

# 第4讲：光栅化

# 上次课程内容

---

- 二维 & 三维变换
  - 二维组合变换
  - 由二维变换推广到三维变换
- 观测变换
  - 视图变换
  - 投影变换（正交投影、透视投影）
  - 视口变换

# 本次课程内容

---

- 什么是采样?
- 什么是走样?
- 反走样
- 遮挡/可见性



# 光栅化

---

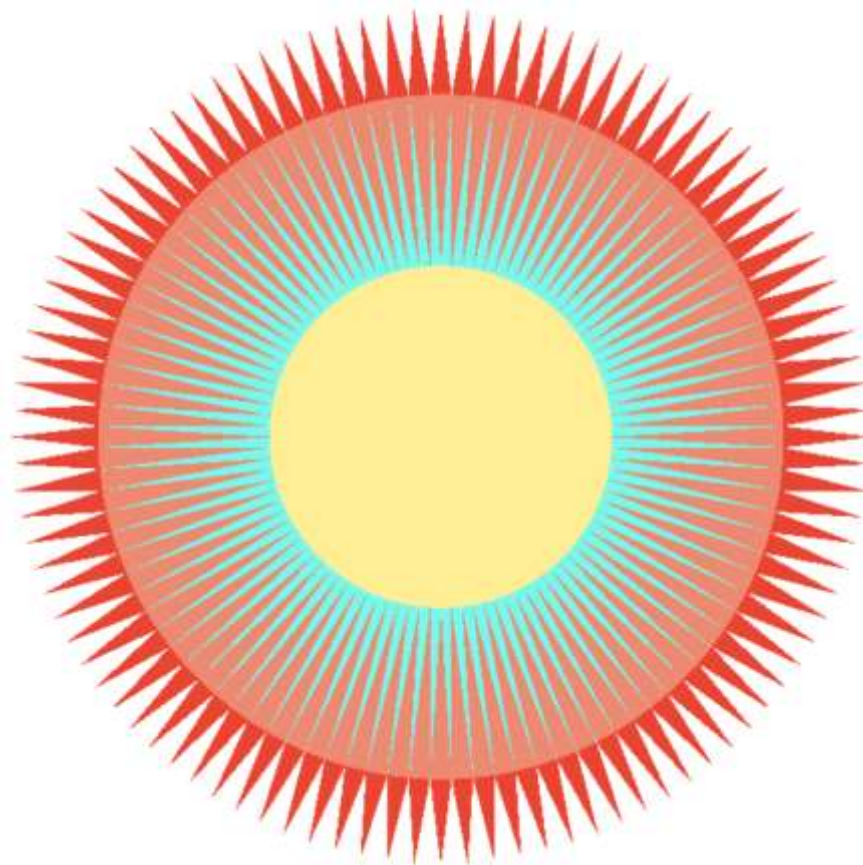
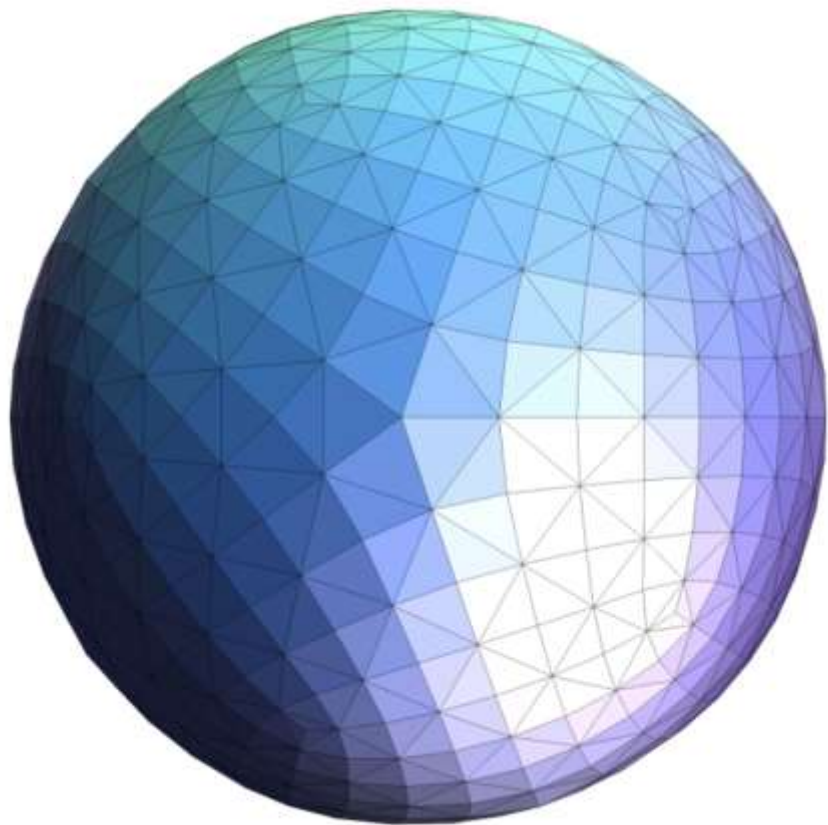
- 光栅 (Raster) = 德语中的屏幕
  - 光栅化 (Rasterize): 画在屏幕上
- 像素 (Pixel: picture element)
  - 我们这里的像素指统一颜色的小正方形
  - 颜色可以用RGB形式表示

# 多边形网格 (Polygon Meshes)

- 光栅化：多边形网格  $\rightarrow$  像素



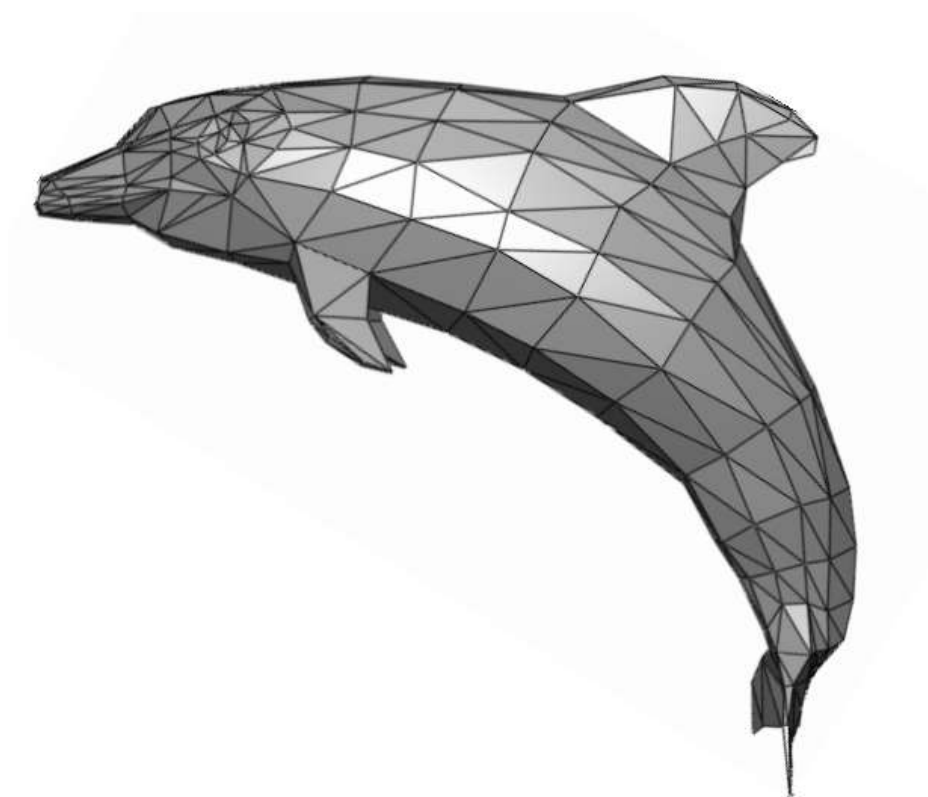
# 三角网格 (Triangle Meshes)



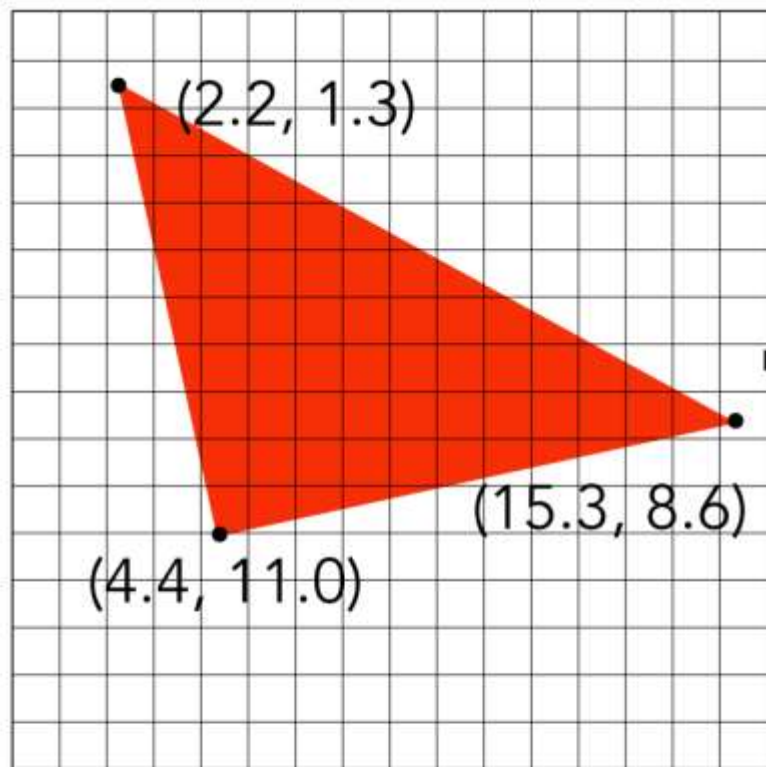


# 三角网格

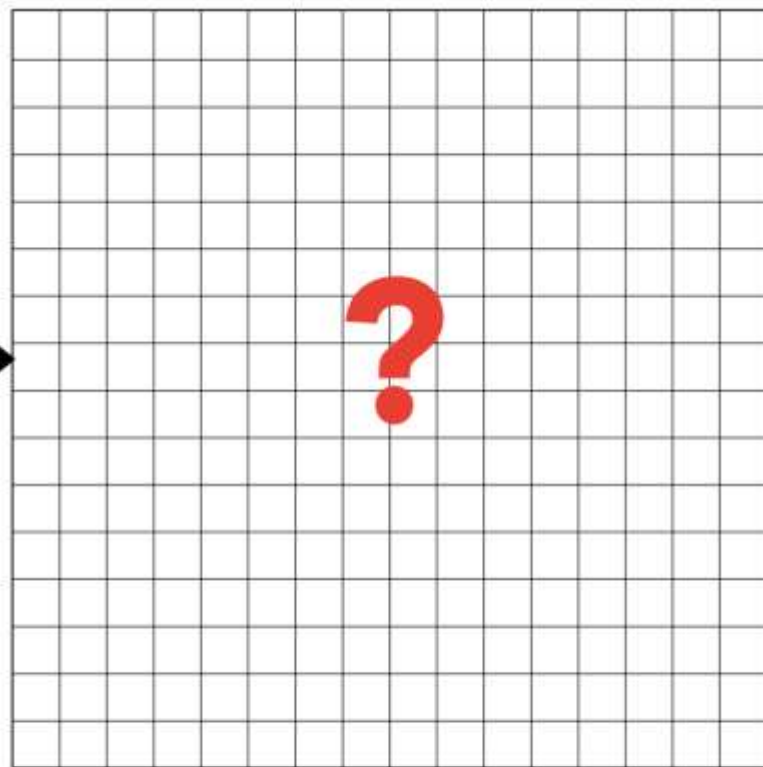
- 三角网格是最基本的形状元素
  - 最简单的多边形
  - 其它多边形可以拆分为三角形
  - 独特的性质：
    - ✓ 三角形一定是平面的
    - ✓ 内外定义清晰
    - ✓ 对内部的任意点方便做插值（重心坐标）



# 如何利用像素来近似一个三角形？



Input: position of triangle  
vertices projected on screen



Output: set of pixel values  
approximating triangle



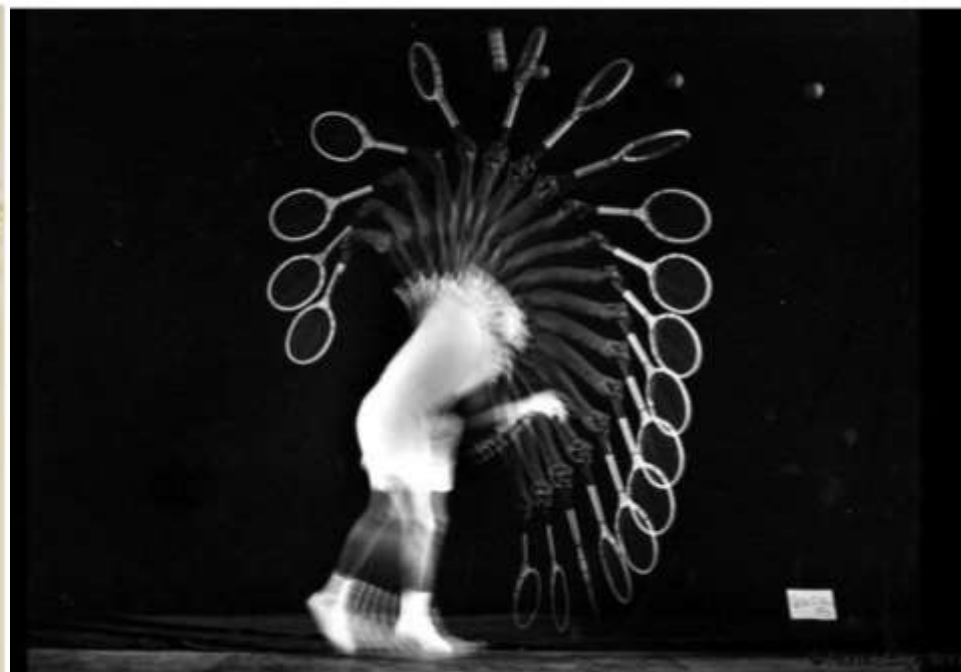
# 采样 (sampling)

