

Relatório Consolidado

Entrega de Documentos

Cliente: Thiago

Projeto: TesteProjetoA - Thiago

Período: 02/2026

Aprovação: 24/02/2026 12:35

Total de Documentos: 3

Sumário

1. CPF	pág. 3
2. Doc	pág. 17
3. Imagem	pág. 120

Hutchinson-Accelerated Physics-Informed Neural Networks for High-Dimensional Derivative Pricing: Architecture, Sampling, and Scalability

Redes Neurais Informadas pela Física Aceleradas por Hutchinson para Precificação de Derivativos de Alta Dimensão: Arquitetura, Amostragem e Escalabilidade

Murilo Costa Salem^{1*}, Fabrício Barbosa Viegas¹, Luiz Felipe Bandeira¹, Daniel Pontes Barretos¹, Gabriel Mello Porto¹, Anderson Priebe Ferrugem¹

Abstract: Real-time risk management for high-dimensional portfolios remains a critical computational challenge due to the “Curse of Dimensionality.” Traditional Monte Carlo methods, while scalable, suffer from slow convergence ($O(N^{-1/2})$) and noisy sensitivity estimates (Greeks), whereas recent path-wise Deep Learning approaches, such as Deep BSDE, function as local solvers, requiring retraining for any shift in market conditions. In this work, we propose a scalable Physics-Informed Neural Network (PINN) framework capable of learning the global pricing surface $V(t, S)$ for Basket Options under the Heston model. To enable training in ultra-high dimensions, we introduce the Hutchinson Trace Estimator, reducing the Hessian memory complexity from $O(d^2)$ to $O(1)$, combined with a Residual-based Adaptive Refinement (RAR) scheme to capture payoff singularities. Our results demonstrate linear scalability of computational cost up to 100 dimensions, with the model converging in approximately 45 seconds with a relative error of $\sim 3\%$ against industry benchmarks. Unlike stochastic methods, our approach yields analytically smooth Greeks via Automatic Differentiation, enabling efficient, noise-free Deep Hedging strategies.

Keywords: PINNs, High-Dimensionality, Hutchinson Estimator, Deep Hedging, Heston Model.

Resumo: A gestão de risco em tempo real para portfólios de alta dimensão permanece um desafio computacional crítico devido à “Maldição da Dimensionalidade”. Métodos tradicionais de Monte Carlo, embora escaláveis, sofrem com lenta convergência ($O(N^{-1/2})$) e estimativas ruidosas de sensibilidade (Gregas), enquanto abordagens recentes de *Deep Learning* baseadas em trajetórias, como o *Deep BSDE*, funcionam como *solvers* locais, exigindo retreinamento para qualquer mudança nas condições de mercado. Neste trabalho, propomos um *framework* escalável de Redes Neurais Informadas pela Física (PINNs) capaz de aprender a superfície de precificação global $V(t, S)$ para Opções de Cesta sob o modelo de Heston. Para viabilizar o treinamento em dimensões ultra-altas, introduzimos o Estimador de Traço de Hutchinson, reduzindo a complexidade de memória da Hessiana de $O(d^2)$ para $O(1)$, combinado com um esquema de Refinamento Adaptativo Baseado em Resíduos (RAR) para capturar singularidades do *payoff*. Nossos resultados demonstram escalabilidade linear do custo computacional até 100 dimensões, com o modelo convergindo em aproximadamente 45 segundos com um erro relativo de $\sim 3\%$ em comparação com *benchmarks* industriais. Diferentemente de métodos estocásticos, nossa abordagem fornece Gregas analiticamente suaves via Diferenciação Automática, permitindo estratégias eficientes de *Deep Hedging* livres de ruído.

Palavras-Chave: PINNs, Alta Dimensão, Estimador de Hutchinson, Deep Hedging, Modelo Heston.

¹ Centro de Desenvolvimento Tecnológico (CDTec), UFPEL, Brazil

*Corresponding author: mcsalem@inf.ufpel.edu.br

DOI: <http://dx.doi.org/10.22456/2175-2745.XXXX> • Received: dd/mm/yyyy • Accepted: dd/mm/yyyy

CC BY-NC-ND 4.0 - This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International License.

1. Introdução

A precificação precisa e a gestão de risco em tempo real de derivativos de alta dimensão, como Opções de Cesta (*Basket*

Options) e produtos estruturados, representam um dos desafios computacionais mais persistentes na matemática financeira moderna. À medida que as instituições financeiras buscam

mitigar riscos em portfólios cada vez mais diversificados, a necessidade de resolver Equações Diferenciais Parciais (EDPs) em espaços de dimensão $d \gg 3$ torna-se crítica. No entanto, métodos numéricos tradicionais colidem frontalmente com a chamada “Maldição da Dimensionalidade” de Bellman [1], onde o custo computacional cresce exponencialmente com o número de ativos subjacentes.

Historicamente, a indústria tem dependido quase exclusivamente de Métodos de Monte Carlo (MC) para problemas de alta dimensão. Embora a convergência do MC seja independente da dimensão ($O(N^{-1/2})$), ela é notoriamente lenta, exigindo milhões de simulações para obter precisão aceitável [2]. Mais grave ainda é a estimativa das sensibilidades de risco (as “Gregas”), fundamentais para estratégias de *Hedging*. No MC, o cálculo de Gregas de segunda ordem, como o Gamma (Γ), via diferenças finitas resulta em estimativas ruidosas e instáveis [3], comprometendo a eficiência do rebalanceamento de portfólio e aumentando custos transacionais [4].

Recentemente, a aplicação de *Deep Learning* ofereceu novas perspectivas, notadamente através de algoritmos baseados em Equações Diferenciais Estocásticas Retrógradas (Deep BSDE) [5]. Embora o Deep BSDE escale para altas dimensões, ele atua essencialmente como um *solver* local: ele aprende o valor da opção ao longo de uma única trajetória estocástica específica [6]. Qualquer alteração nas condições de mercado (ex: mudança na volatilidade ou preço do ativo) exige o retreinamento completo da rede, inviabilizando sua aplicação para monitoramento de risco em tempo real de uma superfície de preços global.

Neste cenário, as Redes Neurais Informadas pela Física (PINNs) emergem como uma alternativa promissora [7], atuando como aproximadores universais capazes de aprender a solução global $V(t, S)$ da EDP, satisfazendo as leis físicas do mercado sem a necessidade de simulação de caminhos [8]. Contudo, a aplicação direta de PINNs em alta dimensão enfrenta um gargalo severo: o cálculo do termo de difusão na EDP de Heston ou Black-Scholes exige a computação da matriz Hessiana (derivadas segundas), cujo custo de memória via Diferenciação Automática escala quadraticamente com a dimensão ($O(d^2)$) [9]. Para um portfólio de $d = 100$ ativos, a retropropagação através da Hessiana torna-se proibitiva em hardware convencional.

Neste trabalho, propomos um *framework* escalável de **Hutchinson-Accelerated PINNs** para superar essas limitações. Nossas principais contribuições são:

- **Escalabilidade Linear via Estimador de Hutchinson:** Introduzimos o uso do Estimador de Traço de Hutchinson [10] para aproximar o operador Laplaciano/Hessiano da EDP. Esta técnica reduz a complexidade de memória da retropropagação de $O(d^2)$ para $O(d)$ [11], viabilizando o treinamento em até 100 dimensões em uma única GPU comercial.
- **Solver Global e Gregas Suaves:** Diferentemente de métodos estocásticos, nossa abordagem aprende a su-

perfície de preços completa. O modelo permite o cálculo de sensibilidades de risco analiticamente suaves via Diferenciação Automática [9], eliminando o ruído numérico e facilitando estratégias de *Deep Hedging* de alta precisão [12].

- **Arquitetura Otimizada para Singularidades:** Incorporamos *Fourier Feature Embeddings* [13] para mitigar o viés espectral das redes neurais e amostragem via Hipercubo Latino (LHS) [14] para garantir uma cobertura eficiente do domínio, permitindo a captura precisa de descontinuidades no *payoff*.
- **Validação em Alta Dimensão:** Demonstramos empiricamente que o método mantém precisão competitiva contra *benchmarks* industriais implementados via QuantLib [15] em 100 dimensões, com tempos de convergência significativamente inferiores aos métodos tradicionais de malha.

O restante deste artigo está organizado da seguinte forma: a Seção 2 revisa os trabalhos relacionados; a Seção 3 formula o problema matemático sob o modelo de Heston; a Seção 4 detalha a metodologia proposta; a Seção 5 apresenta os experimentos numéricos e análises de escalabilidade; e a Seção 6 conclui com discussões sobre o impacto no gerenciamento de risco algorítmico.

2. Trabalhos Relacionados

A literatura sobre precificação de derivativos em alta dimensão evoluiu significativamente nas últimas décadas, movendo-se de métodos numéricos baseados em malhas [16] para simulações estocásticas [2] e, mais recentemente, para aproximadores funcionais baseados em *Deep Learning* [17, 5]. Esta seção contextualiza as limitações das abordagens tradicionais e posiciona a contribuição das Redes Neurais Informadas pela Física (PINNs) [7] no estado da arte atual.

2.1 Precificação de Opções e Métodos de Monte Carlo

O teorema fundamental de Feynman-Kac estabelece a conexão probabilística entre Equações Diferenciais Parciais (EDPs) parabólicas e a esperança condicional de processos estocásticos. Para problemas de baixa dimensão ($d \leq 3$), métodos determinísticos baseados em malha, como Diferenças Finitas (FDM) e Elementos Finitos (FEM), são amplamente utilizados devido à sua precisão e estabilidade [16]. No entanto, tais métodos sofrem severamente com a “Maldição da Dimensionalidade” de Bellman: o número de pontos da malha cresce exponencialmente com a dimensão (N^d), tornando-os computacionalmente intratáveis para cestas de ativos com $d > 5$.

Em contrapartida, os Métodos de Monte Carlo (MC) tornaram-se o padrão da indústria para problemas de alta dimensão, uma vez que sua taxa de convergência é governada

pelo Teorema Central do Limite ($O(N^{-1/2})$), sendo independente da dimensionalidade do problema [??]. Apesar de sua robustez, o MC apresenta duas limitações críticas para gestão de risco em tempo real: (i) a lenta convergência exige um número massivo de caminhos simulados para reduzir o erro padrão; e (ii) o cálculo das sensibilidades de risco (Gregas), especialmente as de segunda ordem como o Gamma (Γ), requer a aplicação de métodos de diferenças finitas sobre as simulações (*bumping*), o que introduz variância elevada e instabilidade numérica nas estimativas [??].

2.2 Deep Learning em Finanças Quantitativas (Deep BSDE)

A ascensão do Aprendizado Profundo motivou o desenvolvimento de algoritmos livres de malha (*mesh-free*) capazes de escalar polinomialmente com a dimensão [5]. O trabalho seminal de Han et al. introduziu o método *Deep BSDE*, que reformula a EDP parabólica linear e semilinear como uma Equação Diferencial Estocástica Retrógrada (BSDE) [6]. Neste *framework*, redes neurais são utilizadas para aproximar o termo de gradiente (∇u) desconhecido ao longo de trajetórias brownianas simuladas, permitindo a resolução de problemas em dimensões extremas que eram anteriormente intratáveis.

O Deep BSDE demonstrou sucesso notável na resolução de problemas de até 100 dimensões, superando as barreiras impostas pelos métodos de Diferenças Finitas (FDM) [5]. Contudo, ele opera fundamentalmente como um *solver* local: a rede aprende a solução $V(t, S)$ apenas ao longo da vizinhança das trajetórias simuladas a partir de um estado inicial fixo (t_0, S_0) [18]. Qualquer alteração significativa nas condições de mercado, como um salto no preço do ativo subjacente ou mudança na estrutura de volatilidade, exige o retreinamento completo do modelo [17]. Essa característica torna a abordagem impraticável para mesas de operação que necessitam de uma superfície de preços global, contínua e disponível para consulta instantânea.

2.3 Physics-Informed Neural Networks (PINNs)

Introduzidas formalmente por Raissi et al. [7], as PINNs propõem uma mudança de paradigma: em vez de simular trajetórias, a rede neural é treinada para minimizar o resíduo da EDP diretamente no domínio, atuando como um aproximador universal da solução global [19]. Ao incorporar a dinâmica física (e.g., o operador de Black-Scholes ou Heston) na função de perda, as PINNs dispensam a necessidade de dados supervisionados, garantindo que a solução respeite leis fundamentais de não-arbitragem e conservação de valor.

Uma vantagem distinta das PINNs sobre métodos estocásticos é a capacidade de fornecer derivadas analiticamente suaves em relação às entradas via Diferenciação Automática (*Automatic Differentiation*), permitindo o cálculo exato de Gregas para estratégias de *Deep Hedging* [12]. Entretanto, a aplicação de PINNs em finanças de alta dimensão enfrenta um gargalo computacional severo: o cálculo do termo de difusão $\text{Tr}(\sigma\sigma^T \mathbf{H}_u)$, onde \mathbf{H}_u é a matriz Hessiana, possui complexidade de memória $O(d^2)$ no modo reverso de AD [9]. Embora

trabalhos recentes explorem reduções de dimensionalidade ou suposições de independência, a resolução eficiente de sistemas totalmente acoplados em dimensões $d \sim 100$ permanece um desafio em aberto, o qual endereçamos através do Estimador de Traço de Hutchinson [10].

Adicionalmente, redes neurais padrão sofrem de “Viés Espectral” (*Spectral Bias*), tendendo a aprender funções de baixa frequência prioritariamente [20], o que dificulta a captura de singularidades típicas de *payoffs* financeiros no ponto de exercício. Técnicas como *Fourier Feature Mapping* [13] têm sido propostas para mitigar esse problema ao projetar as entradas em bases harmônicas, embora sua aplicação em EDPs financeiras de alta dimensão ainda seja pouco explorada.

Embora métodos alternativos como o *Directional Random Derivative Method* (DRDM) ofereçam aproximações de primeira ordem para operadores diferenciais [21], nossa abordagem via Hutchinson foca na preservação da estrutura de segunda ordem necessária para a estabilidade das Gregas. Adicionalmente, técnicas de Lagrangiano aumentado como CAPU (*Constrained Augmented PINNs*) [22] poderiam ser integradas futuramente para reforçar as condições de contorno em regimes de baixa volatilidade.

3. Formulação Matemática do Problema

Nesta seção, definimos a dinâmica estocástica dos ativos subjacentes seguindo o modelo de volatilidade estocástica de Heston [23] e derivamos a Equação Diferencial Parcial (EDP) associada à precificação de opções de cesta (*Basket Options*) [24, 25]. Utilizando a conexão estabelecida pelo teorema de Feynman-Kac [26], formalizamos o mapeamento entre o sistema de Equações Diferenciais Estocásticas (SDEs) e o operador infinitesimal do processo, permitindo a análise da complexidade computacional inerente ao operador de difusão em espaços de alta dimensionalidade.

3.1 A Dinâmica de Heston Multidimensional

Consideramos um mercado financeiro livre de arbitragem composto por d ativos de risco S_1, \dots, S_d e um ativo livre de risco com taxa de juros constante r , operando em um espaço de probabilidade filtrado completo sob uma medida de martingal equivalente \mathbb{Q} [27]. No *framework* de Heston multivariado, assumimos que a dinâmica dos preços dos ativos segue um Movimento Browniano Geométrico acoplado a um processo de variância estocástica comum $v(t)$, seguindo a estrutura de dependência proposta para cestas de ativos e índices [28, 29]. Esta configuração simplificada permite modelar o risco de volatilidade sistêmica que afeta simultaneamente todos os componentes da cesta, mantendo a parsimônia necessária para problemas de alta dimensionalidade [30].

A evolução do sistema é governada pelo seguinte sistema de Equações Diferenciais Estocásticas (SDEs) no espaço de probabilidade risco-neutro \mathbb{Q} :

$$\begin{cases} dS_i(t) = rS_i(t)dt + \sqrt{v(t)}S_i(t)dW_i^S(t), & i = 1, \dots, d \\ dv(t) = \kappa(\theta - v(t))dt + \sigma_v\sqrt{v(t)}dW^v(t) \end{cases} \quad (1)$$

onde:

- $S_i(t)$ representa o preço do i -ésimo ativo no tempo t .
- $v(t)$ é a variância instantânea, seguindo um processo de Cox-Ingersoll-Ross (CIR) com reversão à média κ , variância de longo prazo θ e volatilidade da volatilidade σ_v .
- $W_i^S(t)$ e $W^v(t)$ são movimentos brownianos correlacionados.

A estrutura de dependência entre os ativos é definida pela matriz de correlação instantânea, tal que:

$$d\langle W_i^S, W_j^S \rangle_t = \rho_{ij}dt, \quad \text{para } i, j = 1, \dots, d \quad (2)$$

$$d\langle W_i^S, W^v \rangle_t = \rho_{iv}dt \quad (3)$$

O objetivo é precificar uma Opção de Compra Europeia (*Call*) sobre uma cesta equiponderada de ativos. O *payoff* no vencimento T é dado por:

$$\phi(\mathbf{S}_T) = \max \left(\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d S_i(T) - K, 0 \right) \quad (4)$$

onde K é o preço de exercício (*strike*) e $\mathbf{S}_T = [S_1(T), \dots, S_d(T)]$.

3.2 A EDP de Alta Dimensão

Pelo Teorema de Feynman-Kac, o preço da opção $V(t, \mathbf{S}, v)$ no tempo $t < T$ é a solução da seguinte Equação Diferencial Parabólica de segunda ordem. Definindo $\tau = T - t$ como o tempo até o vencimento, transformamos o problema terminal em um problema de valor inicial:

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \mathcal{L}V(\tau, \mathbf{S}, v) \quad (5)$$

Onde \mathcal{L} é o operador infinitesimal do processo conjunto (\mathbf{S}, v) . Expandindo os termos de deriva e difusão, obtemos a formulação explícita da EDP de Heston em alta dimensão:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \tau} = & \underbrace{\frac{1}{2}v \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \rho_{ij}S_iS_j \frac{\partial^2 V}{\partial S_i \partial S_j}}_{\text{Correlação entre Ativos}} + \underbrace{\frac{1}{2}\sigma_v^2 v \frac{\partial^2 V}{\partial v^2}}_{\text{Volatilidade da Vol.}} \\ & + \underbrace{\sigma_v v \sum_{i=1}^d \rho_{iv}S_i \frac{\partial^2 V}{\partial S_i \partial v}}_{\text{Correlação Preço-Vol}} + \underbrace{\sum_{i=1}^d rS_i \frac{\partial V}{\partial S_i}}_{\text{Drift do Ativo}} \\ & + \underbrace{\kappa(\theta - v) \frac{\partial V}{\partial v}}_{\text{Drift da Variância}} - rV \end{aligned} \quad (6)$$

Sujeito à condição inicial $V(0, \mathbf{S}, v) = \phi(\mathbf{S})$.

3.2.1 O Gargalo Computacional (O Termo Hessiano)

A Equação (6) evidencia a intratabilidade computacional de métodos tradicionais. O termo crítico é o somatório duplo que representa a difusão cruzada entre os ativos:

$$\mathcal{D}_{SS}V = \frac{1}{2}v \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \rho_{ij}S_iS_j \frac{\partial^2 V}{\partial S_i \partial S_j} \quad (7)$$

Em notação matricial, definindo o vetor de estado $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{d+1}$ e a matriz de covariância $\Sigma(\mathbf{X})$, este termo é proporcional ao traço do produto da matriz de difusão pela matriz Hessiana da função valor, \mathbf{H}_V :

$$\text{Termo Difusivo} \propto \text{Tr} \left(\Sigma(\mathbf{X}) \Sigma(\mathbf{X})^\top \mathbf{H}_V \right) \quad (8)$$

Para treinar uma Rede Neural Informada pela Física (PINN), é necessário computar o resíduo da EDP (6) a cada iteração de descida do gradiente. O cálculo exato da matriz Hessiana $\mathbf{H}_V \in \mathbb{R}^{(d+1) \times (d+1)}$ via Diferenciação Automática requer $O(d)$ passos de retropropagação (*backpropagation*), resultando em uma complexidade computacional e de memória de $O(d^2)$.

Para $d = 100$, a Hessiana contém 10.000 derivadas parciais de segunda ordem. Armazenar e computar o grafo computacional para essas derivadas excede a capacidade de memória (VRAM) das GPUs modernas, tornando a aplicação direta de PINNs inviável. Este é o gargalo específico que resolvemos na próxima seção através da introdução do Estimador de Traço de Hutchinson.

3.3 Suposições do Modelo e Limitações

Para viabilizar a análise em ultra-alta dimensão, adotamos uma formulação de volatilidade estocástica de fator único, onde todos os ativos da cesta compartilham uma variância comum $v(t)$, seguindo a abordagem de parsimônia estrutural para portfólios de larga escala [30, 29]. Embora modelos multifatoriais ou baseados em processos de Wishart ofereçam maior realismo para a estrutura de autocovariância [28, 31], eles introduzem $O(d^2)$ variáveis de estado adicionais devido à natureza matricial da volatilidade, tornando o problema computacionalmente intratável para $d = 100$.

Nossa abordagem foca no desafio da dimensionalidade no espaço dos preços ($\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{100}$), mantendo a dinâmica de volatilidade tratável. Assumimos também que o processo de variância satisfaz a condição de Feller ($2\kappa\theta > \sigma_v^2$) [32], o que garante que a variância $v(t)$ permaneça estritamente positiva e evita a degenerescência do operador diferencial na fronteira $v \rightarrow 0$ [25, 33].

4. Metodologia Proposta: Hutchinson-PINNs

Nesta seção, detalhamos a arquitetura do *framework* proposto. Apresentamos a incorporação de *Fourier Feature Embeddings*

para mitigar o viés espectral inerente às redes neurais profundas [20, 13], permitindo a captura de componentes de alta frequência do *payoff*. Formalizamos a derivação do Estimador de Traço de Hutchinson [10, 34] para viabilizar o cálculo do operador difusivo com complexidade de memória $O(d)$ via produtos Hessiana-vetor (HVP) [35, 11], superando o gargalo quadrático tradicional. Por fim, descrevemos as estratégias de amostragem adaptativa baseada em resíduos (RAR) [36] e amostragem por Hipercubo Latino (LHS) [14] utilizadas para otimizar a cobertura do hiperespaço de estados.

4.1 Arquitetura e Fourier Feature Embeddings

Redes neurais profundas baseadas em Perceptrons Multicamadas (MLP) sofrem de uma patologia conhecida como “Viés Espectral” (*Spectral Bias*): elas tendem a aprender os componentes de baixa frequência da função alvo significativamente mais rápido do que os componentes de alta frequência [20]. Em precificação de opções, isso é crítico, pois o *payoff* (Eq. 4) apresenta descontinuidades na derivada primeira (C^0 mas não C^1) ao redor do preço de exercício K .

Para superar essa limitação, não inserimos as coordenadas espaço-temporais $\mathbf{x} = (t, \mathbf{S}, v)$ diretamente na rede. Em vez disso, projetamos a entrada em um espaço de características de dimensão superior através de um mapeamento de Fourier $\gamma: \mathbb{R}^{d+2} \rightarrow \mathbb{R}^{2m}$, inspirado por Tancik et al. [13]:

$$\gamma(\mathbf{x}) = [\cos(2\pi\mathbf{B}\mathbf{x}), \sin(2\pi\mathbf{B}\mathbf{x})]^\top \quad (9)$$

Onde $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m \times (d+2)}$ é uma matriz de pesos fixa (não treinável), cujas entradas são amostradas de uma distribuição Gaussiana $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$. O hiperparâmetro σ controla o espectro de frequências que a rede consegue capturar. A arquitetura final da PINN é dada por:

$$V_\theta(\mathbf{x}) = \mathcal{N}_\theta(\gamma(\mathbf{x})) \quad (10)$$

Onde \mathcal{N}_θ é uma MLP *feed-forward* com ativação não-linear (utilizamos SiLU/Swish devido à sua suavidade C^∞ , necessária para derivadas de segunda ordem).

4.2 O Estimador de Traço de Hutchinson Reformulado

O custo computacional dominante na Eq. (6) é o termo de difusão cruzada, dado por:

$$\mathcal{D}V = \frac{1}{2} \text{Tr} \left(\Sigma(\mathbf{x}) \Sigma(\mathbf{x})^\top \mathbf{H}_V \right) \quad (11)$$

onde $\Sigma \in \mathbb{R}^{d \times d}$ é a matriz de volatilidade-correlação (fatorizada via Cholesky ou definida estruturalmente) e \mathbf{H}_V é a Hessiana. O cálculo exato exige $O(d^2)$ memória.

Para superar isso, utilizamos o estimador de traço estocástico de Hutchinson [10]. Seja $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I}_d)$ um vetor de ruído padrão. Pela propriedade cíclica do traço e linearidade da esperança:

$$\text{Tr}(\Sigma \Sigma^\top \mathbf{H}_V) = \text{Tr}(\Sigma^\top \mathbf{H}_V \Sigma) = \mathbb{E}_\varepsilon \left[\varepsilon^\top \Sigma^\top \mathbf{H}_V \Sigma \varepsilon \right] \quad (12)$$

Definindo o vetor projetado $\mathbf{z} = \Sigma \varepsilon$, o termo de difusão é aproximado por:

$$\mathcal{D}V \approx \frac{1}{2} \mathbb{E}_\varepsilon \left[\mathbf{z}^\top \mathbf{H}_V \mathbf{z} \right] = \frac{1}{2} \mathbb{E}_\varepsilon \left[\mathbf{z}^\top \nabla_{\mathbf{x}} (\nabla_{\mathbf{x}} V \cdot \mathbf{z}) \right] \quad (13)$$

Esta formulação permite calcular o termo difusivo total realizando apenas dois passes de retropropagação (um para o gradiente $\nabla_{\mathbf{x}} V$ e outro para o gradiente direcional projetado). A complexidade de memória é reduzida de $O(d^2)$ para $O(d)$, uma vez que nunca instanciamos a matriz Hessiana explicitamente.

Nota sobre Complexidade: Embora a complexidade assintótica de operações matriciais permaneça dependente da estrutura de Σ , o gargalo de memória da diferenciação automática é estritamente $O(d)$, viabilizando o treinamento em GPUs comerciais para $d = 100$.

4.3 Estratégias de Amostragem (LHS e RAR)

A maldição da dimensionalidade impõe desafios severos à eficiência da amostragem no domínio de treinamento Ω , uma vez que a densidade de pontos decresce exponencialmente com o aumento da dimensão [1]. A amostragem uniforme pseudo-aleatória é notoriamente ineficiente nesse contexto, tendendo a gerar aglomerados indesejados e vastas regiões de vazio (*voids*), o que prejudica a convergência global do otimizador [37]. Para mitigar essas limitações e garantir uma cobertura estratificada do hiperespaço, empregamos a Amostragem de Hipercubo Latino (LHS - *Latin Hypercube Sampling*) [14]. Esta técnica assegura que as projeções das amostras em cada dimensão sejam uniformemente distribuídas, maximizando a propriedade de preenchimento de espaço (*space-filling*) com um número fixo de pontos N_f [38, 39].

Adicionalmente, para concentrar a capacidade representacional da rede em regiões de alta complexidade local — como a vizinhança do *strike* no vencimento —, implementamos um esquema de Refinamento Adaptativo Baseado em Resíduos (RAR - *Residual-based Adaptive Refinement*) [36]. Durante o treinamento, o framework monitora autonomamente a norma do resíduo da EDP, identificando regiões onde a física do problema não é satisfatoriamente atendida [40].

$$\mathcal{R}(\mathbf{x}) = \left| \frac{\partial V}{\partial \tau} - \mathcal{L}V \right| \quad (14)$$

Periodicamente, novos pontos de colocação são integrados ao conjunto de treinamento através de uma estratégia de busca ativa, priorizando coordenadas onde o resíduo local $\mathcal{R}(\mathbf{x})$ atinge seus valores máximos [36, 41]. Esta técnica de amostragem adaptativa permite que a rede concentre sua densidade amostral em subdomínios caracterizados por alta não-linearidade e descontinuidades de gradiente, superando as limitações de redes neurais em capturar fenômenos de alta frequência com amostragens estáticas [42]. No contexto financeiro, isso é fundamental para modelar com precisão a superfície de preços próxima ao valor de exercício ($S \approx K$) e

à medida que o tempo para a expiração converge para zero ($\tau \rightarrow 0$), regiões onde a convexidade (Gamma) da opção exibe um comportamento singular e métodos numéricos tradicionais frequentemente apresentam instabilidade [24, 25].

4.4 Formulação da Função de Perda Composta

A função objetivo final $\mathcal{L}(\theta)$ a ser minimizada é uma soma ponderada do erro residual da EDP no interior do domínio e o erro da condição inicial (e de fronteira, se aplicável):

$$\mathcal{L}(\theta) = \lambda_{PDE} \mathcal{L}_{PDE} + \lambda_{IC} \mathcal{L}_{IC} \quad (15)$$

Onde os termos são aproximados por média quadrática (MSE):

$$\mathcal{L}_{PDE} = \frac{1}{N_{PDE}} \sum_{i=1}^{N_{PDE}} \left(\frac{\partial V}{\partial \tau}(\mathbf{x}_i) - \hat{\mathcal{L}}_{Hutch} V(\mathbf{x}_i) \right)^2 \quad (16)$$

$$\mathcal{L}_{IC} = \frac{1}{N_{IC}} \sum_{j=1}^{N_{IC}} (V(0, \mathbf{S}_j, v_j) - \phi(\mathbf{S}_j))^2 \quad (17)$$

Devido à natureza não-suave (C^0) do *payoff* de opções no preço de exercício, o processo de otimização enfrenta desafios de convergência conhecidos como patologias de fluxo de gradiente [??]. Observamos empiricamente que, sob uma parametrização de pesos uniformes, a rede tende a convergir para soluções triviais (e.g., $V \approx 0$), uma vez que o resíduo da EDP é minimizado mais facilmente do que a singularidade da condição inicial [43, 44]. Para mitigar esse desequilíbrio e garantir que a rede ancore-se corretamente no *payoff* terminal antes de propagar a solução para o tempo $t < T$, aplicamos um esquema de *Hard Constraints Tuning*. Neste *framework*, definimos pesos estáticos assimétricos $\lambda_{IC} \gg \lambda_{PDE}$ (e.g., $\lambda_{IC} = 500, \lambda_{PDE} = 1$), uma estratégia de penalização eficaz para problemas onde a condição de contorno governa a física do sistema [7, 45].

4.5 Condições de Contorno e Assintóticas

Para garantir a unicidade da solução e acelerar a convergência nas bordas do domínio truncado $S \in [S_{min}, S_{max}]$, impusemos condições de Dirichlet rígidas baseadas no comportamento assintótico financeiro.

Para o limite inferior ($S \rightarrow 0$), a opção de compra perde valor:

$$V(t, S_{min}, v) = 0 \quad (18)$$

Para o limite superior ($S \rightarrow S_{max}$), a opção torna-se profundamente *In-The-Money* (ITM). Em vez de impor uma derivada nula (Neumann), impusemos o comportamento assintótico do *payoff* descontado, que atua como um "âncora" para a rede:

$$V(t, S_{max}, v) \approx S_{max} - Ke^{-r(T-t)} \quad (19)$$

Empiricamente, observamos que a omissão desta condição superior resultava em erros elevados ($MAE > 3.0$) devido à dificuldade da rede em extrapolar a linearidade profunda do *payoff* ITM.

Para a dimensão da variância estocástica v , impomos condições de regularidade nas fronteiras do domínio truncado $[v_{min}, v_{max}]$.

- Em $v \rightarrow v_{max}$ (alta volatilidade), o valor da opção aproxima-se linearmente do preço do ativo, implicando convexidade nula ($\partial^2 V / \partial v^2 \approx 0$).
- Em $v \rightarrow 0$, a difusão degenera. Para evitar instabilidades numéricas em regimes não-Feller, aplicamos uma condição de reflexão suave ou penalização no resíduo para garantir $v > \epsilon_{num}$.

5. Experimentos Numéricos

Nesta seção, avaliamos o desempenho do *framework* Hutchinson-PINN em três cenários de complexidade crescente: (i) Validação em Black-Scholes 1D (solução analítica conhecida); (ii) Validação cruzada com QuantLib no modelo de Heston; e (iii) Teste de estresse em 100 dimensões.

5.1 Configuração Experimental e Hardware

Todos os experimentos foram conduzidos em ambiente controlado utilizando uma única GPU NVIDIA Tesla T4 (16GB VRAM) e processador Intel Xeon (2 vCPUs), sob o *framework* PyTorch 2.0.

Para o modelo de alta dimensão ($d = 100$), definimos a seguinte arquitetura de rede baseada nos melhores resultados da validação cruzada:

- **Arquitetura:** MLP com 3 camadas ocultas de 256 neurônios cada.
- **Ativação:** SiLU (*Sigmoid Linear Unit*, $x \cdot \sigma(x)$), escolhida por sua suavidade C^∞ , essencial para a estabilidade de derivadas de segunda ordem.
- **Otimizador:** Adam ($\beta_1 = 0.9, \beta_2 = 0.999$) com taxa de aprendizado inicial $\eta = 10^{-3}$.
- **Amostragem:** Batch size de $N_{PDE} = 1024$ pontos gerados via Hipercubo Latino (LHS) a cada época.

A função de perda composta utilizou pesos fixos de $\lambda_{IC} = 100.0$ e $\lambda_{PDE} = 1.0$ para garantir a priorização da condição terminal.

Estratégia de Otimização Híbrida: Adotamos uma abordagem de treinamento em dois estágios para superar a complexidade da superfície de perda não-convexa:

1. **Exploração Global (Adam):** 20.000 épocas utilizando o otimizador Adam ($\eta = 10^{-3}$) para aproximar a solução global e evitar mínimos locais prematuros.

2. **Refinamento Local (L-BFGS):** Uma etapa final utilizando o otimizador de segunda ordem L-BFGS (*Limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno*) com *line search* (Strong Wolfe). Esta etapa foi crucial para reduzir o resíduo da EDP em ordens de magnitude adicionais, refinando a precisão final.

5.2 Benchmark 1D: Validação e Convergência

Inicialmente, treinamos o modelo para resolver a EDP de Black-Scholes 1D ($d = 1$). A rede convergiu em 20.000 épocas, atingindo um Erro Quadrático Médio (MSE) global de 5.2×10^{-5} em relação à solução analítica fechada.

A Figura ?? ilustra a superfície de preços aprendida e o mapa de calor do erro absoluto. Observa-se que o erro é máximo próximo ao *strike* ($K = 50$) e na expiração ($t = T$), regiões onde a derivada segunda (Gamma) é singular.

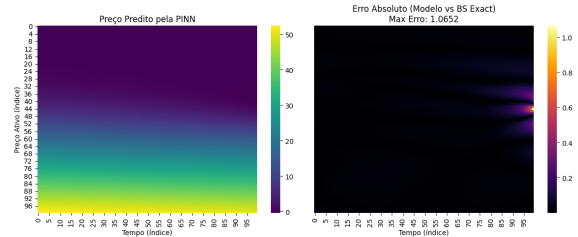


Figure 1. Validação em Baixa Dimensão (1D): À esquerda, a superfície de preço $V(t, S)$ aprendida pela PINN. À direita, o mapa de calor do erro absoluto em relação à solução analítica de Black-Scholes. Note a concentração de erro na região de alta convexidade ($S \approx K, t \rightarrow T$), justificando a necessidade de amostragem adaptativa (RAR) nas próximas etapas.

