Clasificación de Series de Tiempo Astronómicas

Muriel Pérez [1] Adolfo Quiroz [1] Alejandro García[2]

[1]Universidad de los Andes, Departamento de Matemáticas

[2]Universidad de los Andes, Departamento de Física

28 de mayo de 2015

Plan

Curvas de luz

El problema de aprendizaje

- Características Escogidas
- Aprendizaje supervisado
- Clasificador de Bayes
- Metodología de Aprendizaje
- Clasificadores y Resultados

Curvas de Luz

Figura : Telescopio utilizado por el *Optical Gravitational Lensing Experiment* (OGLE) localizado en Las Campanas, Chile.

Curvas de Luz

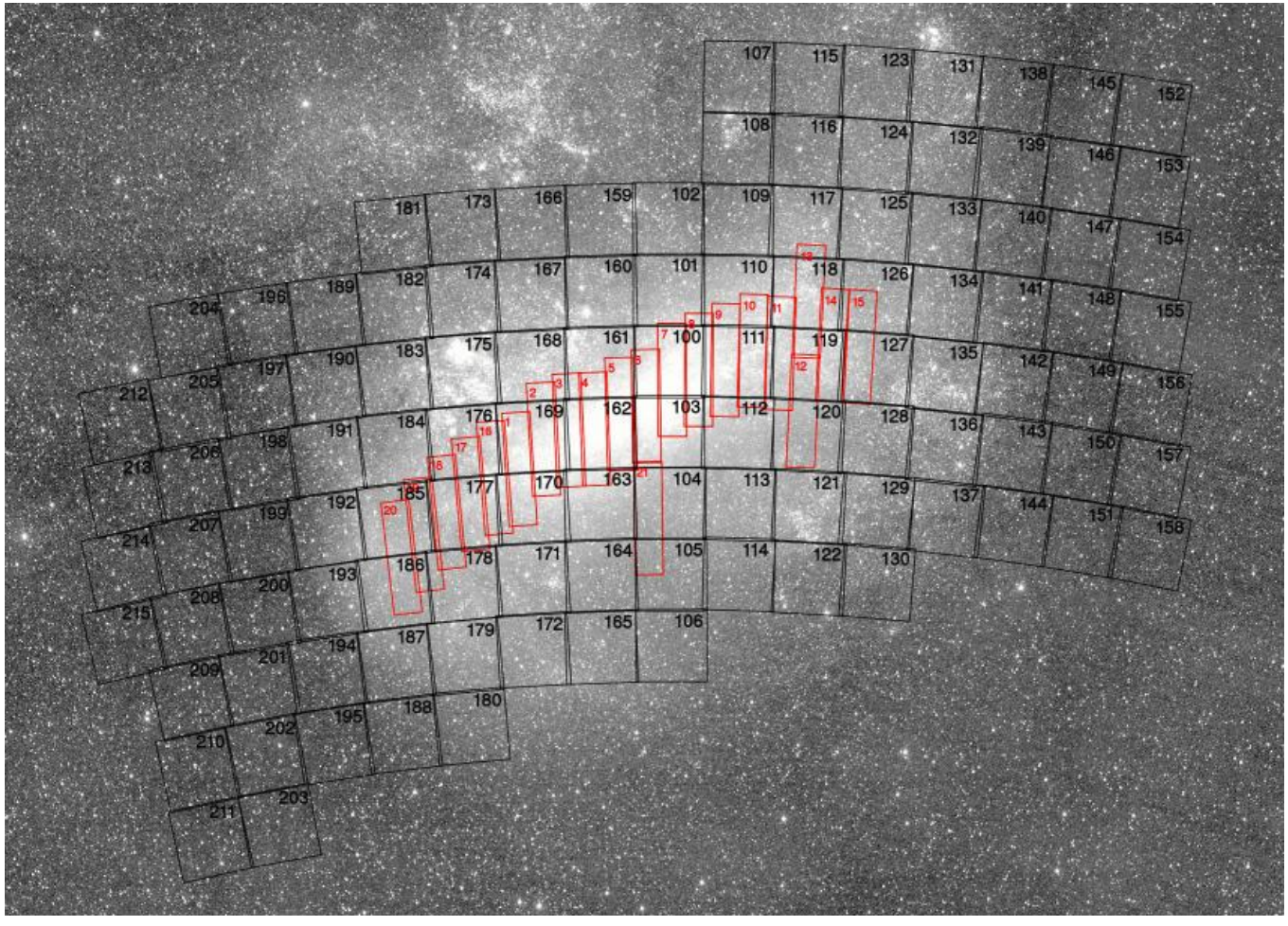
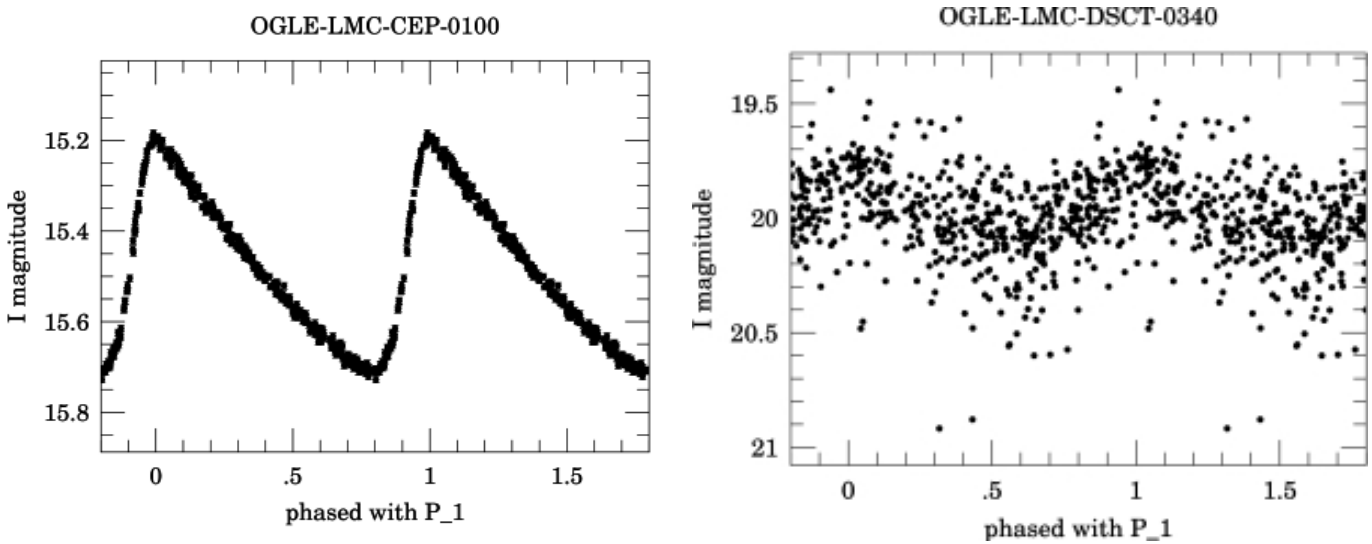


