Capítulo 43

1. (a) De acordo com as Eqs. 42-20 e 42-21, temos

$$R_{\text{fissão}} = \frac{N \ln 2}{T_{1/2_{\text{fissão}}}} = \frac{M_{\text{amostra}} N_A \ln 2}{M_U T_{1/2_{\text{fissão}}}}$$

$$= \frac{(1{,}0 \text{ g})(6{,}02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) \ln 2}{(235 \text{ g/mol})(3{,}0 \times 10^{17} \text{ anos})(365 \text{ dias/ano})} = 16 \text{ fissões/dia.}$$

(b) Como, de acordo com a Eq. 42-20, $R \propto 1/T_{1/2}$, temos

$$\frac{R_\alpha}{R_{\text{fissão}}} = \frac{T_{1/2_{\text{fissão}}}}{\text{T}_{1/2_\alpha}} = \frac{3{,}0 \times 10^{17} \text{ anos}}{7{,}0 \times 10^{8} \text{ anos}} = 4{,}3 \times 10^{8}.$$

2. Se, para remover um nêutron do ^{237}Np, é necessária uma energia de 5,0 MeV, isso significa que, quando o ^{237}Np captura um nêutron, adquire uma energia adicional de aproximadamente 5,0 MeV, bem maior que a energia de 4,2 MeV necessária para fissionar o nuclídeo. Assim, o ^{237}Np pode ser fissionado por nêutrons térmicos.

3. A energia transferida para o ^{238}U é

$$Q = (m_{U238} + m_n - m_{U239})c^2$$
$$= (238{,}050782 \text{ u} + 1{,}008664 \text{ u} - 239{,}054287 \text{ u})(931{,}5 \text{ MeV/u})$$
$$= 4{,}8 \text{ MeV.}$$

4. De acordo com a Eq. 42-21, o número de átomos de plutônio na amostra é

$$N_{\text{Pu}} = \frac{M_{\text{am}}}{M_{\text{Pu}}} NA = \left(\frac{1000 \text{ g}}{239 \text{ g/mol}}\right)(6{,}02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) = 2{,}52 \times 10^{24}.$$

Se todos esses átomos sofrerem fissão (liberando 180 MeV), a energia total liberada será

$$E = (2{,}52 \times 10^{24})(180 \text{ MeV}) = 4{,}54 \times 10^{26} \text{ MeV.}$$

5. Se um megaton de TNT libera uma energia de $2{,}6 \times 10^{28}$ MeV, o poder explosivo de uma ogiva nuclear de 2,0 megatons é dado por

$$\text{poder explosivo} = 2(2{,}6 \times 10^{28} \text{ MeV}) = 5{,}2 \times 10^{28} \text{ MeV.}$$

Como, de acordo com o Problema 43-4, cada fissão libera uma energia da ordem de 180 MeV, o número de fissões é

$$N = \frac{5{,}2 \times 10^{28} \text{ MeV}}{180 \text{ MeV}} = 2{,}9 \times 10^{26}.$$

Como a fissão ocorre apenas em 8,0% dos átomos de plutônio, o número total de átomos de plutônio é

$$N_0 = \frac{N}{0{,}080} = \frac{2{,}9 \times 10^{26}}{0{,}080} = 3{,}63 \times 10^{27} = 6{,}0 \times 10^{3} \text{ mol}.$$

Como, de acordo com o Apêndice F, M_{Pu} = 0,244 kg/mol, a massa de plutônio presente na ogiva é

$$m = (6{,}0 \times 10^{3} \text{ mol})(0{,}244 \text{ kg/mol}) = 1{,}5 \times 10^{3} \text{ kg.}$$

6. Note que o número de massa total A e o número atômico total Z do lado esquerdo da equação devem ser iguais, respectivamente, ao número de massa total e ao número atômico total do lado direito da equação. No caso do nêutron, $A = 1$ e $Z = 0$. Os números de massa e os números atômicos de todos os nuclídeos estão no Apêndice F.

(a) Como, no caso do xenônio, $Z = 54$, o número atômico de "Y" é $Z = 92 - 54 = 38$, o que indica tratar-se do elemento estrôncio. Como o número de massa de "Y" é $235 + 1 - 140 - 1 = 95$, "Y" é o nuclídeo ^{95}Sr.

(b) Como, no caso do iodo, $Z = 53$, o número atômico de "Y" é $Z = 92 - 53 = 39$, o que indica tratar-se do elemento ítrio (cujo símbolo, por coincidência, é Y). Como $235 + 1 - 139 - 2 = 95$, "Y" é o nuclídeo ^{95}Y.

(c) Como, no caso do zircônio, $Z = 40$, o número atômico de "X" é $92 - 40 - 2 = 52$, o que indica tratar-se do elemento telúrio. Como $235 + 1 - 100 - 2 = 134$, "X" é o nuclídeo ^{134}Te.

(d) Comparando os números de massa, obtemos $b = 235 + 1 - 141 - 92 = 3$.

7. Se R é o número de núcleos fissionados por segundo, a potência liberada é $P = RQ$, em que Q é a energia liberada em cada evento de fissão. Assim,

$$R = P/Q = (1{,}0\ \text{W})/(200 \times 10^6\ \text{eV})(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J/eV}) = 3{,}1 \times 10^{10}\ \text{fissões/s}.$$

8. (a) Considere o processo $^{98}\text{Mo} \rightarrow {}^{49}\text{Sc} + {}^{49}\text{Sc}$. A energia de desintegração é

$$Q = (m_{\text{Mo}} - 2m_{\text{Sc}})c^2 = [97{,}90541\ \text{u} - 2(48{,}95002\ \text{u})](931{,}5\ \text{MeV/u}) = +5{,}00\ \text{MeV}.$$

(b) O fato de que a energia de desintegração é positiva não significa necessariamente que devemos esperar um grande número de fissões espontâneas; neste caso, a barreira de energia E_b (veja a Fig. 43-3) é presumivelmente mais alta ou mais larga no caso do molibdênio do que no caso do urânio.

9. (a) Como a massa de um átomo de ^{235}U é

$$m_0 = (235\ \text{u})(1{,}661 \times 10^{-27}\ \text{kg/u}) = 3{,}90 \times 10^{-25}\ \text{kg},$$

o número de átomos de urânio em uma massa $m = 1{,}0$ kg é

$$N = m/m_0 = (1{,}0\ \text{kg})/(3{,}90 \times 10^{-25}\ \text{kg}) = 2{,}56 \times 10^{24} \approx 2{,}6 \times 10^{24}.$$

(b) A energia liberada em N eventos de fissão é dada por $E = NQ$, em que Q é a energia liberada em cada evento. Para 1,0 kg de ^{235}U,

$$E = (2{,}56 \times 10^{24})(200 \times 10^6\ \text{eV})(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J/eV}) = 8{,}19 \times 10^{13}\ \text{J} \approx 8{,}2 \times 10^{13}\ \text{J}.$$

(c) Se P é a potência da lâmpada,

$$t = E/P = (8{,}19 \times 10^{13}\ \text{J})/(100\ \text{W}) = 8{,}19 \times 10^{11}\ \text{s} = 2{,}6 \times 10^4\ \text{anos}.$$

em que foi usada a relação 1 ano $= 3{,}156 \times 10^7$ s.

10. A energia liberada é

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\text{U}} + m_n - m_{\text{Cs}} - m_{\text{Rb}} - 2m_n)c^2 \\ &= (235{,}04392\ \text{u} - 1{,}00867\ \text{u} - 140{,}91963\ \text{u} - 92{,}92157\ \text{u})(931{,}5\ \text{MeV/u}) \\ &= 181\ \text{MeV}. \end{aligned}$$

11. Se M_{Cr} é a massa de um núcleo de ^{52}Cr e M_{Mg} é a massa de um núcleo de ^{26}Mg, a energia de desintegração é

$$Q = (M_{\text{Cr}} - 2M_{\text{Mg}})c^2 = [51{,}94051\ \text{u} - 2(25{,}98259\ \text{u})](931{,}5\ \text{MeV/u}) = -23{,}0\ \text{MeV}.$$

12. (a) Considere o processo $^{238}\text{U} + \text{n} \to {}^{140}\text{Ce} + {}^{99}\text{Ru} + \text{N}e^{-}$, em que N é o número de elétrons liberados. Temos

$$N = Z_f - Z_i = Z_{\text{Ce}} + Z_{\text{Ru}} - Z_{\text{U}} = 58 + 44 - 92 = 10.$$

Assim, o número de eventos de decaimento beta é 10.