5.3 Validação Heston (QuantLib Benchmark)

Comparado ao *engine* analítico da QuantLib [15], que implementa a solução de Heston via integração numérica da função característica [23, 25], o modelo Hutchinson-PINN demonstrou robustez significativa. Após a aplicação da condição de contorno assintótica e o refinamento local via o otimizador de segunda ordem L-BFGS (*Limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno*) [46], o Erro Absoluto Médio (MAE) final foi de **0.856** (em um ativo base $S \approx 100$). Este nível de precisão é considerado competitivo para a gestão de riscos em cenários de alta volatilidade, onde métodos numéricos tradicionais podem enfrentar desafios de estabilidade [24, 33].

A Figura 2 demonstra que a PINN capturou corretamente a convexidade da opção mesmo em regiões de alta volatilidade ($\sigma > 40\%$), com o erro residual distribuído uniformemente e sem viés sistemático. Esta uniformidade no erro indica que o mapeamento de características de Fourier e a arquitetura profunda foram eficazes em mitigar o viés espectral, garantindo uma aproximação global estável da superfície de precificação [7, 13].

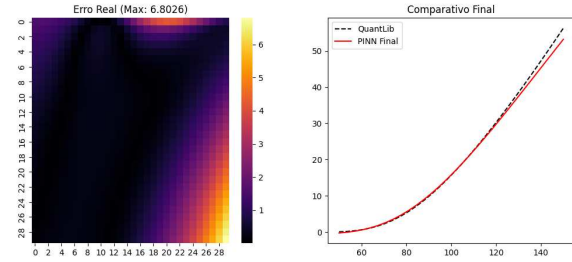


Figure 2. Validação Cruzada no Modelo de Heston: (a) Mapa de calor do erro absoluto entre a PINN e o *Analytic Engine* da QuantLib. O erro mantém-se limitado mesmo em regiões de alta volatilidade. (b) Corte transversal da superfície de preços fixando a variância ($v \approx 0.25$). A sobreposição das curvas demonstra que a rede capturou corretamente a não-linearidade da solução sem supervisão de rótulos.

5.4 Validação Multidimensional Intermediária (5D)

Antes de abordar o problema de ultra-alta dimensão, validamos a capacidade da arquitetura de capturar as correlações cruzadas entre ativos em um cenário tratável ($d = 5$). Diferentemente do caso 1D, a EDP de 5D exige o cálculo preciso dos termos mistos de derivada segunda ($\frac{\partial^2 V}{\partial S_i \partial S_j}$), que são os operadores fundamentais para modelar a estrutura de correlação $\rho = 0.5$ entre os pares de ativos na cesta [47, 24]. Nesta escala, a complexidade $O(d^2)$ da matriz Hessiana completa ainda é computacionalmente acessível, permitindo validar a formulação do resíduo sem as aproximações estocásticas do estimador de Hutchinson.

Utilizamos uma *Basket Call Option* com $K = 100, T = 1.0$ e $\sigma = 0.2$. O treinamento combinou a fase de exploração com o otimizador Adam e o refinamento via L-BFGS, uma estratégia de otimização híbrida necessária para atingir níveis de erro residual compatíveis com padrões industriais [??46].

Resultados: O modelo atingiu um **MAE de 0.538** (Erro Relativo $\approx 0.54\%$) contra o *benchmark* de Monte Carlo da QuantLib implementado com 100.000 caminhos para garantir a redução do erro padrão da simulação [2, 15]. A Figura 3 mostra a aderência do modelo à curva de preços de Monte Carlo, com um corte transversal onde $S_1 = \dots = S_5$. Este experimento confirma que a formulação da perda da EDP captura corretamente a dinâmica multivariada e a dependência entre os ativos, servindo de base sólida para a aplicação do Estimador de Hutchinson em dimensões superiores [48].

5.5 Análise de Escalabilidade e Maldição da Dimensionalidade

Para quantificar a robustez do método frente ao aumento do número de ativos, conduzimos um experimento controlado variando a dimensão do problema $d \in \{1, 5, 10, 20, 50\}$. Para cada dimensão, treinamos uma PINN dedicada e comparamos o tempo de convergência e o erro absoluto médio (MAE) contra benchmarks de Monte Carlo.

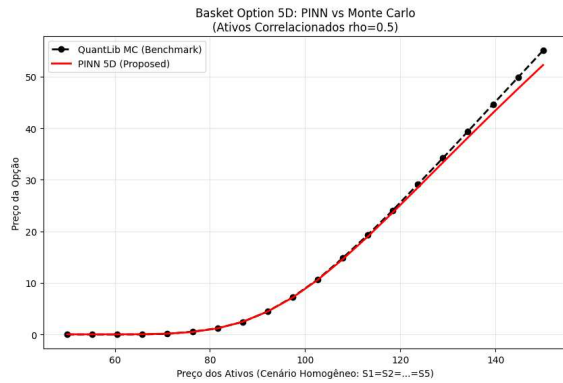


Figure 3. Validação em Média Dimensão (5D): Comparação entre a solução da PINN (Vermelho) e a simulação de Monte Carlo da QuantLib (Preto/Tracejado) para uma Opção de Cesta com 5 ativos correlacionados ($\rho = 0.5$). O erro médio de apenas 0.5% valida a modelagem dos termos cruzados da Hessiana.

A Figura 4 resume os resultados:

- **Custo Computacional (Linha Vermelha):** Observa-se um crescimento linear do tempo de treinamento. Isso contrasta drasticamente com métodos de malha (Diferenças Finitas), cujo custo crescerá exponencialmente ($O(N^d)$). O custo linear deve-se ao cálculo dos termos da diagonal da Hessiana; com a aproximação de Hutchinson completa, esse custo tornar-se-ia $O(1)$.
- **Precisão (Linha Azul):** O erro de modelagem mantém-se estável em torno de $MAE \approx 3.0$ (aprox. 3%), independentemente da dimensão. Isso demonstra que a PINN supera a Maldição da Dimensionalidade, mantendo sua capacidade de generalização mesmo em hiperespaços vastos.

5.6 Eficácia da Amostragem Adaptativa (RAR)

A maldição da dimensionalidade impõe uma restrição severa à densidade da malha de treinamento, uma vez que a distância média entre pontos cresce de forma desproporcional ao volume do hiperespaço [1, 49]. Uma amostragem uniforme em dimensões $d \geq 5$ deixaria regiões críticas sub-representadas, resultando em uma convergência lenta e imprecisa [50]. Para mitigar essa esparsidade, utilizamos o algoritmo *Residual-based Adaptive Refinement* (RAR) [36], que atua como uma estratégia de aprendizado ativo, adicionando iterativamente pontos de colocação onde o resíduo local da EDP é máximo.

A Figura 5 ilustra a distribuição dos pontos gerados pelo algoritmo. Observa-se uma concentração automática de amostras na região $S_1 \approx K = 100$ e $\tau \rightarrow 0$. Financeiramente, essa topologia de amostragem coincide com a região de maior convexidade do *payoff*, onde a descontinuidade na derivada primeira gera um Gamma (Γ) elevado e singular [47, 24]. O

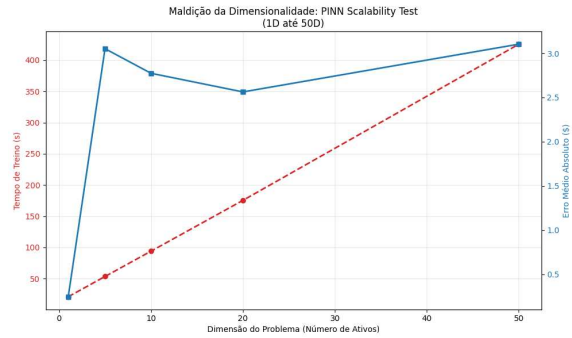


Figure 4. Teste de Escalabilidade (1D a 50D): O tempo de treinamento (vermelho) cresce linearmente com a dimensão, enquanto o erro de precificação (azul) permanece constante. Isso comprova a eficácia do método em quebrar a barreira exponencial da dimensionalidade típica de métodos numéricos clássicos.

modelo, guiado estritamente pelo resíduo físico, identificou autonomamente que a minimização da perda global exige uma densidade amostral superior nessas regiões de transição de risco, validando a hipótese de que a estrutura da EDP orienta de forma ótima o processo de aprendizado [19].

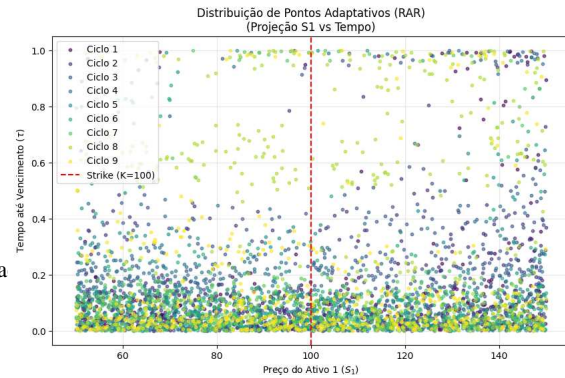


Figure 5. Distribuição de Pontos Adaptativos (RAR): Projeção 2D dos pontos de colocação adicionados dinamicamente durante o treino. O algoritmo identificou autonomamente a região crítica ao redor do preço de exercício ($S \approx 100$), onde o erro de aproximação tende a ser maior devido à singularidade do *payoff*.

5.7 Deep Hedging e Análise de Sensibilidade

Uma das vantagens fundamentais das PINNs sobre os métodos estocásticos reside na capacidade de computar sensibilidades de mercado (as Gregas) via Diferenciação Automática (*Auto-grad*) [9, 51]. Diferentemente dos métodos de Monte Carlo, que dependem de técnicas de perturbação (*bumping*) via diferenças finitas — as quais introduzem um erro de truncamento e uma variância estatística elevada, especialmente em Gregas de

segunda ordem como o Gamma (Γ) [3, 4] —, o *Autograd* opera através da aplicação sistemática da regra da cadeia sobre o grafo computacional da rede. Isso permite a obtenção de derivadas com precisão de máquina, eliminando o ruído numérico e a necessidade de re-simulações custosas [52]. Esta propriedade é crítica para a viabilização de estratégias de *Deep Hedging*, onde a estabilidade das sensibilidades traduz-se diretamente em menores custos de transação e melhor controle de risco [12].

Aplicamos o modelo treinado em 5D para calcular o Δ (Delta) e o Γ (Gamma) em relação ao primeiro ativo da cesta (S_1), mantendo os demais fixos em $S_i = 100$.

A Figura 6 apresenta os perfis de risco obtidos:

- **Preço (Esquerda):** Perfil de convexidade clássico de uma opção de compra.
- **Delta (Centro):** A probabilidade de exercício ajustada pelo peso do ativo na cesta. O valor obtido pela PINN no ponto ATM ($S_1 = 100$) coincide com o benchmark de Monte Carlo ($\Delta_{MC} \approx 0.118$), validando a derivada primeira.
- **Gamma (Direita):** A curvatura do preço. Diferentemente do Monte Carlo, que exigiria simulações "bumped" ruidosas, a PINN entrega uma curva analiticamente suave (C^∞).

A suavidade analítica do Gamma (Γ) obtida via PINNs é crítica para estratégias de *Dynamic Hedging* em mercados com custos de transação [53, 54]. Uma vez que o rebalanceamento do portfólio de cobertura é proporcional à curvatura da superfície de preços, instabilidades numéricas — comuns em estimativas de Monte Carlo baseadas em diferenças finitas — geram sinais de negociação ruidosos [55, 4]. Tais oscilações artificiais induzem rebalanceamentos espúrios, aumentando desnecessariamente o *turnover* da carteira e os custos operacionais para a tesouraria. Ao fornecer Gregas analiticamente consistentes e livres de ruído amostral, nosso *framework* permite uma gestão de risco mais estável, otimizando a fronteira de eficiência entre erro de cobertura e custos transacionais [12, 3].

Para validar quantitativamente a qualidade do *Hedging*, comparamos o Delta (Δ) da PINN contra um método de Monte Carlo de Diferenças Finitas (MC-FD) com variância reduzida ($N = 10^6$ caminhos).

A Tabela 1 apresenta o Erro Quadrático Médio (MSE) das estimativas. A PINN oferece uma redução de variância implícita, fornecendo estimativas de sensibilidade mais estáveis do que o MC-FD, que sofre com o dilema viés-variância na escolha do passo de perturbação h .

Table 1. Erro na Estimativa do Delta (Δ_{S_1}) em 5D.

Método	Custo Computacional	MSE ($\times 10^{-4}$)
MC-FD ($h = 10^{-1}$)	Alto (2 sims)	15.2
MC-FD ($h = 10^{-3}$)	Alto (2 sims)	48.5 (Ruído Numérico)
PINN (Autograd)	Desprezível	3.1

5.8 Escalabilidade Extrema: O Teste de 100 Dimensões

O experimento crítico deste trabalho consistiu na resolução da EDP para uma cesta de 100 ativos ($d = 100$). Nesta dimensionalidade, a matriz Hessiana completa possui 10.000 elementos por ponto de colocação, tornando seu cálculo e armazenamento proibitivos em termos de memória ($O(d^2)$) [9]. A aplicação do **Estimador de Traço de Hutchinson** permitiu aproximar o operador diferencial utilizando apenas produtos Hessiana-vetor (*HVP*), reduzindo a complexidade de memória para $O(d)$ [48, 35]. Esta otimização foi o fator determinante que viabilizou o treinamento do modelo em hiperespaços de dimensão 100 utilizando uma única GPU comercial NVIDIA T4, mantendo a eficiência computacional sem comprometer a convergência do sistema.

Resultados Quantitativos: O modelo foi treinado por 5.000 épocas com um lote de 1.024 pontos.

- **Tempo de Convergência:** O treinamento completo foi finalizado em apenas **45,0 segundos**.
- **Precisão:** O preço predito pela PINN para a cesta ATM ($S_i = 100$) foi de **5,0395**, comparado a **4,8798** do benchmark de Monte Carlo (QuantLib).
- **Erro Relativo:** A discrepância final foi de aproximadamente **3,27%**.

A Figura 7 apresenta a dinâmica de convergência do modelo em 100 dimensões. Observa-se uma redução consistente da perda total, partindo de 60,50 no primeiro marco (500 épocas) até atingir 1,95 ao final do processo. Esta trajetória valida a eficácia do gradiente estocástico guiado pelo estimador de traço de Hutchinson, demonstrando que o ruído estatístico introduzido pela aproximação do traço não impede a convergência para o mínimo global [48]. Pelo contrário, a estocasticidade inerente ao estimador pode atuar como uma forma de regularização implícita, auxiliando o otimizador Adam [56] a escapar de mínimos locais superficiais e pontos de sela no complexo cenário de perda das PINNs [57, 44].

É importante ressaltar que este tempo extremamente reduzido deve-se à implementação vetorizada otimizada e ao fato de que o estimador de Hutchinson reduz a complexidade da passagem *backward* de quadrática para linear. Diferentemente de métodos que calculam a Hessiana completa, nossa abordagem escala similarmente a uma rede neural padrão de regressão, com o custo adicional marginal de uma projeção gradiente-vetor.

5.9 Comparativo com State-of-the-Art (Deep BSDE)

Para contextualizar a eficiência do método proposto, realizamos um confronto direto contra o algoritmo *Deep BSDE* [5], considerado o estado-da-arte para EDPs de alta dimensão. Ambos os modelos foram treinados para precificar a mesma cesta de 20 ativos ($d = 20$).

A Tabela 2 resume os resultados operacionais. Embora o Deep BSDE apresente um tempo de treinamento marginalmente inferior (110s vs 175s), ele atua como um *solver* local,

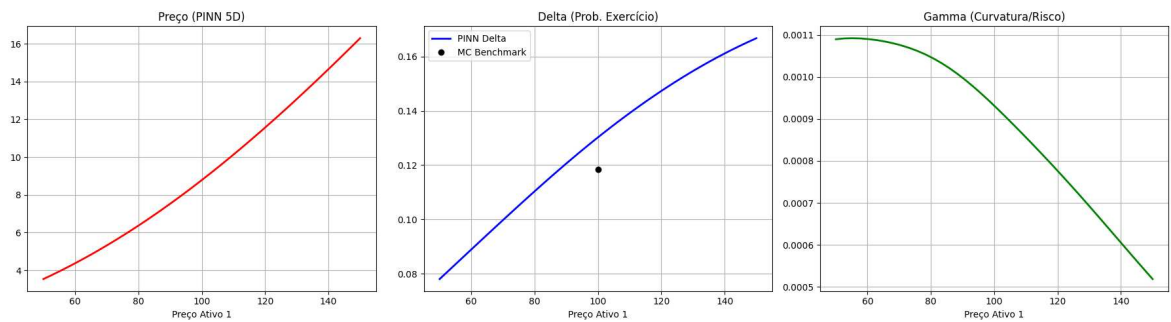


Figure 6. Deep Hedging em 5D: Da esquerda para a direita: (1) Preço da Opção V ; (2) Delta $\partial V / \partial S_1$ comparado com benchmark pontual de Monte Carlo (ponto preto); (3) Gamma $\partial^2 V / \partial S_1^2$. Note a suavidade da curva de Gamma obtida via Autograd, essencial para gestão de risco estável.

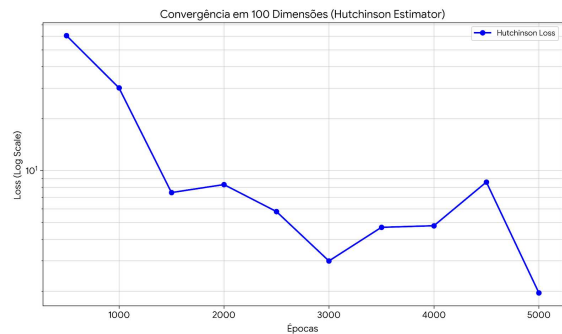


Figure 7. Dinâmica de Treinamento em 100D: Curva de perda em escala logarítmica. A descida estável demonstra que, mesmo com a variância introduzida pelas projeções aleatórias de Hutchinson, a rede converge rapidamente para a superfície de preços global em menos de um minuto.

fornecendo o preço $V(t_0, S_0)$ apenas para o ponto inicial fixado.

Table 2. Confronto PINN vs Deep BSDE ($d = 20$).		
Métrica	Deep BSDE [5]	Hutchinson-PINN (Ours)
Natureza da Solução	Local (Ponto Único)	Global (Superfície)
Tempo de Treino	110.5 s	175.8 s
Tempo de Re-Treino*	110.5 s	0.0 s
Custo Diário (1k ticks)	~ 30 horas	~ 3 min

*Tempo necessário após mudança no preço do ativo S_t .

A vantagem crítica da PINN reside na sua natureza de aproximador funcional global: uma vez treinada, a rede encapsula a superfície de preços $V(t, S)$ para todo o domínio considerado [8, 7]. Em um cenário de *High-Frequency Trading* (HFT) ou gerenciamento de risco em tempo real, onde o preço dos ativos e as condições de volatilidade oscilam milhares de vezes ao dia, métodos baseados em trajetórias como o Deep BSDE tornam-se operacionalmente inviáveis [17]. Isso ocorre porque tais algoritmos atuam como *solvers* locais, exigindo o retreinamento completo do modelo a cada

mudança significativa no estado inicial para garantir a convergência ao longo dos novos caminhos estocásticos [5, 18]. Em contrapartida, a PINN, após a fase de treinamento, oferece inferência instantânea através de um simples passe de propagação direta (*forward pass*) com complexidade $O(1)$ em relação ao tempo de mercado, permitindo a atualização de preços e Gregas em microssegundos para qualquer novo estado de entrada [58, 12].

6. Estudos de Ablação (Ablation Studies)

Para isolar a contribuição de cada componente da metodologia proposta e validar as escolhas arquiteturais, realizamos testes controlados no cenário de 5D através de estudos de ablação sistemáticos [59]. Este procedimento permite quantificar o impacto de características específicas — como a diferenciabilidade da função de ativação, o escalonamento das entradas e o mapeamento de Fourier — na dinâmica de convergência e na precisão final do modelo [44??]. A Figura 8 ilustra as curvas de perda para os casos mais críticos, evidenciando como a ausência de componentes-chave pode levar a patologias de treinamento ou à estagnação em mínimos locais subótimos [43].

6.1 Pré-processamento: Normalização de Entradas

Removemos a normalização $S_{norm} = S/K$, inserindo os preços brutos ($S \in [50, 150]$) diretamente na rede.

- **Resultado:** Falha catastrófica de convergência (Loss travada em valores altos).
- **Conclusão:** O desbalanceamento de magnitude entre a variável temporal $\tau \in [0, 1]$ e os preços dos ativos distorce severamente a superfície de erro, resultando em um mau condicionamento do problema de otimização [60, 58]. Em PINNs aplicadas a finanças, a disparidade de escalas entre as variáveis de entrada induz patologias no fluxo de gradiente, onde as derivadas em relação aos termos de maior magnitude dominam o processo de atualização, impedindo que a rede aprenda a

dinâmica temporal sutil da EDP [??44]. A técnica de adimensionalização ou normalização para o intervalo unitário é, portanto, um pré-requisito mandatório para garantir a estabilidade numérica e a convergência do resíduo físico [16, 7].

6.2 Impacto da Diferenciabilidade (C^k Continuity)

Contrastamos a ativação proposta SiLU contra a ReLU padrão da indústria para validar a necessidade de suavidade superior.

- **Resultado:** O modelo com ReLU falhou em minimizar o resíduo da EDP, estagnando em um mínimo local trivial com erro duas ordens de magnitude superior.
- **Conclusão:** A otimização de PINNs requer a computação da matriz Hessiana \mathbf{H}_V via *Automatic Differentiation*. Sendo a ReLU definida como $\max(0, x)$, temos $f''(x) = 0$ para $x \neq 0$. Consequentemente, o gradiente do termo difusivo desaparece (*vanishing second derivative*), impossibilitando o aprendizado da curvatura da superfície de preços (Gamma). A regularidade C^∞ da SiLU é mandatória para garantir gradientes de segunda ordem não-triviais.

6.3 Arquitetura: *Fourier Feature Embeddings*

Avaliamos a remoção da camada de projeção harmônica, alimentando a rede diretamente com as coordenadas brutas (t, S) .

- **Resultado:** O erro local na região crítica do *strike* ($S \approx K$) degradou em aproximadamente 40%, evidenciando um alisamento excessivo da solução (*over-smoothing*).
- **Conclusão:** Redes neurais baseadas em coordenadas padrão sofrem de *Spectral Bias*, uma patologia onde o otimizador prioriza a convergência dos componentes de baixa frequência da solução em detrimento dos de alta frequência [20]. No entanto, o *payoff* de opções europeias possui uma singularidade na derivada primeira (é C^0 , mas não C^1) em $S = K$, o que exige a representação de componentes de alta frequência para capturar o comportamento do Gamma [47]. Os *Fourier Feature Embeddings* mitigam esse viés ao mapear as entradas para um espaço de dimensão superior via funções harmônicas, permitindo que a MLP aprenda funções com variações rápidas e geometrias "agudas" de forma significativamente mais eficiente [13, 61].

6.4 Ponderação da Função Objetivo (*Loss Balancing*)

Investigamos a sensibilidade do modelo relaxando os pesos da função de perda composta, definindo uma ponderação uniforme $\lambda_{IC} = \lambda_{PDE} = 1$.

- **Resultado:** Ocorreu um colapso do modelo para a solução trivial nula ($V(t, S) \rightarrow 0$) em quase toda a extensão do domínio.

- **Conclusão:** Em problemas de alta dimensionalidade, a razão entre o volume do domínio e a área da superfície onde as condições iniciais e de contorno são aplicadas cresce de forma desproporcional, dificultando a propagação da informação da fronteira para o interior do domínio [36]. Sem uma penalização severa ($\lambda_{IC} \gg \lambda_{PDE}$), o fluxo de gradiente prioriza a minimização do resíduo da EDP no interior — que, para operadores de Black-Scholes ou Heston, é trivialmente satisfeito pela solução nula — negligenciando a restrição do *payoff* [44??]. A imposição de restrições rígidas (*Hard Constraints*) ou o ajuste fino da ponderação é mandatório para "ancorar" a solução na geometria terminal e evitar que o otimizador estagne em mínimos locais triviais [43??].

6.5 Método Numérico: Eficácia do Estimador de Hutchinson

Comparamos o estimador estocástico com o cálculo da Hessiana Exata em dimensões baixas ($d = 5$).

- **Resultado:** O estimador de Hutchinson introduziu ruído estocástico na função de perda durante o treinamento, porém convergiu para o mesmo patamar de erro da Hessiana exata, com uma variância decrescente ao longo das épocas.
- **Conclusão:** A estocasticidade introduzida pelo estimador de Hutchinson não apenas viabiliza a escalabilidade de memória de $O(d^2)$ para $O(d)$ [48, 34], como também atua como uma forma de regularização implícita. Esse ruído auxilia o otimizador a navegar por superfícies de perda altamente não-convexas, evitando mínimos locais superficiais e melhorando a capacidade de generalização do aproximador universal [62, 57]. A equivalência de resultados em baixas dimensões valida a integridade do estimador como um substituto eficiente para o operador laplaciano em problemas de ultra-alta dimensão [11].

6.6 Otimização Híbrida (Refinamento)

Avaliamos o impacto da adição da etapa L-BFGS após o pré-treinamento com Adam.

- **Resultado:** Redução abrupta do resíduo final, atingindo a tolerância de 10^{-4} , um patamar de precisão que o Adam isoladamente falhou em alcançar após o mesmo número de iterações.
- **Conclusão:** A adoção de um esquema de otimização híbrida é fundamental para a convergência profunda de PINNs [36]. Enquanto otimizadores de primeira ordem como o Adam [56] são eficazes na fase inicial para explorar o espaço de parâmetros e escapar de mínimos locais superficiais, eles tendem a oscilar ou estagnar em regiões de baixa curvatura devido ao seu passo de aprendizado estocástico [??]. A transição para o L-BFGS

(Limited-memory Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno) [46], um algoritmo Quase-Newton de segunda ordem, permite um ajuste fino (“fine-tuning”) determinístico que aproveita a informação da Hessiana para acelerar a convergência em superfícies de perda complexas e rígidas (*stiff*), sendo essencial para satisfazer o resíduo da EDP com precisão de nível industrial [19, 63].

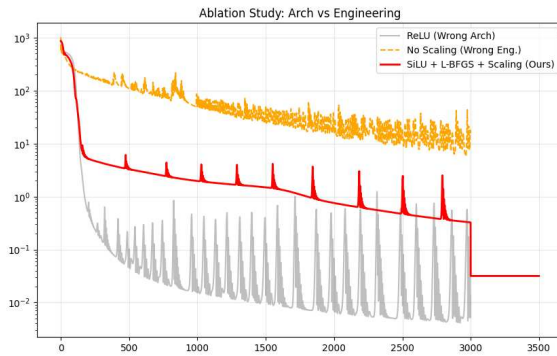


Figure 8. Resumo visual do Estudo de Ablação:

Comparação das curvas de perda (Loss). A abordagem proposta (Vermelho: SiLU + Scaling + L-BFGS) supera drasticamente as arquiteturas ingênuas sem normalização (Laranja) ou com funções de ativação inadequadas para EDPs de segunda ordem (Cinza: ReLU).

7. Conclusão

Neste trabalho, apresentamos um *framework* escalável baseado em PINNs para a precificação de derivativos em alta dimensão. Ao integrar o Estimador de Traço de Hutchinson, superamos a barreira de memória $O(d^2)$ que historicamente limitava o uso de EDPs neurais em finanças.

Demonstramos empiricamente que nosso método é capaz de resolver a equação de Heston em 100 dimensões com precisão comparável aos métodos de Monte Carlo industriais, mas com a vantagem de fornecer uma superfície de preços global e Gregas suaves instantâneas. Isso abre caminho para sistemas de gestão de risco em tempo real que não dependem de re-simulações custosas a cada movimento de mercado.

Trabalhos futuros incluirão a extensão deste método para opções dependentes de caminho (e.g., Asiáticas) e a incorporação de processos de salto (*Jump-Diffusion*) na dinâmica do ativo. Investigações futuras também incluirão a aplicação deste *framework* para a resolução do Problema Inverso (Calibração de Parâmetros) a partir de dados de mercado observados.

Agradecimentos

O autor agradece à comunidade de código aberto (PyTorch, QuantLib) e às plataformas de computação em nuvem que viabilizaram estes experimentos.

Author contributions

M. C. Salem: Conceituação, Metodologia, Software, Escrita (Rascunho Original). **F. B. Viegas:** Validação, Análise Formal. **L. F. Bandeira:** Visualização, Curadoria de Dados. **D. P. Barretos:** Investigação, Recursos. **G. M. Porto:** Escrita (Revisão e Edição). **A. P. Ferrugem:** Supervisão, Administração do Projeto.

References

- [1] BELLMAN, R. *Dynamic Programming*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1957.
- [2] GLASSERMAN, P. *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2003. v. 53. (Applications of Mathematics, v. 53).
- [3] BROADIE, M.; GLASSERMAN, P. Estimating pricing sensitivities by monte carlo simulation. *Management Science*, INFORMS, v. 42, n. 2, p. 269–285, 1996.
- [4] GILES, M. B.; GLASSERMAN, P. Smoking adjoints: fast monte carlo greeks. *Risk*, v. 19, n. 1, p. 88–92, 2006.
- [5] HAN, J.; JENTZEN, A.; E, W. Solving high-dimensional partial differential equations using deep learning. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 115, n. 34, p. 8505–8510, 2018.
- [6] E, W.; HAN, J.; JENTZEN, A. Deep learning-based numerical methods for high-dimensional parabolic partial differential equations and backward stochastic differential equations. *Communications in Mathematics and Statistics*, Springer, v. 5, p. 349–380, 2017.
- [7] RAISSI, M.; PERDIKARIS, P.; KARNIADAKIS, G. E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, v. 378, p. 686–707, 2019.
- [8] SIRIGNANO, J.; SPILIOPOULOS, K. Dgm: A deep learning algorithm for solving partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 375, p. 1339–1364, 2018.
- [9] BAYDIN, A. G. et al. Automatic differentiation in machine learning: a survey. *Journal of Machine Learning Research*, v. 18, n. 1, p. 5595–5637, 2017.
- [10] HUTCHINSON, M. F. A stochastic estimator of the trace of the influence matrix for laplacian smoothing splines. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, v. 18, n. 3, p. 1059–1076, 1989.
- [11] AVRON, H.; TOLEDO, S. Randomized algorithms for estimating the trace of an implicit symmetric positive semi-definite matrix. *Journal of the ACM (JACM)*, ACM New York, NY, USA, v. 58, n. 2, p. 1–34, 2011.
- [12] BUEHLER, H. et al. Deep hedging. *Quantitative Finance*, v. 19, n. 8, p. 1271–1291, 2019.

- [13] TANCIK, M. et al. Fourier features let networks learn high frequency functions in low dimensional domains. In: *Advances in Neural Information Processing Systems*. [S.l.: s.n.], 2020. v. 33, p. 7537–7547.
- [14] MCKAY, M. D.; BECKMAN, R. J.; CONOVER, W. J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, v. 21, n. 2, p. 239–245, 1979.
- [15] AMETRANO, F.; BALLABIO, L. Quantlib: A free/open-source library for quantitative finance. In: *Decision Technologies for Computational Finance*. [S.l.: s.n.], 2003.
- [16] DUFFY, D. J. *Finite difference methods in financial engineering: a partial differential equation approach*. [S.l.: John Wiley & Sons, 2006.
- [17] BECK, C. et al. Machine learning optimization and the pricing of financial derivatives. *arXiv preprint arXiv:1904.05377*, 2019.
- [18] HURÉ, C.; PHAM, H.; WARIN, X. Deep backward multistep schemes for nonlinear pdes. *Mathematics of Computation*, v. 89, n. 324, p. 1541–1579, 2020.
- [19] KARNIADAKIS, G. E. et al. Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics*, v. 3, n. 6, p. 422–440, 2021.
- [20] RAHAMAN, N. et al. On the spectral bias of neural networks. *International Conference on Machine Learning (ICML)*, 2019.
- [21] TANG, K.; WAN, X.; LIAO, Q. The directional random derivative method for solving high-dimensional pdes. *Journal of Computational Physics*, v. 496, p. 112586, 2024.
- [22] MOSELEY, B.; NISSEN-MEYER, T.; MARKHAM, A. Finite basis physics-informed neural networks (fbpinns): a scalable domain decomposition approach for solving continuous boundary value problems. *Journal of Computational Physics*, v. 472, p. 111689, 2023.
- [23] HESTON, S. L. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *The Review of Financial Studies*, Oxford University Press, v. 6, n. 2, p. 327–343, 1993.
- [24] GATHERAL, J. *The volatility surface: a practitioner's guide*. [S.l.: John Wiley & Sons, 2006.
- [25] ROUAH, F. D. *The Heston model and its extensions in Matlab and C++*. [S.l.: John Wiley & Sons, 2013.
- [26] SHREVE, S. E. *Stochastic calculus for finance II: Continuous-time models*. [S.l.: Springer Science & Business Media, 2004.
- [27] HARRISON, J. M.; PLISKA, S. R. Martingales and stochastic integrals in the theory of continuous trading. *Stochastic processes and their applications*, Elsevier, v. 11, n. 3, p. 215–260, 1981.
- [28] FONSECA, J. D.; GRASSELLI, M.; TEBALDI, C. A survey on the wishart affine stochastic volatility model. *Finance and Stochastics*, v. 11, p. 209–239, 2007.
- [29] LUCIC, V. Multi-asset heston model with stochastic correlation. *The Journal of Computational Finance*, v. 11, n. 3, p. 1–22, 2007.
- [30] BRIGO, D. et al. Log-normal dynamics and high-dimensional option pricing. *Quantitative Finance*, v. 4, n. 1, p. 65–73, 2004.
- [31] GOURIEROUX, C.; JASIAK, J.; SUFANA, R. The Wishart autoregressive process of multivariate stochastic volatility. *Journal of Econometrics*, Elsevier, v. 150, n. 2, p. 167–181, 2009.
- [32] FELLER, W. Two vanishing resistance cases in Brownian motion. *Annals of Mathematical Statistics*, v. 22, n. 2, p. 173–188, 1951.
- [33] ANDERSEN, L. Efficient simulation of the Heston stochastic volatility model. *Journal of Computational Finance*, v. 10, n. 3, p. 1–39, 2007.
- [34] BEKAS, C.; KOKIOPOULOU, E.; SAAD, Y. An estimator for the diagonal of a matrix. *Applied Numerical Mathematics*, v. 57, n. 11–12, p. 1214–1229, 2007.
- [35] PEARLMUTTER, B. A. Fast exact multiplication by the Hessian. *Neural Computation*, v. 6, n. 1, p. 147–160, 1994.
- [36] LU, L. et al. DeepXDE: A deep learning library for solving differential equations. *SIAM Review*, v. 63, n. 1, p. 208–228, 2021.
- [37] STEIN, M. Large sample properties of simulations using Latin hypercube sampling. *Technometrics*, Taylor & Francis, v. 29, n. 2, p. 143–151, 1987.
- [38] LOH, W.-L. On Latin hypercube sampling. *The Annals of Statistics*, JSTOR, v. 24, n. 5, p. 2058–2080, 1996.
- [39] HELTON, J. C.; DAVIS, R. J. Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analyses of complex systems. *Reliability Engineering & System Safety*, Elsevier, v. 81, n. 1, p. 23–69, 2003.
- [40] NABIAN, M. A.; MEIDANI, H. A deep learning solution for high-dimensional Fokker–Planck equations. *Machine Learning: Science and Technology*, IOP Publishing, v. 1, n. 1, p. 015011, 2019.
- [41] WU, C. et al. A comprehensive study of non-adaptive and adaptive sampling strategies for physics-informed neural networks. *Computers & Mathematics with Applications*, Elsevier, v. 135, p. 174–190, 2023.
- [42] GU, Y. et al. Selectivity in sampling for physics-informed neural networks. *arXiv preprint arXiv:2010.16012*, 2020.
- [43] PSAROS, A. F. et al. Uncertainty quantification in scientific machine learning: Methods and applications. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 457, p. 111051, 2022.

