Universidade do Estado do Rio de Janeiro.
Instituto de Matemática e Estatística.
Disciplina: Cálculo IV.
Código: 01-10828
Professor: Ditter Adolfo Yataco Tasayco.

1ª Lista de Exercícios

1) Determine se a sequência converge ou diverge. Se ela convergir, encontre o limite.

(a) $a_n = \dfrac{3+5n^2}{n+n^2}$.
(b) $a_n = \dfrac{n}{1+\sqrt{n}}$.
(c) $a_n = \dfrac{3^{n+2}}{5^n}$.
(d) $a_n = \tan\left(\dfrac{2n\pi}{1+8n}\right)$.
(e) $a_n = \dfrac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}$.
(f) $a_n = \dfrac{(-1)^n n^3}{n^3+2n^2+1}$.
(g) $a_n = \dfrac{e^n+e^{-n}}{e^{2n}-1}$.
(h) $a_n = \left(1+\dfrac{2}{n}\right)^n$.
(i) $a_n = \dfrac{\operatorname{sen}(2n)}{1+\sqrt{n}}$.

2) Determine se a sequência dada é crescente, decrescente ou monótona. A sequência é limitada?

(a) $a_n = (-2)^{n+1}$.
(b) $a_n = \dfrac{2n-3}{3n+4}$.
(c) $a_n = n(-1)^n$.
(d) $a_n = ne^{-n}$.
(e) $a_n = \dfrac{n}{n^2+1}$.
(f) $a_n = 1+\dfrac{1}{n}$.

3) (a) Para quais valores de r, a sequência dada por $a_n = nr^n$, é convergente?

(b) Mostre que a sequência dada por

$$\left(\sqrt{2}, \sqrt{2\sqrt{2}}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}, \dots\right)$$

é convergente e calcule seu limite.

(c) Mostre que a sequência $(a_n)_{n\geq 1}$ dada por $a_1 = \sqrt{2}$, $a_{n+1} = \sqrt{2+a_n}$ é crescente e limitada superiormente por 3. Conclua que é convergente e calcule seu limite.

4) Determine se a série é convergente ou divergente. Se for convergente, calcule sua soma

(a) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{(-3)^{n+1}}{4^n}$.
(b) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{e^n}{3^{n-1}}$.
(c) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{n}{n+5}$.
(d) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \left(\frac{1}{e^n}+\frac{1}{n(n+1)}\right)$.
(e) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{n+1}{2n-3}$.
(f) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{2}{n(n+3)}$.

5) Encontre os valores de x para os quais a série converge. Calcule a soma para tais valores

(a) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{x^n}{3^n}$.
(b) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} (x-4)^n$.
(c) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{\cos^n x}{2^n}$.
(d) $\displaystyle\sum_{n\geq 0} \frac{(x+3)^n}{2^n}$.

6) Use o teste da integral para determinar se a série é convergente ou divergente.

(a) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^4}$. (b) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{\sqrt[4]{n}}$. (c) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{(2n+1)^3}$.

(d) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{\sqrt{n+4}}$. (e) $\sum_{n\geq 1} ne^{-n}$. (f) $\sum_{n\geq 1} \frac{n+2}{n+1}$.

7) Use o Teste de Comparação ou Teste de Comparação no limite para determinar se a série converge ou diverge.

(a) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^2+n+1}$. (b) $\sum_{n\geq 1} \left(1+\frac{1}{n}\right)^2 e^{-n}$. (c) $\sum_{n\geq 1} \frac{1+n+n^2}{\sqrt{1+n^2+n^6}}$.

(d) $\sum_{n\geq 1} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)$. (e) $\sum_{n\geq 1} \frac{n+5}{\sqrt[3]{n^7+n^2}}$. (f) $\sum_{n\geq 1} \frac{\operatorname{sen}^2(n)}{n\sqrt{n}}$.

8) Teste a série quanto a convergência ou divergência.

(a) $\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$. (b) $\sum_{n\geq 1} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{1+2\sqrt{n}}$. (c) $\sum_{n\geq 1} (-1)^n \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{n}\right)$.

(d) $\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{n^3+2}}$. (e) $\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^n n^n}{n!}$. (f) $\sum_{n\geq 1} (-1)^n \frac{n}{2^n}$.