中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷

_____年____季学期　考试科目：概率统计　学院：数学科学学院

试卷类型：______卷　命题人：概率统计教研组　审核人：____________

考试说明：本课程为闭卷考试，共_3__页，除考场规定的必需用品外还可携带的文具有______________。

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、选择题(共 6 题，每题 3 分，共 18 分)

1. 设两个随机事件A,B满足$P(AB)=P(\bar{A}\ \bar{B})$，且$P(A)=0.6$，则$P(B)=$(　　　　)

A. 0.4,　B. 0.5,　C. 0.6,　D. 0.7

2. 两个相互独立的随机变量$X\sim N(2,1^2)$，$Y\sim N(3,2^2)$，则$2Y-3X\sim$(　　　　)

A. $N(0,5)$，　B. $N(0,11)$，　C. $N(0,7)$，　D. $N(0,25)$

3. 二维随机变量$(X,Y)\sim N(1,1,4,4,0.5)$，$Z=X-Y$，则$Cov(X,Z)=$(　　　　)

A. 0.5,　B. 1,　C. 2,　D. 4

4. 随机变量X,Y的数学期望分别为-2和2，方差分别为1和4，$\rho_{xy}=-0.5$，根据切比雪夫不等式估计$P\{|X+Y|\geq 6\}$为(　　　　)

A. $\leq 1/12$,　B. $\geq 1/12$,　C. $\leq 1/6$,　D. $\geq 1/6$

5. 设$(X_1,X_2,\cdots,X_{10})$取自总体服从$N(1,3^2)$分布的样本，S^2是样本方差，则$D(S^2)=$(　　　　)

A. 18,　B. 20,　C. 162,　D. 180

6. 某班有100名学生，假设学生的概率统计课程成绩服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，其中μ,σ^2未知，做假设检验$H_0:\mu\geq 60, H_1:\mu<60$，则要用到的检验统计量为(　　　　)，给定显著性水平$\alpha=0.05$，则拒绝域为(　　　　)

A. $t=\frac{10\bar{X}-600}{S}, t\leq -t_{0.05}(99)$,　　B. $t=\frac{10\bar{X}-600}{\sigma}, t\leq -t_{0.025}(99)$,

C. $t=\frac{10\bar{X}-600}{S}, t\geq t_{0.05}(99)$,　　D. $t=\frac{10\bar{X}-600}{\sigma}, t\geq t_{0.025}(99)$.

二、填空题(共 6 题，每题 3 分，共 18 分)

1. 10 个球中有 3 个黑球 7 个白球，做不放回抽取，每次抽取一个球，则第四次恰好抽到黑球的概率______.

2. 设X,Y相互独立，且都服从参数为λ的泊松分布，令$U=2X+Y, V=2X-Y$，则$\rho_{UV}=$ __________.

3. 总体X服从期望为 3 的指数分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体X的一个样本，则当$n\to+\infty$时，$Y_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$依概率收敛于____________.

4. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{2020}$为来自正态总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$的一个样本,其中参数μ,σ^2均未知,则μ的置信水平为0.95的双侧置信区间为__________________________.

5. 离散型随机变量X,Y相互独立，X,Y的可能取值分别为$\{1,2\},\{1,2,3\}$，已知$P\{X=1,Y=1\}=P\{X=1,Y=2\}=P\{X=2,Y=1\}=0.2$, 则$P\{X=2,Y=3\}=$ ___________.

6. 已知连续型随机变量X的概率密度函数为$f(x)=Ae^{-2x^2-3x+4}$，则X的方差$D(X)=$ _________.

三、计算题(共 5 题，共 60 分)

1. （8 分）对人口进行普查知某种疾病的患病率为0.05，对该疾病患者进行核酸检测为阳性的概率为0.99，而对未患病者进行核酸检测阳性的概率为0.1

（1）任选一人进行核酸检测，检测为阴性的概率是多大？

（2）已知某人核酸检测为阳性，则其患该种疾病的概率是多大？

2. （6 分）已知X服从期望为2的指数分布，对X进行100次观察，则$X>3$的次数恰好为10次的概率是多大？

3. （18 分）二维连续型随机变量(X,Y)的概率密度$f(x,y)=\begin{cases}ke^{-3x-2y}, & x>0,y>0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

（1）求k的值;（2）求X,Y的边缘密度;（3）确定X,Y的独立性;（4）求条件密度$f_{x|y}(x|y)$；（5）求概率$P\{X>1|Y=2\}$;（6）求$Z=X+Y$的概率密度函数。

4. （12 分）已知二维离散型随机变量(X,Y)的分布律:

X \ Y	-1	0	3	5
1	0.05	0.1	0.05	0.05
2	0.1	0.05	0.1	0.05

3	0.2	0.1	0.05	0.1

（1）求X,Y的期望；（2）求X,Y的方差；（3）求X,Y的协方差和相关系数。

5. （10 分）总体X的密度函数为$f(x)=\begin{cases}e^{-(x-\theta)}, & x\geq\theta \\ 0, & x<\theta\end{cases}$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自该总体的一个样本，试求(1)$\theta$的矩估计和最大似然估计；（2）判断两个估计量是否无偏。

6. （6 分）概率统计课程测验，抽的100个学生的分数样本均值为$\bar{X}=75$，样本方差$S^2=25$, 假设分数服从正态分布，（1）请写出对σ^2进行区间估计的枢轴量，并说明其服从什么分布；（2）σ^2的置信度为0.98的置信区间。(用抽样分布的上分位数表示即可）

四、证明题(4 分)

设总体$X\sim N(0,3^2)$，$Y\sim N(1,4^2)$, 且相互独立，$X_1,X_2,\cdots,X_9$是来自总体X的样本，$Y_1,Y_2,\cdots,Y_{10}$是来自总体Y的样本，$\bar{X}=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9}X_i$, $\bar{Y}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}Y_i$, $S^2=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10}(Y_i-\bar{Y})^2$，$(S>0)$, 试证明$\frac{4\bar{X}}{S}\sim t(9)$.