульс-импульсын өөрчлөлтийг дахин бичвэл:

$$\bar{F}_i\Delta t = -2m_0\upsilon_{xi} \tag{8.5}$$

$$\bar{F}_i = \frac{-2m_0\upsilon_{xi}}{\Delta t} = \frac{-2m_0\upsilon_{xi}^2}{2d} = -\frac{m_0\upsilon_{xi}^2}{d} \tag{8.6}$$

Ньютоны 3-р хуулиар молекулын хананд учруулах дундаж хүч хэмжээгээрээ тэнцүү чиглэлээрээ эсрэг байна.

$$\bar{F}_{i\text{хана}} = -\bar{F}_i = -\left(-\frac{m_0\upsilon_{xi}^2}{d}\right) = \frac{m_0\upsilon_{xi}^2}{d} \tag{8.7}$$

Хийн хананд үйлчлэх нийт $\bar{F}$ хүчийг олохдоо молекулуудын учруулах хүчнүүдийг нэмнэ.

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^{N}\frac{m_0\upsilon_{xi}^2}{d} = \frac{m_0}{d}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_{xi}^2 \tag{8.8}$$

Молекулуудын тоо маш их учраас $\bar{F}$ – хүч нь бараг өөрчлөгдөхгүй. Иймээс хананд үйлчлэх хүч нь F тогтмол хүч болно.

$$F = \frac{m_0}{d}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_{xi}^2 \tag{8.9}$$

N молекулуудын хурдны x байгуулагчийн квадратын дундаж утгыг олъё:

$$\overline{\upsilon_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\upsilon_{xi}^2}{N} \tag{8.10}$$

Үүнийг өмнөх тэгшитгэлд орлуулбал

$$F = \frac{m_0}{d}N\overline{\upsilon_x^2} \tag{8.11}$$

Нэг молекулын хурдны байгуулагчдын хувьд Пифагорын теоремыг хэрэглэвэл

$$\upsilon_i^2 = \upsilon_{xi}^2 + \upsilon_{yi}^2 + \upsilon_{zi}^2 \tag{8.12}$$

ба бүх молекулуудаар дундчилбал

$$\overline{\upsilon^2} = \overline{\upsilon_x^2} + \overline{\upsilon_y^2} + \overline{\upsilon_z^2} \tag{8.13}$$

Хөдөлгөөн нь санамсаргүй учраас $\vec{v}_x^2 = \vec{v}_y^2 = \vec{v}_z^2$

$$\overline{v^2} = 3\vec{v}_x^2 \tag{8.14}$$

$$F = \frac{1}{3}N\frac{m_0\overline{v^2}}{d} \tag{8.15}$$

Үүнийг ашиглан хананд учруулах даралтыг олбол

$$p = \frac{F}{S} = \frac{F}{d^2} = \frac{1}{3}N\frac{m_0\overline{v^2}}{d^3} = \frac{1}{3}\frac{N}{V}m_0\overline{v^2} = \frac{1}{3}nm_0\overline{v^2} \tag{8.16}$$

$\frac{m\overline{v^2}}{2}$ нь хийн нэг молекулын дундаж кинетик энерги болно. Иймээс хийн даралт нэгж эзлэхүүн дэх молекулуудын дундаж кинетик энергийн $\frac{2}{3}$-той тэнцүү.

Энэ томьёо нэг молекулд харгалзах хэмжигдэхүүнийг даралт буюу хийд бүхэлд нь харгалзах, туршлагаар хэмжиж болох макро хэмжигдэхүүнтэй холбож байна. Үүнийг идеал хийн кинетик онолын үндсэн тэгшитгэл гэдэг.

Даралтын нэгж. СИ системд даралтын нэгж 1м^2 талбайд перпендикуляр чиглэлд үйлчлэх 1 Ньютон хүчийг авдаг. Үүнийг Паскаль (Па) гэдэг.

$$1\text{Па} = 1\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \tag{8.17}$$

8.1.2 Температур

Хоёр биеийг хооронд нь шүргэлцүүлэхэд биеүдийн атомууд мөргөлдөж бие биедээ энерги дамжуулна. Үүний дүнд нэг биеэс нөгөө биед энерги шилжинэ. Энергиэ алдаж байгаа биеийг халуун, энерги авч байгаа биеийг хүйтэн бие гэдэг. Энергийн шилжилт дулааны тэнцвэр тогттол үргэлжилнэ.

