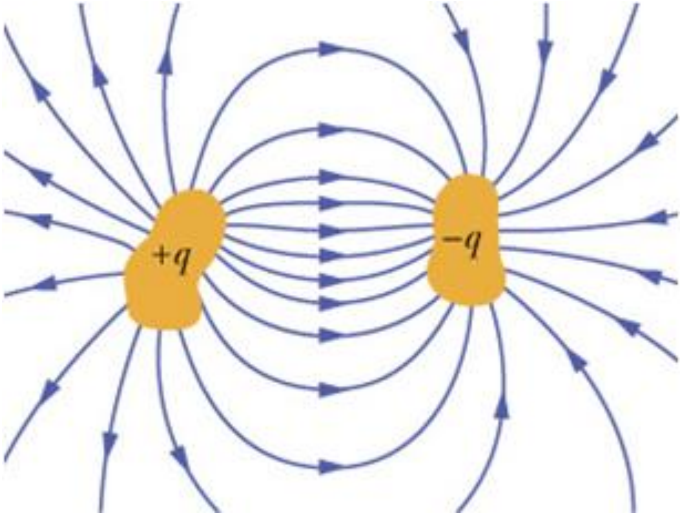
Capítulo 4 CAPACITÂNCIA

Neste capítulo abordaremos os seguintes tópicos:

- **Definição de Capacitância**
- **Cálculo da Capacitância**
- **Capacitores em Paralelo e em Série**
- **Energia Armazenada no Campo Elétrico**

CAPACITÂNCIA



Na figura ao lado, vemos dois condutores isolados entre si e isolados do ambiente, com cargas de mesmo módulo, mas de sinais opostos. Um conjunto deste tipo é chamado de *capacitor*.

Os condutores são chamados de *placas*, independente de seu formato, e chamamos de *carga* o valor absoluto das cargas nas placas do capacitor. Como mostrado na figura acima, as cargas nas placas do capacitor criam um campo elétrico nas vizinhanças.

As placas condutoras são superfícies equipotenciais e existe uma diferença de potencial (ddp) entre as duas placas, representada por V.

A carga *q* e a diferença de potencial *V* são proporcionais:

$$\boxed{q = CV}$$

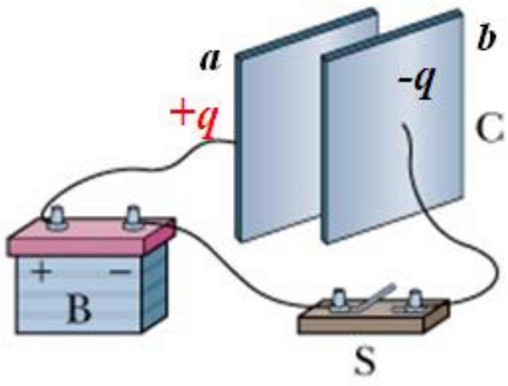
Onde a constante de proporcionalidade é a *capacitância* do capacitor. O valor dessa constante depende de fatores geométricos das placas, mas não depende da carga e nem da diferença de potencial entre as placas.

No SI a unidade de capacitância é:

1 farad (1 F) = 1 C/V

Carregando um capacitor

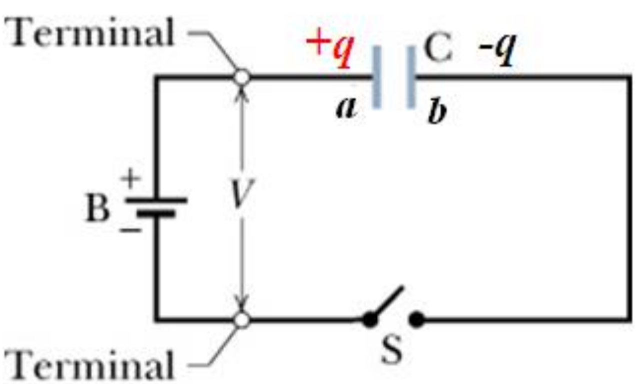
Podemos carregar um capacitor usando um *circuito elétrico* como o da figura (*a*) a seguir, no qual cada placa do capacitor é ligada a um dos terminais de uma bateria. Na figura (*b*) vemos a representação esquemática do circuito.



(*a*)

Circuito: é um caminho fechado que pode ser percorrido por uma *corrente elétrica*.

Bateria: dispositivo que mantém uma ddp entre os seus terminais.



(*b*)

Terminais da bateria: ponto de entrada ou de saída de cargas da bateria. O terminal positivo (+) tem potencial mais alto do que o terminal negativo (-).