Figura : Campos observados por OGLE-III en la Gran Nube de Magallanes

Curvas de Luz

Se mide la magnitud, que está asociada a la densidad de flujo F ($[F] = Wm^{-2}$) por

$$m = -2{,}5 \log \frac{F}{F_0} \tag{1}$$



(a) Cefeida (b) δ-Scuti

Figura : Catalogo de Estrellas Variables OGLE-III

Curvas de luz

Con avances en instrumenación hay disponibles gran cantidad de curvas de luz. Existen proyectos como:

- Kepler Mission, NASA
- VISTA Variables in the Via Lactea Survey (VVV), ESO
- Panoramic Survey Telescope & Rapid Response System (PANSTARRS), Universidad de Hawaii

Que obtendrán enetre resultados del orden de 10^9 curvas de luz. Es necesario un sistema de clasificación automática.

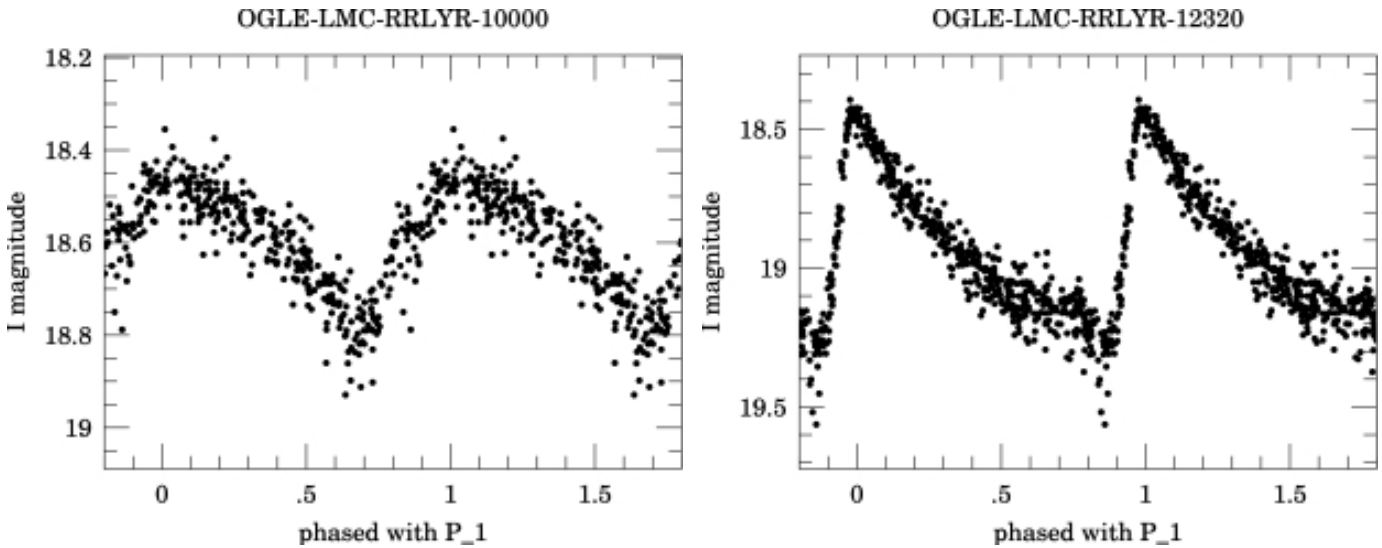
Datos

Tipo de variabilidad y origen	Número de Objetos	Total
RR Lyrae - GB[4]	16836	
RR Lyrae - SMC [9]	2475	44217
RR Lyrae - LMC [11]	24906	
Cefeidas - GB [7]	32	
Cefeidas - SMC [6]	4630	8004
Cefeidas - LMC [5]	3361	
Variables de Largo Periodo - GB [15]	232406	
Variables de Largo Periodo - SMC [14]	19384	343782
Variables de Largo Periodo - LMC[12]	91995	
Binarias Eclipsantes - SMC [2]	6138	32259
Binarias Eclipsantes - LMC [1]	26121	
δ-Scuti - SMC[3]	2786	2788
Cefeidas Tipo II - GB [8]	335	
Cefeidas Tipo II - LMC [13]	43	603
Cefeidas Tiplo II - LMC [10]	197	
Cadidatas a Be - Vía Láctea	475	475

