Universidade Federal Fluminense
EGM - Instituto de Matemática
GMA - Departamento de Matemática Aplicada

LISTA 4 - 2007-2
Derivadas parciais de ordem superior

2. Uma função $z = f(x_1, \ldots, x_n)$ é *harmônica* se ela satisfaz a *equação de Laplace* $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial x_2^2} + \ldots + \dfrac{\partial^2 z}{\partial x_n^2} = 0$. Mostre que a função $z = f(x,y) = x^3 - 3\,xy^2$ é harmônica.

   Quais das funções dos exercícios 3. a 8. satisfazem a equação de Laplace?

3. $z = f(x,y) = \ln\sqrt{x^2+y^2}$
4. $z = f(x,y) = x^2 - y^2$.
5. $z = f(x,y) = y^3 + 3\,x^2 y$.
6. $z = f(x,y,z) = e^x \operatorname{sen} y + e^y \operatorname{sen} z$.
7. $z = f(x,y) = \arctan(x/y)$
8. $z = f(x,y) = \ln(x/y)$.
9. Verifique que $u = \operatorname{sen}(k\,x) \cdot \operatorname{sen}(ak\,t)$ satisfaz a *equação da onda* $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.
10. No estudo da penetração da geada em uma rodovia, a temperatura T no instante t e à profundidade x pode ser dada aproximadamente por $T = T_0\, e^{-\lambda \cdot x} \operatorname{sen}(\omega\, t - \lambda\, x)$, em que T_0, ω e λ são constantes. Mostre que T satisfaz a *equação unidimensional do calor*: $\dfrac{\partial T}{\partial t} = k\,\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, com $k = 2\,\lambda^2/w$.

RESPOSTAS DA LISTA 4

3. Sim 4. Sim 5. Não 6. Sim 7. Sim 8. Não