

Семинар 4

Матрицын хувийн утга хувийн вектор

1. Дараах матрицуудын хувийн утга, хувийн векторыг ол.

$$\begin{array}{lll}
 1. \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix} & 2. \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} & 3. \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \\
 4. \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & 5. \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 9 & -6 \end{bmatrix} & 6. \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \\
 7. \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} & 8. \begin{bmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 9. \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \\
 10. \begin{bmatrix} 0 & 0 & -5 & 7 \\ 0 & 0 & 7 & -5 \\ 0 & 0 & 19 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 19 \end{bmatrix} & 11. \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 & 0 \\ -4 & 2 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & -6 & 4 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

2. λ нь A , ($\det A \neq 0$)-квадрат матрицын хувийн утга бол $\frac{1}{\lambda}$ нь A^{-1} -ийн хувийн утга болохыг харуул.
3. A ба түүний хөрвүүлсэн матриц A^T -ийн хувийн утгууд тэнцүү боловч хувийн векторууд нь ялгаатай байж болохыг жишээгээр харуул.
4. A нь 2-р эрэмбийн квадрат матриц ба $\text{tr} A = 3$, $\det A = 4$ бол хувийн утгуудыг ол.
5. A матриц болон \mathbf{x} хувийн векторын хувьд матрицын хувийн утгыг ол.

$$\begin{array}{ll}
 a. A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} & b. A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 & \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}^T \\
 c. A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} & d. A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}, \\
 & \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \end{bmatrix}^T \\
 e. A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} & f. A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \\
 & \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}^T
 \end{array}$$

6. λ нь A матрицын хувийн утга бол түүнд харгалзах хувийн векторыг ол.

$$\begin{array}{ll}
 a. A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \lambda = 3 & b. A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \lambda = -1 \\
 c. A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \lambda = -2 & d. A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}, \lambda = 1 \\
 e. A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}, \lambda = 4 & f. A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \lambda = 2
 \end{array}$$

7. $y = Ax$ тэгшитгэлийн A матриц өгөгдсөн бол координатын тэнхлэгүүдийн эргэх чиглэл, болон энэ чиглэлийн дагуу агших сунах хэмжээг тодорхойл.

$$1. \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \quad 2. \begin{bmatrix} 0.4 & 0.8 \\ 0.8 & 0.4 \end{bmatrix} \quad 3. \begin{bmatrix} 2.5 & 1.5 \\ 1.5 & 2.5 \end{bmatrix} \quad 4. \begin{bmatrix} 7 & \sqrt{6} \\ \sqrt{6} & 2 \end{bmatrix}$$

Дараах матрицуудыг хувийн вектор ашиглан диагоналчил.

$$8. \text{ a) } \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad b) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad c) \begin{bmatrix} -19 & 7 \\ -42 & 16 \end{bmatrix}$$

$$9. \text{ a) } \begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 3 & 6 & 1 \\ 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \quad b) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad c) \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 12 & -2 & 0 \\ 21 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

10. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ бол $A^3 - 5A^2 + 3A + I$ матрицыг диагоналчил. Энд I нэгж матриц.

Өгөгдсөн матрицын зэргийг тооцоол.

$$11. \text{ a) } \begin{bmatrix} -4 & 6 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}^9, \quad b) \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}^{-6}, \quad c) \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^n$$

$$12. \text{ a) } \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}^8, \quad b) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^{2002}$$