- 最简单的方法来做光栅化：采样
- 什么是采样？
  - 给定一个连续的函数，在某点计算函数的值（离散化一个函数的过程）

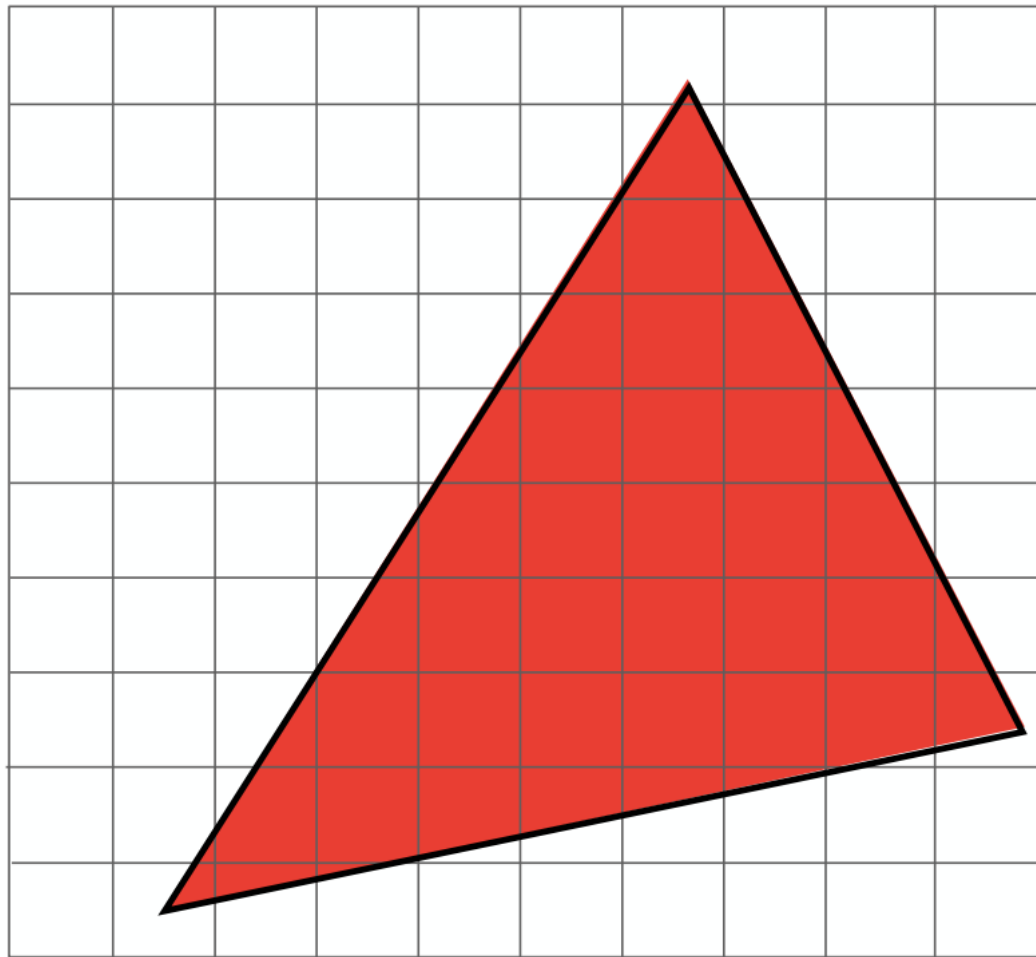
```
for (int x = 0; x < xmax; ++x)  
    output[x] = f(x);
```

# 采样

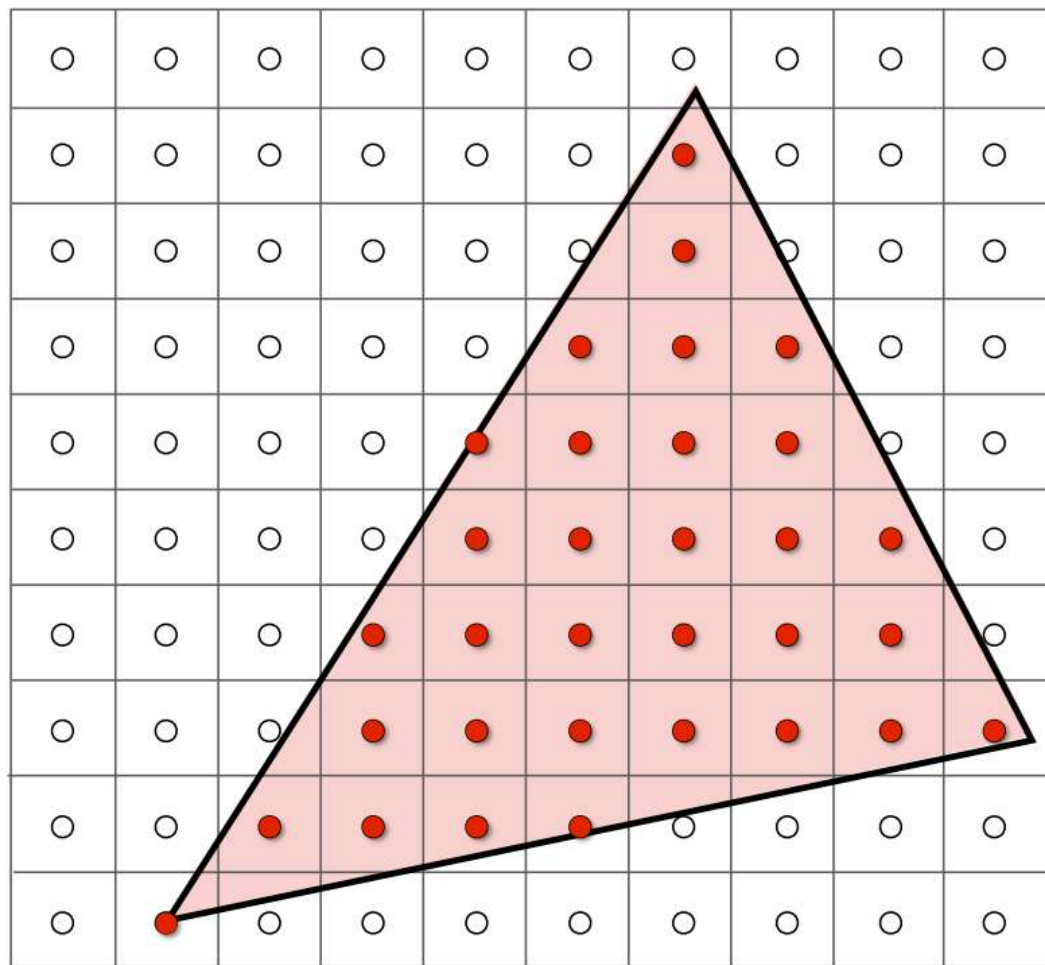
- 采样是图形学中常用的方法
  - 对时间（一维）、面积（二维）、方向（二维）、体积（三维）采样



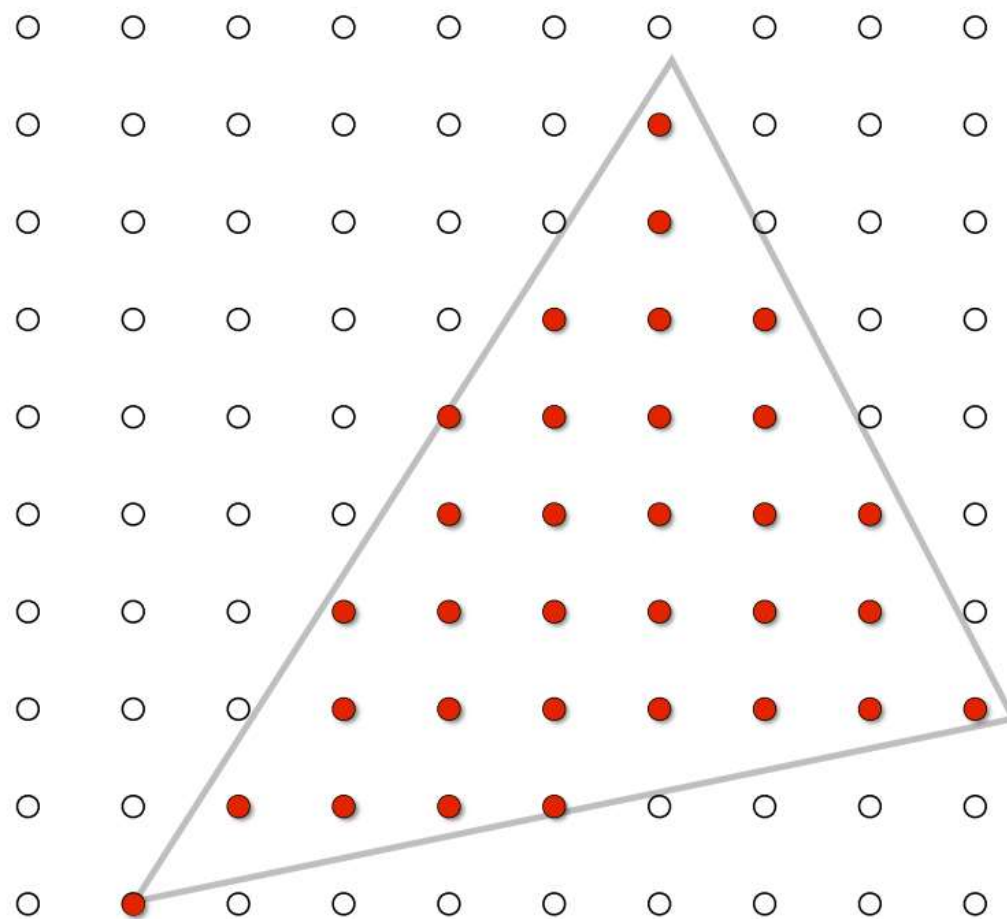
# 光栅化：二维采样



# 采样判断每一个像素中心是否在三角形内



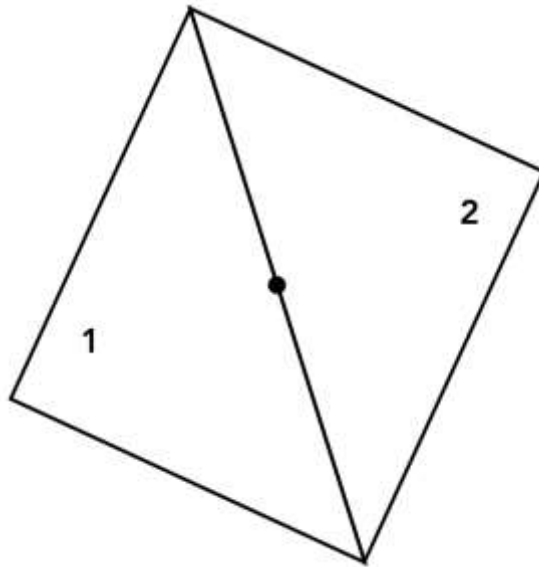
# 采样判断每一个像素中心是否在三角形内



# 定义二值函数 $\text{inside}(\text{tri}, x, y)$

$$\text{inside}(t, x, y) = \begin{cases} 1 & \text{point}(x, y) \text{ in triangle } t \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- $x, y$ 不需要是整数
- 边界情况自行定义

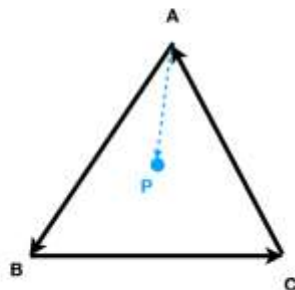




# 求解二值函数 $inside(tri, x, y)$

叉乘在图形学中的应用

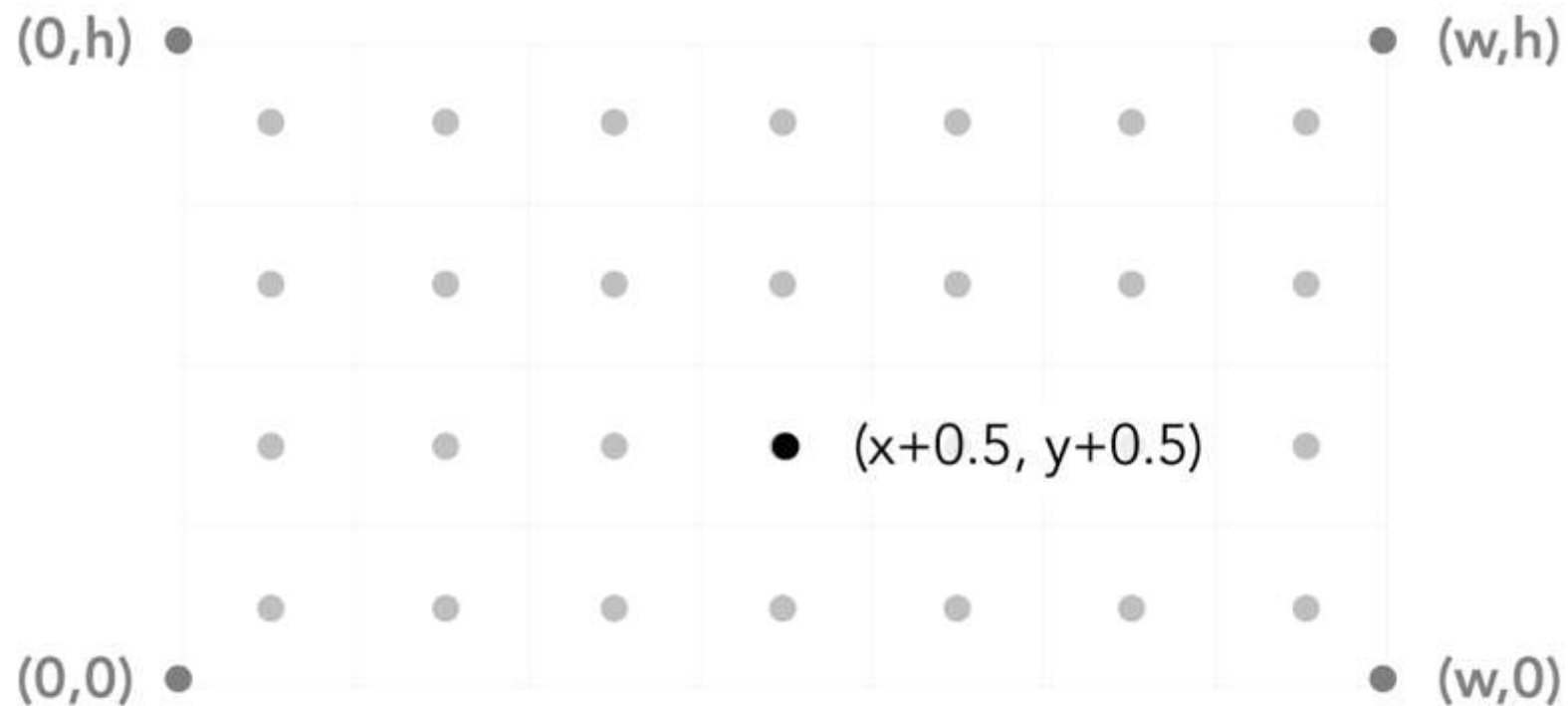
- 判断“内外”



$$inside(t, x, y) = \begin{cases} 1 & \text{point}(x, y) \text{ in triangle } t \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