(b) A energia liberada é

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\text{U}} + m_n - m_{\text{Ce}} - m_{\text{Ru}} - 10m_e)c^2 \\ &= (238{,}05079\ \text{u} + 1{,}00867\ \text{u} - 139{,}90543\ \text{u} - 98{,}90594\ \text{u})(931{,}5\ \text{MeV/u}) - 10(0{,}511\ \text{MeV}) \\ &= 226\ \text{MeV}. \end{aligned}$$

13. (a) A energia potencial eletrostática é dada por

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_{\text{Xe}}Z_{\text{Sr}}e^2}{r_{\text{Xe}} + r_{\text{Sr}}},$$

em que Z_{Xe} é o número atômico do xenônio, Z_{Sr} é o número atômico do estrôncio, r_{Xe} é o raio de um núcleo de xenônio, e r_{Sr} é o raio do núcleo de estrôncio. Os números atômicos são dados no Apêndice F. Os raios podem ser calculados usando a Eq. 42-3, $r = r_0A^{1/3}$, em que $r_0 = 1{,}2$ fm e A é o número de massa, que também pode ser encontrado no Apêndice F. Assim,

$$r_{\text{Xe}} = (1{,}2\ \text{fm})(140)^{1/3} = 6{,}23\ \text{fm} = 6{,}23 \times 10^{-15}\ \text{m}$$

e

$$r_{\text{Sr}} = (1{,}2\ \text{fm})(96)^{1/3} = 5{,}49\ \text{fm} = 5{,}49 \times 10^{-15}\ \text{m}$$

e a energia potencial é

$$\begin{aligned} U &= (8{,}99\times10^9\ \text{V}\cdot\text{m/C})\frac{(54)(38)(1{,}60\times10^{-19}\ \text{C})^2}{6{,}23\times10^{-15}\ \text{m} + 5{,}49\times10^{-15}\ \text{m}} = 4{,}08\times10^{-11}\ \text{J} \\ &= 251\ \text{MeV}. \end{aligned}$$

(b) A energia liberada em um evento de fissão típico é cerca de 200 MeV, da mesma ordem que a energia eletrostática dos fragmentos quando estão se tocando. Essa energia é convertida na energia cinética dos fragmentos e dos nêutrons liberados no processo de fissão.

14. (a) Como a área a da superfície de um núcleo é dada por

$$a \simeq 4\pi R^2 \simeq 4\pi(R_0A^{1/3})^2 \propto A^{2/3},$$

a diferença relativa entre a área da superfície dos produtos de fissão e a área da superfície do núcleo original é dada por

$$\frac{\Delta a}{a_i} = \frac{a_f - a_i}{a_i} = \frac{(140)^{2/3} + (96)^{2/3}}{(236)^{2/3}} - 1 = +0{,}25 = 25\%.$$

(b) Como $V \propto R^3 \propto (A^{1/3})^3 = A$, temos

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{V_f}{V_i} - 1 = \frac{140 + 96}{236} - 1 = 0.$$

(c) A diferença relativa entre a energia potencial elétrica dos produtos de fissão e a energia potencial elétrica do núcleo original é dada por

$$\frac{\Delta U}{U}=\frac{U_f}{U_i}-1=\frac{Q_{\rm Xe}^2/R_{\rm Xe}+Q_{\rm Sr}^2/R_{\rm Sr}}{Q_{\rm U}^2/R_{\rm U}}-1=\frac{(54)^2(140)^{-1/3}+(38)^2(96)^{-1/3}}{(92)^2(236)^{-1/3}}-1$$

$$=-0{,}36=-36\%.$$

15. PENSE De acordo com os Problemas 5 e 16, um megaton de TNT libera uma energia de $2{,}6\times10^{28}$ MeV. De acordo com a Eq. 43-6, a energia liberada em cada evento de fissão é aproximadamente 200 MeV.

FORMULE A energia liberada pela bomba é

$$E=(66\times10^{-3}\text{ megaton})(2{,}6\times10^{28}\text{ MeV/ megaton})=1{,}72\times10^{27}\text{ MeV}.$$

O número total de eventos de fissão é

$$(1{,}72\times10^{27}\text{ MeV})/(200\text{ MeV})=8{,}58\times10^{24}.$$

Como apenas 4,0% dos núcleos de ^{235}U sofrem fissão, o número de núcleos de ^{235}U originalmente presentes é $(8{,}58\times10^{24})/0{,}040=2{,}14\times10^{26}$.

ANALISE (a) A massa de ^{235}U originalmente presente é

$$(2{,}14\times10^{26})(235\text{ u})(1{,}661\times10^{-27}\text{ kg/u})=83{,}7\text{ kg}\approx84\text{ kg}.$$

(b) Como dois fragmentos são produzidos em cada evento de fissão, o número total de fragmentos é

$$2(8{,}58\times10^{24})=1{,}72\times10^{25}\approx1{,}7\times10^{25}.$$

(c) Como cada fissão produz em média 2,5 nêutrons, e um dos nêutrons é usado para produzir outro evento de fissão, o número médio de nêutrons liberados no ambiente por fissão é 1,5, e o número total de nêutrons liberados é

$$(8{,}58\times10^{24})(1{,}5)=1{,}29\times10^{25}\approx1{,}3\times10^{25}.$$

APRENDA Quando um núcleo de ^{235}U sofre fissão, um dos nêutrons produzidos (dos 2,5 nêutrons produzidos, em média, por fissão) pode produzir outra fissão, gerando, assim, uma reação em cadeia que pode produzir, de forma quase instantânea, uma enorme quantidade de energia.

16. (a) Usando um raciocínio semelhante ao do Problema 43-4, chegamos à conclusão de que o poder explosivo da bomba é dado por

$$\text{poder explosivo}=\frac{(2{,}50\text{ kg})(4{,}54\times10^{26}\text{ MeV/kg})}{2{,}6\times10^{28}\text{ MeV}/10^{6}\text{ tons}}=4{,}4\times10^{4}\text{ tons}=44\text{ quilotons}.$$

(b) Supondo que se trata de uma bomba de baixa eficiência, boa parte dos 92,5 kg são provavelmente desnecessários e foram usados apenas para assegurar a detonação. Existe também o argumento de que é preciso usar mais do que a massa crítica por causa do tempo reduzido durante o qual o material permanece em contato durante a implosão, mas esta "massa supercrítica", como é normalmente chamada, é muito menor do que 92,5 kg e não precisa ser necessariamente constituída por plutônio puro.

17. PENSE Vamos representar o fragmento desconhecido como ${}^{A}_{Z}X$, em que A e Z são o número de massa e o número atômico, respectivamente. A carga e o número de massa são conservados no processo de captura de um nêutron.

FORMULE A reação pode ser escrita na forma

$${}^{235}_{92}\mathrm{U}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}\rightarrow{}^{82}_{32}\mathrm{Ge}+{}^{A}_{Z}X.$$

De acordo com a lei de conservação da carga, $92+0=32+Z$, o que nos dá $Z=60$. De acordo com a lei de conservação do número de massas, $235+1=83+A$; portanto, $A=153$.

ANALISE (a) Como, de acordo com os Apêndices F e G, o elemento cujo número atômico é 60 é o neodímio, o nuclídeo é ${}^{153}_{60}\text{Nd}$.

