

第11讲：光线追踪

上次课程内容

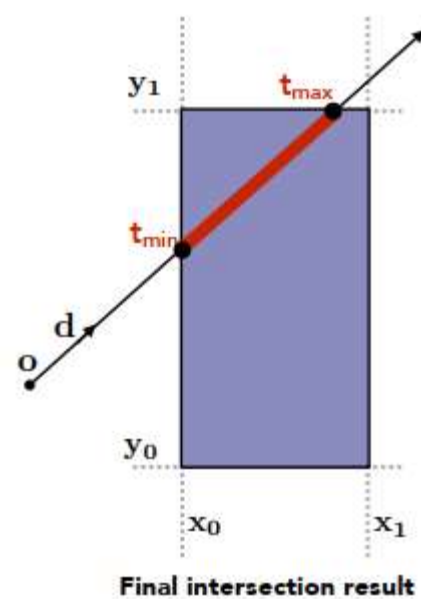
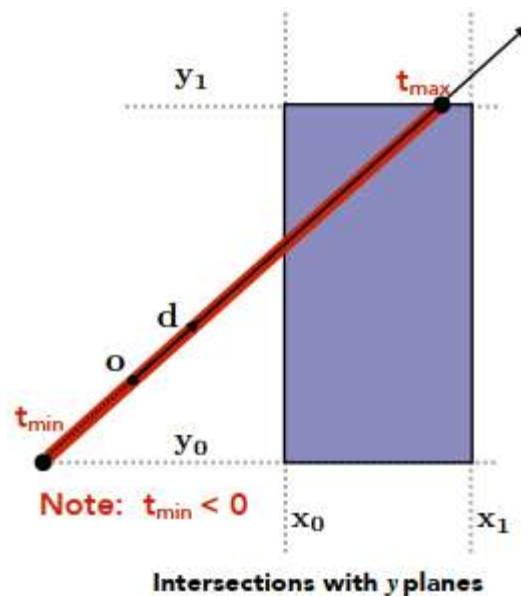
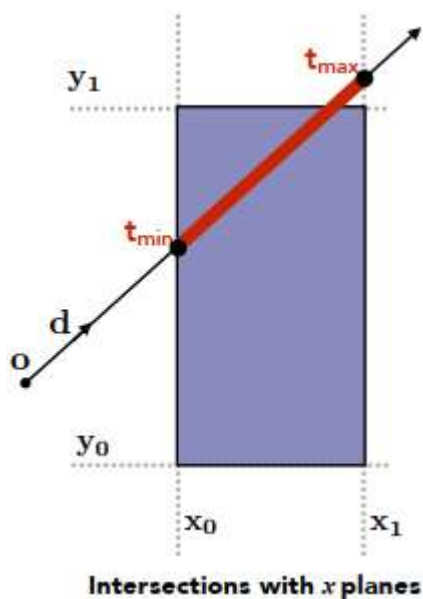
- 光线追踪(Ray Tracing)
 - 为什么要做光线追踪?
 - 基本的光线追踪算法: Whitted-Style Ray Tracing
 - 光线-物体求交
 - ✓ 隐式曲面
 - ✓ 三角形
 - 轴对齐包围盒 (AABB)
 - ✓ 对包围盒的理解: n 个平面的交集
 - ✓ 光线与AABB求交

本次课程内容

- 光线追踪的加速技术（利用AABB加速光线追踪）
 - 均匀空间划分（Grid）
 - 空间划分（KD-Tree）
 - 物体划分以及层次包围盒（BVH）
- 辐射度量学（Radiometry）
- 实验6发布
- 实验4提交截止
- 实验4报告提交截止

光线与轴对齐包围盒求交

- 二维的简单示例：
 - 分别计算光线与两对平板的交点
 - 求线段的交集，确定最后结果



光线与轴对齐包围盒求交

- 推广到三维：
 - 分别计算光线与三对平板的交点
 - 求线段的交集，确定最后结果
- 主要思想
 - 仅当光线进入到所有成对平板时，光线进入到包围盒内
 - 光线离开任意一对平板时，即离开了包围盒
 - 对每一对平板，计算 t_{min} 和 t_{max}
 - 对包围盒， $t_{enter} = \max\{t_{min}\}$, $t_{exit} = \min\{t_{max}\}$

光线与轴对齐包围盒求交

Q: 如何确定有交点?

Q: 如果有 $t_{enter} < t_{exit}$ 可以确定有交点吗?

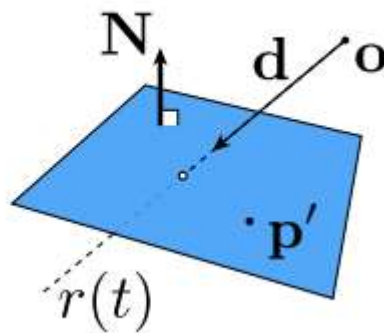
- 注意光线是一条射线，还需要考虑
 - 如果 t_{enter} 和 t_{exit} 都非负，说明有交点；
 - 如果有 $t_{exit} < 0$ ，说明包围盒在光线“后面”，无交点；
 - 如果有 $t_{exit} \geq 0$ 并且 $t_{enter} < 0$ ，说明光源在包围盒内，有交点
- 综上，光线与轴对齐包围盒相交，当且仅当 $t_{enter} < t_{exit}$ 并且 $t_{exit} \geq 0$

为什么使用轴对齐包围盒？

- 一般情况下：

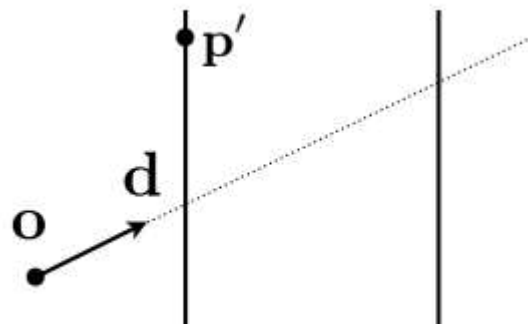
$$(p - p') \cdot N = (o + t\mathbf{d} - p') \cdot N = 0$$

$$t = \frac{(p' - o) \cdot N}{\mathbf{d} \cdot N}$$



- 轴对齐包围盒(例如垂直x轴情况)：

$$t = \frac{p'_x - o_x}{d_x}$$

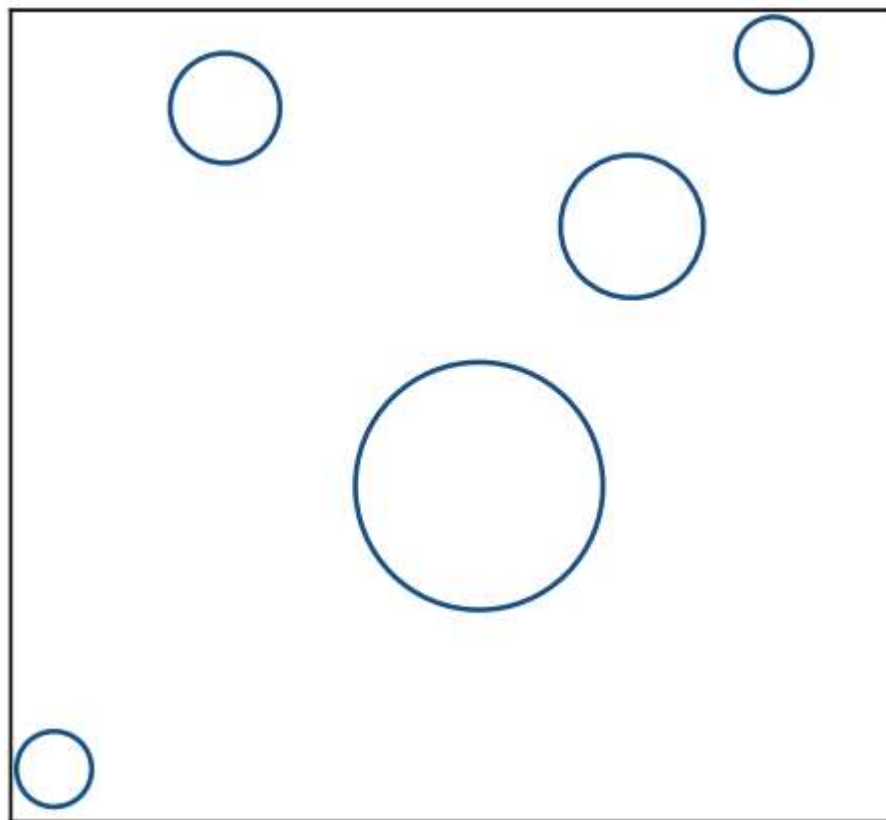


利用AABB加速光线追踪

Q: 复杂场景中, 如何利用AABB加速光线追踪?

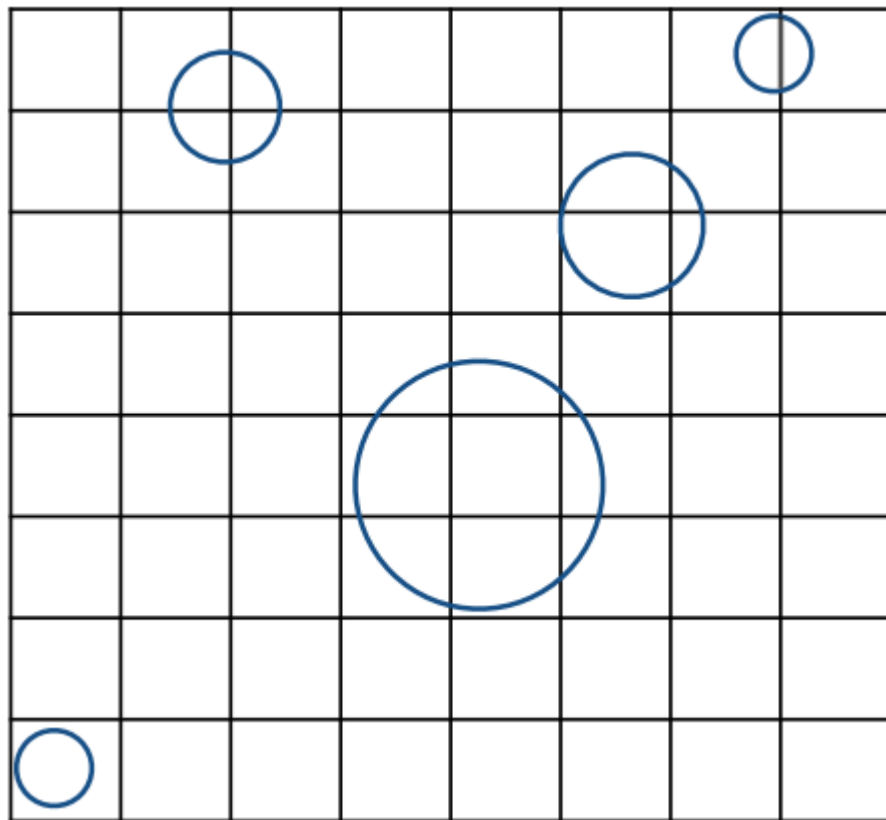
- 均匀空间划分 (Grid)
- 空间划分 (KD-Tree)
- 物体划分以及层次包围盒 (BVH)