# 像素中心

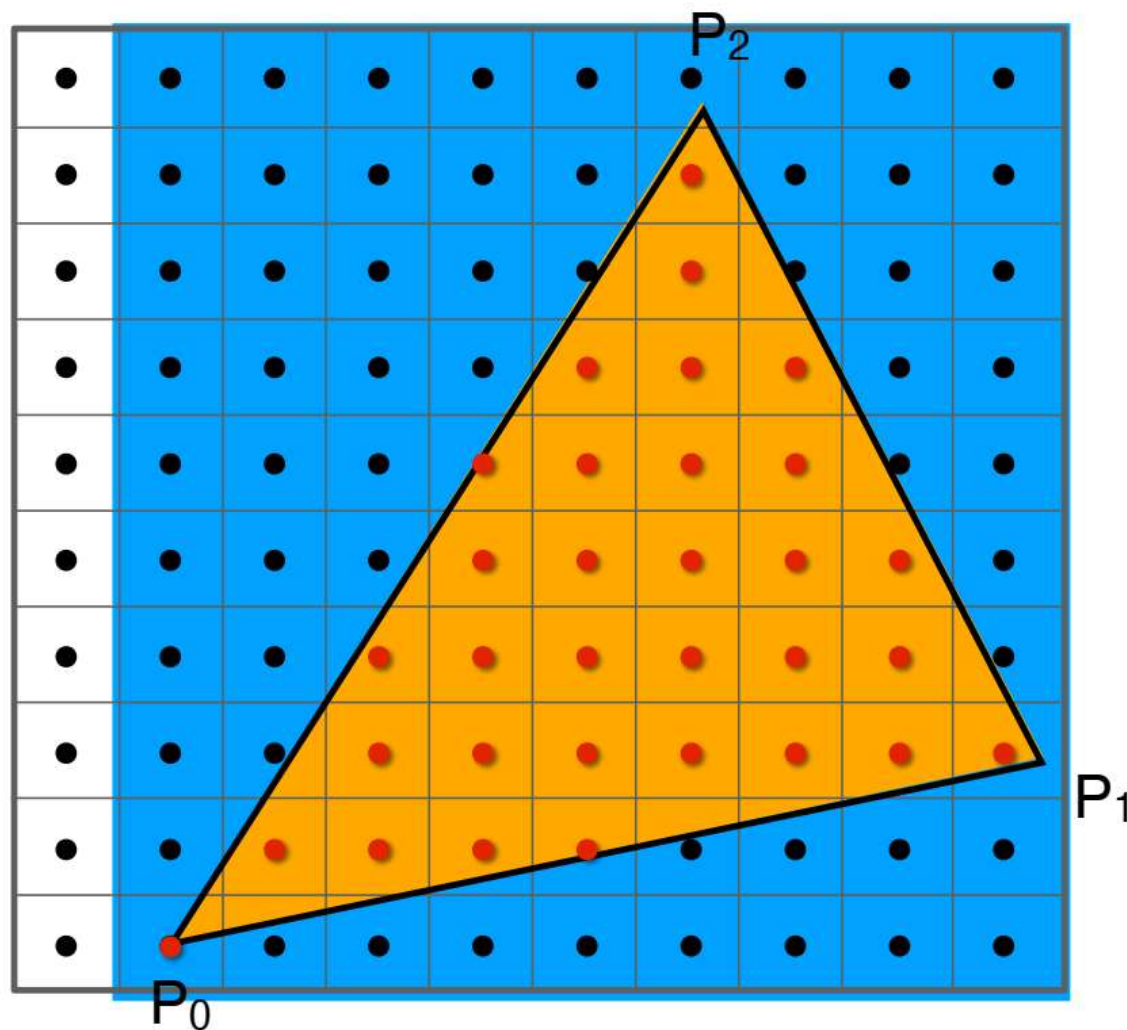


Sample location for pixel  $(x, y)$

# 采样判断每一个像素中心是否在三角形内

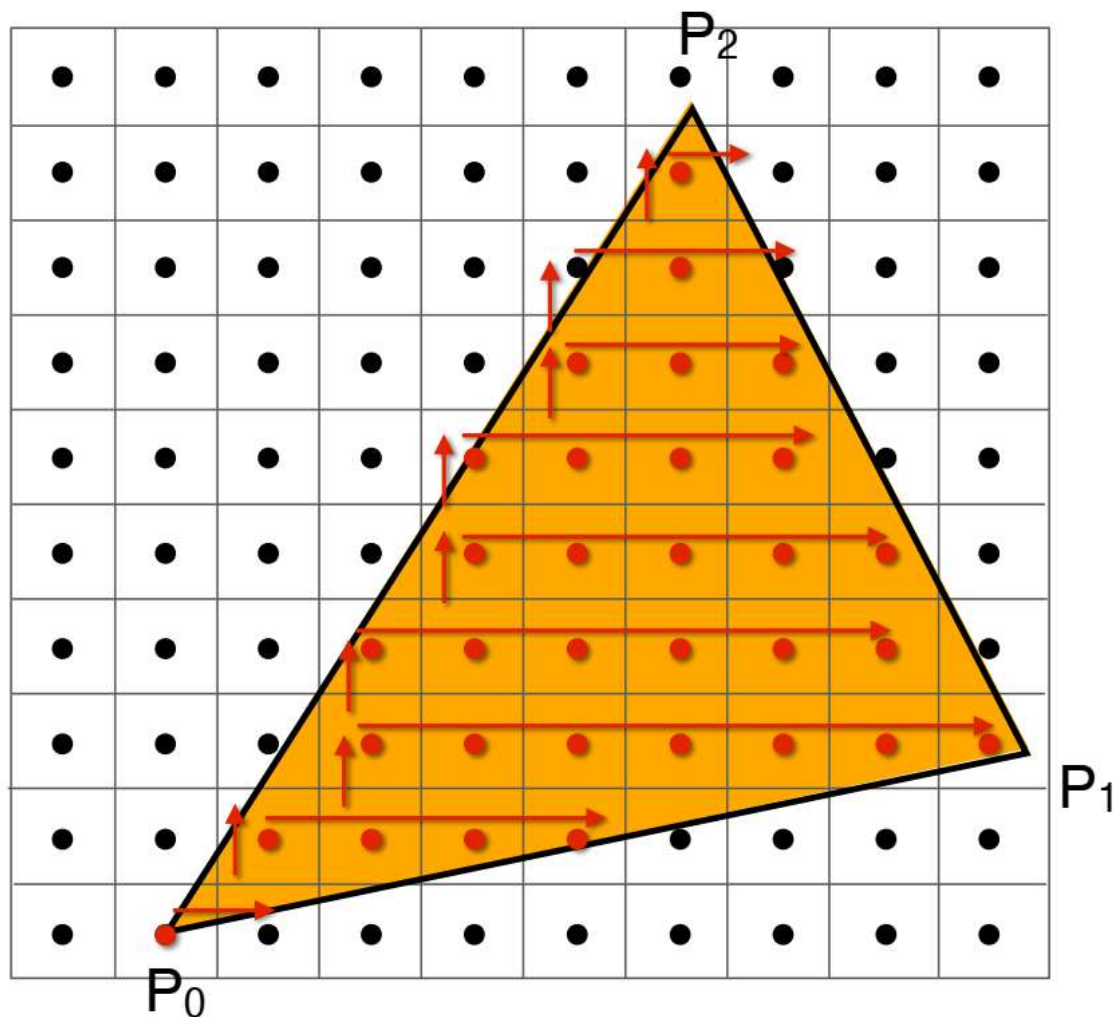
```
for (int x = 0; x < xmax; ++x)
    for (int y = 0; y < ymax; ++y)
        image[x][y] = inside(tri,
                               x + 0.5,
                               y + 0.5);
```

# 采样判断~~每一个~~像素中心是否在三角形内？



Use a **Bounding Box**!

