# Teoria dos Grafos

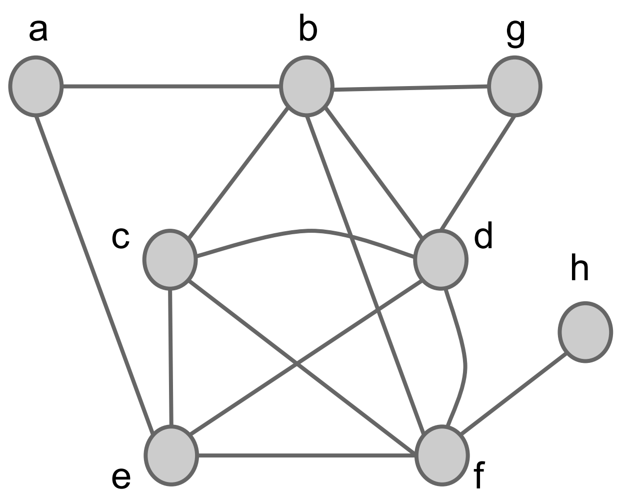
## Cliques e Conjuntos Independentes

versão 1.2

Prof. DSc. Fabiano Oliveira
fabiano.oliveira@ime.uerj.br

# Cliques e Conjuntos Independentes

- **Def.:** $C \subseteq V(G)$ é uma ***clique*** de um grafo simples G se G[C] é um grafo completo.




**Exemplos de Cliques**:

{a} (não-maximal)

{a, b} (maximal)

{c, b} (não-maximal)

{b, d, g} (maximal)

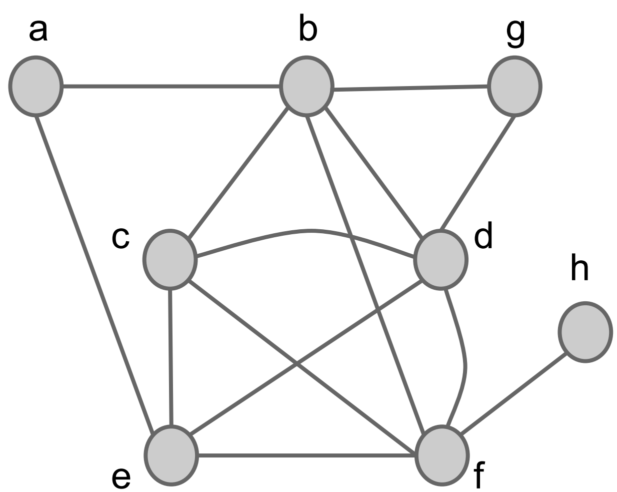
{b, c, d} (não-maximal)

{b, c, d, f} (máxima)

{c, d, e, f} (máxima)

# Cliques e Conjuntos Independentes

- **Def.:** S ⊆ V(G) é um ***conjunto independente*** de um grafo simples G se G[S] é um grafo vazio.
- A cardinalidade do conjunto independente máximo de G é denotado por **α(G)**.




**Exemplos de Conjuntos Independentes**:

{b} (não-maximal)

{b, e, h} (maximal)

{a, c, g, h} (máximo)

α(G) = 4

# Cliques e Conjuntos Independentes

- Se S é um conjunto independente de G, V (G) - S é uma cobertura. Portanto,
  **$\alpha(G)$ = n - |Cobertura Mínima de G|**

- Se S é um conjunto independente de G, S é uma clique de $G^C$. Portanto,
  **$\alpha(G)$ = |Clique Máxima de $G^C$|, e**
  **|Clique Máxima de G| = $\alpha(G^C)$**

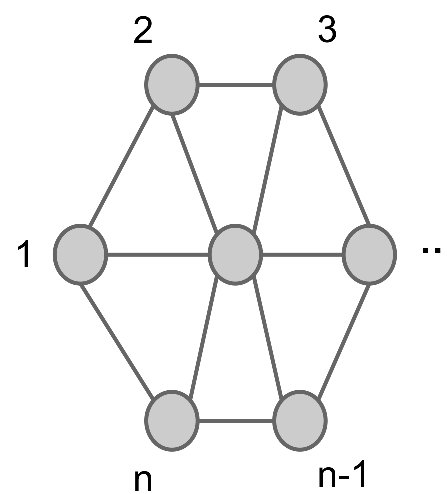
# Cliques e Conjuntos Independentes

- Se S é o conjunto de vértices que possui uma determinada cor numa coloração própria de G, então S é um conjunto independente de G. Portanto,
  $\boldsymbol{\alpha(G) \geq \lceil n / \chi(G) \rceil}$

# Exercícios

# Cliques e Conjuntos Independentes

1. Quantas cliques existem em um: $P_n$? Um $C_n$? $R_n$ (abaixo)? Um $K_n$? E quantas destas são maximais? E quantas são máximas?




2. Mostre que um grafo pode ter um número exponencial de cliques máximas em função de n.
3. Mostre que um grafo pode ter um número exponencial de conjuntos independentes em função de n.