CAPÍTULO 33

1. Como $\Delta\lambda << \lambda$ e $f = c/\lambda$, temos

$$\Delta f = \left|\Delta\left(\frac{c}{\lambda}\right)\right| \approx \frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{(3,0\times10^8\ \text{m/s})(0,0100\times10^{-9}\ \text{m})}{(632,8\times10^{-9}\ \text{m})^2} = 7,49\times10^9\ \text{Hz} = 7,49\ \text{GHz}.$$

2. (a) A frequência da radiação é

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,0\times10^8\ \text{m/s}}{(1,0\times10^5)(6,4\times10^6\ \text{m})} = 4,7\times10^{-3}\ \text{Hz}.$$

(b) O período da radiação é

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4,7\times10^{-3}\ \text{Hz}} = 212\ \text{s} = 3\,\text{min}\,32\ \text{s}.$$

3. (a) De acordo com a Fig. 33-2, o menor comprimento de onda para o qual a sensibilidade do olho humano é metade da sensibilidade máxima é 515 nm.

(b) De acordo com a Fig. 33-2, o maior comprimento de onda para o qual a sensibilidade do olho humano é metade da sensibilidade máxima é 610 nm.

(c) De acordo com a Fig. 33-2, o comprimento de onda da luz à qual o olho humano é mais sensível é 555 nm.

(d) De acordo com o resultado do item (c),

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,00\times10^8\ \text{m/s}}{555\ \text{nm}} = 5,41\times10^{14}\ \text{Hz}.$$

(e) De acordo com o resultado do item (d),

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5,41\times10^{14}\ \text{Hz}} = 1,85\times10^{-15}\ \text{s}.$$

4. Como a velocidade da luz no ar é aproximadamente $c = 3,0 \times 10^8$ m/s, em um intervalo de tempo $t = 1,0$ ns, a luz percorre uma distância

$$d = ct = (3,0\times 10^8\ \text{m/s})(1,0\times 10^{-9}\ \text{s}) = 0,30\ \text{m}.$$

5. PENSE A frequência das oscilações da corrente no circuito *LC* do gerador é $f = 1/2\pi\sqrt{LC}$, em que C é a capacitância e L é a indutância. As ondas eletromagnéticas geradas pelo dispositivo têm a mesma frequência.

FORMULE Se f é a frequência e λ é o comprimento de onda de uma onda eletromagnética, $f\lambda = c$. Assim,

$$\frac{\lambda}{2\pi\sqrt{LC}} = c.$$

ANALISE Explicitando L na equação anterior e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$L = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 Cc^2} = \frac{\left(550\times10^{-9}\ \text{m}\right)^2}{4\pi^2\left(17\times10^{-12}\ \text{F}\right)\left(2,998\times10^8\ \text{m/s}\right)^2} = 5,00\times10^{-21}\ \text{H}.$$

Este valor de indutância é extremamente pequeno.

APRENDA A frequência das ondas é

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}0\times10^{8}\ \text{m/s}}{550\times10^{-9}\ \text{m}} = 5{,}45\times10^{14}\ \text{Hz}.$$

Esta frequência está na faixa da luz visível.

6. O comprimento de onda pedido é

$$\lambda = \frac{c}{f} = 2\pi c\sqrt{LC} = 2\pi(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})\sqrt{(0{,}253\times10^{-6}\ \text{H})(25{,}0\times10^{-12}\ \text{F})} = 4{,}74\ \text{m}.$$

7. A intensidade é a média do vetor de Poynting:

$$I = S_{\text{méd}} = \frac{cB_m^2}{2\mu_0} = \frac{(3{,}0\times10^{8}\ \text{m/s})(1{,}0\times10^{-4}\ \text{T})^2}{2(1{,}26\times10^{-6}\ \text{H/m})^2} = 1{,}2\times10^{6}\ \text{W/m}^2.$$

8. A intensidade do sinal ao chegar às vizinhanças de Próxima do Centauro é

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1{,}0\times10^{6}\ \text{W}}{4\pi\left[\left(4{,}3\,\text{anos-luz}\right)\left(9{,}46\times10^{15}\ \text{m/ano-luz}\right)\right]^2} = 4{,}8\times10^{-29}\ \text{W/m}^2.$$

9. Se P é a potência e Δt é a duração do pulso, a energia contida no pulso é

$$E = P\Delta t = (100\times10^{12}\ \text{W})(1{,}0\times10^{-9}\ \text{s}) = 1{,}0\times10^{5}\ \text{J}.$$

10. A amplitude do campo magnético da onda é

$$B_m = \frac{E_m}{c} = \frac{3{,}20\times10^{-4}\ \text{V/m}}{2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s}} = 1{,}07\times10^{-12}\ \text{T}.$$

11. (a) A amplitude do campo magnético é

$$B_m = \frac{E_m}{c} = \frac{2{,}0\ \text{V/m}}{2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s}} = 6{,}67\times10^{-9}\ \text{T} \approx 6{,}7\times10^{-9}\ \text{T}.$$

(b) Como o campo elétrico oscila paralelamente ao eixo z e a onda se propaga paralelamente ao eixo x, o campo magnético oscila paralelamente ao eixo y.

(c) A direção e o sentido de propagação de uma onda eletromagnética são determinados pelo produto $\vec{E}\times\vec{B}$. De acordo com a regra da mão direita, se o campo elétrico está apontando no sentido positivo do eixo z e a onda está se propagando no sentido positivo do eixo x, o campo magnético deve estar apontando no sentido negativo do eixo y.

12. (a) O valor máximo do campo magnético da onda é

$$B_m = \frac{E_m}{c} = \frac{5{,}00\ \text{V/m}}{2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s}} = 1{,}67\times10^{-8}\ \text{T} = 16{,}7\ \text{nT}.$$

(b) A intensidade é a média do vetor de Poynting:

$$I = S_{\text{méd}} = \frac{E_m^2}{2\mu_0 c} = \frac{(5{,}00\ \text{V/m})^2}{2(4\pi\times10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})}$$
$$= 3{,}31\times10^{-2}\ \text{W/m}^2 = 33{,}1\ \text{mW/m}^2.$$

13. (a) Podemos usar a relação $I = E_m^2/2\mu_0 c$ para calcular E_m:

$$E_m = \sqrt{2\mu_0 I_c} = \sqrt{2(4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(1{,}40\times10^3\,\mathrm{W/m^2})(2{,}998\times10^8\,\mathrm{m/s})}$$
$$=1{,}03\times10^3\,\mathrm{V/m}=1{,}03\ \mathrm{kV/m}.$$

(b) A amplitude do campo magnético é, portanto,

$$B_m=\frac{E_m}{c}=\frac{1{,}03\times10^4\,\mathrm{V/m}}{2{,}998\times10^8\,\mathrm{m/s}}=3{,}43\times10^{-6}\,\mathrm{T}=3{,}43\ \mu\mathrm{T}.$$

14. De acordo com a equação que precede a Eq. 33-12, o valor máximo de $\partial B/\partial t$ é ωB_m. O valor de B_m, por sua vez, pode ser relacionado à intensidade através da equação

$$B_m=\frac{E_m}{c}=\frac{\sqrt{2c\mu_0 I}}{c},$$

e a intensidade pode ser relacionada à potência P e à distância r através da Eq. 33-27. Finalmente, a frequência angular WWω pode ser relacionada ao comprimento de onda λ através da equação $\omega = kc = 2\pi c/\lambda$. Assim, temos

$$\left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)_{\text{máx}}=\sqrt{\frac{2\mu_0 P}{4\pi c}}\,\frac{2\pi c}{\lambda r}=3{,}44\times10^6\ \mathrm{T/s}.$$

15. (a) Como a intensidade de uma onda eletromagnética está relacionada à amplitude do campo elétrico através da equação $I=E_m^2/2\mu_0 c$, temos

$$E_m=\sqrt{2\mu_0 cI}=\sqrt{2(4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{H/m})(2{,}998\times10^8\,\mathrm{m/s})(10\times10^{-6}\,\mathrm{W/m^2})}$$
$$=8{,}7\times10^{-2}\,\mathrm{V/m}=87\ \mathrm{mV/m}.$$

(b) A amplitude do campo magnético é dada por

$$B_m=\frac{E_m}{c}=\frac{8{,}7\times10^{-2}\,\mathrm{V/m}}{2{,}998\times10^8\,\mathrm{m/s}}=2{,}9\times10^{-10}\,\mathrm{T}=0{,}29\ \mathrm{nT}.$$

(c) Como, a uma distância r do transmissor, a intensidade de um transmissor que irradia uniformemente ao longo de um hemisfério é $I=P/2\pi r^2$, temos

$$P=2\pi r^2 I=2\pi(10\times10^3\,\mathrm{m})^2(10\times10^{-6}\,\mathrm{W/m^2})=6{,}3\times10^3\,\mathrm{W}=6{,}3\ \mathrm{kW}.$$

16. (a) A potência recebida é

$$P_r=(1{,}0\times10^{-12}\,\mathrm{W})\frac{\pi(300\ \mathrm{m})^2/4}{4\pi(6{,}37\times10^6\,\mathrm{m})^2}=1{,}4\times10^{-22}\,\mathrm{W}.$$

(b) A potência da fonte teria que ser

$$P=4\pi r^2 I=4\pi\left[\left(2{,}2\times10^4\ \text{anos-luz}\right)\left(9{,}46\times10^{15}\ \text{m/ano-luz}\right)\right]^2\left[\frac{1{,}0\times10^{-12}\,\mathrm{W}}{4\pi(6{,}37\times10^6\,\mathrm{m})^2}\right]$$
$$=1{,}1\times10^{15}\ \mathrm{W}.$$

17. (a) O valor máximo do campo magnético da onda é

$$B_m=\frac{E_m}{c}=\frac{2{,}0\,\mathrm{V/m}}{2{,}998\times10^8\,\mathrm{m/s}}=6{,}7\times10^{-9}\,\mathrm{T}=6{,}7\ \mathrm{nT}.$$

(b) A intensidade média da luz é

$$I = \frac{E_m^2}{2\mu_0 c} = \frac{(2{,}0\,\mathrm{V/m})^2}{2(4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(2{,}998\times10^8\,\mathrm{m/s})} = 5{,}3\times10^{-3}\,\mathrm{W/m^2} = 5{,}3\,\mathrm{mW/m^2}.$$

(c) A potência da fonte é

$$P = 4\pi r^2 I_{\text{méd}} = 4\pi(10\,\mathrm{m})^2(5{,}3\times10^{-3}\,\mathrm{W/m^2}) = 6{,}7\,\mathrm{W}.$$

18. De acordo com a Eq. 33-27, a inclinação de um gráfico da intensidade de uma onda eletromagnética em função do inverso do quadrado da distância (I em função de r^{-2}) é $P/4\pi$. Como a inclinação do gráfico da Fig. 33-37 é (200 W/m^2)/(10 m^{-2}) = 20 W, a potência é $P = 4\pi\ (20) \approx 0{,}25 \times 10^2$ W = 0,25 kW.

19. PENSE Se o plasma se comporta como um meio perfeitamente refletor, a pressão de radiação é dada por $p_r = 2I/c$, em que I é a intensidade da radiação.

FORMULE A intensidade é $I = P/A$, em que P é a potência e A é a área interceptada pela radiação.

ANALISE A pressão de radiação é

$$p_r = \frac{2I}{c} = \frac{2P}{Ac} = \frac{2\left(1{,}5\times10^9\,\mathrm{W}\right)}{\left(1{,}00\times10^{-6}\mathrm{m^2}\right)\left(2{,}998\times10^8\,\mathrm{m/s}\right)} = 1{,}0\times10^7\,\mathrm{Pa}.$$

APRENDA No caso de absorção total, a pressão de radiação é $p_r = I/c$, ou seja, metade do valor observado quando existe reflexão total.

20. (a) A força exercida pela radiação é

$$F_{\text{rad}} = p_{\text{rad}}(\pi R_T^2) = \left(\frac{I}{c}\right)(\pi R_T^2) = \frac{\pi(1{,}4\times10^3\,\mathrm{W/m^2})(6{,}37\times10^6\,\mathrm{m})^2}{2{,}998\times10^8\,\mathrm{m/s}} = 6{,}0\times10^8\,\mathrm{N}.$$

(b) A atração gravitacional do Sol é

$$F_g = \frac{GM_SM_T}{d_{TS}^2} = \frac{(6{,}67\times10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2})(2{,}0\times10^{30}\,\mathrm{kg})(5{,}98\times10^{24}\,\mathrm{kg})}{(1{,}5\times10^{11}\,\mathrm{m})^2}$$

$$= 3{,}6\times10^{22}\,\mathrm{N},$$

que é muito maior que F_{rad}.

21. Como a superfície é perfeitamente absorvente, a pressão da radiação é dada por $p_r = I/c$, em que I é a intensidade. Como a lâmpada irradia uniformemente em todas as direções, a intensidade a uma distância r da lâmpada é dada por $I = P/4\pi r^2$, em que P é a potência da lâmpada. Assim,

$$p_r = \frac{P}{4\pi r^2 c} = \frac{500\,\mathrm{W}}{4\pi(1{,}5\ \mathrm{m})^2\,(2{,}998\times10^8\,\mathrm{m/s})} = 5{,}9\times10^{-8}\,\mathrm{Pa}.$$

22. A pressão da radiação é

$$p_r = \frac{I}{c} = \frac{10\,\mathrm{W/m^2}}{2{,}998\times10^8\,\mathrm{m/s}} = 3{,}3\times10^{-8}\,\mathrm{Pa}.$$

23. (a) A força para cima exercida pela radiação, F_r, dada pela Eq. 33-32, $F = IA/c$, deve ser igual, em módulo, à força para baixo exercida pela gravidade, $F_g = mg$. No caso de uma esfera, a área da "seção de choque" (que é o parâmetro A da Eq. 33-32) é a área de um círculo, $A = \pi r^2$ (e não a área da superfície da esfera), e o volume (cujo valor é necessário para que a massa possa ser determinada através da relação $m = \rho V$) é dado por $V = 4\pi r^3/3$. Finalmente, a intensidade I está relacionada à potência P da fonte luminosa através da Eq. 33-27, $I = P/4\pi R^2$, em que R é a distância da fonte. Fazendo $F_r = F_g$ e explicitando P, obtemos

$$\begin{aligned} P &= 4\pi R^2 c\left(\rho\frac{4\pi r^3 g}{3}\right)\frac{1}{\pi r^2} = \frac{16\pi R^2 c\rho r g}{3} \\ &= \frac{16\pi(0{,}5\text{ m})^2(2{,}998\times10^8\text{ m/s})(1{,}9\times10^4\text{ kg/m}^3)(2{,}0\times10^{-3})(9{,}8\text{ m/s}^2)}{3} \\ &= 4{,}68\times10^{11}\text{ W}. \end{aligned}$$

(b) Qualquer pequena perturbação tiraria a esfera da posição de equilíbrio, pois, nesse caso, as duas forças deixariam de atuar ao longo do mesmo eixo.