# 采样判断每一个像素中心是否在三角形内？



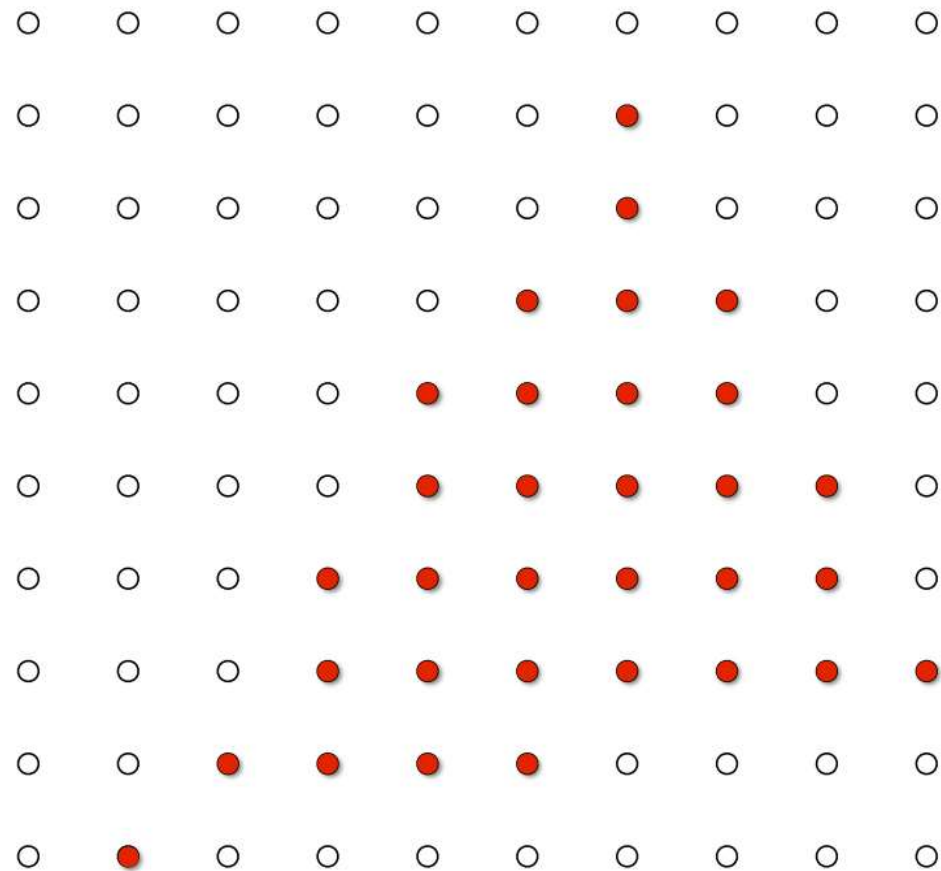
suitable for thin and rotated triangles

# Q&A

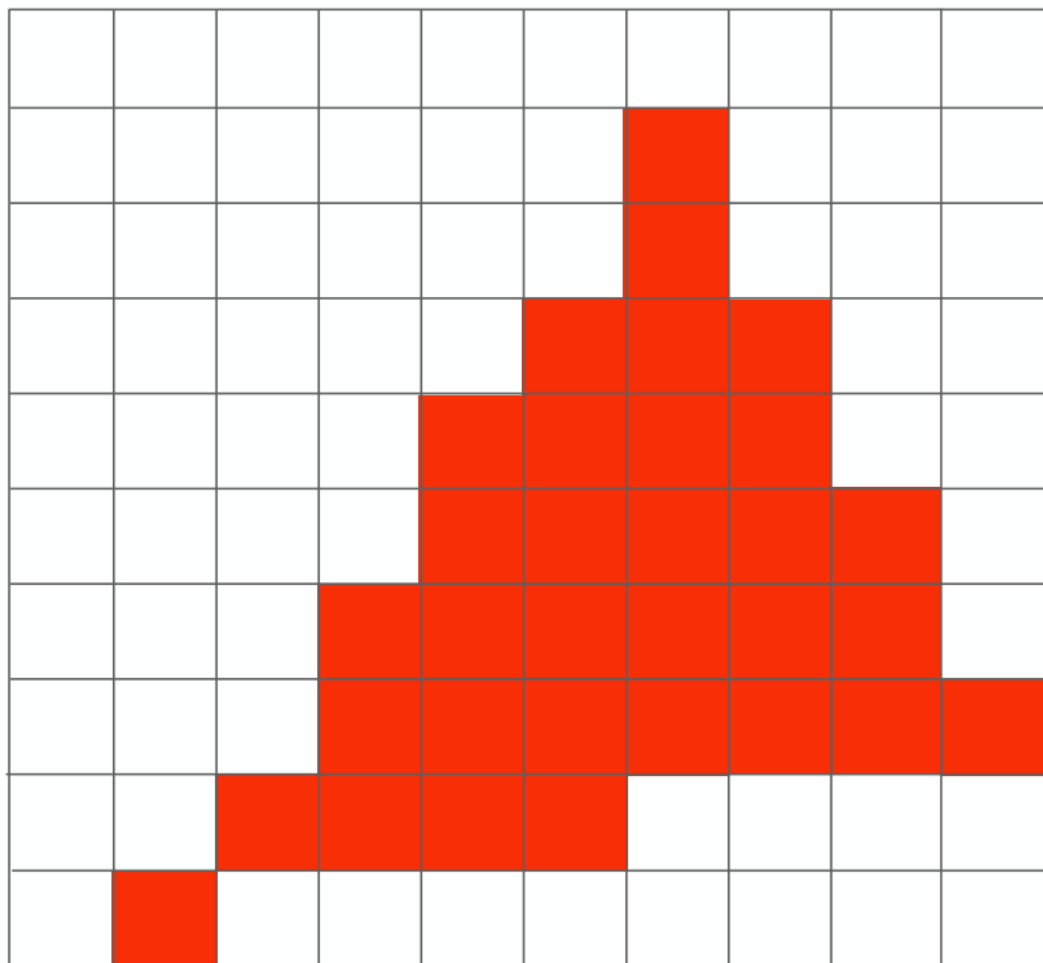




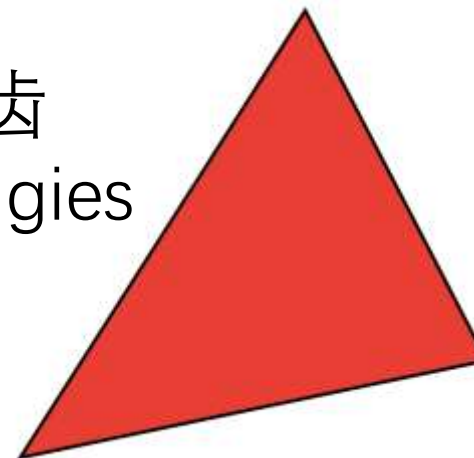
# 采样结果



# 光栅化结果

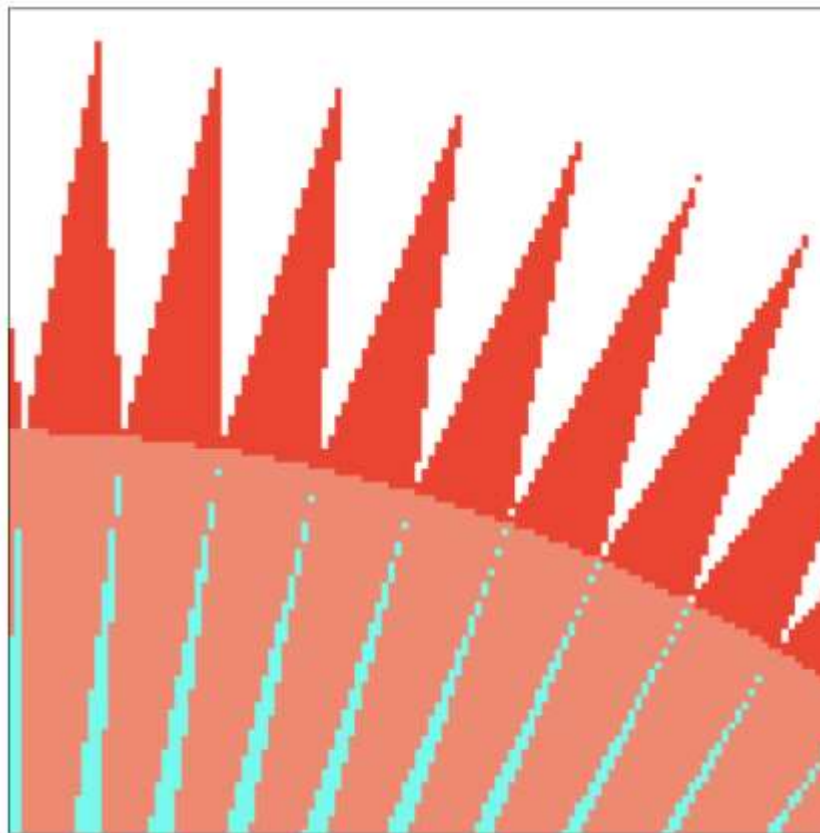
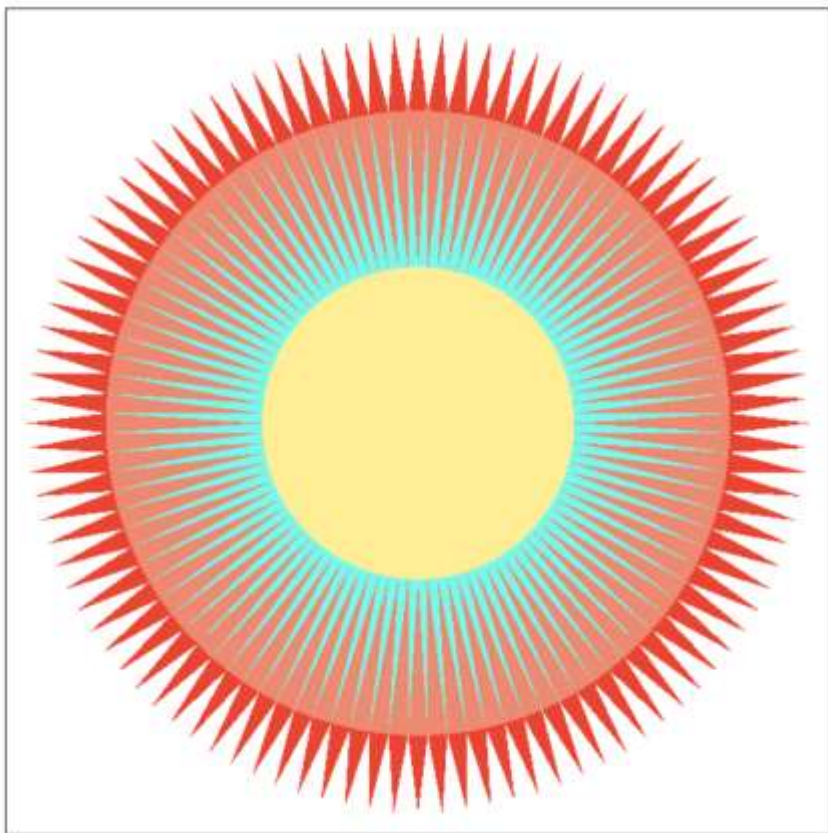


