

## CAPÍTULO 35

1. O fato de que a onda 2 é refletida duas vezes a mais não afeta os cálculos, já que a diferença de fase envolvida é  $2(\lambda/2) = \lambda$ , o que equivale a dizer que as reflexões a mais não mudam a fase da onda 2 em relação à onda 1. A única diferença entre a onda 2 e a onda 1 é que a onda 2 percorre uma distância adicional igual a  $2L_2$ .

(a) Para que a onda 2 tenha um “atraso” de  $\lambda/2$  em relação à onda 1, é preciso que  $2L = \lambda/2$ , o que nos dá  $L = \lambda/4 = (620 \text{ nm})/4 = 155 \text{ nm}$ .

(b) As ondas sofrerão novamente interferência destrutiva. Se o novo comprimento for  $2L' = 3\lambda/2$  a diferença é

$$L' - L = \frac{3\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2} = \frac{620 \text{ nm}}{2} = 310 \text{ nm}.$$

2. Considere duas ondas, 1 e 2, com uma diferença de fase inicial de  $\lambda/2$ . Se estamos interessados em múltiplos de  $L/\lambda$ , tais que as ondas fiquem em fase, estamos interessados em valores de  $L$  tais que a distância adicional  $2L$  percorrida pela onda 2 corresponda a  $\lambda/2, 3\lambda/2$  etc. De forma geral, o comprimento  $L$  deve satisfazer a equação

$$L = \frac{2m+1}{4}\lambda, \text{ em que } m = 0, 1, 2, \dots$$

(a) O menor valor de  $L/\lambda$  para o qual as ondas estão em fase é obtido fazendo  $m = 0$  na equação anterior, o que nos dá  $L/\lambda = 1/4 = 0,25$ .

(b) O segundo menor valor de  $L/\lambda$  para o qual as ondas estão em fase é obtido fazendo  $m = 1$  na equação anterior, o que nos dá  $L/\lambda = 3/4 = 0,75$ .

(c) O terceiro menor valor de  $L/\lambda$  para o qual as ondas estão em fase é obtido fazendo  $m = 2$  na equação anterior, o que nos dá  $L/\lambda = 5/4 = 1,25$ .

3. **PENSE** O comprimento de onda da luz em um meio depende do índice de refração do meio. O tipo de interferência, construtiva ou destrutiva, depende da diferença de fase das duas ondas.

**FORMULE** Vamos supor que a fase das duas ondas seja zero ao incidirem nas placas. A fase da primeira onda ao sair da placa de vidro é dada por  $\phi_1 = k_1 L - \omega t$ , em que  $k_1 (= 2\pi/\lambda_1)$  é o número de onda, e  $\lambda_1$  é o comprimento de onda no vidro. A fase da segunda onda ao sair da placa de plástico é fornecida por  $\phi_2 = k_2 L - \omega t$ , em que  $k_2 (= 2\pi/\lambda_2)$  é o número de onda, e  $\lambda_2$  é o comprimento de onda no plástico. As frequências angulares são iguais, já que as ondas têm o mesmo comprimento de onda no ar, e a frequência de uma onda não muda quando a onda passa a se propagar em outro meio. A diferença de fase é

$$\phi_1 - \phi_2 = (k_1 - k_2)L = 2\pi \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) L.$$

Sabemos ainda que  $\lambda_1 = \lambda_{\text{ar}}/n_1$ , em que  $\lambda_{\text{ar}}$  é o comprimento de onda no ar e  $n_1$  é o índice de refração do vidro. Da mesma forma,  $\lambda_2 = \lambda_{\text{ar}}/n_2$ , em que  $n_2$  é o índice de refração do plástico. Isso significa que a diferença de fase é

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{ar}}} (n_1 - n_2) L.$$

**ANALISE** (a) O valor de  $L$  que torna a diferença de fase igual a  $5,65 \text{ rad}$  é

$$L = \frac{(\phi_1 - \phi_2)\lambda_{\text{ar}}}{2\pi(n_1 - n_2)} = \frac{5,65(400 \times 10^{-9} \text{ m})}{2\pi(1,60 - 1,50)} = 3,60 \times 10^{-6} \text{ m}.$$

(b) Uma diferença de fase de  $5,65 \text{ rad}$  é menor que  $2\pi \text{ rad} = 6,28 \text{ rad}$ , a diferença de fase para que haja uma interferência totalmente construtiva, e maior que  $\pi \text{ rad} (= 3,14 \text{ rad})$ , a diferença de fase para que haja uma interferência totalmente destrutiva. A interferência é, portanto, intermediária; nem totalmente construtiva nem totalmente destrutiva, embora esteja mais próxima de ser totalmente construtiva do que de ser totalmente destrutiva.

**APRENDA** A diferença de fase entre duas ondas luminosas pode mudar quando elas atravessam materiais com diferentes índices de refração.

4. De acordo com a lei de Snell (a lei da refração),  $\theta_1 = \theta_2$  para  $n_1 = n_2$ . O gráfico da Fig. 35-31b mostra que  $\theta_2 = 30^\circ$  (o mesmo valor de  $\theta_1$ ) para  $n_2 = 1,5$ . Isso significa que  $n_1 = 1,5$  e, portanto, a velocidade da luz no material 1 é

$$v = \frac{c}{n_1} = \frac{2,998 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,5} = 2,0 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

5. De acordo com a Tabela 33-1, os índices de refração da safira e do diamante são  $n_s = 1,77$  e  $n_d = 2,42$ , respectivamente. Assim,

$$\Delta v = v_s - v_d = c \left( \frac{1}{n_s} - \frac{1}{n_d} \right) = (2,998 \times 10^8 \text{ m/s}) \left( \frac{1}{1,77} - \frac{1}{2,42} \right) = 4,55 \times 10^7 \text{ m/s}.$$

6. (a) A frequência da luz amarela do sódio é

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2,998 \times 10^8 \text{ m/s}}{589 \times 10^{-9} \text{ m}} = 5,09 \times 10^{14} \text{ Hz}.$$

(b) O comprimento da mesma luz no vidro é

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n} = \frac{589 \text{ nm}}{1,52} = 388 \text{ nm}.$$

(c) A velocidade da mesma luz no vidro é

$$v = f \lambda_n = (5,09 \times 10^{14} \text{ Hz})(388 \times 10^{-9} \text{ m}) = 1,97 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

7. O índice de refração é dado pela Eq. 35-3:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{2,998 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,92 \times 10^8 \text{ m/s}} = 1,56.$$

8. (a) Como o tempo  $t_2$  que o pulso 2 leva para atravessar as placas de plástico é

$$t_2 = \frac{L}{c/1,55} + \frac{L}{c/1,70} + \frac{L}{c/1,60} + \frac{L}{c/1,45} = \frac{6,30L}{c}$$

e o tempo  $t_1$  que o pulso 1 leva para atravessar as placas de plástico é

$$t_1 = \frac{2L}{c/1,59} + \frac{L}{c/1,65} + \frac{L}{c/1,50} = \frac{6,33L}{c},$$

o pulso 2 chega primeiro à outra extremidade.

(b) A diferença de tempo de trânsito (em unidades de  $L/c$ ) é

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{6,33L}{c} - \frac{6,30L}{c} = \frac{0,03L}{c}.$$

Assim, o múltiplo é 0,03.

9. (a) Como a diferença de fase inicial entre as ondas é  $\pi$  rad e queremos que as ondas estejam em fase depois de atravessar os dois materiais, os materiais devem produzir uma diferença de fase de  $(n + 1)\lambda/2$ , já que uma diferença de fase de  $\pi$  rad equivale

a uma diferença de fase de  $\lambda/2$ , e uma diferença de fase de  $2\pi$  equivale a uma diferença de fase zero. O menor valor de  $L$  é obtido fazendo  $n = 0$ , o que nos dá

$$L_{\min} = \frac{\lambda}{2(n_2 - n_1)} = \frac{620 \text{ nm}}{2(1,65 - 1,45)} = 1550 \text{ nm} = 1,55 \text{ } \mu\text{m}.$$

(b) O segundo menor valor de  $L$  é obtido fazendo  $n = 1$ , o que nos dá

$$L = \frac{3\lambda}{2(n_2 - n_1)} = 3L_{\min} = 3(1,55 \text{ } \mu\text{m}) = 4,65 \text{ } \mu\text{m}.$$

**10.** (a) O ângulo de saída é igual ao ângulo de entrada, devido ao que se pode chamar de natureza “transitiva” da lei de Snell:  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3 = \dots$

(b) Como a velocidade da luz em um certo meio é  $c/n$ , em que  $n$  é o índice de refração do meio, e o tempo que a luz passa em um certo meio é igual à distância percorrida dividida pela velocidade, temos

$$t = nL/c = (1,45)(25 \times 10^{-19} \text{ m})/(3,0 \times 10^8 \text{ m/s}) = 1,4 \times 10^{-13} \text{ s} = 0,14 \text{ ps}.$$

**11.** (a) De acordo com a Eq. 35-11, temos

$$\frac{L}{\lambda} |n_2 - n_1| = \frac{8,50 \times 10^{-6} \text{ m}}{500 \times 10^{-9} \text{ m}} (1,60 - 1,50) = 1,70.$$

(b) Neste caso, temos

$$\frac{L}{\lambda} |n_2 - n_1| = \frac{8,50 \times 10^{-6} \text{ m}}{500 \times 10^{-9} \text{ m}} (1,72 - 1,62) = 1,70.$$

(c) Neste caso, temos

$$\frac{L}{\lambda} |n_2 - n_1| = \frac{3,25 \times 10^{-6} \text{ m}}{500 \times 10^{-9} \text{ m}} (1,79 - 1,59) = 1,30.$$

(d) Como os raios (a) e (b) têm a mesma diferença de fase, a intensidade produzida pelos dois raios ao se combinarem com o raio (c) é igual. Como, no caso dos três raios, a diferença de fase em relação a um número inteiro de comprimentos de onda é 0,30, a intensidade produzida pelos raios (a) e (b) ao se combinarem entre si é igual à intensidade produzida ao se combinarem com o raio (c). Assim, as três ondas totais têm a mesma intensidade.