24. Fazendo $F_g = F_r$, obtemos

$$G\frac{mM_S}{d_{TS}^2} = \frac{2IA}{c},$$

o que nos dá

$$\begin{aligned} A &= \frac{cGmM_S}{2Id_{TS}^2} = \frac{(6{,}67\times10^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(1500\text{ kg})(1{,}99\times10^{30}\text{ kg})(2{,}998\times10^8\text{ m/s})}{2(1{,}40\times10^3\text{ W/m}^2)(1{,}50\times10^{11}\text{ m})^2} \\ &= 9{,}5\times10^5\text{ m}^2 = 0{,}95\text{ km}^2. \end{aligned}$$

25. PENSE Este problema envolve a relação entre a pressão de radiação e a densidade de energia do feixe incidente.

FORMULE Seja f a fração da intensidade do feixe incidente que é refletida. A fração absorvida é $1 - f$. A parte refletida exerce uma pressão de radiação

$$p_r = \frac{2fI_0}{c}$$

e a parte absorvida exerce uma pressão de radiação

$$p_a = \frac{(1-f)I_0}{c},$$

em que I_0 é a intensidade incidente. O fator 2 aparece na primeira expressão porque o momento da parte refletida muda de sentido. A pressão de radiação total é a soma das duas contribuições:

$$p_{\text{total}} = p_r + p_a = \frac{2fI_0 + (1-f)I_0}{c} = \frac{(1+f)I_0}{c}.$$

ANALISE Para relacionar a intensidade à densidade de energia, considere um tubo de comprimento ℓ e área da seção reta A, cujo eixo coincide com a direção de propagação de uma onda eletromagnética. A energia eletromagnética contida no interior do tubo é $U = uA\ell$, em que u é a densidade de energia. Como toda essa energia passa pela extremidade do tubo em um intervalo de tempo $t = \ell/c$, a intensidade é

$$I = \frac{U}{At} = \frac{uA\ell c}{A\ell} = uc,$$

o que nos dá $u = I/c$. A intensidade e a densidade de energia são positivas, qualquer que seja a direção de propagação. No caso de uma onda parcialmente refletida e parcialmente absorvida, a intensidade perto da superfície é

$$I = I_0 + fI_0 = (1+f)I_0,$$

em que o primeiro termo está associado ao feixe incidente, e o segundo está associado ao feixe refletido. Em consequência, a densidade de energia é

$$u = \frac{I}{c} = \frac{(1+f)I_0}{c},$$

ou seja, tem o mesmo valor que a pressão de radiação.

APRENDA No caso de reflexão total, $f = 1$ e $p_{\text{total}} = p_r = 2I_0/c$. Por outro lado, a densidade de energia é $u = I/c = 2I_0/c$, que é a mesma expressão encontrada para p_{total}. No caso de absorção total, $f = 0$, $p_{\text{total}} = p_a = I_0/c$, e, como $I = I_0$, temos $u = I/c = I_0/c$, que, novamente, é a mesma expressão encontrada para p_{total}.

26. A massa do cilindro é $m = \rho(\pi D^2/4)H$, em que D é o diâmetro do cilindro. Como o cilindro está em equilíbrio,

$$F_{\text{tot}} = mg - F_r = \frac{\pi H D^2 g\rho}{4} - \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)\left(\frac{2I}{c}\right) = 0,$$

o que nos dá

$$\begin{aligned} H &= \frac{2I}{gc\rho} = \left(\frac{2P}{\pi D^2/4}\right)\frac{1}{gc\rho} \\ &= \frac{2(4{,}60\,\text{W})}{[\pi(2{,}60\times10^{-3}\,\text{m})^2/4](9{,}8\,\text{m/s}^2)(3{,}0\times10^8\,\text{m/s})(1{,}20\times10^3\,\text{kg/m}^3)} \\ &= 4{,}91\times10^{-7}\,\text{m}. \end{aligned}$$

27. PENSE As ondas eletromagnéticas se propagam à velocidade da luz e transportam momento e energia.

FORMULE A velocidade de uma onda eletromagnética é $c = \lambda f$, em que λ é o comprimento de onda e f é a frequência da onda. A frequência angular é $\omega = 2\pi f$ e o número de onda é $k = 2\pi/\lambda$. A amplitude B_m do campo magnético está relacionada à amplitude E_m do campo elétrico pela equação $B_m = E_m/c$. A intensidade da onda é dada pela Eq. 33-26:

$$I = \frac{1}{c\mu_0}E_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{2c\mu_0}E_m^2.$$

ANALISE (a) Para $\lambda = 3{,}0$ m, a frequência da onda é

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2{,}998\times10^8\ \text{m/s}}{3{,}0\ \text{m}} = 1{,}0\times10^8\ \text{Hz}.$$

(b) A frequência angular pode ser calculada a partir do valor de f obtido no item (a):

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(1{,}0\times10^8\ \text{Hz}) = 6{,}3\times10^8\ \text{rad/s}.$$

(c) O número de onda correspondente é

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3{,}0\ \text{m}} = 2{,}1\ \text{rad/m}.$$

(d) Se $E_m = 300$ V/m, a amplitude do campo magnético é

$$B_m = \frac{E_m}{c} = \frac{300\,\text{V/m}}{2{,}998\times10^8\,\text{m/s}} = 1{,}0\times10^{-6}\,\text{T}.$$

(e) Se $\vec{E}$ aponta no sentido do semieixo y positivo, $\vec{B}$ deve apontar no sentido do semieixo z positivo para que o produto vetorial $\vec{E}\times\vec{B}$ aponte no sentido do semieixo x positivo (a direção de propagação).

(f) A intensidade da onda é

$$I = \frac{E_m^2}{2\mu_0 c} = \frac{(300\,\text{V/m})^2}{2(4\pi\times10^{-7}\,\text{H/m})(2{,}998\times10^8\,\text{m/s})} = 119\,\text{W/m}^2 \approx 1{,}2\times10^2\,\text{W/m}^2.$$

(g) Como a placa absorve totalmente a onda, a taxa de variação do momento por unidade de área é I/c; portanto,

$$\frac{dp}{dt} = \frac{IA}{c} = \frac{(119\ \text{W/m}^2)(2{,}0\ \text{m}^2)}{2{,}998\times 10^8\ \text{m/s}} = 8{,}0\times 10^{-7}\ \text{N}.$$

(h) A pressão da radiação é

$$p_r = \frac{dp/dt}{A} = \frac{8{,}0\times 10^{-7}\ \text{N}}{2{,}0\ \text{m}^2} = 4{,}0\times 10^{-7}\ \text{Pa}.$$

APRENDA A densidade de energia é

$$u = \frac{I}{c} = \frac{119\ \text{W/m}^2}{2{,}998\times 10^8\ \text{m/s}} = 4{,}0\times 10^{-7}\ \text{J/m}^3$$

ou seja, tem o mesmo valor que a pressão de radiação.

28. (a) Supondo que toda a radiação é absorvida, a pressão da radiação é

$$p_r = \frac{I}{c} = \frac{1{,}4\times 10^3\ \text{W/m}^2}{3{,}0\times 10^8\ \text{m/s}} = 4{,}7\times 10^{-6}\ \text{N/m}^2.$$

(b) A razão pedida é

$$\frac{p_r}{p_0} = \frac{4{,}7\times 10^{-6}\ \text{N/m}^2}{1{,}0\times 10^5\ \text{N/m}^2} = 4{,}7\times 10^{-11}.$$

29. PENSE A luz do laser transporta energia e momento. A energia e momento totais da espaçonave e da luz são conservados.

FORMULE Se a luz remove uma energia U da espaçonave, também remove um momento $p = U/c$. De acordo com a lei de conservação do momento, esse é o módulo do momento adquirido pela espaçonave. Se P é a potência do laser, a energia removida no intervalo de tempo t é $U = Pt$.

ANALISE Se a energia removida da espaçonave é Pt, o momento removido é $p = Pt/c$. Usando a relação $p = mv$, em que m é a massa da espaçonave, e levando em conta o fato de que 1 dia equivale a 86.400 segundos, temos

$$v = \frac{p}{m} = \frac{Pt}{mc} = \frac{(10\times 10^3\ \text{W})(86.400\ \text{s})}{(1{,}5\times 10^3\ \text{kg})(2{,}998\times 10^8\ \text{m/s})} = 1{,}9\times 10^{-3}\ \text{m/s}.$$

APRENDA Como era esperado, a velocidade da espaçonave é proporcional à potência do laser.

30. (a) Como a área da seção reta do feixe é $\pi d^2/4$, em que d é o diâmetro da esfera, a intensidade do feixe é

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi d^2/4} = \frac{5{,}00\times 10^{-3}\ \text{W}}{\pi(1266\times 10^{-9}\ \text{m})^2/4} = 3{,}97\times 10^9\ \text{W/m}^2 = 3{,}97\ \text{GW/m}^2.$$

(b) A pressão da radiação é

$$p_r = \frac{I}{c} = \frac{3{,}97\times 10^9\ \text{W/m}^2}{2{,}998\times 10^8\ \text{m/s}} = 13{,}2\ \text{Pa}.$$

(c) A força associada à radiação é igual à pressão multiplicada pela área da seção reta do feixe, que, por sua vez, é igual a P/I;

$$F_r = p_r\left(\frac{\pi d^2}{4}\right) = p_r\left(\frac{P}{I}\right) = (13{,}2\ \text{Pa})\frac{5{,}00\times 10^{-3}\ \text{W}}{3{,}97\times 10^9\ \text{W/m}^2} = 1{,}67\times 10^{-11}\ \text{N}.$$

(d) A aceleração da esfera é

$$a = \frac{F_r}{m} = \frac{F_r}{\rho(\pi d^3/6)} = \frac{6(1{,}67\times 10^{-11}\ \text{N})}{\pi(5{,}00\times 10^3\ \text{kg/m}^3)(1266\times 10^{-9}\ \text{m})^3}$$
$$= 3{,}14\times 10^3\ \text{m/s}^2.$$

31. Vamos supor que o Sol está suficientemente afastado da partícula para ser considerado uma fonte luminosa pontual.

(a) As forças a que uma partícula de poeira está submetida são a força da radiação $\vec{F}_r$, que aponta para longe do Sol, e a força gravitacional, $\vec{F}_g$, que aponta na direção do Sol. De acordo com as Eqs. 33-32 e 33-27, a força da radiação é dada por

$$F_r = \frac{IA}{c} = \frac{P_S}{4\pi r^2}\frac{\pi R^2}{c} = \frac{P_S R^2}{4r^2 c},$$

em que R é o raio da partícula e $A = \pi R^2$ é a área da seção reta da partícula. Por outro lado, a força gravitacional é dada pela Eq. 13-1:

$$F_g = \frac{GM_S m}{r^2} = \frac{GM_S \rho(4\pi R^3/3)}{r^2} = \frac{4\pi GM_S \rho R^3}{3r^2},$$

em que $m = \rho(4\pi R^3/3)$ é a massa da partícula. Para que a partícula descreva uma trajetória retilínea, é preciso que as duas forças sejam iguais em módulo. Fazendo $F_r = F_g$, obtemos

$$\frac{P_S R^2}{4r^2 c} = \frac{4\pi GM_S \rho R^3}{3r^2},$$

o que nos dá

$$R = \frac{3P_S}{16\pi c\rho GM_S} = \frac{3(3{,}9\times10^{26}\ \text{W})}{16\pi(3\times10^8\ \text{m/s})(3{,}5\times10^3\ \text{kg/m}^3)(6{,}67\times10^{-11}\ \text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2)(1{,}99\times10^{30}\ \text{kg})}$$
$$= 1{,}7\times10^{-7}\ \text{m} = 0{,}17\ \mu\text{m}.$$

(b) Como F_g é proporcional a R^3, e F_r é proporcional a R^2, se R aumentar, teremos $F_g > F_r$, e a trajetória se encurvará para perto do Sol, como a trajetória 3 da figura.

32. O primeiro polarizador reduz a intensidade da luz para metade do valor original. A redução causada pelo segundo polarizador é $\cos^2(\pi - \theta_1 - \theta_2) = \cos^2(\theta_1 + \theta_2)$. A redução causada pelo terceiro polarizador é $\cos^2(\pi - \theta_2 - \theta_3) = \cos^2(\theta_2 + \theta_3)$. Assim,

$$\frac{I_f}{I_0} = \frac{1}{2}\cos^2(\theta_1+\theta_2)\cos^2(\theta_2+\theta_3) = \frac{1}{2}\cos^2(50°+50°)\cos^2(50°+50°)$$
$$= 4{,}5\times10^{-4}.$$

Isso significa que 0,045% da luz original é transmitida.

33. PENSE A luz não polarizada se torna polarizada depois de passar por um filtro polarizador. Este problema, que envolve três filtros polarizadores, deve ser resolvido por etapas, usando a regra da metade ou a regra do cosseno ao quadrado.

FORMULE Seja I_0 a intensidade da luz não polarizada que incide no primeiro filtro polarizador. De acordo com a regra da metade, a intensidade da luz transmitida é $I_1 = I_0/2$ e a direção de polarização da luz transmitida é $\theta_1 = 40°$ *no sentido anti-horário* a partir do eixo y da Fig. 33-40. No caso do segundo filtro (e também do terceiro), devemos usar a regra do cosseno ao quadrado:

$$I_2 = I_1\cos^2\theta_2'$$

em que θ_2' é o ângulo entre a direção de polarização da luz incidente no segundo filtro e a direção de polarização do filtro.

ANALISE Como a direção de polarização do segundo filtro é $\theta_2 = 20°$ *no sentido horário* em relação ao eixo y, $\theta_2' = 40° + 20° = 60°$. A intensidade da luz transmitida é

$$I_2 = I_1\cos^2 60° = \frac{1}{2}I_0\cos^2 60°,$$

e a direção de polarização da luz transmitida é 20° no sentido horário em relação ao eixo y. A direção de polarização do terceiro filtro é $\theta_3 = 40°$ no *sentido anti-horário* em relação ao eixo y. Em consequência, o ângulo entre a direção de polarização da luz incidente no terceiro filtro e a direção de polarização do filtro é 20º + 40º = 60º. A intensidade da luz transmitida é

$$I_3 = I_2 \cos^2 60° = \frac{1}{2} I_0 \cos^4 60° = 3{,}1\times10^{-2} I_0.$$

Assim, a intensidade da luz depois de passar pelos três filtros é 3,1% da intensidade original.

APRENDA No caso de dois filtros polarizadores cruzados (θ = 90º), a intensidade da luz transmitida é zero.

34. Seja I_0 a intensidade da luz não polarizada incidente no primeiro polarizador. A intensidade da luz transmitida é $I_1 = I_0/2$ e a direção de polarização da luz transmitida é θ_1 = 70° no sentido anti-horário em relação ao eixo y da Fig. 33-41. A intensidade da luz depois de passar pelo segundo polarizador é

$$I_f = \frac{1}{2} I_0 \cos^2(90° - 70°) = \frac{1}{2}(43\ \text{W/m}^2)(\cos^2 20°) = 19\ \text{W/m}^2.$$

35. O ângulo entre a direção de polarização da luz incidente no primeiro polarizador e a direção de polarização do primeiro polarizador é θ_1 = 70° e o ângulo entre a direção de polarização da luz depois de passar pelo primeiro polarizador e a direção do segundo polarizador é $|\theta_2 - \theta_1|$. Assim, se I_0 é a intensidade da luz incidente, a intensidade da luz depois de passar pelos dois polarizadores é

$$I_1 = I_0 \cos^2\theta_1 \cos^2|\theta_2 - \theta_1| = (43\ \text{W/m}^2)\cos^2 70° \cos^2 20° = 4{,}4\ \text{W/m}^2.$$

36. (a) A fração da luz transmitida pelos óculos é

$$\frac{I_f}{I_0} = \frac{E_f^2}{E_0^2} = \frac{E_v^2}{E_v^2 + E_h^2} = \frac{E_v^2}{E_v^2 + (2{,}3E_v)^2} = 0{,}16.$$

(b) Como, nesse caso, é a componente horizontal do campo elétrico que passa pelos óculos,

$$\frac{I_f}{I_0} = \frac{E_h^2}{E_v^2 + E_h^2} = \frac{(2{,}3E_v)^2}{E_v^2 + (2{,}3E_v)^2} = 0{,}84.$$

37. PENSE Um filtro polarizador pode mudar a direção de polarização da luz incidente, já que permite apenas a passagem da componente paralela à direção de polarização do filtro.