锯齿  
Jaggies



# 图形学中常见的采样伪迹 (Artifacts)

- 锯齿





# 图形学中常见的采样伪迹

- 摩尔纹

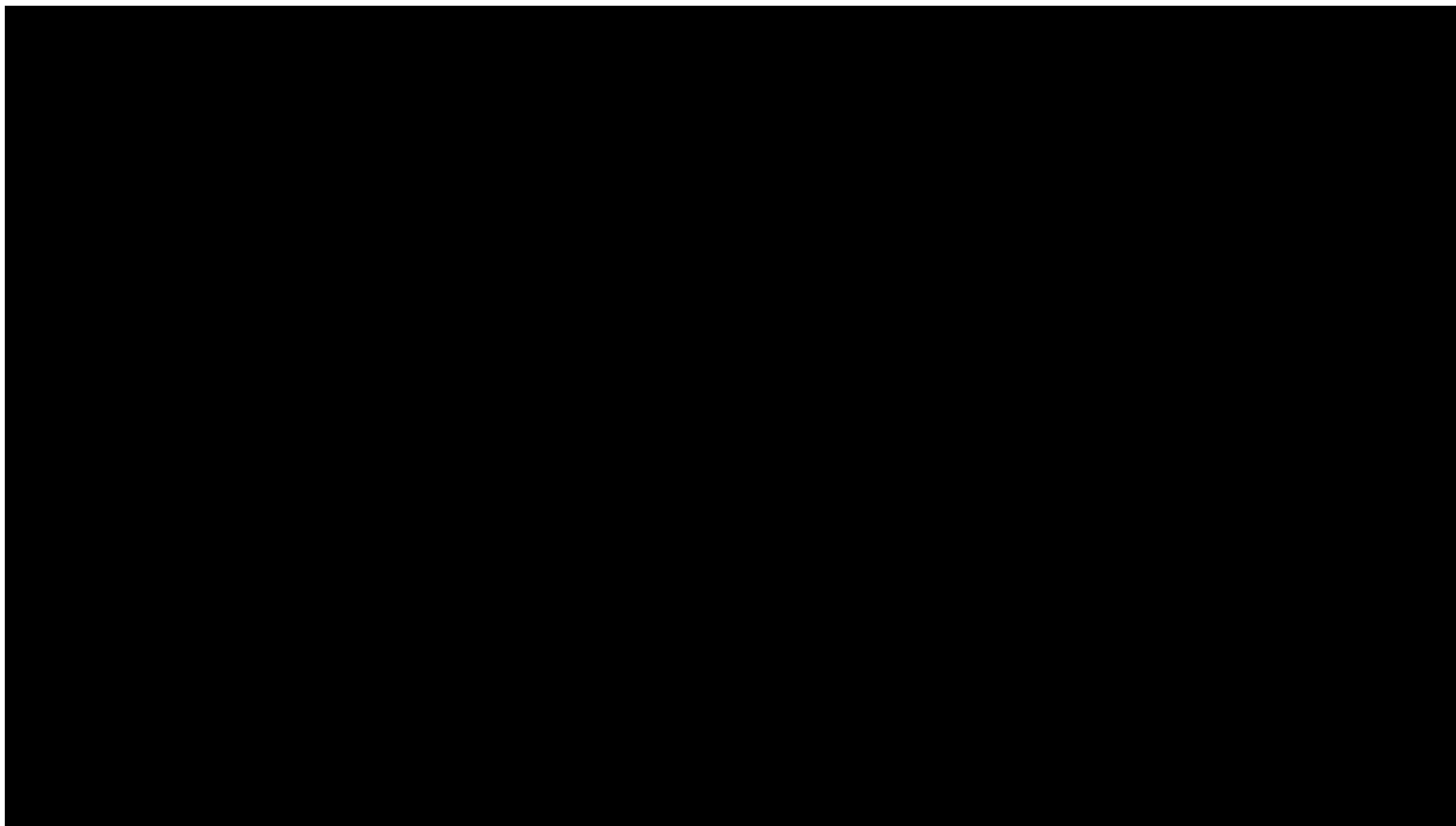


lystit.com

Skip odd rows and columns

# 图形学中常见的采样伪迹

- 车轮错觉



# 图形学中常见的采样伪迹

- 采样伪迹：走样（Aliasing）

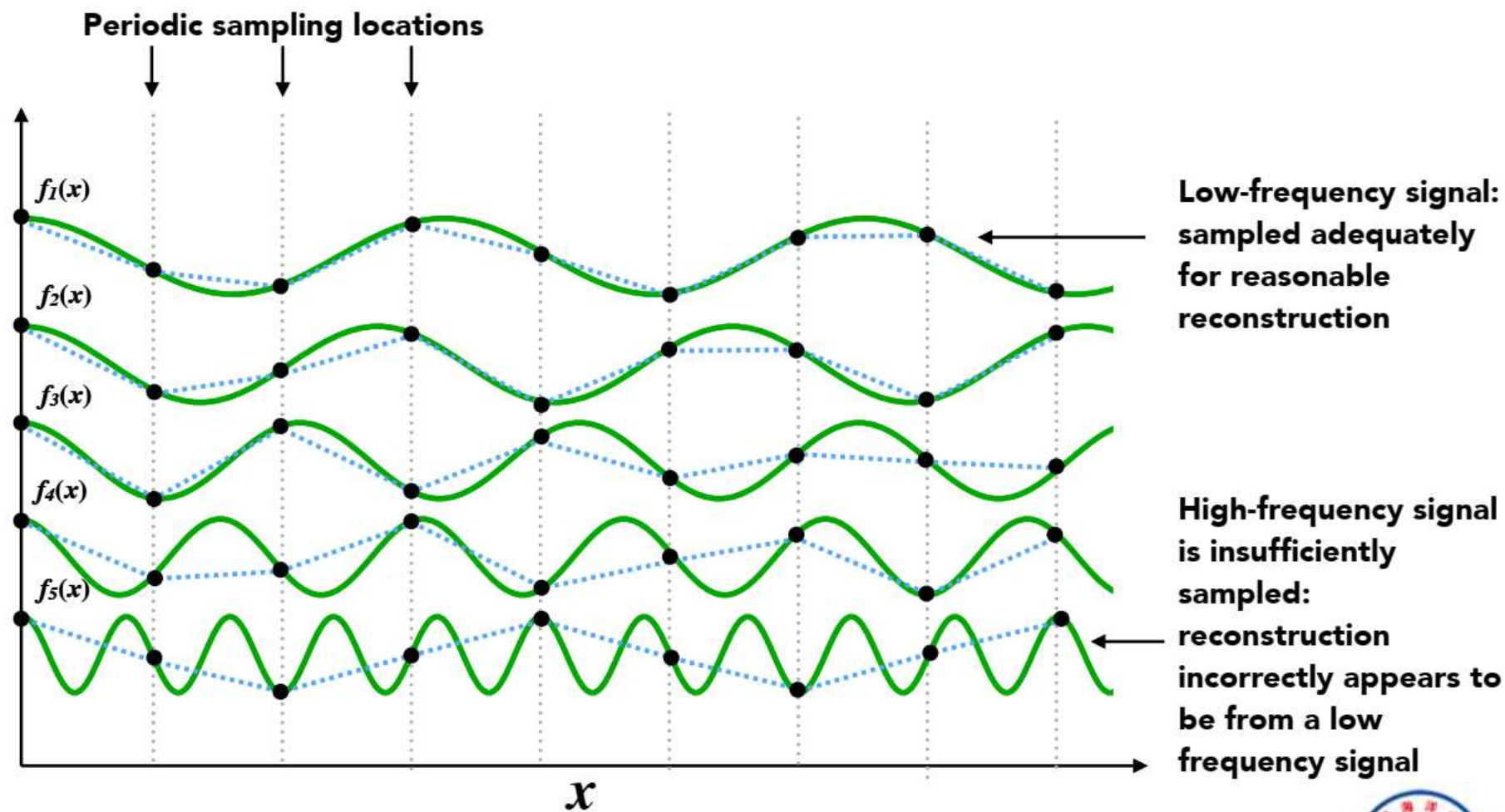
- 锯齿：空间采样
- 摩尔纹：欠采样的图像
- 车轮错觉：时间采样

## Q：出现走样的原因是什么？

- 信号变换的太快（高频），而采样频率太慢！

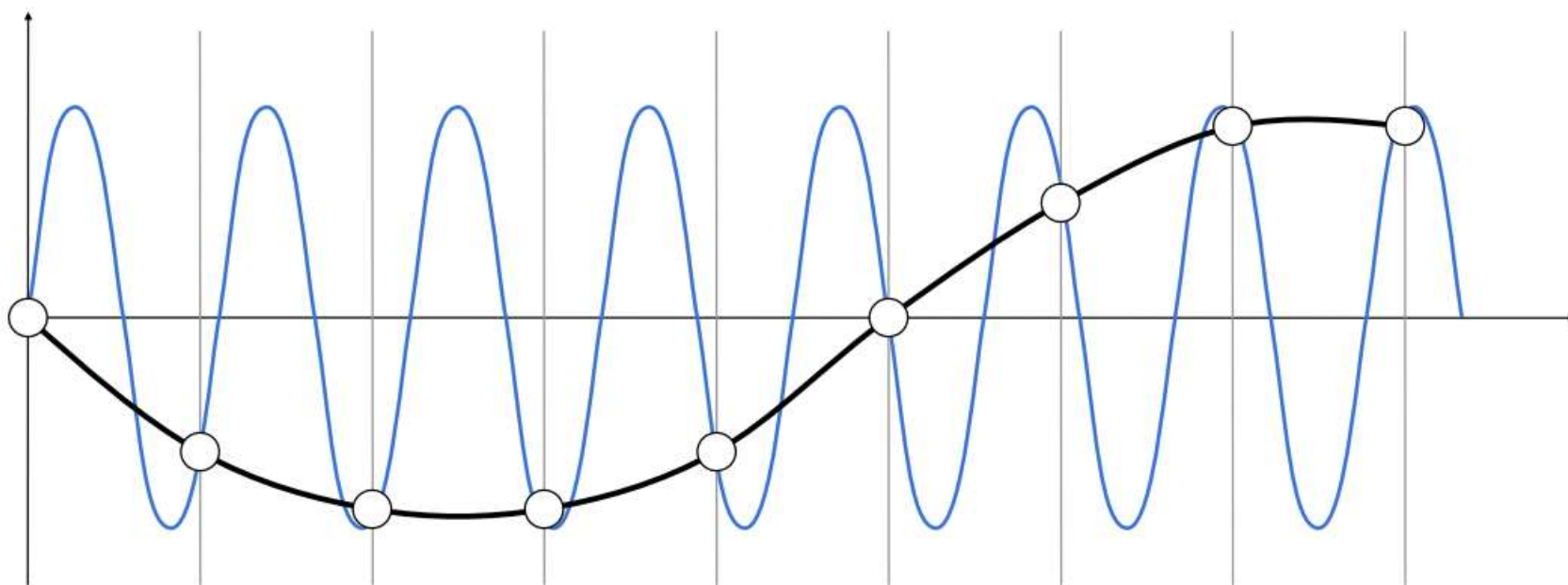


# 越高频的信号需要越高频的采样



# 走样

- 错误识别信号频率

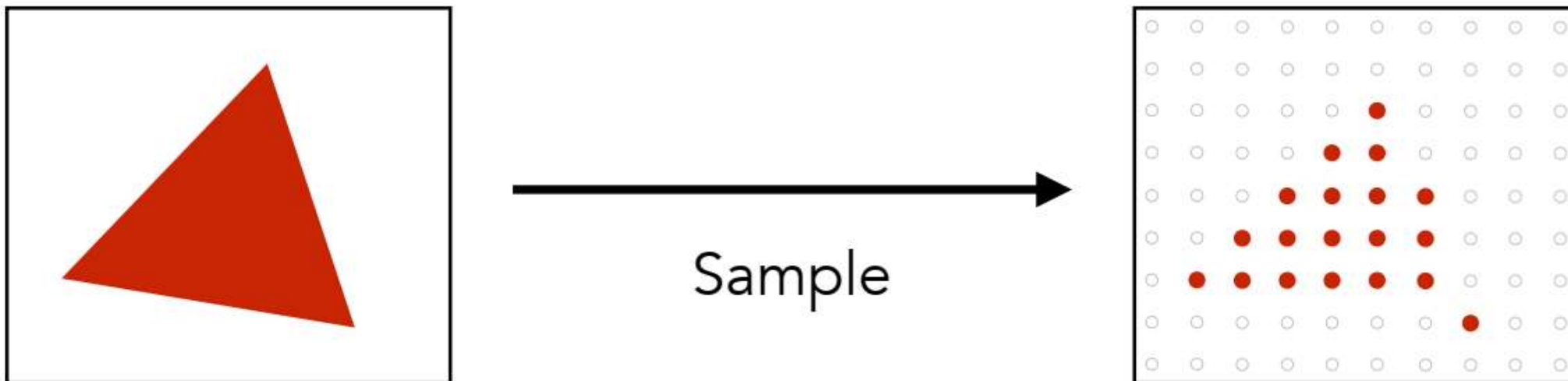


# 如何改善走样问题？

- 提高采样率
  - 代价问题
  - 采样率需要多高才能改善？
- 反走样 (Antialiasing)
  - 在采样前先过滤掉高频信号\*

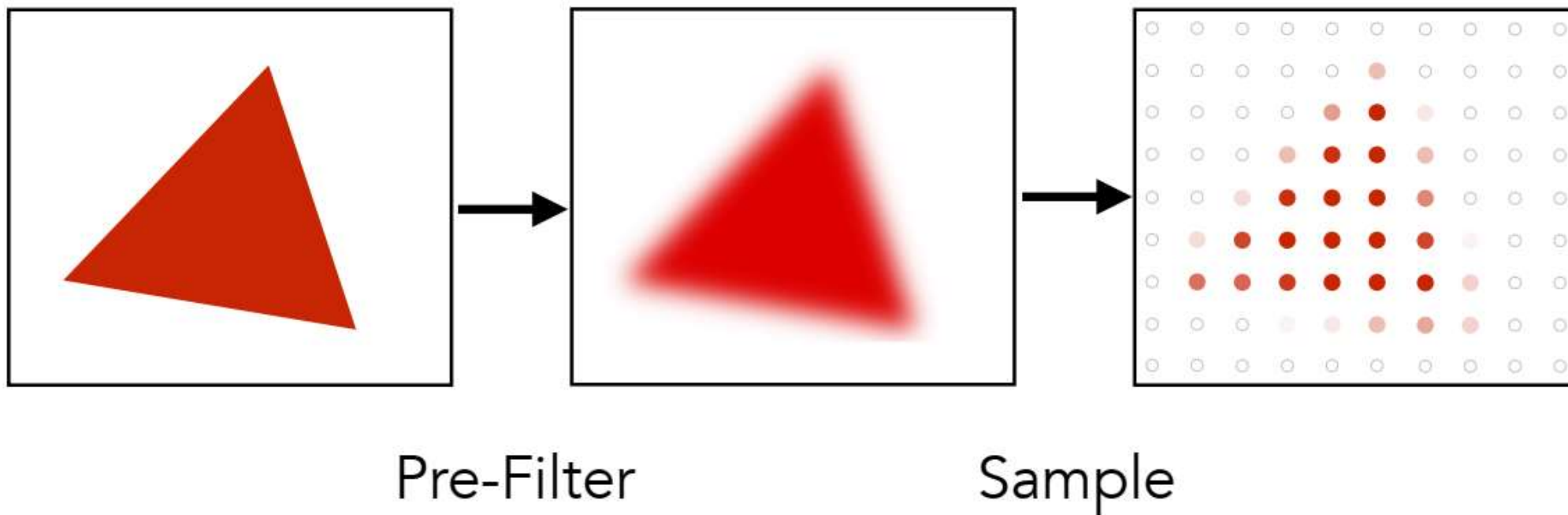
# 反走样

- 一般的采样过程：光栅化三角形出现锯齿的地方，像素值为纯红或纯白



# 反走样

- 反走样过程：光栅化三角形反走样的边界，像素值为中间值



# 平均像素值

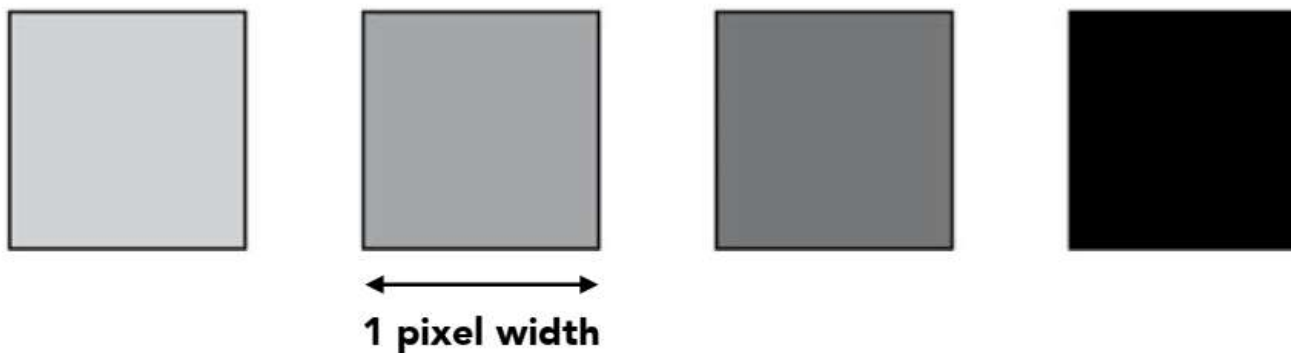
- 光栅化一个三角形时：平均像素值通过三角形覆盖像素面积来计算

Q: 覆盖面积如何计算?

