座号：________ 考场教室号：________ 授课教师：________ 专业年级：________ 姓名：________ 学号：________

线 订 装

中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷

2022 年 春 季学期 考试科目： 线性代数 学院： 数学科学学院

试卷类型： A 卷 命题人: 线性代数教研组 审核人: ________

考试说明：本课程为闭卷考试，共 3 页，只可携带考场规定的必需用品。

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、填空题(共 6 题，每题 3 分，共 18 分)

1.设A_{ij}是行列式$\begin{vmatrix}1&3&5\\1&2&0\\1&0&3\end{vmatrix}$中第$i$行第$j$列处元素$a_{ij}$的的代数余子式，则 $A_{11}+2A_{12}+3A_{13}=$________.

2.已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&3\\0&1\end{pmatrix}$，则 $\mathrm{r}(A^2-A)=$________.

3.设A为3阶方阵，$|A|=2$，将A的第一行加到第三行得B，则$|BA^*|=$________.

4.设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为 4 元非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的三个解，$\mathrm{r}(A)=3$，已知$\alpha_1=(1,2,3,4)^{\mathrm{T}}$，$3\alpha_2-2\alpha_3=(0,1,-2,0)^{\mathrm{T}}$，则 $Ax=b$ 的一般解为________.

5.设α_1,α_2是R^2中的一组基，则从基$\alpha_1,2\alpha_2$到基$5\alpha_1+2\alpha_2,3\alpha_1+4\alpha_2$ 的过渡矩阵为________.

6.设3阶方阵 $A=\begin{pmatrix}5&-1&-1\\3&1&b\\4&-2&1\end{pmatrix}$，2是$A$ 的二重特征值，则 $b=$ ________.

二、选择题(共 6 题，每题 3 分，共 18 分)

1.设A,B均为n阶方阵，I为单位矩阵，k为常数，则下列结论成立的是（ ）.

A. $AB\neq O$当且仅当$A\neq O$且$B\neq O$　　B. $|kA|=k|A|$

C. $A=I$当且仅当$|A|=1$　　D. $|AB^{\mathrm{T}}|=|A||B|$

2.设n阶方阵A满足$A^2-5A-2I=O$，则$(I-A)^{-1}=$（ ）.

A. $\frac{1}{6}(A-4I)$　　B. $-\frac{1}{6}(A-4I)$　　C. $\frac{1}{6}(4I-A)^{-1}$　　D. $-\frac{1}{6}(4I-A)^{-1}$

3.设齐次线性方程组 $Ax=0$ 的一个基础解系是 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$，则此方程组的基础解系还可以是(　　).

A. $\alpha_1-\alpha_2,\alpha_3-\alpha_1,\alpha_2-\alpha_3$　　B. $\alpha_1-\alpha_2,2\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$

C. $\alpha_1-\alpha_2,2\alpha_2+3\alpha_3,\alpha_1+\alpha_3$　　D. $\alpha_1+\alpha_2,2\alpha_1+3\alpha_2,5\alpha_1+8\alpha_2$

4.已知方程组 $\begin{pmatrix}1&1&a\\1&a&1\\a&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-2\\a-3\end{pmatrix}$ 无解，则 $a=$(　　).

A. -1　　B. 3　　C. 2　　D. -2

5.设A是3阶方阵，α_1,α_2是A的对应于特征值1的两个特征向量，且α_1,α_2线性无关，α_3是A的对应于特征值-1的一个特征向量. 若可逆矩阵P满足$P^{-1}AP=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，则$P$可为(　　).

A. $(\alpha_1+\alpha_3,\alpha_2,-\alpha_3)$　　B. $(\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2,-\alpha_3)$

C. $(\alpha_1+\alpha_3,-\alpha_3,\alpha_2)$　　D. $(\alpha_1+\alpha_2,-\alpha_3,\alpha_2)$

6.实对称矩阵A 与矩阵 $B=\begin{pmatrix}0&0&2\\0&1&0\\2&0&0\end{pmatrix}$合同，则二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x^{\mathrm{T}}Ax$ 的规范形是(　　).

A. $z_1^2+z_2^2-z_3^2$　　B. $z_1^2+2z_2^2-2z_3^2$　　C. $z_1^2-2z_2^2+2z_3^2$　　D. $z_1^2-z_2^2+z_3^2$

三、计算题(共 4 题，共 28 分)

1.(6 分)设 n阶方阵$A=\begin{pmatrix}0&1&1&\cdots&1&1\\1&0&1&\cdots&1&1\\1&1&0&\cdots&1&1\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots\\1&1&1&\cdots&0&1\\1&1&1&\cdots&1&0\end{pmatrix}$，求$|A^{-1}|$.

2. (8 分)设向量组$\alpha_1=(-1,-1,0,0)^{\mathrm{T}},\alpha_2=(1,2,1,-2)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=(0,1,1,-1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_4=(1,3,2,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_5=(2,6,4,-1)^{\mathrm{T}}$，求此向量组的秩和一个极大线性无关组，并将其余向量用该极大线性无关组线性表示.

3. (8 分)设$A=\begin{pmatrix}2&6&0\\0&2&6\\0&0&2\end{pmatrix}$，且$A^*B=A^{-1}+B$，求$B$.

4. (6 分)设$A=\begin{pmatrix}2&0&1\\3&1&1\\4&0&5\end{pmatrix}$，分析它是否可对角化.

四、证明题(共 1 题， 8 分)

设α_0是非齐次线性方程组$Ax=b(b\neq 0)$的一个特解，$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_p$是其导出组$Ax=0$的一个基础解系，证明：向量组$\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_p$线性无关.

五、解方程组（共 1 题，14 分）

已知$(1,-1,1,-1)^{\mathrm{T}}$是如下所示方程组的一个解

$$\begin{cases} x_1+ax_2+bx_3+x_4=0 \\ 2x_1+x_2+x_3+2x_4=0 \\ 3x_1+(2+a)x_2+(4+b)x_3+4x_4=1 \end{cases}$$

求此方程组的一般解.

六、二次型（共 1 题，14 分）

设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x^{\mathrm{T}}Ax=ax_1^2+x_2^2+bx_3^2-2x_1x_2+4x_1x_3-4x_2x_3$，已知$\alpha=(1,-1,2)^{\mathrm{T}}$是$A$的对应于特征值$\lambda$的一个特征向量，

(1)求a,b,λ的值；

(2)利用正交变换法将二次型f化为标准形，并求出相应的正交矩阵Q;

(3)分析此二次型f是否是正定二次型.

学号：________ 姓名：________ 专业年级：________ 授课教师：________ 考场教室号：________ 座号：________

装 订 线