FORMULE A rotação de 90º da direção de polarização não pode ser conseguida com um único filtro. Se uma luz polarizada incide em um filtro cuja direção de polarização faz um ângulo de 90º com a direção de polarização da luz incidente, a intensidade da luz transmitida é zero.

ANALISE (a) A rotação de 90º da direção de polarização pode ser conseguida com dois filtros. Se colocarmos o primeiro filtro com a direção de polarização fazendo um ângulo $0 < \theta < 90º$ com a direção de polarização da luz incidente e um segundo filtro com a direção de polarização fazendo um ângulo de 90º com a direção de polarização da luz incidente, a luz que sai do segundo filtro estará polarizada a 90º com a direção de polarização da luz incidente. A intensidade da luz transmitida será

$$I = I_0 \cos^2\theta \cos^2(90° - \theta) = I_0 \cos^2\theta\, \text{sen}^2\,\theta,$$

em que I_0 é a intensidade da luz incidente. A intensidade máxima da luz transmitida usando esse método é 25% da intensidade original, obtida para θ = 45º.

(b) Suponha que sejam usadas n placas e que a direção de polarização da primeira placa faça um ângulo $\theta = 90º/n$ com a direção de polarização da luz incidente. A direção de polarização das placas seguintes faz um ângulo de $90º/n$ com a direção de polarização da placa anterior, sempre no mesmo sentido. Nesse caso, a luz transmitida pelo conjunto é polarizada e a direção de polarização faz um ângulo de 90º com a direção de polarização da luz incidente. A intensidade é

$$I = I_0 \cos^{2n}(90°/n).$$

Estamos interessados em determinar o menor valor inteiro de n para o qual a intensidade é maior que $0{,}60I_0$. Começamos com $n = 3$ e calculamos $\cos^{2n}(90°/n)$. Se o resultado for maior que 0,60, obtivemos a solução. Se for menor que 0,60, somamos 1 ao valor de n e repetimos o cálculo.

APRENDA As intensidades calculadas para $n = 3$, 4 e 5 são

$$\begin{aligned} I_{n=1} &= I_0\cos^2(90°) = 0 \\ I_{n=2} &= I_0\cos^4(45°) = I_0/4 = 0{,}25I_0 \\ I_{n=3} &= I_0\cos^6(30°) = 0{,}422I_0 \\ I_{n=4} &= I_0\cos^8(22{,}5°) = 0{,}531I_0 \\ I_{n=5} &= I_0\cos^{10}(18°) = 0{,}605I_0 \end{aligned}$$

38. Observando os pontos em que a intensidade é zero ($\theta_2 = 0°$ e $90°$) no gráfico da Fig. 33-43, concluímos que o polarizador 2 é perpendicular a um dos outros dois polarizadores para $\theta_2 = 0°$ e perpendicular ao *outro* polarizador para $\theta_2 = 90°$. Sem perda de generalidade, podemos supor que $\theta_1 = 0°$ e $\theta_3 = 90°$. Nesse caso, para $\theta_2 = 30°$, o polarizador 2 faz um ângulo de 30° com o polarizador 1, e o polarizador 3 faz um ângulo de 60° com o polarizador 2. Assim,

$$\frac{I_f}{I_i} = \frac{1}{2}\cos^2(30^o)\cos^2(60^o) = 0{,}094 = 9{,}4\%.$$

39. (a) Como a luz incidente é não polarizada, metade da luz é transmitida e metade é absorvida. Assim, a intensidade da luz transmitida é $I_t = I_0/2 = 5{,}0$ mW/m². Como a intensidade e a amplitude do campo elétrico estão relacionadas através da equação $I = E_m^2/2\mu_0 c$, temos

$$\begin{aligned} E_m &= \sqrt{2\mu_0 c I_t} = \sqrt{2(4\pi\times10^{-7}\ \text{H/m})(3{,}00\times10^8\ \text{m/s})(5{,}0\times10^{-3}\ \text{W/m}^2)} \\ &= 1{,}9\ \text{V/m}. \end{aligned}$$

(b) A pressão da radiação é dada por $p_r = I_a/c$, em que I_a é a intensidade da luz absorvida. Como foi visto no item (a), a intensidade da luz absorvida é $I_a = I_0/2 = 5{,}0$ mW/m². Assim,

$$p_r = \frac{5{,}0\times10^{-3}\ \text{W/m}^2}{3{,}00\times10^8\ \text{m/s}} = 1{,}7\times10^{-11}\ \text{Pa}.$$

40. Observando os pontos em que a intensidade é zero ($\theta_2 = 60°$ e $140°$) no gráfico da Fig. 33-44, concluímos que o polarizador 2 é perpendicular a um dos outros polarizadores para $\theta_2 = 60°$ e perpendicular ao *outro* polarizador para $\theta_2 = 140°$. Sem perda de generalidade, podemos supor que $\theta_1 = 60° + 90° = 150°$ e que $\theta_3 = 140° - 90° = 50°$. Nesse caso, para $\theta_2 = 90°$, o polarizador 2 faz um ângulo de $150° - 90° = 60°$ com o polarizador 1 e um ângulo de $90° - 50° = 40°$ com o polarizador 3. Assim,

$$\frac{I_f}{I_i} = \frac{1}{2}\cos^2(60^o)\cos^2(40^o) = 0{,}073 = 7{,}3\%.$$

41. Quando a luz polarizada, de intensidade I_0, passa pelo primeiro polarizador, a intensidade cai para $I_0\cos^2\theta$. Depois que a luz passa pelo segundo polarizador, que faz um ângulo de 90° com o primeiro, a intensidade passa a ser

$$I = (I_0\cos^2\theta)\,\text{sen}^2\,\theta = I_0/10,$$

e, portanto,

$$\text{sen}^2\,\theta\cos^2\theta = 1/10 \;\Rightarrow\; \text{sen}\,\theta\cos\theta = \text{sen}2\,\theta/2 = 1/\sqrt{10},$$

o que nos dá $\theta = 20°$ ou $70°$.

42. Observando o gráfico da Fig. 33-45, vemos que a intensidade da luz é zero para $\theta_2 = 160^o$. Como as direções dos polarizadores devem ser perpendiculares para que a intensidade da luz transmitida se anule, $\theta_1 = 160^o - 90^o = 70^o$. Considere a intensidade para $\theta_2 = 90^o$ (que não pode ser lida diretamente no gráfico, já que a escala do eixo de intensidade não é conhecida). Como sabemos que $\theta_1 = 70^o$, o ângulo entre os polarizadores agora é 20^o. Levando em conta a redução "automática" para metade do valor inicial que acontece quando um feixe de luz não polarizada passa por um polarizador, a fração da luz transmitida pelo conjunto de dois polarizadores é

$$I_t = \cos^2(20)/2 = 0{,}442 \approx 44\%.$$

43. Seja I_0 a intensidade da luz incidente e seja f a fração polarizada. A intensidade da parte polarizada é $f\,I_0$, e esta parte contribui com $f\,I_0 \cos^2\theta$ para a intensidade da luz transmitida pelo filtro polarizador, onde θ é o ângulo entre a direção de polarização da luz e a direção de polarização do filtro. A intensidade da parte não polarizada da luz incidente é $(1-f)I_0$ e esta parte contribui com $(1-f)I_0/2$ para a intensidade da luz transmitida. Assim, a intensidade da luz transmitida é

$$I = fI_0\cos^2\theta + \frac{1}{2}(1-f)I_0.$$

Quando o filtro gira, $\cos^2\theta$ varia entre um mínimo de 0 e um máximo de 1, e a intensidade da luz transmitida varia entre um mínimo de

$$I_{\text{mín}} = \frac{1}{2}(1-f)I_0$$

e um máximo de

$$I_{\text{máx}} = fI_0 + \frac{1}{2}(1-f)I_0 = \frac{1}{2}(1+f)I_0.$$

A razão entre $I_{\text{máx}}$ e $I_{\text{mín}}$ é

$$\frac{I_{\text{máx}}}{I_{\text{mín}}} = \frac{1+f}{1-f}.$$

Fazendo $I_{\text{máx}}/I_{\text{mín}} = 5{,}0$ na expressão anterior, obtemos $f = 4/6 = 0{,}67$.

44. Aplicando a Eq. 33-36 uma vez e a Eq. 33-38 duas vezes, obtemos

$$I = \frac{1}{2}I_0\cos^2\theta_2\cos^2(90°-\theta_2) = \frac{1}{8}\text{sen}^2(2\theta_2) = 0{,}0500 \;\Rightarrow\; \theta_2 = \frac{1}{2}\text{sen}^{-1}\left(\sqrt{0{,}40}\right) = 19{,}6°.$$

Como essa expressão não muda quando fazemos $\theta_2' = 90 - \theta_2$, o complemento de θ_2, 90° − 19,6° = 70,4° também é uma solução. Comparando as duas soluções, chegamos à conclusão de que

(a) o menor valor possível de θ_2 é 19,6°;

(b) o maior valor possível de θ_2 é 70,4°.

45. Na Fig. 33-46, a normal à superfície refratora é vertical. O ângulo de refração é $\theta_2 = 90°$ e o ângulo de incidência é dado por $\tan\theta_1 = L/D$, em que D é a altura do tanque e L é a largura do tanque. Assim,

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{L}{D}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1{,}10\text{ m}}{0{,}850\text{ m}}\right) = 52{,}31°.$$

De acordo com a lei de Snell,

$$n_1 = n_2\frac{\text{sen}\,\theta_2}{\text{sen}\,\theta_1} = (1{,}00)\left(\frac{\text{sen}\,90°}{\text{sen}\,52{,}31°}\right) = 1{,}26.$$

46. (a) Se os ângulos do raio incidente e do raio refratado fossem iguais, o gráfico da Fig. 33-47*b* seria uma reta com uma inclinação de 45°. Na verdade, a curva do material 1 tem uma inclinação maior que 45°, o que significa que o ângulo de refração é maior que o ângulo de incidência. De acordo com a lei de Snell, isso significa que $n_2 < n_1$, ou seja, que o índice de refração do meio é maior que o índice de refração da água.

(b) Usando o mesmo raciocínio do item (a), concluímos que, também neste caso, o índice de refração do meio é maior que o índice de refração da água.

(c) É mais fácil analisar o ponto mais alto de cada curva. No caso da curva 1, para $\theta_2 = 90°$, $\theta_1 = 45°$ e $n_2 = 1{,}33$ (veja a Tabela 33-1), a lei de Snell nos dá $n_1 = 1{,}9$.

(d) No caso da curva 2, para $\theta_2 = 90°$, $\theta_1 = 67{,}5°$, obtemos $n_1 = 1{,}4$.

47. De acordo com a lei de Snell,

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2.$$

Vamos tomar o meio 1 como sendo o vácuo, com $n_1 = 1$ e $\theta_1 = 32{,}0°$. O meio 2 é o vidro, com $\theta_2 = 21{,}0°$. Explicitando n_2, obtemos

$$n_2 = n_1 \frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2} = (1{,}00)\left(\frac{\operatorname{sen} 32{,}0°}{\operatorname{sen} 21{,}0°}\right) = 1{,}48.$$

48. (a) Se os ângulos do raio incidente e do raio refratado fossem iguais, o gráfico da Fig. 33-48*b* seria uma reta com uma inclinação de 45º. Na verdade, a curva do material 1 tem uma inclinação menor que 45º, o que significa que o ângulo de refração é maior que o ângulo de incidência. De acordo com a lei de Snell, isso significa que $n_1 < n_2$, ou seja, que o índice de refração do meio é maior que o índice de refração da água.

(b) Usando o mesmo raciocínio do item (a), concluímos que, também neste caso, o índice de refração do meio é maior que o índice de refração da água.

(c) É mais fácil analisar o ponto na extremidade direita de cada curva. No caso da curva 1, para $\theta_1 = 90°$, $\theta_2 = 67{,}5°$ e $n_1 = 1{,}33$ (veja a Tabela 33-1), a lei de Snell nos dá $n_2 = 1{,}4$.

(d) No caso da curva 2, para $\theta_1 = 90°$ e $\theta_2 = 45°$, obtemos $n_2 = 1{,}9$.

49. Como o ângulo de incidência do raio luminoso no espelho *B* é $90° - \theta$, o raio refletido r' faz um ângulo $90° - (90° - \theta) = \theta$ com a horizontal e se propaga no sentido oposto ao do raio incidente. Assim, o ângulo entre *i* e r' é 180°.

50. (a) Aplicando duas vezes a lei de Snell, obtemos $n_1\operatorname{sen}\theta_1 = n_2\operatorname{sen}\theta_2$ e $n_2\operatorname{sen}\theta_2 = n_3\operatorname{sen}\theta_3$, o que nos dá $n_1\operatorname{sen}\theta_1 = n_3\operatorname{sen}\theta_3$. Isso nos leva à conclusão de que $\theta_1 = \theta_3$ se $n_1 = n_3$. Como sabemos que $\theta_1 = 40°$ na Fig. 33-50*a*, procuramos o valor de n_3 na Fig. 33-50*b* para o qual $\theta_3 = 40°$. Como este valor é $n_3 = 1{,}6$, concluímos que $n_1 = 1{,}6$.

(b) Ao resolver o item (a), vimos que a influência de n_2 no ângulo do raio refratado desaparece quando a lei de Snell é aplicada duas vezes. Isso significa que não é possível calcular o índice de refração do meio 2 com base nas informações disponíveis.

(c) Usando a relação obtida no item (a), temos

$$1{,}6 \operatorname{sen} 70° = 2{,}4 \operatorname{sen}\theta_3 \quad\Rightarrow\quad \theta_3 = \operatorname{sen}^{-1}(1{,}6 \operatorname{sen} 70°)/2{,}4 = 39°.$$

51. (a) De acordo com a lei de Snell, temos

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = (1)\operatorname{sen}\theta_5 \;\Rightarrow\; \theta_5 = \operatorname{sen}^{-1}(n_1 \operatorname{sen}\theta_1) = \operatorname{sen}^{-1}[(1{,}30)(0{,}644)] = 56{,}8°.$$

(b) Aplicando várias vezes a lei de Snell, obtemos

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2 = n_3 \operatorname{sen}\theta_3 = n_4 \operatorname{sen}\theta_4,$$

o que nos dá

$$\theta_4 = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{n_1}{n_4}\operatorname{sen}\theta_1\right) = 35{,}3°.$$

52. (a) Uma das consequências da lei de Snell é o fato de que $\theta_2 = \theta_1$ para $n_1 = n_2$. Como sabemos que o ângulo de incidência da Fig. 33-52*a* é 30º, procuramos o valor de n_2 no gráfico da Fig. 33-52*b* para o qual $\theta_2 = 30°$. Como este valor é $n_2 = 1{,}7$, concluímos que $n_1 = 1{,}7$.