(b) Vamos desprezar a pequena energia cinética e o pequeno momento associados ao nêutron responsável pelo evento de fissão. Sendo assim, a energia dos fragmentos de fissão é

$$Q = K_{\text{Ge}} + K_{\text{Nd}},$$

em que K_{Ge} é a energia cinética do núcleo de germânio e K_{Nd} é a energia cinética do núcleo de neodímio. De acordo com a lei de conservação do momento, $\vec{p}_{\text{Ge}} + \vec{p}_{\text{Nd}} = 0$; portanto, $p_{Ge}^2 = p_{Ne}^2$, o que nos permite escrever

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m},$$

e, assim,

$$K_{\text{Nd}} = \frac{p_{\text{Nd}}^2}{2M_{\text{Nd}}} = \frac{p_{\text{Ge}}^2}{2M_{\text{Nd}}} = \frac{M_{\text{Ge}}}{M_{\text{Nd}}}\frac{p_{\text{Ge}}^2}{2M_{\text{Ge}}} = \frac{M_{\text{Ge}}}{M_{\text{Nd}}}K_{\text{Ge}}.$$

Substituindo na equação da energia, obtemos

$$Q = K_{\text{Ge}} + \frac{M_{\text{Ge}}}{M_{\text{Nd}}}K_{\text{Ge}} = \frac{M_{\text{Nd}} + M_{\text{Ge}}}{M_{\text{Nd}}}K_{\text{Ge}}$$

e

$$K_{\text{Ge}} = \frac{M_{\text{Nd}}}{M_{\text{Nd}} + M_{\text{Ge}}}Q = \frac{153\ \text{u}}{153\ \text{u} + 83\ \text{u}}(170\ \text{MeV}) = 110\ \text{MeV}.$$

(c) Analogamente,

$$K_{\text{Nd}} = \frac{M_{\text{Ge}}}{M_{\text{Nd}} + M_{\text{Ge}}}Q = \frac{83\ \text{u}}{153\ \text{u} + 83\ \text{u}}(170\ \text{MeV}) = 60\ \text{MeV}.$$

(d) A velocidade do núcleo de germânio logo após a fissão é

$$v_{\text{Ge}} = \sqrt{\frac{2K_{\text{Ge}}}{M_{\text{Ge}}}} = \sqrt{\frac{2(110\times10^6\ \text{eV})(1{,}60\times10^{-19}\ \text{J/eV})}{(83\ \text{u})(1{,}661\times10^{-27}\ \text{kg/u})}} = 1{,}60\times10^7\ \text{m/s}.$$

(e) A velocidade do núcleo de neodímio logo após a fissão é

$$v_{\text{Nd}} = \sqrt{\frac{2K_{\text{Nd}}}{M_{\text{ND}}}} = \sqrt{\frac{2(60\times10^6\ \text{eV})(1{,}60\times10^{-19}\ \text{J/eV})}{(153\ \text{u})(1{,}661\times10^{-27}\ \text{kg/u})}} = 8{,}69\times10^6\ \text{m/s}.$$

APRENDA De acordo com a lei de conservação do momento, os dois fragmentos se afastam em direções diametralmente opostas.

18. Se P é a potência do reator, a energia E produzida no intervalo de tempo Δt é

$$E = P\Delta t = (200\times10^6\ \text{W})(3\ \text{anos})(3{,}156\times10^7\ \text{s/ano}) = 1{,}89\times10^{16}\ \text{J}$$

$$= (1{,}89\times10^{16}\ \text{J})/(1{,}60\times10^{-19}\ \text{J/eV}) = 1{,}18\times10^{35}\ \text{eV}$$

$$= 1{,}18\times10^{29}\ \text{MeV}.$$

Como cada evento produz 200 MeV, isso significa que ocorreram $(1{,}18\times10^{29})/200 = 5{,}90\times10^{26}$ eventos de fissão. Este número corresponde à metade do número inicial de núcleos de material físsil. Assim, havia inicialmente $2(5{,}90\times10^{26}) = 1{,}18\times10^{27}$ núcleos. Como a massa de um núcleo de ${}^{235}\text{U}$ é

$$m = (235\ \text{u})(1{,}661\times10^{-27}\ \text{kg/u}) = 3{,}90\times10^{-25}\ \text{kg},$$

a massa inicial de ^{235}U era

$$M = (1{,}18 \times 10^{27})(3{,}90 \times 10^{-25}\ \text{kg}) = 462\ \text{kg}.$$

19. Seja N o número de nuclídeos que participam da reação em cadeia e seja P a potência do reator. Como, a cada intervalo de tempo t_{gen}, o número de nuclídeos que participam de uma reação em cadeia é multiplicado por k, $N(t) = N_0 k^{t/t_{gen}}$, em que N_0 é o valor de N no instante $t = 0$. Como $P \propto N$, temos

$$P(t) = P_0 k^{t/t_{gen}},$$

em que P_0 é a potência do reator no instante $t = 0$.

20. De acordo com a expressão obtida no Problema 43-19,

$$P(t) = P_0 k^{t/t_{gen}} = (400\ \text{MW})(1{,}0003)^{(5{,}00\text{min})(60\text{s/min})/(0{,}00300\text{s})} = 8{,}03\times10^3\ \text{MW}.$$

21. A potência produzida é dada por $P = RQ$, em que R é o número de decaimentos por unidade de tempo e Q é a energia produzida por um decaimento. De acordo com as Eqs. 42-17 e 42-18,

$$R = \lambda N = N \ln 2/T_{1/2},$$

em que λ é a constante de desintegração e $T_{1/2}$ é a meia-vida. Se M é a massa total do material e m é a massa de um núcleo de ^{238}Pu,

$$N = \frac{M}{m} = \frac{1{,}00\ \text{kg}}{(238\ \text{u})(1{,}661\times10^{-27}\ \text{kg/u})} = 2{,}53\times10^{24},$$

o que nos dá

$$P = \frac{NQ\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{(2{,}53\times10^{24})(5{,}50\times10^6\ \text{eV})(1{,}60\times10^{-19}\ \text{J/eV})(\ln 2)}{(87{,}7\ \text{anos})(3{,}156\times10^7\text{s/ano})} = 557\text{W}.$$

22. De acordo com a Eq. 43-6, a energia liberada por evento de fissão é $Q \approx 200$ MeV $= 3{,}2 \times 10^{-11}$ J. Como a energia total é $E = Pt_{gen} = NQ$, em que N é o número de eventos de fissão, que é aproximadamente igual ao número de nêutrons livres, temos

$$N = \frac{Pt_{gen}}{Q} = \frac{(500\times10^6\ \text{W})(1{,}0\times10^{-3}\ \text{s})}{3{,}2\times10^{-11}\ \text{J}} = 1{,}6\times10^{16}.$$

23. PENSE O tempo de geração de nêutrons t_{ger} de um reator é o tempo médio necessário para que um nêutron rápido emitido em uma fissão seja termalizado e, portanto, possa produzir outra fissão.

FORMULE Sejam P_0 a potência inicial, P a potência final, k o fator de multiplicação, t o tempo de transição para o novo regime e t_{ger} o tempo de geração de nêutrons. Nesse caso, de acordo com o resultado do Problema 43-19,

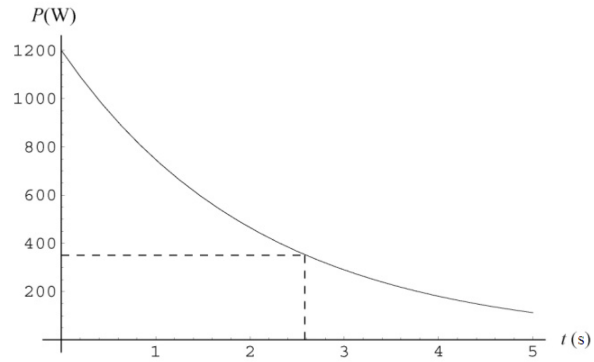
$$P = P_0 k^{t/t_{gen}}.$$

ANALISE Dividindo a equação por P_0, tomando o logaritmo natural de ambos os membros e explicitando $\ln k$, obtemos

$$\ln k = \frac{t_{ger}}{t}\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = \frac{1{,}3\times10^{-3}\ \text{s}}{2{,}6\ \text{s}}\ln\left(\frac{350\ \text{MW}}{1200\ \text{MW}}\right) = -0{,}0006161.$$

Isso nos dá $k = e^{-0{,}0006161} = 0{,}99938$.

APRENDA A figura ao lado mostra a potência do reator em função do tempo. Como o fator de multiplicação k é menor que 1, a potência diminui com o tempo.



24. (a) Como $P = RQ_{ef}$, temos

$$Q_{ef} = \frac{P}{R} = \frac{P}{N\lambda} = \frac{mPT_{1/2}}{M \ln 2}$$

$$= \frac{(90,0 \text{ u})(1,66\times10^{-27} \text{ kg/u})(0,93 \text{ W})(29 \text{ anos})(3,15\times10^{7} \text{ s/ano})}{(1,00\times10^{-3} \text{ kg})(\ln 2)(1,60\times10^{-13} \text{ J/MeV})}$$

$$= 1,2 \text{ MeV}.$$

(b) A quantidade necessária de ^{90}Sr é

$$M = \frac{150 \text{ W}}{(0,050)(0,93 \text{ W/g})} = 3,2 \text{ kg}.$$

25. PENSE O momento é conservado na colisão. Além disso, como a colisão é elástica, a energia também é conservada.

FORMULE Sejam v_{ni} a velocidade inicial do nêutron, v_{nf} a velocidade final do nêutron e v_f a velocidade final do núcleo alvo. Como o núcleo alvo está inicialmente em repouso, a lei de conservação do momento nos dá

$$m_n v_{ni} = m_n v_{nf} + m v_f$$

e a lei de conservação da energia nos dá

$$\frac{1}{2} m_n v_{ni}^2 = \frac{1}{2} m_n v_{nf}^2 + \frac{1}{2} m v_f^2.$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos $v_f = 2m_n v_{ni}/(m + m_n)$.

