

0.1 Дасгал, бодлогууд

Дараалсан интегралуудаар өгөгдсөн хоёрлосон интегралын интегралчлах мужийн хилүүдийг олж зургаар дүрсэл.

$$1. \int_1^3 dx \int_{x^2}^{x+9} f(x, y) dy$$

$$2. \int_0^4 dy \int_y^{10-y} f(x, y) dx$$

$$3. \int_1^3 dx \int_{\frac{x}{3}}^{2x} f(x, y) dy$$

$$4. \int_{-6}^2 dy \int_{\frac{y^2}{4}-1}^{2-y} f(x, y) dx$$

$$5. \int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{25-x^2}} f(x, y) dy$$

$$6. \int_{-1}^2 dx \int_{x^2}^{x+2} f(x, y) dy$$

өгөгдсөн D мужийн хувьд $\iint_D f(x, y) dx dy$ интегралыг дараалсан интегралд шилжүүлж хязгааруудыг тавь.

$$7. \quad O(0; 0), \quad A(1; 0), \quad B(1; 1) \text{ цэгүүдэд оройтой гурвалжин}$$

$$8. \quad x = 3; \quad x = 5; \quad 3x - 2y + 4 = 0; \quad 3x - 2y + 1 = 0 \text{ параллелограмм}$$

$$9. \quad x^2 + y^2 \geq 0, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

$$10. \quad x + y \leq 1, \quad x - y \leq 1, \quad x \geq 0$$

$$11. \quad y \geq x^2, \quad y \leq 4 - x^2$$

12. $x \geq y^2, x - y \leq 2$
13. $O(0;0), A(2;0), B(1;1), C(0;1)$ цэгүүдэд оройтой трапец
14. $(x-2)^2 + (y-3)^2 \leq 4$
15. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$
16. $y = x, y = 2x, x + y = 6$ талуудтай гурвалжин
17. $y - 2x \leq 0, 2y - x \geq 0, xy \leq 2$
18. $y = x, y = x + 3, y = -2x + 1, y = -2x + 5$ талуудтай параллелограмм

Интегралчлах хувьсагчуудын дарааллыг соль.

19. $\int_0^1 dx \int_{2x}^{3x} f(x, y) dy$
20. $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$
21. $\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$
22. $\int_0^4 dx \int_{3x^2}^{12x} f(x, y) dy$
23. $\int_0^1 dy \int_{\frac{y^2}{2}}^{\sqrt{3-y^2}} f(x, y) dx$
24. $\int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} f(x, y) dy$

$$25. \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x, y) dx$$

$$26. \int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{\frac{4-x^2}{2}}}^{\sqrt{\frac{4-x^2}{2}}} f(x, y) dy$$

$$27. \int_0^a dx \int_{\frac{a^2-x^2}{2a}}^{\sqrt{a^2-x^2}} f(x, y) dy$$

$$28. \int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$$

Туйлын координатын системд шилжүүлж бод.

$$29. \int_0^a dx \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \sqrt{x^2+y^2} dy$$

$$30. \int_0^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln(1+x^2+y^2) dy$$

$$31. \iint_D (h-2x-3y) dx dy, \quad D: x^2+y^2 \leq R^2, \quad h = const$$

$$32. \iint_D \sqrt{R^2-x^2-y^2} dx dy, \quad D: x^2+y^2 \leq Rx$$

$$33. \iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2} dx dy, \quad D: (x^2+y^2)^2 = a^2(x^2-y^2), \quad x \geq 0$$

(Бернуллийн лемнискат)

өгөгдсөн шугамуудаар хүрээлэгдсэн талбайг хоёрлосон интегралаар бод.

$$34. \quad xy = 4, \quad y = x, \quad x = 4$$

$$35. \quad y = x^2, \quad 4y = x^2, \quad y = 4$$

$$36. \quad y = x^2, \quad 4y = x^2, \quad x = 2, \quad x = -2$$

$$37. \quad y^2 = 4 + x, \quad x + 3y = 0$$

$$38. \quad ay = x^2 - 2ax, \quad y = x$$

$$39. \quad y = \ln x, \quad x - y = 1, \quad y = -1$$

$$40. \quad ax = y^2 - 2ay, \quad x + y = 0$$

$$41. \quad y = \sin x, \quad y = \cos x, \quad x = 0$$

$$42. \quad y^2 = a^2 - ax, \quad y = a + x$$

$$43. \quad \rho = 4(1 + \cos \varphi), \quad \rho \cos \varphi = 3$$

$$44. \quad \rho = a(1 - \cos \varphi), \quad \rho = a \text{ (кардиодын гадна талд байгаа хэсэг)}$$