Cuadro : Conjunto de datos utilizados. GB hace referencia al Bulbo Galáctico; LMC, a la Pequeña Nube de Magallanes y LMC, a la Gran Nube de Magallanes.

Tipos de Variabilidad

Dos objetos de tipo RR Lyrae

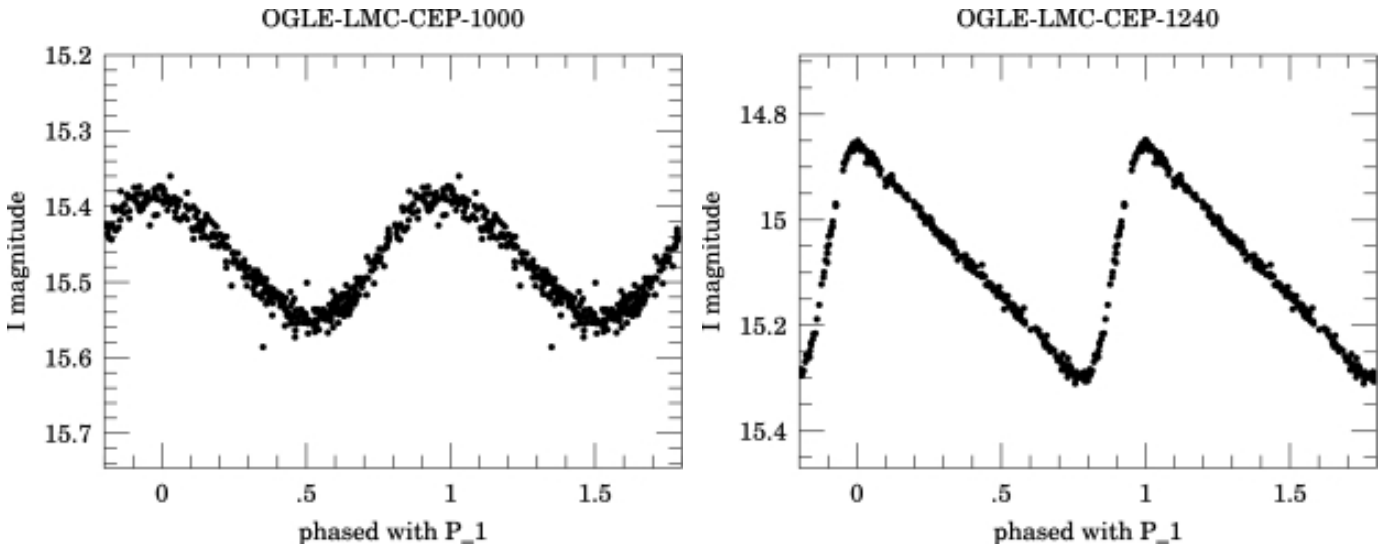


(a) RRLyr (b) RRLyr

Figura : Catalogo de Estrellas Variables OGLE-III

Tipos de Variabilidad

Dos Cefeidas



(a) Cefeida en el primer sobretono

(b) Cefeida en su modo fundamental

Figura : Catalogo de Estrellas Variables OGLE-III

Tipos de Variabilidad

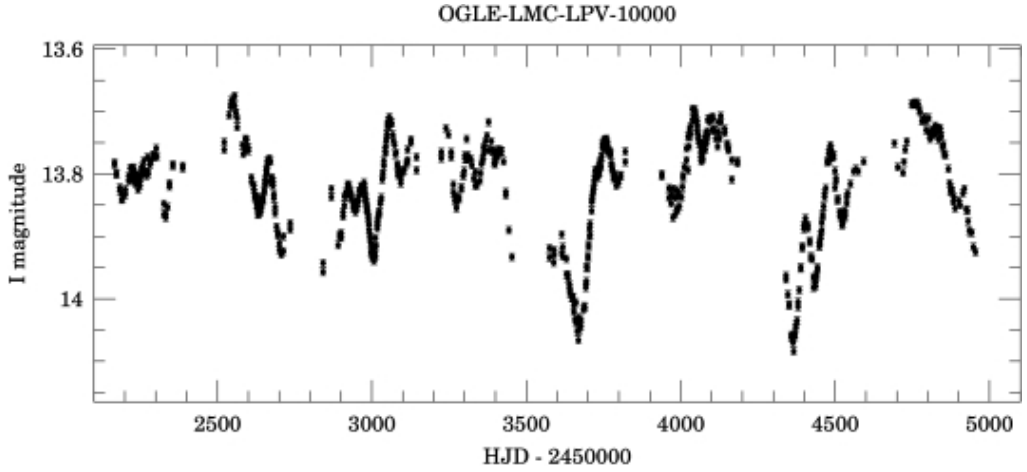


Figura : Variable de Largo Periodo

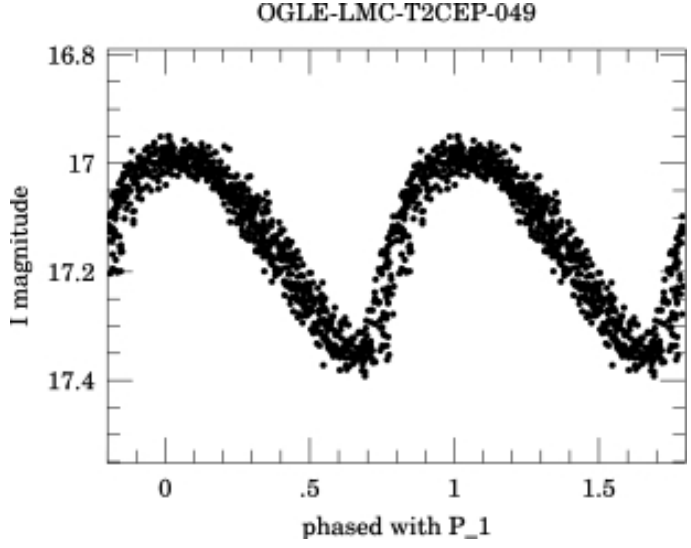


Figura : Cefeida Tipo 2

Características

- Cada curva de luz es un objeto complicado (diferentes números de mediciones hechas en intervalos irregulares de tiempo).