**12.** (a) Note que o raio 1 percorre uma distância adicional  $d = 4L$  em relação ao raio 2. Para obter o menor valor de  $L$  para o qual as ondas estão com fases opostas, igualamos essa distância adicional a meio comprimento de onda:

$$d = 4L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow L = \frac{\lambda}{8} = \frac{420,0 \text{ nm}}{8} = 52,50 \text{ nm}.$$

(b) O segundo menor valor de  $L$  corresponde ao caso em que a diferença de fase é  $3\lambda/2$ . O resultado é

$$d = 4L = \frac{3\lambda}{2} \Rightarrow L = \frac{3\lambda}{8} = \frac{3(420,0 \text{ nm})}{8} = 157,5 \text{ nm}.$$

**13.** (a) Escolhemos um eixo  $x$  horizontal com a origem na borda esquerda dos blocos de plástico. Entre  $x = 0$  e  $x = L_2$ , a diferença de fase é dada pela Eq. 35-11, com  $L$  substituído por  $L_2$ . Entre  $x = L_2$  e  $x = L_1$ , a diferença de fase é dada pela Eq. 35-11, com  $L$  substituído por  $L_1 - L_2$  e  $n_2$  substituído por 1, já que o raio de cima da Fig. 35-35 passou a se propagar no ar, cujo índice de refração é aproximadamente igual a 1. Combinando essas diferenças e fazendo  $\lambda = 0,600 \text{ } \mu\text{m}$ , temos

$$\begin{aligned} \frac{L_2}{\lambda} (n_2 - n_1) + \frac{L_1 - L_2}{\lambda} (1 - n_1) &= \frac{3,50 \text{ } \mu\text{m}}{0,600 \text{ } \mu\text{m}} (1,60 - 1,40) + \frac{4,00 \text{ } \mu\text{m} - 3,50 \text{ } \mu\text{m}}{0,600 \text{ } \mu\text{m}} (1 - 1,40) \\ &= 0,833. \end{aligned}$$

(b) Como a resposta do item (a) está mais próxima de um número inteiro do que de metade de um número ímpar, a interferência é mais próxima de construtiva do que de destrutiva.

14. (a) Para obter a diferença entre o máximo central e o máximo mais próximo, fazemos  $m = 1$  na Eq. 35-14, o que nos dá

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{m\lambda}{d} \right) \bigg|_{m=1} = \sin^{-1} \left[ \frac{(1)(\lambda)}{100\lambda} \right] = 0,010 \text{ rad.}$$

(b) Como  $y_1 = D \tan \theta_1$  (veja a Fig. 35-10a), temos

$$y_1 = (500 \text{ mm}) \tan (0,010 \text{ rad}) = 5,0 \text{ mm.}$$

A distância é  $\Delta y = y_1 - y_0 = y_1 - 0 = 5,0 \text{ mm}$ .

15. **PENSE** A interferência em um ponto do espaço depende da diferença de percurso dos raios luminosos que chegam a esse ponto depois de passarem pelas duas fendas.

**FORMULE** As posições angulares dos máximos de uma figura de interferência de dupla fenda são dadas por  $\Delta L = d \sin \theta = m\lambda$ , em que  $\Delta L$  é a diferença de percurso,  $d$  é a distância entre as fendas,  $\lambda$  é o comprimento de onda e  $m$  é um número inteiro. Se  $\theta$  é pequeno,  $\sin \theta$  é aproximadamente igual a  $\theta$  em radianos. Nesse caso,  $\theta = m\lambda/d$  constitui uma boa aproximação. Nesse caso, a distância angular entre máximos vizinhos é  $\Delta\theta = \lambda/d$ .

**ANALISE** Seja  $\lambda'$  o comprimento de onda para o qual a separação angular é 10,0% maior. Nesse caso,  $1,10\lambda/d = \lambda'/d$ , o que nos dá

$$\lambda' = 1,10\lambda = 1,10(589 \text{ nm}) = 648 \text{ nm.}$$

**APRENDA** A separação angular  $\Delta\theta$  é proporcional ao comprimento de onda da luz. Para pequenos valores de  $\theta$ ,

$$\Delta\theta' = \left( \frac{\lambda'}{\lambda} \right) \Delta\theta.$$

16. A distância entre máximos vizinhos é dada aproximadamente por  $\Delta y = \lambda D/d$  (veja as Eqs. 35-17 e 35-18). Dividindo ambos os membros por  $D$ , obtemos  $\Delta\theta = \lambda/d$ , em que  $\theta$  está em radianos. Nos cálculos que se seguem, porém, podemos usar o ângulo diretamente em graus:

$$\Delta\theta_n = \frac{\lambda_n}{d} = \frac{\lambda}{nd} = \frac{\Delta\theta}{n} = \frac{0,20^\circ}{1,33} = 0,15^\circ.$$

17. **PENSE** Os máximos de interferência ocorrem em ângulos tais que  $d \sin \theta = m\lambda$ , em que  $m$  é um número inteiro.

**FORMULE** Como  $d = 2,0 \text{ m}$  e  $\lambda = 0,50 \text{ m}$ , isso significa que  $\sin \theta = 0,25m$ . Estamos interessados em determinar os valores de  $m$  (positivos e negativos) para os quais  $|0,25m| \leq 1$ . Esses valores são  $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$  e  $+4$ .

**ANALISE** Para todos esses valores, exceto  $-4$  e  $+4$ , há dois valores diferentes para  $\theta$ . Um único valor ( $\theta = -90^\circ$ ) está associado a  $m = -4$ , e um único valor ( $\theta = +90^\circ$ ) está associado a  $m = +4$ . Assim, existem dezesseis ângulos diferentes para os quais  $|0,25m| \leq 1$  e, portanto, dezesseis máximos de interferência.

**APRENDA** Os ângulos para os quais os máximos ocorrem são dados por

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{m\lambda}{d} \right) = \sin^{-1} (0,25m).$$

A condição para os mínimos de interferência (interferência destrutiva) é

$$d \sin \theta = \left( m + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

18. (a) A diferença de fase, em comprimentos de onda, é

$$\phi = \frac{d \sin \theta}{\lambda} = \frac{(4,24 \mu\text{m})(\sin 20^\circ)}{(0,500 \mu\text{m})} = 2,90.$$

(b) Multiplicando o resultado do item (a) por  $2\pi$ , obtemos  $\phi = 18,2$  rad.

(c) Como o resultado do item (a) é maior que 5/2 e menor que 3, o ponto está entre o mínimo correspondente a  $m = 2$  (terceiro mínimo a partir do centro) e o máximo correspondente a  $m = 3$  (terceiro máximo secundário).

19. **PENSE** Os máximos de interferência ocorrem em ângulos tais que  $d \sin \theta = m\lambda$ , em que  $m$  é um número inteiro.

**FORMULE** Se  $\theta$  é pequeno,  $\sin \theta$  é aproximadamente igual a  $\theta$  em radianos. Nesse caso,  $\theta = m\lambda/d$ , e a separação angular entre dois máximos vizinhos, um associado a um número inteiro  $m$  e outro associado a um número inteiro  $m + 1$ , é dada por  $\Delta\theta = \lambda/d$ . A separação em uma tela situada a uma distância  $D$  das fendas é dada por

$$\Delta y = D \Delta\theta = \lambda D/d.$$

**ANALISE** Assim,

$$\Delta y = \frac{(500 \times 10^{-9} \text{ m})(5,40 \text{ m})}{1,20 \times 10^{-3} \text{ m}} = 2,25 \times 10^{-3} \text{ m} = 2,25 \text{ mm}.$$

**APRENDA** Para pequenos valores de  $\theta$ , o espaçamento é praticamente constante. Longe do centro da figura de interferência, porém, o espaçamento aumenta progressivamente com o valor de  $\theta$ .

20. (a) Podemos usar a Eq. 35-14 com  $m = 3$ :

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{m\lambda}{d} \right) = \sin^{-1} \left[ \frac{2(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{7,70 \times 10^{-6} \text{ m}} \right] = 0,216 \text{ rad}.$$

(b)  $\theta = (0,216) (180^\circ/\pi) = 12,4^\circ$ .

21. A condição para que um máximo seja observado na figura de interferência de dupla fenda é  $d \sin \theta = m\lambda$ , em que  $d$  é a distância entre as fendas,  $\theta$  é o ângulo entre os raios e o eixo central,  $m$  é um número inteiro, e  $\lambda$  é o comprimento de onda. Para  $\theta$  pequeno,  $\sin \theta \approx \theta$  em radianos e  $d\theta = m\lambda$ . A distância angular entre dois máximos para diferentes comprimentos de onda e o mesmo valor de  $m$  é

$$\Delta\theta = (m/d)(\lambda_2 - \lambda_1)$$

e a separação entre os máximos em uma tela situada a uma distância  $D$  é

$$\begin{aligned} \Delta y &= D \tan \Delta\theta \approx D \Delta\theta = \left[ \frac{mD}{d} \right] (\lambda_2 - \lambda_1) \\ &= \left[ \frac{3(1,0 \text{ m})}{5,0 \times 10^{-3} \text{ m}} \right] (600 \times 10^{-9} \text{ m} - 480 \times 10^{-9} \text{ m}) = 7,2 \times 10^{-5} \text{ m} = 72 \mu\text{m}. \end{aligned}$$

22. Imagine um eixo  $y$  a meio caminho entre as duas fontes da Fig. 35-36. Se existem 30 pontos de interferência destrutiva, existem 15 pontos de cada lado do eixo  $y$ . Não existem pontos de interferência destrutiva no eixo  $y$  porque as fontes estão em fase e, por simetria, a diferença de fase entre as ondas em qualquer ponto do eixo  $y$  é 0. Em outras palavras, do lado direito existem 7 pontos “escuros” no primeiro quadrante, um no semieixo  $x$  positivo e 7 no quarto quadrante. Como o eixo  $y$  corresponde à menor diferença de fase possível ( $0^\circ$ ), podemos contar os valores de  $m$  para interferência destrutiva (dados pela Eq. 35-16), começando pelo ponto mais próximo do eixo  $y$ , até chegarmos ao eixo  $x$ . Isto nos leva a associar  $m = 7$  ao ponto situado no semieixo  $x$  positivo, no que a diferença de percurso das ondas é simplesmente a distância  $d$  entre as fontes. Assim, de acordo com a Eq. 35-16,

$$d \sin 90^\circ = \left( 7 + \frac{1}{2} \right) \lambda = 7,5\lambda \Rightarrow \frac{d}{\lambda} = 7,5.$$

23. Quando as ondas deixam as respectivas fontes, a onda  $A$  está adiantada de  $90^\circ$  em relação à onda  $B$ , o que equivale a  $\lambda/4$ . Entretanto, a onda  $A$  tem que percorrer uma distância maior para chegar ao detector  $D$ ; portanto, ela se atrasa em relação à onda  $B$ . Como a diferença de percurso, 100 m, equivale a  $(100 \text{ m})/(400 \text{ m}) = \lambda/4$ , a diferença de fase inicial é cancelada e a diferença de fase entre as ondas  $A$  e  $B$  ao chegarem ao detector  $D$  é 0.