Биеийн халуун хүйтний хэмжүүр нь температур болно. Тоон талаас нь илэрхийлэхийн тулд биеийн температураас хамаарч өөрчлөгддөг шинж чанарыг ашигладаг. Жишээ нь : Температурын хуваарийг тухайн биетэй дулааны тэнцвэрт байгаа мөнгөн усны баганын эзлэхүүнээр зохиодог. Гэвч ийм байдлаар хийсэн температурын хуваарь нь дурын сонголттой бөгөөд ямар нэг физик гүнзгий агуулга байхгүй. Иймээс тухайн бодисын ямар нэг шинж чанартай холбоогүй физик агуулгатай хуваарийг зохиох шаардлага гарсан.

Физик температурын хуваарьт термодинамик буюу абсолют хуваарийг ашигладаг. Энэ нь бүх биесийн дулааны шинж чанаруудтай хамгийн ерөнхий холбоотой. Температурыг тодорхойлохдоо дулааны тэнцвэрт байгаа 2 биеийн хувьд ижил байдаг тэдгээрийн төлөвийг илэрхийлэх хэмжигдэхүүн дээр үндэслэнэ.

Ийм шинж чанартай хэмжигдэхүүн нь биеийн атом молекулуудын давших хөдөлгөөний дундаж кинетик энерги юм. Хоёр биеийн молекул атомуудын дундаж энерги тэнцүү байвал тэдгээрийг шүргэлцүүлэхэд атом молекулууд хоорондоо энерги солилцох боловч нийт дүнгээр нэг биеэс нөгөө бие рүү энерги шилждэггүй.

Ийм учраас биеийг бүрдүүлэгч бөөмсүдийн давших хөдөлгөөний дундаж кинетик энергийг температурын хэмжүүр болгон авдаг. Температурын нэг шинж чанар нь аддитив биш хэмжигдэхүүн болно. Аливаа биеүдийг хэсгүүдэд хуваахад биеийн нийт температур түүний хэсгүүдийн температуруудын нийлбэртэй тэнцдэггүй. Үүгээрээ температур нь урт, эзлэхүүн, масс гэх мэт хэмжигдэхүүнүүдээс ялгаатай. Иймээс температурыг хэмжихдээ эталонтой харьцуулж урт эсвэл массыг хэмжих аргаар хэмжиж болохгүй.

Эртнээс температурыг хэмжихэд биеийн ямар нэг шинж чанар өөрчлөгдөж байгааг ашигладаг байв. Ийм температур хэмжих багаж тухайлбал термометрийг бүтээхэд ямар нэг биеийг сонгон авах ба түүний тодорхой шинж чанарыг авч үздэг. Ахуйн термометрт термометрийн бие нь мөнгөн ус болох ба термометрийн хэмжигдэхүүн нь мөнгөн усны баганын урт болно.

Температурт тодорхой тоон утга харгалзуулахын тулд термометрийн хэмжигдэхүүн температураас хамаарах хамаарлыг тодорхойлох шаардлагатай. Мөнгөн усны термометрийн хувьд мөнгөн усны баганын өндрийн температураас шугаман хамаарах хамаарлыг авч үздэг.

Одоо температурын нэгж градусыг авч үзье. Зарчмын хувьд нэгжид мөнгөн усны термометрт сантиметрийг авч болно. Градусын хэмжээг сонгон тогтооно. Ердийн даралтад мөсний хайлах, усны буцлах температурын завсрыг тэнцүү хэсгүүд-градуст хувааж эдгээр 2 температурын аль нэгэнд нь тодорхой утга харгалзуулна. Эндээс 2 дахь температур ба завсрын дурын утгыг олно. Ингэж температурын хуваарийг хийдэг. Ийм аргаар янз бүрийн термометрүүдийг зохиож болно.