ANALISE (a) Como a energia perdida pelo nêutron é igual à energia recebida pelo núcleo alvo,

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} \frac{4m_n^2 m}{(m+m_n)^2} v_{ni}^2.$$

Como a energia cinética inicial do nêutron é $K = m_n v_{ni}^2 / 2$,

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{4m_n m}{(m+m_n)^2}.$$

(b) Uma vez que a massa do nêutron é 1,0087 u e a massa do átomo de hidrogênio é 1,0078 u (veja o Apêndice B), temos

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{4(1,0087 \text{ u})(1,0078 \text{ u})}{(1,0087 \text{ u} + 1,0078 \text{ u})^2} = \frac{4,0663 \text{ u}^2}{4,0663 \text{ u}^2} = 1,0$$

(c) Como a massa do átomo de deutério é 2,0136 u (veja o Apêndice A), temos

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{4(1,0087 \text{ u})(2,0136 \text{ u})}{(1,0087 \text{ u} + 2,0136 \text{ u})^2} = \frac{8,1245 \text{ u}^2}{9,1343 \text{ u}^2} = 0,89$$

(d) Como a massa do átomo de carbono é 12 u (veja o Módulo 42-2), temos

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{4(1,0087 \text{ u})(12 \text{ u})}{(1,0087 \text{ u} + 12 \text{ u})^2} = \frac{48,418 \text{ u}^2}{169,23 \text{ u}^2} = 0,29$$

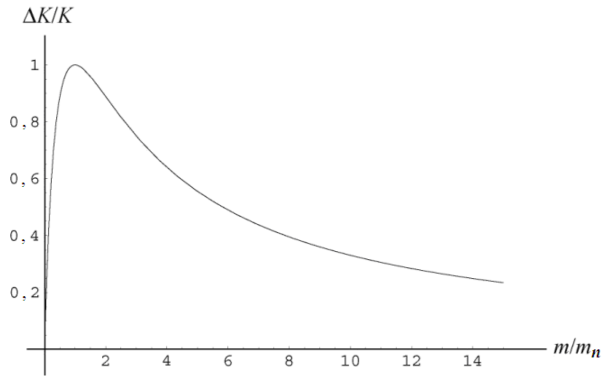
(e) Como a massa do átomo de chumbo é 207,2 u,

$$\frac{\Delta K}{K}=\frac{4(1,0087\text{ u})(207,2\text{ u})}{(1,0087\text{ u}+207,2\text{ u})^2}=\frac{836,01\text{ u}^2}{43351\text{ u}^2}=0,019$$

(f) Em cada colisão com um átomo de deutério, a energia do nêutron é multiplicada por um fator de 1 − 0,89 = 0,11. Se E_i é a energia inicial do nêutron, a energia após n colisões será $E = (0,11)^n E_i$. Estamos interessados em determinar quantas colisões com um átomo de deutério são necessárias para que a energia do nêutron diminua de E_i = 1,00 MeV para E = 0,025 eV. Tomando o logaritmo natural de ambos os membros e explicitando n, obtemos

$$n=\frac{\ln(E/E_i)}{\ln 0,11}=\frac{\ln(0,025\text{ eV}/10^6\text{ eV})}{\ln 0,11}=\frac{-17,5}{-2,21}=7,9\approx 8.$$

APRENDA O gráfico a seguir mostra a fração de energia cinética perdida por um nêutron em função da massa do átomo estacionário (em unidades de m/m_n).



Como se pode ver no gráfico, a perda de energia é maior quando o átomo alvo tem a massa próxima da massa do nêutron.

26. De acordo com a Eq. 42-15, a razão é

$$\frac{N_5(t)}{N_8(t)}=\frac{N_5(0)}{N_8(0)}e^{-(\lambda_5-\lambda_8)t},$$

o que nos dá

$$t=\frac{1}{\lambda_8-\lambda_5}\ln\left[\left(\frac{N_5(t)}{N_8(t)}\right)\left(\frac{N_8(0)}{N_5(0)}\right)\right]=\frac{1}{(1,55-9,85)10^{-10}\text{ anos}^{-1}}\ln[(0,0072)(0,15)^{-1}]$$

$$=3,6\times10^9\text{ anos.}$$

27. (a) $P_{\text{méd}}$ = (15 × 10⁹ W·anos)/(200.000 anos) = 7,5 × 10⁴ W = 75 kW.

(b) A massa de ^{235}U consumida pelo reator foi

$$M=\frac{m_U E_{\text{total}}}{Q}=\frac{(235\text{ u})(1,66\times10^{-27}\text{ kg/u})(15\times10^9\text{W}\cdot\text{ano})(3,15\times10^7\text{s/ano})}{(200\text{ MeV})(1,6\times10^{-13}\text{ J/MeV})}$$

$$=5,8\times10^3\text{ kg.}$$

28. Os núcleos de ^{238}U podem capturar nêutrons e sofrer decaimento beta. Com um grande número de nêutrons disponíveis por causa da fissão do ^{235}U, a probabilidade de que este processo ocorra é relativamente elevada, o que resulta em uma redução da concentração relativa de ^{238}U e, em consequência, um aumento da concentração relativa de ^{235}U.

29. PENSE Como possui uma meia-vida menor, o ^{235}U tem uma taxa de decaimento maior que o ^{238}U. Assim, se o minério de urânio contém atualmente 0,72% de ^{235}U, deve ter contido uma concentração maior de ^{235}U no passado.

FORMULE Seja t a época atual e seja $t = 0$ a época em que o minério de urânio continha 3,0% de ^{235}U. Seja N_{235} o número de núcleos de ^{235}U presentes atualmente em uma amostra, e seja $N_{235,0}$ o número de núcleos de ^{235}U que estavam presentes em $t = 0$. Seja N_{238} o número de núcleos de ^{238}U presentes atualmente na amostra e seja $N_{238,0}$ o número de núcleos de ^{238}U que estavam presentes em $t = 0$. De acordo com a lei do decaimento radioativo,

$$N_{235} = N_{235,0} e^{-\lambda_{235} t}$$

e

$$N_{238} = N_{238,0} e^{-\lambda_{238} t}.$$

Dividindo a primeira equação pela segunda, obtemos

$$r = r_0 e^{-(\lambda_{235} - \lambda_{238})t}$$

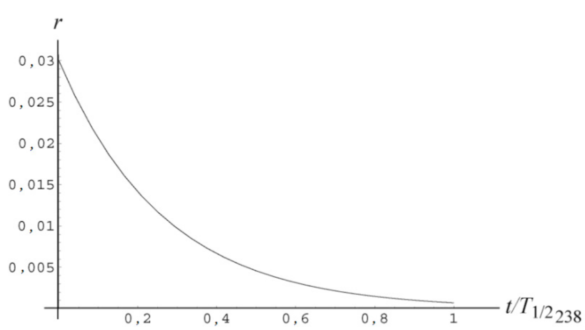
em que $r = N_{235}/N_{238}$ (= 0,0072) e $r_0 = N_{235,0}/N_{238,0}$ (= 0,030). Explicitando t, obtemos

$$t = -\frac{1}{\lambda_{235} - \lambda_{238}} \ln\left(\frac{r}{r_0}\right).$$

ANALISE Como $\lambda_{235} = (\ln 2)/T_{1/2_{235}}$ e $\lambda_{238} = (\ln 2)/T_{1/2_{238}}$, temos

$$t = \frac{T_{1/2_{235}} T_{1/2_{238}}}{(T_{1/2_{238}} - T_{1/2_{235}}) \ln 2} \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) = -\frac{(7{,}0\times10^{8}\text{ anos})(4{,}5\times10^{9}\text{anos})}{(4{,}5\times10^{9}\text{ anos} - 7{,}0\times10^{8}\text{anos})\ln 2} \ln\left(\frac{0{,}0072}{0{,}030}\right)$$
$$= 1{,}7\times10^{9}\text{ anos}.$$

APRENDA O gráfico a seguir mostra a razão $r = N_{235}/N_{238}$ em função do tempo em meias-vidas do ^{238}U a partir da época em que $r = 0{,}03$. Para $t = 1{,}7 \times 10^9$ anos ou $t/T_{1/2_{238}} = 0{,}378$ (época atual), $r = 0{,}072$.