24. (a) Por simetria, como no caso do experimento de dupla fenda, o ponto  $x_p = 0$  (ponto onde a reta vertical de comprimento  $D$  da Fig. 35-38 intercepta a tela) é um ponto claro com uma diferença de fase zero (o ponto equivalente ao máximo principal da figura de interferência de um experimento de dupla fenda).

(b) Como foi visto no item (a), a diferença de fase é a menor possível para  $\Delta\lambda = 0$ .

(c) Como a maior diferença de percurso possível acontece na “borda” da tela (que se estende, supostamente, até o infinito), a diferença de fase é máxima para  $x_p = \infty$ .

(d) No caso de  $x_p = \infty$ , podemos considerar os raios provenientes das fontes como praticamente horizontais ao chegarem à tela. Assim, a diferença de percurso é simplesmente a distância  $2d$  entre as fontes. Como, de acordo com o enunciado,  $2d = 6,00\lambda$ , a diferença de fase em unidades de  $\lambda$  é  $2d/\lambda = 6,00$ .

(e) De acordo com o teorema de Pitágoras, temos

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{\sqrt{D^2 + (x+d)^2}}{\lambda} - \frac{\sqrt{D^2 + (x-d)^2}}{\lambda} = \frac{\sqrt{(20\lambda)^2 + (6\lambda + 3\lambda)^2}}{\lambda} - \frac{\sqrt{(20\lambda)^2 + (6\lambda - 3\lambda)^2}}{\lambda} \\ &= \sqrt{481} - \sqrt{409} = 1,71.\end{aligned}$$

(f) Como a resposta do item (e) está mais próxima de 1,5 (que corresponde a interferência destrutiva) do que de 2 (que corresponde a interferência construtiva), a intensidade é mais próxima de mínima do que de máxima.

25. Seja  $x$  a distância procurada. Para que a interferência seja destrutiva, a diferença de percurso entre raios que partem das fontes  $S_1$  e  $S_2$  e chegam a pontos do semieixo  $x$  positivo deve ser

$$\sqrt{d^2 + x^2} - x = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda,$$

o que nos dá, depois de algumas manipulações algébricas,

$$x = \frac{d^2}{(2m+1)\lambda} - \frac{(2m+1)\lambda}{4}.$$

Para obter o maior valor de  $x_p$ , fazemos  $m = 0$ :

$$x_0 = \frac{d^2}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} = \frac{(3,00\lambda)^2}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} = 8,75\lambda = 8,75(900 \text{ nm}) = 7,88 \times 10^3 \text{ nm} = 7,88 \mu\text{m}.$$

26. (a) Usamos a Eq. 35-14 para determinar o valor de  $d$ :

$$d \sin \theta = m\lambda \Rightarrow d = (4)(450 \text{ nm})/\sin(90^\circ) = 1800 \text{ nm}.$$

Em terceira ordem, o comprimento de onda que corresponde a  $\theta = 90^\circ$  é

$$\lambda = d \sin(90^\circ)/3 = 600 \text{ nm}.$$

Qualquer comprimento de onda maior que este valor não é observado; assim, os comprimentos de onda entre 600 nm e 700 nm não estão presentes.

(b) A distância entre as fendas deve ser reduzida.

(c) Nesse caso, o máximo de quarta ordem do comprimento de onda de 400 nm deve ser observado para  $\theta = 90^\circ$ . Assim,

$$d' \sin \theta = m\lambda \Rightarrow d' = (4)(400 \text{ nm})/\sin(90^\circ) = 1600 \text{ nm},$$

o que representa uma variação de

$$|\Delta d| = d - d' = 1800 \text{ nm} - 1600 \text{ nm} = 200 \text{ nm} = 0,20 \mu\text{m}.$$

27. Considere as duas ondas, uma proveniente de cada fenda, que produzem a sétima franja lateral clara na ausência da mica. As ondas estão em fase ao deixarem as fendas e percorrem distâncias diferentes até a posição da sétima franja clara, onde a diferença de fase entre as ondas é  $2\pi m = 14\pi$ . Quando uma placa de mica, de espessura  $x$ , é colocada na frente de uma das fendas, a diferença de fase entre as ondas muda. Mais especificamente, as ondas deixam as fendas com uma diferença de fase dada por

$$\frac{2\pi x}{\lambda_m} - \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{2\pi x}{\lambda}(n-1)$$

em que  $\lambda_m = \lambda/n$  é o comprimento de onda na mica e  $n$  é o índice de refração da mica. Como agora as ondas chegam à tela em fase,

$$\frac{2\pi x}{\lambda}(n-1) = 14\pi,$$

o que nos dá

$$x = \frac{7\lambda}{n-1} = \frac{7(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{1,58-1} = 6,64 \times 10^{-6} \text{ m} = 6,64 \mu\text{m}.$$

28. O problema pede “o maior valor de  $x$  para o qual os raios chegam ao detector  $P$  com fases opostas”, o que pode ser interpretado como o valor de  $x$  para o qual a curva mostrada na Fig. 35-40 passa pelo ponto  $\phi = \pi$  rad. Isto acontece em um ponto  $P$  que, naturalmente, está a uma distância  $x$  da fonte  $S_1$  e, de acordo com o teorema de Pitágoras, está a uma distância  $\sqrt{d^2 + x^2}$  da fonte  $S_2$ . Como a diferença de percurso, em unidades de comprimento, é  $\sqrt{d^2 + x^2} - x$ , a mesma diferença, em radianos, é  $(2\pi/\lambda)(\sqrt{d^2 + x^2} - x)$ . Assim, para que a condição seja satisfeita, devemos ter

$$\frac{2\pi}{\lambda}(\sqrt{d^2 + x^2} - x) = \pi.$$

De acordo com o gráfico da Fig. 35-40, a diferença de fase é  $6\pi$  para  $x = 0$ , o que significa que  $d = 3\lambda$ . Substituindo  $d$  por  $3\lambda$  nessa equação e explicitando  $x$ , obtemos

$$x = 35\lambda/4 = 35(400 \text{ nm})/4 = 3500 \text{ nm} = 3,5 \mu\text{m}.$$

29. **PENSE** A amplitude do campo elétrico resultante é a soma fasorial dos campos elétricos das duas ondas.

**FORMULE** Vamos escrever os campos elétricos das duas ondas na forma

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{10} \sin \omega t \\ E_2 &= E_{20} \sin(\omega t + \phi), \end{aligned}$$

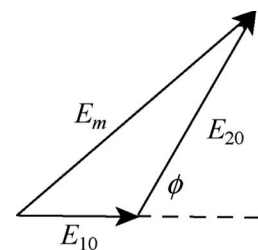
em que  $E_{10} = 1,00$ ,  $E_{20} = 2,00$  e  $\phi = 60^\circ$ . O campo resultante é  $E = E_1 + E_2$ . Vamos usar um diagrama fasorial para calcular a amplitude de  $E$ .

**ANALISE** A figura mostra o diagrama fasorial. A amplitude resultante  $E_m$  é dada pela lei dos cossenos:

$$E_m^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 - 2E_{10}E_{20} \cos(180^\circ - \phi).$$

Assim,

$$E_m = \sqrt{(1,00)^2 + (2,00)^2 - 2(1,00)(2,00)\cos 120^\circ} = 2,65.$$



**APRENDA** Somando as componentes horizontais dos dois campos, obtemos

$$\sum E_h = E_{10} \cos 0 + E_{20} \cos 60^\circ = 1,00 + (2,00) \cos 60^\circ = 2,00.$$

Somando as componentes verticais dos dois campos, obtemos

$$\sum E_v = E_{10} \sin 0 + E_{20} \sin 60^\circ = 1,00 \sin 0^\circ + (2,00) \sin 60^\circ = 1,732.$$

A amplitude resultante é

$$E_m = \sqrt{(2,00)^2 + (1,732)^2} = 2,65,$$

o mesmo valor que foi obtido aqui. O ângulo de fase de  $E$  em relação ao fasor que representa  $E_1$  é

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{1,732}{2,00} \right) = 40,9^\circ.$$

Assim, o campo resultante pode ser escrito na forma  $E = 2,65 \sin(\omega t + 40,9^\circ)$ .