өгөгдсөн шугамуудаар зааглагдсан талбайн массын төвийг хоёрлосон интегралаар тодорхойл.

$$45. \quad y = x^2, \quad y = 0, \quad x = 4$$

$$46. \quad y^2 = ax, \quad y = x$$

$$47. \quad x^2 + y^2 = a^2, \quad y = 0$$

$$48. \quad Oх \text{ тэнхлэг ба } x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}} \text{ астроидаар хүрээлэгдсэн талбай}$$

$$49. \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ эллипсээс } Oх \text{ тэнхлэгээр таслагдсан хэсэг}$$

$$50. \quad y = a + \frac{x^2}{a}, \quad y = 2x, \quad x = 0 \text{ шугамуудаар хүрээлэгдсэн талбайн инерцийн моментыг } Oу \text{ тэнхлэгийн хувьд тодорхойл}$$

$$51. \quad A(1;1), \quad B(2;1), \quad C(3;3) \text{ цэгүүдэд оройтой гурвалжны талбайн инерцийн моментыг } Oх \text{ тэнхлэгийн хувьд бод}$$

өгөгдсөн гадаргуунуудаар хязгаарлагдсан биеийн эзэлхүүнийг хоёрлосон интегралаар тодорхойл.

$$52. \quad z = x^2 + y^2, \quad x + y = 4, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0$$

$$53. \quad z = x + y + a, \quad y^2 = ax, \quad x = a, \quad z = 0, \quad y = 0, \quad (y > 0)$$

$$54. \quad x^2 + y^2 = a^2, \quad x^2 + z^2 = a^2$$

$$55. \quad z^2 = xy, \quad x = a, \quad x = 0, \quad y = a, \quad y = 0$$

$$56. \quad az = x^2 - y^2, \quad z = 0, \quad x = a$$

$$57. \quad z^2 = xy, \quad x + y = a$$

Туйлын координатад шилжүүлж бод.

$$58. \quad z^2 = (x + a)^2, \quad x^2 + y^2 = a^2$$

$$59. \quad z = \frac{4}{x^2 + y^2}, \quad z = 0, \quad x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 4$$

$$60. \quad az = x^2 + y^2, \quad z = 0, \quad x^2 + y^2 \pm ax = 0$$

$$61. \quad az = a^2 - x^2 - y^2, \quad z = 0, \quad x^2 + y^2 \pm ax = 0$$

$$62. \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Гадаргуугийн талбайг хоёрлосон интегралаар тодорхойл.

$$63. \quad 2z = x^2 \text{ цилиндр гадаргуугаас } y = \frac{x}{2}, \quad y = 2x, \quad x = 2\sqrt{2} \text{ хавтгай-} \\ \text{нуудаар таслагдсан гадаргуу}$$

$$64. \quad z^2 = 2xy \text{ конус гадаргуугаас } x = a, \quad y = a, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0 \text{ хавтгай-} \\ \text{нуудаар таслагдсан хэсэг}$$

$$65. \quad y^2 + z^2 = x^2 \text{ конус гадаргуугаас } x^2 + y^2 = a^2 \text{ цилиндрийн дотор} \\ \text{таслагдсан хэсэг}$$

$$66. \quad az = xy \text{ гадаргуугаас } x^2 + y^2 = a^2 \text{ цилиндрийн дотор таслагдсан} \\ \text{хэсэг}$$

$$67. \quad x^2 + y^2 = z^2 \text{ конус гадаргуугаас } z^2 = 2px \text{ цилиндрийн дотор} \\ \text{таслагдсан хэсэг}$$

$$68. \quad x^2 + z^2 = a^2 \text{ цилиндр гадаргуугийн } x^2 + y^2 = a^2 \text{ цилиндрийн} \\ \text{дотор орших хэсэг}$$

$$69. \quad x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \text{ бөмбөрцгийн } x^2 + y^2 \pm ax = 0 \text{ цилиндрийн дотор} \\ \text{орших хэсэг}$$

$$70. \quad x^2 + y^2 = 2az \text{ параболоидын } x^2 + y^2 = 3a^2 \text{ цилиндрийн дотор} \\ \text{орших хэсгийн гадаргуу}$$