Cálculo da Capacitância

A capacitância depende da geometria das placas condutoras, ou seja, de sua forma, tamanho e posição relativa de uma das placas com respeito à outra. Para obter o valor da capacitância devemos:

- **Assumir que as placas tem cargas +*q* e –*q*;**
- **Usar a Lei de Gauss para calcular o campo elétrico entre as placas:**

$$\boxed{\varepsilon_o \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{env}}$$

- **Determinar a *ddp* entre as placas usando a definição**

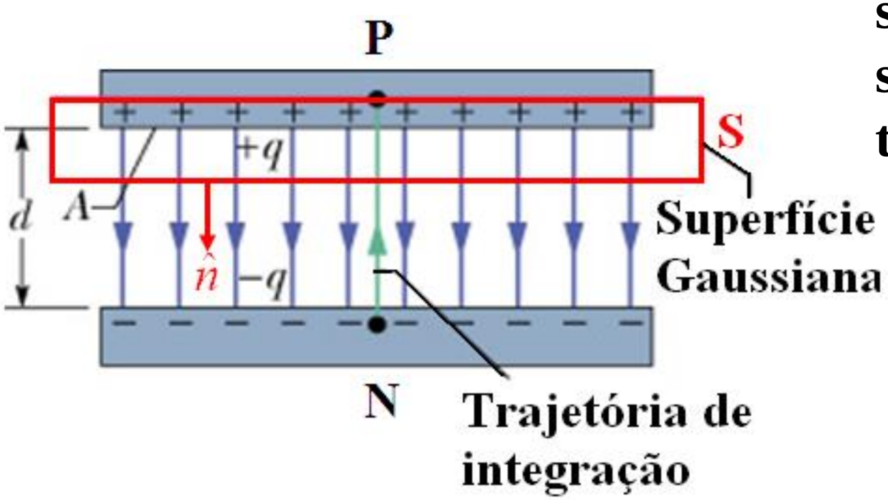
$$\boxed{V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

em uma trajetória que conecte as duas placas;

- **Calcular a capacitância com a equação:**

$$\boxed{C = q/V}$$

Capacitor de placas paralelas



As placas do capacitor tem área *A* e são separadas pela distância *d*. A placa superior tem carga +*q* e a placa inferior tem carga –*q*.

Aplicamos a lei de Gauss usando a superfície gaussiana S mostrada na figura:

$$\Phi = EA\cos 0 = EA.$$

Da lei de Gauss obtemos: $$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_o} \rightarrow EA = \frac{q}{\varepsilon_o} \rightarrow E = \frac{q}{A\varepsilon_o}$$

A diferença de potencial entre as placas do capacitor é dada por:

$$V = \int_{-}^{+} Eds\cos 0 = E\int_{-}^{+} ds = Ed = \frac{qd}{A\varepsilon_o}$$

E a capacitância: $$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{qd/A\varepsilon_o} = \frac{A\varepsilon_o}{d}$$

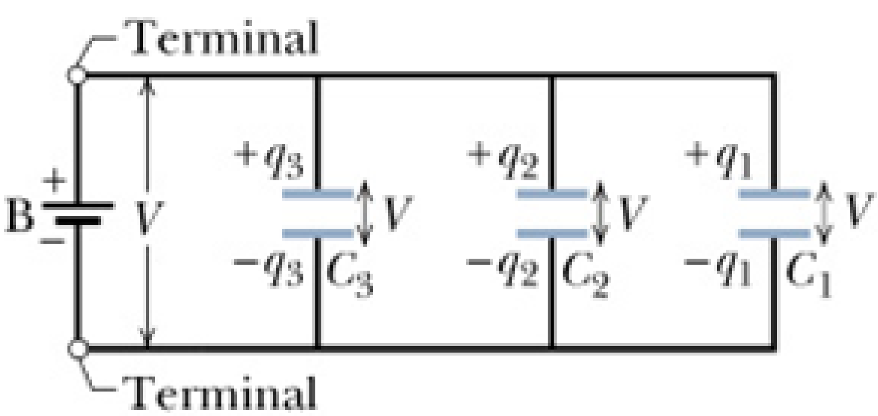
$$\boxed{C = \frac{A\varepsilon_o}{d}}$$