**30.** Para somar as funções usando o método dos fasores (em vez de usar, digamos, identidades trigonométricas), fazemos  $t = 0$  e consideramos as funções como vetores. Nesse caso, as componentes do vetor resultante são

$$y_h = 10 \cos 0^\circ + 8,0 \cos 30^\circ = 16,9$$

$$y_v = 10 \sin 0^\circ + 8,0 \sin 30^\circ = 4,0,$$

o que nos dá

$$y_R = \sqrt{y_h^2 + y_v^2} = 17,4 \approx 17$$

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{y_v}{y_h} \right) = 13,3^\circ \approx 13.$$

Assim,

$$y = y_1 + y_2 = y_R \sin(\omega t + \beta) = 17 \sin(\omega t + 13,3^\circ).$$

**31.** Para somar as funções usando o método dos fasores (em vez de usar, digamos, identidades trigonométricas), fazemos  $t = 0$  e consideramos as funções como vetores. Nesse caso, as componentes do vetor resultante são

$$y_h = 10 \cos 0^\circ + 15 \cos 30^\circ + 5,0 \cos(-45^\circ) = 26,5$$

$$y_v = 10 \sin 0^\circ + 15 \sin 30^\circ + 5,0 \sin(-45^\circ) = 4,0,$$

o que nos dá

$$y_R = \sqrt{y_h^2 + y_v^2} = 26,8 \approx 27$$

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{y_v}{y_h} \right) = 8,5^\circ.$$

Assim,

$$y = y_1 + y_2 + y_3 = y_R \sin(\omega t + \beta) = 27 \sin(\omega t + 8,5^\circ).$$



32. (a) O problema pode ser resolvido pelo método dos fasores, ou utilizando identidades trigonométricas. Desta vez, usaremos a segunda abordagem. Como

$$\sin a + \sin(a + b) = 2\cos(b/2)\sin(a + b/2),$$

temos

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 = 2E_0 \cos(\phi/2) \sin(\omega t + \phi/2) \\ &= 2(2,00 \mu\text{V/m}) \cos(19,2 \text{ rad}) = 2,33 \mu\text{V/m}. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a Eq. 35-22,

$$I_p = 4I_0 \cos^2(\phi/2) = 1,35 I_0$$

no ponto  $P$  e

$$I_{\text{centro}} = 4I_0 \cos^2(0) = 4 I_0$$

no centro. Assim,

$$\frac{I_p}{I_{\text{centro}}} = \frac{1,35}{4} = 0,338.$$

(c) A diferença de fase  $\phi_\lambda$  (em comprimentos de onda) pode ser obtida dividindo por  $2\pi$  a diferença de fase  $\phi$  (em radianos). Assim,  $\phi_\lambda = 39,6/2\pi = 6,3$  comprimentos de onda. Isso significa que o ponto  $P$  está entre o máximo correspondente a  $m = 6$  (sexto máximo secundário) e o mínimo correspondente a  $m = 6$  (sétimo mínimo a partir do centro).

(d) A velocidade angular dos fasores é  $\omega = 1,26 \times 10^{15} \text{ rad/s}$ .

(e) O ângulo entre os fasores é  $\phi = 39,6 \text{ rad}$  (o que corresponde a  $2270^\circ$ , ou aproximadamente  $110^\circ$ ).

33. Usando o método dos fasores, este problema equivale a calcular a soma vetorial  $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ , em que, na notação módulo-ângulo,  $\vec{A} = (10 \angle 0^\circ)$ ,  $\vec{B} = (5 \angle 45^\circ)$  e  $\vec{C} = (5 \angle -45^\circ)$ , em que os módulos estão em  $\mu\text{V/m}$ . Podemos usar uma calculadora científica para calcular o vetor resultante,

$$\vec{R} = (10 \angle 0^\circ) + (5 \angle 45^\circ) + (5 \angle -45^\circ) = (17,1 \angle 0^\circ),$$

que, convertido de volta para a forma de função, nos dá

$$E_R = (17,1 \mu\text{V/m}) \sin[(2,0 \times 10^{14} \text{ rad/s})t].$$

34. (a) Observando a Fig. 35-10a, vemos que

$$\theta = \tan^{-1}(y/D) = \tan^{-1}(0,205/4) = 2,93^\circ.$$

Assim, a diferença de fase no ponto  $P$  é  $\phi = d \sin \theta = 0,397$  comprimento de onda, o que mostra que o ponto  $P$  está entre o máximo central (diferença de fase zero) e o primeiro mínimo (diferença de fase de  $0,5$  comprimento de onda). Note que este cálculo poderia ser simplificado usando as aproximações para pequenos ângulos  $\sin \theta \approx \theta$  e  $\tan \theta \approx \theta$ .

(b) De acordo com a Eq. 35-22, a intensidade da luz no ponto  $P$  é

$$I_p = 4I_0 \cos^2(\phi/2) = 0,404 I_0$$

em que  $I_0$  é a intensidade da onda que chega à tela quando uma das fendas está coberta e  $\phi = (0,397)(2\pi) = 2,495 \text{ rad}$ .

Por outro lado, a intensidade da luz no centro da figura de interferência é

$$I_{\text{centro}} = 4I_0 \cos^2(0) = 4 I_0.$$

Assim, temos

$$\frac{I_p}{I_{\text{centro}}} = \frac{0,404}{4} = 0,101.$$

**35. PENSE** Para que a interferência seja totalmente destrutiva, é preciso que a diferença de fase entre as ondas refletidas pela superfície anterior e pela superfície posterior do revestimento seja um múltiplo ímpar de  $\pi$  rad.

**FORMULE** Como as duas ondas incidem em um meio com um índice de refração maior do que o meio em que estavam se propagando, ambas sofrem um deslocamento de fase de  $\pi$  rad ao serem refletidas. Se  $L$  é a espessura do revestimento, a onda refletida pela superfície posterior percorre uma distância  $2L$  a mais que a onda refletida pela superfície anterior. A diferença de fase é  $2L(2\pi/\lambda_c)$ , em que  $\lambda_c$  é o comprimento de onda da luz no revestimento. Se  $n$  é o índice de refração do revestimento,  $\lambda_c = \lambda/n$ , em que  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz no vácuo, e a diferença de fase é  $2nL(2\pi/\lambda)$ . Assim, a condição para que a interferência seja totalmente destrutiva pode ser escrita na forma

$$2nL\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) = (2m+1)\pi$$

em que  $m$  é um número inteiro. Explicitando  $L$ , obtemos

$$L = \frac{(2m+1)\lambda}{4n}.$$

**ANALISE** Para calcular a menor espessura para a qual ocorre uma interferência totalmente destrutiva, fazemos  $m = 0$ , o que nos dá

$$L = \frac{\lambda}{4n} = \frac{600 \times 10^{-9} \text{ m}}{4(1,25)} = 1,20 \times 10^{-7} \text{ m}.$$

**APRENDA** Um raio luminoso refletido por um material sofre um deslocamento de fase de  $\pi$  rad ( $180^\circ$ ), se o índice de refração do material for maior que o do meio no qual o raio estava se propagando.

**36. (a)** Como nos dois lados da película existe um meio (o ar) com um índice de refração menor e estamos analisando a luz refletida, devemos usar a Eq. 35-36. Assim, os comprimentos de onda para os quais existe interferência construtiva total são dados por

$$\lambda = \frac{2nL}{m + 1/2} = \frac{2(1,40)(600 \times 10^{-9} \text{ m})}{m + 1/2} = \frac{1680 \text{ nm}}{m + 1/2}.$$

Assim, podemos construir a seguinte tabela:

$m$	$\lambda$ (nm)
0	3360
1	1120
2	672
3	480
4	373
5	305
6	258

Examinando essa tabela, vemos que existem *quatro* comprimentos de onda na faixa de 300 a 700 nm para os quais a luz apresenta interferência construtiva total.

(b) Nesse caso, como se trata de interferência destrutiva total, devemos usar a Eq. 35-37, que nos dá

$$\lambda = \frac{2nL}{m} = \frac{2(1,40)(600 \times 10^{-9} \text{ m})}{m} = \frac{1680 \text{ nm}}{m}.$$

Assim, podemos construir a seguinte tabela:

$m$	$\lambda$ (nm)
1	1680
2	840
3	560
4	420
5	336
6	280

Examinando essa tabela, vemos que existem *três* comprimentos de onda na faixa de 300 a 700 nm para os quais a luz apresenta interferência destrutiva total.

37. A luz refletida na superfície dianteira da camada sofre uma variação de fase de  $\pi$  rad, enquanto a luz refletida na superfície traseira não sofre variação de fase. Se  $L$  é a espessura da camada, a luz refletida na superfície traseira percorre uma distância adicional  $2L$  em relação à luz refletida na superfície dianteira. A diferença de fase entre as duas ondas é  $2L(2\pi/\lambda_c) - \pi$ , em que  $\lambda_c$  é o comprimento de onda na camada. Se  $\lambda$  é o comprimento de onda no vácuo,  $\lambda_c = \lambda/n$ , em que  $n$  é o índice de refração do material da camada. Assim, a diferença de fase entre as duas ondas é  $2nL(2\pi/\lambda) - \pi$ . A condição para que haja interferência construtiva é, portanto,

$$2nL \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) - \pi = 2m\pi,$$

em que  $m$  é um número inteiro. Explicitando  $L$ , obtemos

$$L = \frac{(2m+1)\lambda}{4n}.$$

A menor espessura do filme para a qual existe interferência construtiva é obtida fazendo  $m = 0$  na equação anterior, o que nos dá

$$L = \frac{\lambda}{4n} = \frac{560 \times 10^{-9} \text{ m}}{4(2,00)} = 7,00 \times 10^{-8} \text{ m} = 70,0 \text{ nm}.$$

38. Como estamos lidando com um filme fino (que vamos chamar de material 2), em uma situação na qual  $n_1 > n_2 > n_3$ , e estamos interessados em interferência construtiva para as ondas refletidas, devemos usar a Eq. 35-37, que nos dá

$$\lambda = \frac{2nL}{m} = \frac{2(1,70)(500 \times 10^{-9} \text{ m})}{m} = \frac{1700 \text{ nm}}{m}.$$

Assim, podemos construir a seguinte tabela:

$m$	$\lambda$ (nm)
1	1700
2	850
3	567
4	425
5	336
6	280

Examinando a tabela anterior, vemos que existem *dois* comprimentos de onda na faixa de 400 a 700 nm para os quais a luz apresenta interferência construtiva.

(a) O maior comprimento de onda é  $\lambda = 567 \text{ nm}$ .

