

2015 – 2
Lista de exercícios nº 3

1) Considere o seguinte conjunto de restrições:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 7 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 &\geq 10 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

Resolva o problema para cada uma das seguintes f.o. utilizando o método duas fases :

- a) $\text{Max } z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3$
- b) $\text{Min } z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3$
- c) $\text{Max } z = x_1 + 2x_2 + x_3$

2) Resolva a fase I do PPL abaixo e mostre que este problema é inviável

$$\begin{aligned}\text{Max } z &= 2x_1 + 5x_2 \\ \text{s. a. } 3x_1 + 2x_2 &\geq 6 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

3) Considere o seguinte modelo de PL:

$$\begin{aligned}\text{Maximizar } z &= 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a. } 4x_1 - x_2 &\leq 8 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 12 \\ 4x_1 + x_2 &\leq 8 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

- a) Mostre que as iterações no método simplex são temporariamente degeneradas.
- b) Resolva o problema também pelo método gráfico.

4) Para o seguinte modelo de PL, identifique três soluções básicas ótimas alternativas e depois escreva uma expressão geral para todas as soluções ótimas alternativas que compreenda as três soluções encontradas.

$$\begin{aligned}\text{Max } z &= x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s. a. } x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\leq 10 \\ x_1 + x_2 &\leq 5 \\ x_1 &\leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

OBS: embora o problema possua mais do que três soluções básicas ótimas alternativas, você só precisa identificar 3 delas.

5) Considere o seguinte modelo de PL:

$$\text{Maximizar } z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{s.a. } x_1 - x_2 \leq 10$$

$$2x_1 \leq 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Este modelo foi utilizado em sala como exemplo para o caso especial em que a função objetivo é ilimitada. Na ocasião, foi mostrado que x_2 não poderia entrar na base já na primeira iteração. Mostre que, mesmo começando por x_1 entrando na base, em algum momento será possível perceber que a f.o. é ilimitada.

6) Considere o seguinte modelo:

$$\text{Max } z = 20x_1 + 10x_2 + 3x_3$$

$$\text{s. a. } 3x_1 - 3x_2 + 5x_3 \leq 50$$

$$x_1 + x_3 \leq 10$$

$$x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 20$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- Pela inspeção das restrições, determine em qual direção (x_1 , x_2 ou x_3) a região de soluções é ilimitada.
- Sem mais cálculos, o que podemos concluir em relação ao valor ótimo da f.o.?

7) Uma empresa produz dois produtos A e B. As receitas unitárias de são \$2 e \$3 respectivamente. A disponibilidade das duas matérias primas, M1 e M2, usadas na fabricação dos dois produtos é 8 e 18 unidades respectivamente. Uma unidade de A usa duas unidades de M1 e duas unidades de M2, e uma unidade de B usa três unidades de M1 e seis unidades de M2.

- Determine os preços duais de M1 e M2 bem como suas faixas de viabilidade.
- Suponha que quatro unidades adicionais de M1 podem ser adquiridas a um custo de 30 centavos a unidade. Você recomendaria esta compra adicional?
- Qual é o valor máximo que a empresa deve pagar por unidade de M1?
- Determine a receita ótima se a disponibilidade de M2 for aumentada em 5 unidades.
- Seja C_A e C_B as receitas dos produtos A e B respectivamente. Determine a condição para $\frac{C_A}{C_B}$ que manterá a solução ótima inalterada.
- Determine as faixas de otimalidade para C_A e C_B considerando que o outro coeficiente é mantido constante em seu valor atual.
- Se as receitas unitárias C_A e C_B forem aumentadas de maneira simultânea para respectivamente \$5 e \$4, determine a nova solução ótima.
- Se as alterações do item anterior forem feitas uma por vez, o que podemos dizer sobre a solução ótima?

8) Considere o modelo da empresa que fabrica trens, caminhões e carros de brinquedo, dado em sala no dia 29/09/15.

- Suponha que qualquer tempo adicional para a operação 1 que ultrapasse sua capacidade atual de 430 minutos/dia tenha de ser na base da hora extra a \$50/hora. O custo por hora inclui mão de obra e operação da máquina. É economicamente vantajoso usar horas extras na operação 1?
- Suponha que o operador da Operação 2 concorde em trabalhar 2 horas extras por dia a \$45 por hora. Além disso, o custo da operação em si é \$10 por hora. Qual é o efeito dessa atividade sobre a receita diária?
- É necessário fazer horas extras na operação 3?
- Suponha que a disponibilidade diária da operação 1 seja aumentada para 440 minutos. Qualquer hora

extra utilizada que ultrapasse a capacidade máxima atual custará \$40 a hora. Determine a nova solução ótima, incluindo a receita líquida associada.

- e) Suponha que a disponibilidade da operação 2 seja reduzida em 15 minutos por dia e que o custo por hora da operação durante o horário normal seja de \$30. É vantajoso reduzir a disponibilidade da operação 2?
- 9) Uma empresa produz três produtos: A, B e C. O volume de vendas de A é no mínimo 50% do total das vendas dos 3 produtos. Contudo, a empresa não pode vender mais do que 75 unidades de A por dia. Os três produtos usam uma mesma matéria prima, cuja disponibilidade máxima é 240 lb. As taxas de utilização da matéria prima são 2 lb por unidade de A, 4 lb por unidade de B e 3 lb por unidade de C. Os preços unitários de A, B e C são respectivamente \$20, \$50 e \$35.
- (a) Determine o mix ótimo de produtos para empresa.
 - (b) Determine o preço dual do recurso da matéria prima e sua faixa permissível. Se houver um aumento de 120 lb na quantidade de matéria prima disponível, determine a solução ótima e a variação na receita total usando o preço dual.
 - (c) Use o preço dual para avaliar o efeito de uma variação de mais ou menos 10 unidades na demanda máxima do produto A.
- 10) Considere o modelo da empresa que fabrica trens, caminhões e carros de brinquedo, dado em sala no dia 29/09/15. Determine se a solução ótima mudará em cada um dos seguintes casos:
- a) $z = 2x_1 + 1x_2 + 4x_3$
 - b) $z = 3x_1 + 6x_2 + 1x_3$
 - c) $z = 8x_1 + 3x_2 + 9x_3$
- 11) O Armazém B&K vende três tipos de refrigerante: A1, A2 e BK. Os preços por lata para A1, A2 e BK são respectivamente 80, 70 e 60 centavos, respectivamente. Na média, a loja não vende mais do que 500 latas dos 3 refrigerantes por dia. Os clientes compram mais A2 e BK porque são mais baratos. Estima-se que no mínimo que 100 latas de A1 sejam vendidas por dia e que as vendas combinadas de A2 e BK ultrapassem as de A1 por uma margem de no mínimo 4:2.
- a) Mostre que a solução ótima não exige a venda da marca BK.
 - b) De quanto deveria ser o aumento mínimo do preço de BK para que o modelo passe a vendê-lo na solução ótima?
 - c) A empresa decidiu reduzir em 5 centavos o preço de cada um dos refrigerantes. A solução ótima mudará?