Лекц 7

МЕХАНИК

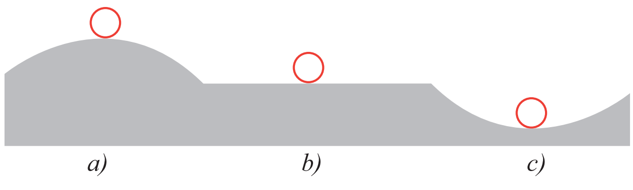
7.1 Хэлбэлзэл

7.1.1 Хэлбэлзэх хөдөлгөөн

Бие буюу систем байрлал болон төлөвөө давтан хөдлөх хөдөлгөөнийг *үелэх хөдөлгөөн* гэнэ. Жишээ нь, цагны дүүжингийн хөдөлгөөн, дотоод шаталтат хөдөлгүүрийн поршингийн хөдөлгөөн, мембраны чичирхийлэх хөдөлгөөн, усан онгоцны далбаа намирах, кристаллын доторх атомын дулааны хөдөлгөөн гэх мэт олон тохиолдол байдаг. Үелэх хөдөлгөөнүүдийн дотроос гадны харилцан үйлчлэлийн улмаас нэг цэгийн орчим улиран давтагдах хөдөлгөөнийг *хэлбэлзэл* гэнэ. Хоорондоо харилцан үйлчлэгч механик систем тэнцвэрийн төлөвт байвал системд үйлчлэгч хүчнүүдийн нийлбэр болох хүчний моментуудын нийлбэр тэг байна.

$$\sum \vec{F}_i = 0, \quad \sum \vec{M}_i = 0 \tag{7.1}$$

Тэнцвэрийн байрлалаас биеийг бага хэмжээгээр шилжүүлэхэд бие эргэлт буцалтгүй тэнцвэрээсээ гарч байвал *тогтворгүй тэнцвэр*, шилжсэн байрандаа тэнцвэртэй байвал *нэгэн төрлийн тэнцвэр*, харин буцаж тэнцвэрийн байрлал руугаа шилжиж байвал *тогтвортой тэнцвэр* гэнэ. 7.1 –р зурагт үрэл (a) байрлалд тогтворгүй, (b) байрлалд нэгэн төрөл, (c) байрлалд тогтвортой тэнцвэрт төлөв байна. Бие тогтвортой тэнцвэрт төлөвт байрлах үед бага зэрэг хазайлгавал хэлбэлзэх хөдөлгөөн үүснэ. Тэнцвэрийн байр-



Зураг 7.1. Тэнцвэрийн байрлал

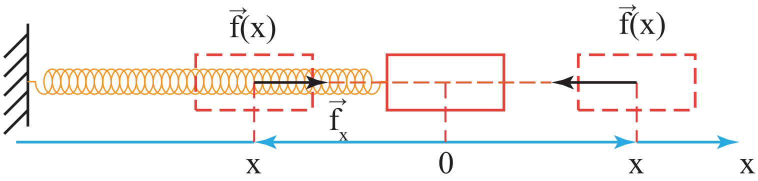
лалаас бага хэмжээгээр хазайлгавал гармоник хэлбэлзэл үүсэх ба хазайлтын хэмжээ их болоход ангармоник (гармоник биш) хэлбэлзэл үүсдэг. Одоо нэг хэмжээст хэлбэлзлийг авч үзье. Бие x тэнхлэгийн дагуу хэлбэлзэх ба биед үйлчлэх хүч нь $f(x)$ байг. Энэ үед хөдөлгөөний тэгшитгэл нь

$$ma_x = f(x) \tag{7.2}$$

$f(x)$ функцийг координатын x_0 цэгийн орчим зэрэгт цуваанд задалбал

$$f(x) = f(0) + \frac{1}{1!}f'(0)x + \frac{1}{2!} + f''(0)x^2 + ... \tag{7.3}$$

Энэ цувааг Маколероны цуваа гэнэ. Энд тэнцвэрийн байрлалд $x_0 = 0$ үед $f(0) = 0$ болно. $x_0 = 0$ цэгээс бага хэмжээгээр шилжихэд $f(x)$ функцийг шулуунаар ойролцоолох бол x –ийн хэмжээ ихсэхэд параболоор, куб мурийгаар гэх мэт ойролцоолон авах шаардлагатай болдог. Бага хэлбэлзлийн үед хүчний функцийг шугаман гишүүнээр ойролцоолбол $f(x) = f'(0)x$ болох ба тогтвортой тэнцвэрийн байрлалд энэ хүч нь баруун тийш шилжихэд зүүн тийш, зүүн тийш шилжихэд баруун тийш үйлчлэх буцаах хүч байх учир хүчний чиглэл шилжилтийн эсрэг чиглэнэ(7.2 –р зураг). Иймд $f'(0) < 0$ учир