均匀空间划分



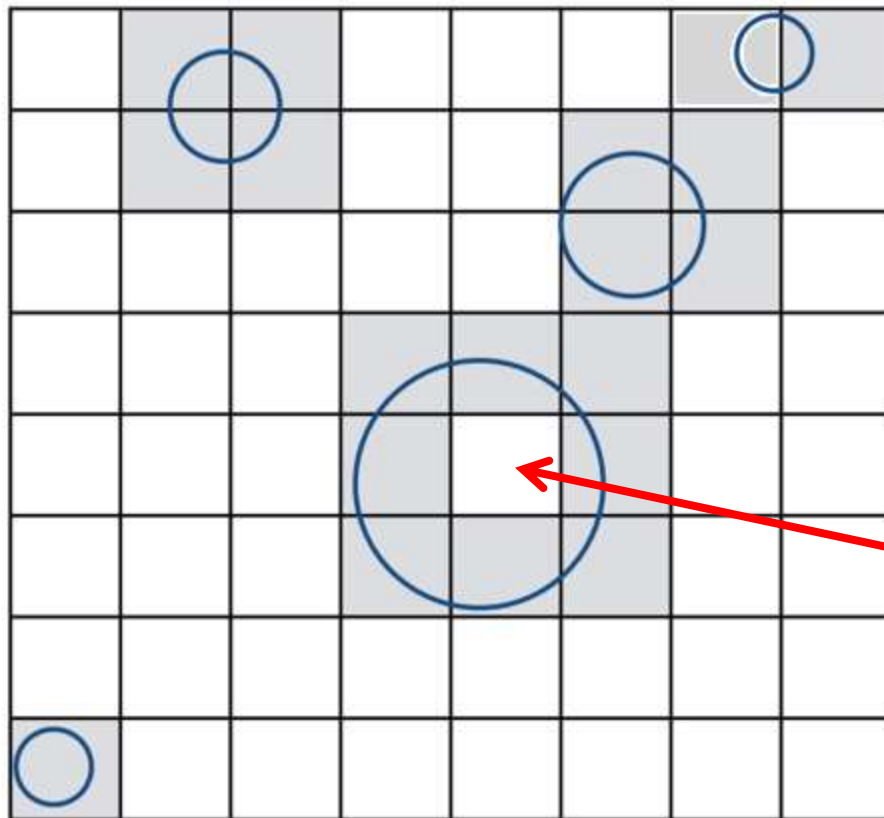
1. 确定包围盒

预处理：构建加速网格



2. 构建均匀网格

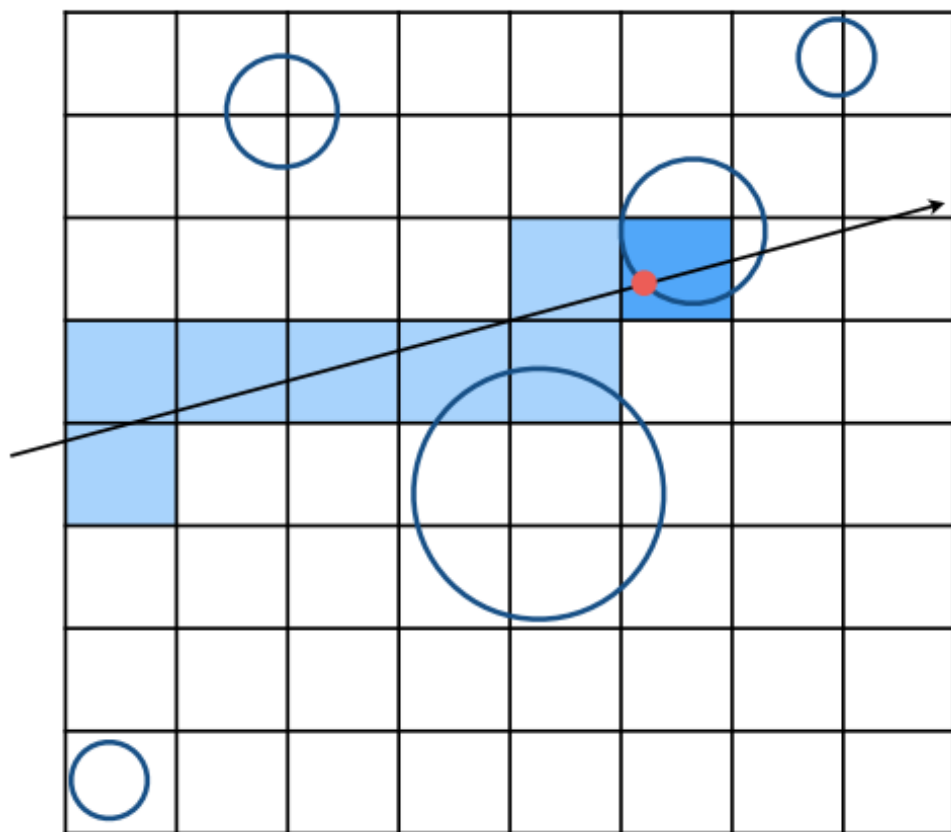
预处理：构建加速网格



3. 将物体存储在与物体重叠的相应网格中

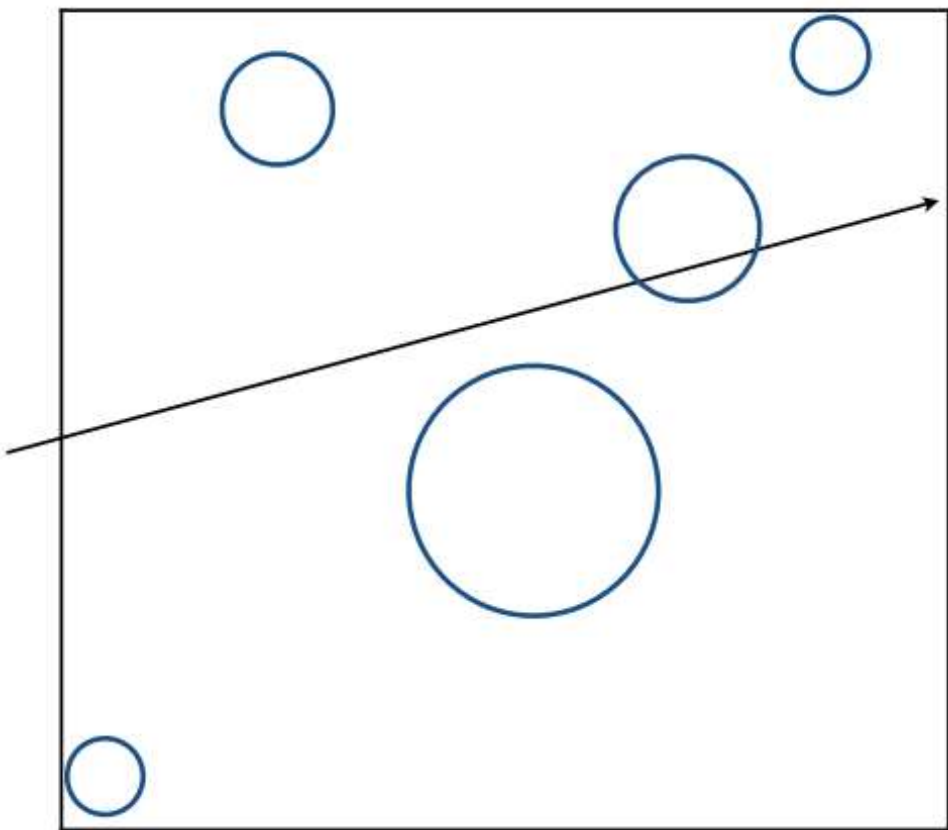
注意：此处考虑的是物体表面！

光线与场景求交



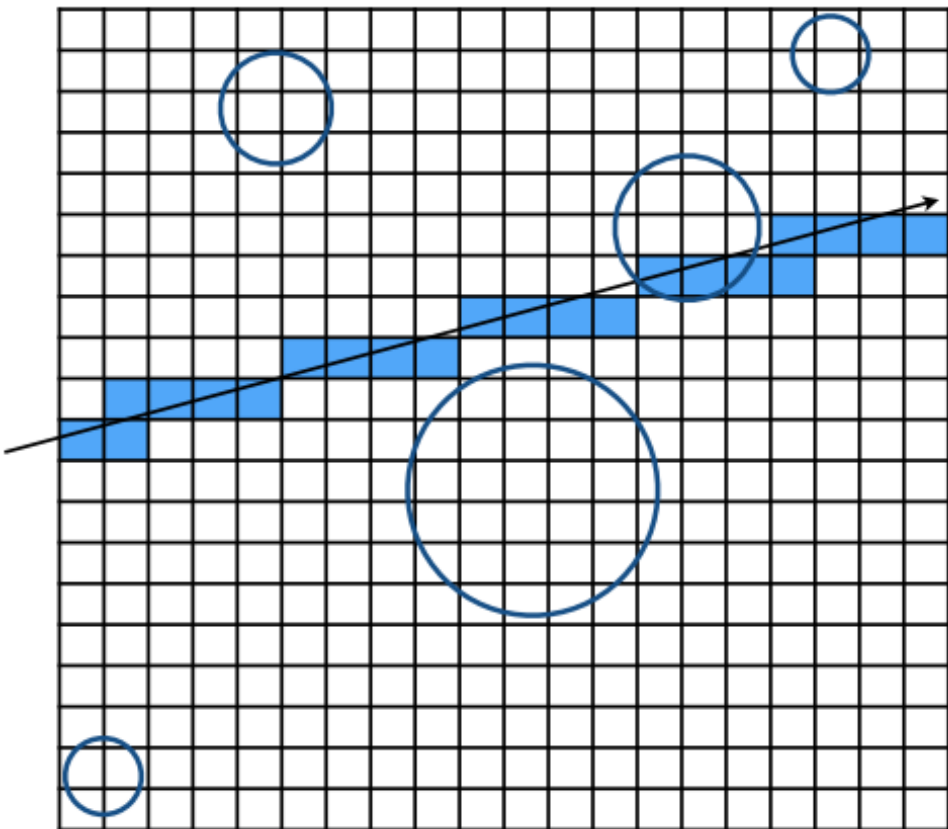
4. 按照光线穿过的方向逐步地遍历网格；对于每一个网格，测试光线与该网格中存储的所有对象的交集

网格分辨率与加速的关系



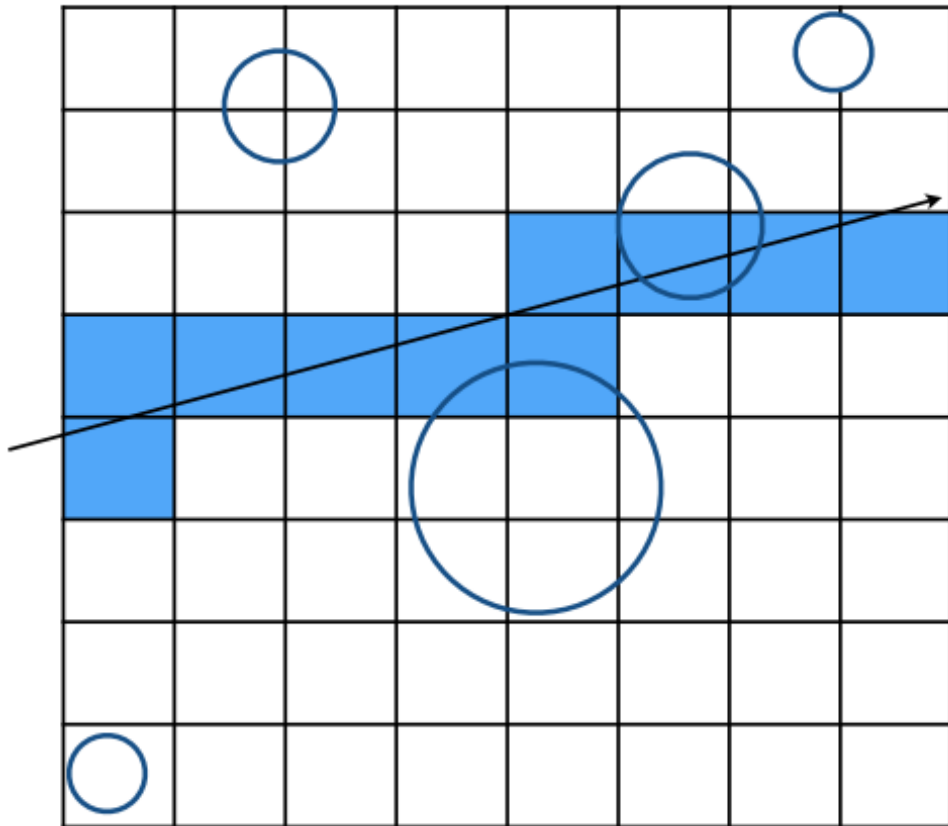
一个网格：不存在加速

网格分辨率与加速的关系



过多的网格：由于无关的网格遍历，导致效率低下

网格分辨率与加速的关系



恰当的网格分辨率:

网格数 = $C * \text{物体数}$

在三维空间中, C 约为 27

均匀空间划分适用的场景

- 场景中存在大量物体，并且它们的大小和空间分布都比较均匀



均匀空间划分不适用的场景



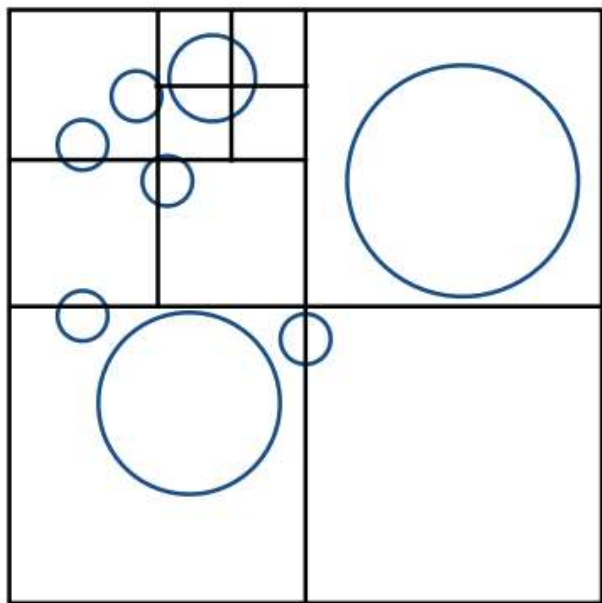
Jun Yan, Tracy Renderer

Q&A

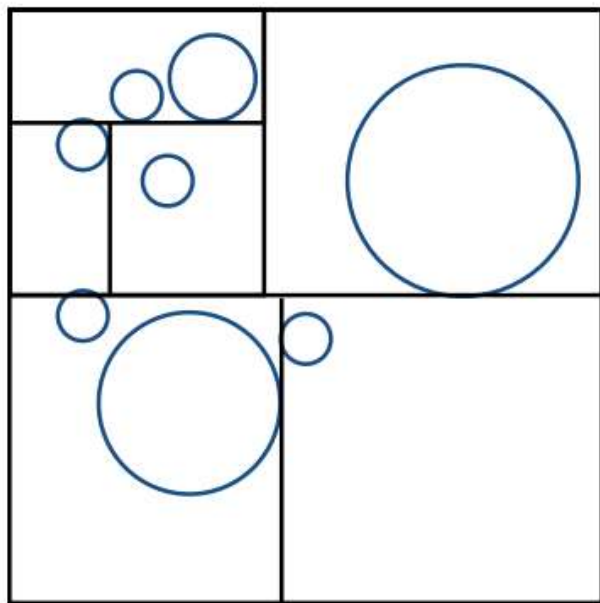


空间划分

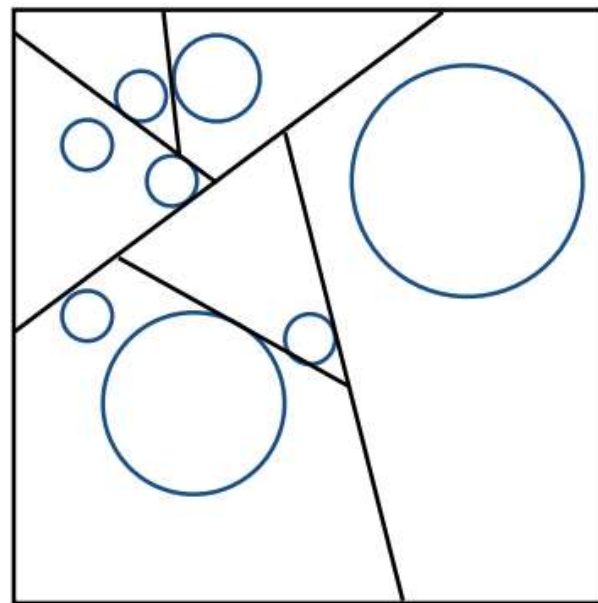
- 二维和三维空间中



Oct-Tree

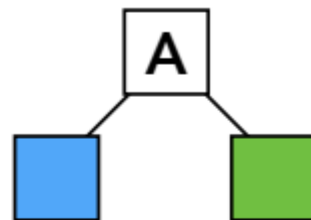
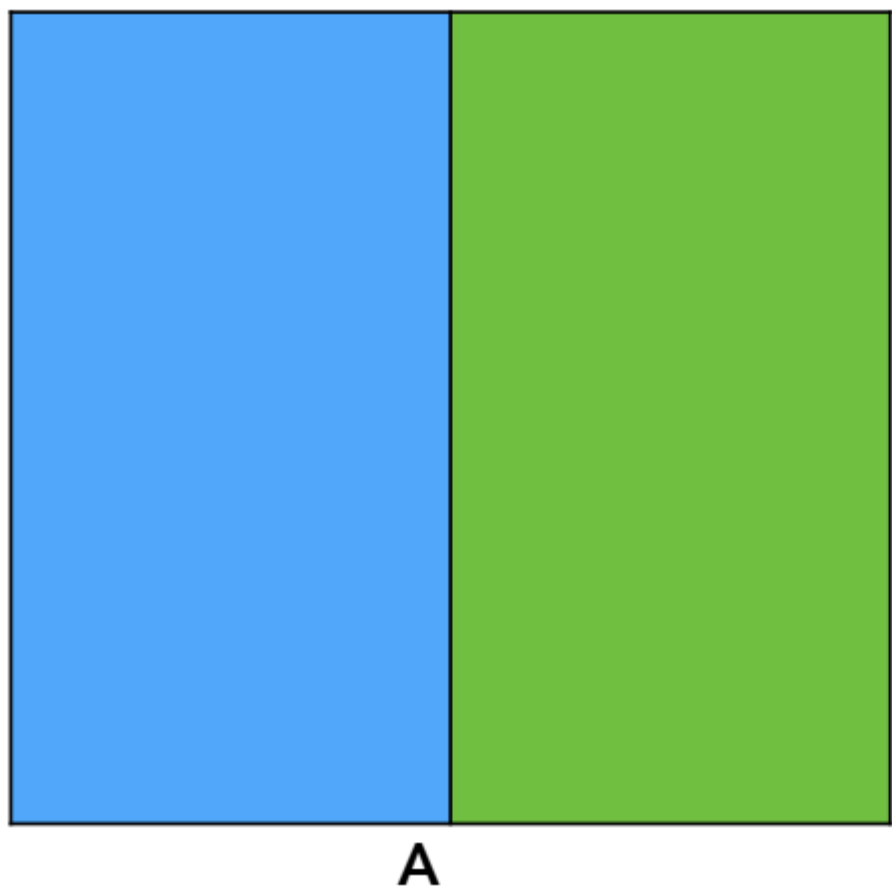


KD-Tree

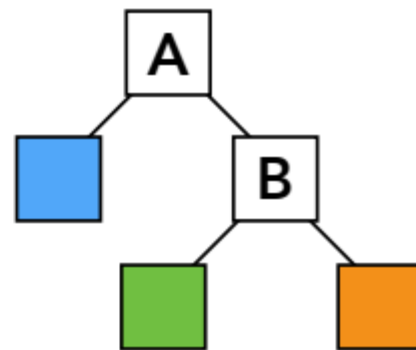
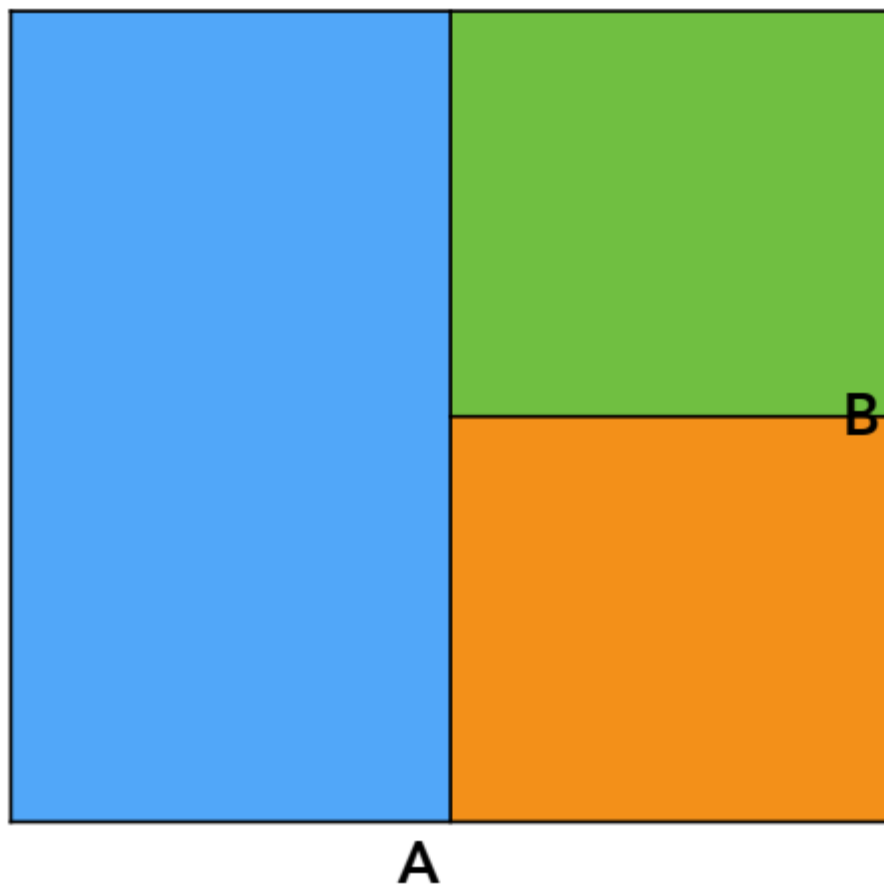


BSP-Tree

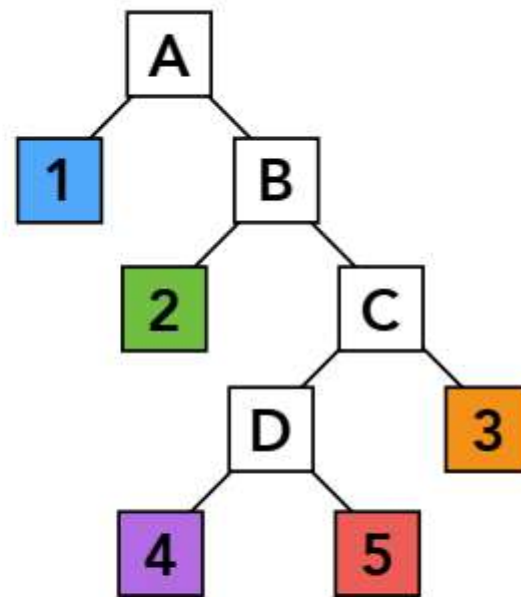
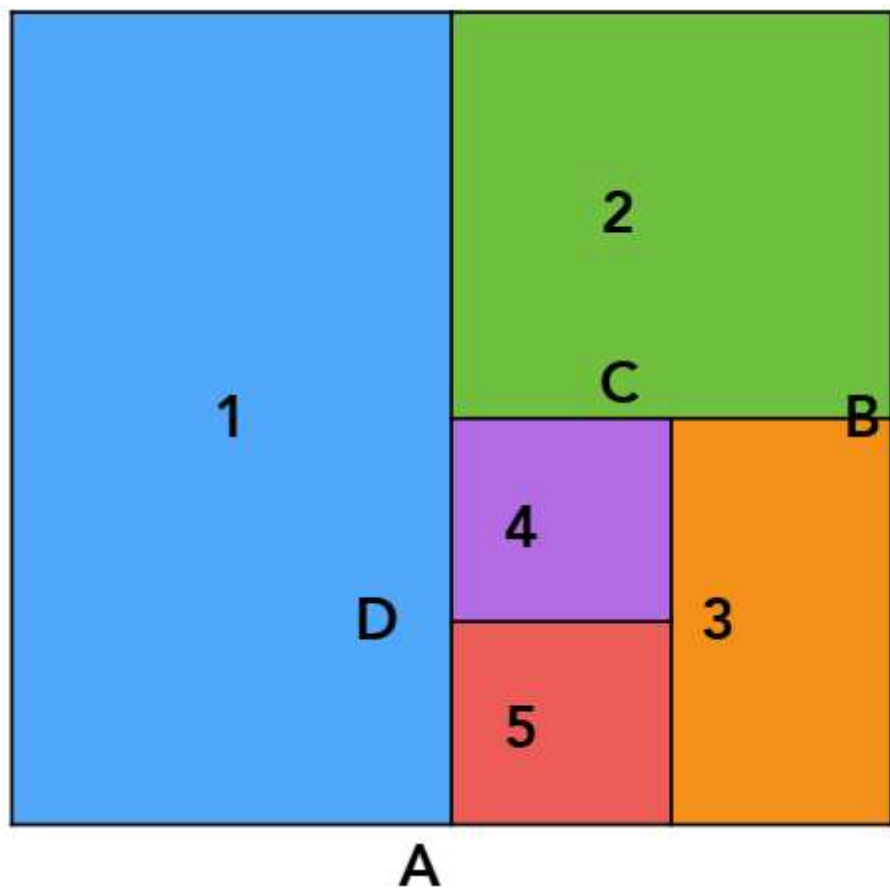
KD树



KD树



KD树

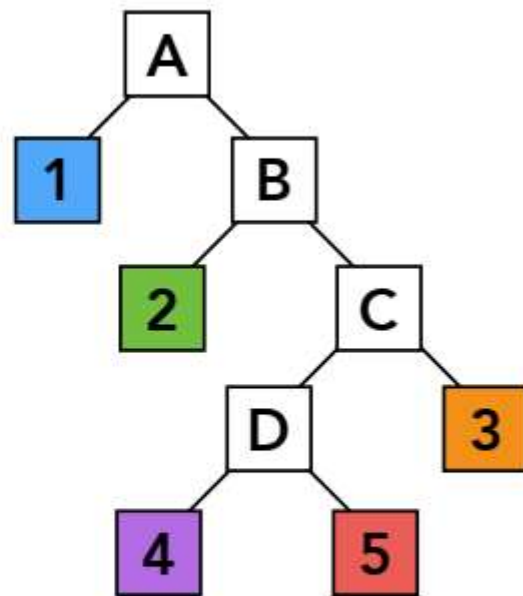
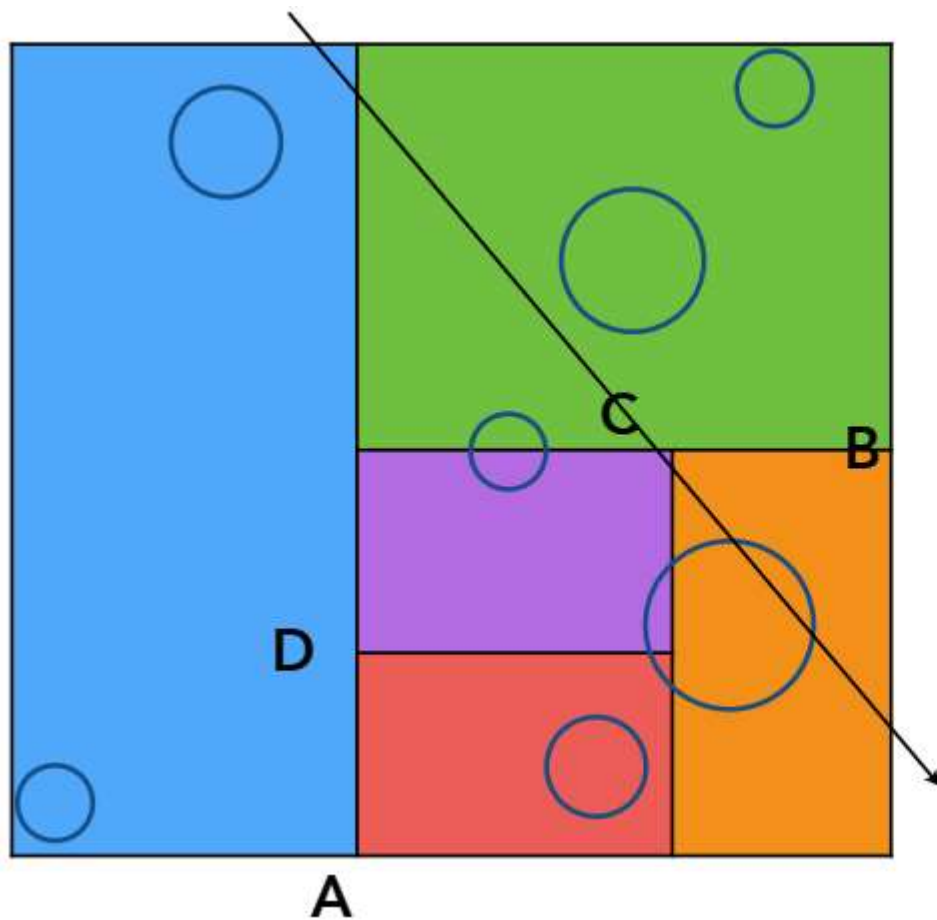


Note: also subdivide
nodes 1 and 2, etc.