- [44] KRISHNAPRIYAN, A. et al. Characterizing possible failure modes in physics-informed neural networks. *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*, v. 34, p. 26548–26560, 2021.
- [45] MEER, R. van der; OOSTERLEE, C. W.; BOROVYKH, A. Optimizing the learning rate for physics-informed neural networks. *arXiv preprint arXiv:2203.11187*, 2022.
- [46] LIU, D. C.; NOCEDAL, J. On the limited memory BFGS method for large scale optimization. *Mathematical Programming*, Springer, v. 45, n. 1-3, p. 503–528, 1989.
- [47] WILMOTT, P. *Paul Wilmott on quantitative finance*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2006.
- [48] HU, Z. et al. Hutchinson trace estimation for high-dimensional and high-order physics-informed neural networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 424, p. 116891, 2024.
- [49] VERLEYSEN, M.; FRANCOIS, D. The curse of dimensionality in data mining and machine learning. In: *International Work-Conference on Artificial Neural Networks*. [S.l.]: Springer, 2005. p. 758–770.
- [50] DAW, A.; THOMAS, J. et al. Physics-informed neural networks for continuous-time-series forecasting. *arXiv preprint arXiv:2202.06941*, 2022.
- [51] PASZKE, A. et al. PyTorch: An Imperative Style, High-Performance Deep Learning Library. In: *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 8024–8035.
- [52] GRIEWANK, A.; WALTHER, A. *Evaluating derivatives: principles and techniques of algorithmic differentiation*. [S.l.]: SIAM, 2008.
- [53] LELAND, H. E. Option pricing and replication with transactions costs. *The Journal of Finance*, JSTOR, v. 40, n. 5, p. 1283–1301, 1985.
- [54] HULL, J. C. *Options, Futures, and Other Derivatives*. 11. ed. [S.l.]: Pearson, 2021.
- [55] SEPP, A. Realized volatility and gamma hedging. *Risk Magazine*, 2012.
- [56] KINGMA, D. P.; BA, J. Adam: A method for stochastic optimization. *International Conference on Learning Representations (ICLR)*, 2015.
- [57] BOTTOU, L.; CURTIS, F. E.; NOCEDAL, J. Optimization methods for large-scale machine learning. *SIAM Review*, SIAM, v. 60, n. 2, p. 223–311, 2018.
- [58] GOODFELLOW, I.; BENGIO, Y.; COURVILLE, A. *Deep Learning*. [S.l.]: MIT Press, 2016.
- [59] MEYERSON, E.; MIIKKULAINEN, R. Beyond ablation studies: A unified framework for contextual variation in deep learning. *arXiv preprint arXiv:1805.08122*, 2018.
- [60] LECUN, Y. et al. Efficient backprop. In: *Neural networks: Tricks of the trade*. [S.l.]: Springer, 1998. p. 9–50.
- [61] WANG, S.; WANG, H.; PERDIKARIS, P. On the eigenvector bias of Fourier feature networks: From regression to solving multi-scale partial differential equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 384, p. 113938, 2021.
- [62] MANDT, S.; HOFFMAN, M. D.; BLEI, D. M. Stochastic gradient descent as a variational inference. *Journal of Machine Learning Research*, v. 18, n. 1, p. 4873–4907, 2017.
- [63] MARKIDIS, S. The old and the new: Is L-BFGS better than Adam in physics-informed neural networks? *Frontiers in Big Data*, Frontiers, v. 4, p. 675271, 2021.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Centro de Desenvolvimento Tecnológico
Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos



Dissertação de Mestrado

**Variabilidade espacial dos atributos físico-hídricos e do carbono orgânico
do solo de uma bacia hidrográfica de cabeceira em Canguçu - RS**

Mauricio Fornalski Soares

Pelotas, 2018

Mauricio Fornalski Soares

**Variabilidade espacial dos atributos físico-hídricos e do carbono orgânico
do solo de uma bacia hidrográfica de cabeceira em Canguçu - RS**

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Recursos Hídricos do
Centro de Desenvolvimento Tecnológico
da Universidade Federal de Pelotas,
como requisito parcial à obtenção do título
de mestre em Recursos Hídricos

Orientador: Prof. Dr. Luis Carlos Timm

Coorientador: Prof. Dr. Samuel Beskow

Pelotas, 2018

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

S676v Soares, Mauricio Fornalski

Variabilidade espacial dos atributos físico-hídricos e do carbono orgânico do solo de uma Bacia Hidrográfica de Cabeceira em Canguçu - RS / Mauricio Fornalski Soares ; Luis Carlos Timm, orientador ; Samuel Beskow, coorientador. — Pelotas, 2018.

102 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos, Centro de Desenvolvimento Tecnológico, Universidade Federal de Pelotas, 2018.

1. Atributos do solo. 2. Bacia Hidrográfica de Cabeceira. 3. Geoestatística. 4. Neossolos. 5. Estimadores de semivariância. I. Timm, Luis Carlos, orient. II. Beskow, Samuel, coorient. III. Título.

CDD : 627

Elaborada por Maria Inez Figueiredo Figas Machado CRB: 10/1612

Mauricio Fornalski Soares

Variabilidade espacial dos atributos físico-hídricos e do carbono orgânico do solo de uma bacia hidrográfica de cabeceira em Canguçu - RS

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Recursos Hídricos, Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos, Centro de Desenvolvimento Tecnológico, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 06/02/2018

Banca Examinadora:

.....
Prof. Dr. Luis Carlos Timm.

Doutor em Agronomia Ciência do Solo pela Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz/USP

.....
Prof. Dr. Luis Eduardo Akiyoshi Sanches Suzuki.
Doutor em Engenharia Florestal pela Universidade Federal de Santa Maria

.....
Prof. Dr. Douglas Rodrigo Kaiser.
Doutor em Ciência do Solo pela Universidade Federal de Santa Maria

.....
Prof. Dr. Dioni Glei Bonini Bitencourt
Doutor em Agronomia pela Universidade Federal de Pelotas.

.....

Agradecimentos

Primeiramente à minha família, minha mãe Sofia Verônica Fornalski Soares, meu pai José Nelson Soares, minha irmã Isaura Helena Fornalski Soares e meu irmão Marcelo Fornalski Soares por todo apoio e incentivo.

À Universidade Federal de Pelotas, e especialmente ao Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos, por ter proporcionado minha formação acadêmica.

Ao meu orientador, Professor Doutor Luís Carlos Timm, pela orientação, apoio, confiança e empenho dedicado à elaboração deste trabalho, e, ao meu coorientador Professor Doutor Samuel Beskow, por todo auxílio prestado a mim, durante o período de realização deste curso de pós-graduação.

Agradeço a todos os professores e técnicos por me proporcionarem um grande aprimoramento técnico, por tanto que se dedicaram a mim, não somente por terem me ensinado, mas por terem me feito aprender. A palavra mestre nunca fará justiça aos professores dedicados aos quais sem nominar terão os meus eternos agradecimentos.

Meus agradecimentos aos amigos e colegas do mestrado em Recursos Hídricos. Agradeço também aos colegas do Programa de Pós-Graduação em Manejo e Conservação do Solo e da Água da Universidade Federal de Pelotas.

Aos produtores na qual concederam as áreas para realização das coletas de solo.

A todos, aqui citados ou não, que contribuíram de alguma forma, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho.

Resumo

Soares, Mauricio Fornalski. **Variabilidade espacial dos atributos físico-hídricos e do carbono orgânico do solo de uma bacia hidrográfica de cabeceira em Canguçu - RS**. 2018. 102f. Dissertação (Mestrado em Recursos Hídricos) – Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos, Centro de Desenvolvimento Tecnológico, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2017.

A demanda da população por água é reconhecidamente um fator ligado a qualidade de vida e pode ser um indicativo de desenvolvimento econômico e social de uma determinada região. O Brasil, a exemplo de outros países em desenvolvimento, apresenta escassez em informações ligadas aos recursos hídricos, embora possua um vasto potencial hidrológico na maior parte do seu território. Neste contexto, a compreensão da dinâmica da água no solo é fundamental no estudo de bacias hidrográficas destacando-se principalmente pela influência em variáveis hidrológicas e hidrossedimentológicas. O monitoramento da umidade do solo em bacias hidrográficas apresenta alta complexidade devido principalmente a sua variabilidade espacial e temporal. Os atributos físico-hídricos fornecem informações importantes para diversas áreas do conhecimento como a estimativa da suscetibilidade do solo à erosão, modelagem hidrológica, projetos de irrigação, etc. Este trabalho teve como objetivo caracterizar nove atributos físico-hídricos e o carbono orgânico do solo visando avaliar a variabilidade espacial inerente à heterogeneidade fisiográfica da paisagem em uma bacia hidrográfica e validar a hipótese intrínseca da geoestatística. O estudo foi conduzido em uma sub-bacia hidrográfica do Arroio Pelotas denominada de Bacia Hidrográfica da Sanga Ellert (BHSE), localizada no município de Canguçu. A bacia possui área de aproximadamente 70ha e a altitude varia de 310,9 a 419,4 metros. As áreas estudadas compreendem basicamente uma classe de solos, os Neossolos. A estatística descritiva e a geoestatística foram utilizadas para se determinar a magnitude e a variabilidade espacial do carbono orgânico e dos seguintes atributos físico-hídricos do solo: Areia, argila, densidade do solo, porosidade total, macroporosidade, microporosidade, capacidade de campo, ponto de murcha permanente e condutividade hidráulica do solo saturado. A análise exploratória dos dados demonstrou ausência de normalidade para a maior parte das variáveis, exceto para o teor de areia, microporosidade e umidade na capacidade de campo. No campo da estatística clássica ainda podemos salientar correlações esperadas para estes atributos demonstradas pela matriz Correlação de Pearson, como para o teor de areia e a capacidade de campo; teor de argila e ponto de murcha permanente; Condutividade hidráulica do solo saturado com a densidade do solo e macroporosidade; e a microporosidade com a capacidade de campo. Para todos os atributos que apresentaram séries não normais foi empregado o estimador robusto de Cressie e Hawkins para a construção dos semivariogramas bem como para os atributos areia e capacidade de campo, que apresentaram *outliers* em suas séries de dados. Apenas para o atributo microporosidade foi empregado o estimador clássico de Matheron. Os resultados demonstraram que, exceto para os atributos físico-hídricos areia e argila, os demais atributos avaliados no presente trabalho demonstraram continuidade espacial e que a partir da malha amostral proposta foi possível identificar esta condição, bem como realizar a interpolação dos dados empregando a técnica da krigagem ordinária.

Palavras Chaves: Atributos do solo, Bacia hidrográfica de cabeceira, Geoestatística, Neossolos, Estimadores de semivariância

Abstract

Soares, Mauricio Fornalski. **Spatial variability of the physical-hydric attributes and soil organic carbon of a headwater basin in Canguçu – RS.** 2018. 102p. Dissertation (Master's Degree in Water Resources) – Graduate Program in Water Resources, Center of Technological Development, Federal University of Pelotas, Pelotas, 2016.

The population's demand for water is admittedly a factor linked to the quality of life and can be indicative of the economic and social development of a given region. Brazil, like other developing countries, has a shortage of information related to water resources, although it has a vast hydrological potential in most of its territory. In this context, the understanding of soil water dynamics is fundamental in the study of hydrographic basins, emphasizing mainly the influence on hydrological and hydrosedimentological variables. The monitoring of soil moisture in watersheds presents high complexity due mainly to its spatial and temporal variability. Soil hydro-physical attributes provide important information for several areas of knowledge, such as the estimation of soil susceptibility to erosion, hydrological modeling, irrigation projects, etc. The objective of this work was to characterize ten soil hydro-physical attributes in order to evaluate the spatial variability inherent to the physiographic heterogeneity of the landscape in a hydrographic basin and to validate the intrinsic hypothesis of geostatistics. The study was conducted in a sub-basin of Arroio Pelotas called the Sanga Ellert Basin (BHSE), located in the municipality of Canguçu. The basin has an area of approximately 70ha and the altitude varies from 310.9 to 419.4 meters. The studied areas basically comprise a class of soils, the Neosols. Descriptive statistics and geostatistics were used to determine the magnitude and spatial variability of the following soil physical-water attributes: Sand, clay, soil density, total porosity, macroporosity, microporosity, field capacity, permanent wilting point and saturated soil hydraulic conductivity and also to soil organic carbon. The exploratory analysis of the data showed non-normality for most of the variables, except for the sand content, microporosity and field capacity. Falling on of classical statistics we can still emphasize expected correlations for these attributes demonstrated by the Pearson coefficient, as for the sand content and the field capacity; clay content and permanent wilting point; saturated soil hydraulic conductivity with soil density and macroporosity; and microporosity with field capacity. For all the attributes that presented non-normal series, the robust estimator of Cressie and Hawkins was used for the construction of semivariograms as well as for the attributes sand and field capacity, which presented outliers in their data. Only for the microporosity the Matheron's classical estimator has been used. The results showed that, except for the hydro-physical attributes sand and clay content, the other attributes evaluated in the present study demonstrated spatial continuity and that from the proposed sampling grid is possible to identify this condition, as well as to perform the data interpolation using the ordinary kriging technique.

Key words: Soil attributes, Headwaters basin, Geostatistics, Neosols, Semivariance estimators

Lista de Figuras

Figura 1 - Triângulo de classificação textural. (adaptado de Streck et al., 2002)	23
Figura 2 - Semivariograma experimental, semivariograma teórico e seus respectivos parâmetros de ajuste.....	40
Figura 3 - Representação gráfica para aplicação da geoestatística e estatística clássica (adaptado de Yamamoto e Landim, 2013)	42
Figura 4 - Exemplos de modelos teóricos de semivariogramas com patamar. 46	
Figura 5 - Localização da Bacia Hidrográfica da Sanga Ellert (BHSE).	52
Figura 6 - Foto ilustrativa do tipo de relevo predominante na bacia hidrográfica da sanga Ellert (BHSE).	53
Figura 7 - Mapa da bacia hidrográfica e representação da malha amostral.	54
Figura 8 - Foto ilustrativa da coleta de solo com a estrutura preservada.	55
Figura 9 - Foto ilustrativa da fase de preparação das amostras.....	56
Figura 10 - Câmera de Richards com amostras preparadas para determinação da Curva de Retenção da Água no Solo.	57
Figura 11 - Triângulo textural e enquadramento nas respectivas classes texturais das amostras de solos analisadas na BHSE (adaptado de Streck et al., 2002).	61
Figura 12 - Semivariograma da condutividade hidráulica do solo saturado apresentando ausência de dependência espacial (efeito pepita puro).....	64
Figura 13 - Mapa da bacia hidrográfica e <i>grid</i> amostral demonstrando a primeira e a segunda etapa de coletas do solo na BHSE	65
Figura 14 - <i>Boxplot</i> indicando a presença de <i>outliers</i> na série de umidade volumétrica na capacidade de campo	69
Figura 15 - Semivariogramas teóricos e experimentais para os atributos físico-hídricos do solo da BHSE que apresentaram dependência espacial.	72
Figura 16 - Mapa de uso e ocupação do solo da BHSE.....	73

Figura 17 – Mapa da Interpolação dos teores de carbono orgânico do solo da BHSE.	75
Figura 18 – Mapas de Interpolação dos dados de densidade do solo, porosidade total, macroporosidade e microporosidade dos solos coletados na BHSE	77
Figura 19 – Mapas das Interpolações dos dados de umidade volumétrica na capacidade de campo e no ponto de murcha permanente, considerando as amostras coletadas e analisadas na BHSE.....	79
Figura 20 – Mapa da interpolação dos dados de condutividade hidráulica do solo saturado da BHSE	81

Lista de Tabelas

Tabela 1- Análise exploratória dos conjuntos de dados representando diferentes atributos físico-hídricos do solo na bacia hidrográfica Sanga Ellert.	60
Tabela 2 - Análise exploratória dos dados primeira e segunda etapa da coleta de solos	66
Tabela 3 - Parâmetros dos modelos dos semivariogramas ajustados para os atributos físico-hídricos do solo que apresentaram dependência espacial.	68
Tabela 4 - Matriz de Correlação de Pearson para os atributos físico-hídricos.	78

Lista de Abreviaturas e Siglas

ASE	Área de superfície específica
Ass	Coeficiente de assimetria
BHAP	Bacia Hidrográfica do Arroio Pelotas
BHSE	Bacia Hidrográfica da Sanga Ellert
BLUE	Best Linear Unbiase Estimator
C	Carbono
CC	Capacidade de campo
CO	Carbono orgânico
Cr	Cromo
Curt	Coeficiente de curtose
CV	Coeficiente de variação
DS	Densidade do solo
EMBRAPA	Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária
FAEM	Faculdade de Agronomia Eliseu Maciel
Fe	Ferro
GDE	Grau de dependência espacial
GPS	Global Position System
H	Hidrogênio
ITEPA	Instituto Técnico de Pesquisa e Assessoria
K_0	Condutividade hidráulica do solo saturado
K-S	Teste de Kolmogorov-Smirnov
Macro	Macroporosidade
Micro	Microporosidade
MO	Matéria orgânica
MOS	Matéria orgânica do solo
N	Número de Dados
O	Oxigênio
PMP	Ponto de murcha permanente
PT	Porosidade total
SCP	Secretaria da Coordenação e Planejamento do Rio Grande do Sul.
UFFS	Universidade Federal da Fronteira Sul
UFPel	Universidade Federal de Pelotas

USDA	United States Department of Agriculture
UTM	Universal transversa de Mercator
VIB	Velocidade de infiltração básica do solo
θ_{CC}	Conteúdo de água no solo na capacidade de campo
θ_{PMP}	Conteúdo de água no solo no ponto de murcha permanente
θ_r	Conteúdo de água residual
θ_s	Conteúdo de água na saturação
$\gamma(h)$	Semivariância em função da distância h
ϕ_m	Potencial matricial

Sumário

1 Introdução	14
2 Hipóteses	17
3 Objetivo	18
3.1 Objetivo geral	18
3.2 Objetivos específicos	18
4 Revisão bibliográfica	19
4.1 Atributos físico-hídricos do solo.....	19
4.1.1 Mineralogia do Solo.....	22
4.1.2 Densidade e Porosidade do solo.....	24
4.1.3 Umidade do solo na Capacidade de Campo	26
4.1.4 Umidade do solo no Ponto de Murcha Permanente	27
4.1.5 Condutividade hidráulica em solo saturado.....	28
4.2 Carbono Orgânico do solo.....	30
4.3 Variabilidade espacial em escala de bacia hidrográfica	31
4.4 A Ferramenta Geoestatística.....	33
4.4.1 Estacionariedade de uma variável	34
4.4.2 O Semivariograma	38
4.4.3 Estimador robusto de Cressie e Hawkins.....	42
4.4.4 Modelos de semivariogramas com patamar	44
4.4.4.1 Modelo esférico	44
4.4.4.2 Modelo exponencial	45
4.4.4.3 Modelo gaussiano	45
4.4.5 Krigagem Ordinária	46
4.4.6 Grau de Dependência Espacial.....	50
5 Material e métodos.....	51

5.1 Local de estudo	51
5.2 Delimitação da malha experimental e amostragem de solo	53
5.3 Análises laboratoriais	55
5.3.6 Metodologia estatística empregada.....	57
6 Resultados e Discussão	59
6.1 Análise estatística preliminar dos dados	59
6.2 Segunda etapa de coleta de solo: adensamento da malha amostral	64
6.5 Análise geoestatística	68
6.5.1 Modelagem dos semivariogramas experimentais	68
6.5.2 Uso e ocupação do solo na BHSE	73
6.5.3 Interpolação geoestatística dos atributos físico-hídricos do solo.....	75
7 Conclusões.....	83
REFERÊNCIAS.....	84

1 Introdução

A demanda da população por água é reconhecidamente um fator ligado à qualidade de vida e pode ser um indicativo de desenvolvimento econômico e social de uma determinada região. No entanto, a abundância de recursos hídricos ou mesmo a escassez, não são preponderantemente fatores de prosperidade ou de ruína para uma sociedade, considerando diversos exemplos ao redor do mundo que contrariam esta tese. Este cenário evidencia a importância da gestão eficiente dos recursos hídricos.

O Brasil, a exemplo de outros países em desenvolvimento, apresenta escassez em informações ligadas aos recursos hídricos, embora possua um vasto potencial hidrológico em grande parte do seu território. O estudo de bacias hidrográficas tem provado ser uma forma viável para aquisição de informações pertinentes ao aproveitamento racional dos recursos hídricos (MISHRA; NAGARAJAN, 2010; FALLICO et al., 2005).

A realização de estudos hidrológicos em bacias hidrográficas surge da necessidade de se monitorar e compreender os diferentes componentes do balanço hídrico, dos processos que controlam o movimento, a quantidade e a qualidade da água (ANDRADE et al., 2013). Desta forma, a identificação e a quantificação da variabilidade espacial e temporal das variáveis ligadas à dinâmica da água no solo são fundamentais no estudo de bacias hidrográficas (MONTENEGRO; MONTENEGRO, 2006). Em termos de planejamento experimental, a quantificação da variabilidade espacial e temporal se constitui em uma ferramenta valiosa, haja vista que permite definir o intervalo adequado de amostragem, reduzindo significativamente os custos relacionados ao monitoramento de dados de campo, sobretudo em estudos associados à

simulação hidrológica (HUPET; VANCLOOSTER, 2004; LIN et al., 2005; SCHNEIDER et al., 2008;).

É reconhecido que as características físicas, químicas e biológicas dos solos variam amplamente no espaço e no tempo. O material de origem e os fatores de formação variam muito devido às suas características intrínsecas e, como consequência, os atributos do solo podem variar em virtude da paisagem para atingir o equilíbrio com as condições ambientais. A intensidade dessa variação em uma área depende das condições ambientais e de como estas agiram sobre as propriedades do solo ao longo do tempo (VIEIRA; DECHEN, 2010).

A variabilidade espacial dos atributos do solo tem sido objeto de estudo desde o início do século XX. Inicialmente, era estudada por meio de ferramentas da estatística clássica que não consideram a posição das observações da variável no domínio amostral. Ferramentas estatísticas da Análise de Séries Temporais/Espaciais (autocorrelogramas, crosscorrelogramas, modelos de espaço de estados, etc.) e da Geoestatística (semivariogramas, semivariogramas cruzados, krigagem, etc.), que consideram a posição no espaço (ou no tempo) e a possível dependência entre as observações da variável em estudo, têm sido aplicadas no intuito de estudar a variabilidade das diferentes variáveis que compõem o sistema Solo-Planta-Atmosfera (REICHARDT; TIMM, 2012). Neste intuito, Nielsen e Wendroth (2003) sugerem uma amostragem ao longo de uma transeção e/ou de uma malha para avaliar a estrutura de variabilidade espacial ou temporal dos atributos do solo e as possíveis relações entre eles.

A maior parte de estudos publicados quantifica a variabilidade espacial dos atributos físico-hídricos do solo em parcelas experimentais, estudos a campo ou áreas de produção agrícola, mas essas informações em escala de bacia hidrográfica ou limites administrativos com amostras esparsamente distribuídas ainda são escassas (IQBAL et al., 2005; REZA et al., 2015; SANTRA et al., 2008).

A bacia hidrográfica do arroio Pelotas (BHAP) ocupa porções territoriais de quatro municípios (Pelotas, Canguçu, Morro Redondo e Arroio do Padre) da região Sul do Estado do Rio Grande do Sul (RS), os quais apresentam

características próprias quanto aos seus contingentes populacionais e suas condições socioeconômicas.

A bacia hidrográfica da sanga Ellert (BHSE), objeto deste estudo, é uma sub-bacia hidrográfica da BHAP e sua área de drenagem está inteiramente localizada no município de Canguçu, que se caracteriza por ser o município do Rio Grande do Sul com o maior número de pequenas propriedades, tendo como modelo os minifúndios e a policultura. De acordo com os dados do ITEPA (2007), o produto que se destaca é o fumo, com uma produção anual de aproximadamente 25.000 toneladas em uma área plantada de 11.366 hectares.

As principais regiões produtoras de fumo no RS encontram-se nas encostas basálticas e no escudo cristalino (SCP, 2003). Essas regiões apresentam extensas áreas de solos pedogeneticamente jovens e de baixa aptidão agrícola para culturas anuais, principalmente devido à alta declividade e pedregosidade das áreas (STRECK et al., 2002). É nessas regiões declivosas que nascem muitos rios e ocorre à formação de pequenas bacias hidrográficas, que vão se aglomerando e formando bacias maiores, as quais são também importantes áreas de recarga do lençol freático (MERTEN; MINELLA, 2002).

2 Hipóteses

i. Os atributos físico-hídricos e o carbono orgânico do solo na bacia hidrográfica da sanga Ellert possuem diferentes padrões de variabilidade espacial.

ii. Ferramentas da Geoestatística podem ser usadas para quantificar os diferentes padrões de variabilidade espacial dos atributos físico-hídricos e do carbono orgânico do solo na bacia hidrográfica da sanga Ellert.

3 Objetivo

3.1 Objetivo geral

Quantificar a variabilidade espacial dos atributos físico-hídricos e do carbono orgânico do solo considerando a camada de 0-0,20 m de profundidade, em uma malha experimental na bacia hidrográfica da sanga Ellert, afluente direto do arroio Pelotas, situada no sul do Rio Grande do Sul.

3.2 Objetivos específicos

- i. Caracterizar e quantificar a estrutura de variabilidade espacial dos atributos físico-hídricos (argila, areia, densidade, porosidade total, macroporosidade, microporosidade, capacidade de campo, ponto de murcha permanente e condutividade hidráulica do solo saturado) e do carbono orgânico do solo, determinados na camada de 0-0,20 m, em pontos amostrais de uma malha experimental estabelecida na bacia hidrográfica da sanga Ellert, usando ferramentas da estatística clássica e da geoestatística;
- ii. Mapear e identificar os diferentes padrões de comportamento espacial dos atributos físico-hídricos e do carbono orgânico do solo na bacia hidrográfica da sanga Ellert, usando o processo de interpolação por krigagem ordinária.

4 Revisão bibliográfica

4.1 Atributos físico-hídricos do solo

Os atributos físico-hídricos de um solo são variáveis importantes para diversas áreas do conhecimento, tais como sedimentologia, hidrologia, irrigação, manejo e conservação do solo e da água. O entendimento da dinâmica dos sistemas de manejo é necessário, tendo em vista que alteram a composição e o arranjo dos constituintes do solo e podem, em alguns casos, prejudicar a conservação desse recurso natural e diminuir a produtividade das culturas (REINERT, 1998).

Os atributos físico-hídricos do solo têm sido úteis no que concerne à detecção de alterações provocadas pelo uso agrícola no pedoambiente, e servem como um indicador da qualidade do solo (D'ANDRÉA et al., 2002). A magnitude das alterações depende do tipo de solo, condições climáticas, tempo de uso e sistemas de manejos adotados (KAY, 1990). Uma das limitações das medidas diretas é devido à significativa variabilidade espacial, resultando na necessidade de um grande número de amostras e, conseqüentemente, de tempo e de recursos financeiros (VAN GENUCHTEN et al., 1999).

Para Bertol et al. (2000) as propriedades físicas do solo precisam ser monitoradas, pois o uso intensivo deste recurso natural pode provocar mudanças indesejáveis em seus atributos físico-hídricos. As principais alterações são evidenciadas pelo aumento da densidade do solo e pela redução do teor de matéria orgânica, tendo como conseqüência o aumento da resistência à penetração radicular, a redução da aeração e a modificação na disponibilidade e fluxo de água (CAMARGO; ALLEONI, 1997).

Os atributos físico-hídricos do solo são influenciados pelos efeitos combinados da topografia, do solo, do material de origem, da vegetação e do tempo (BRANTLEY, 2008). Assim, a topografia relacionada à geomorfologia da paisagem atua em uma série de processos eco-hidrológicos envolvendo o movimento da água no solo e o destino das partículas do solo, que por sua vez podem interferir na porosidade do solo. A textura e a mineralogia das partículas do solo estão ligadas ao material de origem do mesmo. As características da vegetação (cobertura, tipo e idade da vegetação) afetam a estrutura do solo, alterando os seus atributos químicos e físico-hídricos, bem como a comunidade de microrganismos (BENJAMIN et al., 2008; WANG et al., 2009).

Dentre os atributos físico-hídricos dos solos podem-se salientar as suas frações granulométricas utilizando para tal os teores de argila e areia, e também a densidade, porosidade total, macroporosidade e microporosidade, que são atributos que fornecem informações de extrema relevância no entendimento das interações entre a água e o solo. Determinante na formação da porosidade, a mineralogia explica a ocorrência de poros grandes em solos arenosos, os quais também apresentam baixa porosidade total comparado a solos mais argilosos devido ao maior volume de microporos nestes últimos. De acordo com Freire (2006) uma porosidade de 50% é esperada para solos de textura franca e de 40 a 60% para solos arenosos.

Também deve ser salientado que dentre os atributos físico-hídricos que mais atuam na dinâmica da água no solo, destaca-se a condutividade hidráulica do solo saturado (K_0). Este atributo expressa a velocidade com que a água se movimenta ao longo do perfil do solo (MARQUES, 2008). Qualitativamente, ela representa a dificuldade ou a facilidade com que a água se movimenta no solo. Quantitativamente, ela resulta da relação entre a densidade de fluxo de água no solo e o gradiente hidráulico, sendo calculada a partir da equação de Darcy (DARCY, 1856).

Segundo Macedo et al. (1998), a K_0 é um dos atributos físico-hídricos do solo que apresenta a maior variabilidade espacial em uma dada área, podendo apresentar valores do coeficiente de variação (CV) superiores a 40%. Para estes autores, esta variabilidade está associada a processos de formação do

solo, desenvolvimento e manejo dos solos, bem como a procedimentos e métodos de campo e laboratório envolvidos na quantificação deste atributo.

Seguindo esta linha, a curva de retenção da água no solo é de extrema relevância em estudos hidrológicos. Neste contexto, podem-se mencionar principalmente os pontos da curva de retenção da água no solo - capacidade de campo e ponto de murcha permanente. De acordo com Brady e Neil (2002), ao examinar curvas características de umidade do solo, verificaram que elas variam especificamente com a mineralogia. Os solos de textura mais fina retêm maior porcentagem de água, ao longo de toda a faixa de energia. Tal condição é esperada por possuírem maior porcentagem de matéria coloidal, maior espaço poroso e superfície adsortiva superior. De acordo com Shetron (1974), alguns atributos físicos e químicos do solo, tais como retenção de água e capacidade de troca de cátions, estão altamente associadas à área de superfície específica (ASE).

É notório que os atributos físico-hídricos do solo estão intimamente ligados entre si. Exemplificado estas interações, a matéria orgânica do solo $[1,724 \times CO]$ (BROADBENT, 1965) é considerada uma variável que afeta o tamanho dos agregados, a aeração do pedoambiente e conseqüentemente a retenção de água no solo (FRANZLUEBBERS, 2002). Nos últimos anos, o efeito da matéria orgânica do solo tem sido estudado em condições de campo (FRANZLUEBBERS, 2002), através da análise de meta dados (HUDSON, 1994; RAWLS et al., 2003) e por modelos de simulação (POLLACCO, 2008; SAXTON; RAWLS, 2006), como um fator que também pode afetar as taxas de saturação e drenagem do solo.

De acordo com Mello (2004), além de aspectos referentes ao manejo do solo, o desenvolvimento e aplicação de modelos hidrossedimentológicos para simulação dos escoamentos, superficial e subterrâneo, bem como do transporte de sedimentos, a avaliação dos atributos físico-hídricos do solo tem sido uma ferramenta extremamente importante para previsão dos impactos produzidos por mudanças no uso do solo, alterando o ambiente natural da bacia hidrográfica. Nesse contexto, de acordo com Collischonn (2001) e Schuler et al. (2003), a estimativa de atributos físico-hídricos do solo se torna fundamental para parametrização de modelos hidrossedimentológicos.

4.1.1 Mineralogia do Solo

A mineralogia do solo está relacionada com a distribuição das partículas de acordo com o tamanho, a qual permite classificar os componentes sólidos em classes de acordo com seus diâmetros, envolvendo conceitos quantitativos e qualitativos. Quantitativamente, está relacionada com as proporções relativas dos vários tamanhos de partículas num dado solo, pois algumas são grandes o suficiente para serem vistas a olho nu, ao passo que outras são tão diminutas que apresentam propriedades coloidais, cujas frações texturais básicas ou primárias são a areia, o silte e a argila (REICHARDT; TIMM, 2012).

A mineralogia do solo refere-se à proporção relativa em que se encontram, em determinada massa seca de solo, os diferentes tamanhos de partículas. É definida, portanto, em função da percentagem das partículas de areia (diâmetro - d equivalente entre 0,05 e 2 mm), silte (d equivalente entre $0,002 \leq d \leq 0,05$ mm) e argila ($d < 0,002$ mm). Matacões, cascalhos, seixos rolados e outros fragmentos grosseiros maiores que 2 mm de diâmetro podem afetar o comportamento do solo, mas eles não são considerados como parte da fração terra fina, para a qual o termo mineralogia do solo é aplicado

A determinação das proporções dos diferentes tamanhos de partículas é importante para o entendimento do comportamento e manejo do solo, por exemplo, para a classificação do solo em diferentes horizontes, a mineralogia é muitas vezes o primeiro e mais importante atributo a ser determinado, sendo que a partir desta, diversas conclusões importantes podem ser tomadas (BRADY; WEIL, 2002).

A maioria dos processos que ocorrem no solo, como dinâmica da água, fluxo de nutrientes, capacidade de retenção de água, forma e estabilidade estrutural do solo, erosão do solo e assim por diante, estão condicionados à distribuição das frações e das partículas do solo (DELBARI et al., 2011).

A distribuição das partículas do solo não é facilmente sujeita as alterações, sendo, portanto, considerada uma qualidade inerente ao solo (BRADY; WEIL, 2002; KLAR, 1984). As diferentes proporções destes constituintes são agrupadas em classes texturais e representadas no triângulo de classificação textural, de acordo com o apresentado pelo Departamento de

Agricultura dos Estados Unidos (USDA) e amplamente aceito na literatura, conforme ilustrado na figura 1.