Одоо үед хийн термометр ашиглан тогтоосон идеал хийн хуваарь дээр үндэслэсэн термометрийг хэрэглэж байна. Энэ нь идеал хийгээр дүүргэсэн битүү сав бөгөөд хийн даралтыг хэмжих манометртэй холбоно. Энд термометрийн бие нь идеал хий болох ба термометрийн хэмжигдэхүүн нь тогтмол эзлэхүүн дэх хийн даралт болно. Даралт температураас шугаман хамаардаг. Иймээс усны буцлах температурын ба мөсний хайлах температурын даралтуудын харьцаа температуруудын харьцаатай тэнцүү.

$$\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0} \tag{8.18}$$

Туршлагаас $\frac{p}{p_0}$-н харьцааг олсон.

$$\frac{p}{p_0} = 1.3661$$

$$\frac{T}{T_0} = 1.3661$$

Градусын хэмжээг олохдоо $T - T_0$-н ялгаврыг 100-д хуваана.

$$T - T_0 = 100$$

Эдгээр тэгшитгэлүүдийг бодоход бидний сонгож авсан хуваариар мөсний хайлах температур $T_0 = 273.15$ градус, усны буцлах температур $T = 373.15$ градус болно. Ямар нэг биеийн температурыг хэмжихийн тулд биеийг хийн термометртэй шүргэлцүүлнэ. Тэнцвэр тогтсоны дараа термометр дэх хийн даралтыг хэмжинэ. Биеийн температурыг

$$T = \frac{273.15}{p_0} p$$

томьёогоор олно. p_0-хайлж байгаа мөсөнд байгаа термометр дэх хийн даралт.

Хийн термометрийг практикт бараг хэрэглэдэггүй. Харин түүнийг ашиглан бусад термометрүүдийн хуваарийг зохиодог. Энэ хуваарьт температур тэг байхад даралт тэг болно. Температурын тэг хуваарийн үед термометрийн хэмжигдэхүүн тэг болж байх хуваарийг абсолют хуваарь гэдэг ба үүнийг ашигладаг температурыг абсолют температур гэдэг. Үүнийг заримдаа Кельвины хуваарь гэдэг.

Амьдрал ахуйд мөсний хайлах температурыг тэг гэж авдаг температурын хуваарийг өргөн хэрэглэнэ. Үүнийг Цельсийн хуваарь гэдэг. Цельсийн температур абсолют T температуртай

$$t = T - 273.15$$

гэж холбогддог. Температур нь молекулуудын давших хөдөлгөөний дундаж кинетик энерги учраас нэгж нь энергиэр хэмжигдэнэ. Практикт температурын ийм нэгж тохиромжгүй. Энергийн нэгжийг илүү бага Эрг-ээр тооцоход ч ихдэж байна. Жишээ нь: мөсний хайлах температур $5.65 \cdot 10^{-14}$Эрг байна.

Температурыг градусаар хэмжихийн тулд энергийн нэгжийг градуст шилжүүлэх коэффициентыг оруулна. Түүнийг k гэе. Тэгвэл градусаар хэмжигдэх температур ба дундаж кинетик энергийн холбоо

$$\frac{2}{3}\frac{m\overline{v^2}}{2} = kT$$

Эндээс

$$\frac{m\overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2}kT$$

болно. Энэ томьёог гаргахдаа молекулыг цэгтэй адилтгаж үзсэн. Түүний кинетик энерги нь давших хөдөлгөөнийх ба хурд нь гурван байгуулагчтай. Молекулын хөдөлгөөн нь эмх замбараагүй учраас молекулын энерги хурдны гурван байгуулагчид тэнцүү хуваарилагдах ба $\frac{1}{2}kT$ байна. k-Больцманы тогтмол. СИ системд $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$Ж/К.

Температур нь молекулын хөдөлгөөний дундаж энергиэр тодорхойлогдох учраас бас л даралттай адил статистик хэмжигдэхүүн болно. Нэг эсвэл цөөн тооны молекулуудын температурын тухай ойлголт байхгүй.

СИ систем дэх температурын нэгж Кельвинийг абсолют тэг-усны гурвын цэгийн температурт үндэслэн гаргасан. Усны гурвын цэг нь ус, усны уур, мөс гурав тэнцвэрт байх температур болно. Усны гурвын цэгийн температур 273.16K. Иймээс 1 Кельвин нь абсолют тэг ба усны гурвын цэгийн температурын завсрын $\frac{1}{273.16}$-тай тэнцэнэ.