- A cada curva de luz podemos asignarle un vector $\vec{x}_i \in \mathbb{R}^n$ de cantidades calculadas a partir de los valores de magnitud y los instantes en que fueron medidos. Cada uno de esos vectores tiene una etiqueta $j \in J = \{RRLyrae, ..., Be\}$, que corresponde al tipo de variabilidad de la estrella observada.
- El vector $\vec{x}_i \in \mathbb{R}^n$ es llamado vector de características.

Escogimos algunas variables descriptivas de la densidad de magnitudes.

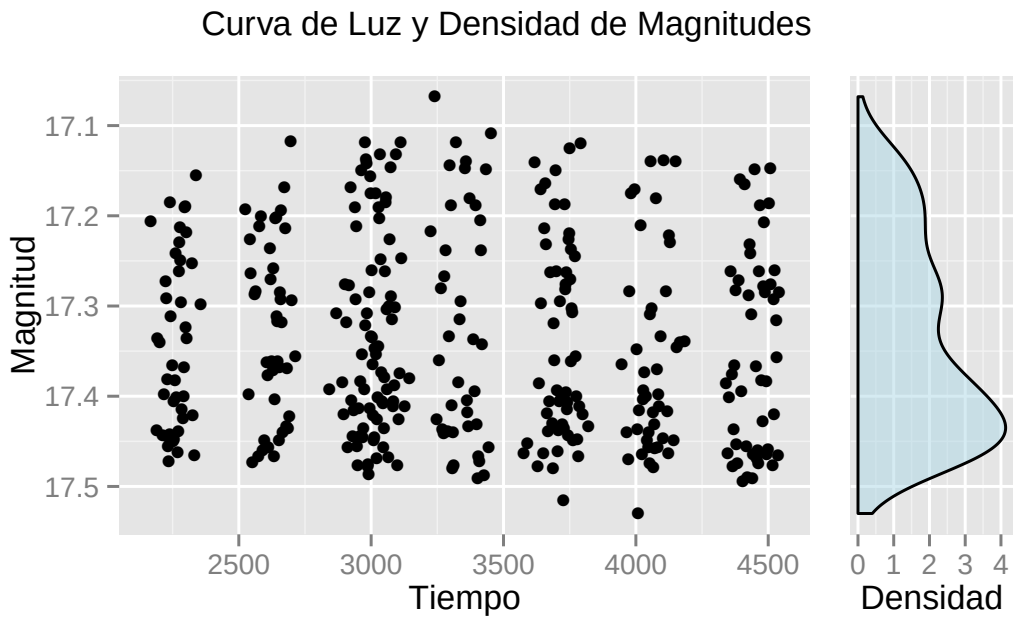


Figura : Curva de luz de OGLE-LMC-CEP-0503 y su densidad de magnitudes

Debido a que en algunas curvas existen puntos atípicos, es necesario utilizar medidas robustas. Estas medidas están típicamente basadas en cuantiles de la distribución de las magniudes.