Capacitores em Série e em Paralelo

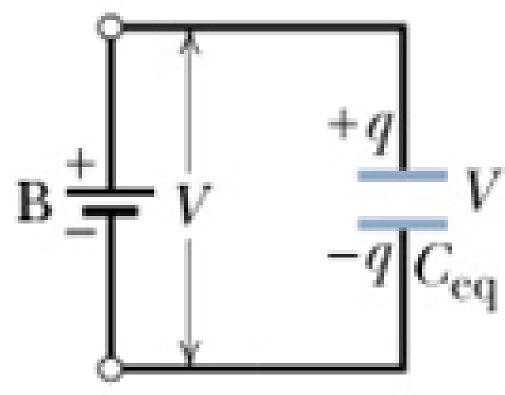
Capacitores em paralelo

Na figura *(a)* abaixo vemos um circuito com três capacitores ligados *em paralelo* à uma bateria B. Neste tipo de circuito, cada placa de um capacitor é ligada à uma das placas de outro capacitor, o que significa que a *ddp* entre as placas de um dos capacitores é a mesma *ddp* entre as placas de todos os outros capacitores.

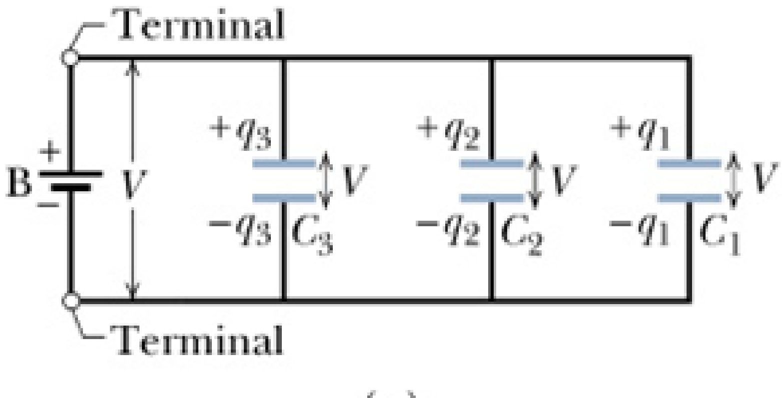
Na figura *(b)* substituímos os três capacitores por um único capacitor, o capacitor equivalente (C_{eq}), que *é eletricamente* equivalente ao conjunto.

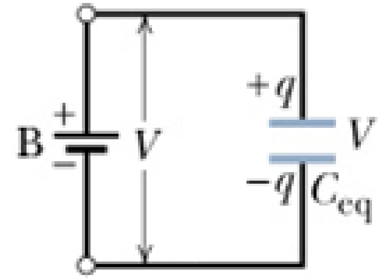


(a)



(b)





Da figura *(a)* temos: $q_1 = C_1V$, $q_2 = C_2V$ *e* $q_3 = C_3V$

E a carga total dos capacitores é: $q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)\, V$

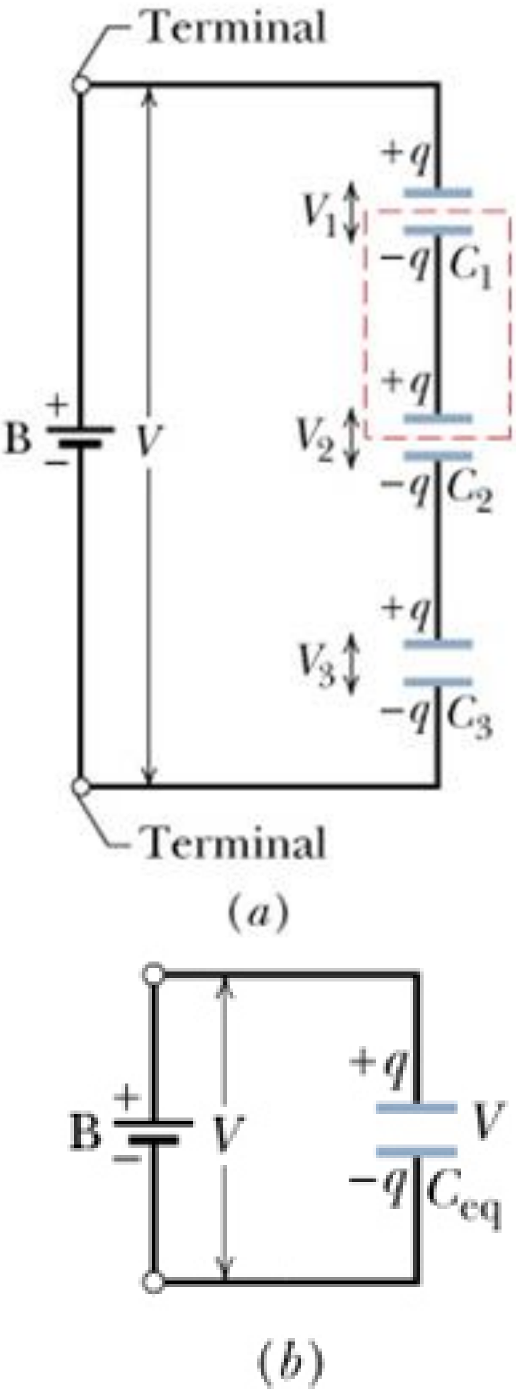
No capacitor equivalente da figura *(b)* teremos: $q = C_{eq}V$