30. De acordo com o enunciado do problema, dois átomos de deutério são consumidos em cada evento de fusão e é gerada uma energia $Q = 3{,}27$ MeV. De acordo com a Eq. 42-21, o número de pares de átomos de deutério na amostra é

$$N_{\text{pares}} = \frac{M_{\text{amostra}}}{2M_d} N_{\text{A}} = \left(\frac{1000\text{ g}}{2(2{,}0\text{ g/mol})}\right)(6{,}02\times10^{23}\text{ mol}^{-1}) = 1{,}5\times10^{26}.$$

A energia liberada é, portanto,

$$E = N_{\text{pares}} Q = (1{,}5\times10^{26})(3{,}27\times10^{6}\text{ eV})(1{,}60\times10^{-19}\text{ J/eV}) = 7{,}8\times10^{13}\text{ J}.$$

Assim,

$$t = \frac{7{,}8\times10^{13}\ \text{J}}{100\ \text{W}} = 7{,}8\times10^{11}\ \text{s} = 2{,}5\times10^{4}\ \text{anos.}$$

31. PENSE A repulsão eletrostática muitas vezes impede que duas partículas carregadas se aproximem o suficiente para sentirem o efeito atrativo da força nuclear.

FORMULE Vamos considerar como altura da barreira eletrostática o valor da energia cinética K que os dêuterons devem possuir inicialmente para que cheguem ao repouso com as superfícies das duas partículas se tocando. Se r é o raio de um dêuteron, a lei da conservação da energia nos dá

$$2K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{2r}.$$

ANALISE Para r = 2,1 fm, temos

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{4r} = (8{,}99\times10^{9}\ \text{V}\cdot\text{m/C})\frac{(1{,}60\times10^{-19}\ \text{C})^2}{4(2{,}1\times10^{-15}\ \text{m})} = 2{,}74\times10^{-14}\ \text{J} = 170\ \text{keV}.$$

APRENDA A altura da barreira eletrostática depende da carga e do raio das partículas envolvidas. Quanto maior a carga e quanto menor o raio, maior a altura da barreira.

32. (a) O cálculo é semelhante ao do exemplo "Fusão em um gás de prótons e a temperatura necessária"; a única diferença é que, em vez de R = 1,0 fm, como no exemplo, devemos usar R = 2,1 fm, o valor do raio de um dêuteron (veja o Problema 43-31). Assim, a energia cinética é igual à energia cinética calculada no exemplo dividida por 2,1:

$$K_{d+d} = \frac{K_{p+p}}{2{,}1} = \frac{360\ \text{keV}}{2{,}1} \approx 170\ \text{keV},$$

o que significa que a tensão necessária para acelerar os feixes seria 170 kV.

(b) Como nem todos os dêuterons que são acelerados em direção a outros dêuterons sofrem choques frontais e nem todos os choques frontais resultam em eventos de fusão, seria preciso acelerar um número enorme de dêuterons para que a liberação de energia fosse apreciável. Como deve ser mantido um vácuo de boa qualidade no tubo de um acelerador, o uso de um feixe muito concentrado de partículas pode ser difícil ou excessivamente dispendioso. Com relação ao custo, existem outros fatores que dissuadiram os pesquisadores de usar aceleradores para criar um reator de fusão, mas esses fatores talvez venham a ser menos importantes no futuro, tornando o uso de aceleradores uma alternativa viável aos métodos de confinamento inercial e magnético.

33. O cálculo é semelhante ao do exemplo "Fusão em um gás de prótons e a temperatura necessária"; a única diferença é que, em vez de R = 1,0 fm, como no exemplo, devemos usar os valores de R e q apropriados para o ^{7}Li. Como, de acordo com a Eq. 42-3,

$$R = r = r_0A^{1/3} = (1{,}2\ \text{fm})\sqrt[3]{7} = 2{,}3\ \text{fm}$$

e $q = Ze = 3e$, temos

$$K = \frac{Z^2e^2}{16\pi\varepsilon_0 r} = \frac{3^2(1{,}6\times10^{-19}\ \text{C})^2}{16\pi(8{,}85\times10^{-12}\ \text{F/m})(2{,}3\times10^{15}\ \text{m})(1{,}6\times10^{-19}\ \text{J/eV})} = 141\,\text{MeV}.$$

34. A expressão de $n(K)$ dada no enunciado mostra que $n(K) \propto K^{1/2}e^{-K/kT}$. Assim, com

$$k = 8{,}62\times10^{-5}\ \text{eV/K} = 8{,}62\times10^{-8}\ \text{keV/K},$$

temos

$$\frac{n(K)}{n(K_{\text{méd}})}=\left(\frac{K}{K_{\text{méd}}}\right)^{1/2}e^{-(K-K_{\text{méd}})/kT}=\left(\frac{5{,}00\text{ keV}}{1{,}94\text{ keV}}\right)^{1/2}\exp\left[-\frac{5{,}00\text{ keV}-1{,}94\text{ keV}}{(8{,}62\times10^{-8}\text{ keV})(1{,}50\times10^{7}\text{ K})}\right]$$

$$=0{,}151.$$

35. A energia cinética dos prótons é

$$K=kT=(1{,}38\times10^{-23}\text{ J/K})(1{,}0\times10^{7}\text{ K})=1{,}38\times10^{-16}\text{ J}.$$

Na distância de máxima aproximação, $r_{\text{mín}}$, toda a energia cinética foi convertida em energia potencial:

$$K_{\text{tot}}=2K=U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r_{\text{mín}}}.$$

Explicitando $r_{\text{mín}}$, obtemos

$$r_{\text{mín}}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{2K}=\frac{(8{,}99\times10^{9}\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(1{,}60\times10^{-19}\text{ C})^2}{2(1{,}38\times10^{-16}\text{J})}=8{,}33\times10^{-13}\text{ m}\approx1\text{ pm}.$$

36. A energia liberada é

$$Q=-\Delta mc^2=-(m_{\text{He}}-m_{\text{H2}}-m_{\text{H1}})c^2$$
$$=-(3{,}016029\text{ u}-2{,}014102\text{ u}-1{,}007825\text{ u})(931{,}5\text{ MeV/u})$$
$$=5{,}49\text{ MeV}.$$

37. (a) Seja M a massa do Sol no instante t e seja E a energia que está sendo irradiada no mesmo instante. A potência irradiada é

$$P=\frac{dE}{dt}=c^2\frac{dM}{dt},$$

em que foi usada a relação $E = Mc^2$. Atualmente,

$$\frac{dM}{dt}=\frac{P}{c^2}=\frac{3{,}9\times10^{26}\text{ W}}{(2{,}998\times10^{8}\text{ m/s})^2}=4{,}3\times10^{9}\text{ kg/s}.$$

(b) Vamos supor que a perda de massa tenha sido constante. Nesse caso, a perda de massa total foi

$$\Delta M=(dM/dt)\,\Delta t=(4{,}33\times10^{9}\text{ kg/s})\,(4{,}5\times10^{9}\text{ anos})\,(3{,}156\times10^{7}\text{ s/ano})$$
$$=6{,}15\times10^{26}\text{ kg}$$

e a fração perdida foi

$$\frac{\Delta M}{M+\Delta M}=\frac{6{,}15\times10^{26}\text{kg}}{2{,}0\times10^{30}\text{kg}+6{,}15\times10^{26}\text{kg}}=3{,}1\times10^{-4}.$$

38. Na Fig. 43-11, vamos fazer $Q_1 = 0{,}42$ MeV, $Q_2 = 1{,}02$ MeV, $Q_3 = 5{,}49$ MeV e $Q_4 = 12{,}86$ MeV. Para o ciclo próton-próton completo,

$$Q=2Q_1+2Q_2+2Q_3+Q_4$$
$$=2(0{,}42\text{ MeV}+1{,}02\text{ MeV}+5{,}49\text{ MeV})+12{,}86\text{ MeV}=26{,}7\text{ MeV}.$$

39. Se M_{He} é a massa do átomo de hélio e M_C é a massa do átomo de carbono, a energia liberada é

$$Q = (3M_{He} - M_C)c^2 = [3(4{,}0026\ u) - (12{,}0000\ u)](931{,}5\ MeV/u) = 7{,}27\ MeV.$$

Note que $3M_{He}$ inclui a massa de seis elétrons, e o mesmo acontece com M_C. Como as massas dos elétrons se cancelam, a diferença de massa calculada é a mesma que se fossem usadas as massas dos núcleos em vez das massas atômicas.