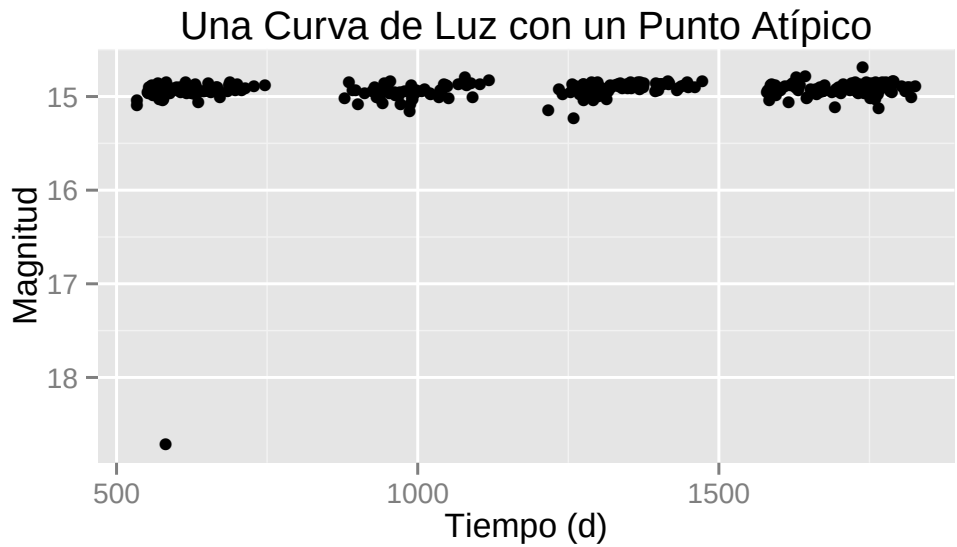


Figura : Curva de luz de OGLE-LMC-CEP-0503 y su densidad de magnitudes

Caracteristicas escogidas

Las medidas escogidas debían ser robustas ante la presencia de datos atípicos.

Variables de localización	Media
Variables de escala	Rango Intercuartiles (IQR)
	Desviación Absoluta Mediana (MAD)
Medidas de Sesgo	*Medcouple*
	Medidas de peso de colas
Medidas de forma	Entropía diferencial
	Valores Abbe
	Variación Cuadrática

Cuadro : Variables escogidas

Parámetros de Escala

La desviación estándar muestral es sensible a la presencia de puntos atípicos. Utilizamos la desviación absuluta mediana (MAD)

$$\sigma = mediana_i(|m_i - mediana_j(m_j)|). \tag{2}$$

Y el rango intercuartiles (IQR)

$$IQR = Q_{0,75} - Q_{0,25} \tag{3}$$

Parámetros de Localización

Utilizamos un estimador robusto del promedio que hace parte de los llamados M-estimadores. Huber [**?**] propuso escoger μ al resolver resolver el problema

$$\sum_i \psi\left(\frac{m_i - \mu}{\sigma}\right) = 0 \tag{4}$$

donde σ es la MAD y

$$\psi(x) = \begin{cases} -c & \text{si } x < -c \\ x & \text{si } |x| < c \\ c & \text{si } x > c \end{cases} \tag{5}$$

Medidas de Sesgo

Para calcular el sesgo es necesario calcular $(m_i - \mu)^3$ por lo que es sensible a la presencia de datos atípicos. Utilizamos medidas de sesgo de la forma

$$\frac{(Q_{1-p} - Q_{0,5}) - (Q_{0,5} - Q_p)}{Q_{1-p} - Q_p} \tag{6}$$

para p $= 0.125, 0.25$. Además consideramos el *medcouple*

$$MC = mediana_{x_i \leq Q_{0,5} x_j} h_1(x_i, x_j) \tag{7}$$

con

$$h_1(x_i, x_j) = \frac{(x_{(j)} - Q_{0,5}) - (Q_{0,5} - x_{(i)})}{x_{(j)} - x_{(i)}} \tag{8}$$

Entropía Diferencial

Utilizamos un estimado de la densidad f por núcleos $\hat{f}$ de las magnitudes que se encuentren entre la mediana y $\pm 6\sigma$ y estimamos la entropía diferencial

$$H(M) = -\int f(m) \log f(m) dm \tag{9}$$

con

$$\hat{H}(M) \approx -\frac{1}{n} \sum_i \log \hat{f}(m_i) \tag{10}$$

Valor Abbe

El valor Abbe fue propuesto por (cita) para detectar curvas de luz con fenómenos transientes. Se define como

$$\mathcal{A} = \frac{n}{2(n-1)} \frac{\sum_i (m_i - m_{i-1})^2}{\sum_i (m_i - \mu)^2} \tag{11}$$

y puede ser calculado en subintervalos de tiempo. Si $\mathcal{A}_{t,i}$ es el valor abbe calculado en $[m_i - \Delta t/2, m_i + \Delta t/2]$, tomamos

$$\bar{\mathcal{A}}_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mathcal{A}_{t,i} \tag{12}$$

para $\Delta t = 5d, 10d, 20d, 50d, 100d, 200d, 500d, 750d$.

Clasificadores

El problema: Encontrar una función $g : \mathbb{R}^n \to J$ que se equivoque lo menos posible.

- Suponemos que hay una medida de probabilidad P sobre $\mathbb{R}^n \times J$ tal que $P(\vec{x}, j)$ es la probabilidad de observar el vector $\vec{x}$ con la etiqueta j.
- La probabilidad de que nuestro clasificador g se equivoque es $P(g(\vec{x}) \neq j)$. Queremos maximizar $P(g(\vec{x}) = j)$.

El clasificador de Bayes

¿Cuál es el mejor clasificador posible?

- El clasificador

$$g(\vec{x}) = argmax_j P(\vec{x}|j)P(j) \tag{13}$$

  es llamado el **clasificador de Bayes**. Es el mejor clasificador posible.

En general no se conocen las distribuciones marginales $P(\vec{x}|j)$.

Metodología de aprendizaje

- Utilizamos un **algorítmo de aprendizaje** para escoger una regla de clasificación de un **conjunto de hipótesis**.
- Estimamos el error de clasificación usando **validación cruzada** de 10 iteraciones.

k Vecinos Más Cercanos

A un punto a clasificar se la asigna la clase a la cual pertenece la mayoría entre sus k vecinos más cercanos. Se sabe que este método es consistente, es decir, que tiende al clasificador de Bayes cuando el tamaño de la muestra tiende a infinito. Existe una implementación abierta en el paquete FNN para R.