(b) O menor comprimento de onda é  $\lambda = 425 \text{ nm}$ .

(c) Supondo que a variação dos índices de refração com a temperatura pode ser desprezada, a equação usada para calcular o valor dos comprimentos de onda mostra que  $\lambda$  é diretamente proporcional a  $L$ . Assim, se a espessura do filme aumentar, a interferência construtiva passará a ocorrer para um comprimento de onda maior.

39. Como nos dois lados da película existe um meio (o ar) com um índice de refração menor e estamos analisando a luz refletida, devemos usar a Eq. 35-36:

$$L = \frac{(m + 1/2)\lambda}{2n} = \frac{(m + 1/2)(624 \times 10^{-9} \text{ m})}{2(1,33)} = (m + 1/2)(234,5 \text{ nm}).$$

(a) A menor espessura do filme para a qual existe interferência construtiva é obtida fazendo  $m = 0$  na equação anterior, o que nos dá

$$L_0 = (1/2)(234,5 \text{ nm}) = 117 \text{ nm} = 0,117 \mu\text{m}.$$

(b) A segunda menor espessura é obtida fazendo  $m = 1$ , o que nos dá

$$L_1 = (3/2)(234,5 \text{ nm}) = 352 \text{ nm} = 0,352 \mu\text{m}.$$

40. Como a luz incidente está em um meio de baixo índice de refração, o filme fino de acetona tem um índice de refração maior  $n = n_2$ , e a última camada tem um índice de refração  $n_3 > n_2$ ; a condição para que a interferência da luz refletida seja destrutiva é

$$L = \frac{(m + 1/2)\lambda}{2n} = \frac{(m + 1/2)(600 \text{ nm})}{2(1,25)} = (m + 1/2)(240),$$

o que nos dá as seguintes espessuras para as quais ocorre interferência destrutiva:

$$L = 120 \text{ nm}, 360 \text{ nm}, 560 \text{ nm}, 840 \text{ nm}, 1120 \text{ nm}, \dots$$

e a condição para que a interferência da luz refletida seja construtiva é

$$L = \frac{m\lambda}{2n} = \frac{(m)(700 \text{ nm})}{2(1,25)} = m(280 \text{ nm}),$$

o que nos dá as seguintes espessuras para as quais ocorre interferência construtiva:

$$L = 280 \text{ nm}, 560 \text{ nm}, 840 \text{ nm}, 1120 \text{ nm}, \dots$$

A espessura procurada é a menor espessura que as duas listas têm em comum:

$$L = 840 \text{ nm}.$$

41. Neste caso, como  $n_2 < n_1$  e  $n_2 > n_3$ , a condição para interferência destrutiva é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A segunda menor espessura é obtida fazendo  $m = 1$  na expressão anterior:

$$L = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{342 \text{ nm}}{2(1,59)} = 161 \text{ nm}.$$

42. Neste caso, como  $n_2 > n_1$  e  $n_2 > n_3$ , a condição para interferência construtiva é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{4Ln_2}{2m+1} = \frac{4(285 \text{ nm})(1,60)}{2m+1} = \frac{1824 \text{ nm}}{2m+1}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

o que nos dá os seguintes comprimentos de onda: 1824 nm, 608 nm, 365 nm, ...

Como o valor do comprimento de onda deve estar na faixa da luz visível,  $\lambda = 608$  nm.

43. Neste caso, como  $n_1 > n_2$  e  $n_3 > n_2$ , a condição para interferência destrutiva é

$$2L = m \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{2Ln_2}{m}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

em que  $\lambda$  é o comprimento de onda no ar. Assim, para  $m = 1$ , temos

$$\lambda = 2Ln_2 = 2(200 \text{ nm})(1,40) = 560 \text{ nm}.$$

44. Neste caso, como  $n_2 < n_1$  e  $n_2 < n_3$ , a condição para interferência construtiva é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A segunda maior espessura é obtida fazendo  $m = 1$ :

$$L = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{587 \text{ nm}}{2(1,34)} = 329 \text{ nm}.$$

45. Neste caso, como  $n_2 > n_1$  e  $n_2 > n_3$ , a condição para interferência construtiva é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A terceira maior espessura é obtida fazendo  $m = 2$ :

$$L = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \frac{612 \text{ nm}}{2(1,60)} = 478 \text{ nm}.$$

46. Neste caso, como  $n_2 < n_1$  e  $n_2 > n_3$ , a condição para interferência destrutiva é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{4Ln_2}{2m+1}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Assim,

$$\lambda = \begin{cases} 4Ln_2 = 4(415 \text{ nm})(1,59) = 2639 \text{ nm} & (m=0) \\ 4Ln_2/3 = 4(415 \text{ nm})(1,59)/3 = 880 \text{ nm} & (m=1) \\ 4Ln_2/5 = 4(415 \text{ nm})(1,59)/5 = 528 \text{ nm} & (m=2) \end{cases}$$

Como o valor do comprimento de onda deve estar na faixa da luz visível,  $\lambda = 528$  nm.

47. **PENSE** Para que a interferência seja totalmente destrutiva, é preciso que a diferença de fase entre as ondas refletidas pela superfície anterior e pela superfície posterior do material 2 seja um múltiplo ímpar de  $\pi$  rad.

**FORMULE** Neste problema,  $n_2 < n_1$  e, portanto, as ondas refletidas na superfície anterior do meio 2 não sofrem um deslocamento de fase. Por outro lado,  $n_2 < n_3$ , de modo que as ondas refletidas na superfície posterior do meio 2 sofrem um deslocamento de fase de  $\pi$  rad. Como as ondas refletidas na superfície posterior do meio 2 percorrem uma distância  $2L$  a mais que as ondas refletidas na superfície anterior, a diferença de fase entre as duas ondas é

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_2}(2L) + \pi$$

em que  $\lambda_2 = \lambda/n_2$  é o comprimento de onda da luz no meio 2. A condição para que haja interferência destrutiva é

$$\frac{2\pi}{\lambda_2}(2L) + \pi = (2m+1)\pi,$$

o que nos dá

$$2L = m \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{2Ln_2}{m}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

**ANALISE** Assim,

$$\lambda = \begin{cases} 2Ln_2 = 2(380 \text{ nm})(1,34) = 1018 \text{ nm} & (m=1) \\ Ln_2 = (380 \text{ nm})(1,34) = 509 \text{ nm} & (m=2) \\ 2Ln_2/3 = (2/3)(380 \text{ nm})(1,34) = 339 \text{ nm} & (m=3) \end{cases}$$

Para que o comprimento de onda esteja na faixa da luz visível, escolhemos a opção  $m = 2$ , que nos dá  $\lambda = 509 \text{ nm}$ .

**APRENDA** A condição para que a interferência seja *construtiva* é

$$\frac{2\pi}{\lambda_2}(2L) + \pi = 2m\pi,$$

o que nos dá

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

**48.** Neste caso, como  $n_2 < n_1$  e  $n_2 < n_3$ , a condição para interferência construtiva é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A segunda maior espessura é obtida fazendo  $m = 1$ :

$$L = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{632 \text{ nm}}{2(1,40)} = 339 \text{ nm}.$$

**49.** Neste caso, como  $n_2 > n_1$  e  $n_2 > n_3$ , a condição para interferência construtiva é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A terceira maior espessura é obtida fazendo  $m = 2$ :

$$L = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \frac{382 \text{ nm}}{2(1,75)} = 273 \text{ nm}.$$

**50.** Neste caso, como  $n_2 > n_1$  e  $n_2 < n_3$ , a condição para interferência destrutiva é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A segunda maior espessura é obtida fazendo  $m = 1$ :

$$L = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{482 \text{ nm}}{2(1,46)} = 248 \text{ nm}.$$

**51. PENSE** Para que a interferência seja totalmente destrutiva, é preciso que a diferença de fase entre as ondas refletidas pela superfície anterior e pela superfície posterior do material 2 seja um múltiplo ímpar de  $\pi$  rad.

**FORMULE** Neste problema,  $n_1 < n_2$  e  $n_2 < n_3$ , o que significa que as duas ondas incidem em um meio com um índice de refração maior do que o meio em que estavam se propagando e, portanto, ambas sofrem um deslocamento de fase de  $\pi$  rad ao serem refletidas. Como a segunda onda percorre uma distância adicional de  $2L$ , a diferença de fase é

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_2}(2L)$$

em que  $\lambda_2 = \lambda/n_2$  é o comprimento de onda do meio 2. A condição para que haja interferência destrutiva é

$$\frac{2\pi}{\lambda_2}(2L) = (2m+1)\pi,$$

o que nos dá

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{4Ln_2}{2m+1}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

**ANALISE** Assim,

$$\lambda = \begin{cases} 4Ln_2 = 4(210 \text{ nm})(1,46) = 1226 \text{ nm} & (m=0) \\ 4Ln_2/3 = 4(210 \text{ nm})(1,46)/3 = 409 \text{ nm} & (m=1) \\ 4Ln_2/5 = 4(210 \text{ nm})(1,46)/5 = 245 \text{ nm} & (m=2) \end{cases}$$

Para que o comprimento de onda esteja na faixa da luz visível, escolhemos a opção  $m = 1$ , que nos dá  $\lambda = 409 \text{ nm}$ .

**APRENDA** A condição para que a interferência seja *construtiva* é

$$\frac{2\pi}{\lambda_2}(2L) = 2m\pi,$$

o que nos dá

$$2L = m \frac{\lambda}{n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

**52.** Neste caso, como  $n_2 > n_1$  e  $n_2 > n_3$ , a condição para interferência construtiva é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{4Ln_2}{2m+1}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Assim, temos

$$\lambda = \begin{cases} 4Ln_2 = 4(325 \text{ nm})(1,75) = 2275 \text{ nm} & (m=0) \\ 4Ln_2/3 = 4(325 \text{ nm})(1,75)/3 = 758 \text{ nm} & (m=1) \\ 4Ln_2/5 = 4(325 \text{ nm})(1,75)/5 = 455 \text{ nm} & (m=2) \end{cases}$$

Como o comprimento de onda deve estar na faixa da luz visível,  $\lambda = 455 \text{ nm}$ .

