中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷

2021 年 春 季学期　考试科目：线性代数　学院：数学科学学院

试卷类型：A 卷　命题人：线性代数教研组　审核人：________

考试说明：本课程为闭卷考试，共 3 页，只可携带考场规定的必需用品。

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

座号：________ 考场教室号：________ 授课教师：________ 专业年级：________ 姓名：________ 学号：________

装　订　线

一、填空题(共 6 题，每题 3 分，共 18 分)

1. 已知3阶行列式$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & -2 \\ 5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$，$A_{ij}$表示第$i$行第$j$列处元素$a_{ij}$的代数余子式，则$A_{12}=$________.

2. 设A为3阶方阵，$|A|=\frac{1}{2}$，A^*为A的伴随矩阵，则$|(3A)^{-1}-2A^*|=$________.

3. 设矩阵B满足$ABA^*=2BA^*+I$, 其中$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,$I$为3阶单位矩阵，则$|B|=$________.

4. 设n阶方阵A满足$A^2-2A+4I=O$(其中O表示零矩阵)，则$(A+I)^{-1}=$________.

5. 设A为3×4矩阵，$\mathrm{r}(A)=3$，若$\eta_1=(1,2,0,1)^{\mathrm{T}}$,$\eta_2=(2,1,1,5)^{\mathrm{T}}$是非齐次线性方程组$Ax=b$的两个不同的解，则$Ax=b$的一般解为________.

6. 已知矩阵$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & x \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$可对角化，则$x=$________.

二、选择题(共 6 题，每题 3 分，共 18 分)

1. 已知A,B均为n阶可逆方阵，A^*,B^*分别为A,B的伴随矩阵，则下列结论不正确的是(　　).

A. $(AB)^{\mathrm{T}}=B^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}}$　　B. $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

C. $AA^*=A^*A$　　D. $(A+B)^{\mathrm{T}}=A^{\mathrm{T}}+B^{\mathrm{T}}$

2.设 A 为 3 阶方阵，将 A 的第 2 行加到第 1 行得矩阵 B，再交换 B 的第 2 列与第 3 列得

单位矩阵 I，记 $P_1=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，$P_2=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$，则 $A=$(　　).

A. P_1P_2　　B. ${P_1}^{-1}P_2$　　C. P_2P_1　　D. $P_2{P_1}^{-1}$

3.设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$为齐次线性方程组$Ax=0$的一个基础解系，则下列也可作为该方程组基础解系的是(　　).

A. $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_1+\alpha_2$　　B. $\alpha_1-\alpha_2,\alpha_2-\alpha_3,\alpha_3-\alpha_1$

C. $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_1-\alpha_2$　　D. $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_1$

4.若线性方程组$Ax=b$的增广矩阵(A,b)经若干次初等行变换化为如下矩阵$\left(\begin{array}{ccc|c}2&0&2&3\\0&a&a&1\\0&0&0&a\end{array}\right)$

则此线性方程组(　　).

A. 可能有无穷多解　　B. 一定有无穷多解　　C. 可能无解　　D. 一定无解

5. 设A是3阶实对称矩阵, 且A^2+A为零矩阵, 若$\mathrm{r}(A)=2$, 则A相似于对角阵(　　)

A. $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$　　C. $\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&-1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$

6.设n元二次型$f(x)=x^{\mathrm{T}}Ax$正定，则下列结论中正确的是(　　).

A. 对任意n维列向量x都有$x^{\mathrm{T}}Ax$大于零

B. f的标准形的系数都大于或等于零

C. A的所有子式都大于零

D. A的特征值都大于零

三、计算题(共 4 题，共 28 分)

1.(6 分) 计算 n阶行列式的值：$\begin{vmatrix}-1&1&0&\cdots&0&0\\0&-1&1&\cdots&0&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots\\0&0&0&\cdots&-1&1\\1&2&3&\cdots&n-1&n\end{vmatrix}$.

2. (8 分) 设向量组$\alpha_1=(1,2,3)^{\mathrm{T}}$, $\alpha_2=(3,2,1)^{\mathrm{T}}$, $\alpha_3=(-2,0,2)^{\mathrm{T}}$, $\alpha_4=(1,2,4)^{\mathrm{T}}$, 求此向量组的秩和一个极大线性无关组,并将其余向量用其这个极大线性无关组线性表示.

3. (8 分)已知矩阵X满足$X=AX+B$，其中$A=\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&1&1\\-1&0&-1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&-1\\2&0\\5&-3\end{pmatrix}$，求$X$.

4. (6 分)已知α_1,α_2是R^2的一组基，求从基$\alpha_1+2\alpha_2,\alpha_1+\alpha_2$到基$\alpha_1-2\alpha_2,2\alpha_1+\alpha_2$的

学号:________ 姓名:________ 专业年级:________ 授课教师:________ 考场教室号:________ 座号:________

装 订 线

过渡矩阵.

四、证明题(共 1 题， 8 分)

设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是方阵$A$分别对应于互不相同的特征值$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$的特征向量，证明：$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$不是$A$的特征向量.

五、解方程组（共 1 题，14 分）

设线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=0 \\ x_1+4x_2+a^2x_3=3 \\ x_1+2x_2+ax_3=1 \end{cases}$ 与方程$x_1+2x_2+x_3=a$有公共解，

(1)求a的值；
(2)求所有公共解.

六、二次型（共 1 题，14 分）

设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x^{\mathrm{T}}Ax=ax_1^2+2x_2^2-2x_3^2+2bx_1x_3(b>0)$，已知此二次型对应矩阵$A$的所有特征值之和为1，所有特征值之积为$-12$.

(1)求a,b的值；
(2)利用正交变换法将二次型f化为标准形，并写出相应的正交矩阵Q；
(3)写出规范形；
(4)分析此二次型是否是正定二次型.