Referencia	BeEC	Cef	dSct	SBE	VLP	RRLyr	CefT2
BeEC	0.762	0.001	0.000	0.001	0.000	0.000	0.002
Cef	0.061	0.832	0.004	0.005	0.000	0.041	0.166
dSct	0.000	0.001	0.648	0.014	0.000	0.010	0.000
SBE	0.080	0.016	0.175	0.915	0.001	0.027	0.078
VLP	0.076	0.007	0.003	0.022	0.998	0.001	0.090
RRLyr	0.021	0.139	0.169	0.041	0.000	0.920	0.289
CefT2	0.000	0.004	0.000	0.001	0.000	0.002	0.376
Sensitividad	0.762	0.832	0.648	0.915	0.998	0.920	0.376
Error	0.038	0.008	0.018	0.003	0.000	0.003	0.039

Árboles de clasificación

Fue propuesta por Breiman, Friedman, Stone y Olshen (cita). Creamos un árbol de decisión para clasificar los datos. Para clasificar un nuevo dato se hacen preguntas binarias de tipo $x_i \leq \alpha_i$. Si la respuesta es sí se procede al siguiente nodo de la izquierda y si es no, a la derecha. En los nodos terminales se le asigna al nuevo dato una etiqueta.
Existe una implementación libre en el paquete rpart para R.

	BeEC	Cef	dSct	SBE	VLP	RRLyr	CefT2
BeEC	0.903	0.008	0.002	0.026	0.007	0.001	0.005
Cef	0.038	0.824	0.005	0.009	0.041	0.259	0.214
dSct	0.000	0.003	0.907	0.165	0.000	0.079	0.002
SBE	0.002	0.011	0.054	0.624	0.000	0.034	0.020
VLP	0.011	0.013	0.009	0.058	0.890	0.002	0.005
RRLyr	0.000	0.002	0.022	0.002	0.000	0.509	0.007
CefT2	0.046	0.139	0.002	0.116	0.060	0.116	0.748
Sensitividad	0.903	0.824	0.907	0.624	0.890	0.509	0.748
Error	0.027	0.008	0.011	0.005	0.001	0.005	0.035

Bosques aleatorios

Fue propuesto por Breiman (cita). Se crean árboles de clasificación que son clasificadores débiles pero que están poco correlacionados. Se toma la decisión utilizando la regla de la mayoría. Los árboles son creados utilizando un subconjunto aleatorio de las características en cada nodo y solo se construyen árboles poco profundos.

Referencia	BeEC	Cef	dSct	SBE	VLP	RRLyr	CefT2
BeEC	0.842	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Cef	0.002	0.810	0.002	0.001	0.000	0.018	0.138
dSct	0.000	0.000	0.738	0.004	0.000	0.004	0.000
SBE	0.103	0.013	0.146	0.959	0.000	0.014	0.108
VLP	0.048	0.009	0.004	0.020	1.000	0.001	0.111
RRLyr	0.004	0.166	0.110	0.016	0.000	0.963	0.299
CefT2	0.000	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.345
Sensitividad	0.842	0.810	0.738	0.959	1.000	0.963	0.345
Error	0.033	0.009	0.016	0.002	0.000	0.002	0.038

Máquinas de Soporte Vectorial (SVM)

Consideremos un problema de dos clases, es decir, $J = \{-1, 1\}$. Queremos una regla de decisión

$$g(\vec{x}) = sign(\langle \vec{w}, \vec{x} \rangle + b) \tag{14}$$

que maximice la distancia de los puntos al plano perpendicular a $\vec{w}$
En el caso en que los datos sean linealmente separables, podemos encontrar el plano resolviendo el problema de optimización

$$\begin{aligned} \underset{\vec{w}}{\text{minimizar}} \quad & \langle \vec{w}, \vec{w} \rangle \\ \text{sujeto a} \quad & j_i(\langle \vec{w}, \vec{x_i} \rangle + b) \geq 1, \ i = 1, \ldots, N. \end{aligned}$$

Máquinas de Soporte Vectorial (SVM)

Si los datos no son linealmente separables, podemos introducir variables de holgura ξ_i y resolver

$$\begin{aligned} \underset{\vec{w},b,\vec{\xi}}{\text{minimizar}} \quad & \langle \vec{w}, \vec{w} \rangle + C \sum_i \xi_i^2, \\ \text{sujeto a} \quad & j_i(\langle \vec{w}, \vec{x_i} \rangle + b) \geq 1 - \xi_i, \\ & \xi_i > 0, \\ & i = 1, \ldots, N, \end{aligned}$$

cuyo problema dual es

$$\begin{aligned} \underset{\vec{\alpha}}{\text{maximizar}} \quad & \sum_{i=1}^{N} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^{N} j_i j_k \alpha_i \alpha_k \left(\langle \vec{x}_i, \vec{x}_k \rangle + \frac{1}{C} \delta_{ik} \right) \\ \text{sujeto a} \quad & \sum_{i=1}^{N} j_i \alpha_i = 0, \\ & \alpha_i \geq 0, i = 1, \ldots, N, \end{aligned}$$

Máquinas de Soporte Vectorial (MSV)