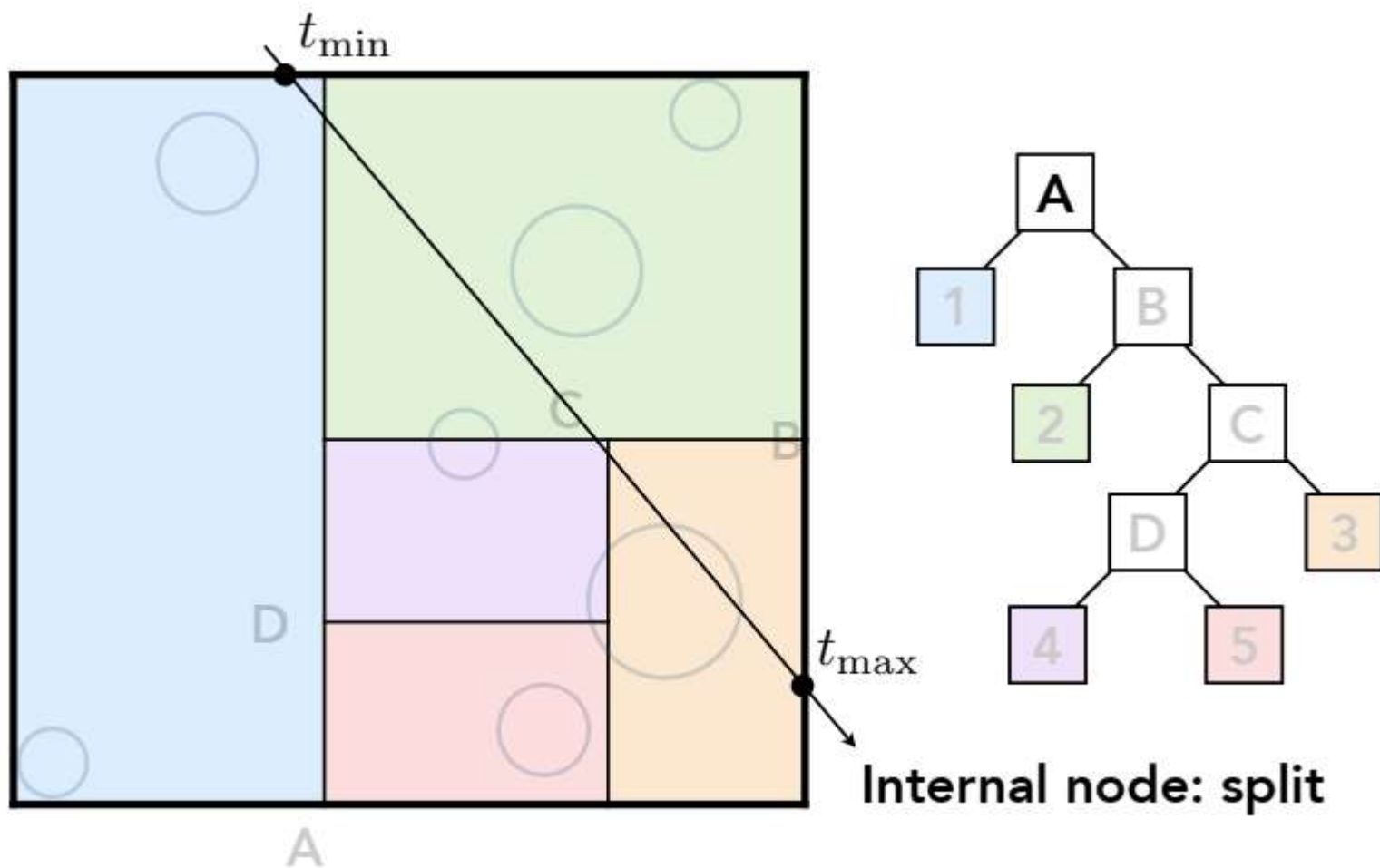
KD树的数据结构

- 中间节点
 - 按照沿x轴、y轴、z轴的划分平面来划分
 - 指向孩子节点的指针
 - 不存储空间中的物体
- 叶子节点
 - 存储空间中的物体

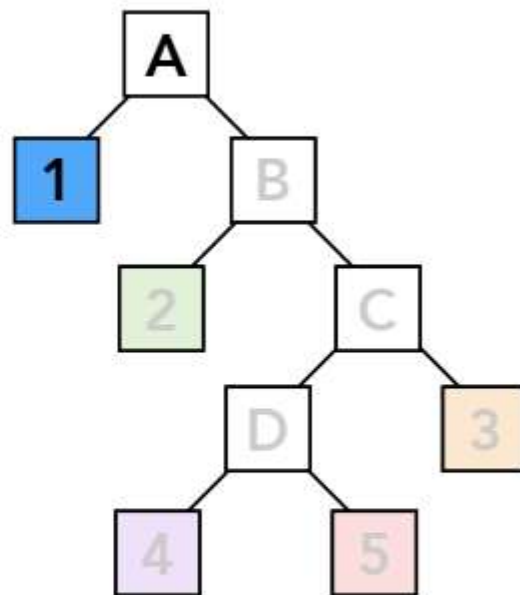
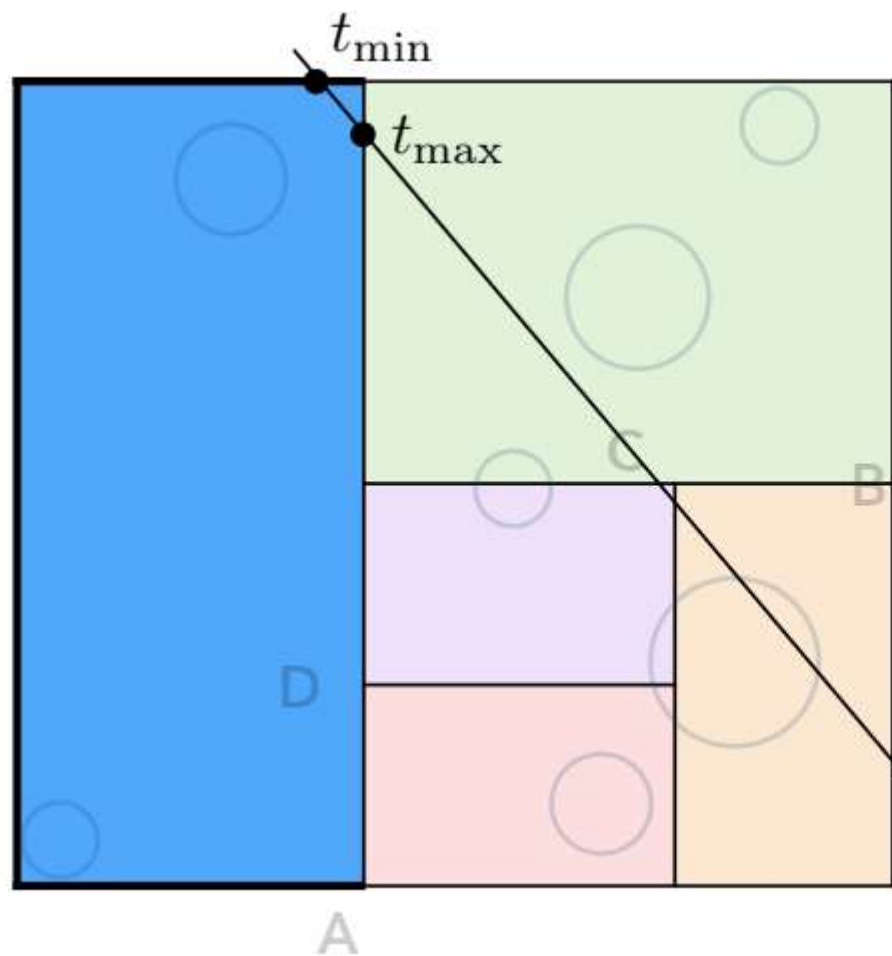
遍历KD树