8.1.3 Броуны хөдөлгөөн

Молекулуудын хөдөлгөөнийг бодитой болохыг 1827 онд Английн ургамал судлаач Броун усанд хөвөх жижиг хэсгүүдийн хөдөлгөөнөөр баталсан. Тэрээр олон дахин өсгөгч микроскопоор харахад энэ жижиг хэсгүүд эмх замбараагүй тасралтгүй хөдөлж байгааг ажигласан. Энэ нь бөөмийн шинж чанар эсвэл шингэний хөдөлгөөнтэй холбоогүй байсан. Ийм хөдөлгөөн хий шингэнд байгаа ямар ч жижиг хэсэгт ажиглагдана. Тухайлбал: агаарт байгаа утааны хэсгүүд ийм хөдөлгөөн хийнэ. Ийм хөдөлгөөнийг Броуны хөдөлгөөн гэдэг.

Судалгаанаас Броуны хөдөлгөөн бөөмийн байгаа хий ба шингэний шинж чанараас хамаарах ба бөөмийн өөрийн шинж чанараас хамаарахгүй. Бөөмийн Броуны хөдөлгөөний хурд температур өсөх ба бөөмийн хэмжээ багасахад ихэснэ.

Эдгээр бүх зүй тогтлыг бөөмийн түүний байгаа хий ба шингэний молекулуудын тал бүрээс хийх мөргөлтөөр тайлбарлана.

Броуны бөөм бүрийг зүг бүрээс нь молекулууд мөргөнө. Молекулуудын хөдөлгөөн эмх замбараагүй гэдгээс бөөмийг ямар нэг зүгт мөргөх мөргөлтийн тоо эсрэг зүгт хийх мөргөлтийн тоотой тэнцүү учраас эдгээр мөргөлтүүд бие биеэ устгах ба бөөмсүүд үл хөдөлнө. Энэ нь бөөмсүүдийн хэмжээ хэтэрхий бага биш үед тохирно. Микробөөмийн хувьд $(10^{-4} - 10^{-6}$см) өөр байна. Молекулуудын хөдөлгөөн хаос учраас чиглэл бүр дэх дундаж мөргөлтийн тоо тэнцүү байна. Гэвч хий шингэн гэх мэтийн статистик системд дундаж утгаас хазайх хазайлт байна. Физик хэмжигдэхүүн бага эзлэхүүн эсвэл бага хугацаанд дундаж утгаасаа хазайхыг флуктуац гэнэ. Хэрэв хий ба шингэнд ердийн хэмжээтэй бие байвал молекулуудын зүгээс хийх мөргөлтийн тоо маш их учраас нэг мөргөлт эсвэл нэг чиглэлийн дагуух илүү мөргөлтийг ажиглахгүй. Бөөм бага үед мөргөлтийн тоо харьцангуй бага учраас нэг чиглэлийн мөргөлт нөгөө чиглэлийнхээс давуу байгаа нь ажиглагдах учраас мөргөлтийн флуктуацийн үр дүнд Броуны хөдөлгөөн үүснэ.

Броуны хөдөлгөөн: Энэ нь молекулын хөдөлгөөн биш: нэг молекулын мөргөлтийн үр дүн биш, харин нэг чиглэл дэх мөргөлтийн тоо, нөгөө чиглэл дэх мөргөлтийн тооноос давуу байгаагаас үүснэ. Броуны хөдөлгөөн молекулын эмх замбараагүй хөдөлгөөн байгааг илрүүлнэ.

Бөөмийг мөргөх мөргөлтийн тооны санамсаргүйгээр өөрчлөгдөхөөс үүдэж тодорхой чиглэлд бөөмд үйлчлэх тэнцүү үйлчлэх хүч үүснэ. Флуктуац ерөнхийдөө бага хугацаанд байх учраас тэнцүү үйлчлэгчийн чиглэл энэ хугацаанд өөрчлөгдөх ба бөөмийн шилжих чиглэл өөрчлөгдөнө. Иймээс Броуны хөдөлгөөний хаос чанар нь молекулын хөдөлгөөний хаос байдлын тусгал болно. Энэ онолын үндсэн харьцааг гаргах хялбар тооцоо хийж үзье.

Бөөмд үйлчлэх тэнцүү үйлчлэгч хүчийг F гэе. Мөн бөөмд орчны зуурамтгай чанараас хамаарсан f үрэлтийн хүч үйлчилнэ. Хялбар болохын үүднээс бөөмийг a радиустай бөмбөлөг хэлбэртэй гэж үзье. Тэгвэл түүнд Стоксын томьёогоор илэрхийлэгдэх f үрэлтийн хүч үйлчилнэ.

$$f = 6\pi\eta a v$$

$\eta-$шингэний дотоод үрэлтийн коэффициент, v-бөөмийн хөдөлгөөний хурд.