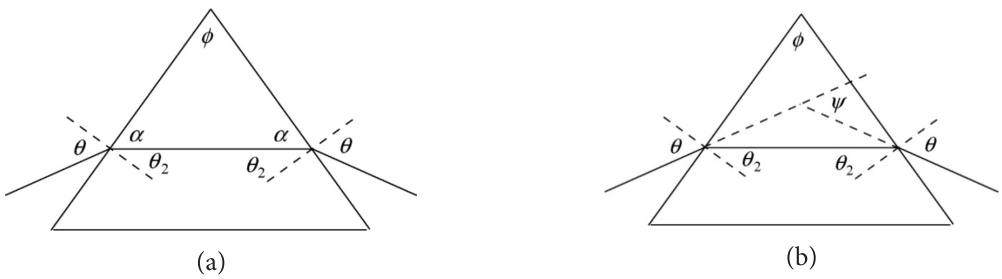
(b) De acordo com a lei de Snell, temos

$$1{,}7\text{sen}(60°) = 2{,}4\text{sen}(\theta_2) \;\Rightarrow\; \theta_2 = \text{sen}^{-1}[\,(1{,}7)(0{,}866)/2{,}4] = 38°.$$

53. PENSE O ângulo com o qual a luz sai do prisma depende do índice de refração do prisma.

FORMULE Considere a figura (a) a seguir. O ângulo de incidência é θ e o ângulo de refração é θ_2. Como $\theta_2 + \alpha = 90°$ e $\varphi + 2\alpha = 180°$, temos

$$\theta_2 = 90° - \alpha = 90° - \frac{1}{2}(180° - \phi) = \frac{\phi}{2}.$$



ANALISE Examine a figura (b) anterior e considere o ângulo formado pelo prolongamento para o interior do prisma dos raios que entram no prisma e saem dele. É fácil mostrar que esse ângulo é dado por

$$\psi = 2(\theta - \theta_2).$$

Substituindo θ_2 por $\phi/2$, obtemos $\psi = 2(\theta - \phi/2)$, o que nos dá $\theta = (\phi + \psi)/2$. Assim, de acordo com a Eq. 33-41, o índice de refração do prisma é

$$n = \frac{\text{sen}\,\theta}{\text{sen}\,\theta_2} = \frac{\text{sen}\,\frac{1}{2}(\phi + \psi)}{\text{sen}\,\frac{1}{2}\phi}.$$

APRENDA O ângulo ψ é chamado de ângulo de desvio e representa o desvio total sofrido por um raio luminoso ao passar por um prisma. Esse ângulo é mínimo quando o raio incidente e o raio emergente fazem o mesmo ângulo com a normal, como no caso que estamos examinando. Conhecendo os valores de ϕ e ψ, podemos determinar o valor de n, o índice de refração do material do prisma.

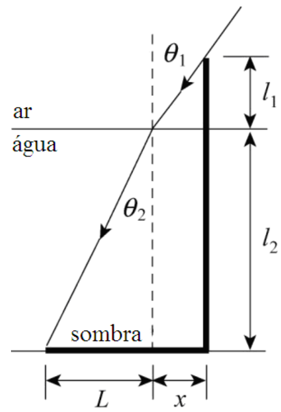
54. (a) De acordo com a lei de Snell, $n_{ar}\,\text{sen}(50°) = n_a\,\text{sen}\,\theta_a$ e $n_{ar}\,\text{sen}(50°) = n_v\,\text{sen}\,\theta_v$, em que os índices *a* e *v* são usados para indicar os raios azul e vermelho. Para $n_{ar} \approx 1{,}0$, obtemos

$$\theta_a = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{sen}\,50°}{1{,}524}\right) = 30{,}176° \text{ e } \theta_v = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{sen}\,50°}{1{,}509}\right) = 30{,}507° \Rightarrow \Delta\theta = 0{,}33°.$$

(b) Como as duas interfaces do vidro com o ar são paralelas, os raios refratados saem do vidro com um ângulo igual ao ângulo de incidência (50º), independentemente do índice de refração, de modo que a dispersão é 0º.

55. PENSE Como a luz é refratada na interface ar-água, para determinar o comprimento da sombra da estaca devemos conhecer o ângulo de refração, que pode ser calculado usando a lei de Snell.

FORMULE Considere um raio que tangencie a extremidade superior da estaca, como na figura que se segue.



De acordo com os dados do problema, $\theta_1 = 90° - 55° = 35°$, $l_1 = 0{,}50$ m e $l_2 = 2{,}00$ m − 0,50 m = 1,50 m. O comprimento da sombra é $d = x + L$.

ANALISE A distância x é dada por

$$x = \ell_1 \tan\theta_1 = (0{,}50 \text{ m})\tan 35° = 0{,}35 \text{ m}.$$

De acordo com a lei de Snell, n_2 sen $\theta_2 = n_1$ sen θ_1. No nosso caso, $n_1 = 1$ e $n_2 = 1{,}33$ (veja a Tabela 33-1). Assim,

$$\theta_2 = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{sen}\,\theta_1}{n_2}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{sen}\,35{,}0°}{1{,}33}\right) = 25{,}55°.$$

A distância L é dada por

$$L = \ell_2 \tan\theta_2 = (1{,}50 \text{ m})\tan 25{,}55° = 0{,}72 \text{ m}.$$

Assim, o comprimento da sombra é $d = 0{,}35$ m + 0,72 m = 1,07 m.

APRENDA Se a piscina estivesse vazia, $\theta_1 = \theta_2$ e o comprimento da sombra seria

$$d' = \ell_1 \tan\theta_1 + \ell_2 \tan\theta_1 = (\ell_1 + \ell_2)\tan\theta_1.$$

56. (a) Vamos usar os índices a e v para representar os raios azul e vermelho. De acordo com a lei de Snell, os ângulos de refração na primeira superfície são

$$\theta_a = \text{sen}^{-1}\left[\frac{1}{1{,}343}\text{sen}(70°)\right] = 44{,}403°$$

$$\theta_v = \text{sen}^{-1}\left[\frac{1}{1{,}331}\text{sen}(70°)\right] = 44{,}911°.$$

Esses raios atingem a segunda superfície (onde se encontra o ponto A) com ângulos complementares dos que acabamos de calcular (já que a normal à segunda superfície é perpendicular à normal à primeira superfície). Levando este fato em consideração, usamos a lei de Snell para calcular os ângulos de refração na segunda superfície:

$$\theta'_a = \text{sen}^{-1}\left[1{,}343\,\text{sen}(90° - \theta_a)\right] = 73{,}636°$$

$$\theta'_v = \text{sen}^{-1}\left[[1{,}331\,\text{sen}(90° - \theta_v\right] = 70{,}497°,$$

o que nos dá uma diferença de 3,1° (e, portanto, um arco-íris com uma largura angular de 3,1°).

(b) Os dois raios refratados saem da superfície inferior do cubo com o mesmo ângulo, o ângulo de incidência (70°), e, portanto, neste caso não há arco-íris. (A situação é análoga à do item (b) do Problema 33-54.)

57. A Fig. 33-24 pode facilitar a visualização do "círculo de luz" a que o problema se refere. Imagine a figura produzida fazendo girar a Fig. 33-24*a* em torno de um eixo vertical passando pelo ponto *S*. Como o raio do círculo (que corresponde à distância *a-e* na Fig. 33-24*a*) e a profundidade *h* do ponto *S* estão relacionados pelo ângulo crítico, o diâmetro do círculo é

$$D = 2h\tan\theta_c = 2h\tan\left[\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{1}{n_a}\right)\right] = 2(80{,}0\,\text{cm})\tan\left[\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{1}{1{,}33}\right)\right] = 182\text{ cm}.$$

58. O ângulo crítico é

$$\theta_c = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{1}{1{,}8}\right) = 34°.$$

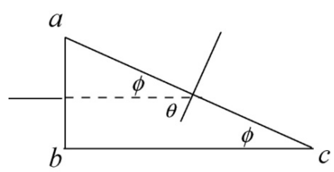
59. PENSE A reflexão interna total acontece quando o ângulo de incidência θ_1 excede um ângulo crítico tal que, de acordo com a lei de Snell, sen $\theta_2 = 1$.

FORMULE Se um raio luminoso que está se propagando em um meio de índice de refração n_1 atinge a interface de um meio de índice de refração $n_2 < n_1$ e o ângulo de incidência excede um valor crítico dado por

$$\theta_c = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right),$$

o raio luminoso sofre reflexão interna total.

Neste problema, o raio incidente é perpendicular à face *ab* do prisma. Isso significa que o raio não sofre refração na face *ab*, e o ângulo de incidência na superfície *ac* é $\theta = 90° - \phi$, como mostra a figura a seguir.



ANALISE (a) Para que ocorra reflexão interna total na segunda superfície, n_v sen $(90° - \phi)$ deve ser maior que n_{ar}, em que n_v é o índice de refração do vidro, e n_{ar} é o índice de refração do ar. Como sen $(90° - \phi) = \cos\phi$, estamos interessados em determinar o maior valor de ϕ para o qual $n_v \cos\phi \geq n_a$. Lembre-se de que $\cos\phi$ diminui quando ϕ aumenta a partir de zero. Quando ϕ atinge o maior valor para o qual acontece reflexão interna total, $n_v \cos\phi = n_{ar}$, o que nos dá

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{n_{ar}}{n_v}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{1{,}52}\right) = 48{,}9°,$$

em que tomamos o índice de refração do ar como sendo $n_{ar} = 1$.

(b) Se o prisma estiver imerso em água, o maior valor de ϕ para o qual acontece reflexão interna total será

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{n_{ag}}{n_g}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1{,}33}{1{,}52}\right) = 29{,}0°,$$

em que tomamos o índice de refração da água como $n_{ag} = 1{,}33$ (veja a Tabela 33-1).

APRENDA A reflexão interna total não pode acontecer se a luz estiver se propagando inicialmente no meio com menor índice de refração, já que a equação do ângulo crítico, $\theta_c = \operatorname{sen}^{-1}(n_2/n_1)$ não tem solução para $n_2/n_1 > 1$.

60. (a) De acordo com a Eq. 33-44, o ângulo crítico é aquele para o qual $\theta_3 = 90°$. Assim (com $\theta_2 = \theta_c$, que não precisamos calcular), temos

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2 = n_3 \operatorname{sen}\theta_3,$$

o que nos dá

$$\theta_1 = \theta_A = \text{sen}^{-1}\, n_3/n_1 = 54{,}3°.$$

(b) Sim. Quando θ diminui, θ_2 também diminui, ficando menor que o ângulo crítico. Isso significa que parte da luz é transmitida para o meio 3.

(c) Como o ângulo crítico é o complemento do ângulo de difração do meio 2, temos

$$n_1 \,\text{sen}\,\theta = n_2 \cos\theta_c = n_2\sqrt{1-\left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2} = \sqrt{n_2^2 - n_3^2},$$

o que nos dá $\theta = 51{,}1°$.

(d) Não. Quando θ diminui, θ_2 aumenta, o que torna o ângulo θ_2 maior que o ângulo crítico. Assim, nenhuma luz é transmitida para o meio 3.

61. (a) Note que o complemento do ângulo de difração do meio 2 é o ângulo crítico. Assim,

$$n_1 \,\text{sen}\,\theta = n_2 \cos\theta_c = n_2\sqrt{1-\left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2} = \sqrt{n_2^2 - n_3^2},$$

o que nos dá $\theta = 26{,}8°$.

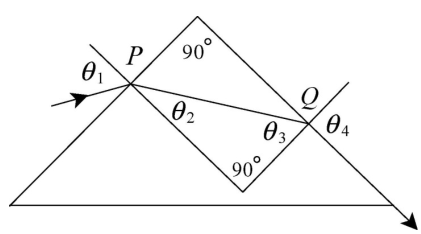
(b) Sim. Quando θ aumenta, o ângulo de incidência da luz na interface entre os meios 2 e 3 diminui, ficando menor que o ângulo crítico. Isso significa que parte da luz é transmitida para o meio 3.

62. (a) A Fig. 33-24 pode facilitar a visualização da circunferência a que o problema se refere. Imagine a figura produzida fazendo girar a Fig. 33-24*a* em torno de um eixo vertical passando pelo ponto *S*. Como o raio da circunferência (que corresponde à distância *a-e* na Fig. 33-24*a*) e a profundidade *h* do ponto *S* estão relacionados pelo ângulo crítico, o diâmetro da circunferência é

$$d = 2h\tan\theta_c = 2h\tan\left[\text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{n_a}\right)\right] = 2(2{,}00\text{ m})\tan\left[\text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{1{,}33}\right)\right] = 4{,}56\text{ m}.$$

(b) De acordo com a equação obtida no item (a), o diâmetro *d* é diretamente proporcional à profundidade *h*; assim, se o peixe descer para uma profundidade maior, o diâmetro da circunferência aumentará.

63. (a) A figura a seguir mostra o percurso de um raio luminoso no interior do prisma.



Seja θ_1 o ângulo de incidência, seja θ_2 o ângulo de refração na primeira superfície e seja θ_3 o ângulo de incidência na segunda superfície. O ângulo de refração na segunda superfície é $\theta_4 = 90°$. Como mostra a figura, as normais à primeira e à segunda superfícies são mutuamente perpendiculares. Como a soma dos ângulos internos do triângulo formado pelo raio luminoso e as duas normais é 180°, $\theta_3 = 90° - \theta_2$ e

$$\text{sen}\,\theta_3 = \text{sen}(90° - \theta_2) = \cos\theta_2 = \sqrt{1-\text{sen}^2\theta_2}.$$

Aplicando a lei de Snell à segunda superfície, obtemos n sen θ_3 = sen $\theta_4 = 1$, o que nos dá $n\sqrt{1-\text{sen}^2\,\theta_2}=1$. Aplicando a lei de Snell à primeira superfície, obtemos sen $\theta_1 = n$ sen θ_2, o que nos dá sen θ_2 = (sen θ_1)/n e, portanto,

$$n\sqrt{1-\frac{\text{sen}^2\,\theta_1}{n^2}}=1.$$

Elevando ambos os membros ao quadrado e explicitando n, obtemos

$$n=\sqrt{1+\text{sen}^2\,\theta_1}.$$

(b) Como o maior valor possível de sen$^2\,\theta_1$ é 1, o maior valor possível de n é

$$n_{\text{máx}}=\sqrt{2}=1{,}41.$$

(c) Sim. Se o ângulo de incidência na primeira superfície for maior que θ_1, o ângulo de refração será maior que θ_2 e o ângulo de incidência na segunda superfície será menor que θ_3 (= 90° – θ_2). Assim, o ângulo de incidência na segunda superfície será menor que o ângulo crítico para reflexão interna total, e a luz sairá do prisma.