Original



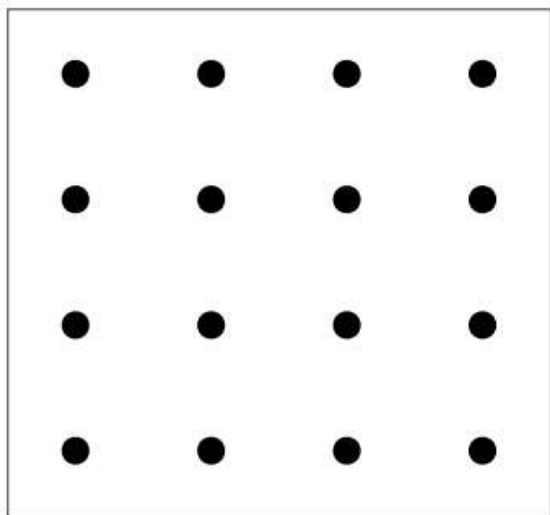
Filtered





# 超级采样 (Supersampling)

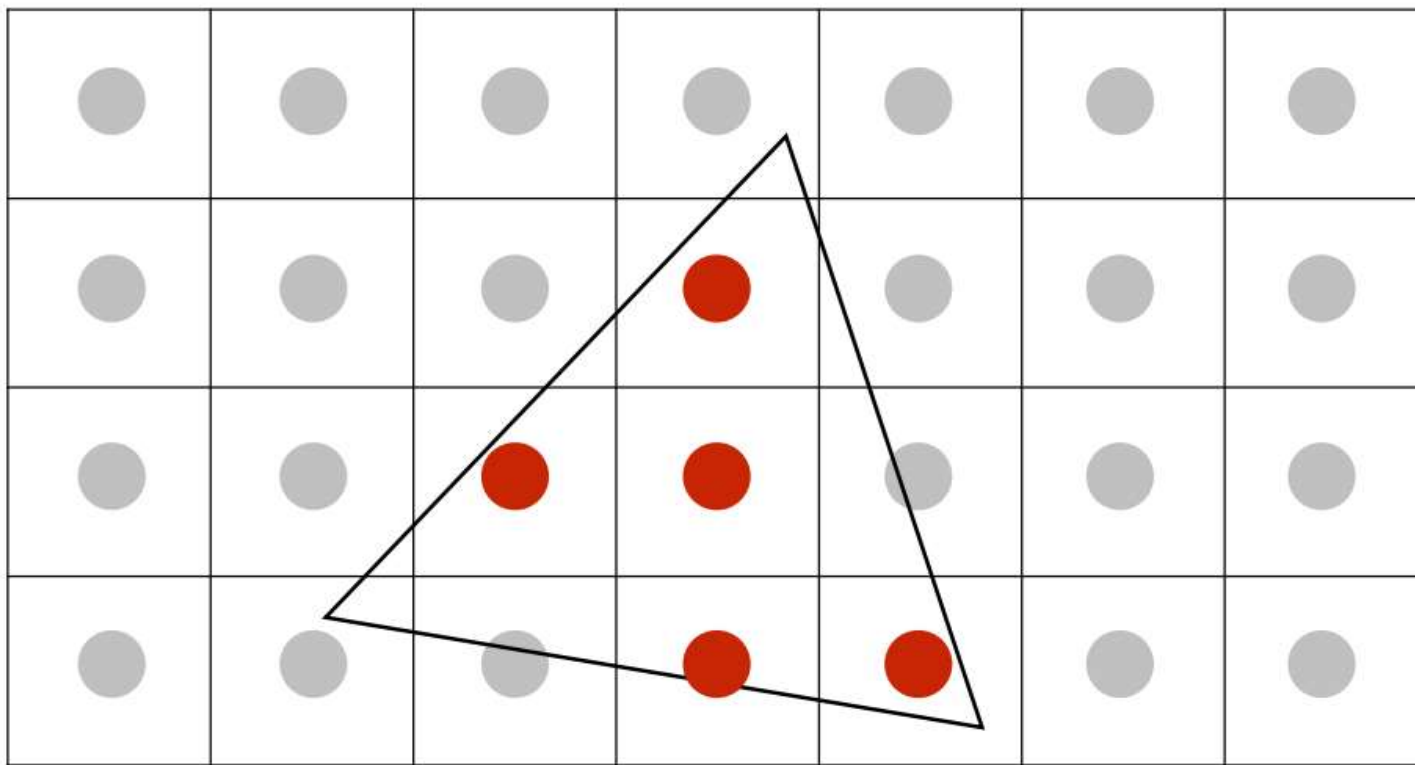
- 通过在一个像素中多次采样，计算他们的平均值作为平均像素值



4x4 supersampling

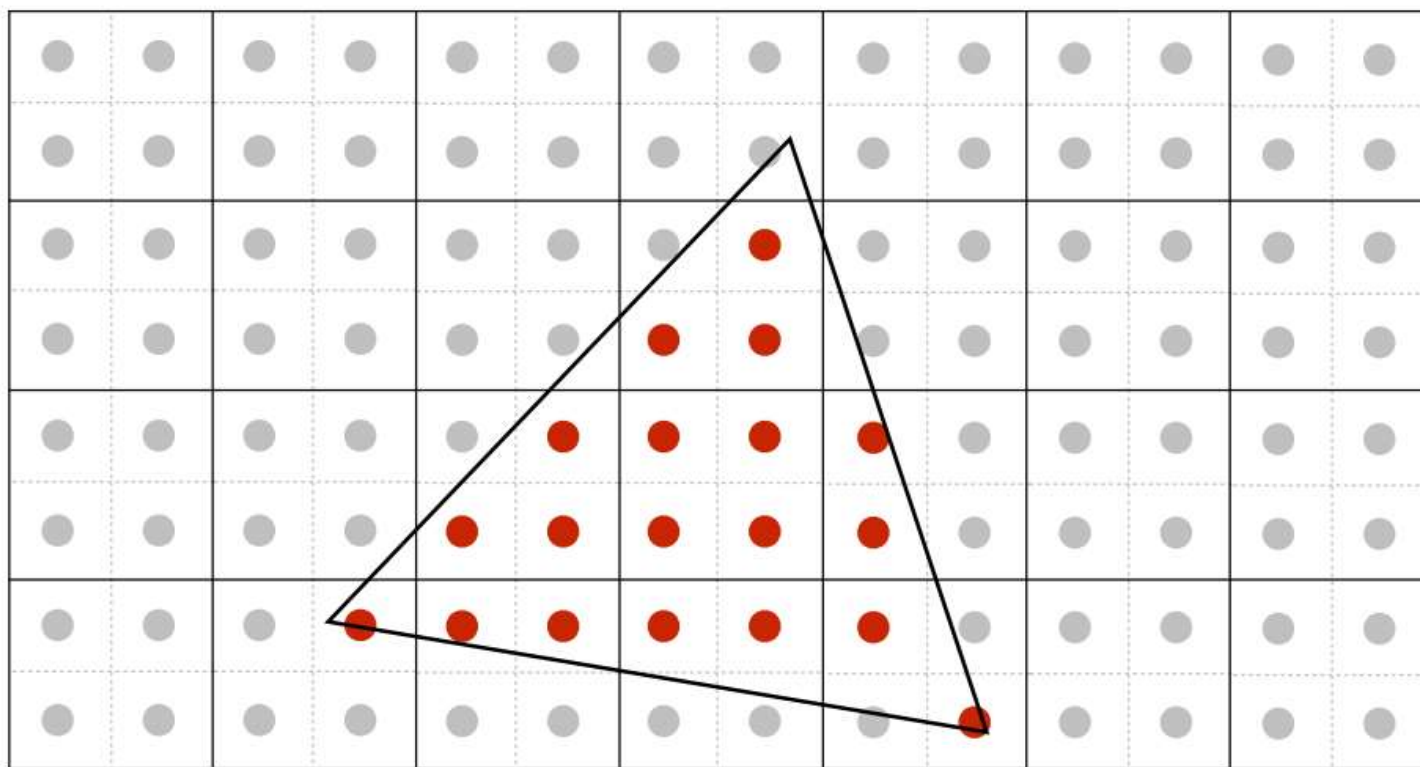
# 点采样

- 一个像素中一个采样点



# 超级采样

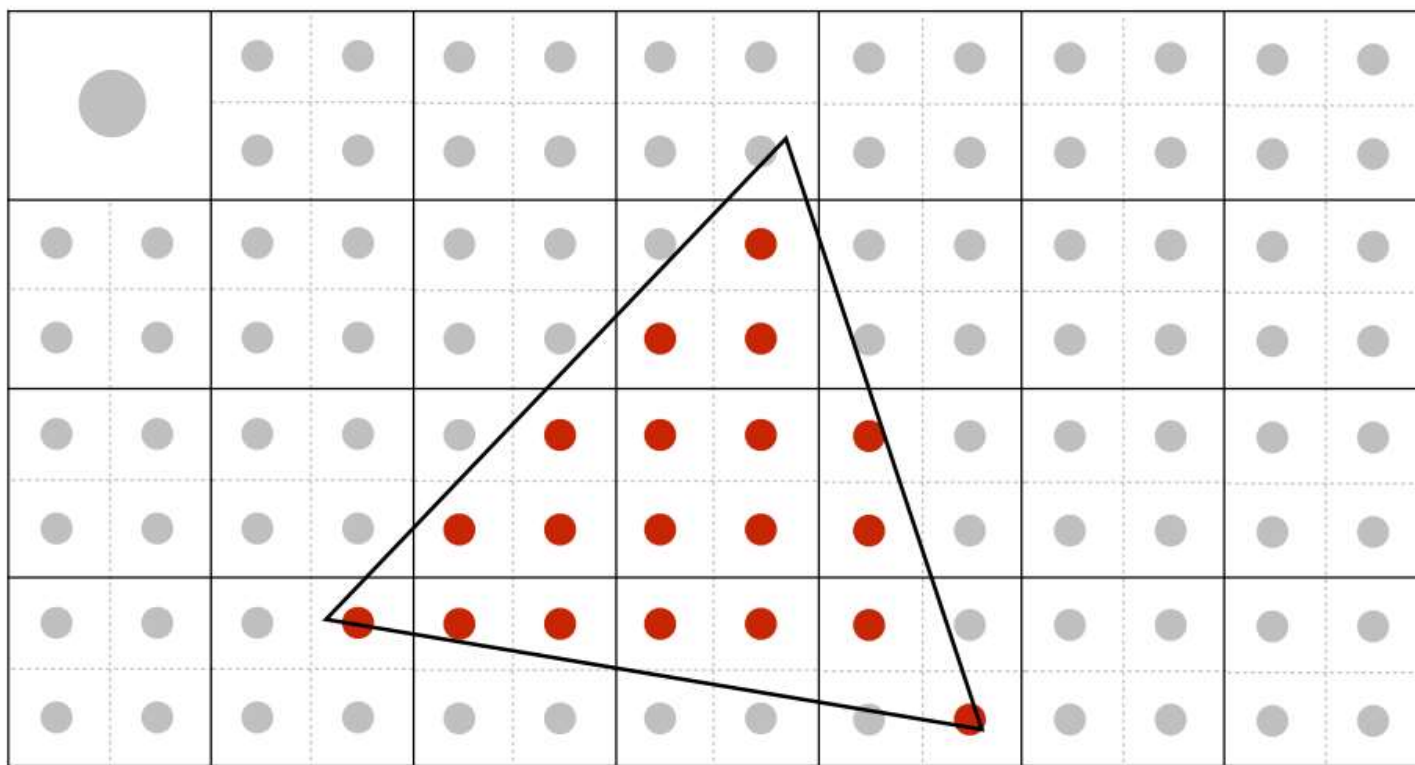
## 1. 一个像素中 $N*N$ 个采样点



2x2 supersampling

# 超级采样

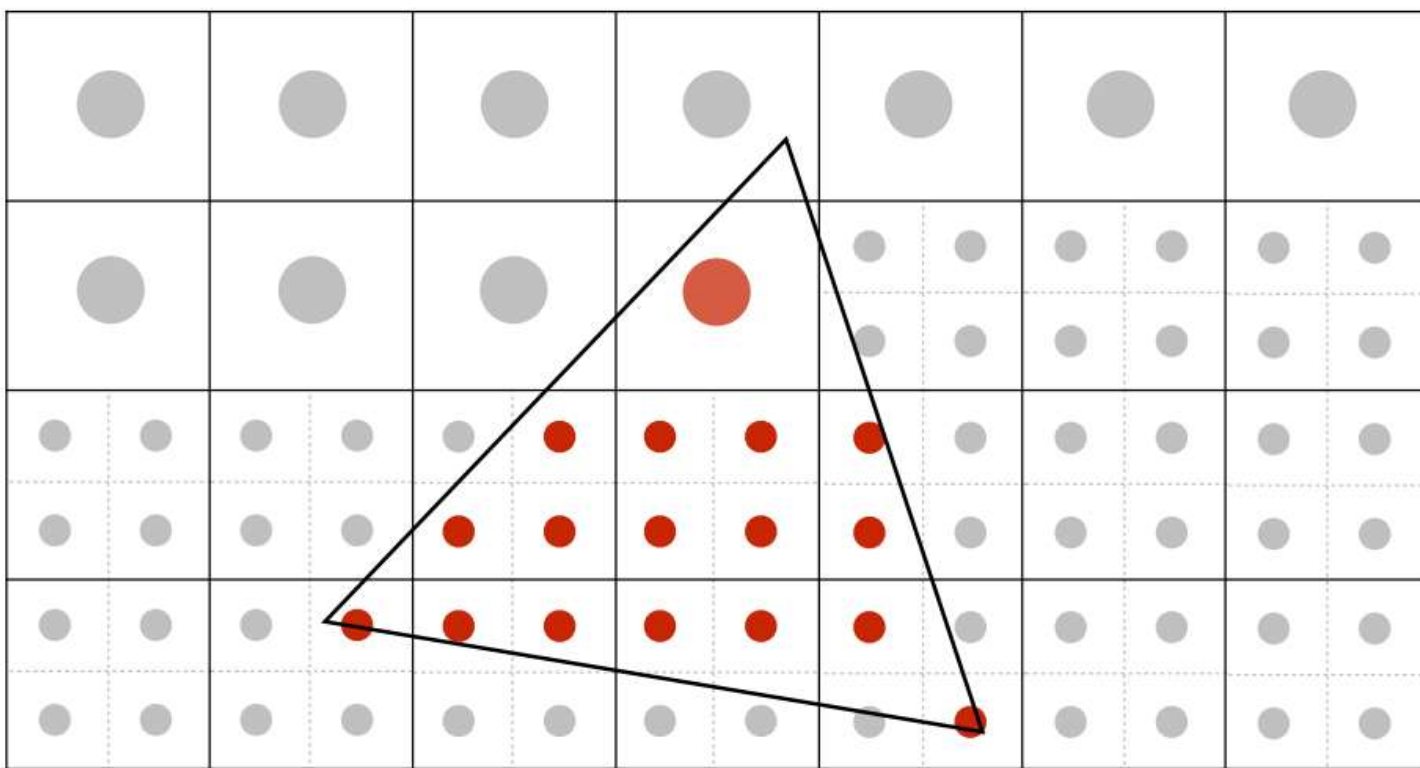
2. 计算每个像素中 $N*N$ 个采样点的平均值



Averaging down

# 超级采样

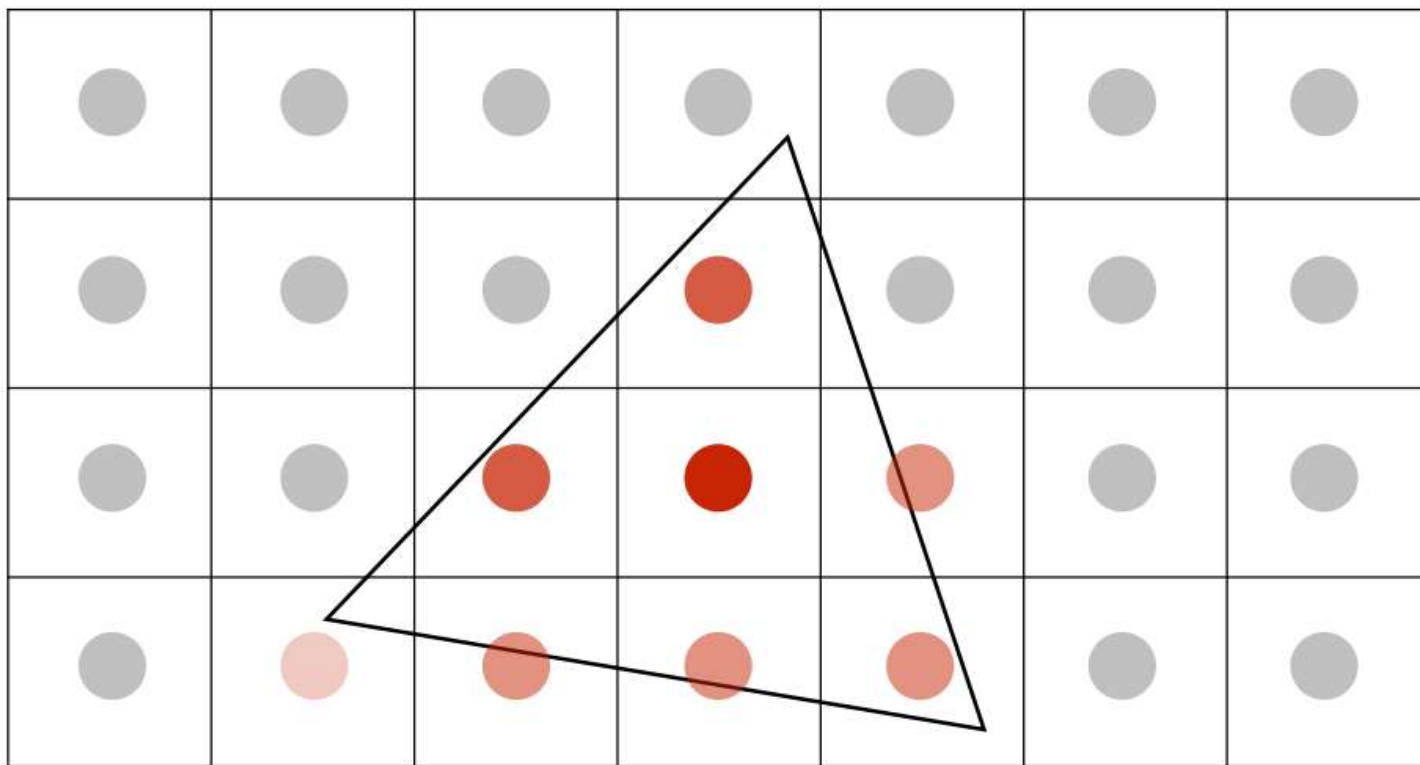