Igualando as duas equações anteriores:

$$C_{eq} = (C_1 + C_2 + C_3)$$

Generalizando para *n* capacitores em paralelo, a capacitância equivalente será:

$$\boxed{C_{eq} = \sum_{i=1}^{n} C_i}$$



Capacitores em série

Da figura *(a)* temos: $q = C_1V_1, \quad q = C_2V_2 \;\; e \;\; q = C_3V_3$

E a *ddp V* é dada por: $V = V_1 + V_2 + V_3$

$$V = q/C_1 + q/C_2 + q/C_3$$

No capacitor equivalente da figura *(b)* teremos:

$$V = q/C_{eq}$$

Igualando as duas equações anteriores:

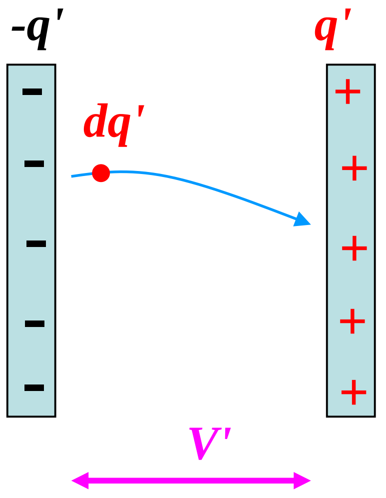
$$1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3$$

Generalizando para *n* capacitores em paralelo, a capacitância equivalente será:

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}$$

ENERGIA ARMAZENADA EM UM CAMPO ELÉTRICO

Considere um capacitor C que tem uma carga q'. Podemos calcular o trabalho W necessário para carregar o capacitor, assumindo que transferimos uma carga igual a dq' da placa negativa para a placa positiva. A ddp no capacitor é igual a V'.



O trabalho necessário para a transferência da carga dq' é dW, onde:

$$dW = V'dq' = \frac{q'}{C}dq'$$

Carregamos o capacitor até que a carga seja igual à q. O trabalho total é:

$$W = \int V'dq' = \frac{1}{C}\int_0^q q'dq' = \frac{1}{C}\left[\frac{q'^2}{2}\right]_0^q = \frac{q^2}{2C}$$

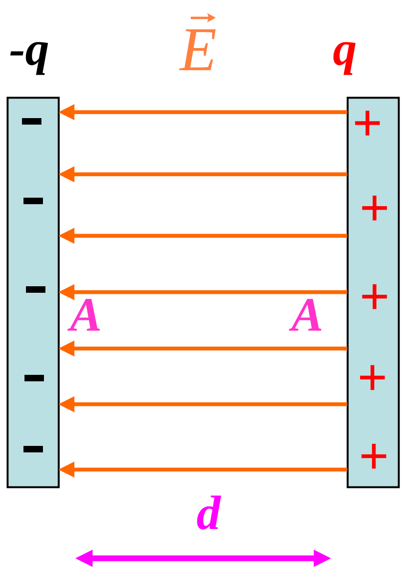
O trabalho é armazenado na forma de energia potencial U no capacitor, então:

$$U = \frac{q^2}{2C}$$

Densidade de Energia *u*

É definida como a energia potencial elétrica por unidade de volume no espaço entre as placas de um capacitor. Desprezando-se os efeitos de borda, o campo elétrico entre as placas de um capacitor de placas planas e paralelas é uniforme. O mesmo se aplica à densidade de energia *u*, que também pode ser considerada como uniforme.

Da definição, $u = \dfrac{U}{V}$ **e o volume entre as placas do capacitor é** $V = Ad$, **onde** A **é a área das placas. Então, a densidade de energia é dada por:**



$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{CV^2}{2Ad} = \varepsilon_o \frac{A}{d}\,\frac{V^2}{2Ad} = \frac{\varepsilon_o}{2}\left(\frac{V}{d}\right)^2$$

$$\boxed{u = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2}$$

Unidade no SI: J/m^3
Joule/(metro)^3