遍历KD树

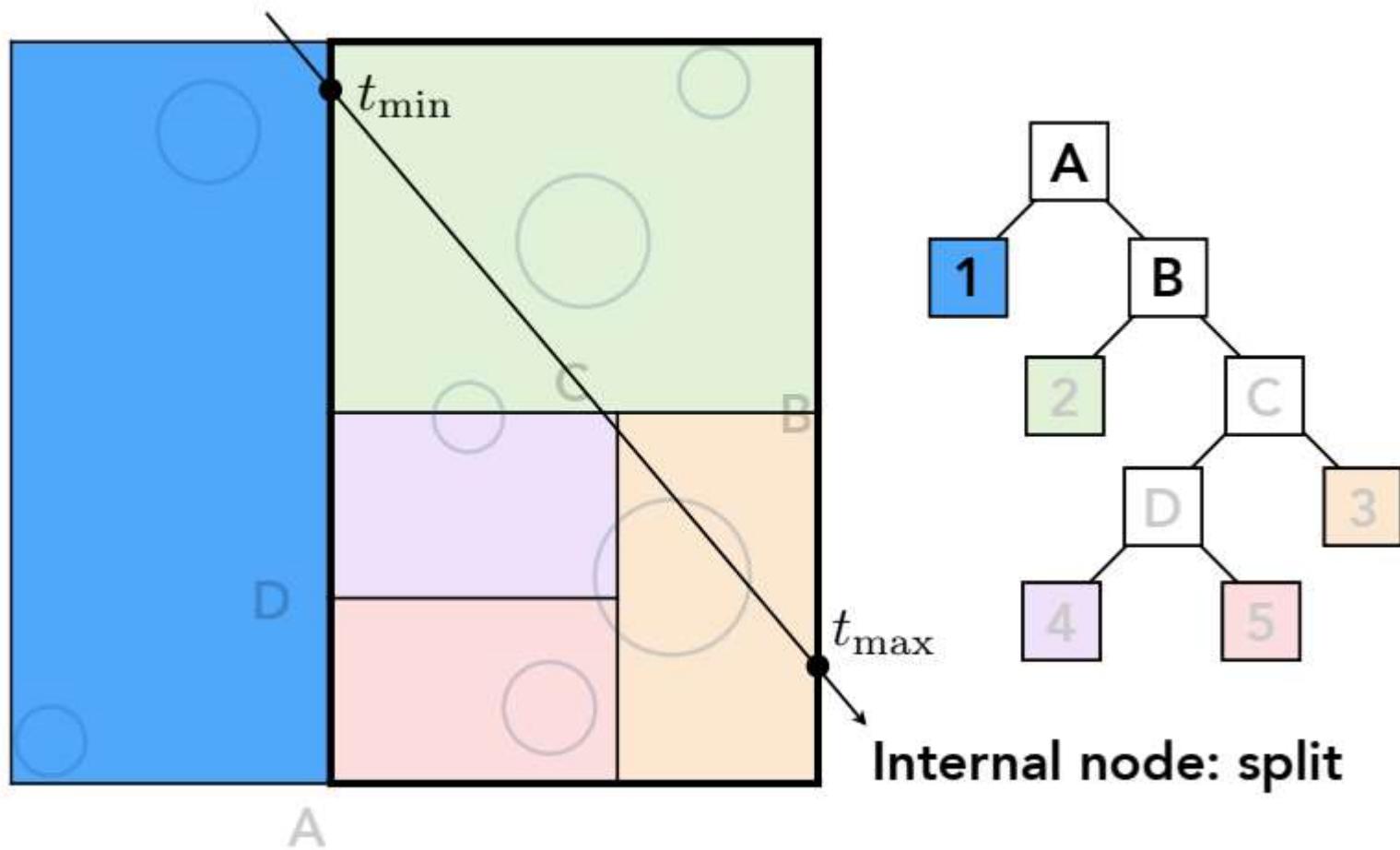


遍历KD树



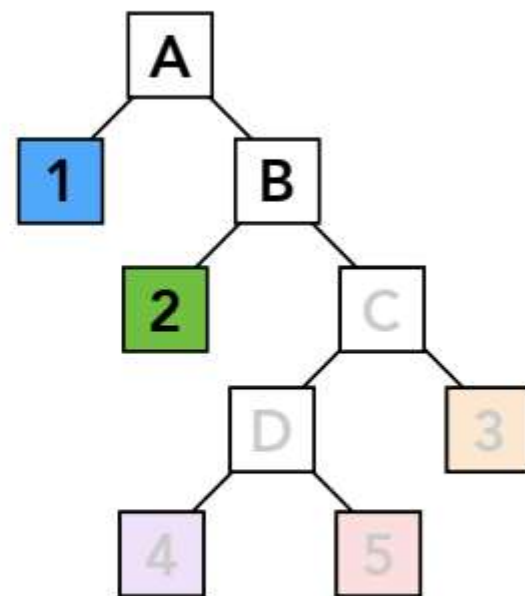
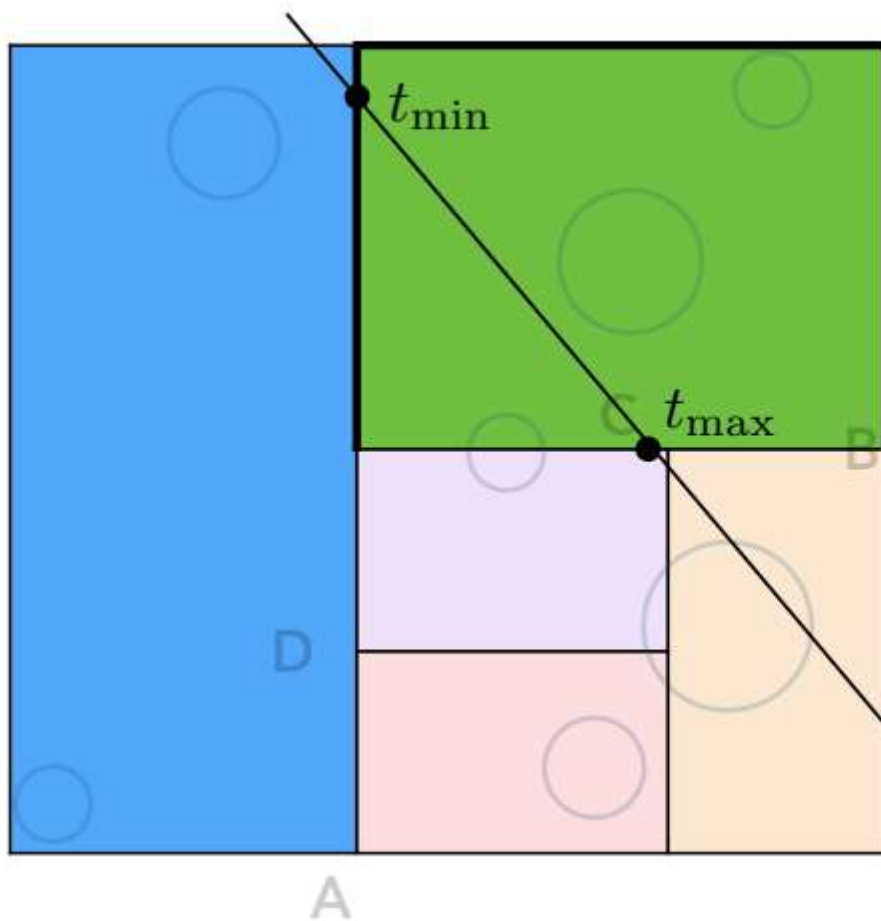
Assume it's leaf node:
intersect all objects