2. 计算每个像素中 $N*N$ 个采样点的平均值



Averaging down

# 超级采样

2. 计算每个像素中 $N*N$ 个采样点的平均值



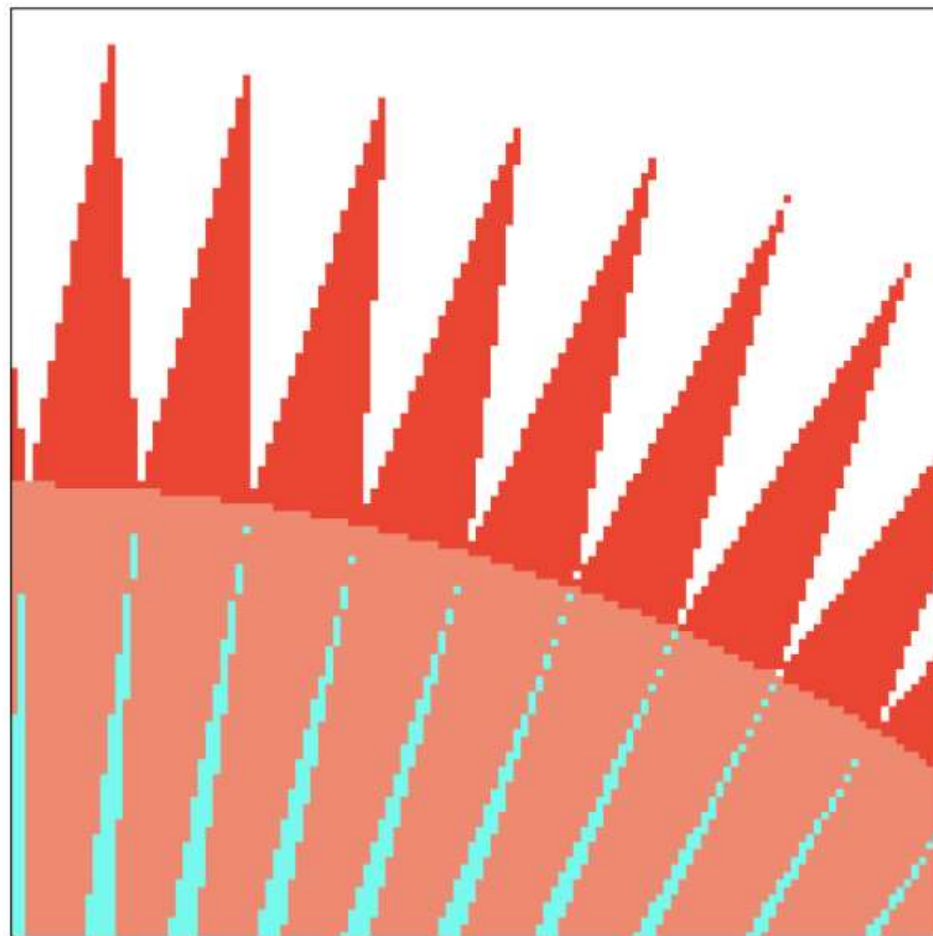
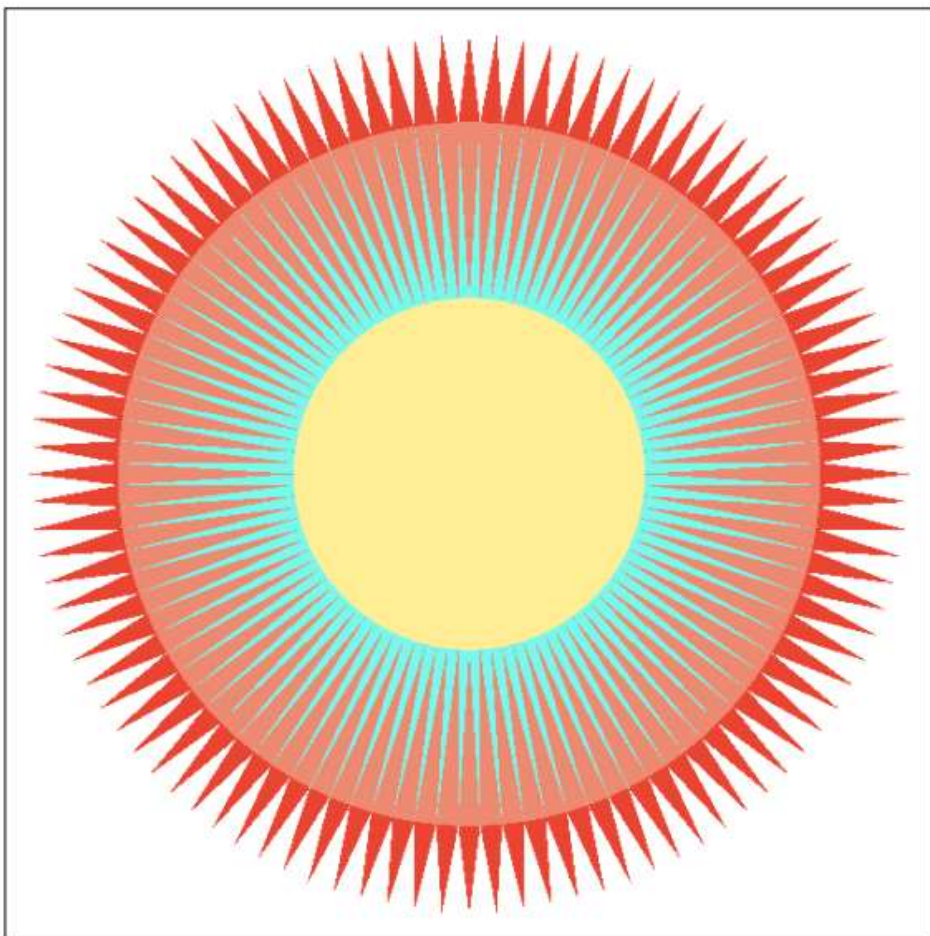


# 超级采样

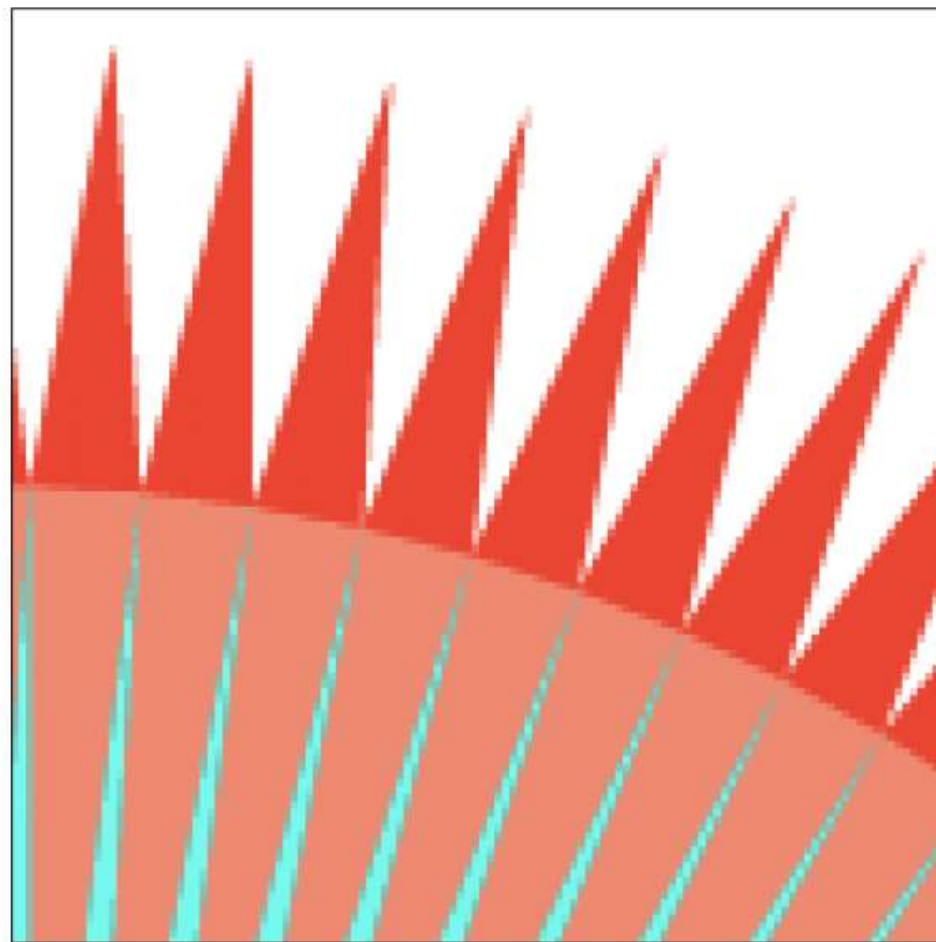
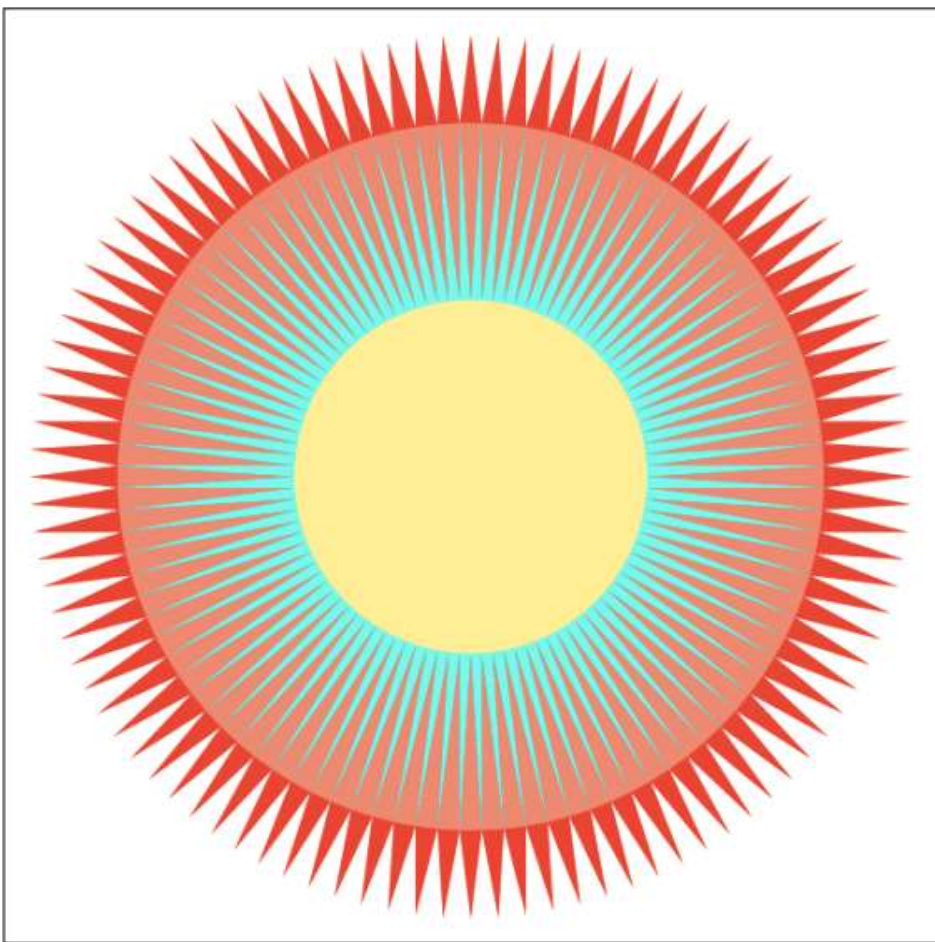
- 显示结果

			75%			
		100%	100%	50%		
	25%	50%	50%	50%		

# 点采样



# 4\*4超级采样



# Q&A





# 遮挡/可见性

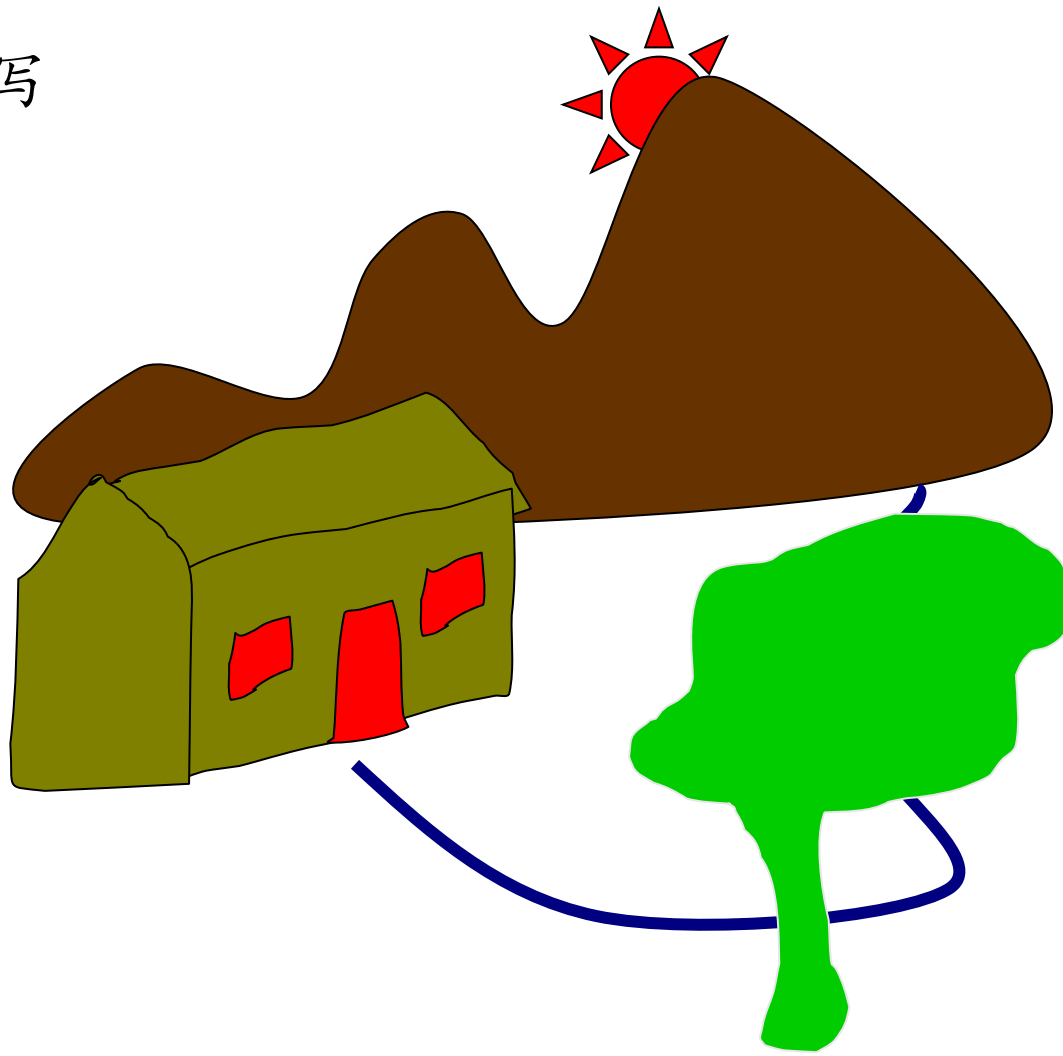
---

- 光栅化一个三角形

Q:如果是多个三角形呢? 会存在什么别的问题吗?