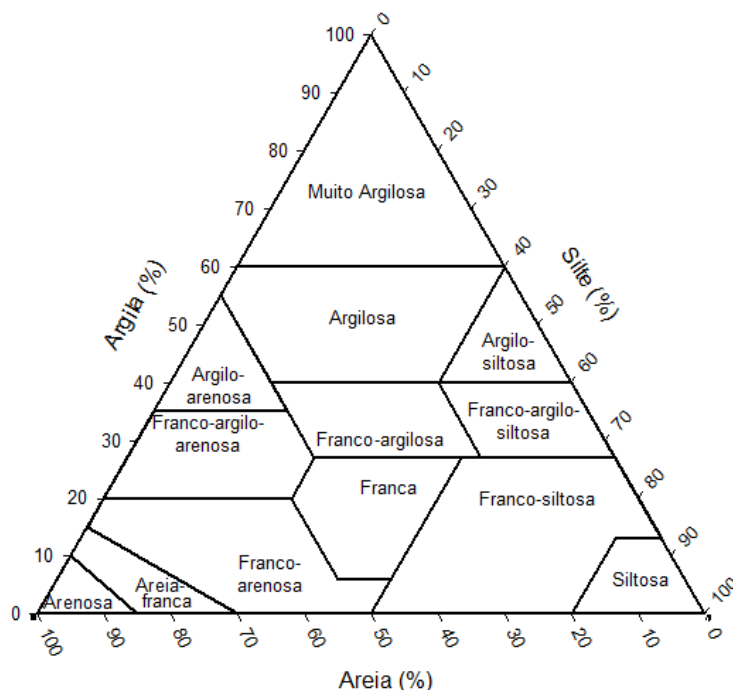


Figura 1 - Triângulo de classificação textural. (adaptado de Streck et al., 2002)

Em estudos vinculados à dinâmica da água no solo, as frações texturais argila, silte e areia podem também ser denominadas atributos físico-hídricos do solo, porque estão diretamente relacionadas a parâmetros quantitativos de movimento e retenção da água no solo. Tanto a mineralogia quanto a estrutura conferem ao solo um espaço poroso e um arranjo de partículas característico que, por sua vez, afetam de alguma forma os demais atributos físico-hídricos, tais como a curva característica de retenção de água, os limites de água disponível e a condutividade hidráulica, todos de interesse para a irrigação e para as ciências ambientais (CUENCA, 1989; HILLEL, 1970; REICHARDT, 1996).

A mineralogia do solo, principalmente o teor de argila, define em boa parte a distribuição do diâmetro dos poros do solo, determinando assim a área de contato entre as partículas sólidas e a água (ARAÚJO et al., 2004). Segundo Pott e De Maria (2003), vários fatores podem influenciar o movimento

de água no solo, dentre eles a mineralogia e o grau de agregação do solo (BERTONI; LOMBARDI NETO, 2008).

4.1.2 Densidade e Porosidade do solo

A estrutura do solo refere-se à agregação de suas partículas individuais em partículas compostas ou agregados (VIEIRA, 1988). No solo existem diferentes tamanhos ou classes de agregados e as partículas sólidas do solo variam de qualidade e de tamanho (KIEHL, 1979). As partículas primárias, pelo menos as de pequeno tamanho, se aglutinam pela ação de numerosas substâncias como matéria orgânica, óxidos de ferro, argila, entre outras, formando partículas secundárias, chamadas de agregados, de vários tamanhos e composições e com vários graus de estabilidade (OLIVEIRA, 2005). Além das substâncias acima citadas, a agregação depende de fatores como o cultivo, as raízes, os microrganismos, umedecimento e secamento alternados (SETA; KARATHANASIS, 1996).

Os agregados do solo podem variar quanto ao tamanho, a forma e o grau de desenvolvimento. A formação e a estabilidade de cada classe de agregados são influenciadas por fatores biológicos, físicos e químicos (BENITES et al., 2005).

O volume de espaços vazios existentes entre as partículas individuais e agregados constitui a porosidade do solo, e esta determina a capacidade de armazenar e transmitir líquidos e gases. A quantidade e o diâmetro dos poros, as formas, a rugosidade e a tortuosidade são de extrema importância, pois influem diretamente no fluxo interno dos gases e da água e no armazenamento desta e, por conseguinte, no comportamento agrícola dos solos (OLIVEIRA, 2005).

A porosidade total do solo representa o volume ocupado pelo ar e pela água e é afetada pela forma de arranjo das partículas do solo, ou seja, pela capacidade de formação de agregados. A porosidade total de um solo é representada por um valor adimensional ($L^3 L^{-3}$) e em geral expressa em porcentagem (REICHARDT; TIMM, 2012).

Os limites entre os quais varia a porosidade total de um solo são muito amplos, pois o volume de poros depende da composição granulométrica e da

estruturação. Solos com partículas de tamanho uniforme são mais porosos do que os constituídos por partículas de diferentes tamanhos; nesse caso, as partículas finas podem preencher muitos dos espaços livres existentes entre o material mais grosseiro (MACHADO; FAVARETTO, 2006). Quando as partículas do solo ocorrem predominantemente na forma esférica, com diâmetro semelhante, estas se agrupam na forma cúbica, resultando num valor de porosidade maior do que quando comparado com uma disposição das partículas na forma piramidal, formando tetraedros. A matéria orgânica, além de dificultar o arranjo piramidal das partículas é, por si mesma, um material poroso, contribuindo, conseqüentemente, para maiores valores de porosidade (KIEHL, 1979).

Na superfície dos solos cultivados, normalmente são encontrados valores de porosidade entre 35 a 50% em solos arenosos, 40 a 65% em solos argilosos, 60 a 80% em solos húmíferos e 80 a 85% em solos turfosos (PREVEDELLO, 1996).

Para Machado e Favaretto (2006), mais importante que a porosidade é o tamanho dos poros. O conhecimento da porosidade total de um solo não constitui uma informação adequada para caracterizar a propriedade, mas é necessário saber qual a distribuição do tamanho dos poros (KIEHL, 1979). Para Oliveira (2005) a porosidade do solo é composta por poros de tamanhos variados, desde macroporos visíveis a olho nu, como canais formados por animais e raízes apodrecidas e fendas, até os extremamente pequenos, representados por espaços entre partículas coloidais. Segundo EMBRAPA (1997), os poros do solo são divididos em duas classes, os microporos, menores que 0,05mm de diâmetro e os macroporos com diâmetro maior que 0,05mm. Com base no diâmetro, em micras (μm), Prevedello (1996) classifica os poros em: macroporos ($>300\ \mu\text{m}$), mesoporos ($50\text{-}300\mu\text{m}$) e microporos ($<50\mu\text{m}$). Por esse motivo, é de se esperar que um solo argiloso, que possui muitas partículas menores que 0,002mm, apresente grande microporosidade e um solo arenoso, que possui muitas partículas maiores que 0,05mm, apresente grande macroporosidade (RESENDE et al., 2002).

Os macroporos se formam entre os agregados e são importantes por favorecer a infiltração de água, permitindo a drenagem, e por influenciar na

aeração do solo, permitindo as trocas gasosas (PREVEDELLO, 1996), além de acomodarem as raízes das plantas. Os microporos geralmente são identificados dentro dos agregados, retendo água disponível para as plantas, como uma esponja, e fornecem abrigo para as bactérias (BENITES et al., 2005). Nos microporos não há movimento da água por gravidade, sendo esta retida a tensões cada vez maiores, à medida que diminui o diâmetro dos poros, chegando a ser, a partir de determinados valores, indisponível para a maioria das plantas (OLIVEIRA, 2005; RESENDE et al., 2002).

Em contraste com o volume da parte sólida, que é constante, o volume dos espaços vazios é altamente variável. A distribuição dos espaços muda continuamente, em especial os grandes poros, na camada arável devido ao manejo do solo (GROHMANN, 1975).

Para Kiehl (1979) e Camargo e Alleoni (1997), um solo ideal deve apresentar 50% do volume de poros totais que, na capacidade de campo, teria 33,5% para a água e 16,5% para o ar. Já Brady e Weil (2002) representa o solo ideal como tendo a porosidade total igual a 50%, dividida igualmente entre ar e água.

Na agricultura, a porosidade regula as relações entre as fases sólida, líquida e gasosa dos solos. Qualquer alteração na porosidade do solo, seja natural, seja provocada pelo homem, serve para modificar o armazenamento da água, o movimento da água e do ar do solo e o desenvolvimento do sistema radicular das plantas (GROHMANN, 1975; KIEHL, 1979). Portanto, a caracterização do sistema poroso é importante no estudo da estrutura do solo, na investigação do armazenamento e movimento da água e de gases e nos estudos sobre a resistência apresentada pelo solo por ocasião do seu manejo (GROHMANN, 1975).

4.1.3 Umidade do solo na Capacidade de Campo

Entre as primeiras definições do conceito da capacidade de campo (CC), aquela de principal contribuição foi a de Veihmeyer e Hendrickson (1949). De acordo com esses autores, a capacidade de campo é a quantidade de água retida pelo solo depois que o excesso tenha sido drenado e a taxa de movimento descendente tenha decrescido acentuadamente, o que geralmente

ocorre dois a três dias depois de uma chuva ou irrigação em solos permeáveis de estrutura e textura uniforme. Esse conceito tem sido sujeito a críticas, chegando mesmo Richards (1960) a afirmar que o conceito da capacidade de campo causou mais males do que esclarecimentos. O principal argumento em que se baseiam as críticas deve-se ao fato desse conceito ser arbitrário e não uma propriedade intrínseca do solo, independente, pois, do modo de sua determinação (REICHARDT; TIMM, 2012). Entretanto, a definição da capacidade de campo (CC) é de grande utilidade, por indicar o limite superior aproximado de quantidade da água disponível para as plantas (JONG, 2000), não existindo ainda outro conceito alternativo desse limite superior que substitua o conceito da capacidade de campo.

Em laboratório, a umidade da capacidade de campo é normalmente associada a uma determinada tensão da água no solo, sendo comumente adotado, para solos argilosos, 33 kPa (OLIVEIRA et al., 2002; REICHARDT; TIMM, 2012; RUIZ et al., 2003;), e 10 kPa (ARAÚJO et al., 2004; CIRINO; GUERRA, 1994; LEÃO et al., 2004; REICHARDT; TIMM, 2012; SILVA et al., 1994; SOUZA et al., 2002; TORMENA et al., 1998) ou 6 kPa (MELLO et al., 2002) para solos arenosos.

4.1.4 Umidade do solo no Ponto de Murcha Permanente

O solo com umidade inferior a um determinado nível perde, primordialmente, sua água através do processo contínuo de absorção de água pelas raízes das plantas e pela evaporação direta. Nesse caso, em não havendo mais adição de água, seja por chuva ou por irrigação, o solo tende a umidades muito baixas. Esse cenário faz com que as tensões de água no solo sejam muito altas e que o fluxo de água do solo para as raízes seja fortemente reduzido. Dessa forma, as raízes das plantas não são mais capazes de absorver água numa taxa condizente com a demanda evaporativa plena ou potencial, fazendo com que a planta murche. Quando, nessas condições, o vegetal não consegue retornar, durante o período noturno, ao estágio anterior de turgidez, e não sendo o solo mais irrigado, diz-se que o solo atingiu o seu limite inferior de água disponível para planta, definido como ponto de murcha permanente – PMP (BERNARDO, 2008).

Percebe-se, assim, que esse limite varia com a demanda evaporativa, o que depende do clima, da cultura em si e de seus estágios de crescimento (BOEDT; VERHEYE, 1985; SKAGGS et al., 1982), não sendo uma propriedade intrínseca do solo. Como contribuição pioneira na caracterização do PMP, cita-se a conceituação de Veihmeyer e Hendrickson (1949): é a umidade do solo quando as folhas das plantas em crescimento atingem um estado de murcha a partir do qual não se recuperam quando colocadas em uma atmosfera saturada por 12 horas, sem adição de água no solo. Destacam-se outros conceitos similares a esse último, tais como em Klar (1984) e Carvalho e Silva (1999).

Comumente, a umidade do solo a 1500 kPa é referida como sendo o PMP (ARAUJO et al., 2004; LEÃO et al., 2004; MELLO et al., 2002; REICHARDT; TIMM, 2012; RICHARDS; WEAVER, 1944; SILVA et al., 1994; SOUZA et al., 2002; TORMENA et al., 1998; WINTER, 1984), tendo em vista que o murchamento permanente das folhas, em condições de vasos contidos em estufas, acontece aproximadamente a essa tensão. Entretanto, esse método indireto de determinação do PMP continua aberto a discussão, porque sugere que todas as espécies se comportem similarmente em diferentes solos e climas (WINTER, 1984).

A umidade referente a uma tensão de água de 1500 kPa, obtida por dessecação de amostras indeformadas em câmara de pressão (RICHARDS; WEAVER, 1944), tornou-se o método de determinação do PMP mais frequentemente aplicado, apesar de suas limitações (REICHARDT; TIMM, 2012). Esse procedimento representa uma metodologia simples, rápida e precisa, que independe do comportamento da planta (WINTER, 1984). Oliveira e Martins (1966) concluíram, quando compararam o desempenho das plantas indicadoras na determinação do PMP, que o conteúdo de água a 1500 kPa situa-se ainda dentro da faixa de água disponível às plantas, podendo, na maioria dos casos, substituir o valor encontrado pelo método fisiológico.

4.1.5 Condutividade hidráulica em solo saturado

A condutividade hidráulica do solo saturado (K_0) é um parâmetro essencial para o manejo do solo e da água relacionados à ecologia, à agricultura e ao meio ambiente (YAO et al., 2015). É também indispensável na

avaliação dos processos de infiltração, irrigação e drenagem (AIMRUN et al., 2004).

A condutividade hidráulica do solo saturado é um importante atributo do solo que pode afetar as taxas de transporte de água e de solutos através do solo, além de influenciar os padrões de infiltração e a geração de escoamento superficial (BUTTLE; HOUSE, 1997). Em modelos hidrológicos, a K_0 é um dos parâmetros de entrada mais sensíveis. No entanto, a K_0 é caracterizada por uma grande variabilidade espacial devido aos efeitos combinados de processos físicos, químicos e biológicos, os quais atuam com diferentes intensidades e em diferentes escalas (SOBIERAJ et al., 2004).

A variabilidade espacial da K_0 é uma característica inerente ao solo, que surge desde o momento que este começa a ser formado até que alcance uma condição de equilíbrio dinâmico. Mesmo atingindo este estado, a variabilidade espacial persiste, embora seja mais acentuada nos solos mais jovens (MENEZES et al., 2006). Análises estatísticas sobre a variabilidade dos atributos do solo, apresentadas na literatura, mostram que alguns atributos como aqueles relacionados à dinâmica da água no solo, variam sensivelmente, alcançando um CV de 200%. A K_0 se destaca como um atributo de alta variabilidade, podendo até não apresentar uma estrutura de dependência espacial definida (MENEZES et al., 2006).

Apesar de a condutividade hidráulica do solo saturado ser uma propriedade com grande variabilidade amostral, dificultando a diferenciação entre manejos, ela tem sido usada para caracterizar a qualidade estrutural do solo, sendo analisada juntamente com outras propriedades físico-hídricas (LIBARDI, 2005). Essa propriedade representa o volume de um fluido que passa por um corpo sólido em um determinado tempo (LIBARDI, 2005). No caso do sistema solo, o fluido é a solução – tratada aqui simplesmente como água do solo – e o corpo sólido são as partículas minerais e orgânicas. Portanto, uma vez alterada a distribuição e o arranjo dos poros do solo, as propriedades de condutividade hidráulica também variam (BAGARELLO, 1997).

Embora exista um avanço importante nas técnicas de determinação direta de K_0 , essas técnicas ainda requerem intensa mão-de-obra, são morosas

e demandam elevados custos, especialmente para aplicações em grande escala (SAXTON; RAWLS, 2006).

Segundo Reynolds e Zebchuk (1996), infiltração, drenagem e a contaminação de água subterrânea por produtos químicos são fortemente influenciadas pela magnitude e distribuição espacial da condutividade hidráulica do solo saturado. A retenção e a condução de água no solo são favorecidas por um sistema poroso estável e bem distribuído no perfil. Os poros maiores são responsáveis pela aeração do solo e pela condução de água em condições saturadas, enquanto que os poros menores atuam na retenção e condução de água em condições não saturadas. A redução da proporção de poros maiores pode restringir o fluxo saturado de água (RIBEIRO et al., 2007) e comprometer a entrada e redistribuição de água no perfil do solo. Além disso, Reichardt e Timm (2012) salientam que o fluxo de ar e de água no solo depende também das propriedades dos fluidos, como viscosidade e densidade, além da macroporosidade do solo, que, por sua vez, é função da mineralogia e da estrutura e estas são influenciadas pela distribuição, forma e tortuosidade dos poros e da porosidade total.

4.2 Carbono Orgânico do solo

O solo é um sistema aberto, com permanente troca de matéria e energia com o meio (ADDISCOTT, 1995) e complexo em virtude de uma rede de relações entre os subsistemas que o compõem, representados pelos vegetais, macro e microorganismos e minerais, e concentra resíduos orgânicos de origem vegetal, animal e os produtos das transformações destes resíduos. Os vegetais são os principais responsáveis pela adição ao solo de compostos orgânicos primários sintetizados no processo de fotossíntese, que dependendo da quantidade de resíduos depositados no solo poderá resultar em aumento no teor de carbono orgânico (CO) do solo.

Segundo Christensen (2000), há uma estreita relação entre a matéria orgânica do solo (MOS) e os diversos processos químicos, físicos e biológicos nos ecossistemas terrestres. Muitos autores têm destacado sua importância na qualidade do solo (CASTRO FILHO et al., 2002; OADES, 1984;) e na taxa de infiltração e na retenção de água (RAWLS et al., 2003).

Diferenças topográficas locais como, por exemplo, curvatura e declividade (EGLI et al., 2009; TAN et al., 2004), propriedades do solo, dentre elas teor de argila, tipo de solo e umidade do solo (DJUKIC et al., 2010; LEIFELD et al., 2005) e a cobertura do solo incluindo as espécies vegetais ocorrentes e o porte da vegetação (LUYSSAERT et al., 2008; ZHOU et al., 2006), podem introduzir uma grande variabilidade do CO em escalas regionais.

Atividades agrícolas influenciam a variabilidade do CO através do controle da entrada e saída de carbono orgânico no sistema solo (FU et al., 2000). Por outro lado, as práticas de manejo exercem influência sobre os processos do solo, como erosão, oxidação, mineralização e lixiviação e, consequentemente, modificamos processos de transporte e redistribuição de CO (WANG et al., 2001).

Ainda assim, a variabilidade do CO e do nitrogênio total é mais intensa em áreas de topografia acidentada (MILLER et al., 1988). Alguns estudos (SHE et al., 2015; SI;ZELEKE, 2005;) sugerem que atributos topográficos e propriedades do solo relacionadas à mineralogia, estrutura do solo e CO afetam a variabilidade espacial dos parâmetros hidráulicos do solo (SHE et al., 2017).

O carbono orgânico não é propriamente um atributo físico-hídrico do solo, mas possui influência direta e indiretamente na maioria deles, de modo que a redução do CO está relacionada com a degradação física dos solos (CARDOSO et al., 1992). A degradação física é um dos componentes do processo de degradação do solo, geralmente associado às perdas de matéria orgânica e da integridade estrutural dos solos. Como consequência da degradação física, há alterações em propriedades do solo que controlam processos fundamentais relacionados com a dinâmica de água, ar e calor (FEDDEMA, 1998).

4.3 Variabilidade espacial em escala de bacia hidrográfica

A dinâmica das mudanças do uso do solo em bacias hidrográficas é significativa para entender as pressões sobre seus recursos (PANDEY; KRISHNA, 1996). O aumento da população humana, o desmatamento, o

cultivo agrícola e a incapacidade dos agricultores de adotar medidas conservacionistas em bacias hidrográficas ampliam os problemas referentes ao desgaste do solo e demais recursos naturais.

As bacias hidrográficas são consideradas unidades básicas de recursos hídricos e o gerenciamento de bacias hidrográficas visa racionalizar o uso de recursos hídricos e terrestres para uma produção ótima com menos impactos adversos para os recursos naturais (SHARMA et al., 2006). O conceito de gerenciamento de bacias hidrográficas reconhece os vínculos entre terras altas, terras baixas, uso da terra, geomorfologia, relevo e solos (MISHRA; NAGARAJAN, 2010).

Infiltração é o processo no qual a água, proveniente da chuva ou irrigação, atravessa a superfície do solo. A taxa de infiltração diminui com o tempo até atingir valor constante, que é equivalente à condutividade hidráulica saturada, influenciando todo o comportamento hidrológico de uma bacia hidrográfica (JULIÀ et al., 2004). Por essa razão, a condutividade hidráulica saturada é um atributo hidrológico imprescindível para a modelagem chuva-vazão, dimensionamento de sistemas de irrigação e drenagem, transporte de solutos no solo, recarga de aquíferos, escoamento superficial, erosão hídrica e transporte de sedimentos.

No entanto, a determinação da K_0 em condições de campo, de forma a cobrir toda a área de uma grande bacia hidrográfica, é onerosa, demorada e complexa, especialmente pelo fato desse atributo apresentar elevada variabilidade espacial (FALLICO et al., 2005; MONTENEGRO; MONTENEGRO, 2006; MOUSTAFA, 2000; SEPASKHAH; ATAEE, 2004). JULIÀ et al. (2004) destacam, ainda, que a combinação de relevo montanhoso, classes de solos variadas e diferentes usos do solo produzem um território intrincado, com comportamento hidrológico diversificado e complexo.

A krigagem ordinária é um dos principais métodos de interpolação espacial geoestatística e vem sendo usada para mapear os atributos hidrológicos do solo com boa precisão, gerando mapas com estimativas não tendenciosas de locais não amostrados e com variância mínima de estimação, contanto que a modelagem da continuidade espacial seja consistente (CICHOTA et al., 2003; GOMES et al., 2007).

Os efeitos potenciais das alterações do uso e cobertura do solo, principalmente ligados à erosão do solo, em diferentes escalas espaciais e temporais têm sido avaliados em diferentes locais e ambientes ao redor do mundo. Estes estudos incluem escalas de pequenas bacias hidrográficas (CEBECAUER; HOFIERKA, 2008; DUNJO et al., 2004; FAVIS-MORTLOCK; BOARDMAN 1995; JORDAN et al., 2006; NEARING et al., 2005; PRUSKI; NEARING 2002; VAN ROMPAEY et al., 2005), bem como escalas regionais (YANG et al., 2003).

4.4 A Ferramenta Geoestatística

A geoestatística é o ramo da estatística aplicada que desenvolve e aplica modelos para representar fenômenos naturais cujas propriedades variam em função da localização espacial dos pontos de observação (MATHERON, 1962). O desenvolvimento da geoestatística nos anos 60 foi resultado da necessidade de se ter um método para avaliação dos depósitos de reservas minerais (GOOVAERTS, 1997; VIEIRA, 2000).

No ano de 1951, Daniel G. Krige, trabalhando com dados de concentração de ouro, chegou à conclusão de que a variância de seus dados dependia da distância de sua amostragem. Krige percebeu que, para formalizar as análises do estudo, precisaria levar em consideração a distância entre as observações. Surge desse ponto o conceito de geoestatística, a qual utiliza a localização geográfica, ou georreferenciamento dos dados e considera a dependência espacial (CAMARGO, 2001). A geoestatística é uma das ramificações da estatística espacial.

O matemático e engenheiro Professor Georges Matheron, trabalhando em pesquisa geológica em depósitos de ouro na França e Argélia, desenvolveu e formalizou a maioria dos conceitos da teoria que nomeou de geoestatística (RIVOIRARD, 2005). Matheron desenvolveu amplamente em suas teses o que conhecemos por geoestatística clássica, ou seja, geoestatística linear baseada na estacionariedade da covariância e na função semivariograma. Ele compartilhava do ideal de Krige de que não fazia sentido trabalhar com as variâncias amostradas sem considerar as distâncias que separavam essas

amostras. Ele desenvolveu então, em 1963, a teoria das variáveis regionalizadas, outro nome dado à geoestatística.

Segundo Clark (1979), a geoestatística surgiu para realizar a estimação de ouro em reservas de minas e essa foi sua utilidade por um período considerável. Contudo, suas técnicas podem ser usadas em qualquer situação em que medidas amostrais sejam feitas em um espaço e de onde se espera que as observações da variável em estudo sejam função da sua posição no espaço e, ainda, que exista relação de dependência espacial entre os valores da variável nos diferentes pontos amostrados.

Desde o início do século 20, o estudo da variabilidade espacial dos atributos do solo tem sido alvo dos pesquisadores ligados à área agronômica (VIEIRA, 2000). Destacam-se os trabalhos de Smith em 1910 sobre disposição de parcelas no campo em experimentos de rendimento de variedades de milho, Montgomery em 1913 a respeito do efeito do nitrogênio no rendimento de grãos de trigo, Waynick em 1918 sobre a variabilidade espacial da nitrificação no solo e Waynick e Sharp em 1919 na caracterização da variabilidade espacial do nitrogênio total e do carbono no solo, em diferentes esquemas de amostragem.

4.4.1 Estacionariedade de uma variável

Um processo (ou uma variável) é estacionário se seu desenvolvimento no espaço (ou tempo) ocorre de maneira relativamente homogênea (GUIMARÃES, 2004). De acordo com Andriotti (1988), isso implica que os fatores que influenciam o comportamento do fenômeno em análise atuem de forma similar em toda área de estudo ou, ainda, que a variável estudada seja homogênea do ponto de vista estatístico. Cabe ressaltar que as características do processo estacionário independem da origem adotada.

Os processos não estacionários não atendem as pressuposições acima citadas e as características do processo dependem da origem adotada (ANDRIOTTI, 1988). Dentro de processos não estacionários, podem existir regiões de processos estacionários.

Caracteriza-se, como uma variável estacionária de primeira ordem, uma variável aleatória que possua esperança matemática constante (Eq.1, p.34),

independentemente de sua origem no espaço e, conseqüentemente, possua a mesma média para toda região em estudo.

$$E[Z(t)] = m_1(t) = \mu = \text{constante} \quad (1)$$

Se o segundo momento em relação à origem é constante, temos então que a variância é constante independente da origem no espaço ou no tempo e, portanto, o processo é estacionário de ordem 2 (Eq.2, p.34).

$$\begin{aligned} E[Z^2(t)] &= m_2(t) = \text{constante} \\ \text{Var}[Z(t)] &= E[Z^2(t)] - \{E[Z(t)]\}^2 = m_2(t) - [m_1(t)]^2 = \text{constante} \end{aligned} \quad (2)$$

Seja agora a covariância, ou seja, a esperança do produto do que ocorre em t e t' , com $h = t' - t$, definida como:

$$C(t, t') = E[Z(t).Z(t')] - \mu^2 \quad (3)$$

Se $Z(t)$ é estacionária, a covariância não depende de t e t' , ou seja, da origem, mas somente da distância h entre os pontos e desta forma:

$$C(t, t+h) = C(h) \quad (4)$$

Desta forma, a variância é um caso particular da covariância quando $h = 0$.

$$C(0) = E[Z^2(t)] - \mu^2 = \text{Var}[Z(t)] \quad (5)$$

Geralmente, utiliza-se a função de covariância normalizada pela variância:

$$r(h) = \frac{C(h)}{\text{Var}[Z(t)]} \quad (6)$$

Neste caso, $r(h)$ é denominado de função de autocorrelação ou coeficiente de autocorrelação, que nada mais é do que a correlação entre

observações adjacentes da variável separadas por uma distância h . Portanto, $r(h=0)=1$.

Pode-se definir uma variável como estritamente estacionária se seus momentos estatísticos são invariantes a translações na origem. Isto significa que o processo $Z(t)$ e $Z(t+h)$ tem a mesma estatística para qualquer h .

Uma variável é chamada de estacionária de segunda ordem se:

A média é constante:

$$E[Z(t)] = \mu$$

O segundo momento existe:

$$E[Z^2(t)] < \infty$$

Em cada par $\{Z(t), Z(t+h)\}$ a função covariância existe e depende apenas de h .

$$C(t, t+h) = C(h)$$

A estacionaridade da covariância implica na estacionaridade da variância: $\text{Var}\{Z(t)\} = C(0)$ e do variograma que é definido como:

$$\begin{aligned} 2\gamma(h) &= E\{Z[(t+h) - Z(t)]^2\} = \\ &= E\{Z[(t+h)]^2\} + E\{[Z(t)]^2\} - 2E\{Z[(t+h)Z(t)]\} = \\ &= E\{Z[(t+h)]^2\} + E\{[Z(t)]^2\} - 2\mu^2 = \\ &= E\{Z[(t+h)]^2\} - \mu^2 + E\{[Z(t)]^2\} - \mu^2 = \\ &= C(0) - C(h) \end{aligned} \quad (7)$$

O coeficiente de autocorrelação amostral entre $Z(t+h)$ e $Z(t)$ é igual a:

$$r(h) = \frac{C(h)}{C(0)} = 1 - \frac{\gamma(h)}{C(0)} \quad (8)$$

Observa-se que, se ocorre a estacionaridade de segunda ordem, o correlograma (autocorrelograma) e o variograma (semivariograma) serão ferramentas correspondentes na determinação da dependência espacial. Mas se a estacionariedade de segunda ordem não é atendida, o autocorrelograma

não pode ser usado, pois, o denominador da função autocorrelação é uma variância e, neste caso, $C(0) \neq$ constante.

A dependência espacial ou temporal de uma variável $Z(t)$ é definida por uma amplitude a , sendo que para variáveis com estacionariedade de segunda ordem:

$$C(h) = 0 \quad \text{se } |h| > a \quad (9)$$

Ou

$$\gamma(h) = C(0) = \text{Var}[Z(t)] \quad \text{se } |h| > a \quad (10)$$

Quando se trabalha com o tempo a constante a é chamada de tempo de correlação de $Z(t)$. Se o estudo for espacial, por analogia, podemos chamar a de domínio de correlação.

A hipótese de estacionariedade de segunda ordem assume a existência de uma covariância e assim de uma variância finita. A existência do variograma é uma hipótese mais fraca do que a existência da covariância, e existem muitos fenômenos que possuem uma grande capacidade de dispersão, isto é, que não possuem uma variância *a priori* nem uma covariância, mas um variograma pode ser definido. Uma hipótese mais fraca (mais abrangente) é a hipótese intrínseca.

Na hipótese intrínseca tem-se:

a) a esperança $Z(t)$ existe e não depende do ponto t .

$$E[Z(t)] = \mu \quad (11)$$

b) para todo h , a variância da diferença $[Z(t+h) - Z(t)]$ existe e não depende do ponto t .

$$\text{Var}[Z(t+h) - Z(t)] = E\{[Z(t+h) - Z(t)]^2\} = 2\gamma(h) \quad (12)$$

A hipótese intrínseca é a hipótese mais frequentemente usada em geoestatística por ser menos restritiva e, portanto, o semivariograma é a ferramenta mais difundida na geoestatística porque exige apenas a hipótese intrínseca, enquanto o autocorrelograma exige a estacionariedade de segunda ordem.

Quando a estacionariedade de ordem 2 é assumida, considera-se a existência de uma variância e, por consequente, a existência de uma variância *a priori* finita. Porém, algumas variáveis regionalizadas provenientes de fenômenos físicos possuem uma capacidade de dispersão infinita.

De acordo com Journel e Huijbregts (1978), existem fenômenos físicos com capacidade infinita de dispersão que não atendem totalmente as estacionariedades de ordem 1 e 2. Nessas situações, a hipótese intrínseca exige apenas a existência de estacionariedade do semivariograma (semivariograma com patamar definido, explicando toda a variância amostral), sem qualquer restrição quanto à existência de variância finita, sendo a mais adotada em trabalhos geoestatísticos.

Em resumo, a verificação da hipótese intrínseca permite a criação de um modelo de semivariograma empírico satisfatório dentro de um limite espacial onde as relações de dependência espacial são homogêneas.

Como se percebe, devem ser tomados alguns cuidados em relação às hipóteses adotadas e aos fundamentos geoestatísticos iniciais. Isso possibilitará a estimativa de um modelo adequado de semivariograma que influenciará diretamente na qualidade das interpolações espaciais futuras.

4.4.2 O Semivariograma

Assumida a hipótese intrínseca e considerando que a associação das variáveis em pontos distintos é maior à medida que mais próximos estes pontos estejam um do outro, a etapa seguinte consiste em descrever e modelar estas relações entre as distâncias e a associação espacial (ORTIZ, 2002).

Várias ferramentas estatísticas podem ser usadas para descrever essa relação, tais como as funções de autocovariância e de autocorrelação, as quais são principalmente usadas em amostragens conduzidas em uma dimensão (na maioria das vezes denominada de transeção na estatística espacial). Porém, quando as observações de uma variável são coletadas em duas dimensões (x,y) de uma dada área e a interpolação entre locais medidos for necessária para a construção de mapas de isolinhas, faz-se necessário usar uma ferramenta mais adequada para medir dependência espacial, que é o semivariograma (VIEIRA et al., 1983).

O semivariograma é o gráfico gerado pela função de semivariância que representa a variabilidade espacial em função da distância numa determinada direção, e desta em relação a outras, para inferir sobre uma possível anisotropia; exige apenas a hipótese intrínseca, comparativamente às outras medidas como a covariância, que exige estacionariedade de segunda ordem. Deste modo, a semivariância pode ser utilizada em grande parte das situações.

O semivariograma é definido como:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \{ \text{Var}[Z(t) - Z(t+h)] \} \quad (13)$$

Note que $\text{Var}[Z(t) - Z(t+h)]$ é a variância dos dados separados por uma distância h , mas, na expressão acima, esta variância é dividida por dois, então se utiliza o prefixo “semi” para distinguir da variância para originar o termo semivariância para $\gamma(h)$ e semivariograma para o gráfico de $\gamma(h)$ em função de h .

Sob a suposição de tendência zero, temos: $E[Z(t+h)] = E[Z(t)]$ e, portanto:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \{ E[Z(t+h) - Z(t)]^2 \} \quad (14)$$

e uma estimativa de $\gamma(h)$ chamada de $\hat{\gamma}(h)$ é dada por:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{\sum_{i=1}^{n(h)} [Z(t+h) - Z(t)]^2}{2n(h)} \quad (15)$$

em que $n(h)$ é o número de pares separados pela distância h . A equação 15 é denominada de estimador clássico de semivariância, o qual é atribuído a Matheron (1963).

Relembrando a condição de estacionariedade, tem-se que a utilização do semivariograma exige que pelo menos a hipótese intrínseca seja atendida, ou seja, exige a condição de estacionariedade mais fraca quando comparada com a autocorrelação.

Como a função semivariograma é uma medida da variância das diferenças nos valores da variável regionalizada entre pontos separados por uma distância h , pontos mais próximos, por estarem correlacionados, terão essa variância pequena, aumentando à medida que os pontos se distanciem (GOVAERTS, 1997; ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989). A figura 2 ilustra o semivariograma experimental, semivariograma teórico e respectivos parâmetros de ajuste: alcance (a), contribuição (C), patamar ($C+c_0$) e efeito pepita (c_0).