Хөдөлгөөний тэгшитгэлийг бичвэл

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F} - 6\pi\eta a\dot{\vec{r}} \tag{8.19}$$

болно.

m-бөөмийн масс, $\vec{r}$-ямар нэг координатын систем дэх радиус вектор, $\dot{\vec{r}} = \vec{v}$-бөөмийн хурд, $\vec{F}$-молекулуудын мөргөлтөөр үүсэх тэнцүү үйлчлэгч хүч.

Хөдөлгөөний тэгшитгэлийг x тэнхлэг дээр бичье:

$$m\ddot{x} = F_x - 6\pi\eta a\dot{x} \tag{8.20}$$

F_x-$\vec{F}$ хүчний x тэнхлэгийн дагуух байгуулагч.

Янз бүрийн бөөмсүүд хэмжээ болон чиглэлээрээ өөр шилжилт хийнэ. Нэмэх ба хасах чиглэлд хийх шилжилт нь ижил магадлалтай учраас бөөмийн шилжилтүүдийн нийлбэр тэг болно. Иймээс шилжилтийн $\bar{x}$ проекц тэгтэй тэнцүү. Харин $\overline{x^2}$-нь тэгээс ялгаатай. 8.20-тэгшитгэлийг түүнд $\overline{x^2}$ орохоор хувиргая: Үүний тулд тэгшитгэлийн хоёр талыг x-ээр үржүүлье.

$$mx\ddot{x} = xF_x - 6\pi\eta a x\dot{x} \tag{8.21}$$

$$x\ddot{x} = \frac{1}{2}\frac{d^2}{dt^2}(x^2) - \left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

$$x\dot{x} = \frac{1}{2}\frac{d(x^2)}{dt}$$

Үүнийг 8.21-д орлуулбал

$$\frac{m}{2}\frac{d^2}{dt^2}(x^2) - m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = -3\pi\eta a\frac{d(x^2)}{dt} + xF_x$$

болно.

Энэ тэнцэтгэл ямар ч бөөмийн хувьд биелэх учраас дундаж утгын хувьд биелэх ёстой. Иймээс олон бөөмсийн хувьд дундчилбал:

$$\frac{m}{2}\frac{d^2(\overline{x^2})}{dt^2} - m\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = -3\pi\eta a\frac{d(\overline{x^2})}{dt} + \overline{xF_x}$$

болно.

Олон бөөмсийн хувьд x ба F_x –н нэмэх ба хасах утгууд ижил магадлалтай учраас $\overline{xF_x} = 0$.

$$\frac{m}{2}\frac{d^2(\overline{x^2})}{dt^2} - m\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = -3\pi\eta a\frac{d(\overline{x^2})}{dt} \tag{8.22}$$

Хөдөлгөөн хаос учраас бүх чиглэлд ижил байна. Иймээс

$$\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = \overline{\left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \overline{\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

$$\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} + \overline{\left(\frac{dy}{dt}\right)^2} + \overline{\left(\frac{dz}{dt}\right)^2} = \overline{\upsilon^2}$$

$$\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = \frac{1}{3}\overline{\upsilon^2}$$

$$m\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = \frac{1}{3}m\overline{\upsilon^2} = \frac{2}{3}\frac{m\overline{\upsilon^2}}{2}$$

болно.

$\frac{m\overline{\upsilon^2}}{2}$ Броуны бөөмсийн дундаж кинетик энерги. Броуны бөөмс хий ба шингэний молекулуудтай мөргөлдсөнөөр тэдгээртэй энерги солилцон энэ орчинд тэнцвэрт байна. Иймээс Броуны бөөмийн давших хөдөлгөөний кинетик энергийн дундаж утга шингэний молекулын дундаж кинетик энергитэй тэнцүү байх ёстой.

$$\frac{m\overline{\upsilon}^2}{2} = \frac{3}{2}kT$$

$$m\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = \frac{2}{3}\frac{m\overline{\upsilon^2}}{2} = kT \tag{8.23}$$

8.23-г ашиглавал 8.22 тэгшитгэл дараах хэлбэртэй болно.