遍历KD树



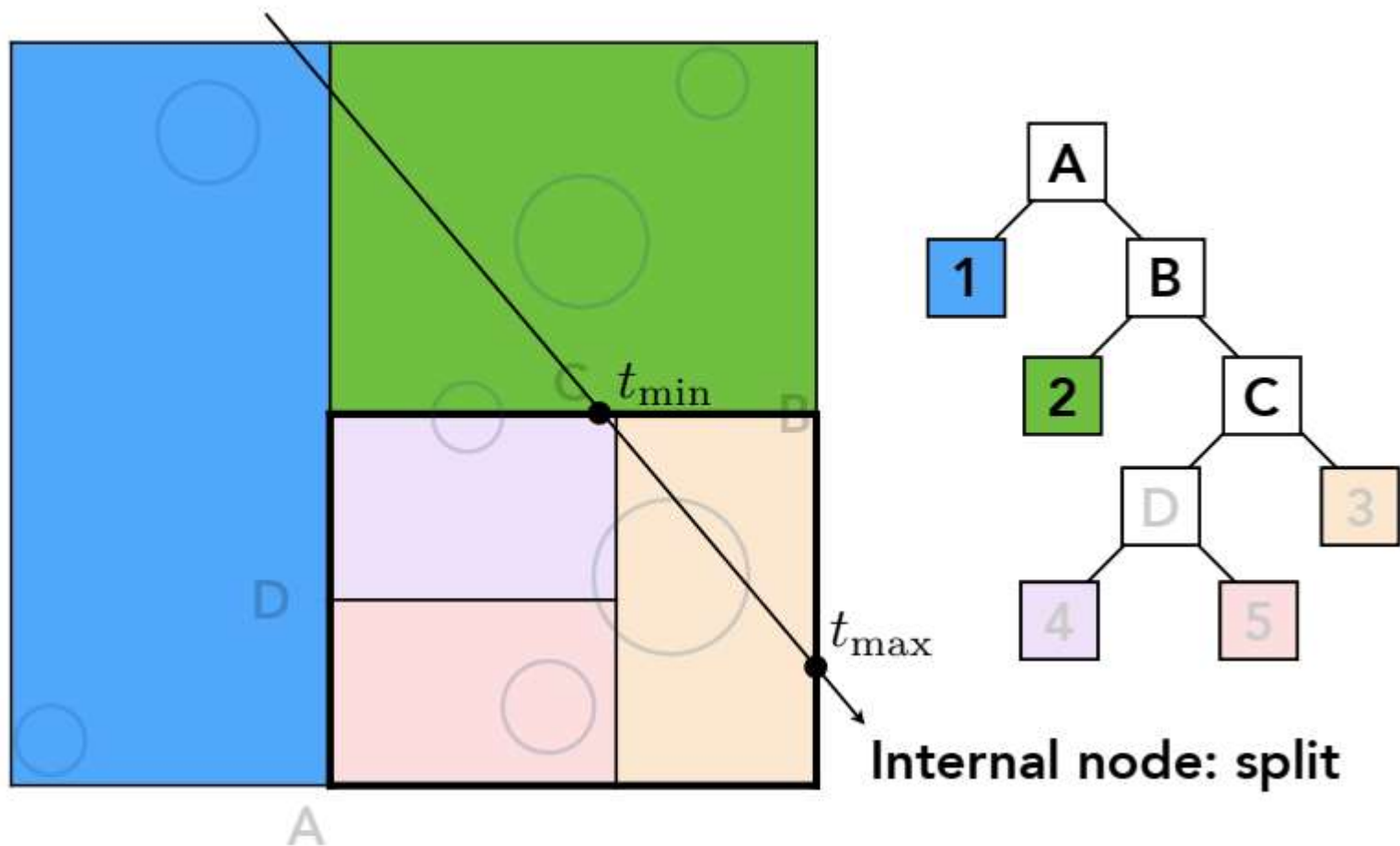
Internal node: split

遍历KD树

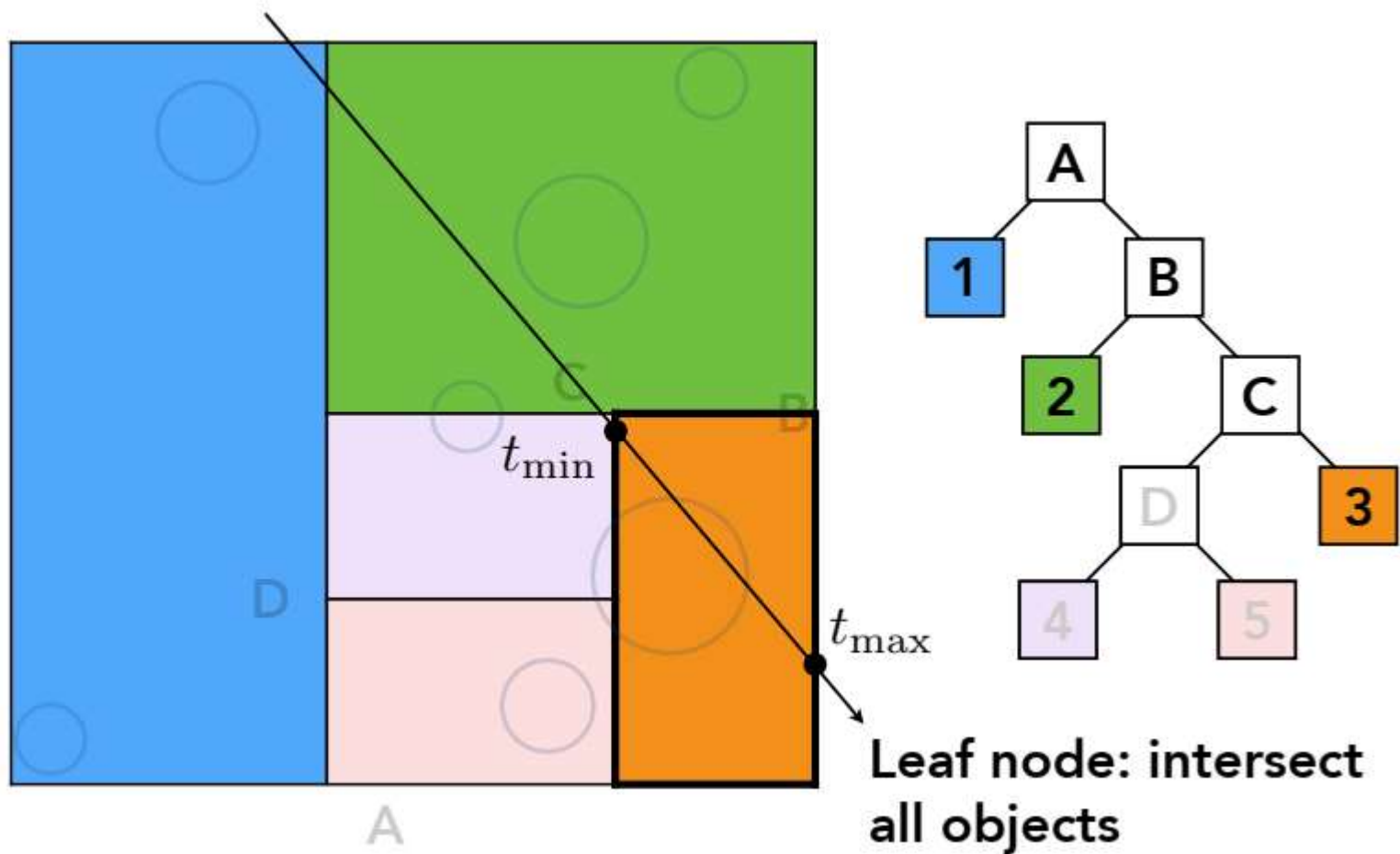


Leaf node: intersect all objects

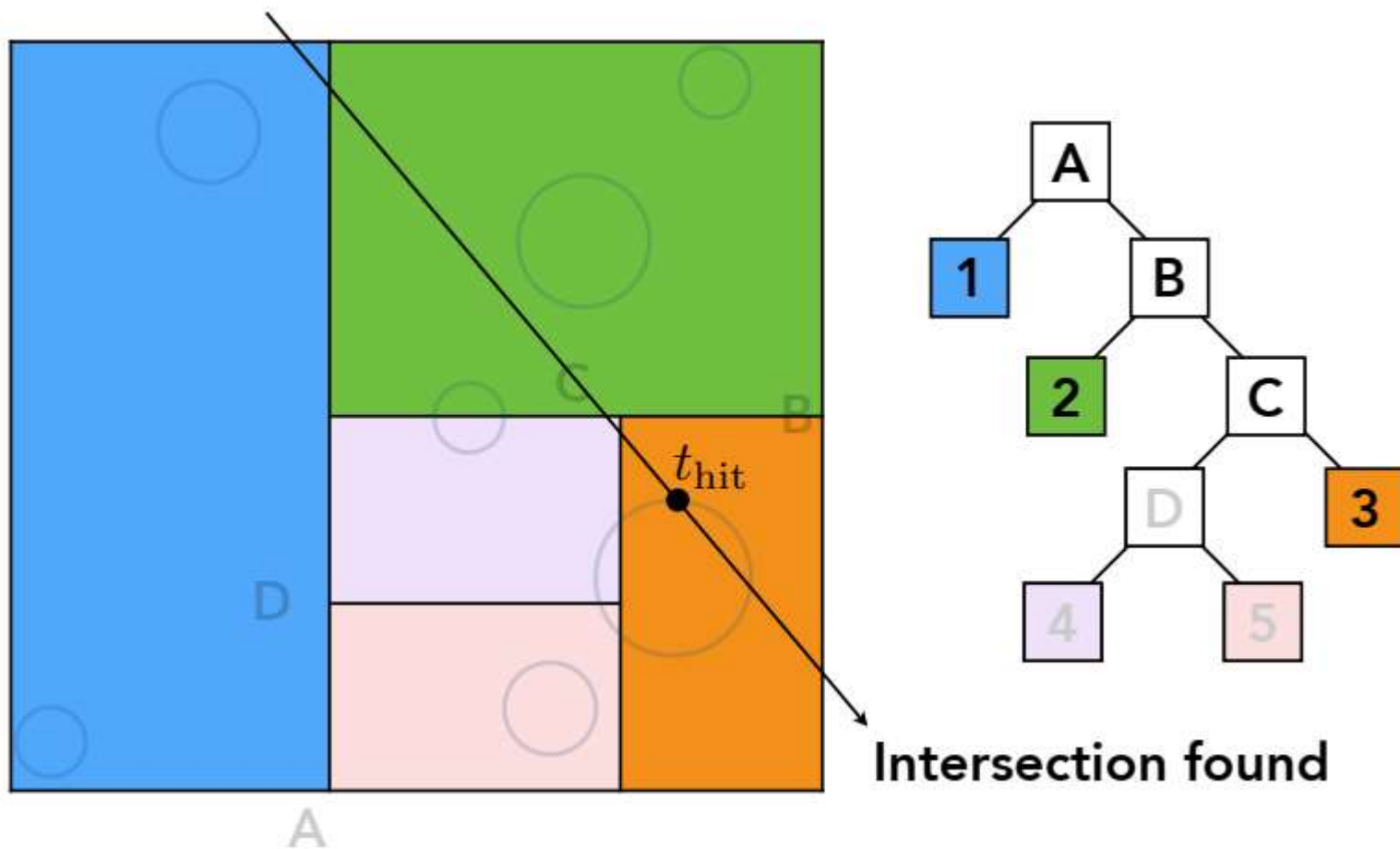
遍历KD树



遍历KD树

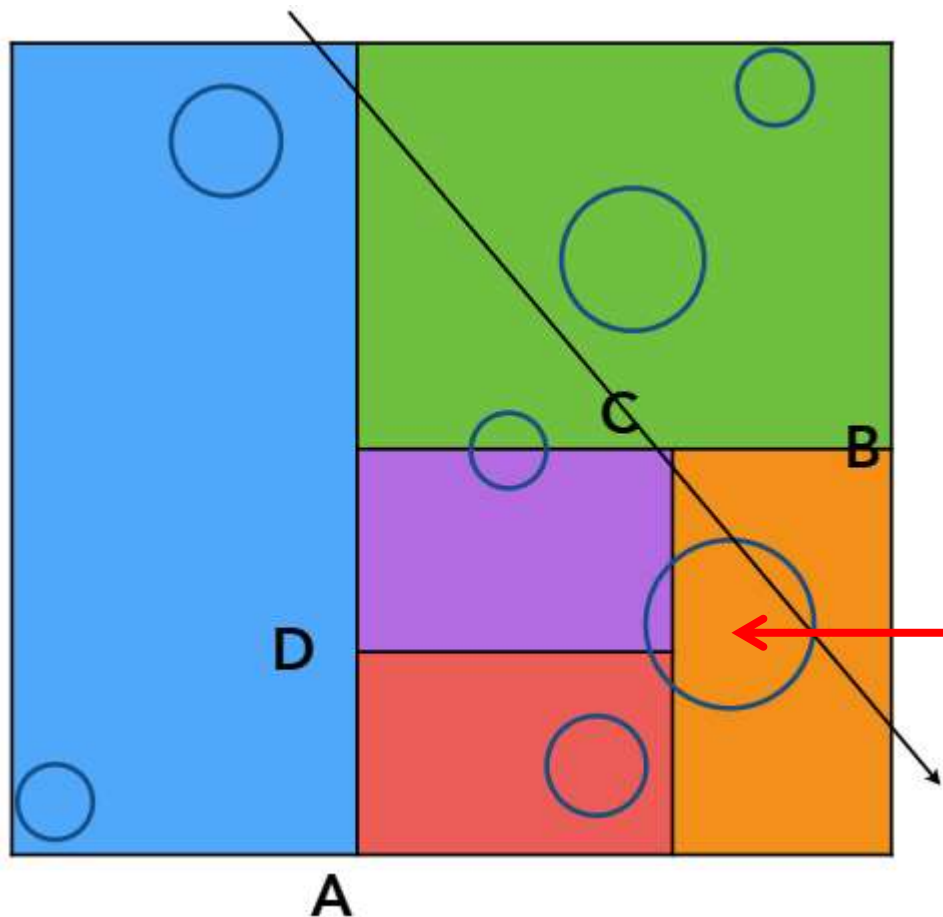


遍历KD树



Intersection found

空间划分方法存在的问题



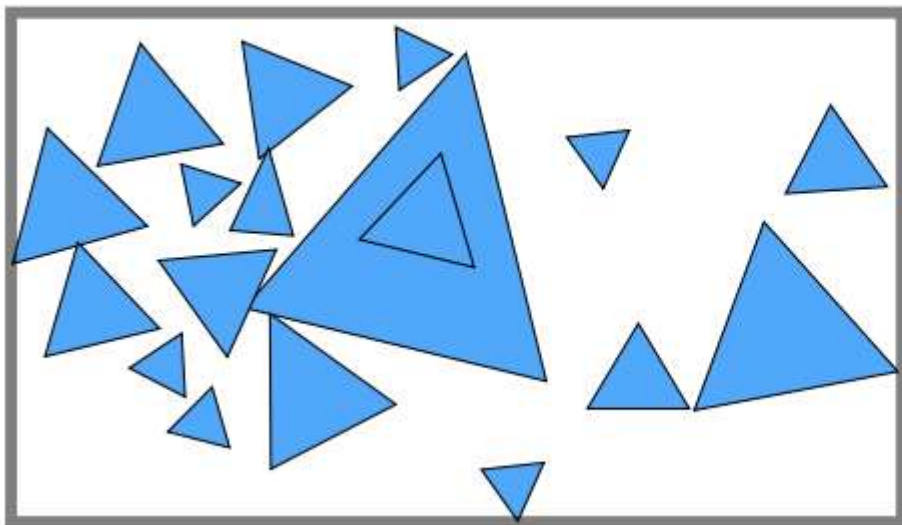
1. 怎么判断AABB与三角形有交点？

2. 一个物体出现在多个叶子节点里

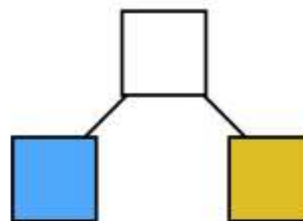
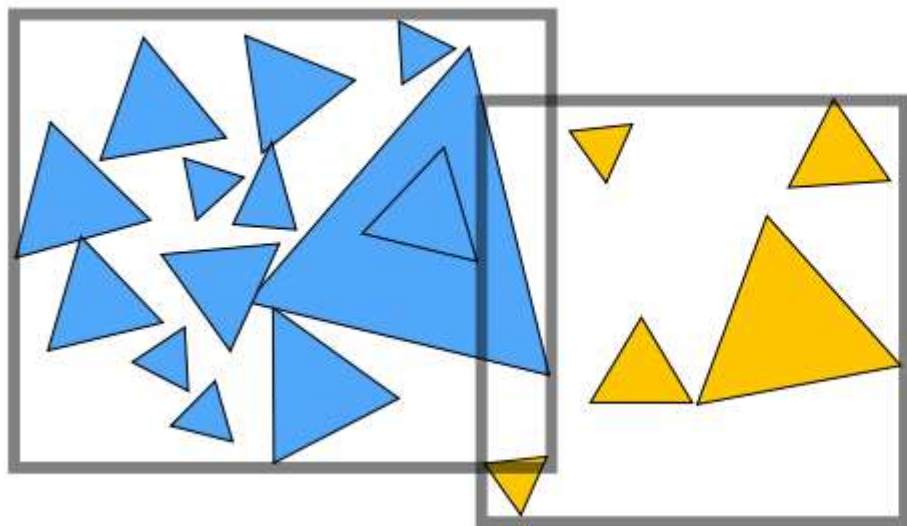
Q&A



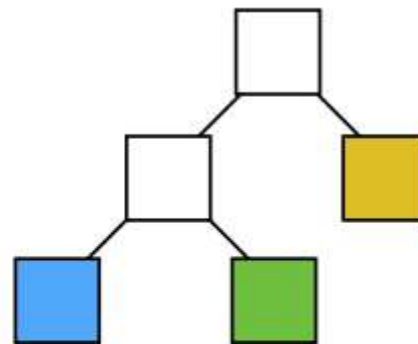
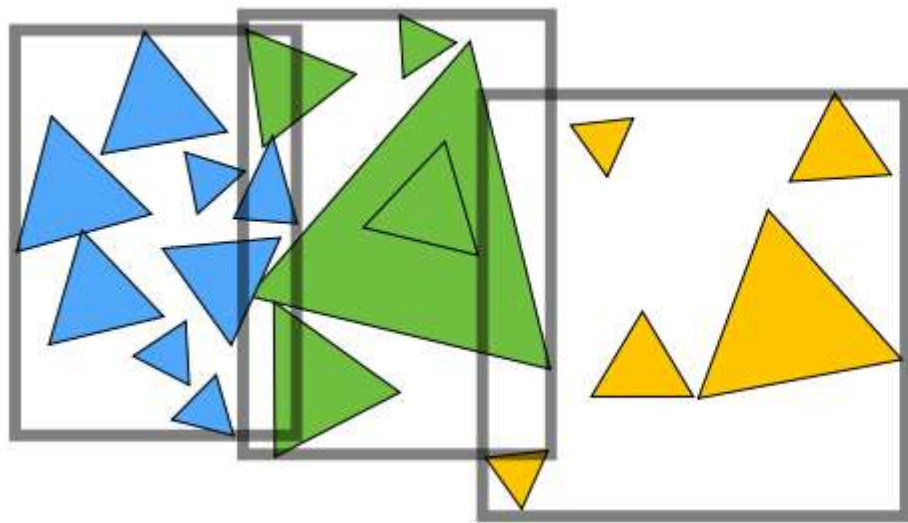
物体划分：层次包围盒



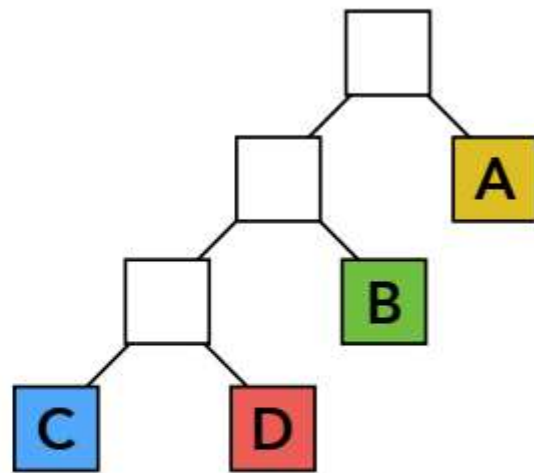
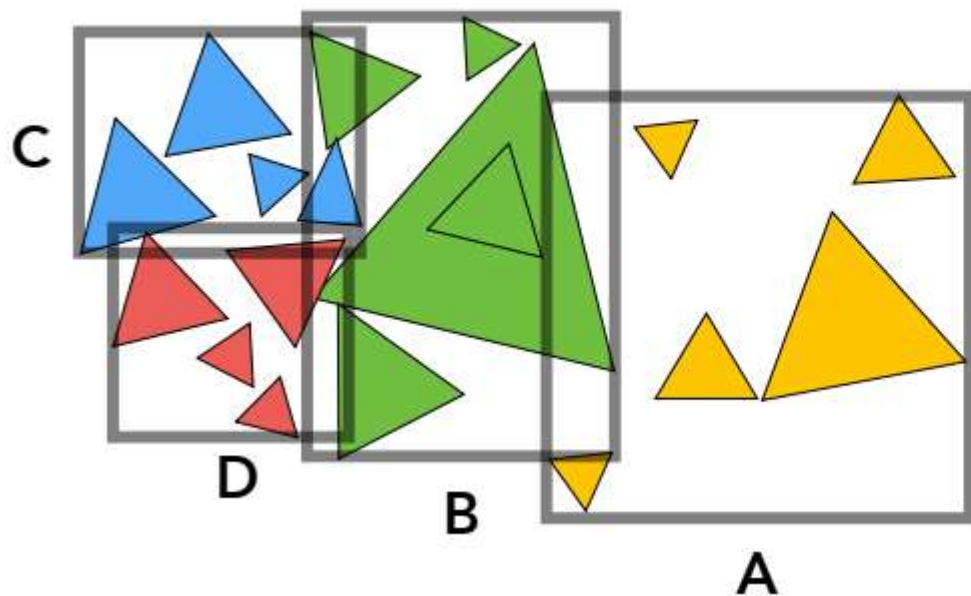
物体划分：层次包围盒