**53.** Como os máximos são dados pela Eq. 35-36, temos

$$L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{600 \text{ nm}}{2(1,33)} = \left(m + \frac{1}{2}\right) (226 \text{ nm}),$$

o que nos dá

$$L = 113 \text{ nm}, 338 \text{ nm}, 564 \text{ nm}, 789 \text{ nm}, \dots$$

Como os mínimos são dados pela Eq. 35-37, temos

$$L = \frac{m\lambda}{2n_2} = (m) \frac{450 \text{ nm}}{2(1,33)} = (m)(169 \text{ nm}),$$

o que nos dá

$$L = 0,169 \text{ nm}, 338 \text{ nm}, 508 \text{ nm}, 677 \text{ nm}, \dots$$

A espessura procurada é a menor espessura que as duas listas têm em comum:

$$L = 338 \text{ nm}.$$

**54.** A situação é análoga à do exemplo “Interferência no revestimento de uma lente de vidro”, já que a luz incidente está em meio de baixo índice de refração, o filme fino de óleo possui um índice de refração um pouco maior  $n = n_2$ , e o último meio (a placa de vidro) tem o maior índice de refração. De acordo com o exemplo, a condição para que a reflexão seja a menor possível é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2}, \text{ em que } m = 0, 1, 2, \dots$$

Para  $\lambda = 500 \text{ nm}$  e  $n_2 = 1,30$ , os valores possíveis de  $L$  são

$$L = 96 \text{ nm}, 288 \text{ nm}, 481 \text{ nm}, 673 \text{ nm}, 865 \text{ nm}, \dots$$

e para  $\lambda = 700 \text{ nm}$  e o mesmo valor de  $n_2$ , os valores possíveis de  $L$  são

$$L = 135 \text{ nm}, 404 \text{ nm}, 673 \text{ nm}, 942 \text{ nm}, \dots$$

A espessura procurada é a menor espessura que as duas listas têm em comum:

$$L = 673 \text{ nm}.$$

**55. PENSE** O índice de refração do querosene é maior que o do ar e menor que o da água.

**FORMULE** Sejam os índices de refração do ar, do querosene e da água  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$ , respectivamente. Como  $n_1 < n_2$  e  $n_2 < n_3$ , as ondas refletidas nas duas superfícies da mancha de querosene sofrem um deslocamento de fase de  $\pi$  rad. Como a onda refletida na superfície posterior percorre uma distância adicional de  $2L$ , a diferença de fase é

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_2}(2L)$$

em que  $\lambda_2 = \lambda/n_2$  é o comprimento de onda da luz no querosene. A condição para interferência construtiva é

$$\frac{2\pi}{\lambda_2}(2L) = 2m\pi,$$

o que nos dá

$$2L = m \frac{\lambda}{n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

**ANALISE** (a) Para  $m = 1, 2, \dots$ , os comprimentos de onda em que ocorre maior reflexão são

$$\lambda = \frac{2n_2L}{m} = \frac{2(1,20)(460 \text{ nm})}{m} = 1104 \text{ nm}, 552 \text{ nm}, 368 \text{ nm} \dots$$

Note que, desses comprimentos de onda, apenas o de 552 nm está na faixa da luz visível.



(b) A transmissão máxima de luz do ar para a água acontece para os comprimentos de onda em que ocorre menor reflexão. A condição para essa interferência destrutiva é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{4n_2 L}{2m+1},$$

o que nos dá  $\lambda = 2208 \text{ nm}$ ,  $736 \text{ nm}$ ,  $442 \text{ nm}$  ... para diferentes valores de  $m$ . Note que apenas o comprimento de onda de  $442 \text{ nm}$  (azul) está na faixa de luz visível, embora seja esperada uma pequena contribuição do comprimento de onda de  $736 \text{ nm}$ , que está muito próximo da faixa da luz visível.

**APRENDA** Um raio luminoso refletido por um material sofre um deslocamento de fase de  $\pi \text{ rad}$  ( $180^\circ$ ), se o índice de refração do material for maior que o índice de refração do meio em que o raio estava se propagando, e não sofre deslocamento de fase, se o índice de refração do material for menor que o índice de refração do meio no qual o raio estava se propagando. No caso da refração, não há deslocamento de fase em nenhum dos dois casos.

56. Para que a interferência seja construtiva, devemos ter

$$2L = \frac{k}{2} \lambda_n = \frac{k\lambda}{2n},$$

em que  $k$  é um número ímpar positivo, e  $n$  é o índice de refração do filme. Explicitando  $n$ , obtemos

$$n = \frac{k\lambda}{4L} = \frac{k(600 \text{ nm})}{4(272,7 \text{ nm})} = \frac{k}{1,818} = 0,55k.$$

Como sabemos que  $n > 1$ , a solução  $k = 1$  pode ser descartada. No entanto, a solução  $k = 3$  parece razoável, pois nos dá  $n = 1,65$ , um valor comparável aos que aparecem na Tabela 33-1. Supondo que este é o índice de refração do filme, passamos para a segunda parte do problema. Chamando de  $\lambda_d$  os comprimentos de onda para os quais a interferência é destrutiva, temos

$$2L = m \frac{\lambda_d}{n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

o que nos dá

$$\lambda_d = \frac{2Ln_2}{m} = \frac{2(272,7 \text{ nm})(1,65)}{m(600,0 \text{ nm})} = \frac{900 \text{ nm}}{m}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Os valores possíveis de  $\lambda_d$  são, portanto,

$$\lambda_d = 900 \text{ nm}, 450 \text{ nm}, 300 \text{ nm}, \dots$$

Como o comprimento de onda deve estar na faixa da luz visível,  $\lambda = 450 \text{ nm}$ .

57. Neste caso, como  $n_2 > n_1$  e  $n_2 > n_3$ , a condição para transmissão mínima (reflexão máxima) é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{4Ln_2}{2m+1}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Assim,

$$\lambda = \begin{cases} 4Ln_2 = 4(285 \text{ nm})(1,60) = 1824 \text{ nm} & (m=0) \\ 4Ln_2/3 = 4(415 \text{ nm})(1,59)/3 = 608 \text{ nm} & (m=1) \\ 4Ln_2/5 = 4(415 \text{ nm})(1,59)/5 = 365 \text{ nm} & (m=2) \end{cases}$$

Como o comprimento de onda deve estar na faixa da luz visível,  $\lambda = 608 \text{ nm}$ .

58. Neste caso, como  $n_2 > n_1$  e  $n_2 > n_3$ , a condição para transmissão mínima (reflexão máxima) é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A terceira maior espessura é

$$L = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \frac{382 \text{ nm}}{2(1,75)} = 273 \text{ nm}.$$

59. **PENSE** Neste caso, máxima transmissão significa interferência construtiva.

**FORMULE** Como mostra a Fig. 35-43, uma das ondas percorre uma distância  $2L$  a mais do que a outra. Essa onda é refletida duas vezes, uma na superfície posterior do material 2 (entre os materiais 2 e 3), e outra na superfície anterior do material 2 (entre os materiais 1 e 2). Como  $n_2 > n_3$ , não há deslocamento de fase quando a onda é refletida na superfície posterior. Por outro lado, como  $n_2 < n_1$ , há um deslocamento de fase de  $\pi$  rad quando a onda é refletida na superfície anterior. A diferença de fase das duas ondas ao deixarem o material 2 é

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_2}(2L) + \pi$$

em que  $\lambda_2 = \lambda/n_2$  é o comprimento de onda no material 2. A condição para interferência construtiva é

$$\frac{2\pi}{\lambda_2}(2L) + \pi = 2m\pi,$$

o que nos dá

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{4Ln_2}{2m+1}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

**ANALISE** Assim, temos

$$\lambda = \begin{cases} 4Ln_2 = 4(415 \text{ nm})(1,59) = 2639 \text{ nm} & (m = 0) \\ 4Ln_2/3 = 4(415 \text{ nm})(1,59)/3 = 880 \text{ nm} & (m = 1) \\ 4Ln_2/5 = 4(415 \text{ nm})(1,59)/5 = 528 \text{ nm} & (m = 2) \\ 4Ln_2/7 = 4(415 \text{ nm})(1,59)/7 = 377 \text{ nm} & (m = 3) \end{cases}$$

Para que o comprimento de onda esteja na faixa da luz visível, escolhemos a opção  $m = 2$ , que nos dá  $\lambda = 528 \text{ nm}$ .

**APRENDA** A condição para interferência destrutiva é

$$\frac{2\pi}{\lambda_2}(2L) + \pi = (2m+1)\pi,$$

o que nos dá

$$2L = m \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{2Ln_2}{m}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

60. Neste caso, como  $n_2 < n_1$  e  $n_2 < n_3$ , a condição para transmissão máxima (reflexão mínima) é

$$2L = m \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{2Ln_2}{m}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Assim, temos

$$\lambda = \begin{cases} 2Ln_2 = 2(380 \text{ nm})(1,34) = 1018 \text{ nm} & (m=1) \\ Ln_2 = (380 \text{ nm})(1,34) = 509 \text{ nm} & (m=2) \\ 0,5Ln_2 = (0,5)(380 \text{ nm})(1,34) = 255 \text{ nm} & (m=3) \end{cases}$$

Como o comprimento de onda deve estar na faixa da luz visível,  $\lambda = 509 \text{ nm}$ .

**61.** Neste caso, como  $n_2 > n_1$  e  $n_2 > n_3$ , a condição para transmissão mínima (reflexão máxima) é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{4Ln_2}{2m+1}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Assim,

$$\lambda = \begin{cases} 4Ln_2 = 4(325 \text{ nm})(1,75) = 2275 \text{ nm} & (m=0) \\ 4Ln_2/3 = 4(325 \text{ nm})(1,75)/3 = 758 \text{ nm} & (m=1) \\ 4Ln_2/5 = 4(325 \text{ nm})(1,75)/5 = 455 \text{ nm} & (m=2) \\ 4Ln_2/7 = 4(325 \text{ nm})(1,75)/7 = 325 \text{ nm} & (m=3) \end{cases}$$

Como o comprimento de onda deve estar na faixa da luz visível,  $\lambda = 455 \text{ nm}$ .