Зураг 7.2. Хүчний чиглэл ба шилжилт

$f'(0) = -k$ гэе. (k –эерэг тогтмол)

$$ma_x = -kx \tag{7.4}$$

Энд ямарч тогтвортой тэнцвэрийн байрлалын орчимд буцаах хүч нь харимхай деформацын хүчтэй төсөөтэй байх бага хазайлтын муж олдоно гэсэн үг юм. Зарим тохиолдолд харилцан үйлчлэлийн хүчийг потенциал орны энергийн градиентаар тооцоолон бодох нь хялбар байна.

$$f(x) = -gradE_\Pi = -\frac{\partial E_\Pi}{\partial x} \tag{7.5}$$

Ийм байдлаар тодорхойлсон хүчнээс k коэффициентыг $x_0 = 0$ цэг дээр уламжлалаар нь тодорхойлно.

$$k(x) = -f'(0) = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_0 = \left.\frac{\partial^2 E_\Pi}{\partial x^2}\right|_0 \tag{7.6}$$

Үүнийг ашигласан жишээг 3 –р жишээнд үзүүлэв. Одоо бага хэлбэлзлийн тэгшитгэлийг бодъё. (7.4) тэгшитгэлийг массд нь хувааж $\frac{k}{m} = \omega_0^2$ гэж тэмдэглэе.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{7.7}$$

Хөдөлгөөний тэгшитгэл нь

$$a_x + \omega_0^2 \cdot x = 0 \quad \text{буюу} \quad \ddot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0 \tag{7.8}$$

Энэ нь хоёрдугаар эрэмбийн нэгэн төрлийн шугаман дифференциал тэгшитгэл(ХЭНТШДТ) байна. Тэгшитгэлийн шийдийг $x = A \cdot e^{\alpha t}$ хэлбэртэй хайя. (A ба α тогтмолууд). x –ээс хоёрдугаар эрэмбийн уламжлал авбал. $\ddot{x} = A\alpha^2 e^{\alpha t}$ болох учир 7.8 –р тэгшитгэлд орлуулъя.

$$Aa^2 e^{\alpha t} + \omega_0^2 A e^{\alpha t} = 0 \quad \Rightarrow \quad (\omega^2 + \alpha^2) A e^{\alpha t} = 0 \tag{7.9}$$

Энд тэгшитгэл шийдтэй байхын тулд

$$\omega^2 + \alpha^2 = 0 \tag{7.10}$$

Үүнийг характеристик тэгшитгэл гэнэ. Шийд нь:

$$\alpha_{12} = \pm i\omega_0 \tag{7.11}$$

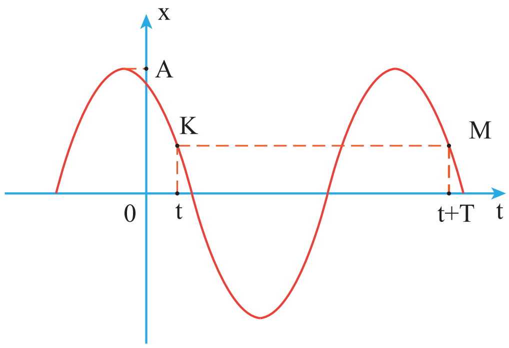
Энд $i = \sqrt{-1}$ хуурмаг нэгж. $\alpha_1 = i\omega_0$, $\alpha_2 = -i\omega_0$ гэсэн хоёр шийдтэй байна. ХЭНТШДТ-ийн тухайн шийдүүдийг шугаман нэмэх замаар ерөнхий шийдийг олно.

$$x = A_1 \cdot e^{i\varphi_1} \cdot e^{i\omega_0 t} + A_2 \cdot e^{i\varphi_2} \cdot e^{-i\omega_0 t} \tag{7.12}$$

Энд $A_1 = A_2$, $\varphi_2 = -\varphi_1$ үед Эйлерийн томьёог ашиглан ($e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$) задалж тооцоолбол бодит шийд нь

$$x = 2A_1 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \quad \text{буюу} \quad x = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{7.13}$$

Энд A нь хамгийн их хазайлтын хэмжээ буюу далайц, ω_0 –хувийн хэлбэлзлийн тойрох давтамж, φ_0 –ийг *анхны фаз* гэнэ. Бага хэлбэлзлийн шийд нь синус, косинусийн хуулиар хувьсах гармоник функц байна. Гармоник хэлбэлзлийн синус эсвэл косинусийн аргументыг *хэлбэлзлийн фаз* гэнэ (7.3 –р зураг).