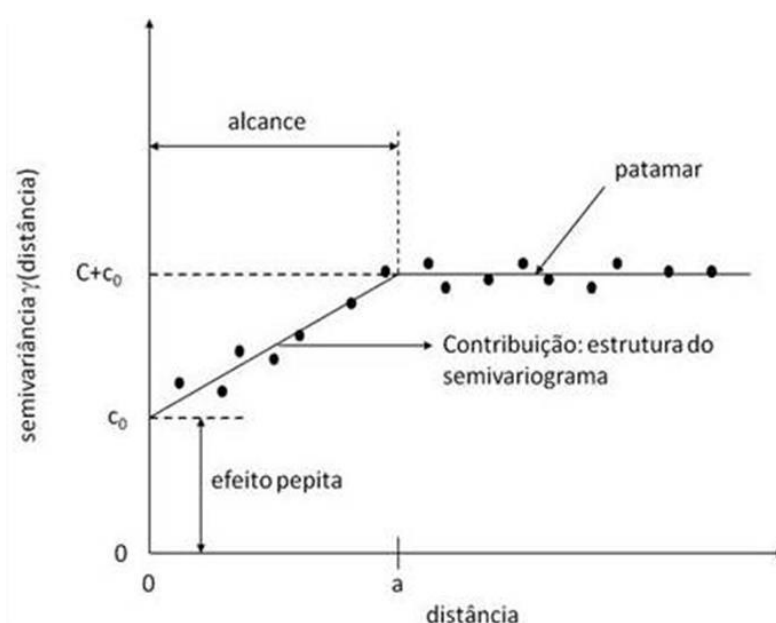


Figura 2 - Semivariograma experimental, semivariograma teórico e seus respectivos parâmetros de ajuste.

Fonte: REICHARDT e TIMM (2012), p.372

Alcance (a): é a distância a partir da qual as observações da variável em estudo passam a ser independentes. Reflete o grau de dependência entre as amostras, ou seja, quanto maior for o alcance, maior será a faixa de dependência espacial entre as observações da variável. O alcance corresponde à distância que separa o campo estruturado (amostras correlacionadas) do campo aleatório (amostras independentes), ou seja, onde a semivariância cresce em função de h até um determinado ponto onde não se observa mais a continuidade espacial (VIEIRA, 1995).

Patamar ($C+c_0$): é o valor do semivariograma correspondente a seu alcance (a). Deste ponto em diante, considera-se que não existe mais dependência espacial entre as amostras porque a variância da diferença entre pares de amostras torna-se invariante com a distância.

Contribuição (C): o componente estrutural também chamado de contribuição é a porção da variação que é explicada pela continuidade espacial.

Efeito Pepita (c_0): é o valor da função semivariograma na origem ($h=0$). Teoricamente, esse valor deveria ser zero, pois duas amostras tomadas no mesmo ponto deveriam ter os mesmos valores. Entretanto, quando não é zero, atribui-se, esta diferença, geralmente, a erros de amostragem e/ou de análise. O efeito pepita reflete a variabilidade não explicada em função da distância da amostragem utilizada, como variações locais, erros de análise, erros de amostragem e outros (CAVALCANTE et al., 2007). Como é impossível quantificar a contribuição individual desses erros, o efeito pepita pode ser expresso como percentagem do patamar, facilitando, assim, a comparação do grau de dependência espacial das variáveis em estudo, sendo também denominado de variância aleatória (TRANGMAR et al., 1986).

Uma variável regionalizada pode ser representada por três tipos de semivariogramas: o experimental, o verdadeiro e o teórico. O experimental (observado ou empírico) é obtido a partir do conjunto de dados, e é o único conhecido; o verdadeiro corresponde à situação real, que é sempre desconhecida; o teórico é o modelo matemático que descreve o comportamento do semivariograma experimental e, portanto, é o de referência para a geração dos mapas pela técnica de krigagem (GUERRA, 1988; MONEGO, 2007;).

Para as medições localizadas a distâncias maiores que o alcance, a estatística clássica pode ser aplicada sem restrições. Por outro lado, amostras separadas por distâncias menores que a , são correlacionadas umas às outras, o que permite que se façam interpolações para espaçamentos menores do que os amostrados. Dessa maneira, o alcance a é a linha divisória para a aplicação de geoestatística e estatística clássica e, por isso, o cálculo do semivariograma

deve ser feito rotineiramente para dados de campo, para garantir as hipóteses estatísticas sob as quais serão analisadas (VIEIRA, 2000).

Na figura 3 observam-se os componentes do semivariograma $C+c_0$: patamar; C : contribuição; c_0 : efeito pepita; a : alcance; $\gamma(h)$: semivariância estimada. A região amarela do gráfico representa o campo de dependência espacial, onde a realização de uma variável não é meramente aleatória e é possível realizar inferências geoestatísticas. A partir deste limite, as variáveis são aleatórias e unicamente plausíveis de aplicação da estatística clássica. Quando as propriedades do solo são similares em todas as direções, o semivariograma é idêntico para qualquer direção de h , sendo chamado de isotrópico. É importante notar que a maioria das variáveis de ciência do solo poderão ter um comportamento anisotrópico, ou seja, o fenômeno em estudo revela diferentes padrões de dependência espacial, apresentando uma variabilidade que não é a mesma em todas as direções devido à alguma característica que condicione tal comportamento, como relevo, material de origem, escoamento superficial, etc (GUEDES et al., 2008; ISAACS; SRIVASTAVA, 1989; VIEIRA, 2000).

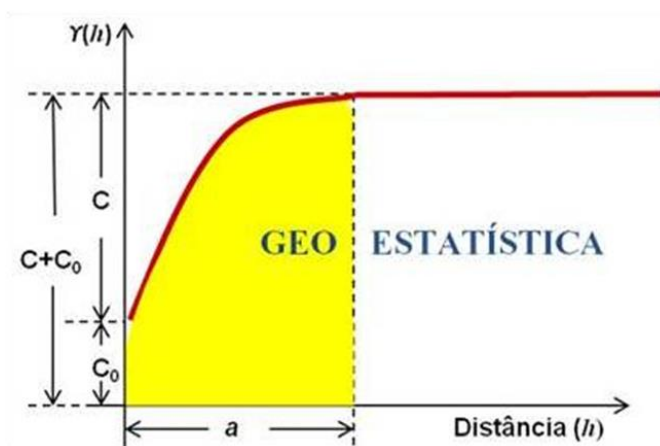


Figura 3 - Representação gráfica para aplicação da geoestatística e estatística clássica (adaptado de Yamamoto e Landim, 2013)

4.4.3 Estimador robusto de Cressie e Hawkins

Devido à sensibilidade do estimador de Matheron frente aos *outliers*, Cressie e Hawkins (1980) propuseram um estimador mais robusto. Para tanto, eles removeram o quadrado presente nos incrementos do estimador de

Matheron. Basicamente, a idéia era de que a raiz quadrada diminuísse a contaminação por valores discrepantes (CRESSIE, 1993). Este estimador é conhecido como estimador robusto (Eq.20, p.42), na qual o denominador corrige viés sob gaussianidade.

A construção do estimador robusto de Cressie e Hawkins parte da idéia de que se $Z(t)$ é um processo gaussiano, então,

$$\frac{Z(t+h) - Z(t)}{\sqrt{2\gamma(h)}} \sim N(0,1) \quad (16)$$

Elevando ao quadrado, a expressão correspondente é:

$$\frac{[Z(t+h) - Z(t)]^2}{2\gamma(h)} \sim \chi_1^2 \quad (17)$$

Os autores verificaram que a raiz quarta de $(Z(t+h) - Z(t))^2$ tem distribuição aproximadamente gaussiana, com média:

$$E\left[|Z(t+h) - Z(t)|^{\frac{1}{2}}\right] \approx \frac{1}{2} \pi^{\frac{1}{2}} \Gamma(0,75) \gamma(h)^{\frac{1}{4}} \quad (18)$$

Além disso, o valor esperado de $\frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} |Z(t+h) - Z(t)|^{\frac{1}{2}}$ elevado a quarta potência é

$$E\left\{\left(\frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} |Z(t+h) - Z(t)|^{\frac{1}{2}}\right)^4\right\} \approx 2\gamma(h) \left(0,457 + \frac{0,494}{N(h)} + \frac{0,045}{(N(h))^2}\right) \quad (19)$$

Segundo os autores, o termo $\frac{0,045}{(N(h))^2}$ não afeta significativamente a estimativa, sendo assim, ele foi omitindo da expressão. Então, isolando-se $2\gamma(h)$ obteve-se o estimador de Cressie e Hawkins:

$$2\gamma(h) = \left[\frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} |(Z(t+h) - Z(t))^{\frac{1}{2}}| \right]^4 \cdot \left(0,457 + \frac{0,494}{N(h)}\right) \quad (20)$$

em que:

$\hat{\gamma}(h)$ é o valor da estimativa da semivariância;

$Z(t)$ o valor da variável no ponto t ;

$Z(t+h)$ o valor da variável no ponto $t+h$;

$N(h)$ é o número de pares separados por uma determinada distância h .

Segundo Schabenberger e Gotway (2004), uma vez que se calcula primeiramente a raiz quadrada das diferenças, o estimador é menos afetado por valores discrepantes do que a média das diferenças de quadrados do estimador de Matheron. Os autores citam que o estimador robusto não é imparcial, mas o termo no denominador garante uma maior estabilidade.

4.4.4 Modelos de semivariogramas com patamar

Os modelos teóricos de semivariogramas podem ser divididos, segundo o patamar, em dois grupos, os que atingem um patamar, sendo coerentes com a hipótese de estacionariedade de 2ª ordem (hipótese intrínseca), e os que não atingem. Para Soares (2000), os valores estimados de semivariância têm de ser definidos positivos [$\gamma(h) > 0$], para que se tenham soluções estáveis no processo de krigagem. Esta condição limita a escolha dos modelos teóricos a um conjunto de funções. Os três principais modelos que apresentam patamar serão discutidos a seguir e a figura 4 apresenta exemplos gráficos de modelos de semivariogramas com patamar:

4.4.4.1 Modelo esférico

Segundo Andriotti (2003), este é o modelo mais comumente ajustado para variáveis em geociências. Apresenta um crescimento rápido na origem, onde tem um comportamento linear.

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0, & \text{se } h = 0 \\ C + c_0 \left[\frac{3}{2} \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right], & \text{se } 0 < h \leq a, \\ C + c_0 & \text{se } h > a \end{cases} \quad (22)$$

em que:

- $\gamma(h)$: é a semivariância para um determinado h ;
- c_0 : efeito pepita;
- C : contribuição (variância estrutural);
- a : alcance da dependência espacial;
- h : distância de separação entre os pares de observações.

4.4.4.2 Modelo exponencial

Este modelo apresenta comportamento linear na origem. O alcance tem significado puramente analítico, sendo o patamar alcançado pela curva de forma assintótica, ou seja, teoricamente, quando h tende a infinito (ANDRIOTTI, 2003).

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0, & \text{se } h = 0 \\ \gamma(h) = C + c_0 [1 - e^{-3(h/a)}], & \text{se } h \neq 0 \end{cases} \quad (23)$$

em que:

- $\gamma(h)$: é a semivariância para um determinado h ;
- c_0 : efeito pepita;
- C : contribuição (variância estrutural);
- a : alcance da dependência espacial;
- h : distância de separação entre os pares de observações.

4.4.4.3 Modelo gaussiano

Tem comportamento parabólico nas vizinhanças da origem e reflete uma grande continuidade da variável estudada, devido ao seu crescimento suave. O modelo gaussiano é um modelo transitivo, muitas vezes utilizado para modelar fenômenos extremamente contínuos (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0, & \text{se } h = 0 \\ \gamma(h) = C + c_0 [1 - e^{-3(h/a)^2}], & \text{se } h \neq 0 \end{cases} \quad (24)$$

em que:

$\gamma(h)$: é a semivariância para um determinado h ;

c_0 : efeito pepita;

C : contribuição (variância estrutural);

a : alcance da dependência espacial;

h : distância de separação entre os pares de observações.

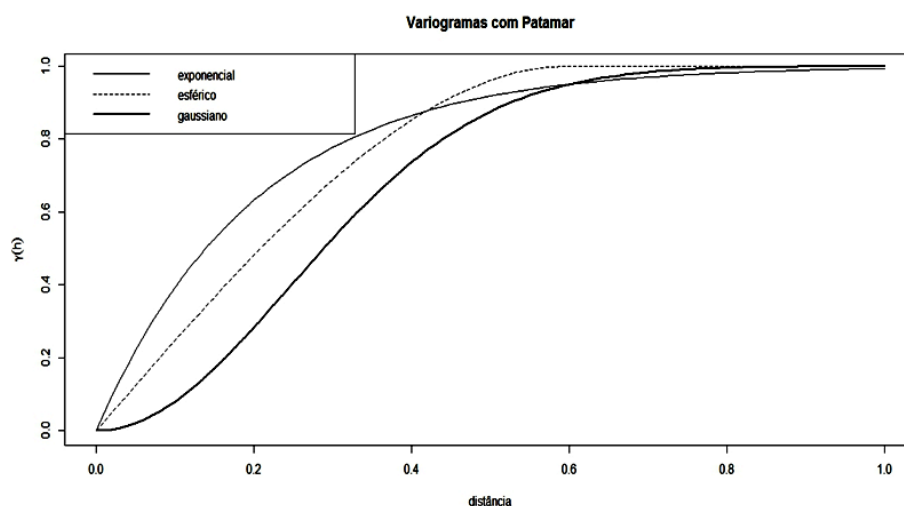


Figura 4 - Exemplos de modelos teóricos de semivariogramas com patamar.

4.4.5 Krigagem Ordinária

Segundo Gaetan e Guyon (2009), o ponto central da geoestatística é a predição de $Z(t)$ em toda região de estudo utilizando um número finito de observações. Para Franklin (2016), a Krigagem é um método de predição espacial para pontos não amostrados que se utilizam das observações já amostradas e de seus respectivos pesos. Pesos que são obtidos, segundo Cressie (1993), com base nas distâncias entre o ponto a ser estimado e seus vizinhos (valores observados da variável em estudo) e na própria distância entre esses vizinhos, de acordo com a estrutura de variabilidade espacial expressa no semivariograma. Ou seja, o interpolador que utiliza o semivariograma em sua modelagem é conhecido como Krigagem. Segundo Isaaks e Srivastava (1989), a interpolação por Krigagem é o mais importante recurso geoestatístico.

Mello (2004) relata que este método foi formalizado matematicamente por Georges Matheron na década de 1960. Seu nome é uma homenagem ao engenheiro de minas Daniel G. Krige que primeiramente introduziu esse método de inferência em 1951 em seus trabalhos. O método foi inicialmente utilizado na solução de mapeamentos geológicos, mas expandiu-se sendo muito utilizados em mapeamentos de solos, hidrológicos, atmosféricos, dentre outras aplicações.

O estimador de krigagem é uma combinação linear dos pontos conhecidos, em que os ponderadores são proporcionais as distâncias euclidianas entre o ponto a ser estimado e os demais pontos conhecidos, incorporando a estrutura de variabilidade na região de estimação.

A krigagem é um interpolador BLUE (Best Linear Unbiased Estimator) desenvolvido a partir de dados referentes à uma variável de natureza regionalizada. O estimador é dito linear, pois a estimação é obtida combinando os valores amostrados e ponderando os pontos amostrais para que se obtenha o menor erro quadrático médio.

As distâncias consideradas não são somente as distâncias euclidianas, mas também, as distâncias entre vizinhos. Considere um fenômeno isotrópico e a estimação de um ponto qualquer, em que os vizinhos a este ponto estão igualmente espaçados e não agrupados, nesta situação os pesos destes vizinhos são semelhantes.

Considerando que os vizinhos ao ponto a ser estimado estão distanciados igualmente, existindo um agrupamento de alguns valores, é razoável que os pesos de cada valor agrupado seja menor que do valor não agrupado, mesmo que a distância entre estes pontos e o ponto estimado seja a mesma, pois os dados agrupados trazem informações redundantes de uma mesma região.

Esta característica do estimador é denominada de *declustering*, pois o preditor considera uma medida de associação entre os pontos e suas respectivas vizinhanças. Geralmente, a medida de associação utilizada é a semivariância, por isso da necessidade do semivariograma e do modelo ajustado.

Se o modelo ajustado para o semivariograma é correto e não apresenta erros de medidas deve-se então, determinar os valores dos pesos, λ_i , que assegurem as propriedades de mínima variância e não tendenciosidade.

Assumida a hipótese intrínseca, para a não tendenciosidade ser assegurada deve-se ter:

$$E\{\hat{Z}(t_0) - Z(t_0)\} = 0$$

$$E\{\hat{Z}(t_0) - Z(t_0)\} = E\left\{\sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i Z(t_i) - Z(t_0)\right\} =$$

$$\sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i E\{Z(t_i)\} - E\{Z(t_0)\} = 0$$

Assumindo que $E\{Z(t_i)\}$ é constante para todo ponto t_i (primeira condição de estacionariedade), igual a um valor m , tem-se:

$$\sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i m - m = 0 \Rightarrow m \left(\sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i - 1 \right) = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i - 1 = 0$$

$$\sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i = 1$$

Esta restrição garante a não tendenciosidade do estimador (VIEIRA, 2000). Os coeficientes de estimação são obtidos minimizando o erro de estimação $[\hat{Z}(t_0) - Z(t)]$, em que a variância de estimação é dada por:

$$\text{var}[\hat{Z}(t_0) - Z(t_0)] = E\left\{\left[E\{\hat{Z}(t_0) - Z(t_0)\}\right]^2\right\} - \left\{E\{\hat{Z}(t_0) - Z(t_0)\}\right\}^2,$$

em que o primeiro e o segundo termos correspondem, respectivamente, ao erro quadrático médio e ao viés. Para o estimador não viciado, o erro quadrático médio é igual à variância, ou seja, o viés é nulo.

Substituindo a equação do estimador de krigagem na expressão da variância tem-se:

$$\text{var}[\hat{Z}(t_0) - Z(t_0)] = -\sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \gamma(t_i, t_j) + 2 \sum_i \lambda_i \gamma(t_i, t_0).$$

Conforme Calvete e Ramirez (1990) e Ribeiro Júnior (1995) inserindo o multiplicador de Lagrange, o qual permite solução do sistema de equações de krigagem:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i \gamma(t_i, t_j) + \mu = \gamma(t_i, t_0) \\ \sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i = 1 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema tem-se a estimativa:

$$\hat{Z}(t_0) = \sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i Z(t_i) \quad (25)$$

em que o estimador $\hat{Z}(t_0)$ é BLUE.

O sistema de krigagem com solução única será assegurado somente se a matriz de covariâncias for positiva definida, indicando assim que o seu determinante deve ser positivo ou zero. Se em lugar de utilizar a covariância, for usado a semivariância na matriz, o modelo de semivariograma deve ser negativo semidefinido condicional (Gonçalves, 1997).

Através da krigagem ordinária tem-se $\hat{Z}(t_0)$, que é uma estimativa do valor esperado de $Z(t_0)$ ou $E\{Z(t_0)\}$. Por estimar uma média, o processo de krigagem implica numa suavização dos valores preditos para a região em estudo não fornecendo uma estimativa da dispersão destas variáveis, pois a variância de krigagem avalia apenas a configuração da vizinhança.

Repetindo o processo de krigagem ordinária em vários pontos de modo a formar uma malha fina é possível obter um mapa das estimativas na região estudada facilitando a interpretação quanto ao comportamento espacial da variável.

Para Vieira (2000), a Krigagem se diferencia de outros métodos de interpolação pela maneira como atribui pesos a vizinhança usada na estimativa do ponto não amostrado. Por exemplo, na interpolação linear simples, os pesos são todos iguais a $1/n$ (sendo n o número total de amostras). Já na interpolação pelo inverso do quadrado da distância, os pesos são definidos como o inverso do quadrado da distância que separa o ponto a ser interpolado dos valores

amostrados. A Krigagem é um estimador de média móvel ponderada, sendo seus pesos determinados com base na estrutura de dependência espacial da variável, a qual é expressa pelo semivariograma.

4.4.6 Grau de Dependência Espacial

O semivariograma teórico modelado permite também determinar o grau de dependência espacial da variável em estudo. O grau de dependência espacial (GDE), segundo Cambardella et al. (1994), é calculado pela razão entre o efeito pepita c_0 e o patamar ($c_0 + C$), dado em porcentagem.

$$GDE = \frac{c_0}{c_0 + C} \cdot 100\% \quad (26)$$

Cambardella et al. (1994) classificam o GDE da seguinte maneira:

- Forte dependência espacial: Efeito pepita representa até 25% do patamar.

$$GDE \leq 25\%$$

- Moderada dependência espacial – Efeito pepita representa entre 25% e 75% do patamar.

$$25\% < GDE \leq 75\%$$

- Fraca dependência espacial – Efeito pepita representa mais que 75% do patamar.

$$GDE > 75\%$$

5 Material e métodos

5.1 Local de estudo

O estudo foi conduzido em uma sub-bacia hidrográfica da bacia hidrográfica do arroio Pelotas, denominada de bacia hidrográfica da sanga Ellert (BHSE), localizada inteiramente no município de Canguçu, região Sul do Estado do Rio Grande do Sul, aproximadamente a 50km do município de Pelotas – RS (Figura 5). A BHSE possui área de aproximadamente 0,66km² e a altitude varia de 310,9 a 419,4m. De acordo com a classificação de Köppen, o local de estudo encontra-se sob a influência do tipo climático Cfa, mesotérmico, caracterizado por temperaturas moderadas, com média de temperatura anual de 17°C a 19°C, verões quentes e ocorrência de geadas no inverno. A precipitação é bem distribuída ao longo do ano e a média anual é de 1300 a 1400mm (IBGE, 1986). O relevo regional varia de ondulado a forte ondulado, com predomínio de vegetação de mata ou arbustiva rala, e os solos são rasos esparsos entre afloramentos rochosos (IBGE, 1986).

A população rural de Canguçu representa 65,6% da população total do município, correspondendo cerca de 19 mil agricultores, e sua economia é baseada na produção de fumo, milho, leite, suínos e aves, possuindo um dos maiores valores de produto interno bruto agrícola (IBGE, 2006). Os agricultores desta região enfrentam problemas na conservação de suas terras, devido ao modelo de agricultura centrado no uso intensivo do solo, não associado ao uso de práticas conservacionistas. Esse problema associado à produção de fumo, em áreas de alta fragilidade ambiental (ex.: declividade acentuada e solos rasos), aumenta a suscetibilidade dos solos à degradação, diminuindo a sua qualidade, a conservação dos recursos naturais e, conseqüentemente, a capacidade produtiva.

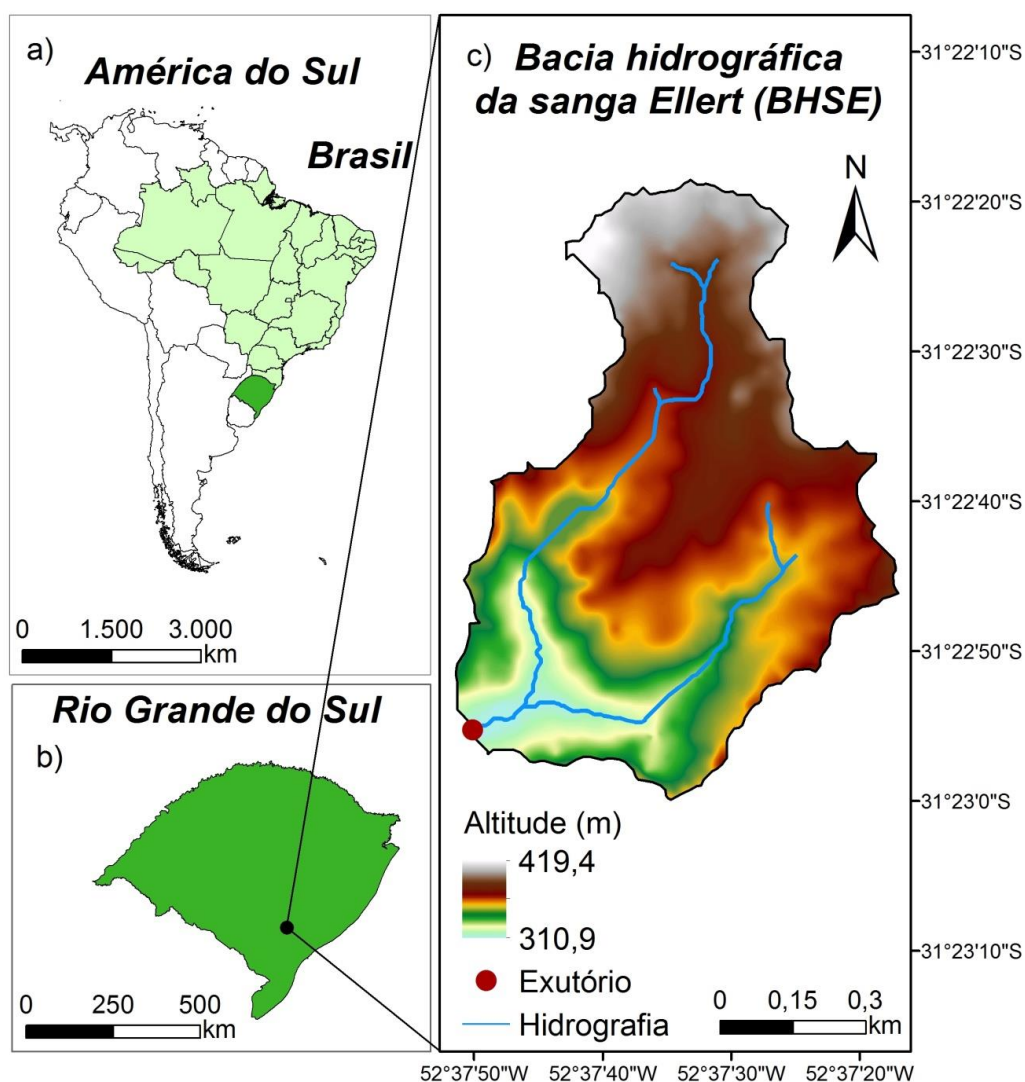


Figura 5 - Localização da Bacia Hidrográfica da Sanga Ellert (BHSE).

O solo da área delimitada na bacia compreende basicamente uma classe de solo, os Neossolos, identificados através do mapa de solos elaborado pela Embrapa (1999), e atualizados pela última versão do Sistema Brasileiro de Classificação de Solos (EMBRAPA, 2006).

A bacia hidrográfica da sanga Ellert (BHSE) foi selecionada em virtude da importância econômica e social para o município de Canguçu, onde predomina a agricultura familiar na maioria das propriedades rurais. A área de drenagem da BHSE e o seu curso d'água deságua diretamente no arroio Pelotas, cuja bacia hidrográfica está localizada no Sul do Estado do Rio

Grande do Sul, com uma área total de aproximadamente 940 km², contemplando os municípios de Pelotas, Morro Redondo, Arroio do Padre e Canguçu.

A figura 6 ilustra o tipo de relevo predominante na BHSE, onde é possível observar as diversas feições da paisagem, relevo irregular e associação do uso agrícola à ocorrência de vegetação nativa.



Figura 6 - Foto ilustrativa do tipo de relevo predominante na bacia hidrográfica da sanga Ellert (BHSE).

5.2 Delimitação da malha experimental e amostragem de solo

Para o estabelecimento da malha amostral e a obtenção das coordenadas UTM de cada ponto, utilizou-se o software ArcGIS (ESRI, 2014). A demarcação de cada ponto na área experimental foi realizada com equipamento GPS de navegação. Foi estabelecida uma malha amostral com pontos espaçados de 50m na direção oeste por 75m na direção sul, totalizando 106 pontos de coleta (Figura 7).

Em cada ponto amostral, foram coletadas amostras de solo na camada de 0-0,20m, com estrutura preservada e não preservada, sendo determinados os seguintes atributos físico-hídricos do solo: granulometria, densidade, porosidade total, macro e microporosidade, condutividade hidráulica do solo saturado e curva de retenção da água. Também, foi determinado o teor de carbono orgânico (CO) em cada ponto amostral e na mesma camada de solo.

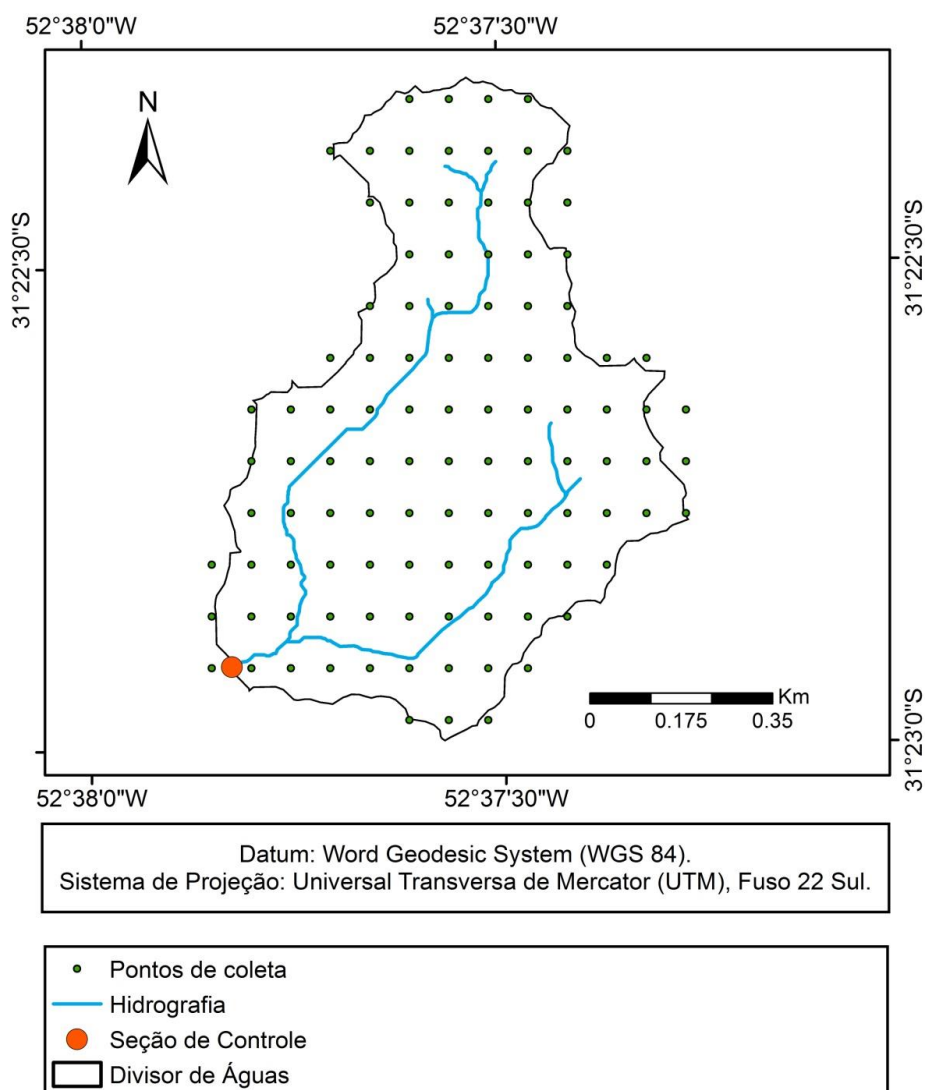


Figura 7 - Mapa da bacia hidrográfica e representação da malha amostral.

As amostras de solo com estrutura preservada foram coletadas com o auxílio de cilindros metálicos, sendo que em cada ponto foram coletadas duas amostras com cilindros de tamanhos distintos, um deles medindo 5,0 cm de altura e 4,8 cm de diâmetro interno e o outro medindo 3,0 cm de altura e 4,8 cm de diâmetro interno, totalizando 212 anéis de coleta de solo, tendo em vista que foram amostrados 106 pontos nesta etapa. Nestes mesmos 106 pontos e na mesma camada, também procedeu-se a coleta das amostras com estrutura não preservada com auxílio de uma pá de corte. As amostras de solo foram

acondicionadas em recipiente plástico apropriado. Das duas amostras com estrutura não preservada coletadas em cada ponto, uma destinou-se a realização das análises discutidas nesse trabalho, enquanto a outra está reservada para estudos futuros planejados para esta mesma bacia hidrográfica (Figura 8).



Figura 8 - Foto ilustrativa da coleta de solo com a estrutura preservada.

5.3 Análises laboratoriais

A partir das amostras com estrutura não preservada foi determinada a granulometria que consistiu da quantificação do teor areia (2,0-0,05mm), silte (0,05-0,002mm) e argila (<0,002mm) pelo método da pipeta (EMBRAPA, 1997). A determinação do CO foi realizada baseando-se na metodologia de Walkley e Black (1934) adaptada por Jackson (1982).

As amostras com estrutura preservada foram usadas para determinação da densidade, da porosidade total, da macro e microporosidade, da condutividade hidráulica do solo saturado e da curva de retenção da água (tensões de 1; 2; 6; 10; 33; 100; 300 e 1500 kPa).

Para a determinação da macroporosidade, microporosidade e porosidade total utilizaram-se as amostras coletadas com a estrutura preservada contidas nos cilindros de 5,0 cm de altura e 4,8 cm de diâmetro. Após serem preparadas (Figura 9), as amostras foram saturadas por ascensão capilar gradual e, posteriormente, submetidas à tensão de 6 kPa em coluna de

areia (REINERT; REICHERT, 2006), para determinar a macro e microporosidade.



Figura 9 - Foto ilustrativa da fase de preparação das amostras.

A porosidade total corresponde ao volume de água contida na amostra de solo saturada, enquanto que a microporosidade corresponde à umidade volumétrica quando a amostra está sob tensão de 6 kPa. A macroporosidade foi obtida pela diferença entre a porosidade total e a microporosidade (EMBRAPA, 1997).

Em seguida, estas mesmas amostras foram novamente saturadas e utilizadas para a determinação da condutividade hidráulica do solo saturado (K_0) no permeâmetro de carga constante. Esta metodologia para medição de K_0 constitui-se no próprio experimento de Darcy. Neste experimento uma amostra indeformada de solo é submetida a uma coluna de água constante, provocando passagem de água na amostra saturada e sob uma pressão constante (LIBARDI, 2005). Após a determinação da K_0 , as amostras foram secas em estufa à 105°C para a determinação da densidade do solo (EMBRAPA, 1997).

Os valores da capacidade de campo - CC e do ponto de murcha permanente - PMP seguiram o procedimento de determinação da curva de retenção de água no solo e foi efetuada conforme EMBRAPA (1997), em extrator de Richards (Figura 10). As amostras de solo contidas nos cilindros de 3,0 cm de altura e 4,8 cm de diâmetro foram saturadas e colocadas em placas porosas previamente saturadas e submetidas a uma determinada pressão, até atingir a drenagem máxima da água contida nos seus poros, correspondente à tensão aplicada. Determinou-se então a umidade das amostras nas tensões de 1; 2; 6; 10; 33; 100; 300 e 1500 kPa. O presente trabalho avalia as séries de

dados da Capacidade de Campo (10 kPa) e Ponto de murcha Permanente (1500 kPa).



Figura 10 - Câmara de Richards com amostras preparadas para determinação da Curva de Retenção da Água no Solo.