$$\frac{m}{2}\frac{d^2(\overline{x^2})}{dt^2} - kT = -3\pi\eta a\frac{d(\overline{x^2})}{dt}$$

$$\frac{d(\overline{x^2})}{dt} = Z$$

$$\frac{m}{2}\frac{dZ}{dt} - kT = -3\pi\eta a Z$$

$$\frac{dZ}{Z - \frac{kT}{3\pi\eta a}} = -\frac{6\pi\eta a}{m}dt$$

$$\int_0^Z \frac{dZ}{Z - \frac{kT}{3\pi\eta a}} = -\int_0^t \frac{6\pi\eta a}{m}dt$$

$$\ln\left(Z - \frac{kT}{3\pi\eta a}\right) - \ln\left(-\frac{kT}{3\pi\eta a}\right) = -\frac{6\pi\eta a}{m}t$$

$$Z = \frac{kT}{3\pi\eta a}\left(1 - e^{-\frac{6\pi\eta a}{m}t}\right) = \frac{d(\overline{x^2})}{dt}$$

болно.

Туршлагын нөхцөлд $e^{-\frac{6\pi\eta a}{m}t}$-нь маш бага тоо. Иймээс түүнийг тооцохгүй орхиж болно.

$$\frac{d}{dt}(\overline{x^2}) = \frac{kT}{3\pi\eta a} \tag{8.24}$$

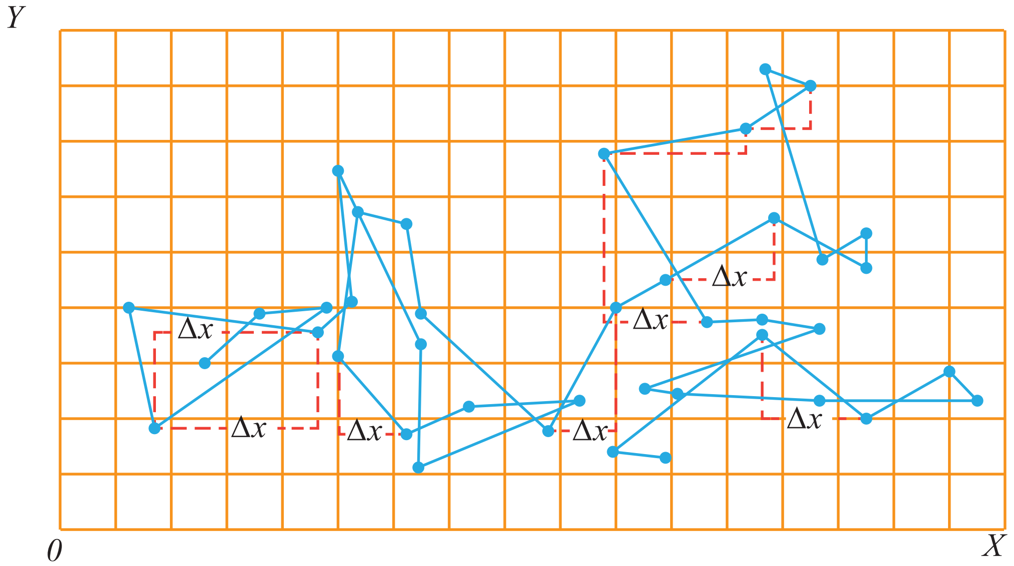
Δt-хугацааны завсарт харгалзах $\Delta\overline{x^2}$ шилжилтийн хувьд

$$\frac{\Delta\overline{x^2}}{\Delta t} = \frac{kT}{3\pi\eta a} \tag{8.25}$$

$$\Delta\overline{x^2} = \frac{kT}{3\pi\eta a}\Delta t \tag{8.26}$$

байна.

8.26 томьёонд шилжилтийн квадратын дундаж утгыг бүх бөөмсийн хувьд олсон. Гэвч энэ томьёо нэг бөөмийн ижил хугацааны завсруудын дараалсан шилжилтүүдийн квадратуудын дундаж утгын хувьд үнэн болно. Туршлагын явцад нэг бөөмийн шилжилтийг ажиглах нь тохиромжтой. Ийм ажиглалтыг 1909 онд Перрен хийсэн. Ажиглалтын үр дүнг 8.3 –р зурагт үзүүлэв. Перрен Δx-г хэмжиж тэдгээрийн квадратын дундаж утгыг олсон. Энэ нь 8.26-н үр дүнтэй сайн тохирсон нь Броуны хөдөлгөөний молекул-кинетик тайлбар зөв болохыг болон молекул-кинетик онол зөв болохыг баталсан.



Зураг 8.3. Броуны хөдөлгөөн