中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷

______年_____季学期　考试科目：<u>　概率统计　　</u>　学院：<u>　数学科学学院　</u>

试卷类型：_____卷　命题人：<u>概率统计教研组　　</u>　审核人：__________________

考试说明：本课程为闭卷考试，共<u>　3　</u>页。

题号	一	二	三	总分
得分				

一、选择题(共 6 题，每题 3 分，共 18 分，答案写在原题括号里)

1. 下列说法正确的是（　　）。

A. 概率为 1 的事件是必然事件。

B. 经过大量独立重复试验，一次试验中的小概率事件是几乎必然发生的。

C. 若 $B \subset A$，则 $P\{B \mid A\} \geq P(A)$。

D. 设 $B \subset A$，若 B 发生，则 A 不一定发生。

2. 下列说法错误的是（　　）。

A. 连续型随机变量的分布函数一定是连续的。

B. 设二维随机变量(X,Y)的分布函数是$F(x,y)$。若$x_1 < x_2, y_1 < y_2$，则有 $F(x_2,y_2) - F(x_2,y_1) - F(x_1,y_2) + F(x_1,y_1) \geq 0$

C. 相关系数刻画的是两个随机变量间的线性相关关系。

D. 高维随机变量的协方差阵是对角矩阵。

3. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 为独立的随机变量序列且都服从二项分布 $b\left(4, \frac{1}{2}\right)$，则根据大数定律，$n \to +\infty$ 时 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ 依概率收敛到（　　）。

A. 1　　B. 3　　**C.** 4　　**D.** 5

4. 设随机变量 X 与 Y 独立同分布且方差存在，记 $Z_1 = X + Y$, $Z_2 = X - Y$, 则下列说法一定正确的是（　　）。

A. Z_1 与 Z_2 独立　**B.** Z_1 与 Z_2 不独立　**C** Z_1 与 Z_2 不相关　**D.** Z_1 与 Z_2 线性相关

5. 为总体 $X \sim N(0,1)$ 的一个样本，$\bar{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，则有（　　）.

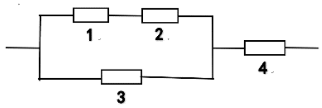
A. $\bar{X} \sim N(0,1)$　**B.** $\sqrt{n}\bar{X} \sim N(0,1)$　**C.** $\bar{X} / S \sim t(n-1)$　**D.** $nS^2 \sim \chi^2(n-1)$

6. 设假设检验中 H_0 为原假设，H_1 为备择假设，犯第 I 类错误的概率为 α ，犯第 II 类错误的概率为 β ，则 $P\{\text{拒绝 } H_0 \mid H_1\} =$ (　　)。

A. α　　B. $1-\alpha$　　**C.** β　　**D.** $1-\beta$

二、填空题（共 6 题，每题 3 分，共 18 分，答案写在原题空格处）

1. 四个独立工作的原件组成右图串并联系统。若每个元件正常工作的概率为 $\frac{1}{2}$，则系统能正常工作的概率为 ________。



2. 修理某机器所需的时间 (单位: 小时) 服从期望为 2 的指数分布。若已持续修理了 8 小时，根据无记忆性，总共需要 10 小时以上才能修好的概率是 ________。

3. 随机变量 $X_1,X_2\ ,X_3$ 相互独立，且都服从区间 [0,3] 上的均匀分布则

$P\{\max(X_1,X_2,X_3) \geq 1\}$

= ________。

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 X 服从区间 $[0,3]$ 上的均匀分布， Y 服从泊松分布 $\pi(2)$，则由 Chebyshev 不等式得 $P\{|2X-Y-1| \geq 5\} \leq$ ________。

5. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_5$ 是来自标准正态总体 $N(0,\ 1)$ 的简单随机样本，**若**统计量 $C \cdot \left(\frac{X_1+\ X_2+\ X_3}{X_4-X_5}\right)^2$ 服从 F 分布，则常数 C 的值为 ________。

6. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\ \sigma^2)$ 的简单随机样本，σ^2未知，则 μ 的置信度为 95% 的置信区间为________________________。

三、简答题(共 6 题，共 64 分，解答过程写在答题纸上)

1. （10 分）保险公司将投保人分为两类，一类易出事故，另一类不易出事故。统计表明，一个易出事故者在一年内发生事故的概率为 0.4；而对不易出事故者，这个概率则减少到 0.2。假定易出事故者占人口的比例为 30%。

（1）现有一个新人来投保, 那么该人在购买保单后一年内将出事故的概率有多大?

（2）假设某人在购买保单后一年内**未出**事故, 那么他是易出事故者的概率是多大?

2. （16 分）设随机变量 (X,Y) 的密度函数为

$$f(x,y) = \begin{cases} x\mathrm{e}^{-(x+y)}, & x>0, \quad y>0; \\ 0, & \text{其它} . \end{cases}$$

求: （1）边缘密度函数；

（2）判断 X 与 Y 是否独立，并说明理由；

（3） $Y=y$ 时 X 的条件密度函数 $f_{X|Y}(x|y)$；

(4) 概率 $P\{X \leq Y\}$.

3.（14 分）设二维随机变量 (X,Y) 服从平面矩形 $G=\{(x,y)\mid 0\leqslant x,\ y\leqslant 1\}$ 上的均匀分布定义离散型随机变量

$$Z_1=\begin{cases}1, & X>Y,\\ 0, & X\le Y;\end{cases}\qquad Z_2=\begin{cases}1, & X>2Y;\\ 0, & X\le 2Y.\end{cases}$$

求：（1） Z_1 和 Z_2 的分布律；

（2） Z_1 与 Z_2 的联合分布律；

（3） Z_1 与 Z_2 的相关系数。

4.（6 分）设顾客在某银行的窗口等待服务的时间 X (以 min 计) 服从期望为 20 的指数分布。某顾客在窗口等待服务，若时间超过 20 min, 他就离开。他一个月要到银行 10 次办理业务。利用中心极限定理近似计算：该顾客一月内未等到服务而离开窗口的次数不超过 3 次的概率.（计算结果请用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 表示即可.）

5.（12 分）设总体 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\theta x^{-\theta-1}, & x>1;\\ 0, & x\le 1,\end{cases}$$

其中未知参数 $\theta>1$。设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，**求：**

（1）θ 的矩估计$\hat{\theta}_1$；

（2）θ 的极大似然估计$\hat{\theta}_2$；

（3）$T=[\ \hat{\theta}_2\ ]^{-1}$ 是否为 θ^{-1} 的无偏估计？试给出证明。

6.（6 分）某自动车床生产的零件高度服从正态分布 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ (单位: mm). 按规定零件高度的方差为 $0.1\ \mathrm{mm}^2$。现随机抽取 25 个零件, 测得样本方差为 $s^2=0.125\ \mathrm{mm}^2$。试以 $\alpha=0.05$ 的显著性水平, 检验零件总体方差 σ^2 是否符合规定。（**注：**分位数 $\chi^2_{0.025}(24)\approx 39.364$， $\chi^2_{0.025}(25)\approx 40.646$， $\chi^2_{0.975}(24)\approx 12.401$， $\chi^2_{0.975}(25)\approx 13.120$ 。）