# 画家算法

- 受画家由远至近作画方式的启发，近处物体覆盖遮挡远处物体
- 在帧缓冲器中重写

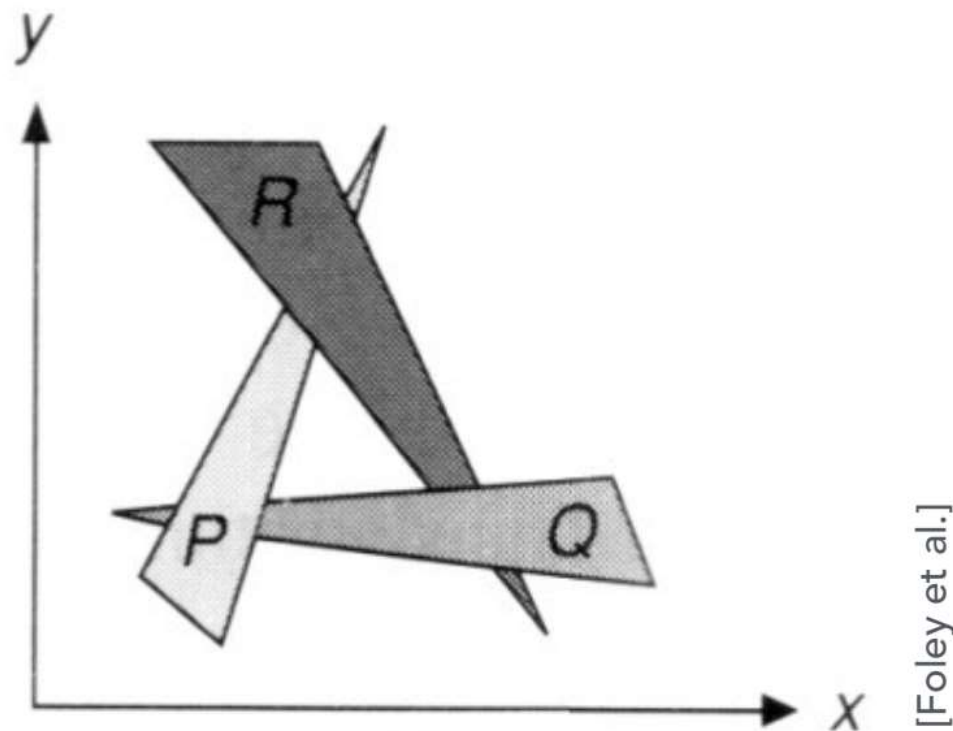




# 画家算法

- 对场景中的多边形按深度进行排序 ( $n$ 个三角形, 复杂度就是 $O(n\log n)$ )
- 存在无解的深度顺序

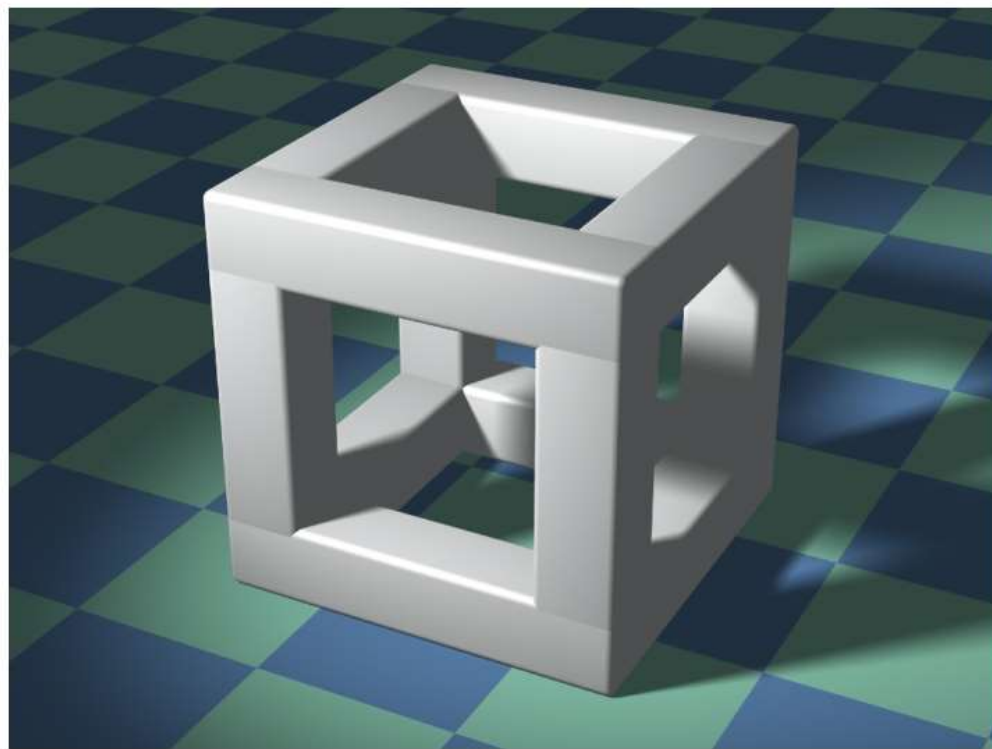
Q: 如何解决?



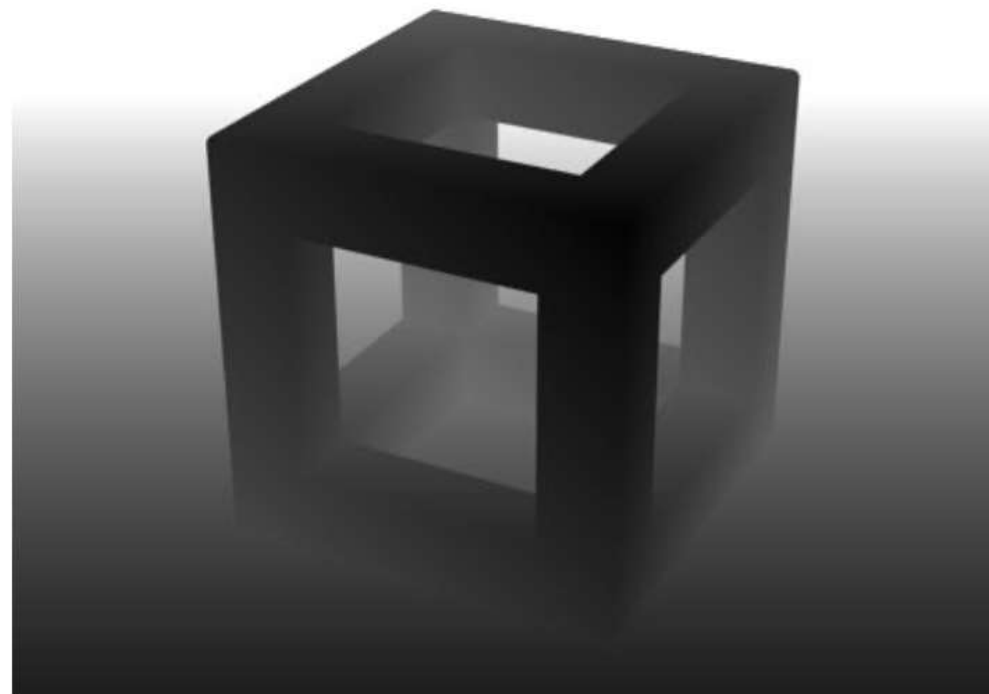
# 深度缓冲器（ Z-buffer ） 算法

- 思想：对每个采样点（像素）记录当前的最小Z值
- 注意：我们假设Z永远是正的，离着相机越近Z越小，越远Z越大
- 需要一个额外的缓冲器来记录深度值
  - 帧缓冲器（frame buffer）记录颜色值
  - 深度缓冲器（depth buffer/z-buffer）记录深度值

# 深度缓冲器 ( Z-buffer ) 算法



Rendering



Depth / Z buffer

Image source: Dominic Alves, flickr.

# 深度缓冲器 ( Z-buffer ) 算法

- 初始化深度缓冲器的所有值为 $\infty$
- 光栅化过程中：

for (each triangle T)

for (each sample (x,y,z) in T)

if (z < zbuffer[x,y])

// closest sample so far

framebuffer[x,y] = rgb;

// update color

zbuffer[x,y] = z;

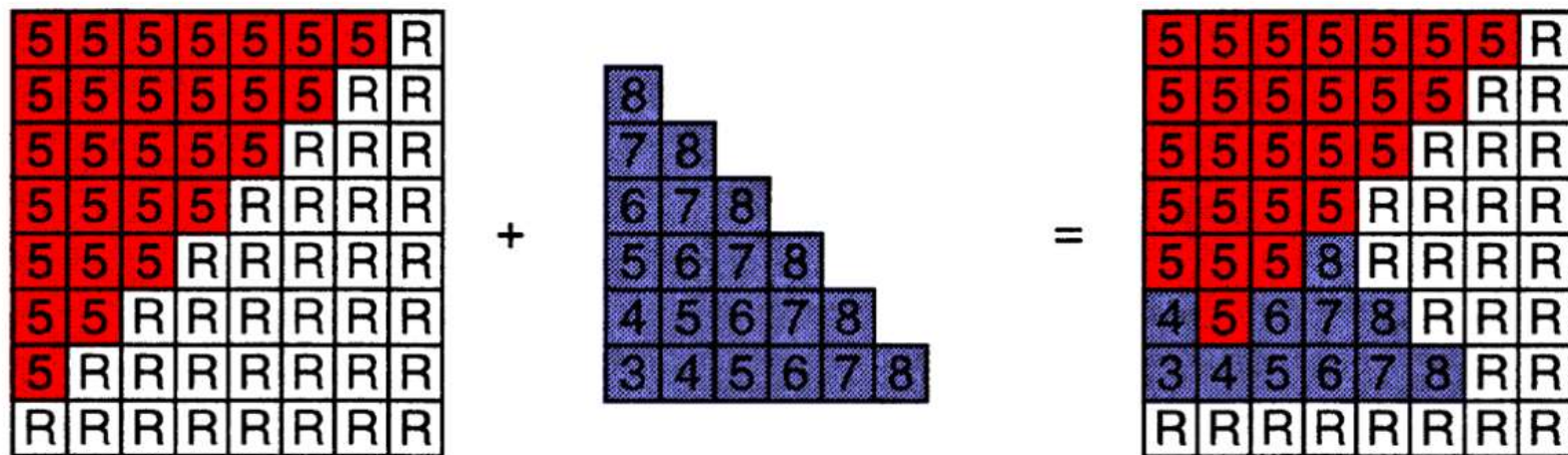
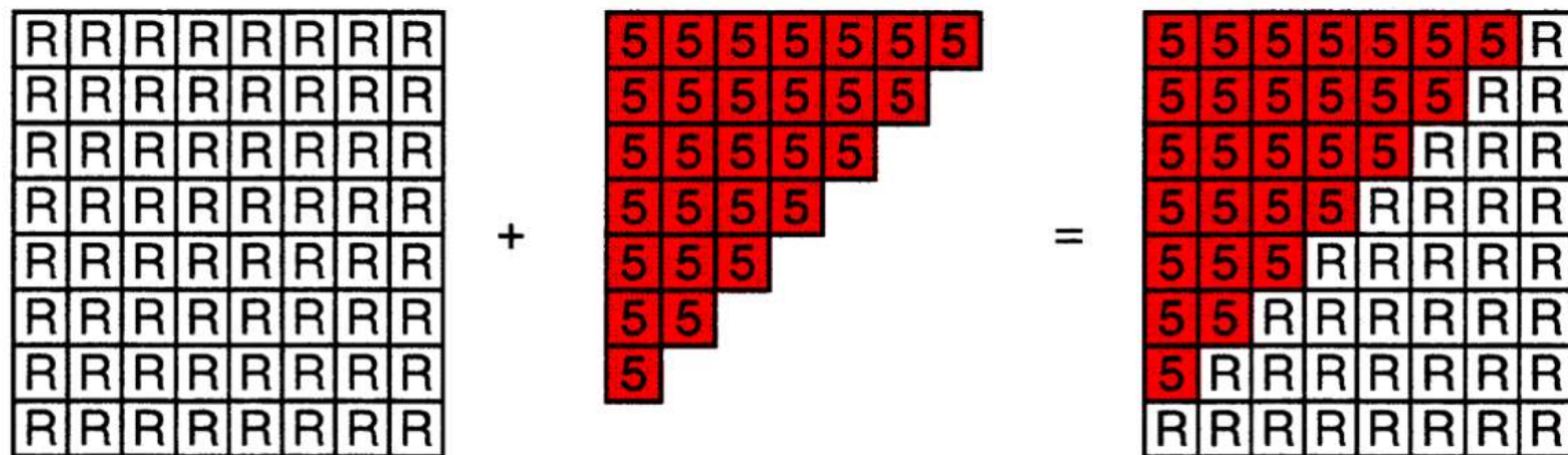
// update depth

else

;

// do nothing, this sample is occluded

# 深度缓冲器 ( Z-buffer ) 算法





# 深度缓冲器（ Z-buffer ） 算法

- 复杂度：假设每个三角形覆盖常数个像素， $n$ 个三角形复杂度为 $O(n)$

Q: 在线性时间内完成 $n$ 个三角形的排序？

Q: 如果以不同的顺序光栅化场景中的三角形，对结果是否有影响？

- 最重要的可见性算法，易于硬件实现



# Q&A