Зураг 7.3. Косинусийн хуулиар үелэн хувьсах гармоник хэлбэлзэл

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0 \tag{7.14}$$

Зурагт K ба M цэгүүд T хугацааны зайтай учир фаз нь дараах тэгшитгэлээр илэрхийлэх буюу $\omega_0(t+T) + \varphi_0 = (\omega t + \varphi_0) + 2\pi$ болно.

$$\omega_0 T = 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{7.15}$$

Үе нь нэг удаа бүтэн хэлбэлзэх хугацаа бол давтамж нь нэгж хугацаанд хэлбэлзэх тоо учир үеийн урвуу байна.

$$\nu_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi} \tag{7.16}$$

Тойрох давтамжийг шугаман давтамжаар дараах байдлаар илэрхийлнэ.

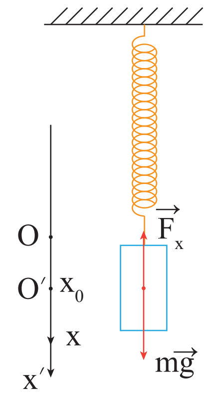
$$\omega_0 = 2\pi\nu_0 \tag{7.17}$$

1 –р жишээ: Пүршинд дүүжилсэн ачааны хэлбэлзлийн үеийг олъё (7.4 –р зураг).

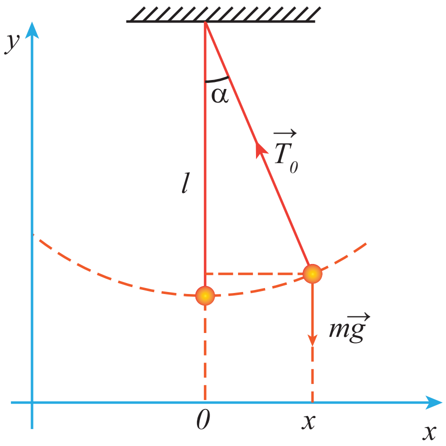
$$ma_x = mg - kx$$

$$m\ddot{x} = mg - kx$$

$$m\ddot{x} = -k(x - \frac{mg}{k})$$



Зураг 7.4. Пүршинд дүүжилсэн ачааны хэлбэлзэл



Зураг 7.5. Математик дүүжин

$$x_0 = \frac{mg}{k}; \quad x' = x - x_0$$

гэе.

$$m\ddot{x}' = -kx'$$

Эндээс харахад ачааны тэнцвэрийн байрлал x_0 –оор доошлон хэлбэлзэнэ. Үе нь $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ болно.

2 –р жишээ. Математик дүүжингийн давтамжийг олъё (7.5 –р зураг). Дүүжин бага хазайх үед хэвтээ чигт гармоник хэлбэлзэл хийнэ. Хөдөлгөөний тэгшитгэл нь $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}_0$ ба үүнийг x, y тэнхлэгүүд дээр проекцолбол

$$\begin{cases} ma_y \approx 0 = T \cdot \cos\alpha - mg \\ ma_x = -T_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

Бага хэлбэлзлийн үед α өнцөг бага учир $\cos\alpha \approx 1$ гэж авъя.

$$\sin\alpha = \frac{x}{l}$$

$$m\ddot{x} = -T_0\frac{x}{l} = -\frac{mg}{l}x$$

Энд харимхай төст коэффициент нь $k = \frac{mg}{l}$ учир

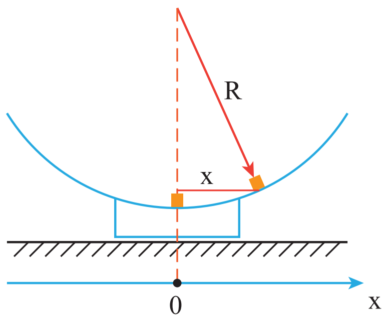
$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mg}{l \cdot m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

хэлбэлзлийн үе нь

$$T_0 = \frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Дүүжингийн хэлбэлзлийн үе дүүжингийн уртаас шууд, хүндийн хүчний хурдатгалаас урвуу хамааралтай байна. Энэ шинж чанарыг ашиглан газрын доорх хүнд элементүүдийн ордыг илрүүлэх зорилгоор гравиметр хэмээх багажид дүүжин хэлбэлзлийг ашигладаг байна.