40. (a) Como foi visto no Módulo 43-5, em cada evento de fusão são consumidos quatro prótons e é liberada uma energia Q = 26,7 MeV. Para calcular quantos conjuntos de quatro prótons são consumidos, usamos a Eq. 42-21:

$$N_{4p} = \frac{M_{am}}{4M_H}N_A = \left[\frac{1000\,g}{4(1{,}0\,g/mol)}\right](6{,}02\times10^{23}/mol) = 1{,}5\times10^{26}$$

e a energia total liberada é

$$E = N_{4p}Q = (1{,}5\times10^{26})(26{,}7\ MeV) = 4{,}0\times10^{27}\ MeV.$$

(b) O número de núcleos de ^{235}U é

$$N_{235} = \left(\frac{1000\ g}{235\ g/mol}\right)(6{,}2\times10^{23}\ mol^{-1}) = 2{,}56\times10^{24}.$$

A energia liberada pela fissão de todos os núcleos de ^{235}U é

$$E = N_{235}Q = (2{,}56\times10^{22})(200\,MeV) = 5{,}1\times10^{26}\ MeV = 8{,}2\times10^{13}\ J.$$

Este resultado mostra que o processo de fusão produz mais energia por quilograma que o processo de fusão, embora a energia produzida por evento seja menor.

41. Como a massa do átomo de hélio é

$$(4{,}00\ u)(1{,}661\times10^{-27}\ kg/u) = 6{,}64\times10^{-27}\ kg,$$

o número de núcleos de hélio presentes inicialmente na estrela é

$$(4{,}6\times10^{32}\ kg)/(6{,}64\times10^{-27}\ kg) = 6{,}92\times10^{58}.$$

Como, para cada evento de fissão, são necessários três átomos de hélio, o número total de eventos de fusão é

$$N = 6{,}92\times10^{58}/3 = 2{,}31\times10^{58}.$$

Se Q é a energia liberada em cada evento e t é o tempo de conversão, a potência gerada é $P = NQ/t$. Explicitando t, obtemos

$$t = \frac{NQ}{P} = \frac{(2{,}31\times10^{58})(7{,}27\times10^{6}\ eV)(1{,}60\times10^{-19}\ J/eV)}{5{,}3\times10^{30}\ W} = 5{,}07\times10^{15}\ s$$
$$= 1{,}6\times10^{8}\ anos.$$

42. Vamos supor que a massa dos neutrinos pode ser desprezada. Naturalmente, a massa dos fótons é zero.

$$\begin{aligned} Q_1 &= (2m_p - m_{^2H} - m_e)c^2 = \left[2(m_{^1H} - m_e) - (m_{^2H} - m_e) - m_e\right]c^2 \\ &= \left[2(1{,}007825\,u) - 2{,}014102\,u - 2(0{,}0005486\,u)\right](931{,}5\ MeV/u) \\ &= 0{,}42\,MeV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Q_2 &= (m_{^2\mathrm{H}} + m_p - m_{^3\mathrm{H}})c^2 = \left[m_{^2\mathrm{H}} + (m_{^1\mathrm{H}} - m_e) - m_{^3\mathrm{H}}\right]c^2 \\ &= \left(2{,}014102\,\mathrm{u}\right) + \left(1{,}007825\,\mathrm{u} - 3{,}016029\,\mathrm{u}\right)\left(931{,}5\,\mathrm{MeV/u}\right) \\ &= 5{,}49\ \mathrm{MeV}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Q_3 &= (2m_{^3\mathrm{H}} - m_{^4\mathrm{H}} - 2m_p)c^2 = \left[2m_{^3\mathrm{H}} - m_{^4\mathrm{H}} - 2(m_{^1\mathrm{H}} - m_e)\right]c^2 \\ &= \left[2(3{,}016029\,\mathrm{u}) - 4{,}002603\,\mathrm{u} - 2(1{,}007825\,\mathrm{u})\right]\left(931{,}5\ \mathrm{MeV/u}\right) \\ &= 12{,}86\,\mathrm{MeV}.\end{aligned}$$

43. (a) A energia liberada é

$$\begin{aligned}Q &= (5m_{^2\mathrm{H}} - m_{^3\mathrm{He}} - m_{^4\mathrm{He}} - m_{^1\mathrm{H}} - 2m_n)c^2 \\ &= \left[5(2{,}014102\,\mathrm{u}) - 3{,}016029\,\mathrm{u} - 4{,}002603\,\mathrm{u} - 1{,}007825\,\mathrm{u} - 2(1{,}008665\,\mathrm{u})\right]\left(931{,}5\,\mathrm{MeV/u}\right) \\ &= 24{,}9\,\mathrm{MeV}.\end{aligned}$$

(b) Supondo que 30,0% do deutério sofre fusão, a energia total liberada é

$$E = NQ = \left(\frac{0{,}300\,M}{5m_{^2\mathrm{H}}}\right)Q.$$

Assim, o poder explosivo (veja o Problema 43-16) da parte de fusão da bomba é

$$\begin{aligned}R &= \frac{E}{2{,}6\times10^{28}\ \mathrm{MeV/megaton\ \ de\ TNT}} \\ &= \frac{(0{,}300)(500\,\mathrm{kg})(24{,}9\,\mathrm{MeV})}{5(2{,}0\,\mathrm{u})(1{,}66\times10^{-27}\ \mathrm{kg/u})(2{,}6\times10^{28}\ \mathrm{MeV/megaton\ de\ TNT})} \\ &= 8{,}65\,\mathrm{megatons\ de\,TNT}.\end{aligned}$$

44. Como, de acordo com o enunciado, a massa de hidrogênio na parte central do Sol é $M_\mathrm{H} = 0{,}35M_\mathrm{Sol}/8$, o tempo necessário para que todo o hidrogênio seja consumido é

$$t = \frac{M_\mathrm{H}}{dm/dt} = \frac{(0{,}35)(2{,}0\times10^{30}\ \mathrm{kg})(1/8)}{(6{,}2\times10^{11}\ \mathrm{kg/s})(3{,}15\times10^{7}\ \mathrm{s/ano})} = 5\times10^{9}\ \mathrm{anos}.$$

45. (a) Como são produzidos dois neutrinos por ciclo próton-próton (veja a Eq. 43-10), a taxa de produção de neutrinos, R_ν, é dada por

$$R_\nu = \frac{2P}{Q} = \frac{2(3{,}9\times10^{26}\ \mathrm{W})}{(26{,}7\,\mathrm{MeV})(1{,}6\times10^{-13}\ \mathrm{J/MeV})} = 1{,}8\times10^{38}\ \mathrm{s}^{-1}.$$

(b) Se d_{TS} é a distância entre a Terra e o Sol, e R_T é o raio da Terra, o número de neutrinos interceptados pela Terra por segundo é

$$R_{\nu,\,\mathrm{Terra}} = R_\nu\left(\frac{\pi R_T^2}{4\pi d_{TS}^2}\right) = \left(\frac{1{,}8\times10^{38}\ \mathrm{s}^{-1}}{4}\right)\left(\frac{6{,}4\times10^{6}\ \mathrm{m}}{1{,}5\times10^{11}\ \mathrm{m}}\right)^2 = 8{,}2\times10^{28}\ \mathrm{s}^{-1}.$$

46. (a) Os produtos do ciclo do carbono são $2e^+ + 2_\nu + {}^4\mathrm{He}$, os mesmos do ciclo próton-próton (veja a Eq. 43-10). A diferença no número de fótons não é significativa.