(d) Não. Se o ângulo de incidência na primeira superfície for menor que θ_1, o ângulo de refração será menor que θ_2 e o ângulo de incidência na segunda superfície será maior que θ_3. Assim, o ângulo de incidência na segunda superfície será maior que o ângulo crítico para reflexão interna total, e toda a luz será refletida de volta para o interior do prisma.

64. (a) Vamos chamar de A o ponto de entrada no prisma do raio luminoso (o ponto onde o raio encontra a superfície esquerda do prisma na Fig. 33-53), de B o vértice superior do prisma, e de C o ponto de saída do raio luminoso. Vamos chamar de β o ângulo entre a reta AB e a direção do raio no interior do prisma (o complemento do ângulo de refração na primeira superfície), e de α o ângulo entre a reta BC e a direção do raio no interior do prisma (o complemento do ângulo de incidência na segunda superfície). Quando o ângulo do raio incidente tem o menor valor necessário para que a luz saia do prisma, o ângulo de incidência na segunda superfície é o ângulo crítico para reflexão interna total, e o ângulo de refração na segunda superfície é 90°. Seja θ_1 o ângulo de incidência na primeira superfície, seja θ_2 o ângulo de refração na primeira superfície, e seja θ_3 o ângulo de incidência na segunda superfície. A aplicação da lei de Snell à segunda superfície nos dá

$$n \text{ sen } \theta_3 = 1 \quad\Rightarrow\quad \text{sen } \theta_3 = 1/n = 1/1{,}60 = 0{,}625 \Rightarrow \theta_3 = 38{,}68°.$$

Como a soma dos ângulos do triângulo ABC é 180°, $\alpha + \beta = 120°$. Como $\alpha = 90° - \theta_3 = 51{,}32°$, $\beta = 120° - 51{,}32° = 69{,}68°$. Assim, $\theta_2 = 90° - \beta = 21{,}32°$. Aplicando a lei de Snell à primeira superfície, obtemos

$$\text{sen } \theta_1 = n \text{ sen } \theta_2 = 1{,}60 \text{ sen } 21{,}32° = 0{,}5817 \quad\Rightarrow\quad \theta_1 = 35{,}6°.$$

(b) Nesse caso, como o ângulo de saída deve ser igual ao ângulo de entrada, a aplicação da lei de Snell à segunda superfície nos dá n sen θ_3 = sen θ_1. As relações entre os ângulos são as mesmas do item (a): $\alpha + \beta = 120°$, $\alpha = 90° - \theta_3$ e $\beta = 90° - \theta_2$. Assim, temos $\theta_2 + \theta_3 = 60°$, o que nos dá

$$\text{sen}\,\theta_1 = n\ \text{sen}\left(60°-\theta_2\right) \;\Rightarrow\; \text{sen}\,\theta_1 = n\,\text{sen}\,60°\cos\theta_2 - n\cos 60°\,\text{sen}\,\theta_2,$$

onde foi usada a relação trigonométrica

$$\text{sen}(A - B) = \text{sen } A \cos B - \cos A \text{ sen } B.$$

Aplicando a lei de Snell à primeira superfície, obtemos

$$\text{sen}\,\theta_1 = n\,\text{sen}\,\theta_2 \;\Rightarrow\; \text{sen}\,\theta_2 = \left(1/n\right)\text{sen}\,\theta_1,$$

o que nos dá

$$\cos\theta_2 = \sqrt{1-\text{sen}^2\,\theta_2} = \sqrt{1-\left(1/n^2\right)\text{sen}^2\,\theta_1}.$$

Assim,

$$\operatorname{sen}\theta_1 = n\operatorname{sen}60°\sqrt{1-(1/n)^2\operatorname{sen}^2\theta_1} - \cos 60°\operatorname{sen}\theta_1$$

e, portanto,

$$(1+\cos 60°)\operatorname{sen}\theta_1 = \operatorname{sen}60°\sqrt{n^2-\operatorname{sen}^2\theta_1}.$$

Elevando ambos os membros ao quadrado e explicitando sen θ_1, obtemos

$$\operatorname{sen}\theta_1 = \frac{n\operatorname{sen}60°}{\sqrt{(1+\cos 60°)^2+\operatorname{sen}^2 60°}} = \frac{1,60\operatorname{sen}60°}{\sqrt{(1+\cos 60°)^2+\operatorname{sen}^2 60°}} = 0,80,$$

o que nos dá θ_1 = 53,1°.

65. Ao examinar a Fig. 33-61, é importante notar que o ângulo que o raio luminoso faz com o eixo central da fibra ótica quando está no ar, θ, não é igual ao ângulo que o raio luminoso faz com o eixo da fibra ótica quando está no núcleo de plástico, que vamos chamar de θ'. De acordo com a lei de Snell, temos

$$\operatorname{sen}\theta' = \frac{1}{n_1}\operatorname{sen}\theta.$$

O ângulo de incidência do raio luminoso no revestimento de plástico é o complemento de θ', que vamos chamar de θ'_{comp}, lembrando que

$$\operatorname{sen}\theta'_{comp} = \cos\theta' = \sqrt{1-\operatorname{sen}^2\theta'}.$$

No caso crítico, $\theta'_{comp} = \theta_c$, em que θ_c é o ângulo dado pela Eq. 33-45. Assim,

$$\frac{n_2}{n_1} = \operatorname{sen}\theta'_{comp} = \sqrt{1-\operatorname{sen}^2\theta'} = \sqrt{1-\left(\frac{1}{n_1}\operatorname{sen}\theta\right)^2},$$

o que nos dá $\operatorname{sen}\theta = \sqrt{n_1^2-n_2^2}$. Para n_1 = 1,58 e n_2 = 1,53, obtemos

$$\theta = \operatorname{sen}^{-1}\left(1,58^2-1,53^2\right) = 23,2°.$$

66. (a) Vamos considerar a reta que liga o ponto de entrada do raio luminoso à aresta superior direita do cubo da Fig. 33-62. Uma vez que esta reta é a hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos são H e W, o ângulo que a reta faz com a horizontal é $\tan^{-1}(2/3)$ = 33,7º. Por outro lado, de acordo com a lei de Snell, considerando o índice de refração do ar igual a 1, o ângulo de refração é dado por

$$\operatorname{sen} 40° = 1,56 \operatorname{sen}\theta_2 \quad\Rightarrow\quad \theta_2 = 24,33°.$$

Como este ângulo é menor que 33,7º, o ponto da primeira reflexão está na face 3.

(b) O ponto em que o raio atinge a face 3 está a uma distância de $H - W$ tan 24,33 = 0,643 cm da aresta superior direita. Por simetria, o raio atinge a face superior (face 2) em um ponto situado a 0,643 tan(90º – 24,33º) = 1,42 cm da aresta superior direita. Como este valor é menor que 3,00 cm, o ponto da segunda reflexão está realmente na face 2.

(c) Como as normais às faces 1 e 3 são horizontais, o ângulo de incidência do raio na face 3 é igual ao ângulo de refração na face 1. Assim, de acordo com a lei de Snell, considerando o índice de refração igual a 1, temos

$$1,56 \operatorname{sen} 24,3° = \operatorname{sen}\theta_{final} \quad\Rightarrow\quad \theta_{final} = 40°.$$

(d) O ângulo entre o raio e a face superior (face 2) (medido em relação à normal, que, no caso, é vertical) é 90º – θ_2 = 90º – 24,33º = 65,67º, que é muito maior que o ângulo crítico para reflexão interna total, sen^{-1}(1/1,56) = 39,9º. Assim, não há refração no ponto da segunda reflexão.

(e) Nesse caso, de acordo com a lei de Snell, o ângulo de refração na face 1 é dado por

$$\text{sen } 70° = 1{,}56 \text{ sen } \theta_2 \quad \Rightarrow \quad \theta_2 = 37{,}04°.$$

Como este ângulo é maior que 33,7º, o ponto da primeira reflexão está na face 2.

(f) Como o ponto da face 2 atingido pelo raio está muito próximo da aresta superior direita, a segunda reflexão certamente acontece na face 3.

(g) Como o ângulo de incidência na face 2 é 90º – θ_2 = 90º – 37,04º = 52,94º, muito maior que ângulo crítico para reflexão interna total, sen^{-1}(1/1,56) = 39,9º, não há refração no ponto da primeira reflexão.

(h) Como as normais às faces 1 e 3 são horizontais, o ângulo de incidência do raio na face 3 é igual ao ângulo de refração na face 1. Assim, de acordo com a lei de Snell, considerando o índice de refração igual a 1, temos

$$1{,}56 \text{ sen } 37{,}04° = \text{sen } \theta_{\text{final}} \quad \Rightarrow \quad \theta_{\text{final}} = 70°.$$

Os resultados dos itens (c) e (h) são exemplos do princípio geral de que um raio luminoso não sofre um desvio ao passar por um material se as superfícies de entrada e saída são paralelas.

67. (a) De acordo com a Eq. 33-45, temos

$$\theta_c = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_3}{n_2}\right)$$

que, para $\theta_c = \phi = 60°$, nos dá

$$n_3 = n_2 \text{ sen } 60° = (1{,}60)(0{,}866) = 1{,}39.$$

(b) Aplicando a lei de Snell à interface entre os meios 1 e 2, obtemos

$$n_2 \text{ sen } 30° = n_1 \text{ sen } \theta \quad \Rightarrow \quad \theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_2 \text{ sen } 30°}{n_1}\right) = 28{,}1°.$$

(c) Se o valor de θ for aumentado, o ângulo ϕ também aumentará e o ângulo de incidência do raio na interface entre os meios 2 e 3 será maior que θ_c. Assim, a luz não conseguirá penetrar no meio 3.

68. (a) De acordo com a Eq. 33-49 e a Tabela 33-1, temos

$$\theta_B = \tan^{-1} n_a = \tan^{-1}(1{,}33) = 53{,}1°.$$

(b) Sim, já que n_a depende do comprimento de onda da luz.

69. PENSE Uma luz refletida é totalmente polarizada se o ângulo de incidência na interface for igual ao ângulo de Brewster.

FORMULE O ângulo de incidência para o qual a luz refletida é totalmente polarizada é dado pela Eq. 33-49:

$$\theta_B = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

em que n_1 é o índice de refração do primeiro meio e n_2 é o índice de refração do segundo meio. O ângulo θ_B é chamado de ângulo de Brewster.

ANALISE Para n_1 = 1,33 e n_2 = 1,53, temos

$$\theta_B = \tan^{-1}(n_2/n_1) = \tan^{-1}(1{,}53/1{,}33) = 49{,}0°.$$

APRENDA No caso de ângulos de incidência diferentes do ângulo de Brewster, a luz refletida é parcialmente polarizada, ou seja, apresenta uma proporção maior de componentes com o campo elétrico perpendicular ao plano de incidência do que com o campo elétrico paralelo ao plano de incidência. Quando o ângulo de incidência é igual ao ângulo de Brewster, a luz refletida é totalmente polarizada e apresenta apenas componentes com o campo elétrico perpendicular ao plano de incidência.

70. Aplicando duas vezes a lei de Snell, temos

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\left(\frac{n_3}{n_2}\right)=(\tan\theta_{B1\to 2})(\tan\theta_{B2\to 3}) \quad\Rightarrow\quad \frac{n_3}{n_1}=(\tan\theta_1)(\tan\theta_2).$$

Como as placas são paralelas, o ângulo de refração na primeira interface é igual ao ângulo de incidência na segunda interface. Sabemos que, quando o ângulo de incidência é o ângulo de Brewster, o ângulo de refração é o complemento do ângulo de reflexão. Assim, usando a notação da Fig. 33-64,

$$\theta_2=(\theta_1)_c=90°-\theta_1$$

e, portanto,

$$\tan\theta_2=\tan(\theta_1)_c=\frac{1}{\tan\theta_1}$$

e o produto das tangentes na equação anterior é igual a 1, o que nos dá $n_3 = n_1 = 1{,}0$.

71. PENSE Todas as ondas eletromagnéticas, entre elas as ondas luminosas, se propagam no vácuo à mesma velocidade c, conhecida como velocidade da luz.

FORMULE O tempo que uma onda eletromagnética leva para percorrer uma distância d no vácuo é $t = d/c$, em que c é a velocidade da luz ($3{,}00 \times 10^8$ m/s).

ANALISE (a) Para $d = 150$ km $= 150 \times 10^3$ m, temos

$$t=\frac{d}{c}=\frac{150\times 10^3\ \text{m}}{3{,}00\times 10^8\ \text{m/s}}=5{,}00\times 10^{-4}\ \text{s}.$$

(b) Na lua cheia, a Lua e o Sol estão em lados opostos da Terra e, portanto, a distância percorrida pela luz é

$$d=(1{,}5\times 10^8\ \text{km})+2\,(3{,}8\times 10^5\ \text{km})=1{,}51\times 10^8\ \text{km}=1{,}51\times 10^{11}\ \text{m}.$$

O tempo que a luz leva para percorrer essa distância é

$$t=\frac{d}{c}=\frac{1{,}51\times 10^{11}\ \text{m}}{3{,}00\times 10^8\ \text{m/s}}=500\ \text{s}=8{,}4\ \text{minutos}.$$

(c) Para $d = 2(1{,}3 \times 10^9\ \text{km}) = 2{,}6 \times 10^{12}$ m, temos

$$t=\frac{d}{c}=\frac{2{,}6\times 10^{12}\ \text{m}}{3{,}00\times 10^8\ \text{m/s}}=8{,}7\times 10^3\ \text{s}=2{,}4\ \text{horas}.$$

(d) Para $d = 6500$ anos-luz, temos

$$t=\frac{d}{c}=\frac{6500\ \text{anos-luz}}{1{,}00\ \text{ano-luz/ano}}=6500\ \text{anos}.$$

A explosão aconteceu no ano 1054 – 6500 = –5446 ou 5446 a.C.

APRENDA Como a velocidade c da luz é constante, o tempo de percurso é proporcional a distância.

72. (a) A expressão $E_y = E_m\ \text{sen}(kx - \omega t)$ atende à condição de que o campo elétrico no ponto P está diminuindo com o tempo no instante $t = 0$ se supusermos que o ponto P está à direita da origem ($x > 0$) e o valor de x é *menor* que $\pi/2k = \lambda/4$. É importante lembrar que, nesta descrição, a onda está se propagando para a direita. Mais especificamente, $x_P = (1/k)\ \text{sen}^{-1}(0{,}25 \text{ rad})$ para que $E_y = (1/4)E_m$ no ponto P, no instante $t = 0$. Além disso, no caso da expressão escolhida para o campo elétrico, $E_y(0{,}0) = 0$. Assim, a resposta do item (a) é simplesmente o valor de x_P. Como $k = 2\pi f/c$, temos

$$d_1 = x_P = \frac{c}{2\pi f}\text{sen}^{-1}(0{,}25 \text{ rad}) = \frac{(3{,}0\times10^8)(0{,}252)}{2\pi(4{,}0\times10^{14})} = 30{,}1 \text{ nm}.$$

(b) Ao nos deslocarmos para a direita ao longo do eixo x (ainda examinando este "instantâneo" da onda em $t = 0$), encontramos outro ponto em que $E_y = 0$ a uma distância de meio comprimento de onda do ponto anterior no qual $E_y = 0$. Como $\lambda = c/f$, a coordenada deste ponto é $x = \lambda/2 = c/2f$, o que significa que o ponto está a uma distância à direita de P dada por

$$d_2 = \frac{c}{2f} - d_1 = \frac{3\times10^8}{2(4{,}0\times10^{14})} = 375 \text{ nm} - 30{,}1 \text{ nm} \approx 345 \text{ nm}.$$

73. PENSE As componentes elétrica e magnética da onda eletromagnética estão sempre em fase, são mutuamente perpendiculares e são perpendiculares à direção de propagação da onda.