El problema de optimización solo depende de la matriz $\langle \vec{x}_i, \vec{x}_j \rangle$. Podemos encontrar una función $K(\vec{x}, \vec{y})$ que cumpla $K(\vec{x}, \vec{y}) = \langle \phi(\vec{x}), \phi(\vec{y}) \rangle_H$ para cierta función $\phi : \mathbb{R}^n \to H$ siendo H algún espacio con producto interno y encontrar el plano separador en H resolviendo el problema de optimización.

$$\underset{\vec{\alpha}}{\text{maximizar}} \quad \sum_{i=1}^{N} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^{N} j_i j_k \alpha_i \alpha_k K\left(\vec{x}_i, \vec{x}_k\right)$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{i=1}^{N} j_i \alpha_i = 0,$$

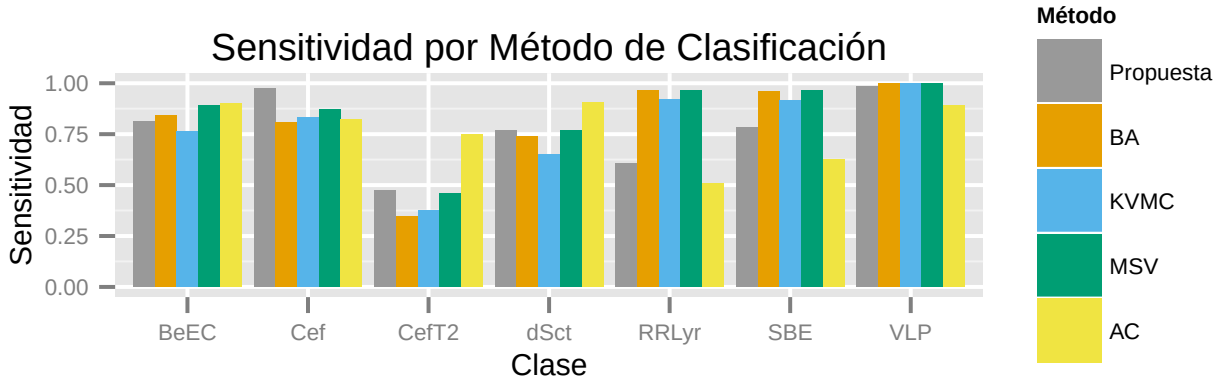
$$\alpha_i \geq 0, i = 1, \ldots, n.$$

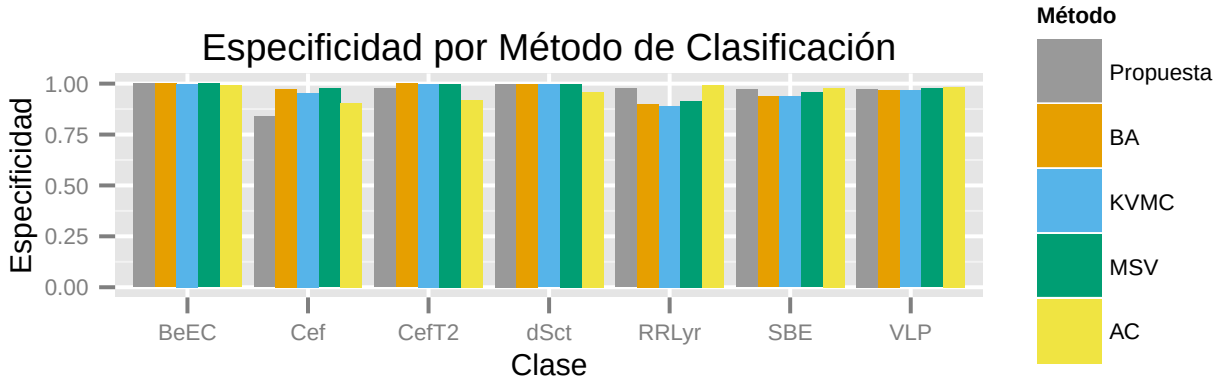
Máquinas de Soporte Vectorial (MSV)

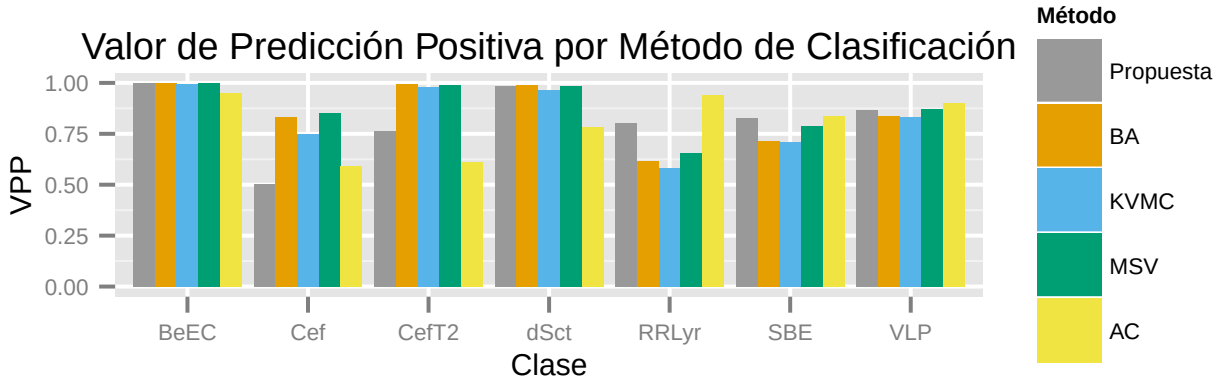
Referencia	BeEC	Cef	dSct	SBE	VLP	RRLyr	CefT2
BeEC	0.891	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000
Cef	0.002	0.869	0.002	0.002	0.000	0.016	0.128
dSct	0.000	0.000	0.769	0.006	0.000	0.005	0.002
SBE	0.048	0.008	0.117	0.963	0.001	0.013	0.075
VLP	0.053	0.004	0.005	0.016	0.999	0.001	0.070
RRLyr	0.006	0.115	0.107	0.012	0.000	0.964	0.265
CefT2	0.000	0.004	0.000	0.001	0.000	0.001	0.461
Sensitividad	0.891	0.869	0.769	0.963	0.999	0.964	0.461
Error	0.028	0.007	0.016	0.002	$\sim 10^{-5}$	0.002	0.040

