中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷

_____年___季学期　考试科目：概率论与数理统计　学院：数学科学学院

试卷类型：_______卷　命题人：_______　审核人：_________________

考试说明：本课程为闭卷考试，共 3 页，除考场规定的必需用品外还可携带的文具有______________。

题号	一	二	三	总分
得分				

一、选择题(共 6 题，每题 3 分，共 18 分)

1. 随机事件A,B互斥，$P(A)=p,P(B)=q$，则$P(\bar{A}\cup B)=($　　　　　$)$

   A. q　　B. $1-q$　　C. p　　D. $1-p$

2. 某仓库有同样规格的产品 6 箱，甲、乙、丙 3 个厂各生产 3 箱、2 箱、1 箱. 甲、乙、丙 3 个厂的次品率分别为$\frac{1}{10},\frac{1}{15},\frac{1}{20}$，现任取一箱，再从取得的箱中任取 1 件，则取得次品的概率是（　　）

   A. 58/360　　B. $3/20$　　C. $1/20$　　D. $29/360$

3. 设 X_1,X_2,X_3,X_4 是取自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，记 $V=\frac{\sqrt{3}X_1}{\sqrt{X_2^2+X_3^2+X_4^2}}$，则 V~(　　　　　　)

   A. $t(2)$　　B. $t(3)$　　C. $\chi^2(3)$　　D. $F(1,3)$

4. 已知二维随机变量$(X,Y)\sim N(1,1,2^2,3^2,0.5)$，令$Z=X+2Y$，则$D(Z)=($　　　$)$

   A. 52　　B. 34　　C. 46　　D. 28

5. 设某次考试的考生成绩服从正态分布，从中随机地抽取 36 位考生的成绩，算得平均成绩为 71.5 分，样本标准差为 15 分，设显著水平为 0.05，为检验学生平均成绩是否为 70 分，则下列说法中不正确的是（　　　）（$t_{0.025}(35)=2.0301$）

A. 原假设$H_0:\mu=70$,备择假设$H_1:\mu\neq 70$

B. 在 A 选项的原假设H_0成立时检验统计量$T=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$

C. 拒绝域为$(2.0301,+\infty)$

D. 这次考试全体考生的平均成绩为 70 分

6. 设随机变量X的数学期望和方差均是 6，那么$P\{0<X<12\}\geq$ (　　　)

A. 1/6　　B. 1/3　　C. 1/2　　D. 5/6

二、填空题(共 6 题，每题 3 分，共 18 分)

1. 已知连续型随机变量X的概率密度$f(x)=Ae^{-2x^2}$,则$E(X)=$____________________.

2. 设随机变量$X_1,X_2,\cdots,X_{100}$相互独立。且$P\{X_i=k\}=\frac{1}{k!}e^{-1}(k=0,1,2,\cdots,100)$，利用中心极限定理求概率$P\{\sum_{k=1}^{100}X_i<120\}$=__________.(用标准正态分布的分布函数$\Phi(x)$表示)

3. 某厂生产的灯泡使用时数服从正态分布，随机抽取 9 个灯作试验，算得样本均值$\bar{X}=2000$(小时)，样本方差$S^2=15^2$(小时)，总体均值μ的 95%的置信区间为__________________________.

4. 有一群人受某种疾病感染患病的占 12.5%，现随机地从他们中抽出 80 人，则其中患病人数的数学期望为___________，方差为___________。

5. 设总体$X\sim\pi(\lambda)$，已知样本观察值为：0,1,2,1,1，则样本均值的观察值为__________，样本方差的观察值为：__________.

6. 已知二维连续型随机变量的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}Ae^{-(x+y)}, & x,y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$，则$X,Y$的相关系数$\rho_{XY}=$________________.

三、解答题(共 6 题，共 64 分)

1. (**10 分**) 设有 3 个盒子，第一个盒子有 7 个黑球 3 个白球，第二个盒子有 8 个黑球和 7 个白球，第三个盒子有 20 个黑球和 5 个白球。先随机抽取一个盒子，然后从中先后抽取两个球

（1）先抽到一个是白球的概率是多大?

（2）已知后抽到的一个是黑球，求先抽到一个是白球的概率

2. (**20 分**) 设随机变量(X,Y)的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}x+y, 0<x<1, 0<y<1,\\ \quad 0，其它。\end{cases}$$

(1)求X,Y的边缘密度；(2)确定X,Y的独立性；(3)求解$E(X),D(X)$

(4)求条件概率$P\left\{X<\frac{1}{2}\middle|Y=\frac{1}{4}\right\}$；(5)求$Z=X+Y$概率密度。

3. (**8 分**) 设某学校一年级男生的身高X服从正态分布$N(178,10^2)$，随机的选取 5 个男生，他们身高均高于 180 的概率是多大？（用标准正态分布的分布函数$\Phi(x)$表示）

4. (**10 分**) 设总体服从区间$[0,a]$上的均匀分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为随机样本，（1）求参数a的似然估计量（2）求该估计量的数学期望判断其无偏性。

5. (**10 分**) 假定产品的尺寸服从正态分布，如果产品的尺寸的方差显著地不超过 0.21 那就接受这批产品，由容量$n=46$的样本求得$s^2=0.3$，(1) 在显著性水平 0.05 下，可以接收这批产品吗？请详细说明理由。(2) 若要对方差进行区间估计，请写出枢轴量，并说明其服从什么分布，最后给出方差的 95%置信区间。

$\chi^2_{0.05}(45)=61.656, \chi^2_{0.05}(46)=62.830, \chi^2_{0.025}(45)=65.410, \chi^2_{0.025}(46)=66.617$

$\chi^2_{0.95}(45)=30.612, \chi^2_{0.95}(46)=31.439, \chi^2_{0.975}(45)=28.366, \chi^2_{0.975}(46)=29.160$

6. (**6 分**)设总体$X\sim N(0,1)$,$X_1,\ldots,X_8$是X的一个样本，令

$$Y=(X_1+X_2+X_3+X_4)^2+(X_5+X_6+X_7+X_8)^2$$

求常数C，使$CY\sim\chi^2$分布，并确定其自由度。