物体划分：层次包围盒

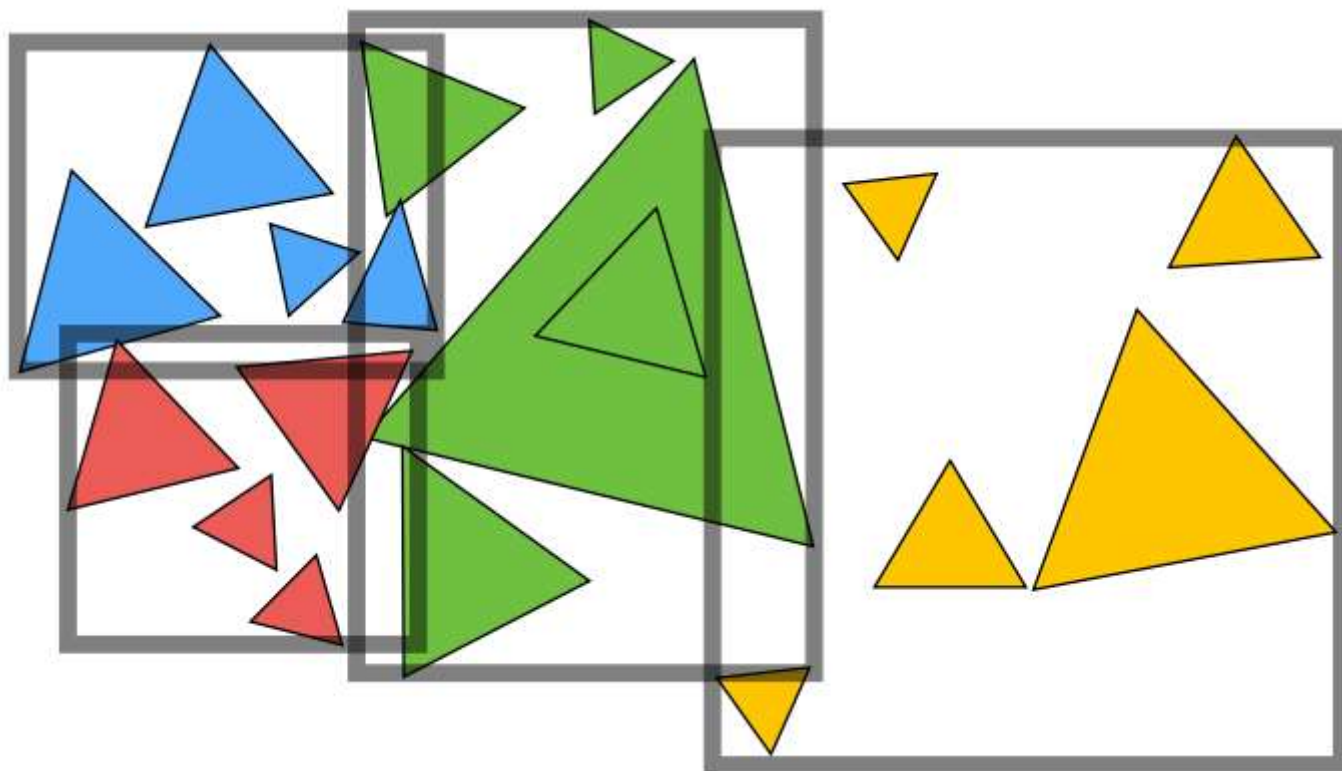


物体划分：层次包围盒



物体划分：层次包围盒

- 确定包围盒→递归地将物体划分为两部分并重新计算包围盒→停止后将物体存储在每一个叶子节点中



构建层次包围盒

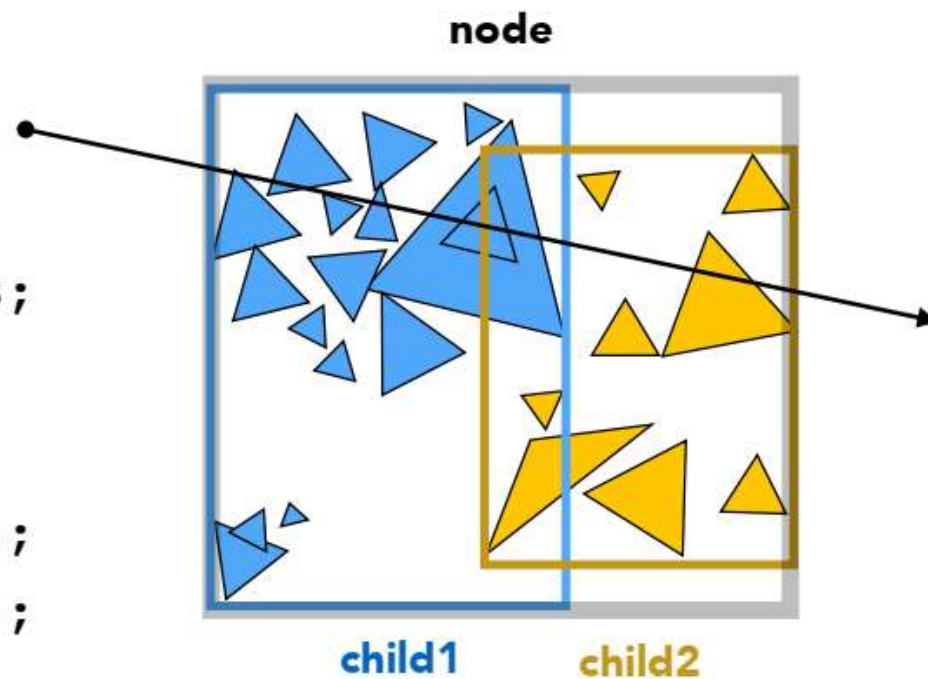
- 如何划分一个节点？
 - 选择一个维度做划分
 - 技巧1:选择最长轴方向做划分
 - 技巧2: 选择中间物体位置来划分
- 算法停止条件？
 - 当节点包含足够少的物体时

层次包围盒的数据结构

- 中间节点
 - 存储包围盒
 - 指向孩子节点的指针
- 叶子节点
 - 存储包围盒
 - 存储空间中的物体

层次包围盒的遍历

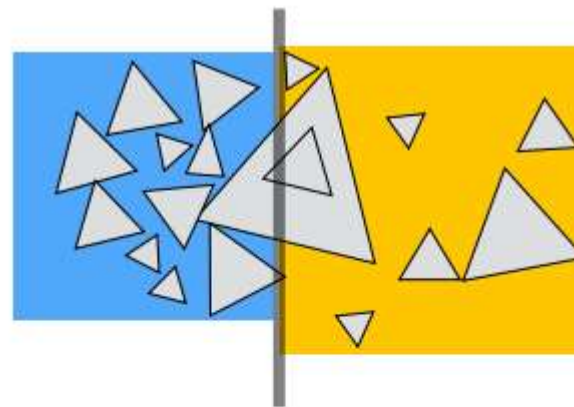
```
Intersect(Ray ray, BVH node) {  
    if (ray misses node.bbox) return;  
  
    if (node is a leaf node)  
        test intersection with all objs;  
        return closest intersection;  
  
    hit1 = Intersect(ray, node.child1);  
    hit2 = Intersect(ray, node.child2);  
  
    return the closer of hit1, hit2;  
}
```



空间划分 vs. 物体划分

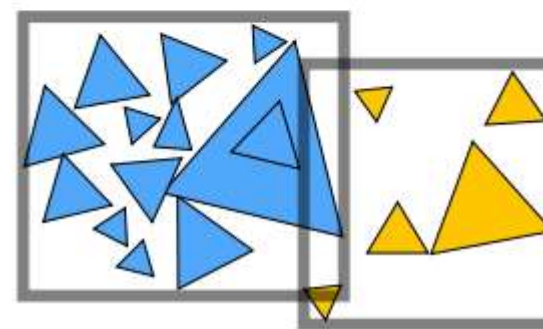
- 空间划分 (KD树)

- 把空间划分成不重叠的区域
- 空间中的一个物体可能包含在不同的区域中



- 物体划分 (BVH)

- 把物体集合划分成不相交的子集
- 包含每个子集的包围盒在空间中可能存在重叠



Q&A



辐射度量学 (Radiometry)

Q: 实验3中, Blinn-Phong反射模型中光强 I 的单位是什么?

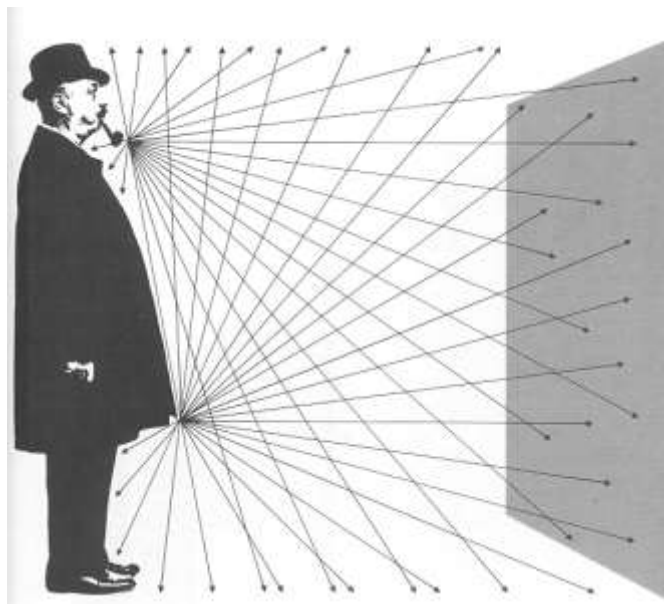
Q: Whitted-style的光线追踪算法给出的结果是否正确?

- 辐射度量学: 光照度量系统及单位
 - 准确度量光的空间特性
 - 以物理上正确的方式进行光照计算



辐射度量学

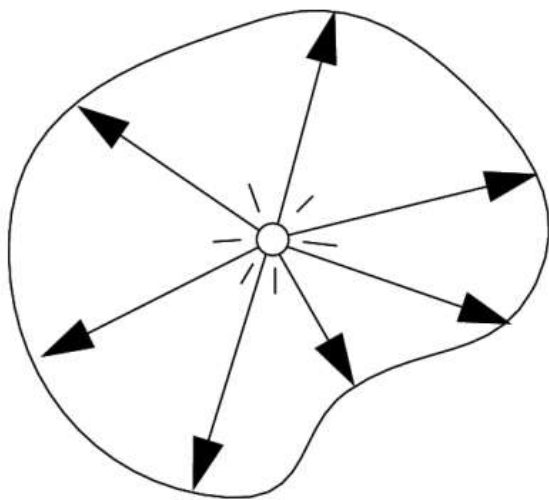
- 辐射能 (Radiant energy) : 电磁辐射能量 (Q [J = Joule]) , 单位焦耳
- 辐射通量 (Radiant flux) : 每单位时间发射、反射、传输或接收的辐射能 ($\Phi \equiv \frac{dQ}{dt}$ [W = Watt] [lm = lumen]^{*}) , 单位瓦特



单位时间内通过传感器的光子

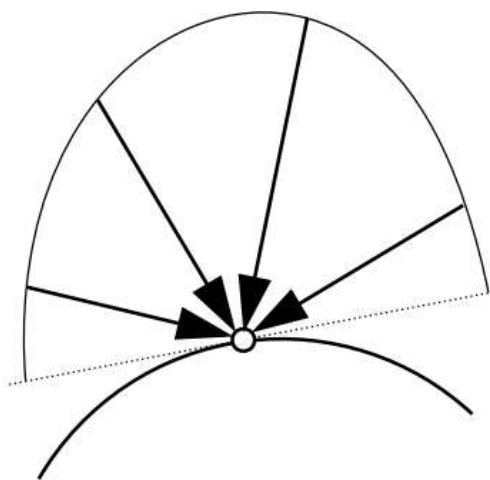
辐射度量学

- 光度量的几种方式



Light Emitted
From A Source

辐射强度
(Radiant Intensity)



Light Falling
On A Surface

辐照度
(Irradiance)

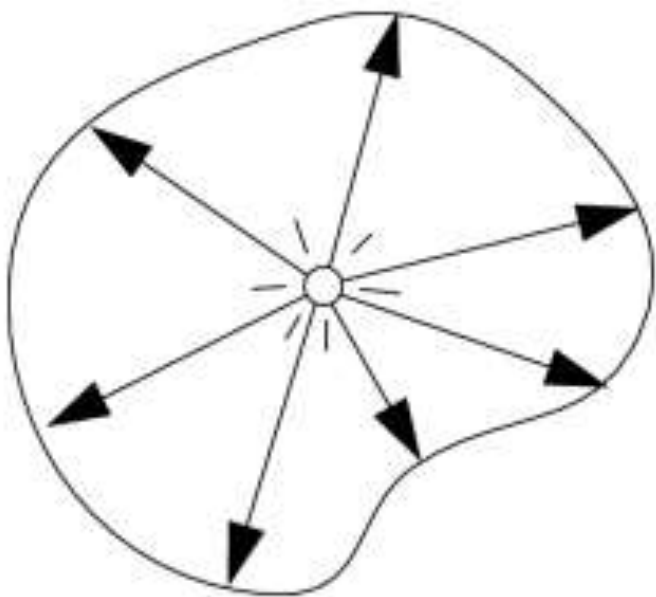


Light Traveling
Along A Ray

辐射率
(Radiance)