FORMULE Os campos elétrico e magnético de uma onda eletromagnética podem ser representados pelas seguintes funções da posição e do tempo:

$$E = E_m \text{sen}(kx + \omega t), \quad B = B_m \text{sen}(kx + \omega t)$$

em que E_m e B_m são as amplitudes dos campos, k é o número de onda e ω é a frequência angular. As amplitudes dos campos estão relacionadas pela Eq. 33-4: $E_m/B_m = c$, em que c é a velocidade da onda.

ANALISE (a) De acordo com a Eq. 16-13, $\omega = kc$. Como, neste problema, $k = 1{,}00 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$, $\omega = (1{,}00 \times 10^6 \text{ m}^{-1})(3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s}) = 3{,}00 \times 10^{14}$ rad/s. De acordo com a Eq. 33-5,

$$B_m = E_m/c = (5{,}00 \text{ V/m})/c = 1{,}67 \times 10^{-8} \text{ T}.$$

O sinal do segundo termo do argumento da função senoidal de E mostra que a onda está se propagando no sentido do semieixo z negativo. Como $\vec{E} = E_y\hat{\text{j}}$ e sabemos que $\vec{B}$ é perpendicular a $\vec{E}$ e a $\vec{E}\times\vec{B}$, concluímos que a única componente de $\vec{B}$ diferente de zero é B_x, cujo valor é dado por

$$B_x = (1{,}67\times10^{-8} \text{ T})\,\text{sen}[(1{,}00\times10^6/\text{m})z + (3{,}00\times10^{14}/\text{s})t].$$

(b) O comprimento de onda é $\lambda = 2\pi/k = 6{,}28 \times 10^{-6}$ m.

(c) O período é $T = 2\pi/\omega = 2{,}09 \times 10^{-14}$ s.

(d) A intensidade é

$$I = \frac{1}{c\mu_0}\left(\frac{5{,}00 \text{ V/m}}{\sqrt{2}}\right)^2 = 0{,}0332 \text{ W/m}^2.$$

(e) Como foi dito no item (a), a única componente de $\vec{B}$ diferente de zero é B_x. Isso significa que o campo magnético oscila paralelamente ao eixo x.

(f) O valor do comprimento de onda obtido no item (b) mostra que essa onda pertence à região do infravermelho do espectro eletromagnético.

APRENDA As ondas eletromagnéticas são ondas transversais. Conhecendo a função que descreve a componente elétrica da onda, podemos determinar a componente magnética, e vice-versa.

74. (a) Seja r o raio e seja ρ a massa específica da partícula. Como o volume é $(4\pi/3)r^3$, a massa é $m = (4\pi/3)\rho r^3$. Seja R a distância entre o Sol e a partícula, e seja M a massa do Sol. Nesse caso, o módulo da força gravitacional que o Sol exerce sobre a partícula é

$$F_g = \frac{GMm}{R^2} = \frac{4\pi GM\rho r^3}{3R^2}.$$

Se P é a potência irradiada pelo Sol, a intensidade da radiação na posição da partícula é $I = P/4\pi R^2$; se toda a luz é absorvida, a pressão da radiação é

$$p_r = \frac{I}{c} = \frac{P}{4\pi R^2 c}.$$

Como toda a radiação que passa por um círculo de raio r e área $A = \pi r^2$, perpendicular à direção de propagação, é absorvida pela partícula, o módulo da força que a radiação exerce sobre a partícula é

$$F_r = p_r A = \frac{\pi P r^2}{4\pi R^2 c} = \frac{P r^2}{4R^2 c}.$$

O sentido da força é para longe do Sol. Note que tanto a força da gravidade como a força da radiação são proporcionais a R^2. Assim, se uma das forças é maior que a outra a uma certa distância do Sol, o mesmo acontece a qualquer distância. Por outro lado, as duas forças não variam da mesma forma com o raio r: F_g é proporcional a r^3 e F_r é proporcional a r^2. Assim, esperamos que as partículas pequenas sejam empurradas para longe do Sol pela força da radiação, e as partículas grandes sejam atraídas para o Sol pela força gravitacional. O valor crítico do raio é aquele para o qual as duas forças são iguais. Igualando as expressões de F_g e F_r e explicitando r, obtemos

$$r = \frac{3P}{16\pi G M \rho c}.$$

(b) De acordo com o Apêndice C, $M = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg e $P = 3{,}90 \times 10^{26}$ W. Assim,

$$\begin{aligned} r &= \frac{3(3{,}90\times10^{26}\ \text{W})}{16\pi(6{,}67\times10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(1{,}99\times10^{30}\ \text{kg})(1{,}0\times10^{3}\ \text{kg/m}^3)(3{,}00\times10^{8}\ \text{m/s})} \\ &= 5{,}8\times10^{-7}\ \text{m}. \end{aligned}$$

75. PENSE A reflexão interna total acontece quando o ângulo de incidência excede um ângulo crítico tal que o valor do seno do raio difratado, calculado usando a lei de Snell, é maior que 1.

FORMULE O ângulo crítico para que haja reflexão interna total é fornecido pela Eq. 33-45,

$$\theta_c = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right),$$

em que $n_1 > n_2$.

Na Fig. 33-65, $\theta_1 = 45°$ é o ângulo de incidência na primeira superfície; vamos chamar de θ_2 o ângulo de refração correspondente, e de θ_3 o ângulo de incidência na segunda superfície. A condição para reflexão interna total na segunda superfície é

$$n\,\text{sen}\,\theta_3 \geq 1.$$

Estamos interessados em determinar o menor valor do índice de refração n para o qual essa desigualdade é satisfeita. Aplicando a lei de Snell à primeira superfície, obtemos a relação

$$n\,\text{sen}\,\theta_2 = \text{sen}\,\theta_1.$$

Analisando o triângulo formado pela superfície da placa e o raio refratado, é fácil mostrar que $\theta_3 = 90° - \theta_2$. Assim, a condição para que haja reflexão interna total se torna

$$1 \leq n\,\text{sen}\,(90° - \theta_2) = n\cos\theta_2.$$

Elevando ao quadrado essa desigualdade e usando a relação $\text{sen}^2\theta_2 + \cos^2\theta_2 = 1$, obtemos a desigualdade $1 \leq n^2\,(1 - \text{sen}^2\theta_2)$. Como, de acordo com a lei de Snell, $\text{sen}\,\theta_2 = (1/n)\,\text{sen}\,\theta_1$, temos

$$1 \leq n^2\left(1 - \frac{\text{sen}^2\theta_1}{n^2}\right) = n^2 - \text{sen}^2\theta_1.$$

O menor valor de n para o qual essa desigualdade é verdadeira é aquele para o qual $1 = n^2 - \text{sen}^2\,\theta_1$. Explicitando n, obtemos

$$n = \sqrt{1+\text{sen}^2\,\theta_1} = \sqrt{1+\text{sen}^2\,45°} = 1{,}22.$$

APRENDA Para $n = 1{,}22$, $\theta_2 = \text{sen}^{-1}[(1/1{,}22)\ \text{sen}\ 45°] = 35°$, o que nos dá $\theta_3 = 90° - 35° = 55°$ como ângulo de incidência na segunda superfície. É fácil verificar que n sen $\theta_3 = (1{,}22)$ sen $55° = 1$, que é realmente a condição limite para reflexão interna total.

76. Como alguns ângulos da Fig. 33-66 são medidos em relação a um eixo vertical e outros são medidos em relação a um eixo horizontal, precisamos tomar cuidado ao calcular as diferenças entre os ângulos. Assim, por exemplo, a diferença $\Delta\theta_1$ entre as direções de polarização do primeiro e do segundo polarizador é 110° (ou 70°, dependendo de se a medida é feita no sentido horário ou no sentido anti-horário; o resultado final é o mesmo nos dois casos). A diferença entre as direções do segundo e do terceiro polarizador, $\Delta\theta_2$, é 40°, e a diferença entre as direções do terceiro e do quarto polarizador, $\Delta\theta_3$, também é 40°. Levando em conta o fato de que a intensidade de uma luz não polarizada é reduzida à metade ao passar por um polarizador com qualquer orientação (Eq. 33-36) e chamando de I_0 a intensidade inicial, a intensidade da luz transmitida pelo sistema, de acordo com a Eq. 33-38, é

$$\begin{aligned} I &= I_0\left(\frac{1}{2}\cos^2(\Delta\theta_1)\cos^2(\Delta\theta_2)\cos^2(\Delta\theta_3)\right) = (25\ \text{W/m}^2)\left(\frac{1}{2}\cos^2(70°)\cos^2(40°)\cos^2(40°)\right) \\ &= 0{,}50\ \text{W/m}^2. \end{aligned}$$

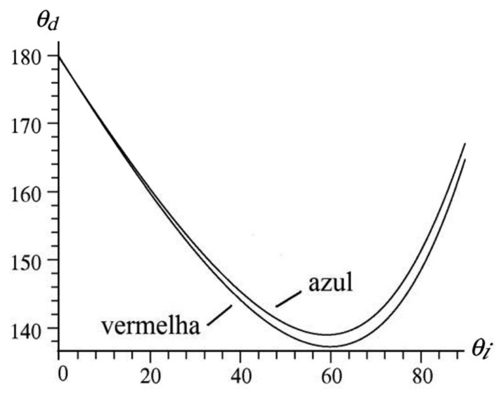
77. (a) A primeira contribuição para o desvio total é a primeira refração: $\delta\theta_1 = \theta_i - \theta_r$. A contribuição seguinte é uma reflexão. Como o ângulo entre o raio luminoso antes da reflexão e a normal à superfície da esfera é θ_r e, de acordo com a Eq. 33-39, o ângulo após a reflexão também é igual a θ_r, o desvio causado pela reflexão, levando em conta a inversão do sentido de propagação, é $\delta\theta_2 = 180° - 2\theta_r$. A contribuição final é a refração que acontece quando o raio sai da gota: $\delta\theta_3 = \theta_i - \theta_r$. Assim,

$$\theta_d = \delta\theta_1 + \delta\theta_2 + \delta\theta_3 = 180° + 2\theta_i - 4\theta_r.$$

(b) De acordo com a lei de Snell, n_{ar} sen $\theta_i = n$ sen θ_r, o que, para $n_{ar} \approx 1$, nos dá $\theta_r = \text{sen}^{-1}$ [(sen θ_i)/n] e

$$\theta_d = 180° + 2\theta_i - 4\ \text{sen}^{-1}\ [(\text{sen}\ \theta_i/n)].$$

A figura a seguir mostra os gráficos de θ_d em função de θ_i para $n = 1{,}331$ (luz vermelha) e $n = 1{,}343$ (luz azul).



(c) Ampliando o gráfico na região próxima de $\theta_i = 60°$ ou derivando a expressão anterior e igualando o resultado a zero, concluímos que o mínimo de θ_d para a luz vermelha é $137{,}63° \approx 137{,}6°$, o que acontece para $\theta_i = 59{,}5°$.

(d) No caso da luz azul, o mínimo de θ_d é $139{,}35° \approx 139{,}4°$ e acontece para $\theta_i = 58{,}5°$.

(e) De acordo com os resultados dos itens (c) e (d), a largura angular do arco-íris é $139{,}35° - 137{,}63° = 1{,}72° \approx 1{,}7°$.

78. (a) A primeira contribuição para o desvio angular é a primeira refração: $\delta\theta_1 = \theta_i - \theta_r$. As contribuições seguintes são as reflexões. Como o ângulo entre o raio luminoso antes da reflexão e a normal à superfície da esfera é θ_r e, de acordo com a Eq. 33-39, o ângulo após a reflexão também é igual a θ_r, o desvio causado por uma reflexão, levando em conta a inversão do sentido de propagação, é $\delta\theta_2 = 180° - 2\theta_r$. Assim, no caso de k reflexões, temos $\delta\theta_{2k} = k\theta_2 = k(180° - 2\theta_r)$. A contribuição final é a refração que acontece quando o raio sai da gota: $\delta\theta_3 = \theta_i - \theta_r$. Assim,

$$\theta_{\text{desv}} = \delta\theta_1 + \delta\theta_2 + \delta\theta_3 = 2(\theta_i - \theta_r) + k(180° - 2\theta_r) = k(180°) + 2\theta_i - 2(k+1)\theta_r.$$

(b) Para $k = 2$ e $n = 1{,}331$ (dado no Problema 33-77), o mínimo de θ_{desv} para a luz vermelha é 230,37° ≈ 230,4°, que acontece para $\theta_i = 71{,}90°$.

(c) Para $k = 2$ e $n = 1{,}343$ (dado no Problema 33-77), o mínimo de θ_{desv} para a luz azul é 233,48° ≈ 233,5°, que acontece para $\theta_i = 71{,}52°$.

(d) De acordo com os resultados dos itens (b) e (c), a largura desse tipo de arco-íris é 233,5° – 230,4° = 3,1°.

(e) Para $k = 3$, o mínimo de θ_{desv} para a luz vermelha é 317,5°, que acontece para $\theta_i = 76{,}88°$.

(f) Para $k = 3$, o mínimo de θ_{desv} para a luz azul é 321,9°, que acontece para $\theta_i = 76{,}62°$.

(g) De acordo com os resultados dos itens (e) e (f), a largura desse tipo de arco-íris é 321,9° – 317,5° = 4,4°.

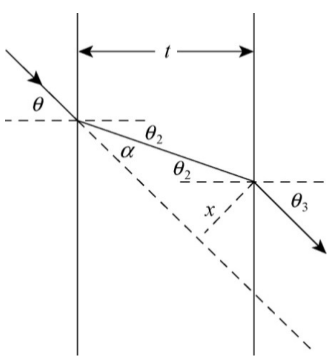
79. PENSE Para calcular o valor do deslocamento lateral, basta aplicar a lei de Snell à refração nas duas interfaces.

FORMULE Sejam θ o ângulo de incidência, θ_2 o ângulo de refração na face esquerda da placa e n o índice de refração do vidro. De acordo com a lei de Snell,

$$\text{sen}\ \theta = n\,\text{sen}\ \theta_2.$$

O ângulo de incidência na face direita da placa também é θ_2. Se θ_3 é o ângulo de refração correspondente,

$$n\,\text{sen}\ \theta_2 = \text{sen}\ \theta_3.$$



ANALISE (a) Combinando as duas expressões anteriores, obtemos sen θ_3 = sen θ, o que nos dá $\theta_3 = \theta$. Assim, o raio emergente é paralelo ao raio incidente.