(b) Temos

$$\begin{aligned}Q_{\text{carbono}} &= Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_6 \\ &= (1{,}95 \times 1{,}19 + 7{,}55 + 7{,}30 + 1{,}73 + 4{,}97)\,\text{MeV} \\ &= 24{,}7\,\text{MeV},\end{aligned}$$

que é igual à energia produzida pelo ciclo próton-próton, uma vez subtraída a energia gerada pelas aniquilações elétron-pósitron (veja a Fig. 43-11):

$$Q_{p\text{-}p} = 26{,}7\ \text{MeV} - 2(1{,}02\ \text{MeV}) = 24{,}7\ \text{MeV}.$$

47. PENSE A energia liberada pela queima de 1 kg de carbono é $3{,}3 \times 10^7$ J.

FORMULE Como a massa do átomo de carbono é $(12{,}0\ \text{u})(1{,}661 \times 10^{-27}\ \text{kg/u}) = 1{,}99 \times 10^{-26}$ kg, o número de átomos de carbono em 1,00 kg de carbono é

$$(1{,}00\ \text{kg})/(1{,}99 \times 10^{-26}\ \text{kg}) = 5{,}02 \times 10^{25}.$$

ANALISE (a) O calor de combustão por átomo é

$$(3{,}3 \times 10^7\ \text{J/kg})/(5{,}02 \times 10^{25}\ \text{átomo/kg}) = 6{,}58 \times 10^{-19}\ \text{J/átomo}.$$

(b) Como, em cada evento de combustão, dois átomos de oxigênio se combinam com um átomo de carbono, a massa total envolvida é $2(16{,}0\ \text{u}) + (12{,}0\ \text{u}) = 44$ u. Isso corresponde a

$$(44\ \text{u})(1{,}661 \times 10^{-27}\ \text{kg/u}) = 7{,}31 \times 10^{-26}\ \text{kg}.$$

Como cada evento de combustão produz $6{,}58 \times 10^{-19}$ J, a energia produzida por unidade de massa dos reagentes é $(6{,}58 \times 10^{-19}\ \text{J})/(7{,}31 \times 10^{-26}\ \text{kg}) = 9{,}00 \times 10^6$ J/kg.

(c) Se o Sol fosse feito de carbono e oxigênio nas proporções adequadas para uma queima completa, o número de eventos de combustão que poderiam ocorrer antes que o combustível se esgotasse seria

$$(2{,}0 \times 10^{30}\ \text{kg})/(7{,}31 \times 10^{-26}\ \text{kg}) = 2{,}74 \times 10^{55}.$$

A energia total liberada seria

$$E = (2{,}74 \times 10^{55})(6{,}58 \times 10^{-19}\ \text{J}) = 1{,}80 \times 10^{37}\ \text{J}.$$

Chamando de P a potência desenvolvida pelo Sol, o tempo necessário para queimar todo o combustível seria

$$t = \frac{E}{P} = \frac{1{,}80 \times 10^{37}\ \text{J}}{3{,}9 \times 10^{26}\ \text{W}} = 4{,}62 \times 10^{10}\ \text{s} = 1{,}46 \times 10^3\ \text{anos}.$$

APRENDA O Sol não queima carbono; a energia irradiada pelo Sol é resultado da fusão de núcleos de hidrogênio para formar núcleos de hélio. O processo de fusão termonuclear é tão eficiente que permite que o Sol irradie energia à taxa de $3{,}9 \times 10^{26}$ W por bilhões de anos.

48. No caso da Eq. 43-13,

$$\begin{aligned}Q &= \left(2m_{^2\text{H}} - m_{^3\text{He}} - m_n\right)c^2 = \left[2(2{,}014102\,\text{u}) - 3{,}016049\,\text{u} - 1{,}008665\,\text{u}\right](931{,}5\,\text{MeV/u}) \\ &= 3{,}27\,\text{MeV}.\end{aligned}$$

No caso da Eq. 43-14,

$$\begin{aligned}Q &= \left(2m_{^2\text{H}} - m_{^3\text{He}} - m_n\right)c^2 = \left[2(2{,}014102\,\text{u}) - 3{,}016049\,\text{u} - 1{,}007825\,\text{u}\right](931{,}5\,\text{MeV/u}) \\ &= 4{,}03\,\text{MeV}.\end{aligned}$$

No caso da Eq. 43-15,

$$
\begin{aligned}
Q &= \left(m_{^2\mathrm{H}} + m_{^3\mathrm{H}} - m_{^4\mathrm{He}} - m_n\right)c^2 \\
&= \left[2{,}014102\,\mathrm{u} + 3{,}016049\,\mathrm{u} - 4{,}002603\,\mathrm{u} - 1{,}008665\,\mathrm{u}\right](931{,}5\,\mathrm{MeV/u}) \\
&= 17{,}59\ \mathrm{MeV}.
\end{aligned}
$$

49. Como 1,00 L de água tem massa de 1,00 kg, a massa de água pesada em 1,00 L é $0{,}0150 \times 10^{-2}$ kg = $1{,}50 \times 10^{-4}$ kg. Como uma molécula de água pesada contém um átomo de oxigênio, um átomo de hidrogênio e um átomo de deutério, a massa da molécula é

$$
\begin{aligned}
M &= (16{,}0\ \mathrm{u} + 1{,}00\ \mathrm{u} + 2{,}00\ \mathrm{u}) = 19{,}0\ \mathrm{u} = (19{,}0\ \mathrm{u})(1{,}661 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg/u}) \\
&= 3{,}16 \times 10^{-26}\ \mathrm{kg}.
\end{aligned}
$$

Assim, o número de moléculas de água pesada em um litro de água é

$$N = \frac{1{,}50 \times 10^{-4}\ \mathrm{kg}}{3{,}16 \times 10^{-26}\ \mathrm{kg}} = 4{,}75 \times 10^{21}\ \text{moléculas.}$$

Como são necessários dois núcleos de deutério para cada evento de fusão, o número total de eventos de fusão é $N' = N/2 = (4{,}75 \times 10^{21})/2 = 2{,}38 \times 10^{21}$. A energia liberada por evento é

$$Q = (3{,}27 \times 10^{6}\ \mathrm{eV})(1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{J/eV}) = 5{,}23 \times 10^{-13}\ \mathrm{J}.$$

Se todos os eventos ocorrem em um intervalo de um dia, a potência gerada é

$$P = \frac{NQ}{t} = \frac{(2{,}38 \times 10^{21})(5{,}23 \times 10^{-13}\ \mathrm{J})}{(1\ \mathrm{d})(8{,}64 \times 10^{4}\ \mathrm{s/d})} = 1{,}44 \times 10^{4}\ \mathrm{W} = 14{,}4\,\mathrm{kW}.$$

50. (a) Como $E = NQ = (M_{\mathrm{am}}/4m_p)Q$, a energia por quilograma de hidrogênio consumido é

$$\frac{E}{M_{\mathrm{am}}} = \frac{Q}{4m_p} = \frac{(26{,}2\,\mathrm{MeV})(1{,}60 \times 10^{-13}\ \mathrm{J/MeV})}{4(1{,}67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})} = 6{,}3 \times 10^{14}\ \mathrm{J/kg}.$$

(b) Como um watt corresponde a um joule por segundo, a taxa de perda de hidrogênio é

$$\frac{dm}{dt} = \frac{3{,}9 \times 10^{26}\ \mathrm{W}}{6{,}3 \times 10^{14}\ \mathrm{J/kg}} = 6{,}2 \times 10^{11}\ \mathrm{kg/s}.$$

O cálculo do Exemplo 43.04 "Consumo de hidrogênio no Sol", leva ao mesmo resultado.

(c) Como, de acordo com a relação de Einstein, $E = Mc^2$, $P = dE/dt = c^2 dM/dt$, o que nos dá

$$\frac{dM}{dt} = \frac{P}{c^2} = \frac{3{,}9 \times 10^{26}\ \mathrm{W}}{(3{,}0 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s})^2} = 4{,}3 \times 10^{9}\ \mathrm{kg/s}.$$

(d) A diferença entre dm/dt e dM/dt, com $dm/dt > dM/dt$, se deve principalmente ao fato de que a maior parte da massa dos prótons consumidos na reação de fusão permanece no Sol, na forma de hélio.

(e) O tempo que o Sol levará para perder 0,10% da massa total é

$$t = \frac{0{,}0010M}{dM/dt} = \frac{(0{,}0010)(2{,}0 \times 10^{30}\ \mathrm{kg})}{(4{,}3 \times 10^{9}\ \mathrm{kg/s})(3{,}15 \times 10^{7}\ \mathrm{s/ano})} = 1{,}5 \times 10^{10}\ \text{anos.}$$

51. Como $Z = 94$ para o plutônio e $Z = 92$ para o urânio, a lei de conservação da carga exige que dois elétrons sejam emitidos para que a carga do núcleo sofra um aumento de $2e$. Nos processos de decaimento beta descritos no Capítulo 42, elétrons e neutrinos são emitidos. As reações são as seguintes:

$$^{238}\mathrm{U} + \mathrm{n} \to {}^{239}\mathrm{Np} + {}^{239}\mathrm{U} + e + \nu$$
$$^{239}\mathrm{Np} \to {}^{239}\mathrm{Pu} + e + \nu$$

52. A lei de conservação da energia nos dá $Q = K_\alpha + K_\mathrm{n}$ e a lei de conservação do momento (supondo que a velocidade inicial das duas partículas é desprezível em presença das outras energias envolvidas) nos dá $|p_\alpha| = |p_\mathrm{n}|$. Podemos usar a expressão clássica para relacionar a energia cinética ao momento:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m},$$

o que nos dá $K_\mathrm{n} = (m_\alpha/m_\mathrm{n})K_\alpha$.