As análises físico-hídricas foram realizadas nos Laboratórios de Pedologia e Física do Solo da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), campus Cerro Largo - RS. A análise de carbono orgânico do solo foi realizada no Laboratório de Química do Departamento de Solos da Faculdade de Agronomia Eliseu Maciel, Universidade Federal de Pelotas (FAEM-UFPeI).

5.3.6 Metodologia estatística empregada

Todos os conjuntos de dados foram submetidos à estatística descritiva, no intuito de uma análise exploratória e avaliação do comportamento da distribuição. Para isso, foram calculadas as medidas de posição (média aritmética e mediana), de dispersão (desvio padrão, variância e coeficiente de variação) e as que indicam o formato da distribuição (coeficientes de assimetria e curtose).

Também foi realizado um teste de aderência com o propósito de verificar a normalidade das séries de dados. O teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S), a 5% de significância, foi empregado para analisar a tendência de normalidade de todos os conjuntos de dados. Além disso, foram utilizados gráficos *boxplot* para verificação da presença de *outliers* nos conjuntos de dados.

A partir da análise exploratória dos dados, a geoestatística foi aplicada para caracterizar e quantificar a estrutura de variabilidade espacial de cada variável. Ressalta-se que foi pressuposto que todas as variáveis apresentavam um comportamento isotrópico, ou seja, a estrutura de variabilidade é igual em

todas as direções. Com base no teste de K-S foi selecionado o estimador de semivariância, i.e., selecionou-se o estimador de Matheron (Eq. 15, p. 38) para as variáveis que tenderam à normalidade e o de Cressie e Hawkins (1980) para as que não tenderam (Eq. 20, p. 42) (KERRY; OLIVER, 2007a; LARK, 2000;).

Os semivariogramas experimentais foram ajustados aos modelos teóricos de semivariogramas (Eqs. 22 a 24, p. 44 e 45) e os parâmetros efeito pepita (c_0), patamar ($C+c_0$) e alcance (a) foram obtidos. O grau de dependência espacial - GDE (Eq. 26, p.49) foi calculado e classificado para todas as variáveis. A qualidade de cada semivariograma ajustado foi avaliada pelos valores do alcance e do GDE.

Após calcular o semivariograma da variável em estudo e havendo dependência espacial entre as amostras, o próximo passo foi obter informações de pontos não amostrados no campo através do método de interpolação denominado de krigagem (Eq. 25, p.48). Os métodos de krigagem são métodos de interpolação que procuram minimizar o erro da estimação; na realidade, o erro médio de estimação é nulo. O problema que se coloca normalmente é o de estimar o valor de uma variável em locais não amostrados, $Z(t_0)$, a partir dos valores de locais amostrados, $Z(t_i)$. O estimador de krigagem $\hat{Z}(t_0)$ também um estimador linear que considera a organização espacial da variável.

Os *softwares* R-Project e Assistat foram utilizados para as análises estatísticas, sendo o programa Assistat usado na análise exploratória e no teste de aderência, enquanto o R-Project e seus pacotes geoR e Gstat foram utilizados para realização das análises geoestatísticas.

6 Resultados e Discussão

6.1 Análise estatística preliminar dos dados

A análise exploratória de dados é um procedimento de grande importância na análise estatística e aplica-se para qualquer metodologia científica. Nesta análise preliminar dos dados tem-se por objetivo conhecer as variáveis em estudo e resumi-las. Sobretudo, este tipo de análise se baseia na interpretação gráfica dos resultados em cálculos e interpretação de estatísticas.

Em um primeiro momento, foi dado enfoque à análise da K_0 por se tratar de uma variável importante em diversas áreas da hidrologia. Uma das fases de extrema relevância do ciclo hidrológico, por exemplo, é o escoamento superficial, pois trata da ocorrência e transporte da água na superfície terrestre onde os estudos hidrológicos estão ligados ao aproveitamento da água superficial e à proteção contra os fenômenos provocados pelo seu deslocamento (SILVA et al., 2006).

A condutividade hidráulica do solo saturado é uma variável chave na fase terrestre do ciclo hidrológico, pois controla através da cobertura pedológica, a interface entre atmosfera e litosfera. É também uma variável chave na modelagem hidrológica, principalmente nos modelos distribuídos de base conceitual aplicados em pequenas bacias, embora também apareça em modelos mais globais (SOBIERAJ et al., 2001).

Por essa razão, a condutividade hidráulica saturada é um atributo físico-hídrico do solo imprescindível para a modelagem chuva-vazão, dimensionamento de sistemas de irrigação e drenagem, transporte de solutos no solo, recarga de aquíferos, escoamento superficial e transporte de sedimentos.

Neste sentido, para o presente trabalho, a K_0 serviu de base para um estudo preliminar levando-se em conta a devida importância deste atributo

físico-hídrico para estudos de modelagem hidrológica, além dos componentes texturais areia e argila, carbono orgânico, umidade na capacidade de campo e no ponto de murcha permanente.

Cada conjunto de dados foi avaliado por meio da estatística clássica para obtenção de medidas de posição (média aritmética e mediana), de dispersão (desvio padrão, variância e coeficiente de variação) e de medidas que indicam o formato da distribuição (coeficientes de assimetria e curtose) (Tabela 1). Igualmente, todas as séries de dados foram submetidas a um teste de aderência (Kolmogorov-Smirnov) para verificar a normalidade dos dados.

Tabela 1- Análise exploratória dos conjuntos de dados representando diferentes atributos físico-hídricos do solo na bacia hidrográfica Sanga Ellert.

Atributo	N	\bar{X}	Med.	S	CV%	Ass.	Curt.	K-S	Norm.
Argila	106	21	20,1	8,52	40,2	1,03	1,82	0,132	Não
Areia	106	49	49,8	7,59	15,9	-0,30	0,17	0,085	Sim
CO	106	0,87	0,75	0,50	57,9	0,96	1,01	0,109	Não
Θ_{CC}	105	0,20	0,20	0,05	28,6	1,18	3,00	0,069	Sim
Θ_{PMP}	105	0,10	0,09	0,04	44,1	1,77	5,37	0,115	Não
K_0	106	0,71	0,48	0,73	102,8	1,65	2,57	0,176	Não

Atributos físico-hídricos do solo: Argila (%); Areia (%); CO: Carbono orgânico (%); Θ_{CC} : Volume de água na capacidade de campo ($\text{cm}^3 \text{ cm}^{-3}$); Θ_{PMP} : Volume de água no ponto de murcha permanente ($\text{cm}^3 \text{ cm}^{-3}$); K_0 : Condutividade hidráulica do solo saturado (m h^{-1}); Parâmetros estatísticos: N: Número de dados; \bar{X} : Média; Med.: Mediana; S: Desvio Padrão; CV (%): Coeficiente de Variação; Ass.: Coeficiente de Assimetria; Curt.: Coeficiente de Curtose; K-S: Valor do teste Kolmogorov-Smirnov (valor crítico para séries com $N=105:0.086$; valor crítico para series com $N=106:0.086$); Norm.: normalidade.

Para os 106 dados esperados para as séries de capacidade de campo e ponto de murcha permanente, a tabela 1 apresenta N igual a 105. Estas análises são efetuadas a partir de amostras de solo com estrutura preservada, e por ocasião de um incidente ocorrido no laboratório, uma destas foi perdida. As séries de argila, areia e carbono orgânico correspondem ao N igual a 106.

O presente trabalho utiliza os teores de argila e areia para representação textural dos solos da bacia. Os valores da média e da mediana da argila (respectivamente 21 e 20,1%) não indicam uma tendência de normalidade para a distribuição dos dados referentes a este atributo, corroborados pelo valor do coeficiente de assimetria e curtose (ambos > 1) e também pelo coeficiente de variação elevado, segundo o critério de Warrick e Nielsen (1980), que classifica o $CV < 12\%$ como baixo, $12 \leq CV \leq 24\%$ como moderado e alto $> 24\%$. Os valores da média e da mediana para o atributo areia (respectivamente 49 e 49,8%) apresentam valores mais próximos entre si, quando comparados aos

da argila, indicando uma tendência de normalidade para a distribuição dos dados. Esta tendência também pode ser observada nos coeficientes de assimetria e curtose próximos a zero, e também do valor correspondente de CV (igual à 15,8%), classificado como moderado.

Para esses solos destaca-se entre as frações granulométricas uma maior ocorrência das frações silte e areia, sendo classificados principalmente na classe textural franca e franca-arenosa. A figura 11 ilustra os dados granulométricos distribuídos no triângulo textural (STRECK et al., 2002) e o posicionamento de cada um dos pontos onde foi avaliada a classe textural do solo na BHSE a uma camada de 0 a 20 cm. Observa-se uma concentração de pontos nas classes texturais franco-arenosa e franca.

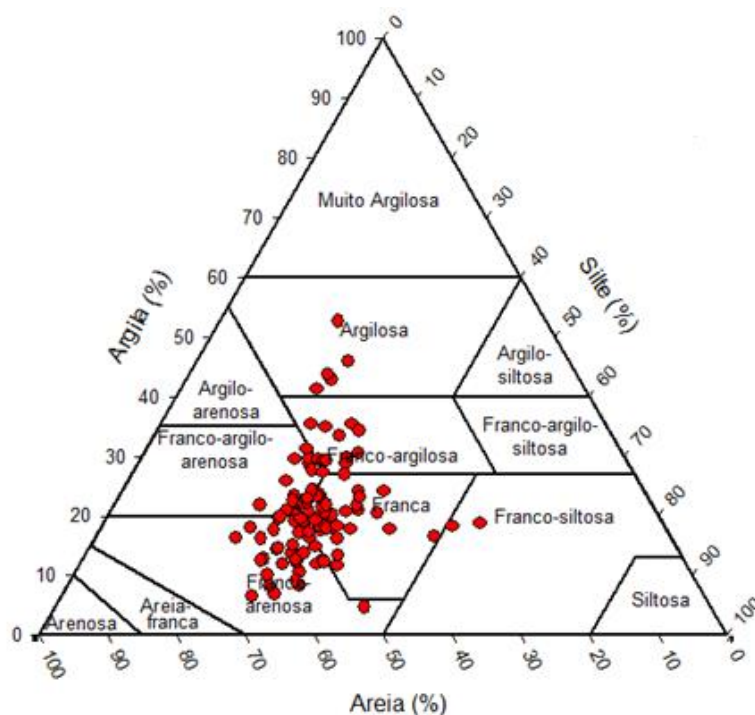


Figura 10 - Triângulo textural e enquadramento nas respectivas classes texturais das amostras de solos analisadas na BHSE (adaptado de Streck et al., 2002).

O valor médio dos dados observados de CO (0,75%) é considerado muito baixo de acordo com a classificação do Manual de Adubação e de Calagem para os Estados do Rio Grande do Sul e de Santa Catarina (CQFS RS/SC, 2016). She et al. (2017), em estudo realizado em uma transecção ao longo da área de drenagem à montante da Ponte Cordeiro de Farias na bacia

hidrográfica do arroio Pelotas obtiveram média de 2,30% para o CO. O fato de que na área correspondente à BHSE prevalece a ocorrência de solos rasos associado à intensa atividade antrópica sinaliza para uma degradação e decomposição da fração orgânica dos solos da bacia e, conseqüentemente, redução dos teores de CO.

A ampla variabilidade espacial do CO demonstrada pelo CV na análise exploratória dos dados é muito maior em comparação com estudos em ambientes com maior alívio topográfico e/ou intenso impacto humano. Neste sentido, Meersmans et al. (2008) e Van Wesemael et al. (2010) sugerem um uso limitado de conjuntos de dados regionais para prever estoques regionalizados de CO em bacias hidrográficas. No entanto, mesmo no caso de baixa previsibilidade, os conjuntos de dados regionais fornecem um meio efetivo para definir a distribuição espacial dos locais de amostragem, a fim de representar as combinações observadas entre os diversos fatores ambientais e os estoques de CO do local em estudo (HOFFMANN et al., 2014).

A análise exploratória da série de dados do CO também sugere que a distribuição dos dados não apresenta normalidade. Os valores da média e da mediana da argila (respectivamente 21 e 20,1%) não indicam uma tendência de centralidade para a distribuição dos dados referentes a este atributo, corroborados pelo valor do coeficiente de assimetria e curtose (ambos > 1) e também pelo coeficiente de variação elevado (57,9%).

Os resultados referentes à curtose, assimetria e coeficiente de variação para os dados de capacidade de campo e ponto de murcha permanente não indicam distribuição normal. Embora para estes dois eventos, os valores da média e mediana estão próximos entre si, mostrando uma tendência à distribuição simétrica, é possível observar a partir dos valores do coeficiente de variação, assimetria e curtose, elevada variabilidade nas séries destes atributos. A média, desvio padrão e coeficiente de variação da CC são similares às encontradas por She et al. (2017).

De acordo com o teste de Kolmogorov-Smirnov, verificou-se a ausência de normalidade para os atributos argila, carbono orgânico, ponto de murcha permanente e condutividade hidráulica do solo saturado. Areia e a umidade na capacidade de campo tiveram suas distribuições de dados apresentando normalidade.

A eficiência de um plano ou arranjo amostral de solo é dependente do conhecimento prévio da estrutura da variabilidade espaço-temporal que os atributos investigados apresentam no solo (MALLARINO; WITTRY, 2004; MONTANARI et al., 2012; NANNI et al., 2011). Entretanto, a variabilidade dos atributos do solo, resultante da formação do solo e de intervenções antrópicas, varia em diferentes escalas espaciais e temporais (CAMBARDELLA et al., 1994).

O elevado valor de coeficiente de variação para a condutividade hidráulica (102,8%) pode estar relacionado à variação dos atributos físicos dos solos, que são intimamente relacionados com a dinâmica da água no solo. De acordo com Mesquita e Moraes (2004), a K_0 é determinada pela geometria e continuidade dos poros preenchidos com água, tornando-se dependente, portanto, da forma, quantidade, distribuição e continuidade dos mesmos. Ainda segundo Mesquita e Moraes (2004), a condutividade hidráulica saturada é mais dependente da estrutura do que da textura do solo. As práticas culturais adotadas, alterando a estrutura do solo, influenciam diretamente a K_0 , mais até do que os processos de gênese e formação da estrutura dos solos. Inclusive, devido ao importante efeito do diâmetro dos poros, a variabilidade da K_0 em locais próximos pode alcançar inúmeras ordens de grandeza.

Por este motivo, realizaram-se tentativas iniciais da análise geoestatística para a K_0 , que demonstraram que o semivariograma, ao invés de ser crescente e dependente de h , foi constante e igual ao patamar para qualquer valor de h (Figura 12). O semivariograma apresentado na figura 12 revela que a condutividade hidráulica do solo saturado não demonstrou continuidade espacial para o primeiro arranjo amostral na área da BHSE. Neste caso, onde a hipótese intrínseca não é alcançada, a geoestatística não pode ser aplicada.

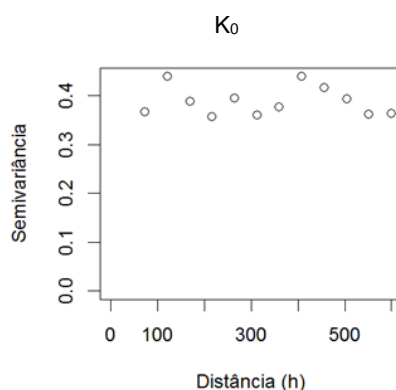


Figura 12 - Semivariograma da condutividade hidráulica do solo saturado apresentando ausência de dependência espacial (efeito pepita puro).

Diz-se, em tal situação, que ocorreu um efeito pepita puro, ou seja, não foi encontrada a estrutura de variação, portanto, o raio de ação é menor que a distância amostrada. Neste caso, pontos localizados em uma área de raio maior do que o alcance é independente, apresentando uma distribuição espacial aleatória e menos homogênea (TAKEDA, 2000). Para estas amostras, a estatística clássica pode ser aplicada sem restrição (SILVA et al., 1989). Quando as amostras são separadas por distâncias maiores que o alcance (a), estas não são correlacionadas umas às outras, impedindo que se façam interpolações por krigagem para espaçamentos maiores do que amostrados.

O ajuste de um modelo teórico de semivariograma está diretamente relacionado à amostragem realizada. Isso porque o *grid* de amostragem da qual os dados foram obtidos determina tanto o número como o tamanho das distâncias de separação entre pares de pontos a serem utilizados. Assim, o adensamento de pontos em malhas pode ocasionar diferenças no ajuste dos modelos de semivariogramas.

Logo, optou-se por realizar um levantamento de amostras em um determinado ponto da bacia, a fim de suprimir a ausência da estrutura de variação para atributos do solo que apresentam grande variabilidade espacial.

6.2 Segunda etapa de coleta de solo: adensamento da malha amostral

Na segunda etapa de coleta de amostras de solo, realizou-se mais 78 pontos de coleta, em uma área específica da bacia hidrográfica (Figura 13), totalizando 184 pontos amostrados, onde os pontos verdes representam a primeira bateria de coletas e os pontos vermelhos à segunda bateria. A figura apresenta também a hidrografia, o exutório e a delimitação da BHSE

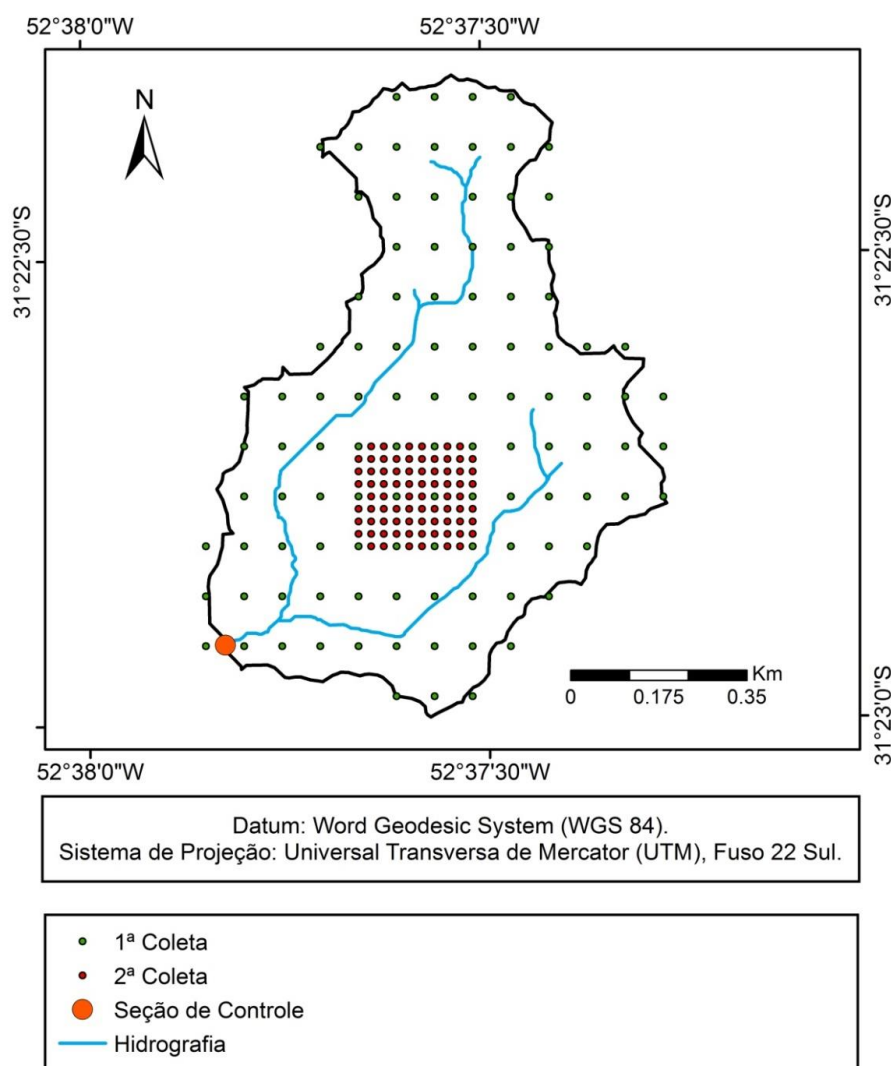


Figura 13 - Mapa da bacia hidrográfica e *grid* amostral demonstrando a primeira e a segunda etapa de coletas do solo na BHSE

A razão de se fazer um detalhamento em escala menor, deve-se à possibilidade de alta variabilidade principalmente da condutividade hidráulica do solo saturado. Esta variabilidade pode dificultar a determinação do modelo de variação espacial, por meio do semivariograma, devido à capacidade infinita de variação, ou seja, a não estacionaridade de segunda ordem para grandes distâncias (Vieira, 2000).

Após a obtenção dos dados da segunda bateria de coletas, foi realizada uma nova análise exploratória (Tabela 2) e a partir destes novos dados,

associados àqueles levantados durante a primeira coleta, todas as demais análises geoestatísticas foram realizadas.

Tabela 2 - Análise exploratória dos dados primeira e segunda etapa da coleta de solos

Atributo	N	\bar{X}	Med.	S	CV%	Ass.	Curt.	K-S	Norm.
DS	179	1,41	1,42	0,17	12,4	-1,01	1,61	0,151	Não
PT	179	46,7	46,4	6,62	14,1	1,01	1,61	0,137	Não
Macro	179	20,6	20,4	5,05	24,3	1,17	4,10	0,102	Não
Micro	179	26,1	26,4	7,89	30,3	0,11	0,79	0,075	Sim
K ₀	179	0,81	0,52	0,80	99,4	1,38	1,46	0,175	Não

Atributo Físico-hídrico: DS: densidade do solo (g cm^{-3}); PT: Porosidade total (%); Macro : Macroporosidade (%); Micro: Microporosidade (%); K₀: Condutividade hidráulica do solo saturado (m h^{-1}); Parâmetros estatísticos: N: Número de dados; \bar{X} : Média; Med.: Mediana; S: Desvio Padrão; CV (%): Coeficiente de Variação; Ass.: Coeficiente de Assimetria; Curt.: Coeficiente de Curtose; K-S: Valor do teste Kolmogorov-Smirnov (valor crítico para séries com N=179:0.086; Norm.: normalidade).

Para as 78 amostras da segunda coleta, foram realizadas as seguintes análises laboratoriais: densidade do solo, porosidade total, macroporosidade, microporosidade e condutividade hidráulica do solo saturado. Dos 184 dados esperados para estas séries mencionadas, foi observada a presença de 179 valores na série de dados. Isto ocorre devido ao fato de que durante o processo de saturação das amostras com estrutura preservada, algumas delas apresentaram uma alta hidrofobicidade e não saturaram. A literatura aponta estudos sugerindo que este fenômeno pode estar ligado à constituição da matéria orgânica do solo nestes pontos amostrais (HALLET; YOUNG, 1999; VOGELMANN et al., 2013). Todavia, por não se tratar do foco principal deste trabalho, estas amostras foram descartadas.

Para o atributo densidade do solo se verifica uma tendência à normalidade da distribuição dos dados. Esta tendência é sustentada pela proximidade dos valores da média e da mediana. Valores dos coeficientes de assimetria e curtose próximos a zero também são indicadores da tendência à normalidade para série de dados deste atributo. O coeficiente de variação classificado como médio é mais um indício de que a distribuição destes dados é normal.

As medidas estatísticas (média, desvio padrão e coeficiente de variação) obtidas pela análise exploratória da série de dados da DS estão muito próximas às encontradas por She et al. (2017)

Para os atributos do solo porosidade total, macroporosidade e microporosidade, o menor CV observado foi para a porosidade total e o maior

para microporosidade. Com base no teste de aderência Kolmogorov-Smirnov (Tabela 2), pôde-se constatar que dentre estes três atributos, apenas a microporosidade apresenta hipótese de normalidade para a distribuição dos dados. Isto evidencia que, mesmo que os coeficientes advindos da análise exploratória possam ser um indicativo de centralidade das distribuições de freqüência, a realização de testes de aderência é fundamental para a distinção entre séries de dados normais e não normais.

A análise exploratória demonstrou que a média da condutividade hidráulica do solo saturado corresponde à $0,81 \text{ m h}^{-1}$ e a mediana igual à $0,52 \text{ m h}^{-1}$. Esta disparidade evidencia a grande variabilidade deste atributo, demonstrada também pelo coeficiente de variação (99,4%). Os resultados obtidos para a condutividade hidráulica do solo saturado evidenciam a alta variabilidade dos dados na área em estudo. She et al. (2014) encontraram coeficiente de variação para a condutividade hidráulica de solo saturado de 50,8% em estudo realizado na região do Loess Plateau (China). She et al. (2017), mesmo trabalhando com dados logaritimizados (\ln), obtiveram CV de 32,7%, considerado alto de acordo com o critério de Warrick e Nielsen (1980). Este mesmo trabalho apontou valores de CV para K_0 , considerando apenas a primeira série de dados, similar àquele obtido com base na segunda série de dados, demonstrando que a condutividade hidráulica do solo saturado depende do espaço poroso, e este parâmetro varia bastante de solo para solo e, também, para o mesmo solo em função das variações estruturais e antrópicas.

Levando em conta todos os atributos avaliados no presente trabalho, de acordo com o teste de Kolmogorov-Smirnov, verificou-se a ausência de normalidade para a maioria dos dez atributos físico-hídricos do solo. Com exceção da areia, microporosidade e capacidade de campo, todos os outros tiveram suas distribuições de dados apresentando ausência de normalidade. O emprego da geoestatística para análise espacial de atributos do solo utilizando para o cálculo das semivariâncias o estimador clássico de Matheron apresenta operacionalidade apenas para séries normais. Logo, para elaborar os semivariogramas, foram utilizados dois estimadores: o clássico de Matheron (1962), adequado para dados com distribuição normal, e o robusto de Cressie e Hawkins (1980), menos sensível a valores extremos.

Esta alta variabilidade dos atributos físico-hídricos do solo deve-se também em grande parte a uma considerável variação do terreno da bacia. Embora possa ser considerada uma área pequena e não apresente variabilidade de classes de solo, os diversos usos do solo, classes de relevo, tipos de vegetação, etc, determinam características físicas bastante distintas; assim, conseqüentemente, contribuindo para uma maior variação nos atributos físico-hídricos na área em estudo.

6.5 Análise geoestatística

6.5.1 Modelagem dos semivariogramas experimentais

A análise geoestatística realizada por meio de semivariogramas mostrou que, com exceção dos atributos areia e argila, todos os demais atributos avaliados no presente trabalho apresentaram dependência espacial, que foi modelada por meio dos modelos teóricos, esférico (três variáveis); exponencial (quatro variáveis) e gaussiano (uma variável) (Tabela 3).

Tabela 3 - Parâmetros dos modelos dos semivariogramas ajustados para os atributos físico-hídricos do solo que apresentaram dependência espacial.

Variável	Modelo	C_0	C_0+C	a (m)	%	GDE Classe	Estimador
CO	Esférico	0,1125	0,2137	191,84	52,7	Moderado	Cressie Hawkins
DS	Exponencial	0,0136	0,0292	130,06	46,7	Moderado	Cressie Hawkins
PT	Exponencial	19,9495	43,3374	162,53	46,0	Moderado	Cressie Hawkins
Macro	Exponencial	25,6577	61,0177	57,61	42,0	Moderado	Cressie Hawkins
Micro	Exponencial	3,4171	27,1346	58,32	12,6	Forte	Matheron
Θ_{CC}	Gaussiano	0,0007	0,0032	76,74	24,7	Forte	Cressie Hawkins
Θ_{PMP}	Esférico	0,00005	0,0017	95,92	2,7	Forte	Cressie Hawkins
K_0	Esférico	0,1514	0,5389	131,00	28,1	Moderado	Cressie Hawkins

Atributo Físico-hídrico: CO: carbono orgânico (%); DS: densidade do solo (g cm^{-3}); PT: Porosidade total (%); Macro: Macroporosidade (%); Micro: Microporosidade (%); Θ_{CC} : Volume de água na capacidade de campo ($\text{cm}^3 \text{ cm}^{-3}$); Θ_{PMP} : Volume de água no ponto de murcha permanente ($\text{cm}^3 \text{ cm}^{-3}$); K_0 : Condutividade hidráulica do solo saturado (m h^{-1}); Parâmetros geoestatísticos: C_0 : Efeito pepita; C_0+C : Patamar; a : Alcance; GDE: Grau de dependência espacial.

Nota-se que com exceção da microporosidade do solo, todas as demais variáveis tiveram seus semivariogramas ajustados a partir do estimador robusto (Eq. 20, p.42). O estimador clássico ou estimador de Matheron (Eq. 15, p.38) é assintoticamente imparcial para qualquer função aleatória intrínseca (CRESSIE, 1993), mas, como se baseia em diferenças quadráticas entre os dados, é muito sensível à presença de *outliers* para os valores de Z . Segundo

Lark (2000), um único *outlier* pode distorcer a estimativa do semivariograma, uma vez que este ocorre em várias comparações pareadas ao longo de muitos ou de todos os intervalos de distâncias.

No caso de *outliers* serem detectados na série de dados em estudo, deve-se tomar alguma decisão para os próximos passos. Uma opção discutida por Cressie (1993) seria o uso de um estimador robusto que apresente menor sensibilidade na presença de dados discrepantes.

De acordo com Lark (2000), métodos robustos têm sido desenvolvidos para uma ampla gama de problemas na estatística, e.g. variogramas, todavia não devem ser empregados sem uma reflexão prévia. Em primeiro lugar, devem ser excluídos os dados que são fisicamente impossíveis ou de alguma outra forma claramente errôneos. Estimadores robustos não devem ser considerados substitutos à avaliação adequada e edição de dados (LARK, 2000). Uma vez feito isso, a distribuição esperada da variável de interesse deve ser considerada. Muitas propriedades do solo têm distribuições positivamente assimétricas, análogas a uma distribuição log-normal, tais como K_0 (MESQUITA et al., 2002), teor de nitrogênio mineral (WHITE; HAIGH; MACDUFF, 1987), tamanho de agregados (GARDNER et al., 1956).

Para o atributo capacidade de campo, embora *a priori* este apresentasse normalidade em sua distribuição de frequência de acordo com o teste de Kolmogorov-Smirnov (Tabela 2), a análise de *outliers* realizada a partir da construção de um gráfico em caixa (*boxplot*) (Figura 14) demonstrou a presença de pontos discrepantes. Optou-se então, neste caso, pelo uso do estimador robusto para o semivariograma.

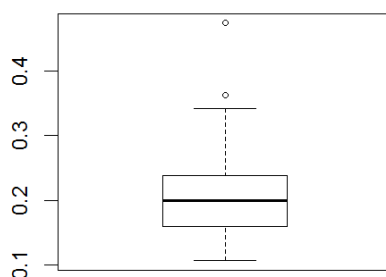


Figura 14 - *Boxplot* indicando a presença de *outliers* na série de umidade volumétrica na capacidade de campo

Ainda com relação à dependência espacial, o GDE calculado segundo Cambardella et al. (1994), evidenciou paridade entre dependência espacial

“moderada” ($25\% < GDE \leq 75\%$) e “forte” ($GDE \leq 25\%$) com três variáveis dentro de cada um desses intervalos, enquanto apenas duas variáveis foram classificadas como de GDE “fraco” ($GDE < 25\%$). Vale ressaltar que quanto menor o valor do GDE, mais os semivariogramas explicam a variância dos dados.

Outro resultado importante dos semivariogramas são os valores do alcance. Este parâmetro indica a linha divisória entre a aplicação da estatística clássica (pode ser usada sem restrições para distâncias maiores que o alcance) ou da Geoestatística, i.e., para distâncias menores que o alcance as amostras são correlacionadas e podem ser utilizadas para interpolação dos locais não amostrados (VIEIRA, 2000). Assim, o valor do alcance deve ser sempre considerado em planos de amostragem (ZANÃO JR. et al., 2010).

Os semivariogramas das variáveis CO e PT apresentaram valores de alcance maiores que os dos demais atributos avaliados (Tabela 3). Portanto, no caso de usar a Geoestatística para interpolar uma dessas variáveis, a área da BHSE poderia contar com um número menor de amostras (ZANÃO JR. et al., 2010).

Diversas pesquisas têm indicado que os levantamentos de CO são caracterizados por grandes incertezas e que estas resultam: i) da grande variabilidade espacial das propriedades do solo, como tamanho das partículas, densidade do solo, espessura do solo e concentração de CO (DON et al., 2007), ii) do conhecimento impreciso da ligação entre as condições ambientais e a dinâmica do CO, e iii) das limitações dos conjuntos de dados regionais, e.g. mapas geológicos e de solo, para representar a variabilidade em pequena escala das propriedades do solo (HOMANN et al., 1995). Com base em uma revisão de estudos de interpolação espacial, Li e Heap (2011) demonstraram que a eficiência dos métodos de interpolação espacial depende principalmente da densidade da amostragem, CV e do projeto da amostragem.

Com relação ao alcance, as diferenças observadas entre as variáveis, levando-se em conta aquelas que foram submetidas a uma nova coleta (Tabela 1 e Tabela 2), mostram o quanto esse parâmetro é importante no planejamento de um experimento, seja no caso que se pressuponha aleatoriedade dos dados ou para aplicação da Geoestatística.

Araújo et al. (2018) durante estudo realizado em uma bacia de 148 km², obtiveram os maiores resultados de alcance para DS ajustando o modelo gaussiano aos seus semivariogramas experimentais. Alho et al. (2016), em trabalho realizado em uma malha com 192 pontos amostrais, observaram alcances entre 26 e 51 metros para DS, macro e microporosidade e os modelos teóricos que melhor se ajustaram aos semivariogramas experimentais foram o esférico e o exponencial. Oliveira et al. (2015) concluiu que o valor do alcance influencia a qualidade da estimativa, e isso determina o número de valores utilizados na interpolação. Destaca-se que nas estimativas obtidas através da interpolação por krigagem, o uso de valores de alcance mais elevados são mais confiáveis, com mapas que melhor representam a realidade.

A figura 15 apresenta os semivariogramas e os modelos ajustados dos atributos do solo que apresentaram dependência espacial.

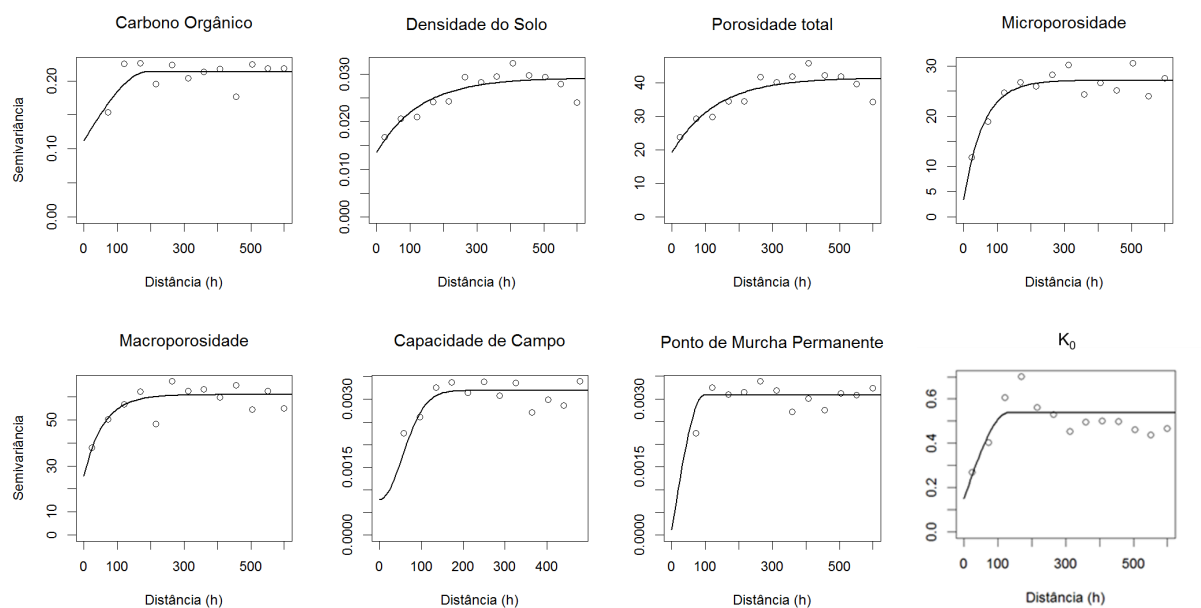


Figura 15 - Semivariogramas teóricos e experimentais para os atributos físico-hídricos do solo da BHSE que apresentaram dependência espacial.