Cuadro : Resultados de la clasificación con MSV

Conclusiones







Conclusiones

- Es posible utilizar variables descriptivas de la densidad de magnitudes para clasificar curvas de luz.
- Este tipo de clasificadores puede ser utilizado como primera aproximación a una base de datos nueva. Así, se puede reducir el tiempo humano empleado al clasificar curvas de luz.
- La mejor abordar este problema de clasificación es utilizar una combinación de clasificadores.

¡Gracias!

Referencias I

D. Graczyk, I. Soszyński, R. Poleski, G. Pietrzyński, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, Ł. Wyrzykowski, and K. Ulaczyk.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. XII. Eclipsing Binary Stars in the Large Magellanic Cloud.
Acta Astronomica, 61:103–122, June 2011.

M. Pawlak, D. Graczyk, I. Soszyński, P. Pietrukowicz, R. Poleski, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, K. Ulaczyk, S. Kozłowski, and J. Skowron.
Eclipsing Binary Stars in the OGLE-III Fields of the Small Magellanic Cloud.
Acta Astronomica, 63:323–338, September 2013.

Referencias II

R. Poleski, I. Soszyński, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, O. Szewczyk, and K. Ulaczyk.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. VI. Delta Scuti Stars in the Large Magellanic Cloud.
Acta Astronomica, 60:1–16, March 2010.

I. Soszyński, W. A. Dziembowski, A. Udalski, R. Poleski, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, K. Ulaczyk, S. Kozłowski, and P. Pietrukowicz.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. XI. RR Lyrae Stars in the Galactic Bulge.
Acta Astronomica, 61:1–23, March 2011.

Referencias III

I. Soszyński, R. Poleski, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, L. Wyrzykowski, O. Szewczyk, and K. Ulaczyk.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. I. Classical Cepheids in the Large Magellanic Cloud.
Acta Astronomica, 58:163–185, September 2008.

I. Soszyński, R. Poleski, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, O. Szewczyk, and K. Ulaczyk.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. VII. Classical Cepheids in the Small Magellanic Cloud.
Acta Astronomica, 60:17–39, March 2010.

Referencias IV


I. Soszyński, A. Udalski, P. Pietrukowicz, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, K. Ulaczyk, R. Poleski, and S. Kozłowski.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. XIV. Classical and TypeII Cepheids in the Galactic Bulge.
Acta Astronomica, 61:285–301, December 2011.


I. Soszyński, A. Udalski, P. Pietrukowicz, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, K. Ulaczyk, R. Poleski, and S. Kozłowski.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. Type II Cepheids in the Galactic Bulge - Supplement.
Acta Astronomica, 63:37–40, March 2013.

Referencias V


I. Soszyński, A. Udalski, M. K. Szymański, J. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, K. Ulaczyk, and R. Poleski.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. IX. RR Lyr Stars in the Small Magellanic Cloud.
Acta Astronomica, 60:165–178, September 2010.


I. Soszyński, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, O. Szewczyk, K. Ulaczyk, and R. Poleski.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. II.Type II Cepheids and Anomalous Cepheids in the Large Magellanic Cloud.
Acta Astronomica, 58:293, December 2008.

Referencias VI

I. Soszyński, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, O. Szewczyk, K. Ulaczyk, and R. Poleski.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. III. RR Lyrae Stars in the Large Magellanic Cloud.
Acta Astronomica, 59:1–18, March 2009.

I. Soszyński, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, O. Szewczyk, K. Ulaczyk, and R. Poleski.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. IV. Long-Period Variables in the Large Magellanic Cloud.
Acta Astronomica, 59:239–253, September 2009.

Referencias VII


I. Soszyński, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, K. Ulaczyk, and R. Poleski.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. VIII. Type II Cepheids in the Small Magellanic Cloud.
Acta Astronomica, 60:91–107, June 2010.


I. Soszyński, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, K. Ulaczyk, R. Poleski, S. Kozłowski, and P. Pietrukowicz.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. XIII. Long-Period Variables in the Small Magellanic Cloud.
Acta Astronomica, 61:217–230, September 2011.

Referencias VIII

I. Soszyński, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, Ł. Wyrzykowski, K. Ulaczyk, R. Poleski, S. Kozłowski, P. Pietrukowicz, and J. Skowron.
The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. XV. Long-Period Variables in the Galactic Bulge.
Acta Astronomica, 63:21–36, March 2013.