**62.** Neste caso, como  $n_2 < n_1$  e  $n_2 > n_3$ , a condição para transmissão máxima (reflexão mínima) é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A segunda menor espessura é

$$L = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{342 \text{ nm}}{2(1,59)} = 161 \text{ nm}.$$

**63.** Neste caso, como  $n_2 > n_1$  e  $n_2 < n_3$ , a condição para transmissão máxima (reflexão mínima) é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A segunda menor espessura é

$$L = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{482 \text{ nm}}{2(1,46)} = 248 \text{ nm}.$$

**64.** Neste caso, como  $n_2 > n_1$  e  $n_2 < n_3$ , a condição para transmissão máxima (reflexão mínima) é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{4Ln_2}{2m+1}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Assim, temos

$$\lambda = \begin{cases} 4Ln_2 = 4(210 \text{ nm})(1,46) = 1226 \text{ nm} & (m=0) \\ 4Ln_2/3 = 4(210 \text{ nm})(1,46)/3 = 409 \text{ nm} & (m=1) \\ 4Ln_2/5 = 4(210 \text{ nm})(1,46)/5 = 245 \text{ nm} & (m=2) \end{cases}$$

Como o comprimento de onda deve estar na faixa da luz visível,  $\lambda = 409 \text{ nm}$ .

65. Como, neste caso,  $n_2 < n_1$  e  $n_2 < n_3$ , a condição para transmissão mínima (reflexão máxima) é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A segunda menor espessura é

$$L = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{632 \text{ nm}}{2(1,40)} = 339 \text{ nm}.$$

66. Neste caso, como  $n_2 < n_1$  e  $n_2 < n_3$ , a condição para transmissão máxima (reflexão mínima) é

$$2L = m \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow \lambda = \frac{2Ln_2}{m}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Assim, temos

$$\lambda = \begin{cases} 2Ln_2 = 2(200 \text{ nm})(1,40) = 560 \text{ nm} & (m=1) \\ 2Ln_2/2 = 2(200 \text{ nm})(1,40)/2 = 280 \text{ nm} & (m=2) \end{cases}$$

Como o comprimento de onda deve estar na faixa da luz visível,  $\lambda = 560 \text{ nm}$ .

67. Neste caso, como  $n_2 < n_1$  e  $n_2 < n_3$ , a condição para transmissão mínima (reflexão máxima) é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A segunda menor espessura é

$$L = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{587 \text{ nm}}{2(1,34)} = 329 \text{ nm}.$$

68. Neste caso, como  $n_2 > n_1$  e  $n_2 > n_3$ , a condição para transmissão mínima (reflexão máxima) é

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \Rightarrow L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

A terceira menor espessura é

$$L = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \frac{612 \text{ nm}}{2(1,60)} = 478 \text{ nm}.$$

69. Suponha que o filme em forma de cunha está suspenso no ar, de modo que a onda refletida na primeira superfície sofre uma mudança de fase de  $\pi$  rad e a onda refletida na segunda superfície não sofre mudança de fase. Em um local em que a espessura do filme é  $L$ , a condição para interferência construtiva é  $2nL = (m + 1/2)\lambda$ , em que  $n$  é o índice de refração do filme,  $\lambda$  é o comprimento de onda no vácuo e  $m$  é um número inteiro. As extremidades do filme são franjas claras. Suponha que a extremidade estreita do filme tenha espessura  $L_1$  e que a franja clara nessa extremidade corresponda a  $m = m_1$ . Suponha que a extremidade larga tenha espessura  $L_2$  e que a franja clara nessa extremidade corresponda a  $m = m_2$ . Como existem dez franjas claras,  $m_2 = m_1 + 9$ . Subtraindo  $2nL_1 = (m_1 + 1/2)\lambda$  de  $2nL_2 = (m_1 + 9 + 1/2)\lambda$ , obtemos  $2n\Delta L = 9\lambda$ , em que  $\Delta L = L_2 - L_1$  é a variação total de espessura do filme. Assim,

$$\Delta L = \frac{9\lambda}{2n} = \frac{9(630 \times 10^{-9} \text{ m})}{2(1,50)} = 1,89 \times 10^{-6} \text{ m} = 1,89 \text{ } \mu\text{m}.$$

70. (a) Como, inicialmente, há uma franja escura em uma extremidade, uma franja clara na outra extremidade e nove franjas escuras fora das extremidades,  $m_1 = 9,5$  na equação  $2d_1 = \lambda m_1$ . Depois de um intervalo de tempo  $\Delta t = 15$  s, temos  $m_2 = 9,0$  na equação  $2d_2 = \lambda m_2$ . Assim,

$$|\Delta d| = d_1 - d_2 = (m_1 \lambda - m_2 \lambda)/2 = 0,25\lambda = 155 \text{ nm}.$$

Assim, a taxa de variação  $\tau$  da espessura do filme é dada por

$$\tau = \frac{|\Delta d|}{\Delta t} = \frac{155 \text{ nm}}{15 \text{ s}} = 10,3 \text{ nm/s}.$$

(b) Nesse caso,  $m_2 = 6$  e, portanto,

$$|\Delta d| = d_1 - d_2 = (m_1 - m_2)\lambda/2 = 1,75\lambda = 1085 \text{ nm} = 1,09 \mu\text{m}.$$

71. De acordo com a Eq. 35-34, a distância vertical entre o centro de uma franja escura e o centro da franja escura vizinha é

$$\Delta y = \frac{\lambda}{2} = \frac{500 \text{ nm}}{2} = 250 \text{ nm} = 2,50 \times 10^{-4} \text{ mm}.$$

Assim, como a distância horizontal entre franjas escuras vizinhas é  $\Delta x = 1,2$  mm, temos

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2,08 \times 10^{-4} \text{ rad} = 0,012^\circ.$$

72. Aplicando a Eq. 35-37 às duas situações, temos

$$2L = (4001) \frac{\lambda}{n_{\text{ar}}} \quad \text{e} \quad 2L = (4000) \frac{\lambda}{1,00000}.$$

Como o primeiro membro é o mesmo nos dois casos, podemos igualar as duas expressões do segundo membro, o que nos dá

$$n_{\text{ar}} = (1,00000) \frac{4001}{4000} = 1,00025.$$

73. **PENSE** Um raio luminoso refletido por um material sofre um deslocamento de fase de  $\pi$  rad ( $180^\circ$ ) se o índice de refração do material for maior do que o índice de refração do meio no qual o raio luminoso estava se propagando.

**FORMULE** Considere a interferência de ondas refletidas na superfície superior e na superfície inferior do filme de ar. A onda refletida na superfície superior não sofre um deslocamento de fase ao ser refletida, mas a onda refletida na superfície inferior sofre um deslocamento de fase de  $\pi$  rad. Na extremidade das placas de vidro em que a espessura do filme de ar é  $L$ , a condição para interferência construtiva é  $2L = (m + 1/2)\lambda$ , em que  $\lambda$  é o comprimento de onda e  $m$  é um número inteiro.

**ANALISE** Para  $L = 48 \mu\text{m}$ , temos

$$m = \frac{2L}{\lambda} - \frac{1}{2} = \frac{2(4,80 \times 10^{-5} \text{ m})}{683 \times 10^{-9} \text{ m}} - \frac{1}{2} = 140.$$

Na outra extremidade do filme de ar, existe uma franja clara associada a  $m = 0$ . Existem, portanto, no total, 140 franjas claras.

**APRENDA** O número de franjas claras é diretamente proporcional a  $L$  e inversamente proporcional a  $\lambda$ .

74. A partir da condição  $m\lambda = 2y$ , em que  $y$  é a espessura do filme de ar entre as placas diretamente abaixo do centro de uma franja escura, e do fato de que  $m = n - 1$ , em que  $n$  é o número de franjas escuras, já que a primeira franja escura corresponde a  $m = 0$ , concluímos que a distância entre as bordas das placas no lado em que as placas não estão em contato é  $y = (8\lambda/2) = 2400 \text{ nm}$  (supondo que a borda corresponde ao *centro* da nona franja escura). Quando a distância entre as bordas das placas é aumentada para  $y' = 3000 \text{ nm}$ , a nova relação é  $m'\lambda = 2y'$ , o que nos dá  $m' = 2y'/\lambda = 10$  e  $n' = m' + 1 = 11$ . Assim, são vistas 11 franjas escuras.

**75. PENSE** A formação dos anéis de Newton se deve à interferência dos raios refletidos pela superfície plana com os raios refletidos pela superfície curva.

**FORMULE** Considere a figura de interferência formada pelas ondas refletidas nas superfícies superior e inferior da cunha de ar. A onda refletida na superfície inferior sofre um deslocamento de fase de  $\pi$  rad, enquanto a onda refletida na superfície superior não sofre um deslocamento de fase. Em um local em que a espessura da cunha é  $d$ , a condição para que a intensidade seja máxima é  $2d = (m + 1/2)\lambda$ , em que  $\lambda$  é o comprimento de onda no ar e  $m$  é um número inteiro. Assim,

$$d = (2m + 1)\lambda/4.$$

**ANALISE** Como mostra o diagrama da Fig. 35-46a,  $d = R - \sqrt{R^2 - r^2}$ , em que  $R$  é o raio de curvatura da lente, e  $r$  é o raio de um anel de Newton. Desse modo,  $(2m + 1)\lambda/4 = R - \sqrt{R^2 - r^2}$ . Reagrupando os termos, obtemos a equação

$$\sqrt{R^2 - r^2} = R - \frac{(2m + 1)\lambda}{4}.$$

Elevando ambos os membros ao quadrado, explicitando  $r^2$  e extraindo a raiz quadrada, obtemos

$$r = \sqrt{\frac{(2m + 1)R\lambda}{2} - \frac{(2m + 1)^2 \lambda^2}{16}}.$$

Se  $R$  é muito maior que um comprimento de onda, o segundo termo é desprezível em comparação com o primeiro e

$$r = \sqrt{\frac{(2m + 1)R\lambda}{2}}.$$

**APRENDA** Usando um raciocínio análogo, é fácil demonstrar que os raios dos anéis escuros são dados por

$$r = \sqrt{mR\lambda}.$$

**76. (a)** Explicitando  $m$  na expressão obtida no Problema 35-75, temos

$$m = \frac{r^2}{R\lambda} - \frac{1}{2} = \frac{(10 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{(5,0 \text{ m})(589 \times 10^{-9} \text{ m})} - \frac{1}{2} = 33,4 \approx 33.$$

Como o primeiro anel claro corresponde a  $m = 0$ ,  $m = 33$  corresponde ao anel claro número 34.