3 –р жишээ нь R муруйлтын радиустай аяганы ёроолд үрэлтгүй гулсах m масстай жижиг бие байг. Түүний бага хэлбэлзлийн үед харимхай төст k коэффициентыг олъё (7.6 –р зураг).



Зураг 7.6. Аяганы ёроолд үрэлтгүй гулсах бие

$$E_\Pi = mgh = mg(R - \sqrt{(R^2 - x^2)}$$

x бага үед Маколероны цуваагаар x^2 –г хувьсагч гэж үзээд шугаман ойролцоолол хийвэл

$$E_\Pi \approx mg\left(R - R\left(1 - \frac{1}{2}\frac{x^2}{R^2}\right)\right) = \frac{x^2}{2R}mg$$

$$f(x) = \left.\frac{\partial E}{\partial x}\right|_0 = \frac{x}{R}mg; \quad k = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_0 = \frac{mg}{R}$$

Үүнийг ашиглан хэлбэлзлийн үеийг тодорхойлбол $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R}{g}}$ болно.

7.2 Физик дүүжин

Хүндийн хүчний оронд хатуу биеийг нэг цэгээс нь дүүжлэн хэлбэлзүүлж болно. Ийм дүүжинг *физик дүүжин* гэнэ. Физик дүүжин нь савлах хэлбэлзэл хийх учир эргэх хөдөлгөөний тэгшитгэлээр хөдөлгөөнийг судална. 7.7 –р зурагт үзүүлснээр бие O цэгийг тойрон эргэхээр бэхлээд хазайлгавал хөдөлгөөний тэгшитгэл нь

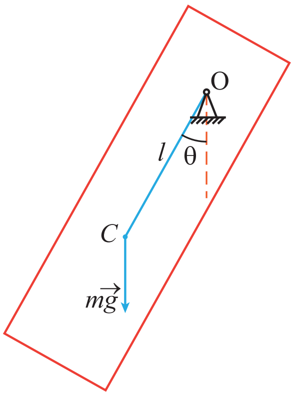
$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M} \tag{7.18}$$

Энд I – биеийн инерцийн момент, $\vec{M}$ хүчний момент, $\vec{\varepsilon}$ өнцөг хурдатгал. O цэгтэй харьцангуй хөдөлгөөний тэгшитгэлийг тооцоолъё. Хүндийн төвд $m\vec{g}$ хүч үйлчилж биеийг буцаах (хүч) хүчний моментыг үүсгэнэ. Хүчний момент нь

$$M = -mg \cdot l \cdot \sin\theta \tag{7.19}$$

7.18 –д хүчний моментоо орлуулбал

$$I\ddot{\theta} = -mg \cdot l \cdot \sin\theta \tag{7.20}$$



Зураг 7.7. Физик дүүжин

Бага хэлбэлзэл хийх үед $\sin\theta \approx \theta$ учир

$$I\ddot{\theta} = -mg \cdot l \cdot \theta \tag{7.21}$$

Энд харимхай төст коэффициент $k = mgl$ ба хэлбэлзлийн үе ба тойрох давтамж нь

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I}} \tag{7.22}$$

Хэлбэлзэх хууль нь

$$\theta = \theta_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{7.23}$$

Энд θ_0 –хамгийн их хазайлт, ω_0 –тойрох давтамж, φ_0 – анхны фаз

7.3 Замхрах ба албадмал хэлбэлзэл

7.3.1 Унтрах хэлбэлзэл

Гармоник хэлбэлзэл гадны хүчний улмаас энергиэ алдаж далайц нь буурна. Ийм хэлбэлзлийг *унтрах буюу замхрах хэлбэлзэл* гэнэ. Эсэргүүцлийн хүч нь хөдөлгөөний буюу хурдны эсрэг чиглэнэ. Бага хэлбэлзлийн үед эсэргүүцлийн хүчийг хурднаас шугаман хамааралтай байхаар ойролцоолж болно.

$$F_{\text{эс}} = -\eta \cdot \upsilon \tag{7.24}$$

Хэлбэлзэх хөдөлгөөний тэгшитгэлийг бичье.

$$m\ddot{x} = -kx - \eta \cdot \dot{x} \tag{7.25}$$

Энд $\frac{\eta}{m} = 2\beta$, $\frac{k}{m} = \omega_0^2$ гэвэл

$$\ddot{x} + 2\beta \cdot \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{7.26}$$

болно. Энэ нь ХЭНТШДТ байна. Шийдийг

$$x = Ae^{\alpha t} \tag{7.27}$$

хэлбэртэй байхаар хайя. $\upsilon = \dot{x} = A\alpha e^{\alpha t}$; $\ddot{x} = A\alpha^2 e^{\alpha t}$ эдгээрийг 7.26 –д орлуулж $A \cdot e^{\alpha t}$ гишүүнийг ялгахад дараах характеристик тэгшитгэл гарна.

$$\alpha^2 + 2\beta\alpha + \omega^2 = 0 \tag{7.28}$$

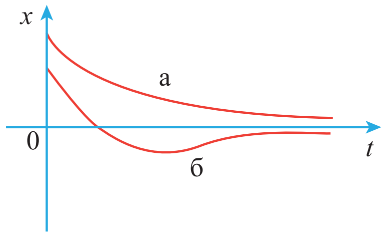
Үүний шийд нь

$$\alpha_{12} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} \tag{7.29}$$

Ерөнхий шийд нь

$$x = (A_1 e^{\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}t} + A_2 e^{-\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}t}) \cdot e^{-\beta t} \tag{7.30}$$

Энд үрэлт ихтэй буюу $\beta > \omega_0$ үед экспоненциалын зэргүүд нь бодит байна. Энэ үед үл үелэх хэлбэлзэл үүснэ (7.8 –р зураг). Үрэлтийн хүч нь (a) тохиолдолд (б) тохиолдлоос их байна. Харин $\beta < \omega_0$ буюу үрэлт бага үед язгуур доорх илэрхийлэл сөрөг утгатай



Зураг 7.8. Үл үелэх хэлбэлзэл

болно $\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} = i\omega$. Энэ үед үелэх хэлбэлзэл нь ω давтамжтай байна.

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \tag{7.31}$$

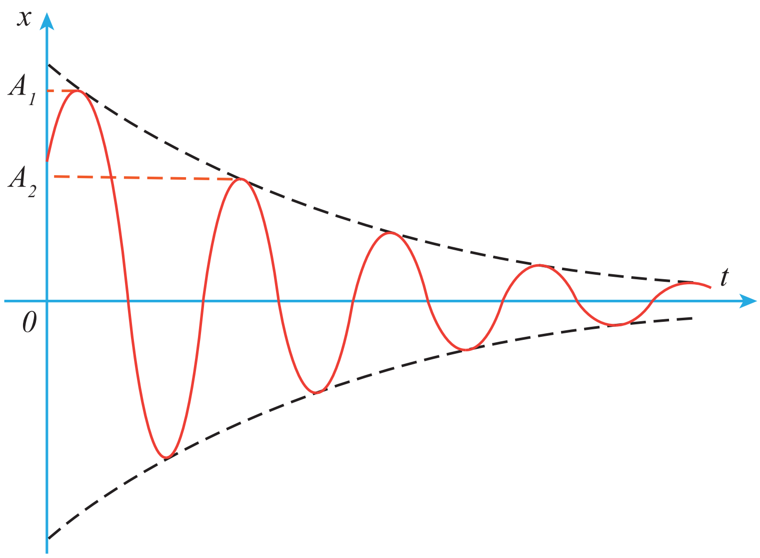
Тэгшитгэлийн ерөнхий шийд нь дараах хэлбэртэй бичигдэнэ.

$$x = (A_1 e^{i\omega t} + A_2 e^{-i\omega t}) \cdot e^{-\beta t} \tag{7.32}$$

Эндээс бодит шийдийг дараах байдлаар бичиж болно.

$$x = A \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \tag{7.33}$$

Энд β –замхрахын коэффициент, ω –г *замхрах хэлбэлзлийн давтамж* гэнэ. 7.9 –р зурагт замхрах хэлбэлзлийн графикийг дүрсэлжээ. Замхрах хэлбэлзлийг далайц нь буурах гармоник хэлбэлзэл гэж үзэж болно. (7.31) томьёоноос замхрах хэлбэлзлийн давтамж нь



Зураг 7.9. Замхрах хэлбэлзэл

хувийн хэлбэлзлийн давтамжаас бага байна. Өөрөөр хэлбэл гадны эсэргүүцлийн хүч үйлчлэхэд хэлбэлзлийн давтамж буурч, үе нь ихэсдэг. Замхрах хэлбэлзэл бидний эргэн тойронд байнга тааралдана. Жишээлбэл савлуурын хэлбэлзэл, хөгжмийн чавхдас гэх мэт. Далайц буюу хэлбэлзэл хэр хурдан буурч байгааг үнэлэхийн тулд хоёр хэмжигдэхүүнийг тодорхойлж ашигладаг. Үүнд ихэвчлэн далайц нь удаан буурах хэлбэлзэлд релексацын хугацаа буюу далайц нь e дахин буурах хугацааг тодорхойлно.

$$\tau = \frac{1}{\beta} \tag{7.34}$$

τ их бол удаан замхрах хэлбэлзэл байна. Энд τ –релексацын хугацаа Харин далайц нь нэг үеийн дотор буурах харьцаанаас логарифм авсан утгыг *логарифм декремент* гэнэ (7.9 –р зургийг үзнэ үү).

$$\delta = \ln \frac{A_1}{A_2} = \beta \cdot T \tag{7.35}$$

δ замхралын логарифм декремент. (7.35) –р томьёонд (7.34) –р томьёоноос β –г олж орлуулъя.

$$\delta = \frac{1}{\tau} \cdot T = \frac{1}{\tau/T} = \frac{1}{N_e} \tag{7.36}$$

Замхралын логарифм декремент нь далайц нь e дахин буурах хүртэлх хэлблэзлийн тоо N_e –ийн урвуу хэмжигдэхүүн болж байна.

7.4 Авто хэлбэлзэл

Замхрах хэлбэлзлийн алдагдсан энергийг нөхөж өгөх замаар үл унтрах хэлбэлзлийг үүсгэж болно. Ийм хэлбэлзлийг *авто хэлбэлзэл* гэнэ (7.10 –р зураг). Жишээ нь хүн,

Зураг 7.10. Хөхөөтэй цагны авто хэлбэлзэл

амьтны зүрх, машины мотор, дүүжинт цаг гэх мэт.

7.5 Албадмал хэлбэлзэл

Гадны үелэх хүчний үйлчлэл дор хийгдэх хэлбэлзлийг *албадмал хэлбэлзэл* гэнэ. Үрэлтгүй гадны үйлчлэлгүй үед үүсэх хэлбэлзлийг *хувийн хэлбэлзэл* гэнэ. ω_0 хувийн хэлбэлзлийн давтамжтай хэлбэлзэгч системд үрэлтийн хүч ба гаднаас ω давтамжтай үелэх хүч үйлчилж байх үед хэлбэлзлийн тэгшитгэлийг бичье.

$$m\ddot{x} = -kx - \eta \cdot \dot{x} + F_0 \cos(\omega t) \tag{7.37}$$

Тэгшитгэлийг m массд хувааж $\frac{k}{m} = \omega_0^2$; $\frac{\eta}{m} = 2\beta$; $\frac{F_0}{m} = f_0$ гэж тэмдэглэвэл (7.37) тэгшитгэл нь

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\omega t) \tag{7.38}$$

болно. Энэ нь ХЭНТБШДТ юм. Ерөнхий шийдийг тодорхойлохдоо нэгэн төрлийн шийд дээр тухайн шийдийг нэмэх замаар тодорхойлно. Нэгэн төрлийн тэгшитгэлийн шийд нь замхрах хэлбэлзэл учраас яваандаа замхарч ерөнхий шийд нь зөвхөн тухайн шийдээр илэрхийлэгдэнэ. Одоо тэгшитгэлийн тухайн шийдийг гадны үелэх хүчний давтамжтай адилхан давтамжтай гармоник хэлбэртэйгээр авч үзье.

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi) \tag{7.39}$$

Эндээс хурд, хурдатгалыг олбол

$$\begin{aligned} v &= \dot{x} = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi) \\ a &= \ddot{x} = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned} \tag{7.40}$$

Эдгээрийг 7.38 –д орлуулж $\cos \omega t$ ба $\sin \omega t$ гишүүдийг ялган тэгшитгэлийн баруун, зүүн талын харгалзах коэффициентыг тэнцүүлэн бичвэл

$$\begin{cases} A \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) \cdot \cos\varphi - 2A \cdot \beta\omega \cdot \sin\varphi = f_0 \\ (\omega_0^2 - \omega^2) \cdot \sin\varphi + 2\beta\omega \cdot \cos\varphi = 0 \end{cases} \tag{7.41}$$

Дээрх тэгшитгэлийн системээс анхны фазыг тодорхойлбол

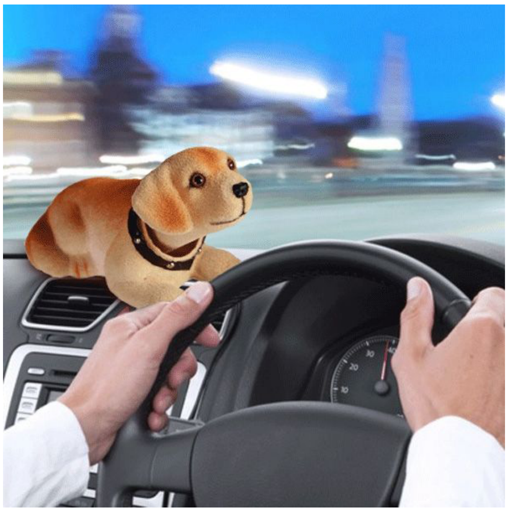
$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{7.42}$$

Далайцыг олохдоо (7.41)-ийн тэгшитгэлүүдийг квадрат зэрэг дэвшүүлж нэмээд

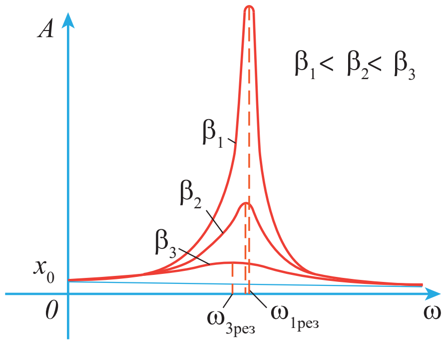
$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \beta^2 \cdot \omega^2}} \tag{7.43}$$

гэж тодорхойлно. Ийнхүү фаз болон далайц нь тодорхойлогдсоноор 7.38 –р тэгшитгэлийг хангах шийд нь (7.39) хэлбэртэйгээр олдож байна. Албадмал хэлбэлзлийн тэгшитгэлийн шийд нь (7.39) –аар илэрхийлэгдэх гармоник шийдтэй байна. Хэлбэлзлийн давтамж нь гадны үелэх хүчний давтамжтай адилхан бөгөөд гадны үелэх хүчээс фазаараа (7.42) –р тэгшитгэлээр тодорхойлогдох φ өнцгөөр зөрнө. Жишээ нь автомашинд байрлуулсан тоглоомон нохойны толгой нь албадмал хэлбэлзэл хийнэ. (7.11 –р зураг)

Автомашины мотор унтарсан үед нохойн толгойг нясалбал замхрах хэлбэлзэл хийнэ. Үрэлт багатай үед хувийн хэлбэлзлийн давтамжтай ойролцоо давтамжтай хэлбэлзэнэ. Машиныг асаахад кабин ω давтамжтай хэлбэлзсэнээр нохойны толгойд гаднаас үелэх хүч үйлчилж албадмал хэлбэлзэлд орно. Иймд хэсэг хугацааны дараа нохойны толгой кабины давтамжтай адилхан давтамжтай хэлбэлзэж эхлэх бөгөөд 7.42 –д зааснаар фаз нь зөрөх учраас савалж байгаа нь илэрхий ажиглагдана. Фаз зөрдөггүй бол савалж байгаа нь бага анзаарагдана. Харин албадмал хэлбэлзлийн далайц нь хувийн хэлбэлзлийн давтамж болон гадны үелэх хүчний давтамжийн зөрүүгээс хамаарч байна. 7.12 –р зурагт хэлбэлзлийн далайц давтамжийн хамаарлыг үзүүлжээ.



Зураг 7.11. Тоглоомон нохойны албадмал хэлбэлзэл



Зураг 7.12. Хэлбэлзлийн далайц давтамжийн хамаарал

Гадны үелэх хүчний давтамж ω_0 орчим ирэхэд далайц нь огцом өсч байна. Энэ үзэгдлийг резонансын үзэгдэл гэнэ. Резонансын давтамжийг 7.43 –ийн хуваарьт байгаа язгуур доторх илэрхийллээс нь ω^2 –аар уламжлал авч тэгтэй тэнцүүлэн олно.

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \tag{7.44}$$

Эсэргүүцлийн хүч буюу үрэлт бага үед резонансын давтамж нь хувийн хэлбэлзлийн давтамж руу дөхөж далайц нь ихэснэ.

$$A_{\text{рез}} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \tag{7.45}$$

Үелэх хүчний давтамж нь тэг рүү тэмүүлэхэд далайц нь янз бүрийн үрэлттэй тохиолдлуудад бүгд $\frac{f_0}{\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}$ утга руу нийлнэ. Давтамж тэг рүү тэмүүлэхэд хэлбэлзлийн үе ихсэх буюу гадны үйлчлэгч утга нь бараг үл хэлбэлзэх F_0 тогтмол хүч рүү шилжинэ. Энэ үед дээр дурдсан далайцын утга нь хэлбэлзэгч системийн тэнцвэрийн байрлалыг тогтмол F_0 хүчээр үйлчлэхэд шилжүүлэх байрлал x_0 –ийг тодорхойлж байна.

$$A_{\text{рез}} = x_0 = \frac{F_0}{k} \tag{7.46}$$

Харин үелэх хүчний давтамж хязгааргүй ихсэхэд далайц тэг рүү тэмүүлнэ (7.12 –р зургийг үзнэ үү). Резонансын үзэгдлээр хэлбэлзлийн далайц маш их болсноор систем эвдрэх тохиолдол олон байдаг. Жишээ нь нимгэн шилэн аягыг резонансын давтамжтай дууны долгионоор үйлчлэхэд аяга бут үсэрдэг. Үүний адил аливаа хэлбэлзэх систем бүрт резонансын давтамжтай ойролцоо үелэх хүчээр үйлчлэх замаар их далайцтай хэлбэлзэлд оруулж болно. Ийм замаар зарим системийг цочроох, эвдрэлд оруулах төхөөрөмжүүдийг хийдэг. Амьд организмуудын хувьд эрхтэн системүүдийн болон эсийн доторх бөөмийн хэлбэлзэх хувийн хэлбэлзлийн давтамжуудтай байдаг. Иймд тухайн давтамжуудтай ойролцоо давтамжтай сонсогдох болон үл сонсогдох дуу чимээтэй орчинд амьд организмуудын эд эс резонансд орж ядарч цуцдаг байна. Үүний жишээ нь их хотын нүргээн хотын оршин суугчдыг ядраана. Мөн резонансын үзэгдлийг ашиглан мэдрэлийн системийг цочроох замаар хортон шавьж, мэргэчид, шумуулыг дайжуулдаг байна. Орчин үеийн харилцаа холбооны технологийн гол үндэс нь резонансын үзэгдэлд үндэслэсэн байна. Бидний хэрэглэж байгаа гар утас, радио, телевизийн антенүүд резонансын үзэгдэлд тулгуурлан тодорхой давтамжтай дохиог резонансын мужид өсгөж мэдээллийг хүлээн авч байдаг. Жишээ нь богино долгионы $FM107.5$ суваг нь 107.5МГц давтамжтай радио долгионыг цацдаг. Энэ сувгийг хүлээн авахын тулд хүлээн авагчийн резонансын давтамжийг 107.5МГц дээр тохируулах хэрэгтэй. Зөвхөн энэ сувгийн долгион нь радио хүлээн авагч дахь хэлбэлзлийн хүрээний хэлбэлзлийн далайцыг резонанслан өсгөснөөр бид хүлээн авч чаддаг. Энэ үед бусад сувгууд нь резонансын мужийн гадна байх учраас бага өсгөгддөг байна.

Резонансын үзэгдлийг үнэлэх нэг хэмжүүр нь чансаа юм. Чансаа нь резонансын үеийн далайц нь гадны үелэх хүчний F_0 далайцтай тэнцүү тогтмол хүчний үйлчлэлээр системийн тэнцвэрийн байрлалыг шилжүүлэх (x_0) хэмжээнээс хичнээн дахин их болохыг тодорхойлно.

$$Q = \frac{A_{\text{рез}}}{x_0} \tag{7.47}$$

Чансаа нь бага хүчээр системийг хэр их далайцтай болгож байгааг илэрхийлдэг. (Энэ нь бага чулуугаар их чулууг доргиох гэсэн хэлц үгний утгыг илэрхийлж байна.) Үрэлт бага үед ($\beta << \omega_0$) резонансын далайц нь (7.45) –ээс

$$A_{\text{рез}} \approx \frac{f_0}{2\beta\omega_0} \tag{7.48}$$

Энэ үед 7.47 –д 7.46 ба 7.48 –ийг орлуулж чансааг олвол

$$Q = \frac{A_{\text{рез}}}{x_0} = \frac{f_0}{2\beta\omega_0 \cdot \frac{F_0}{k}} = \frac{f_0}{2\beta\omega_0 \cdot \frac{f_0}{\omega_0^2}} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\pi}{\delta} \tag{7.49}$$

Чансаа нь үрэлт багатай системд логарифм декременттэй урвуу пропорциональ хамааралтай байна.