Radiant Intensity

- 定义：每单位立体角的辐射通量，单位瓦特每球面度



$$I(\omega) \equiv \frac{d\Phi}{d\omega}$$

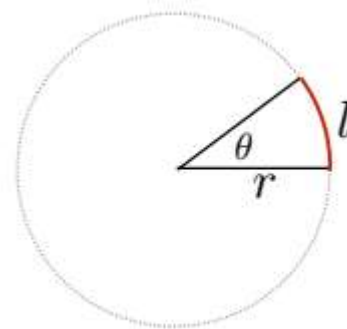
$$\left[\frac{\text{W}}{\text{sr}} \right] \left[\frac{\text{lm}}{\text{sr}} = \text{cd} = \text{candela} \right]$$

Radiant Intensity

- 角 (angles)

- $\theta = \frac{l}{r}$

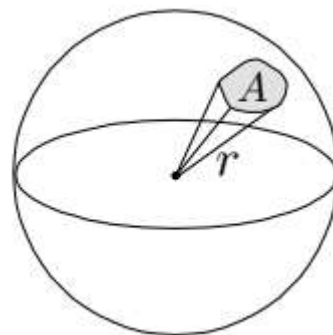
- 圆的弧度 2π



- 立体角 (solid angles)

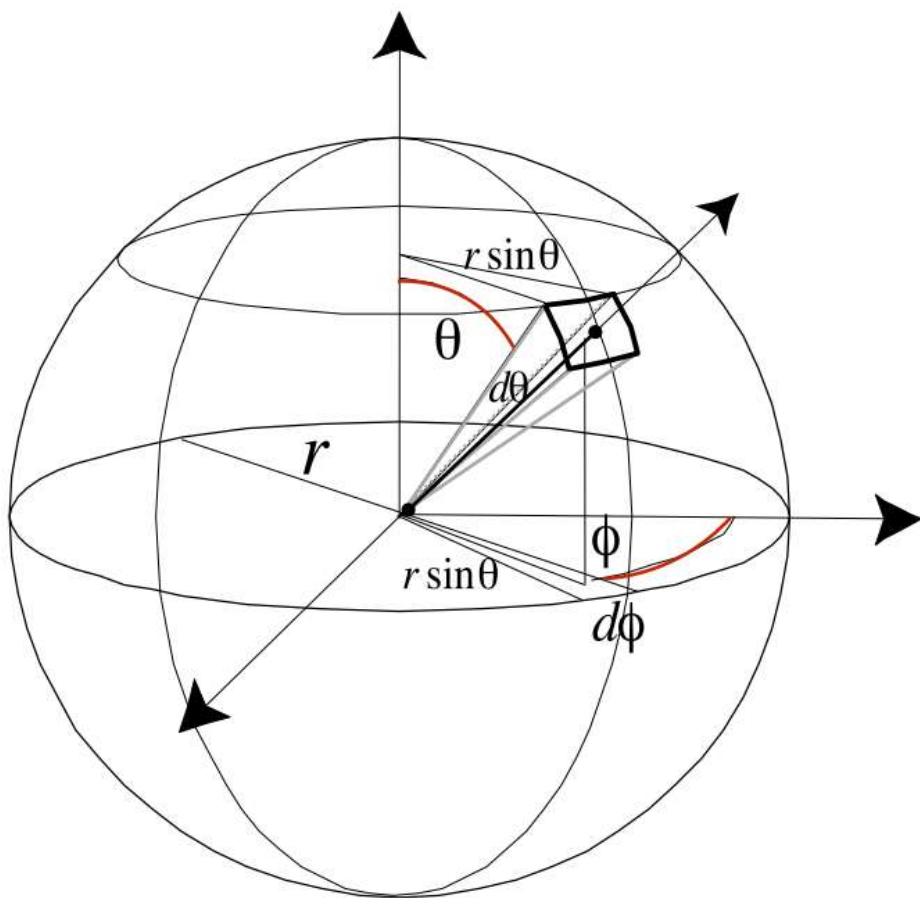
- $\Omega = \frac{A}{r^2}$

- 球的球面度 4π



Radiant Intensity

- 微分立体角

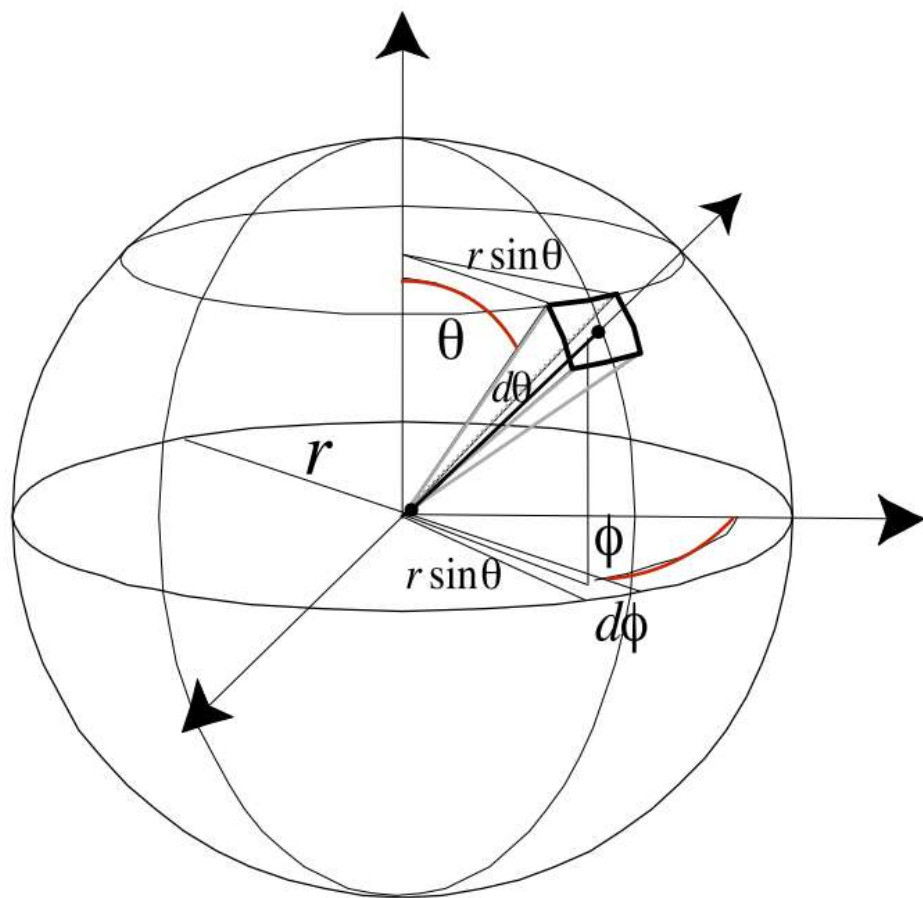


$$\begin{aligned} dA &= (r d\theta)(r \sin \theta d\phi) \\ &= r^2 \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned}$$

$$d\omega = \frac{dA}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi$$

Radiant Intensity

- 微分立体角

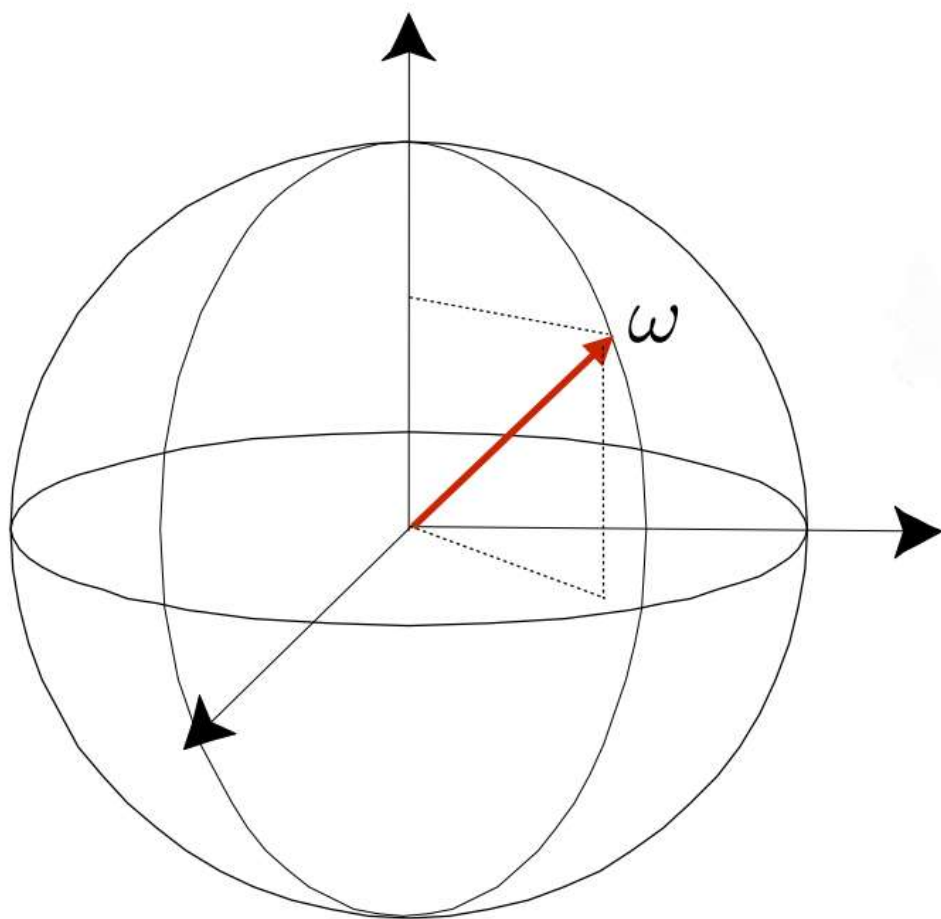


Sphere: S^2

$$\begin{aligned}\Omega &= \int_{S^2} d\omega \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta \, d\theta \, d\phi \\ &= 4\pi\end{aligned}$$

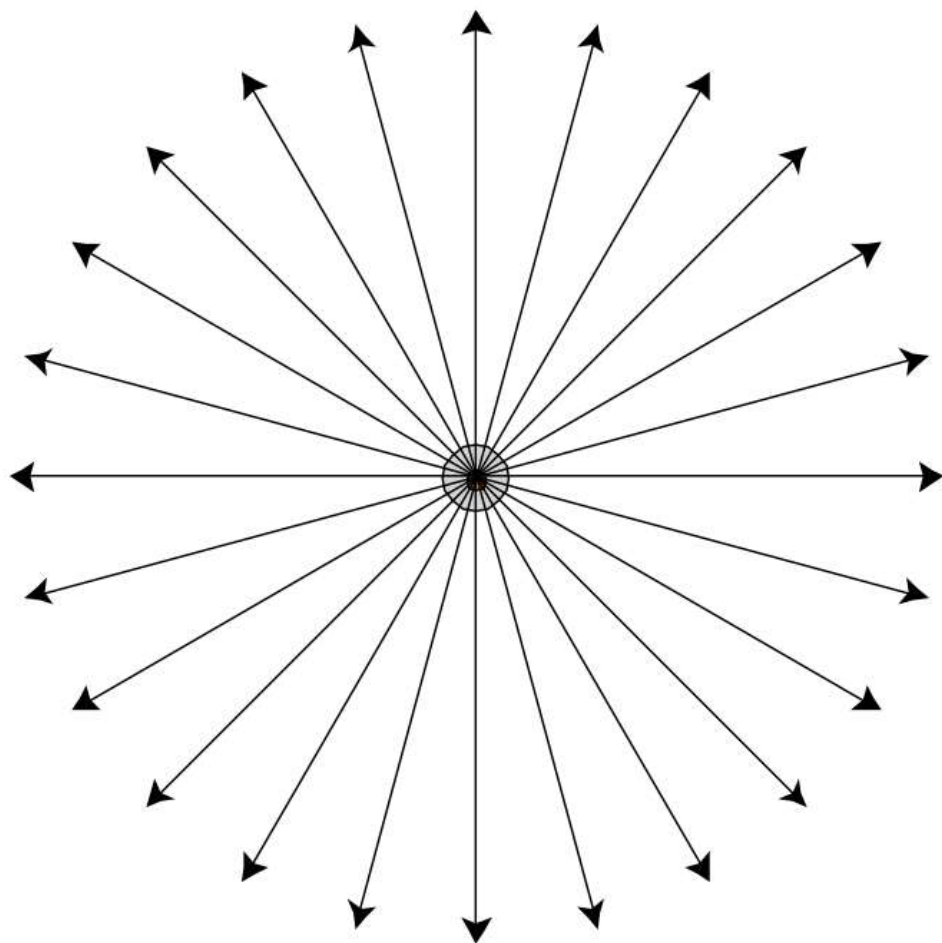
Radiant Intensity

- 微分立体角



ω 表示方向向量（单位长度）

各向同性的点光源



$$\Phi = \int_{S^2} I \, d\omega$$
$$= 4\pi I$$

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}$$