(b) Estamos interessados em obter uma expressão para x em função de θ. Se D é a distância percorrida pelo raio de luz no vidro, $D\cos\theta_2 = t$, em que t é a espessura do vidro, e, portanto, $D = t/\cos\theta_2$. O ângulo α da figura é igual a $\theta - \theta_2$ e

$$x = D\,\text{sen}\,\alpha = D\,\text{sen}(\theta - \theta_2).$$

Assim,

$$x = \frac{t\,\text{sen}(\theta - \theta_2)}{\cos\theta_2}.$$

Se os ângulos θ, θ_2, θ_3 e $\theta - \theta_2$ forem todos pequenos e medidos em radianos, sen $\theta \approx \theta$, sen $\theta_2 \approx \theta_2$, sen$(\theta - \theta_2) \approx \theta - \theta_2$ e $\cos\theta_2 \approx 1$. Assim, $x \approx t(\theta - \theta_2)$. Aplicando a lei de Snell ao ponto de incidência, na face esquerda da placa, obtemos $\theta \approx n\theta_2$, e, portanto, $\theta_2 \approx \theta/n$ e

$$x \approx t\left(\theta - \frac{\theta}{n}\right) = \frac{(n-1)t\theta}{n}.$$

APRENDA De acordo com a equação anterior, quanto maior a espessura t da placa, maior o deslocamento lateral x. No que para $n = 1$ (ou seja, na ausência de difração), $x = 0$, como era de esperar.

80. (a) O módulo do campo magnético é

$$B = \frac{E}{c} = \frac{100\ \text{V/m}}{3{,}0\times10^{8}\ \text{m/s}} = 3{,}3\times10^{-7}\ \text{T} = 0{,}33\ \mu\text{T}.$$

(b) Como $\vec{E}\times\vec{B} = \mu_0\vec{S}$, em que $\vec{E} = E\hat{\text{k}}$ e $\vec{S} = S(-\hat{\text{j}})$, vemos que, como $\hat{\text{k}}\times(-\hat{\text{i}}) = -\hat{\text{j}}$, $\vec{B} = B(-\hat{\text{i}})$, ou seja, o sentido do campo magnético é o sentido $-x$.

81. (a) A direção de polarização é definida pelo campo elétrico, que é perpendicular ao campo magnético e à direção de propagação da onda. A função dada mostra que o campo magnético é paralelo ao eixo x (por causa do índice da amplitude B) e que a onda está se propagando no sentido negativo do eixo y (por causa do argumento da função seno). Assim, o campo elétrico é paralelo ao eixo z e a direção da polarização da luz é a direção do eixo z.

(b) Como $k = 1{,}57 \times 10^7$/m, $\lambda = 2\pi/k = 4{,}0 \times 10^{-7}$ m, o que nos dá

$$f = c/\lambda = 7{,}5 \times 10^{14}\ \text{Hz}.$$

(c) De acordo com a Eq. 33-26, temos

$$I = \frac{E_{\text{rms}}^2}{c\mu_0} = \frac{E_m^2}{2c\mu_0} = \frac{(cB_m)^2}{2c\mu_0} = \frac{cB_m^2}{2\mu_0} = \frac{(3\times10^{8}\ \text{m/s})(4{,}0\times10^{-6}\ \text{T})^2}{2(4\pi\times10^{-7}\ \text{H/m})} = 1{,}9\ \text{kW/m}^2.$$

82. Aplicando a Eq. 33-36 uma vez e a Eq. 33-38 duas vezes, obtemos

$$I = \frac{1}{2}I_0\cos^2\theta_1'\cos^2\theta_2'.$$

Como $\theta_1' = 90° - \theta_1 = 60°$ e $\theta_2' = 90° - \theta_2 = 60°$, temos

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2}\cos^4 60 = \frac{(0{,}5)^4}{2} = 0{,}031.$$

83. PENSE Este problema envolve o fato de que o índice de refração de um meio depende do comprimento de onda da luz.

FORMULE O ângulo crítico para reflexão interna total é dado por sen $\theta_c = 1/n$. Para a luz vermelha, $n = 1{,}456$ e o ângulo crítico é $\theta_c = 43{,}38°$. Para a luz azul, $n = 1{,}470$ e o ângulo crítico é $\theta_c = 42{,}86°$.

ANALISE (a) Como um ângulo de incidência $\theta = 42{,}00°$ é menor que os ângulos críticos para a luz vermelha e para a luz azul, a luz refratada é branca.

(b) Como um ângulo de incidência $\theta = 43{,}10°$ é menor que o ângulo crítico para a luz vermelha e maior que o ângulo crítico para a luz azul, a luz refratada é avermelhada.

(c) Como um ângulo de incidência $\theta = 44{,}00°$ é maior que os ângulos críticos para a luz vermelha e para a luz azul, não há luz refratada.

APRENDA A Fig. 33-18 mostra a variação do índice de refração do quartzo fundido com o comprimento de onda da luz. Note que o índice de refração diminui quando o comprimento de luz aumenta. Como essa variação é responsável pela dispersão da luz branca em faixas coloridas ao passar pelos prismas (veja a Fig. 33-20), é chamada de *dispersão cromática*.

84. De acordo com as Eqs. 33-36 e 33-38, temos

$$\frac{I_{\text{final}}}{I_0} = \frac{(I_0/2)(\cos^2 45°)^2}{I_0} = \frac{1}{8} = 0{,}125.$$

85. A massa da esfera é $m = \rho V$, em que ρ é a massa específica, $V = 4\pi R^3/3$ é o volume, e R é o raio da esfera. Utilizando a segunda lei de Newton, $F = ma$, e a Eq. 33-32 com $A = \pi R^2$, obtemos

$$\rho\frac{4\pi R^3}{3}a = \frac{I\pi R^2}{c},$$

o que nos dá

$$a = \frac{3I}{4\rho cR} = \frac{3(6{,}0\times10^{-3}\ \text{W/m}^2)}{4(5{,}0\times10^3\ \text{kg/m}^3)(3{,}0\times10^8\ \text{m/s})(2{,}0\times10^{-6}\ \text{m})} = 1{,}5\times10^{-9}\ \text{m/s}^2.$$

86. Levando em conta a redução "automática" para metade do valor inicial que acontece quando um feixe de luz não polarizada passa por um polarizador, a fração da luz transmitida pelo conjunto de quatro polarizadores é

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2}\left[\cos^2(30^\circ)\right]^3 = \frac{0{,}75^3}{2} = 0{,}21.$$

87. PENSE Como as ondas de radar cobrem uniformemente uma superfície hemisférica, a intensidade das ondas é a mesma em qualquer ponto do hemisfério.

FORMULE A intensidade das ondas é dada por

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{2\pi r^2}$$

em que $A = 2\pi r^2$ é a área do hemisfério. A potência das ondas refletidas pelo avião é igual ao produto da intensidade das ondas na posição do avião pela área da seção reta efetiva do avião: $P_r = IA_r$. A intensidade está relacionada à amplitude do campo elétrico pela Eq. 33-26:

$$I = E_{\text{rms}}^2/c\mu_0 = E_m^2/2c\mu_0.$$

ANALISE (a) Substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$I = \frac{P}{2\pi r^2} = \frac{180\times10^3\ \text{W}}{2\pi(90\times10^3\ \text{m})^2} = 3{,}5\times10^{-6}\ \text{W/m}^2.$$

(b) A potência das ondas refletidas pelo avião é

$$P_r = IA_r = (3{,}5\times10^{-6}\ \text{W/m}^2)(0{,}22\ \text{m}^2) = 7{,}8\times10^{-7}\ \text{W}.$$

(c) Na posição do radar, a intensidade das ondas refletidas pelo avião é

$$I_r = \frac{P_r}{2\pi r^2} = \frac{7{,}8\times10^{-7}\ \text{W}}{2\pi(90\times10^3\ \text{m})^2} = 1{,}5\times10^{-17}\ \text{W/m}^2.$$

(d) Como $I_r = E_m^2/2c\mu_0$, a amplitude do campo elétrico é

$$\begin{aligned}E_m &= \sqrt{2c\mu_0 I_r} = \sqrt{2(3{,}0\times10^8\ \text{m/s})(4\pi\times10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})(1{,}5\times10^{-17}\ \text{W/m}^2)}\\ &= 1{,}1\times10^{-7}\ \text{V/m}.\end{aligned}$$

(e) O valor rms do campo magnético é

$$B_{\text{rms}} = \frac{E_{\text{rms}}}{c} = \frac{E_m}{\sqrt{2}c} = \frac{1{,}1\times10^{-7}\ \text{V/m}}{\sqrt{2}(3{,}0\times10^8\ \text{m/s})} = 2{,}5\times10^{-16}\,\text{T}.$$

APRENDA A intensidade das ondas emitidas por uma fonte diminui com o quadrado da distância. Além disso, como é mencionado no Exemplo 33.01 "Valores rms do campo elétrico e do campo magnético de uma onda luminosa", não podemos comparar diretamente os valores do campo elétrico e do campo magnético porque são medidos em unidades diferentes. Entretanto, sabemos que a componente elétrica e a componente magnética estão em pé de igualdade no que diz respeito à propagação da onda, já que as energias médias, que *podem* ser comparadas, são iguais para as duas componentes.

88. (a) Fazendo $v = c$ na relação $kv = \omega = 2\pi f$, obtemos

$$f = \frac{kc}{2\pi} = \frac{(4,00\ \text{m}^{-1})(3\times 10^8\ \text{m/s})}{2\pi} = 1,91\times 10^8\ \text{Hz}.$$

(b) $E_{\text{rms}} = E_m/\sqrt{2} = B_m\sqrt{2}/c = (85,8 \times 10^{-9}\ \text{T})(3\times 10^8\ \text{m/s})/(1,414) = 18,2\ \text{V/m}$.

(c) $I = (E_{\text{rms}})^2/c\mu_0 = (18,2\ \text{V/m})^2/(3 \times 10^8\ \text{m/s})(4\pi \times 10^{-7}\ \text{H/n}) = 0,878\ \text{W/m}^2$.

89. De acordo com a Fig. 33-18, $n_{\text{máx}} = 1,470$ para $\lambda = 400$ nm e $n_{\text{mín}} = 1,456$ para $\lambda = 700$ nm.

(a) De acordo com a Eq. 33-49,

$$\theta_{\text{B,máx}} = \tan^{-1} n_{\text{máx}} = \tan^{-1}(1,470) = 55,8°.$$

(b) $\theta_{\text{B,mín}} = \tan^{-1}(1,456) = 55,5°$.

90. Aplicando seis vezes a lei de Snell, obtemos

$$\left(\frac{n_1}{n_{ar}}\right)\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\left(\frac{n_3}{n_2}\right)\left(\frac{n_4}{n_3}\right)\left(\frac{n_4}{n_5}\right)\left(\frac{n_5}{n_{ar}}\right) = \left(\frac{\text{sen}\,\theta_i}{\text{sen}\,\theta_1}\right)\left(\frac{\text{sen}\,\theta_1}{\text{sen}\,\theta_2}\right)\left(\frac{\text{sen}\,\theta_2}{\text{sen}\,\theta_3}\right)\left(\frac{\text{sen}\,\theta_3}{\text{sen}\,\theta_4}\right)\left(\frac{\text{sen}\,\theta_4}{\text{sen}\,\theta_5}\right)\left(\frac{\text{sen}\,\theta_4}{\sin\theta_f}\right).$$

Cancelando os fatores que aparecem no numerador e no denominador, obtemos

$$1 = \frac{\text{sen}\,\theta_i}{\text{sen}\,\theta_f} \quad \Rightarrow \quad \text{sen}\,\theta_f = \text{sen}\,\theta_i,$$

um resultado que não depende do ângulo de incidência, do índice de refração das placas, da largura das placas e do número de placas. Assim,

(a) $\theta_f = 0°$.

(b) $\theta_f = 20°$.

(c) Uma vez que este caso equivale a acrescentar uma placa ao conjunto, o resultado permanece o mesmo: $\theta_f = 0$.

(d) $\theta_f = 20°$.

91. (a) A 40 m de distância do feixe, a intensidade é

$$I = \frac{P}{\pi d^2/4} = \frac{P}{\pi(\theta r)^2/4} = \frac{4(3,0\times 10^{-3}\,\text{W})}{\pi[(0,17\times 10^{-3}\,\text{rad})(40\,\text{m})]^2} = 83\,\text{W/m}^2.$$

(b) De acordo com a Eq. 33-27,

$$P' = 4\pi r^2 I = 4\pi(40\ \text{m})^2(83\,\text{W/m}^2) = 1,7\times 10^6\ \text{W} = 1,7\ \text{MW}.$$

92. De acordo com a lei de Snell,

$$\text{sen}\,\theta_1/\text{sen}\,\theta_2 = n_{\text{água}} = \text{constante}.$$

É fácil verificar que todos os pares de valores fornecem o mesmo resultado até a primeira casa decimal. Por exemplo: sen 10°/sen 8° = 0,174/0,139 = 1,3 e sen 40°/sen 29° = 0,643/0,485 = 1,3. Assim, o índice de refração da água é $n_{\text{água}} = 1,3$.

93. De acordo com a Eq. 33-36, quando a luz não polarizada passa pelo primeiro polarizador, a intensidade é reduzida à metade. Como 1/3 = (1/2)(2/3), para que a intensidade final seja um terço da intensidade inicial, o segundo polarizador deve produzir uma redução de 2/3. Assim,

$$\cos^2\theta = 2/3 \quad\Rightarrow\quad \theta = 35°.$$

94. (a) O módulo do campo elétrico no ponto P é

$$E = \frac{V}{l} = \frac{iR}{l} = (25{,}0\text{ A})\left(\frac{1{,}00\ \Omega}{300\text{ m}}\right) = 0{,}0833\text{ V/m}.$$

O campo elétrico no ponto P aponta no mesmo sentido que a corrente, ou seja, no sentido do semieixo x positivo.

(b) De acordo com a Eq. 29-4, o módulo do campo magnético no ponto P é

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{\left(4\pi\times10^{-7}\text{ T}\cdot\text{m/A}\right)\left(25{,}0\text{ A}\right)}{2\pi\left(1{,}25\times10^{-3}\text{m}\right)} = 4{,}00\times10^{-3}\text{ T}.$$

O campo magnético no ponto P aponta no sentido do semieixo z positivo (para fora do papel).

(c) De acordo com a Eq. 33-31, o módulo do vetor de Poynting é

$$S = \frac{EB}{\mu_0} = \frac{(0{,}0833\text{ V/m})(4{,}0\times10^{-3}\text{ T})}{2\left(4\pi\times10^{-7}\text{ T}\cdot\text{m/A}\right)} = 265\text{ W/m}^2.$$

(d) Como $\vec{S}$ aponta na direção de $\vec{E}\times\vec{B}$, é fácil constatar, usando a regra da mão direita, que o vetor de Poynting no ponto P aponta no sentido do semieixo y negativo.

95. (a) No caso do resistor cilíndrico da Fig. 33-74, o campo magnético aponta na direção $-\hat{\theta}$, ou seja, no sentido horário. Supondo que o eixo z coincide com o resistor e aponta para cima, tanto a corrente como o campo elétrico apontam no sentido do semieixo z negativo. Como $\vec{S} = \vec{E}\times\vec{B}/\mu_0$, $\vec{S}$ aponta na direção de $(-\hat{z})\times(-\hat{\theta}) = (-\hat{r})$, ou seja, radialmente para dentro do resistor.