**(b)** Substituindo  $\lambda$  por  $\lambda_n = \lambda/n_{\text{água}}$ , obtemos

$$m_n = \frac{r^2}{R\lambda_n} - \frac{1}{2} = \frac{n_{\text{água}} r^2}{R\lambda} - \frac{1}{2} = \frac{(1,33)(10 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{(5,0 \text{ m})(589 \times 10^{-9} \text{ m})} - \frac{1}{2} = 44,7 \approx 45.$$

Como o primeiro anel claro corresponde a  $m_n = 0$ ,  $m_n = 45$  corresponde ao anel claro número 46.

**77.** Vamos chamar de  $r_1$  e  $r_2$  os raios dos anéis claros de ordem  $n$  e  $n + 20$ , respectivamente. Explicitando  $m$  na expressão obtida no Problema 35-75 e substituindo  $m$  por  $n$  e  $r$  por  $r_1$ , obtemos

$$n = \frac{r_1^2}{R\lambda} - \frac{1}{2}.$$

Se, quando  $n$  aumenta para  $n + 20$ ,  $r_1$  aumenta para  $r_2$ , temos

$$n + 20 = \frac{r_2^2}{R\lambda} - \frac{1}{2}.$$

Subtraindo a primeira equação da segunda e explicitando  $R$ , obtemos

$$R = \frac{r_2^2 - r_1^2}{20\lambda} = \frac{(0,368 \text{ cm})^2 - (0,162 \text{ cm})^2}{20(546 \times 10^{-7} \text{ cm})} = 100 \text{ cm} = 1,00 \text{ m}.$$

78. De acordo com o gráfico da Fig. 35-46, o tempo necessário para que um mínimo migre até a posição do mínimo vizinho é  $\Delta t = 12$  s, o que envolve uma variação de espessura  $\Delta L = \lambda/2n_2$  (veja a Eq. 35-37) e, portanto, uma variação de volume

$$\Delta V = \pi r^2 \Delta L = \frac{\pi r^2 \lambda}{2n_2} \Rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{\pi r^2 \lambda}{2n_2 \Delta t} = \frac{\pi (0,0180 \text{ m})^2 (550 \times 10^{-9} \text{ m})}{2(1,40)(12 \text{ s})} = 1,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}.$$

79. Um deslocamento de uma franja corresponde a uma variação de um comprimento de onda no percurso da luz. Quando o espelho é deslocado de uma distância  $d$ , o percurso da luz varia de  $2d$ , já que a luz passa duas vezes pelo braço que contém o espelho. Assim, se o deslocamento é de  $N$  franjas,  $2d = N\lambda$  e

$$\lambda = \frac{2d}{N} = \frac{2(0,233 \times 10^{-3} \text{ m})}{792} = 5,88 \times 10^{-7} \text{ m} = 588 \text{ nm}.$$

80. De acordo com a Eq. 35-43, o deslocamento  $\Delta N$  produzido pela introdução de um filme de espessura  $L$  é  $\Delta N = (2L/\lambda)(n - 1)$ . Assim,

$$L = \frac{\lambda \Delta N}{2(n - 1)} = \frac{(589 \text{ nm})(7,0)}{2(1,40 - 1)} = 5,2 \mu\text{m}.$$

81. **PENSE** O comprimento de onda da luz no ar é diferente do comprimento de onda da luz no vácuo.

**FORMULE** Seja  $\phi_1$  a diferença de fase das ondas nos dois braços quando a câmara contém ar, e seja  $\phi_2$  a diferença de fase quando a câmara é evacuada. Se  $\lambda$  é o comprimento de onda no vácuo, o comprimento de onda no ar é  $\lambda/n$ , em que  $n$  é o índice de refração do ar. Nesse caso,

$$\phi_1 - \phi_2 = 2L \left[ \frac{2\pi n}{\lambda} - \frac{2\pi}{\lambda} \right] = \frac{4\pi(n-1)L}{\lambda},$$

em que  $L$  é o comprimento da câmara. O fator 2 se deve ao fato de que a luz passa duas vezes pela câmara, uma vez a caminho do espelho e outra depois de ser refletida pelo espelho. Como cada deslocamento de uma franja corresponde a uma mudança de fase de  $2\pi$  rad, se a figura de interferência sofre um deslocamento de  $N$  franjas quando a câmara é evacuada,

$$\frac{4\pi(n-1)L}{\lambda} = 2N\pi.$$

**ANALISE** Explicitando  $n$ , obtemos

$$n = 1 + \frac{N\lambda}{2L} = 1 + \frac{60(500 \times 10^{-9} \text{ m})}{2(5,0 \times 10^{-2} \text{ m})} = 1,00030.$$

**APRENDA** O interferômetro mede com grande precisão o índice de refração do ar e de outros gases.

82. Aplicando a Eq. 35-42 aos dois comprimentos de onda e calculando a diferença, temos

$$N_1 - N_2 = \frac{2L}{\lambda_1} - \frac{2L}{\lambda_2} = 2L \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right).$$

Fazendo  $N_1 - N_2 = 1$  e explicitando  $L$ , obtemos

$$L = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)^{-1} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{588,9950 \text{ nm}} - \frac{1}{589,5924 \text{ nm}} \right)^{-1} = 2,91 \times 10^5 \text{ nm} = 291 \mu\text{m}.$$

83. (a) A diferença entre as distâncias percorridas pelos raios 1 e 2 é  $7d - 2d = 5d$ . Para que essa diferença corresponda a meio comprimento de onda, é preciso que  $5d = \lambda/2$ , o que nos dá

$$d = \frac{500 \text{ nm}}{(2)(5)} = 50,0 \text{ nm}.$$

(b) Nesse caso, a condição se torna  $5d = \lambda/2n$ , o que nos dá

$$d = \frac{500 \text{ nm}}{(2)(5)(1,38)} = 36,2 \text{ nm}.$$

**84.** (a) Quanto maior a distância entre o ponto  $P$  e a origem, menor a diferença entre as distâncias percorridas pelos dois raios. Assim, a coordenada pedida corresponde à coordenada da borda da tela, no caso de uma tela de altura finita, ou  $y_p = \infty$ , no caso de uma tela de altura ilimitada.

(b) Quando a altura da tela tende a infinito, a diferença entre as distâncias percorridas pelos dois raios tende a zero. Assim, para  $y_p = \infty$ , a diferença de fase é  $\phi = 0$ .

(c) A diferença entre as distâncias percorridas pelos dois raios é máxima para  $y_p = 0$ , caso em que os raios são horizontais e a diferença de percurso é igual a  $d$ , a distância entre as fontes.

(d) Como  $d = 6,00\lambda$ , a diferença de fase no caso do item (c), que corresponde à maior diferença possível, é 6,00 comprimentos de onda.

(e) De acordo com o teorema de Pitágoras, temos

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\overline{S_1P} - \overline{S_2P}}{\lambda} = \frac{\sqrt{d^2 + (d+D)^2} - \sqrt{d^2 + D^2}}{\lambda} \\ &= \frac{\sqrt{(6,00\lambda)^2 + (6,00\lambda + 20,0\lambda)^2} - \sqrt{(6,00\lambda)^2 + (20,0\lambda)^2}}{\lambda} = 5,80. \end{aligned}$$

(f) Como a diferença de fase está mais próxima de 6 (interferência construtiva) do que de 5,5 (interferência destrutiva), a intensidade no ponto  $P$  está mais próxima do máximo.

**85. PENSE** A separação angular de franjas vizinhas depende do comprimento de onda da luz e da distância entre as fendas.

**FORMULE** As posições angulares dos máximos de uma figura de interferência de dupla fenda são dadas por  $\Delta L = d \sin \theta = m\lambda$ , em que  $L$  é a diferença de percurso,  $d$  é a distância entre as fendas,  $\lambda$  é o comprimento de onda e  $m$  é um número inteiro. Para pequenos valores de  $\theta$ ,  $\sin \theta$  é aproximadamente igual a  $\theta$  em radianos. Nesse caso,  $\theta \approx m\lambda/d$ , e a separação angular de dois máximos vizinhos é  $\Delta\theta = \lambda/d$ . Quando o equipamento é imerso em água, o comprimento de onda diminui para  $\lambda' = \lambda/n$ , e a equação anterior se torna

$$\Delta\theta' = \frac{\lambda'}{d}.$$

**ANALISE** Dividindo a equação por  $\Delta\theta = \lambda/d$ , obtemos

$$\frac{\Delta\theta'}{\Delta\theta} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{1}{n}.$$

Assim, com  $n = 1,33$  e  $\Delta\theta = 0,30^\circ$ , obtemos  $\Delta\theta' = 0,23^\circ$ .

**APRENDA** A separação angular é inversamente proporcional ao índice de refração; quanto maior o valor de  $n$ , menor o valor de  $\Delta\theta$ .

**86.** (a) Como o “período” da função mostrada na Fig. 35-51b é  $\Delta n = 0,8$  e o máximo mostrado na figura acontece para  $n = 1,0$ , existe outro máximo para  $n = 1,0 + \Delta n = 1,0 + 0,8 = 1,8$ . