

# 1 СЕМИНАРЫН БОДЛОГО 4

## 1.1 ДАСГАЛ, БОДЛОГО

Дараах  $2\pi$  үетэй функцүүдийг  $[-\pi, \pi]$  интервал дээр Фурьегийн цуваанд задалж, функцийг график ба цувааны  $F_4(x)$   $F_8(x)$  хэсгүүдийн нийлбэрийг  $[-2\pi, 2\pi]$  интервал дээр дүрсэлж үзүүл.

1.  $f(x) = x$
2.  $f(x) = 2|x|$
3.  $f(x) = 3 \sin 2x$
4.  $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{хэрэв } -\pi < x < 0 \\ -1, & \text{хэрэв } 0 < x < \pi \end{cases}$
5.  $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{хэрэв } -\pi < x < 0 \\ 0, & \text{хэрэв } 0 < x < \pi \end{cases}$

Өгөгдсөн завсар дээр функцийг Фурьегийн цувааг ол.

6.  $f(x) = -x$   $[-1, 1]$
7.  $f(x) = x^2$   $[-1, 1]$
8.  $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{хэрэв } -1 < x < 0 \\ 1-x, & \text{хэрэв } 0 < x < 1 \end{cases}$

Дараах функцүүдийг Фурьегийн цуваанд задлахгүйгээр Фурьегийн цуваатай нийлэх функцийг дор хаяж гурван бүтэн үетэд зурж үзүүл.

9.  $f(x) = x$ ,  $[-2, 2]$
10.  $f(x) = \begin{cases} -x, & \text{хэрэв } -1 < x < 0 \\ 0, & \text{хэрэв } 0 < x < 1 \\ -1, & \text{хэрэв } -2 < x < -1 \end{cases}$
11.  $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{хэрэв } -1 < x < 1 \\ 1, & \text{хэрэв } 1 < x < 2 \end{cases}$

12. Дасгал 7-гийн Фурьегийн цувааны задаргаанд  $x = 1$  орлуулж

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6} \text{ гэж батал.}$$

13. Жишээ 1-ийн Фурьегийн цувааг ашиглаж  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k-1)}{2k-1} = \frac{\pi}{4}$  гэж батал.

14. Жишээ 2-ын Фурьегийн цувааг ашиглаж  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$  гэж батал.

15. Дасгал 12, 14-ийн үр дүнгүүдийг нэгтгэн  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k)^2} = \frac{\pi^2}{6} - \frac{\pi^2}{8}$  ол.

16. Фурьегийн нийлэлтийн теоремыг ашиглан дасгал 3, 4, 6, 10 дах Фурьегийн цувааны нийлэлтийг шинжил.

17.  $\cos x, \sin x$  ба  $\sin x + \cos x$  функцүүдийг тус тус тэгш, сондгой, тэгш ч биш сондгой ч биш функц гэж харуул.

18. Хэрэв  $f(x)$  нь тэгш бол  $g(x) = f(x) \cos x$  функцийг тэгш,  $h(x) = f(x) \sin x$  функцийг сондгой функц гэж харуул.

19. Хэрэв  $f(x)$  нь сондгой бол  $g(x) = f(x) \cos x$  функцийг сондгой,  $h(x) = f(x) \sin x$  функцийг тэгш функц гэж харуул. Хэрэв  $f(x)$  ба  $g(x)$  тэгш функцүүд бол  $f(x)g(x)$  нь ямар функц вэ?

20. Эйлер-Фурьегийн 9.7 ба 9.8 томъёонуудыг батал.