6.5.2 Uso e ocupação do solo na BHSE

No decorrer da amostragem de solo, também foram levantadas informações do uso do solo para cada ponto amostrado. Devido à grande variabilidade do uso do solo, da vegetação espontânea presente na área e da mata nativa, optou-se por estratificar o uso e ocupação do solo da bacia nos seguintes elementos: reflorestamento, lavoura de fumo, lavoura anual, pastagem e mata nativa (Figura 16).

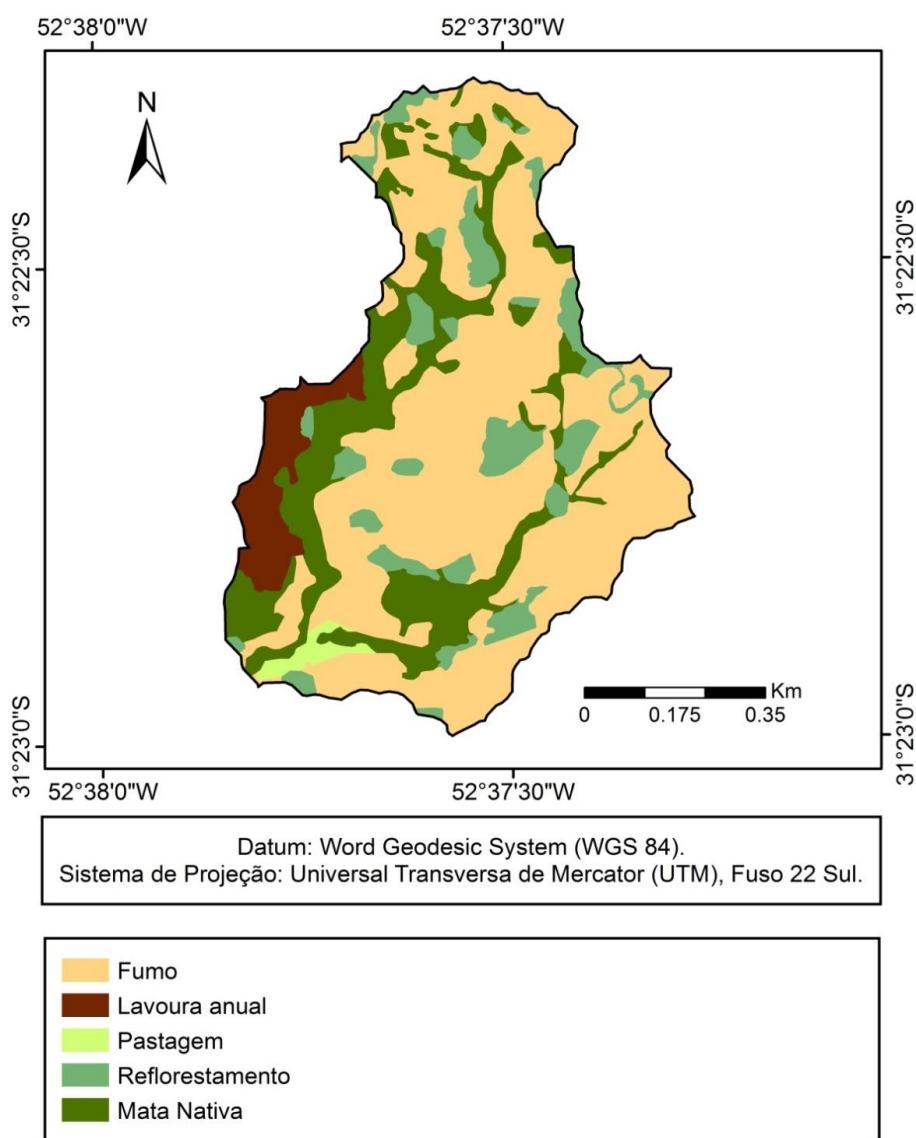


Figura 16 - Mapa de uso e ocupação do solo da BHSE.

O mapa de uso e ocupação do solo é uma ferramenta auxiliar na interpretação geoestatística, pois a partir deste pode-se relacionar as ocorrências dos atributos físico-hídricos do solo em virtude da dinâmica espacial e temporal da área em estudo, tendo em vista que diversos atributos físico-hídricos são sensíveis à atividade antrópica e apresentam comportamento distinto no que tange a cobertura vegetal do solo.

O mapa acima mostra a predominância da cultura do fumo na área da bacia. Em áreas onde há domínio da cultura do fumo é comum a ocorrência de problemas vinculados à conservação dos solos, devido ao modelo de produção, caracterizado pelo uso intensivo do solo. Esse problema associado à produção de fumo em áreas de alta fragilidade ambiental (e.g. declividade acentuada e solos rasos) aumenta a suscetibilidade dos solos à degradação, desta forma diminuindo a sua qualidade, conservação dos recursos naturais e, consequentemente, a capacidade produtiva.

Antoneli e Thomaz (2009), ao relacionar o calendário agrícola com a produção de sedimentos em uma área experimental, constataram que o manejo da fumicultura potencializou sobremaneira a produção de sedimento. A morfologia da planta e, sobretudo, o revolvimento constante do solo por meio da formação de sulco em desnível facilitam o destacamento e o transporte de partículas. Dessa forma, nas áreas cultivadas com fumo, tanto a erosão interna nas propriedades, quanto a transferência de sedimento para fora das propriedades merecem investigações mais detalhadas. A conexão das propriedades através de caminhos, carreadores e estradas amplia a transferência de sedimento, bem como a ligação direta entre vertente (área fonte) e canal fluvial.

Heathwaite et al. (1990) afirmam que a variação na dinâmica do uso do solo ao longo do ano, promove variações nos percentuais de infiltração e por conseguinte altera as estimativas de perda de solo. Esta variação (solo exposto – solo coberto) em áreas agrícolas promove alterações na densidade do solo, refletido diretamente também na redução da porosidade.

6.5.3 Interpolação geoestatística dos atributos físico-hídricos do solo

As determinações realizadas em distâncias menores que o alcance, predeterminado na análise semivariográfica, permite o uso de interpolações via krigagem para estimativas em pontos não amostrados.

A krigagem ordinária é geralmente associada como BLUE (best linear unbiased estimator), porque suas estimativas são combinações lineares ponderadas dos dados disponíveis e não-viciada porque busca o valor de erro ou resíduo médio igual a 0; e é melhor porque minimiza a variância dos erros (ISAACS; SRIVASTAVA, 1989). Logo, Optou-se pelo uso da krigagem ordinária para interpolação dos dados dos atributos físico-hídricos do e do carbono orgânico do solo da BHSE.

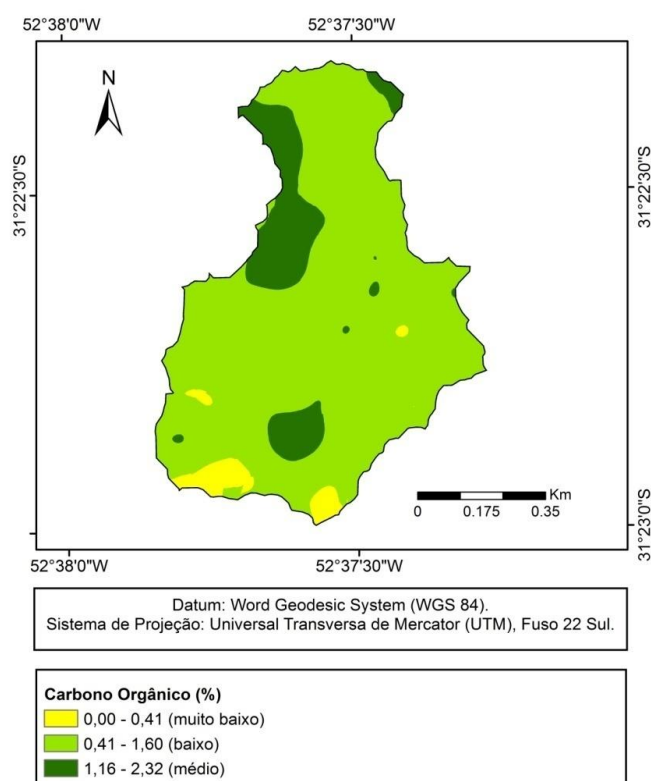


Figura 17 – Mapa da Interpolação dos teores de carbono orgânico do solo da BHSE.

O CO (Figura 17), considerado baixo em toda área da bacia de acordo com classificação proposta pelo Manual de Adubação e Calagem para os Estados do Rio Grande do Sul e de Santa Catarina (CQFS RS/SC, 2016), apresenta os valores mais elevados em áreas de mata nativa. Este fato é

notório em áreas onde o acúmulo de resíduos vegetais é abundante. Também é incontestável a ocorrência de valores muito baixos de CO nas áreas ocupadas pela cultura do fumo que, como já destacado neste estudo, é dependente de um manejo de intensa atividade antrópica sobre o solo. Em estudos realizados na região norte da Bélgica, Meersmans et al.(2008) concluíram que o teor de CO próximo à superfície do solo é determinado pelo tipo do solo e também pelo uso e ocupação do mesmo, enquanto o estoque de CO acumulado em profundidade no perfil é dependente principalmente da textura e da drenagem do solo.

Valores considerados médios para o CO são observados em áreas de mata e vegetação nativa, aonde o impacto do uso do solo é restrito. Meersmans et al.(2008) indicam que o aporte de carbono orgânico em áreas de menor atividade antrópica tende a ser maior do que em demais áreas cultivadas e que a intensidade do uso de solos em áreas agrícolas, principalmente na camada superficial do solo, é um fator determinante para com o CO do solo.

Muitos estudos também indicam a existência de relação entre o uso intensivo do solo com a porosidade e a densidade do solo (ANDRADE et al., 2009; REYNOLDS et al., 2009; SILVA et al., 2012; STEFANOSKI et al. 2013). Através da krigagem, esta relação fica clara, evidenciando que em áreas de cultivo do fumo a densidade do solo é extremamente elevada e a porosidade total tem comportamento proporcionalmente inverso.

A figura 18 apresenta os mapas de densidade do solo, porosidade total, macroporosidade e microporosidade dos solos. Reichert et al.(2009) utilizaram as classes texturais para classificar a densidade do solo, entretanto, esta classificação compreende apenas as classes muito argilosa, argilosa, franco argilosa, franco arenosa e franco siltosa. Dos 106 pontos de coleta de solo em que a mineralogia foi mensurada, 51 foram classificados nestas classes texturais e foi constatado que apenas 3 pontos apresentaram a densidade do solo superior ao limite proposto por Reichert et al.(2009), sendo classificadas como “alta”. Em outros três pontos a densidade do solo ficou dentro do limite considerado ideal. Em 45 pontos de coleta aonde foi possível classificar a densidade do solo, esta foi considerada baixa, evidenciando que o solo da

BHSE está exposto a problemas ligados a pouca agregação do solo e baixa retenção de água.

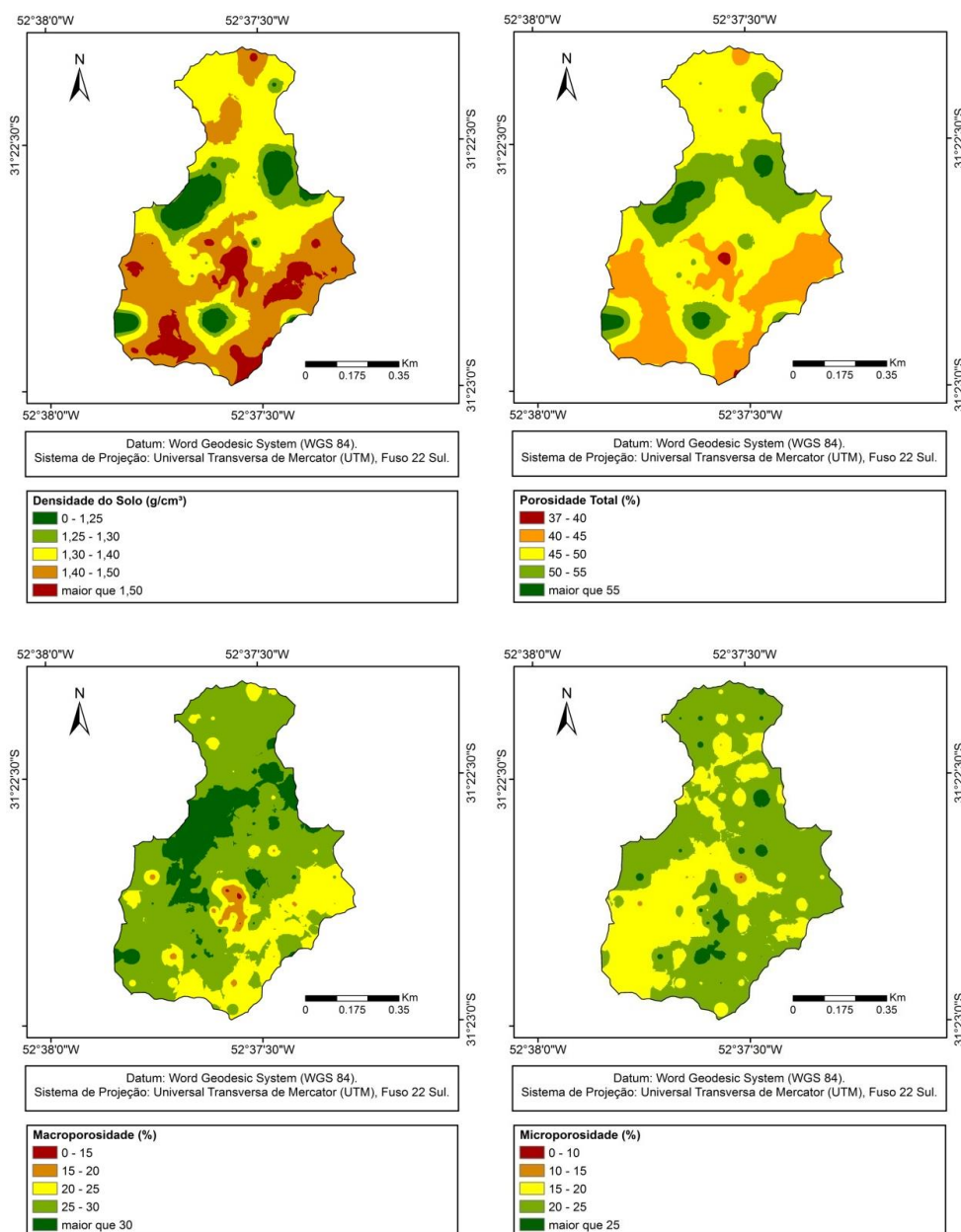


Figura 18 – Mapas de Interpolação dos dados de densidade do solo, porosidade total, macroporosidade e microporosidade dos solos coletados na BHSE

Das 179 amostras de solo levantadas no presente estudo, apenas quatro tiveram a macroporosidade abaixo do valor crítico (SILVA et al., 1994). As áreas que apresentaram valores mais baixos de macroporosidade

coincidem com os poucos pontos aonde a densidade do solo foi elevada, acima do limite ideal para a classe textural correspondente e de acordo com as imagens, nota-se que corresponde a uma pequena porção da BHSE.

Os valores de CO, que são considerados muito baixo na maior parte da bacia, associado a elevada porosidade total e macroporosidade, e também à baixa densidade do solo são fatores que sugerem pouca agregação do solo e consequentemente baixa retenção de água e elevada condutividade hidráulica.

Dentre os componentes da PT (macroporosidade e microporosidade) (Figura 18), a matriz de correlação de Pearson (Tabela 4) aponta uma interação bastante significativa entre a macroporosidade e a DS e entre a macroporosidade e a PT (Figura 18). Os valores mais baixos de DS, bem como mais elevados de PT e macroporosidade nas áreas de mata nativa presentes na bacia, indicam que estes atributos estão intimamente ligados às atividades de manejo realizadas sobre estes solos, sendo estes mais influentes até mesmo que o material de origem e os demais componentes de formação dos solos referidos.

Tabela 4 - Matriz de Correlação de Pearson para os atributos físico-hídricos.

Atributo	CO	Areia	Argila	K ₀	DS	PT	Micro	Macro	Θ _{CC}
Areia	-0,40*								
Argila	0,44*	-0,74*							
K ₀	0,26*	0,13 ^{NS}	-0,05 ^{NS}						
DS	-0,52*	0,40*	-0,35*	-0,57*					
PT	0,52*	-0,40*	0,35*	0,57*	-1,00**				
Micro	0,38*	-0,46*	0,50*	-0,34*	-0,25*	0,25**			
Macro	0,21**	-0,04 ^{NS}	-0,03 ^{NS}	0,75*	-0,73*	0,73*	-0,48*		
Θ _{CC}	0,30*	-0,52*	0,52*	-0,19**	-0,27*	0,27*	0,61*	-0,18*	
Θ _{PMP}	0,37*	-0,49*	0,53*	-0,08 ^{NS}	-0,34*	0,34*	0,57*	-0,09 ^{NS}	0,94*

* Significativo a 1%; **Significativo a 5%; ^{NS} Não significativo. CO: carbono orgânico; DS: densidade do solo; PT: Porosidade total; Macro: Macroporosidade; Micro: Microporosidade; Θ_{CC}: Volume de água na capacidade de campo; Θ_{PMP}: Volume de água no ponto de murcha permanente; K₀: Condutividade hidráulica do solo saturado.

Quanto à microporosidade, fica evidente a correlação desta com os teores de partículas minerais e orgânicas do solo. Este fato corrobora com a afirmação que a ocorrência de microporos está mais ligada à pedogênese do que à atividade antrópica. As interpolações demonstram esta relação.

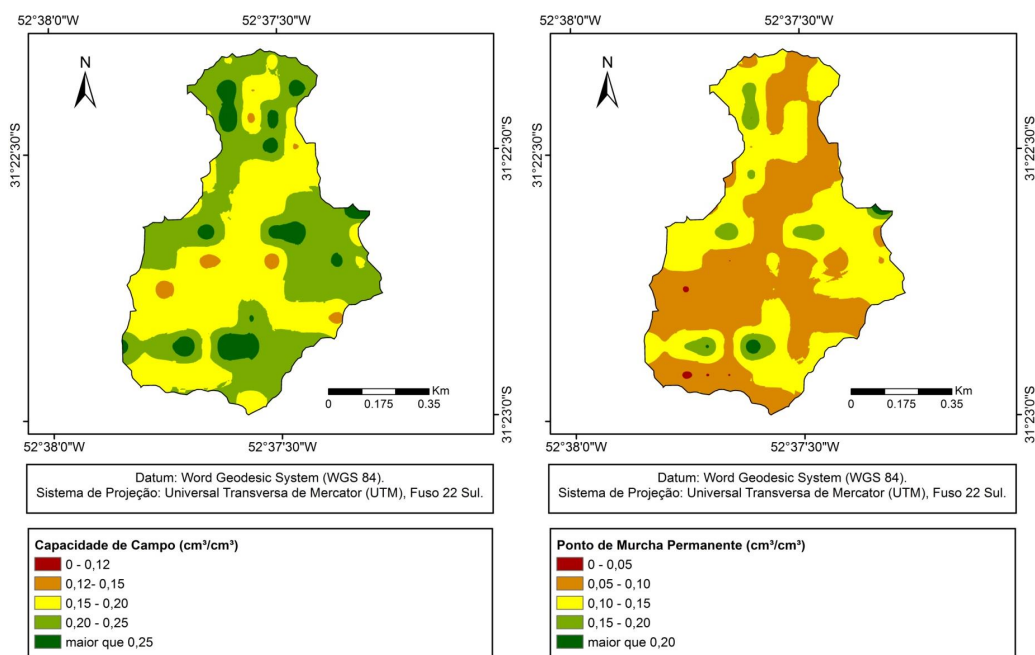


Figura 19 – Mapas das Interpolações dos dados de umidade volumétrica na capacidade de campo e no ponto de murcha permanente, considerando as amostras coletadas e analisadas na BHSE.

A interpolação geoestatística da CC e do PMP, conforme ilustrados na Figura 19 demonstraram a mesma correlação observada na matriz de Pearson, sendo esta correlação mais proeminente entre as frações mineral e orgânica do solo e também entre a densidade e porosidade do solo.

Também foi observado que a umidade no PMP não apresentou correlação significativa com a macroporosidade, o que já era esperado devido ao fato de que a textura do solo afeta de forma significativa o teor de água no ponto de murcha permanente, enquanto a estrutura do solo tem menor influência na retenção da água nesse ponto (ARRUDA; ZULLO; OLIVEIRA, 1987).

Segundo Fageria, Stone e Santos (1999), um dos principais efeitos da matéria orgânica é a mudança nas características de retenção de água do solo, e que esta se deve aos seguintes fatores: decréscimo da densidade e aumento da porosidade total, mudança na distribuição do tamanho dos agregados e aumento da capacidade de adsorção do solo e a mineralogia do solo,

Para Emerson e McGarry (2003), a porosidade aumenta com aplicação de matéria orgânica e esta, aumenta as cargas negativas do solo, aumentando a capacidade de retenção de água dos solos, principalmente nos solos arenosos. Barzegar, Yousefi e Daryashenas (2002), aplicando matéria orgânica no solo, verificaram aumento na porosidade, taxa de infiltração de água e aumento de estabilidade da estrutura do solo e na capacidade de retenção de água, que influenciaram no aumento de produtividade do trigo.

Para a Figura 20, o mapa de distribuição da K_0 foi classificado de acordo com a indicação do USDA, onde o fluxo de água é enquadrado nos diferentes padrões texturais do solo sendo classificado como rápido; muito rápido; moderadamente rápido; moderado; moderadamente lento; lento e impermeável. Estas taxas de K_0 devem ser interpretadas como um guia geral sendo notório que diferenças na densidade de partícula são relevantes e podem alterar esta classificação.

Independentemente, de acordo com a classificação acima descrita, as taxas de K_0 demonstradas na interpolação dos dados levantados na BHSE evidenciaram a predominância de fluxo muito rápido na bacia (acima de $0,508 \text{ m.h}^{-1}$) e as demais áreas se enquadraram em rápido ($0,152 \geq 0,508 \text{ m.h}^{-1}$) e moderadamente rápido ($0,051 \geq 0,152 \text{ m.h}^{-1}$), não identificando áreas de fluxo

moderado ou menor. Estes valores podem ser considerados altos mesmo levando-se em conta que a BSHE apresenta maior ocorrência das frações silte e areia, classificados principalmente na classe textural franca e franca-arenosa.

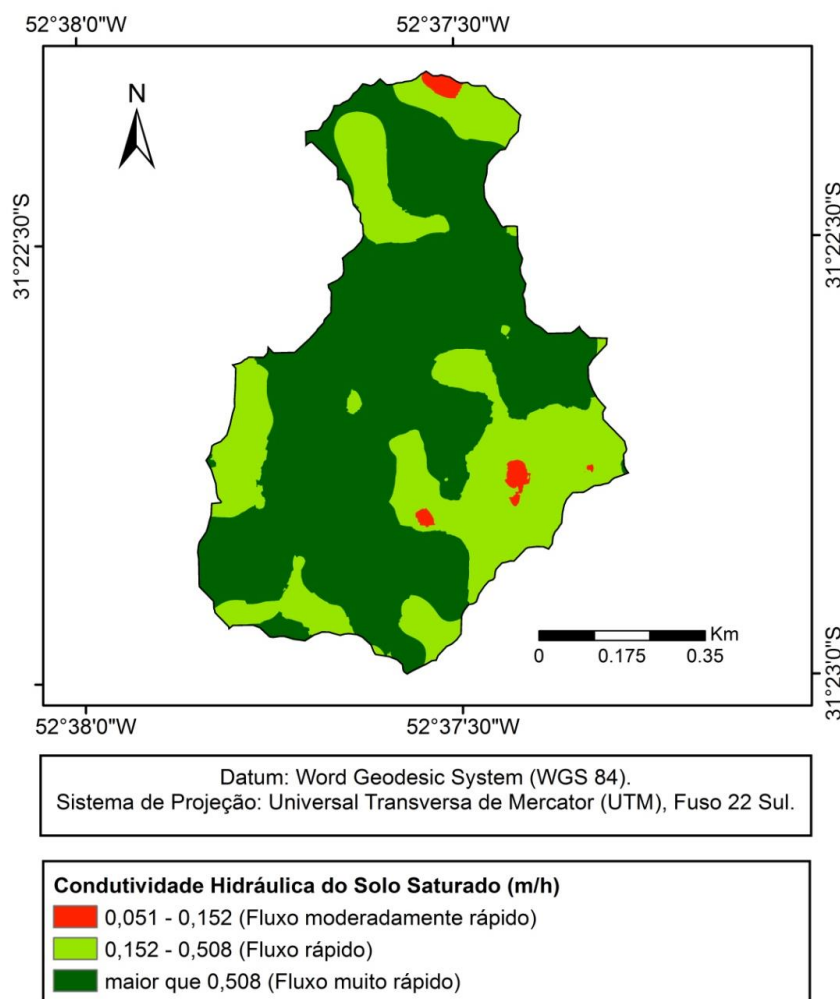


Figura 20 – Mapa da interpolação dos dados de condutividade hidráulica do solo saturado da BHSE

É possível observar que os valores de macroporosidade foram diretamente proporcionais aos valores de K_0 , corroborando diversas citações da literatura, nas quais é relatado que os valores de condutividade hidráulica saturada aumentam com o incremento da macroporosidade, uma vez que esta constitui caminho preferencial ao fluxo de água no solo, sobretudo em resposta à força da gravidade (potencial gravitacional).

A partir das informações da correlação de Pearson (Tabela 4), pode-se inferir que a correlação da K_0 com as partículas minerais e orgânicas do solo é pouco significativa ou nula. Efeito oposto foi observado entre a K_0 e a DS e a K_0 e a PT, que demonstraram significativa correlação linear

Notavelmente o teor de CO foi maior nos solos sob mata nativa, em decorrência da grande quantidade de material vegetal depositado na superfície do solo e da ausência de revolvimento.

Comparando o mapa de distribuição espacial da K_0 (Figura 20) com o mapa de uso e ocupação do solo (Figura 16), pode-se visualizar que existem áreas próximas à rede de drenagem, onde o aporte orgânico é consideravelmente maior, com elevada capacidade de fluxo de água. O que se espera é que áreas não cultivadas apresentem maior volume de macroporos que áreas cultivadas, como é o caso de estudo desenvolvido por Albuquerque et al. (2001).

7 Conclusões

Para a construção dos semivariogramas o estimador clássico de Matheron foi empregado para os atributos areia e capacidade de campo. Para os atributos argila, densidade do solo, porosidade total, macroporosidade, microporosidade, ponto de murcha permanente e condutividade hidráulica do solo saturado foi empregado o estimador robusto de Cressie e Hawkins.

Os semivariogramas experimentais foram ajustados pelos modelos: esférico para os atributos carbono orgânico, ponto de murcha permanente e condutividade hidráulica do solo saturado; exponencial para os atributos densidade do solo, porosidade total do solo, macroporosidade e microporosidade e modelo gaussiano para o atributo capacidade de campo. Os semivariogramas dos atributos argila e areia foram classificados como efeito pepita puro.

Para quantificar a estrutura de dependência espacial da condutividade hidráulica do solo saturado foi necessário um refinamento da malha amostral que contabilizou mais 78 pontos de coleta em uma região da Bacia Hidrográfica da Sanga Ellert.

Os atributos carbono orgânico, densidade, porosidade total, macroporosidade, microporosidade, capacidade de campo, ponto de murcha permanente e condutividade hidráulica do solo saturado foram mapeados pelo método da krigagem ordinária

REFERÊNCIAS

ADDISCOTT, T.M. Entropy and sustainability. **European Journal Of Soil Science**, [s.l.], v. 46, n. 2, p.161-168, jun. 1995. Wiley-Blackwell.
<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2389.1995.tb01823.x>.

AIMRUN, W; AMIN, M.S.M; ELTAIB, S.M. Effective porosity of paddy soils as an estimation of its saturated hydraulic conductivity. **Geoderma**, [s.l.], v. 121, n. 3-4, p.197-203, ago. 2004. Elsevier BV.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.geoderma.2003.11.010>

ALBUQUERQUE, J. A. et al. Avaliação de sistemas de preparo e calagem em um Latossolo Bruno aluminico. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa, v. 29, n. 6, p. 963-975, nov./dez. 2005.

ALHO, L. C. et al. Physical and geospatial attributes of inceptisols and ultisols under native vegetation in Humaitá, AM, Brazil. **Bioscience Journal**, [s.l.], p.422-430, 2016. EDUFU - Editora da Universidade Federal de Uberlandia.
<http://dx.doi.org/10.14393/bj-v32n2a2016-32656>.

ANDRADE, M. A.; MELLO, C. R.; BESKOW, S. Simulação hidrológica em uma bacia hidrográfica representativa dos Latossolos na região Alto Rio Grande, MG. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, [s.l.], v. 17, n. 1, p.69-76, jan. 2013. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1415-43662013000100010>.

ANDRADE, R. S.; STONE, L. F.; SILVEIRA, P M. Culturas de cobertura e qualidade física de um Latossolo em plantio direto. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande - Pb, v. 13, n. 4, p.411-418, jan. 2009.

ANDRIOTTI, J. L. S. **Introdução à Geoestatística**. Porto Alegre: Estudos Tecnológicos - Acta Geológica Leopoldensia, 1988. 81 p.

ANTONELI, V.; THOMAZ, E. L. Caracterização do meio físico da bacia do arroio Boa Vista - Guaramiranga (PR). **Caminhos de Geografia**, [s.l.], v. 21, n. 5, p.46-58, 2005.

ARAÚJO, D. C.S. et al. Spatial variability of soil attributes in an experimental basin in the semi-arid region of Pernambuco, Brazil. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, [s.l.], v. 22, n. 1, p.38-44, jan. 2018. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/1807-1929/agriambi.v22n1p38-44>.

ARAÚJO, M. A.; TORMENA, C. A.; SILVA, A. P.. Propriedades físicas de um Latossolo Vermelho distrófico cultivado e sob mata nativa. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, [s.l.], v. 28, n. 2, p.337-345, abr. 2004. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0100-06832004000200012>.

ARRUDA, F.B.; ZULLO Jr. J.; OLIVEIRA, J.B. Parâmetros desolo para o cálculo da água disponível com base na texturado solo. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, [s.l.], v.11, p.11-15, 1987.

BAGARELLO, V.; IOVINO, M.; ELRICK, D.. A Simplified Falling-Head Technique for Rapid Determination of Field-Saturated Hydraulic Conductivity. **Soil Science Society Of America Journal**, [s.l.], v. 68, n. 1, p.66-73, 2004. Soil Science Society of America. <http://dx.doi.org/10.2136/sssaj2004.6600>.

BARZEGAR, A.R.; YOUSEFI, A.; DARYASHENAS, A. The effect of addition of different amounts and types of organic materials on soil physical properties and yield of wheat. **Plant And Soil**, [s.l.], v. 247, n. 2, p.295-301, 2002. Springer Nature. <http://dx.doi.org/10.1023/a:1021561628045>.

BENITES, V.M. et al. Matéria orgânica do solo. In: WADT, Paulo Guilherme Salvador et al. **Manejo do solo e recomendação de adubação para o estado do Acre**. Rio Branco: Embrapa Acre, 2005. Cap. 3. p. 93-120.

BENJAMIN, J. G.; MIKHA, M. M.; VIGIL, M F. Organic Carbon Effects on Soil Physical and Hydraulic Properties in a Semiarid Climate. **Soil Science Society Of America Journal**, [s.l.], v. 72, n. 5, p.1357-1362, 2008. Soil Science Society of America. <http://dx.doi.org/10.2136/sssaj2007.0389>.

BERNARDO, S.; SOARES, A. A.; MONTOVANI, E. C. **Manual de Irrigação**. 8. ed. Viçosa: Ufv, 2008. 625 p.

BERTOL, I. et al. PROPRIEDADES FÍSICAS DE UM CAMBISSOLO HÚMICO ÁLICO AFETADAS PELO MANEJO DO SOLO. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 30, n. 1, p.91-95, 2000.

BERTONI, J.; LOMBARDI NETO, F. **Conservação do Solo**. São Paulo: Ícone, 2008. 355 p.

BOEDT, L.; VERHEYE, W. EVALUATION OF PROFILE AVAILABLE WATER CAPACITY: Application to irrigation on soils with different properties. **Pedologie**, Ghent, v. 35, p.67-89, 1985.

BRANTLEY, S. L..GEOLOGY: Understanding Soil Time. **Science**, [s.l.], v. 321, n. 5895, p.1454-1455, 12 set. 2008. American Association for the Advancement of Science (AAAS). <http://dx.doi.org/10.1126/science.1161132>.

BRADY, N.C.; WEIL, R.R. **The nature and properties of soils**. 13. ed. New Jersey: Prentice- Hall Inc., 2002. 960 p.

BROADBENT, F.E., 1965. Organic matter. In: Black, C.A. (Ed.), **Methods of Soil Analysis Pt. 2**. American SocietyAgronomy Inc., Madison, WI, pp. 1397–1400.

BUTTLE, J.M.; HOUSE, D.A. Spatial variability of saturated hydraulic conductivity in shallow macroporous soils in a forested basin. **Journal Of Hydrology**, [s.l.], v. 203, n. 1-4, p.127-142, dez. 1997. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/S0022-1694\(97\)00095-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0022-1694(97)00095-4)

CAMARGO, E. C. G. Geoestatística: fundamentos e aplicações. In: **Geoprocessamento em projetos ambientais**. São José dos Campos: INPE, 2001. cap. 5, p. 1-36.

CAMARGO, O. A.; ALLEONI, L. R. F. **Compactação do solo e o desenvolvimento das plantas**. Piracicaba: ESALQ, 1997. 132p.

CAMBARDELLA, C. A. et al. Field-Scale Variability of Soil Properties in Central Iowa Soils. **Soil Science Society Of America Journal**, [s.l.], v. 58, n. 5, p.1501-1511, 1994. Soil Science Society of America. <http://dx.doi.org/10.2136/sssaj1994.03615995005800050033x>.

CARVALHO, E.F.; SILVA, R.F., **Como determinar o ponto de murcha permanente pelo método fisiológico**. Rio Branco, Universidade Federal do Acre-DCAPET, 1999, 23p.