(b) Como os módulos do campo elétrico e do campo magnético são $E = V/l = iR/l$ e $B = \mu_0 i/2\pi a$, respectivamente,

$$S = \frac{EB}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{iR}{l}\right)\left(\frac{\mu_0 i}{2\pi a}\right) = \frac{i^2R}{2\pi al}.$$

Como o módulo do vetor de Poynting é constante,

$$\int \vec{S}\cdot d\vec{A} = SA = \left(\frac{i^2R}{2\pi al}\right)\left(2\pi al\right) = i^2R.$$

96. Como a intensidade do campo elétrico está relacionada à amplitude do campo pela equação $I = E_m^2/2\mu_0 c$, a potência absorvida pela placa é $P_{\text{abs}} = IA = E_m^2 A/2\mu_0 c$. Se toda essa energia for usada para aquecer a placa (ou seja, se toda a energia for convertida em energia interna da placa),

$$P_{\text{abs}} = \frac{dE_{\text{int}}}{dt} = mc_s\frac{dT}{dt},$$

em que c_s é o calor específico do material da placa. Explicitando dT/dt, obtemos

$$mc_s\frac{dT}{dt} = \frac{E_m^2 A}{2\mu_0 c} \quad\Rightarrow\quad \frac{dT}{dt} = \frac{E_m^2 A}{2mc_s\mu_0 c}.$$

97. Seja I_0 a intensidade da luz não polarizada que incide na primeira placa. De acordo com a regra da metade, a intensidade da luz transmitida é $I_1 = I_0/2$. No caso da segunda placa, devemos aplicar a regra do cosseno ao quadrado:

$$I_2 = I_1\cos^2\theta = \frac{1}{2}I_0\cos^2\theta \quad\Rightarrow\quad \frac{I_2}{I_0} = \frac{1}{2}\cos^2\theta$$

em que θ é o ângulo entre as direções de polarização das duas placas. De acordo com o enunciado do problema, $I_2/I_0 = p/100$. Igualando as duas expressões de I_2/I_0 e explicitando θ, obtemos

$$\frac{I_2}{I_0} = \frac{p}{100} = \frac{1}{2}\cos^2\theta \quad \Rightarrow \quad \theta = \cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{p}{50}}\right).$$

98. A área da seção reta do feixe, paralela à superfície, é $A \cos\theta$. Em um intervalo de tempo Δt, o volume do feixe refletido pela superfície é $\Delta V = (A\cos\theta)c\Delta t$ e o momento associado a esse volume é $p = (I/c^2)(A\cos\theta)c\Delta t$, em que I é a intensidade do feixe. Quando o feixe é refletido, a variação do momento é

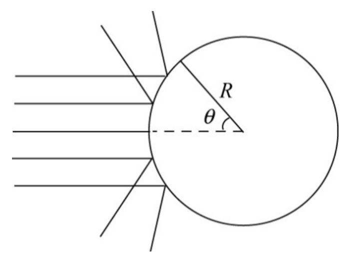
$$\Delta p = 2p\cos\theta = 2IA\cos^2\theta\Delta t / c$$

e a pressão da radiação é

$$p_r = \frac{F_r}{A} = \frac{\Delta p}{A\Delta t} = \frac{2I}{c}\cos^2\theta = p_{r\perp}\cos^2\theta$$

em que $p_{r\perp} = 2I/c$ é a pressão da radiação para $\theta = 0$. $dF_x = 2dF\cos\theta = 2(p_r dA)\cos\theta$.

99. Vamos considerar a figura ao lado. A componente y da força é zero por simetria, e a componente x da força que incide em um elemento de área dA da placa é dada por



$$dF_x = 2dF\cos\theta = 2(p_r dA)\cos\theta.$$

Utilizando o resultado do Problema 98, $p_r = (2I/c)\cos^2\theta$, e a relação $dA = RLd\theta$, em que L é o comprimento do cilindro, obtemos

$$\frac{F_x}{L} = \int 2(2I\cos\theta/c)\cos\theta\, Rd\theta = \frac{4IR}{c}\int_0^{\pi/2}\cos^3\theta d\theta = \frac{8IR}{3c}.$$

100. Aplicando a Eq. 33-36 (uma vez) e Eq. 33-38 (duas vezes), obtemos

$$I = \frac{1}{2}I_0\cos^2\theta_1'\cos^2\theta_2'$$

em que $\theta_1' = (90^\circ - \theta_1) + \theta_2 = 110^\circ$ é o ângulo entre as direções de polarização dos dois primeiros filtros polarizadores, e $\theta_2' = 90^\circ - \theta_2 = 50^\circ$ é o ângulo entre as direções de polarização do segundo e terceiro filtros polarizadores. Isso nos dá $I/I_0 = 0{,}024$.

101. Aplicando a Eq. 33-36 (uma vez) e a Eq. 33-38 (duas vezes), obtemos

$$I = \frac{1}{2}I_0\cos^2\theta'\cos^2\theta''.$$

Para $\theta' = \theta_2 - \theta_1 = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$ e $\theta'' = \theta_3 + (\pi/2 - \theta_2) = 40^\circ + 90^\circ - 60^\circ = 70^\circ$, obtemos

$$I/I_0 = 0{,}034.$$

102. Podemos calcular a força usando a Eq. 33-33, em que A é a área da superfície refletora (4,0 m^2) e I é a intensidade, dada pela Eq. 33-27 com $P_s = 3{,}90\times10^{26}$ (veja o Apêndice C) e $r = 3{,}0\times10^{11}$ m. O resultado é $F = 9{,}2\ \mu$N.

103. De acordo com a Eq. 33-25, a amplitude do campo elétrico é $E_m = E_{rms}\sqrt{2}$. De acordo com a Eq. 33-5, $B_m = E_m/c$. Combinando as duas equações, obtemos

$$B_m = \frac{E_{rms}\sqrt{2}}{c} = \frac{(0{,}200\text{ V/m})(1{,}41)}{2{,}99\times10^8\text{ m/s}} = 9{,}43\times10^{-10}\text{ T}.$$

104. (a) O Sol está suficientemente distante da Terra para que os raios solares sejam considerados paralelos na Fig. 33-77. Em outras palavras, se um raio solar faz um ângulo θ com a horizontal quando o pássaro está em uma posição, outro raio faz o mesmo ângulo com a horizontal quando o pássaro está em outra posição. Assim, a sombra do albatroz no solo se move à mesma velocidade que o pássaro: 15 m/s.

(b) Se o albatroz está em uma posição, a uma distância $x > 0$ da parede, tal que a sombra na parede está a uma distância $0 \le y \le h$ do alto da parede, é fácil demonstrar geometricamente, a partir da Fig. 33-77, que $\tan\theta = y/x$. Assim,

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt}\tan\theta = (-15 \text{ m/s})\tan 30° = -8{,}7 \text{ m/s},$$

o que significa que a distância y (medida como uma distância positiva para baixo a partir do alto da parede) está diminuindo à taxa de 8,7 m/s.

(c) Como $\tan\theta$ aumenta quando θ aumenta a partir de 0º, um valor maior de $|dy/dt|$ está associado a um valor maior de θ. Isso significa que o Sol está mais alto no céu durante o voo do gavião do que durante o voo do albatroz.

(d) Para $|dy/dt| = 45$ m/s, temos

$$v_{\text{gavião}} = \left|\frac{dx}{dt}\right| = \frac{|dy/dt|}{\tan\theta}$$

e, portanto,

$$\theta = \tan^{-1}\frac{|dy/dt|}{|dx/dt|} = \tan^{-1}\frac{45 \text{ m/s}}{15 \text{ m/s}} = 72°.$$

105. (a) A onda está se propagando no sentido do semieixo y negativo (veja o Módulo 16-1 para uma discussão da relação entre o sinal que precede a parte temporal da função de onda e o sentido de propagação da onda).

(b) A Fig. 33-5 pode ajudar a visualizar a situação. A direção de propagação (ao longo do eixo y) é perpendicular a $\vec{B}$ (que aponta na direção do eixo x, já que a única componente do campo magnético é B_x), e o campo $\vec{E}$ é perpendicular às duas direções. Isso significa que a onda está polarizada na direção do eixo z.

(c) Como a amplitude do campo magnético é $B_m = 4{,}00\ \mu$T, a Eq. 33-5 nos dá $E_m = B_m c = 1196$ V/m $\approx 1{,}20 \times 10^3$ V/m. Dividindo por $\sqrt{2}$, obtemos $E_{\text{rms}} = 848$ V/m. Assim, a Eq. 33-26 nos dá

$$I = \frac{I}{c\mu_0}E_{\text{rms}}^2 = 1{,}91\times 10^3 \text{ W/m}^2.$$

(d) Como $kc = \omega$, temos

$$k = \frac{2{,}00\times 10^{15}}{c} = 6{,}67\times 10^6 \text{ m}^{-1}.$$

Combinando as informações colhidas anteriormente, obtemos

$$E_z = (1{,}2\times 10^3 \text{ V/m})\,\text{sen}[(6{,}67\times 10^6/\text{m})y + (2{,}00\times 10^{15}/\text{s})t].$$

(e) $\lambda = 2\pi/k = 942$ nm.

(f) A onda está na região do infravermelho.

106. (a) Como o ângulo de incidência $\theta_{B,1}$ no ponto B é o complemento do ângulo de incidência no ponto A, que, por sua vez, é o ângulo crítico, temos

$$\text{sen}\,\theta_{B,1} = \cos\theta_c = \sqrt{1-\left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2},$$

e, portanto, o ângulo de refração $\theta_{B,2}$ no ponto B é

$$\theta_{B,2} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_2}{n_3}\sqrt{1-\left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2}\right) = \text{sen}^{-1}\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_3}\right)^2 - 1} = 35{,}1°.$$

(b) Como n_1 sen $\theta = n_2$ sen $\theta_c = n_2(n_3/n_2)$, temos

$$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_3}{n_1}\right) = 49{,}9°.$$

(c) Como o ângulo de incidência $\theta_{A,1}$ no ponto A é o complemento do ângulo de incidência no ponto B, que, por sua vez, é o ângulo crítico, temos

$$\text{sen}\,\theta_{A,1} = \cos\theta_c = \sqrt{1 - \left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2}.$$

e, portanto, o ângulo de refração $\theta_{A,2}$ no ponto A é

$$\theta_{A,2} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_2}{n_3}\sqrt{1-\left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2}\right) = \text{sen}^{-1}\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_3}\right)^2 - 1} = 35{,}1°.$$

(d) Como

$$n_1\,\text{sen}\,\theta = n_2\,\text{sen}\,\theta_{A,1} = n_2\sqrt{1-\left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2} = \sqrt{n_2^2 - n_3^2},$$

temos

$$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\sqrt{n_2^2 - n_3^2}}{n_1}\right) = 26{,}1°.$$

(e) Como o ângulo de incidência $\theta_{B,1}$ no ponto B é o complemento do ângulo de incidência no ponto A, que, por sua vez, é o ângulo de Brewster, temos

$$\text{sen}\,\theta_{B,1} = \frac{n_2}{\sqrt{n_2^2 + n_3^2}}$$

e, portanto, o ângulo de refração $\theta_{B,2}$ no ponto B é

$$\theta_{B,2} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_2^2}{n_3\sqrt{n_2^2 + n_3^2}}\right) = 60{,}7°.$$

(f) Como

$$n_1\,\text{sen}\,\theta = n_2\,\text{sen}\,\theta_{\text{Brewster}} = n_2\frac{n_3}{\sqrt{n_2^2 + n_3^2}},$$

temos

$$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_2 n_3}{n_1\sqrt{n_2^2 + n_3^2}}\right) = 35{,}3°.$$

107. (a) e (b) Quando um raio luminoso incide em uma interface com o ângulo de Brewster, $\theta_{\text{incidente}} + \theta_{\text{refratado}} = \theta_B + 32{,}0° = 90{,}0°$ e, portanto, $\theta_B = 58{,}0°$ e

$$n_{\text{vidro}} = \tan\,\theta_B = \tan 58{,}0° = 1{,}60.$$

108. Derivando ambos os membros da Eq. 33-11 em relação a *x*, obtemos

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial B}{\partial t}\right)=-\frac{\partial^2 B}{\partial x\partial t}.$$

Derivando ambos os membros da Eq. 33-17 em relação a *t*, obtemos

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\partial B}{\partial x}\right)=-\frac{\partial^2 B}{\partial x\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial E}{\partial t}\right)=\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}.$$

Como, de acordo com a primeira equação, $-\partial^2 B/\partial x\partial t=\partial^2 E/\partial x^2$, a segunda equação nos dá

$$\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}\qquad\Rightarrow\qquad\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}=c^2\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}.$$

Derivando ambos os membros da Eq. 33-11 em relação a *t*, obtemos

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x\partial t}=-\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}.$$

Derivando ambos os membros da Eq. 33-17 em relação a *x*, obtemos

$$-\frac{\partial^2 B}{\partial x^2}=\varepsilon_0\mu_0-\frac{\partial^2 E}{\partial x\partial t}.$$

Combinando as duas equações, obtemos

$$\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}=\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}\frac{\partial^2 B}{\partial x^2}=c^2\frac{\partial^2 B}{\partial x^2}.$$

109. (a) De acordo com a Eq. 33-1,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}\;E_m\,\mathrm{sen}\,(kx-\omega t)\;=-\omega^2E_m\,\mathrm{sen}\,(kx-\omega t),$$

e

$$c^2\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}=c^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\;E_m\,\mathrm{sen}(kx-\omega t)\;=-k^2c^2\,\mathrm{sen}(kx-\omega t)=-\omega^2E_m\,\mathrm{sen}\,(kx-\omega t).$$

Isso significa que a equação

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

é satisfeita.

Procedendo de maneira análoga, é fácil mostrar que a Eq. 33-2 satisfaz à equação

$$\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2 B}{\partial x^2}.$$

(b) Se $E = E_m f(kx \pm \omega t)$,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=E_m\frac{\partial^2 f(kx\pm\omega t)}{\partial t^2}=\omega^2E_m\left.\frac{d^2 f}{du^2}\right|_{u=kx\pm\omega t}$$

e

$$c^2\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}=c^2E_m\frac{\partial^2 f(kx\pm\omega t)}{\partial t^2}=c^2E_mk^2\left.\frac{d^2f}{du^2}\right|_{u=kx\pm\omega t}$$

Como $\omega = ck$, os membros do lado direito das duas equações são iguais e, portanto, os membros do lado esquerdo também são iguais, o que nos dá

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}.$$

Procedendo de maneira análoga, é fácil mostrar que a função $B = B_m f(kx \pm \omega t)$ satisfaz a equação

$$\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2 B}{\partial x^2}.$$

110. Como a intensidade é igual à potência dividida pela área (e a área, neste caso, é esférica e isotrópica), a intensidade a uma distância r = 20 m da fonte é

$$I=\frac{P}{4\pi r^2}=0{,}040\ \text{W/m}^2\,,$$

como mostra o Exemplo 33.01 “Valores rms do campo elétrico e do campo magnético de uma onda luminosa”. Na Eq. 33-32 para uma área A totalmente absorvente, note que a área exposta de uma pequena esfera é a de um círculo plano de área $A = \pi(0{,}020\text{ m})^2 = 0{,}0013\text{ m}^2$. Assim,

$$F=\frac{IA}{c}=\frac{(0{,}040)(0{,}0013)}{3\times10^8}=1{,}7\times10^{-13}\,\text{N}.$$