(a) Combinando as equações de conservação da energia e do momento, obtemos

$$K_\alpha = \frac{Q}{1+(m_\alpha/m_\mathrm{n})} = \frac{17{,}59\,\mathrm{MeV}}{1+(4{,}0015\,\mathrm{u}/1{,}008665\,\mathrm{u})} = 3{,}541\,\mathrm{MeV},$$

em que a massa da partícula alfa foi calculada subtraindo a massa de dois elétrons da massa do átomo de ^{4}He.

(b) $K_\mathrm{n} = Q - K_\alpha = 14{,}05$ MeV.

53. De acordo com a Eq. 19-24,

$$K_{\text{méd}} = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}(8{,}62\times10^{-5}\ \mathrm{eV/K})(300\ \mathrm{K}) \approx 0{,}04\ \mathrm{eV}.$$

54. A massa de ^{235}U na amostra, supondo que "3%" se refere à porcentagem em massa, e não em número de átomos, é dada por

$$\begin{aligned} M_{235} &= (3{,}0\%)M_{\mathrm{am}}\left(\frac{(97\%)m_{238}+(3{,}0\%)m_{235}}{(97\%)m_{238}+(3{,}0\%)m_{235}+2m_{16}}\right) \\ &= (0{,}030)(1000\ \mathrm{g})\left(\frac{0{,}97(238)+0{,}030(235)}{0{,}97(238)+0{,}030(235)+2(16{,}0)}\right) \\ &= 26{,}4\ \mathrm{g}. \end{aligned}$$

O número de núcleos de ^{235}U é

$$N_{235} = \frac{(26{,}4\ \mathrm{g})(6{,}02\times10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1})}{235\ \mathrm{g/mol}} = 6{,}77\times10^{22}.$$

De acordo com a Eq. 43-6, se todos os núcleos de ^{235}U sofrerem fissão, a energia liberada será

$$N_{235}Q_{\text{fissão}} = (6{,}77\times10^{22})(200\ \mathrm{MeV}) = 1{,}35\times10^{25}\ \mathrm{MeV} = 2{,}17\times10^{12}\ \mathrm{J}.$$

O tempo durante o qual esta energia poderia manter acesa uma lâmpada de 100 W é

$$t = \frac{2{,}17\times10^{12}\ \mathrm{J}}{(100\ \mathrm{W})(3{,}15\times10^{7}\ \mathrm{s/ano})} \approx 690\ \text{anos}.$$

Se, em vez de usar o valor $Q = 200$ MeV da Eq. 43.6, tivéssemos usado o valor $Q = 208$ MeV calculado no Exemplo 43.01 "Valor de Q para a fissão de urânio 235", obteríamos um tempo de 715 anos, de modo que talvez seja mais razoável apresentar o resultado com apenas um algarismo significativo, como $t \approx 700$ anos.

55. (a) Como $\rho_H = 0{,}35\rho = n_p m_p$, o número de prótons por unidade de volume é

$$n_p = \frac{0{,}35\rho}{m_p} = \frac{(0{,}35)(1{,}5\times10^5\ \text{kg/m}^3)}{1{,}67\times10^{-27}\,\text{kg}} = 3{,}1\times10^{31}\,\text{m}^{-3}.$$

(b) De acordo com a Eq. 19-9, para um gás nas CNTP,

$$\frac{N}{V} = \frac{p}{kT} = \frac{1{,}01\times10^5\ \text{Pa}}{(1{,}38\times10^{-23}\ \text{J/K})(273\,\text{K})} = 2{,}68\times10^{25}\ \text{m}^{-3}.$$

Assim,

$$\frac{n_p}{N/V} = \frac{3{,}14\times10^{31}\ \text{m}^{-3}}{2{,}44\times10^{25}\ \text{m}^{-3}} = 1{,}2\times10^6.$$

56. (a) Em vez de usar $P(v)$ na forma da Eq. 19-27, vamos usar a expressão mais conveniente $n(K)$ do Problema 43-34, que pode ser demonstrada a partir da Eq. 19-27. Para determinar a energia mais provável, derivamos $n(K)$ em relação a K e igualamos o resultado a zero:

$$\left.\frac{dn(K)}{dK}\right|_{K=K_p} = \left.\frac{1{,}13n}{(kT)^{3/2}}\left(\frac{1}{2K^{1/2}} - \frac{K^{3/2}}{kT}\right)e^{-K/kT}\right|_{K=K_p} = 0,$$

o que nos dá $K_p = kT/2$. Para $T = 1{,}5 \times 10^7$ K, temos

$$K_p = \frac{1}{2}kT = \frac{1}{2}(8{,}62\times10^{-5}\ \text{eV/K})(1{,}5\times10^7\ \text{K}) = 0{,}65\ \text{eV},$$

em boa concordância com a Fig. 43-10.

(b) De acordo com a Eq. 19-35, $v_p = \sqrt{2RT/M}$, em que M é a massa molar. Como a massa molar está relacionada à massa das moléculas do gás pela equação $M = mN_A$, em que N_A é o número de Avogadro, e a constante dos gases perfeitos R está relacionada à constante de Boltzmann k através da Eq. 19-7, que pode ser escrita na forma $R = kN_A$, temos

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kN_AT}{mN_A}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

Para $T = 1{,}5 \times 10^7$ K e $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg, a equação anterior nos dá $v_p = 5{,}0 \times 10^5$ m/s.

(c) A energia cinética correspondente é

$$K_{v,p} = \frac{1}{2}mv_p^2 = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{2kT}{m}}\right)^2 = kT,$$

que é o dobro do valor calculado no item (a). Assim, para $T = 1{,}5 \times 10^7$ K, temos $K_{v,p} = 1{,}3$ keV, que está indicada na Fig. 43-10 por uma reta vertical.

57. (a) A massa de cada esfera de deutério-trítio é

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3\rho = \frac{4}{3}\pi(20\times10^{-6}\text{m})^3(200\ \text{kg/m}^3) = 6{,}7\times10^{-12}\,\text{kg}.$$

Como o número de dêuterons é igual ao número de trítons,

$$N_{^2\text{H}} = N_{^3\text{H}} = \frac{mN_A}{M_{^2\text{H}} + M_{^3\text{H}}} = \frac{(6{,}7\times10^{-12}\,\text{kg})(6{,}02\times10^{23})}{(0{,}020\ \text{kg}) + (0{,}030\ \text{kg})} = 8{,}07\times10^{14}.$$

Se cada reação de fusão libera 17,59 MeV de energia com 10% de eficiência, a energia total liberada por uma esfera é

$$E = (0{,}10)(8{,}07\times 10^{14})(17{,}59\text{ MeV}) = 1{,}42\times 10^{15}\text{ MeV} = 227\text{ J}$$

(b) Como 1,0 kg de TNT libera uma energia de 4,6 MJ, a energia equivalente em kg de TNT é

$$m = \frac{227\text{ J}}{4{,}6\times 10^{6}\text{ J}} = 4{,}93\times 10^{-5}\text{ kg}.$$

(c) A potência desenvolvida pelo reator é

$$P = \left(\frac{dN}{dt}\right)E = (100/\text{s})(227\text{ J}) = 2{,}3\times 10^{4}\text{ W}.$$

58. (a) Equação 19-35 permite calcular a velocidade mais provável a partir da massa molar M e da temperatura T: $v_p = \sqrt{2RT/M}$. Para $T = 1 \times 10^8$ K e $M = 2{,}0 \times 10^{-3}$ kg/mol, temos

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2(8{,}314\text{ J/mol}\cdot\text{K})(108\text{ K})}{2{,}0\times 10^{-3}\text{ kg}}} = 9{,}1\times 10^{5}\text{ m/s}.$$

(b) A distância percorrida é $r = v_p\Delta t = (9{,}1 \times 10^5\text{ m/s})(1 \times 10^{-12}\text{ s}) = 9{,}1 \times 10^{-7}$ m.