CAVALCANTE, El. G. S. et al. Variabilidade espacial de atributos químicos do solo sob diferentes usos e manejos. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa, v. 31, n. 6, p.1329-1339, 2007.

CEBECAUER, T; HOFIERKA, J. The consequences of land-cover changes on soil erosion distribution in Slovakia. **Geomorphology**, [s.l.], v. 98, n. 3-4, p.187-198, jun. 2008. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.geomorph.2006.12.035>.

CICHOTA, R.; VAN LIER, Q. de Jong; ROJAS, C. A. Leguizamón. Variabilidade espacial da taxa de infiltração em argissolo vermelho. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa, v. 27, n. 5, p.789-798, 2003.

CIRINO, C. G.; GUERRA, H. O. C. Utilização das relações energia/umidade na caracterização físico-hídrica dos solos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 29, n. 12, p.1973-1978, 1994.

CLARK, I. **Practical geostatistics**. Londres: Applied Science, 1979. 430 p.

COLLISCHONN, W. **Simulação hidrológica de grandes bacias**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.—2001. 194 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Recursos Hidráulicos e Ambientais, Instituto de Pesquisas Hidráulicas,

COMISSÃO DE QUÍMICA E FERTILIDADE DO SOLO – CQFS RS/SC. **Manual de adubação e calagem para os estados do Rio Grande do Sul e Santa Catarina**. Porto Alegre, Sociedade Brasileira de Ciência do Solo – Núcleo Regional Sul, 2004. 400p.

CRESSIE, N. **Statistics for Spatial Data, Revised Edition**. Nova York: Wiley, 1993.

CRESSIE, N; HAWKINS, D. M. Robust estimation of the variogram: I. **Journal Of The International Association For Mathematical Geology**, [s.l.], v. 12, n. 2, p.115-125, abr. 1980. Springer Nature. <http://dx.doi.org/10.1007/bf01035243>.

CUENCA, Ri. H. **Irrigation System Design: An Engineering Approach**. Prentice Hal: Englewood Cliffs, 1989. 552 p.

D'ANDRÉA, A. F. et al. Atributos biológicos indicadores da qualidade do solo em sistemas de manejo na região do cerrado no sul do estado de Goiás. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, [s.l.], v. 26, n. 4, p.913-923, dez. 2002. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0100-06832002000400008>.

DARCY, I-f. P. C., 1856, **Lesfontaines publiques de laville de Dijon**. V. Dalmont, Paris.

DELBARI, M.; AFRASIAB, P.; LOISKANDL, W. Geostatistical Analysis of Soil Texture Fractions on the Field Scale. **Soil & Water Res**, [s.i], v. 4, n. 6, p.173-189, 2011.

DJUKIC, I. et al. Soil organic-matter stocks and characteristics along an Alpine elevation gradient. **Journal Of Plant Nutrition And Soil Science**, [s.l.], v. 173, n. 1, p.30-38, fev. 2010. Wiley-Blackwell. <http://dx.doi.org/10.1002/jpln.200900027>.

DON, A. et al. Spatial and vertical variation of soil carbon at two grassland sites — Implications for measuring soil carbon stocks. **Geoderma**, [s.l.], v. 141, n. 3-4, p.272-282, out. 2007. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.geoderma.2007.06.003>.

EGLI, M. et al. Effect of north and south exposure on organic matter in high Alpine soils. **Geoderma**, [s.l.], v. 149, n. 1-2, p.124-136, fev. 2009. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.geoderma.2008.11.027>.

EMERSON, W. W.; MCGARRY, D.. Organic carbon and soil porosity. **Australian Journal Of Soil Research**, [s.l.], v. 41, n. 1, p.107-118, 2003. CSIRO Publishing. <http://dx.doi.org/10.1071/sr01064>.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA – EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos. **Sistema brasileiro de classificação de solos**. Rio de Janeiro, 2006. 306p.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA – EMBRAPA. **Manual de métodos de análises de solo. 2.ed.** Rio de Janeiro, Ministério da Agricultura e do Abastecimento, 1997. 212p

ESRI – ENVIRONMENTAL SYSTEMS RESEARCH INSTITUTE. ArcGIS. Sistema de Informação Geográfica para área de trabalho de computador, versão 10.1. 2014.

DEPARTAMENTO DE AGRICULTURA DOS ESTADOS UNIDOS. Department of Agriculture. USDA - United States Department of Agriculture. Disponível em: www.usda.gov . Acesso em: 25 set. 2017.

FAGERIA, N. K.; STONE, L. F.; SANTOS, A. B. dos. **Maximização da eficiência de produção das culturas**. Brasília: Embrapa-SCT/Embrapa-CNPAF, 1999. 294 p.

FALLICO, C.; MIGLIARI, E.; TROISI, S.. Characterization of the field saturated hydraulic conductivity on a hillslope: measurement techniques, data sensitivity analysis and spatial correlation modelling. **Hydrology And Earth System Sciences Discussions**, [s.l.], v. 2, n. 4, p.1247-1298, 28 jul. 2005. Copernicus GmbH. <http://dx.doi.org/10.5194/hessd-2-1247-2005>.

FAVIS-MORTLOCK, D.; BOARDMAN, J. Nonlinear responses of soil erosion to climate change: a modelling study on the UK South Downs. **Catena**, [s.l.], v. 25, n. 1-4, p.365-387, jun. 1995. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/0341-8162\(95\)00018-n](http://dx.doi.org/10.1016/0341-8162(95)00018-n).

FRANKLIN, M. **Solution to ordinary and Universal Kriging Equations**. Disponível em: <<http://www-hsc.usc.edu/~mereditf/KrigingEquations.pdf>> Acesso em: 10 nov. 2016.

FRANZLUEBBERS, A.J. Water infiltration and soil structure related to organic matter and its stratification with depth. **Soil And Tillage Research**, [s.l.], v. 66, n. 2, p.197-205, jul. 2002. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/s0167-1987\(02\)00027-2](http://dx.doi.org/10.1016/s0167-1987(02)00027-2).

FREIRE, O. **Solos das regiões tropicais**. Botucatu: Fundação de Estudos e Pesquisas Agrícolas e Florestais, 271 p. 2006.

FU, T. et al. (College of Resources and Environment, Southwest Agricultural University, Chongqing 400716);Recent Development of Sloping Field Erosion[J];**Journal of Soil Water Conservation**;2001-03

GAETAN, C.; GUYON, X. Spatial Statistics and Modeling. **Springer Series In Statistics**, [s.l.], p.1-302, 2010. Springer New York. <http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-92257-7>.

GARDNER, W. R.. Representation of Soil Aggregate-Size Distribution by a Logarithmic-Normal Distribution¹, 2. **Soil Science Society Of America Journal**, [s.l.], v. 20, n. 2, p.151-153, 1956. Soil Science Society of America. <http://dx.doi.org/10.2136/sssaj1956.03615995002000020003x>.

GIAROLA, N. F. B.; SILVA, A. P.; IMHOFF, S.. Relações entre propriedades físicas e características de solos da região sul do Brasil. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, [s.l.], v. 26, n. 4, p.885-893, dez. 2002. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0100-06832002000400005>.

GOMES, N. M. et al. Métodos de ajuste e modelos de semivariograma aplicados ao estudo da variabilidade espacial de atributos físico-hídricos do solo. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, [s.l.], v. 31, n. 3, p.435-443, jun. 2007. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0100-06832007000300003>.

GOOVAERTS, P. **Geostatistics for Natural Resources Evaluation**. New York: Oxford University Press, 1997.

GROHMANN, F. Compacidade. In: MONIZ, A.C. (Ed.). Elementos de pedologia. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1975. p. 93-99.

GUERRA, P.A.G. Geoestatística operacional. Brasília, DF. Ministério das Minas e Energias, Departamento Nacional de Produção Mineral, 1988, 145 p.

GUIMARÃES, E. C. **Geoestatística básica e aplicada**. Uberlândia: UFU, 2004. 77 p. Apostila.

HEATHWAITE, A. L.; TRUDGILL, S.; BURT, T. Land-use controls on sediment production in a lowland catchment, south-west England. **Soil Erosion On Agricultural Land**, p.69-86, 1990.

HILLEL, D. **Solo e água - Fenômenos e princípios físicos**. Porto Alegre: UFRGS, 1970. 231p.

HOMANN, P. S. et al. Soil Organic Carbon in a Mountainous, Forested Region: Relation to Site Characteristics. **Soil Science Society Of America Journal**, [s.l.], v. 59, n. 5, p.1468-1475, 1995. Soil Science Society of America. <http://dx.doi.org/10.2136/sssaj1995.03615995005900050037x>.

HUDSON, B. D.. Soil organic matter and available water capacity. **Journal Of Soil And Water Conservation**, [s.l.], v. 49, n. 2, p.189-194, 1994

HUPET, F.; VANCLOOSTER, M.. Sampling strategies to estimate field areal evapotranspiration fluxes with a soil water balance approach. **Journal Of Hydrology**, [s.l.], v. 292, n. 1-4, p.262-280, jun. 2004. Elsevier BV.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2004.01.006>.

IBGE. Censo agropecuário: agricultura familiar primeiros resultados. p.265, 2006

IBGE. Geologia, geomorfologia, pedologia, vegetação, uso potencial da terra. Rio de Janeiro: IBGE, 1986.

IQBAL, J. et al. Spatial Variability Analysis of Soil Physical Properties of Alluvial Soils. **Soil Science Society Of America Journal**, [s.l.], v. 69, n. 4, p.1338-1350, 2005. Soil Science Society of America.
<http://dx.doi.org/10.2136/sssaj2004.0154>.

ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. **Applied geostatistics**. New York: Oxford University, 1989. 592 p.

ITEPA. Banco de dados da zona sul. 2011. Disponível em:
<<http://www.bancodedadoszonasul.com.br/content>> . Acesso em: 10 mar. 2017

JACKSON, M L. **Análisis químico de suelos**. 2. ed. Barcelona: EdicionesOmega, 1982. 662 p.

JORDAN, G. et al. Historical land use changes and their impact on sediment fluxes in the Balaton basin (Hungary). **Agriculture, Ecosystems & Environment**, [s.l.], v. 108, n. 2, p.119-133, jun. 2005. Elsevier BV.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.agee.2005.01.013>.

JOURNEL, A.; HUIJBREGTS, C J. **Mining geostatistics**. London: Academic Press, 1978. 600 p.

JULIÀ, M. F. et al. Constructing a saturated hydraulic conductivity map of Spain using pedotransfer functions and spatial prediction. **Geoderma**, [s.l.], v. 123, n. 3-4, p.257-277, dez. 2004. Elsevier BV.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.geoderma.2004.02.011>.

KAY, B. D.. Rates of Change of Soil Structure Under Different Cropping Systems. **Advances In Soil Science** 12, [s.l.], p.1-52, 1990. Springer New York. http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4612-3316-9_1.

KERRY, R.; OLIVER, M.A. Determining the effect of asymmetric data on the variogram. I. Underlying asymmetry. **Computers & Geosciences**, [s.l.], v. 33, n. 10, p.1212-1232, out. 2007. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cageo.2007.05.008>.

KIEHL, E. J. Manual de Edafologia: relações solo-planta. São Paulo: CERES, 1979. 262 p.

KLAR, A.E. **A água no sistema solo-planta-atmosfera**. São Paulo: Nobel, 1984. 408p.

LEÃO, T. P. et al. Intervalo hídrico ótimo na avaliação de sistemas de pastejo contínuo e rotacionado. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, [s.l.], v. 28, n. 3, p.415-422, jun. 2004. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0100-06832004000300002>.

LEIFELD, J.; BASSIN, S.; FUHRER, J. Carbon stocks in Swiss agricultural soils predicted by land-use, soil characteristics, and altitude. **Agriculture, Ecosystems & Environment**, [s.l.], v. 105, n. 1-2, p.255-266, jan. 2005. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.agee.2004.03.006>.

LI, J.; HEAP, Andrew D. A review of comparative studies of spatial interpolation methods in environmental sciences: Performance and impact factors. **Ecological Informatics**, [s.l.], v. 6, n. 3-4, p.228-241, jul. 2011. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ecoinf.2010.12.003>.

LIBARDI, P. L. **Dinâmica da água no solo**. Piracicaba, EDUSP, 2005. 335p

LIN, H. et al. Assessment of soil spatial variability at multiple scales. **Ecological Modelling**, [s.l.], v. 182, n. 3-4, p.271-290, mar. 2005. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2004.04.006>.

LUYSSAERT, S. et al. Old-growth forests as global carbon sinks. **Nature**, [s.l.], v. 455, n. 7210, p.213-215, 11 set. 2008. Springer Nature. <http://dx.doi.org/10.1038/nature07276>.

MACEDO, J.; OTONNI FILHO, T. B.; MENEGUELLI, N. A. Variabilidade de características físicas, químicas e físico-hídricas em solo Podzólico Vermelho-Amarelo de Seropédica, RJ. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, [s.l.], v. 33, n. 12, p.2043-2053, 1998.

MACHADO, A. M. M.; FAVARETTO, N. Atributos físicos do solo relacionados ao manejo e conservação dos solos. In: LIMA, M. R. et al. **Diagnóstico e recomendações de manejo do solo: aspectos teóricos e metodológicos**. Curitiba: UFPR/ Setor de Ciências Agrárias, 2006. p. 234-254.

MALLARINO, A. P.; WITTRY, D.J.. Efficacy of Grid and Zone Soil Sampling Approaches for Site-Specific Assessment of Phosphorus, Potassium, pH, and Organic Matter. **Precision Agriculture**, [s.l.], v. 5, n. 2, p.131-144, abr. 2004. Springer Nature. <http://dx.doi.org/10.1023/b:prag.0000022358.24102.1b>.

MARQUES, J. D. O. et al. Avaliação da condutividade hidráulica do solo saturada utilizando dois métodos de laboratório numa topossequência com diferentes coberturas vegetais no Baixo Amazonas. **Acta Amazonica**, [s.l.], v. 38, n. 2, p.193-206, 2008. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0044-59672008000200002>.

MATHERON, G. **Principles of geostatistics**. El Passo: Economic Geology, 1963. 58 v.

MATHERON, G. **Traité de géostatistique appliquée**. Paris: Editions Technip, v.1, 1962, 334 p

MEERSMANS, J. et al. A multiple regression approach to assess the spatial distribution of Soil Organic Carbon (SOC) at the regional scale (Flanders, Belgium). **Geoderma**, [s.l.], v. 143, n. 1-2, p.1-13, jan. 2008. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.geoderma.2007.08.025>.

MELLO, C. R. et al. Predição da porosidade drenável e disponibilidade de água para Cambissolos da Microrregião Campos das Vertentes, MG. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, [s.l.], v. 37, n. 9, p.1319-1324, set. 2002. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0100-204x2002000900016>.

MELLO, J. M. **Geoestatística aplicada ao inventário florestal**. 2004. 111 f. Tese (Doutorado) - Piracicaba, 2004., Recursos Florestais, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 2004.

- MENEZES, S. M.; SAMPAIO, F. M. T.; RIBEIRO, K. D. (2006) **Estudo da condutividade hidráulica relacionada com alguns parâmetros físicos do solo**. In: XIII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica/ IV Simpósio Brasileiro de Mecânica das Rochas/ III Congresso Luso-Brasileiro de Geotecnia, Curitiba: 149-153
- MERTEN, G. H.; MINELLA, J. P. **Qualidade da água em bacias hidrográficas rurais: um desafio atual para sobrevivência futura**. Agroecologia e Desenvolvimento Rural Sustentável, Porto Alegre, v. 3, n. 4, out./dez. 2002.
- MESQUITA, M. G. B. F.; MORAES, S. O. A dependência entre a condutividade hidráulica saturada e atributos físicos do solo. **Ciência Rural**, [s.l.], v. 34, n. 3, p.963-969, jun. 2004. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0103-84782004000300052>
- MILLER, M. P.; SINGER, M. J.; NIELSEN, D. R. Spatial Variability of Wheat Yield and Soil Properties on Complex Hills. **Soil Science Society Of America Journal**, [s.l.], v. 52, n. 4, p.1133-1141, 1988. Soil Science Society of America. <http://dx.doi.org/10.2136/sssaj1988.03615995005200040045x>.
- MISHRA, S.; NAGARAJAN, R. Morphometric analysis and prioritization of subwatersheds using GIS and Remote Sensing techniques: a case study of Odisha, India. **Sangita mishra.s**, [s.l.], v. 1, n. 3, p.501-510, 2010.
- MONEGO. M. D.; RAMOS, P.; NEVES, M. Análise geoestatística de uma descarga de águas residuais. In: ATAS DA II JORNADA DE HIDRÁULICA, RECURSOS HÍDRICOS E AMBIENTE. Porto, 2007. Anais da II Jornada de Hidráulica, Recursos Hídricos e Ambiente. Porto: Out. 2007, 10-25 p.
- MONTANARI, R. et al. The use of scaled semivariograms to plan soil sampling in sugarcane fields. **Precision Agriculture**, [s.l.], v. 13, n. 5, p.542-552, 30 mar. 2012. Springer Nature. <http://dx.doi.org/10.1007/s11119-012-9265-6>.
- MONTENEGRO, A. A.; MONTENEGRO, S. M. G. L. Variabilidade espacial de classes de textura, salinidade e condutividade hidráulica de solos em planície aluvial. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, [s.l.], v. 10, n. 1, p.30-37, mar. 2006. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1415-43662006000100005>.
- MOUSTAFA, M. M. A geostatistical approach to optimize the determination of saturated hydraulic conductivity for large-scale subsurface drainage design in Egypt. **Agricultural Water Management**, [s.l.], v. 42, n. 3, p.291-312, jan. 2000. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/s0378-3774\(99\)00042-6](http://dx.doi.org/10.1016/s0378-3774(99)00042-6).

NANNI, M. R. et al. Optimum size in grid soil sampling for variable rate application in site-specific management. **ScientiaAgricola**, [s.l.], v. 68, n. 3, p.386-392, jun. 2011. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0103-90162011000300017>.

NIELSEN, D. R; WENDROTH, O. **Spatial and Temporal Statistics**: sampling field soils and their vegetation. [s.i.]: Catena-verlag, 2003. 614 p.

OLIVEIRA, J. B. de. **Pedologia Aplicada. 2. ed.** Piracicaba: Fealq: 2005. 574 p

OLIVEIRA, L. B. et al. Funções de pedotransferência para predição da umidade retida a potenciais específicos em solos do estado de Pernambuco. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, [s.l.], v. 26, n. 2, p.315-323, jun. 2002. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0100-06832002000200004>.

OLIVEIRA, L. B.; MARTINS, A. M. C. M.. Considerações sobre a umidade a 15 atmosferas e a umidade de murchamento (método fisiológico), em solos do Nordeste. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, [s.i.], v. 1, n. 1, p.91-95, 1966.

OLIVEIRA, I. A. de et al. Caracterização de solos sob diferentes usos na região sul do Amazonas. **Acta Amazonica**, [s.l.], v. 45, n. 1, p.1-12, mar. 2015. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/1809-4392201400555>.

ORTIZ, G. C. **Aplicação de métodos geoestatísticos para identificar a magnitude e a estrutura da variabilidade espacial das variáveis físicas do solo**. 2002. 95 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Agronomia, Estatística e Experimentação Agronômica, Usp, Piracicaba, 2002.

PANDEY, B., KRISHNA, J., 1996. New ammonoid data: Implications to the age of Bhadasar Formation of Jaisalmer Basin, Rajasthan. *Bulletin of Pure and Applied Science*, 15F, 31–

POLLACCO, J. A. P.. A generally applicable pedotransfer function that estimates field capacity and permanent wilting point from soil texture and bulk density. **Canadian Journal Of Soil Science**, [s.l.], v. 88, n. 5, p.761-774, nov. 2008. Canadian Science Publishing. <http://dx.doi.org/10.4141/cjss07120>.

POTT, C. A.; MARIA, I. C. de. Comparação de métodos de campo para determinação da velocidade de infiltração básica. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, [s.l.], v. 27, n. 1, p.19-27, fev. 2003. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0100-06832003000100003>.

PREVEDELLO, C. L. Física do solo com problemas resolvidos. Curitiba: SAEAFS, 1996. 446 p.

PRUSKI, F. F.; NEARING, M. Runoff and soil-loss responses to changes in precipitation: A computer simulation study. **Journal Of Soil And Water Conservation**, [s.l.], v. 1, n. 57, p.7-16, 2002.

RAWLS, W.J. et al. Effect of soil organic carbon on soil water retention. **Geoderma**, [s.l.], v. 116, n. 1-2, p.61-76, set. 2003. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/s0016-7061\(03\)00094-6](http://dx.doi.org/10.1016/s0016-7061(03)00094-6).

REICHARDT, K. Dinâmica da matéria e da energia em ecossistemas. Piracicaba: USP ESALQ, 1996, 2 ed., 505p.

REICHARDT, K; TIMM, L. C.. **Solo, planta e atmosfera: conceitos, processos e aplicações**. 2. ed. Barueri - SP: Manole, 2012. 500 p.

REINERT, D.J. Recuperação de solos em sistemas agropastoris. In: DIAS, L.E. & GRIFFITH, J.J., eds. Recuperação de áreas degradadas. Viçosa, MG, Universidade Federal de Viçosa, 1998. p.163-176.

REINERT, D. J.; REICHERT, J. M. Coluna de areia para medir a retenção de água no solo: protótipos e teste. **Ciência Rural**, [s.l.], v. 36, n. 6, p.1931-1935, dez. 2006. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0103-84782006000600044>

RESENDE, M et al. **Pedologia: base para distinção de ambientes**. 4. ed. Viçosa: NEPUT, 2002. 338 p.

REYNOLDS, W.D. et al. Use of indicators and pore volume-function characteristics to quantify soil physical quality. **Geoderma**, [s.l.], v. 152, n. 3-4, p.252-263, set. 2009. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.geoderma.2009.06.009>.

REYNOLDS, W.D.; ZEBCHUK, W.D..Use of contact material in tension infiltrometer measurements. **Soil Technology**, [s.l.], v. 9, n. 3, p.141-159, set. 1996. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/s0933-3630\(96\)00009-8](http://dx.doi.org/10.1016/s0933-3630(96)00009-8).

REZA, S.k. et al. Spatial distribution of soil physical properties of alluvial soils: a geostatistical approach. **Archives Of Agronomy And Soil Science**, [s.l.], v. 62, n. 7, p.972-981, 3 nov. 2015. Informa UK Limited. <http://dx.doi.org/10.1080/03650340.2015.1107678>.

RIBEIRO, J. S.; LIMA, A. B.; CUNHA, P. C.; WILLADINO, L.; CÂMARA, T. R. O. 2007. Estresse abiótico em Regiões Semiáridas: Respostas Metabólicas das Plantas. In: MOURA, A. N.; ARAUJO, E. L.; ALBUQUERQUE, U. P. (orgs.) **Biodiversidade, potencial econômico e processos ecofisiológicos em ecossistemas nordestinos**, Recife: Comunigraf. 361p

RICHARDS L.A.; WEAVER L.R., 1943. Fifteen-atmosphere percentage as related to the permanent wilting percentage. **SoilSci.**, 56, 331-339.

RIVOIRARD, J. **Concepts and methods of geostatistics**. Paris: Centre de Géostatistique, Ecole des Mines de Paris, 2005. 37 p.

RUIZ, H. A.; FERREIRA, G. B.; PEREIRA, J. B. M. Estimativa da capacidade de campo de Latossolos e Neossolos Quartzarênicos pela determinação do equivalente de umidade. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, [s.l.], v. 27, n. 2, p.389-393, abr. 2003. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0100-06832003000200019>.

SANTRA, P.; CHAKRABORTY, D.; CHOPRA, U. Spatial variability of soil properties and its application in predicting surface map of hydraulic parameters in an agricultural farm. **Current Science**, New Delhi, v. 95, n. 7, p.937-945, 2008.

SAXTON, K. E.; RAWLS, W. J. Soil Water Characteristic Estimates by Texture and Organic Matter for Hydrologic Solutions. **Soil Science Society Of America Journal**, [s.l.], v. 70, n. 5, p.1569-1578, 2006. Soil Science Society of America. <http://dx.doi.org/10.2136/sssaj2005.0117>.

SCHABENBERGER, O.; GOTWAY, C. A. **Statistical Methods for Spatial Data Analysis**. New York: Chapman And Hall/crc, 2004. 504 p.

SCHNEIDER, K. et al. Temporal stability of soil moisture in various semi-arid steppe ecosystems and its application in remote sensing. **Journal Of Hydrology**, [s.l.], v. 359, n. 1-2, p.16-29, set. 2008. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2008.06.016>.

SCHULER, A. et al. Propriedades Físicas dos Solos na Parametrização de um Modelo Hidrológico. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, [s.l.], v. 8, n. 1, p.61-70, 2003. Associação Brasileira de Recursos Hídricos - ABRH. <http://dx.doi.org/10.21168/rbrh.v8n1.p61-70>.

SCP – Secretaria da Coordenação e Planejamento do Rio Grande do Sul. Atlas Sócio econômico do RS, 2003. Disponível em Acesso em: 15 de Janeiro de 2006.

SEPASKHAH, A.R.; ATAEE, J. A Simple Model to determine Saturated Hydraulic Conductivity for Large-scale Subsurface Drainage. **Biosystems Engineering**, [s.l.], v. 89, n. 4, p.505-513, dez. 2004. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2004.08.013>.

SHARMA, V. K. et al. 2006. Status of available major and micronutrients in the soils of different blocks of Leh district of cold arid region of Ladakh in relation to soil characteristics. **Journal of the Indian Society of Soil Science**. 54, 248-250.

SHE, D. et al. Characterizing scale specific depth persistence of soil water content along two landscape transects. **Journal Of Hydrology**, [s.l.], v. 519, p.1149-1161, nov. 2014. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2014.08.034>.

SHE, D. et al. Multi-scale correlations between soil hydraulic properties and associated factors along a Brazilian watershed transect. **Geoderma**, [s.l.], v. 286, p.15-24, jan. 2017. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.geoderma.2016.10.017>.

SHETRON, S. G. Distribution of Free Iron and Organic Carbon as Related to Available Water in Some Forested Sandy Soils¹. **Soil Science Society Of America Journal**, [s.l.], v. 38, n. 2, p.359-362, 1974. Soil Science Society of America. <http://dx.doi.org/10.2136/sssaj1974.03615995003800020038x>.

SETA, A.K.; KARATHANASIS, A.K.. Water dispersible colloids and factors influencing their dispersibility from soil aggregates. **Geoderma**, [s.l.], v. 74, n. 3-4, p.255-266, dez. 1996. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/s0016-7061\(96\)00066-3](http://dx.doi.org/10.1016/s0016-7061(96)00066-3).

SI, B. C.; ZELEKE, T.B. Wavelet coherency analysis to relate saturated hydraulic properties to soil physical properties. **Water Resources Research**, [s.l.], v. 41, n. 11, p.303-306, nov. 2005. Wiley-Blackwell. <http://dx.doi.org/10.1029/2005wr004118>.

SILVA, A. P. da; KAY, B. D.; PERFECT, E..Characterization of the Least Limiting Water Range of Soils. **Soil Science Society Of America Journal**, [s.l.], v. 58, n. 6, p.1775-1781, 1994. Soil Science Society of America. <http://dx.doi.org/10.2136/sssaj1994.03615995005800060028x>.

SILVA, A.P.; LIBARDI, P.L.; VIEIRA, S.R. Variabilidade espacial da resistência à penetração de um latossolo vermelho-escuro ao longo de uma transeção. *Revista Brasileira de Ciência do Solo*, v.13, p.1-5, 1989

SILVA, B. M. et al. Índice S no diagnóstico da qualidade estrutural de latossolo muito argiloso sob manejo intensivo. **Bioscience Journal**, Umuarama, v. 28, n. 3, p.338-345, 2012.

SKAGGS, R. W.; HARDJOAMIDJOJO, S.; WISER, E. H.. Simulation of Crop Response to Surface and Subsurface Drainage Systems. **Transactions Of TheAsae**, [s.l.], v. 25, n. 6, p.1673-1678, 1982. American Society of Agricultural and Biological Engineers (ASABE). <http://dx.doi.org/10.13031/2013.33787>.

SOARES, A. (2000): “Geoestatística para as ciencias da terra e do ambiente”. Editorial Press. 206 pp.

STEFANOSKI, D. C. et al. Uso e manejo do solo e seus impactos sobre a qualidade física. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, [s.l.], v. 17, n. 12, p.1301-1309, dez. 2013. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1415-43662013001200008>.

STRECK, E.V. et al. Solos do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2002. 107p.

TAKEDA, Y. E. **Variabilidade espacial de atributos físicos do solo**. 2000. 87p. Tese (Doutorado em Agronomia) Faculdade de Ciências Agronômicas, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2000.

TAN, Z.X et al. Relationships between surface soil organic carbon pool and site variables. **Geoderma**, [s.l.], v. 121, n. 3-4, p.187-195, ago. 2004. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.geoderma.2003.11.003>.

TORMENA, C. A.; SILVA, A. P.; LIBARDI, P. L.. Caracterização do intervalo hídrico ótimo de um latossolo roxo sob plantio direto. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, [s.l.], v. 22, n. 4, p.573-581, dez. 1998. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0100-06831998000400002>.

TRANGMAR, B.B.; YOST, R.S.; UEHARA, G. Application of Geostatistics to Spatial Studies of Soil Properties. **Advances In Agronomy**, [s.l.], p.45-94, 1986. Elsevier. [http://dx.doi.org/10.1016/s0065-2113\(08\)60673-2](http://dx.doi.org/10.1016/s0065-2113(08)60673-2).

VAN GENUCHTEN, M. T.H et al. Modeling flow and transport processes at the local scale. In: Feyen, J.; Wiyo, K. (ed.) **Modeling of transport process in soils at various scales in time and space**. Wageningen Pers, Wageningen, The Netherlands, 1999, p.23 - 45.

VAN ROMPAEY, A. et al. Modeling sediment yields in Italian catchments. **Geomorphology**, [s.l.], v. 65, n. 1-2, p.157-169, fev. 2005. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.geomorph.2004.08.006>.

VAN WESEMAEL, B. et al. Agricultural management explains historic changes in regional soil carbon stocks. **Proceedings Of The National Academy Of Sciences**, [s.l.], v. 107, n. 33, p.14926-14930, 2 ago. 2010. Proceedings of the National Academy of Sciences. <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.1002592107>.

VEIHMEYER, F J; HENDRICKSON, A H. Methods of measuring field capacity and permanent wilting percentage of soils. **Soil Science**, [s.i.], v. 68, n. 1, p.75-94, 1949.

VIEIRA, L.S. **Manual da ciência do solo: Com ênfase aos solos tropicais**. 2.ed. São Paulo, Agronômica Ceres, 1988. 464p.

VIEIRA, S. R. et al. Geostatistical theory and application to variability of some agronomical properties. **Hilgardia**, [s.l.], v. 51, n. 3, p.1-75, jun. 1983. University of California Agriculture and Natural Resources (UC ANR). <http://dx.doi.org/10.3733/hilg.v51n03p075>

VIEIRA, S. R. Uso da geoestatística em estudos de variabilidade espacial. In: CURSO DE ATUALIZAÇÃO EM CONSERVAÇÃO DO SOLO, 1995. Apostila. Campinas: IAC, 1995. 68 p.

VIEIRA, S.R. Geoestatística em estudos de variabilidade espacial do solo. In: NOVAIS, R.F., ALVAREZ, V.H. & SCHAEFER, C.E.G.R. (ed.). **Tópicos em ciência do solo**. Viçosa: Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, 2000. v.1, p.1-54.

VIEIRA, S. R.; DECHEN, S. C. Fi. Spatial variability studies in São Paulo, Brazil along the last twenty five years. **Bragantia**, [s.l.], v. 69, n. , p.53-66, 2010. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0006-87052010000500007>.

VOGELMANN, E. S.; PREVEDELLO, J.; REICHERT, J. M. Origem dos compostos hidrofóbicos e seus efeitos em florestas de pinus e eucalyptus. **Ciência Florestal**, [s.l.], v. 25, n. 4, p.1067-1079, 30 dez. 2015. Universidad Federal de Santa Maria. <http://dx.doi.org/10.5902/1980509820670>.

WALKLEY, A. & BLACK, I.A. An examination of the Degtjareff method for determining soil organic matter and a proposed modification of the chromic acid titration method. **Soil Science**, 37:29-38, 1934.

WANG, W.; FENG, J.; OIKAWA, T. Contribution of Root and Microbial Respiration to Soil CO₂ Efflux and Their Environmental Controls in a Humid Temperate Grassland of Japan. **Pedosphere**, [s.l.], v. 19, n. 1, p.31-39, fev. 2009. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/s1002-0160\(08\)60081-8](http://dx.doi.org/10.1016/s1002-0160(08)60081-8).

WANG, Z.; SHI, W. Mapping soil particle-size fractions: A comparison of compositional kriging and log-ratio kriging. **Journal Of Hydrology**, [s.l.], v. 546, p.526-541, mar. 2017. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.01.029>.

WARRICK, A.W. & NIELSEN, D.R. Spatial variability of soil physical properties in the field. In: HILLEL, D., ed. **Applications of soil physics**. New York, Academic Press, 1980. 350p

WHITE, R; HAIGH, R; MACDUFF, J. Frequency distributions and spatially dependent variability of ammonium and nitrate concentrations in soil under grazed and ungrazed grassland. **Fertilizer Research**, [s.l.], v. 11, n. 3, p.193-208, 1987. Springer Nature. <http://dx.doi.org/10.1007/bf01063317>.

WINTER, E.J., 1984, **A água, o solo e a planta**. Traduzido por REICHARDT, K. e LIBARDI, P.L., 2ª ed., São Paulo, Nobel.

YAMAMOTO, J. K., LANDIM, P. M. B. **Geoestatística: conceitos e aplicações**. 1ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2013, 215p

YANG, D. et al. Global potential soil erosion with reference to land use and climate changes. **Hydrological Processes**, [s.l.], v. 17, n. 14, p.2913-2928, 2003. Wiley-Blackwell. <http://dx.doi.org/10.1002/hyp.1441>.

YAO, Z. et al. Organically fertilized tea plantation stimulates N₂O emissions and lowers NO fluxes in subtropical China. **Biogeosciences**, [s.l.], v. 12, n. 20, p.5915-5928, 16 out. 2015. CopernicusGmbH. <http://dx.doi.org/10.5194/bg-12-5915-2015>.

ZANÃO JÚNIOR, L. A. et al. Variabilidade espacial do pH, teores de matéria orgânica e micronutrientes em profundidades de amostragem num Latossolo Vermelho sob semeadura direta. **Ciência Rural**, [s.l.], v. 37, n. 4, p.1000-1007, ago. 2007. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0103-84782007000400013>.

ZHOU, G. et al. Old-Growth Forests Can Accumulate Carbon in Soils. **Science**, [s.l.], v. 314, n. 5804, p.1417-1417, 1 dez. 2006. American Association for the Advancement of Science (AAAS). <http://dx.doi.org/10.1126/science.1130168>.

Documento: Imagem

Arquivo: Imagem-do-WhatsApp-de-2025-10-24-as-22.22.43_8aa8af4a.jpg

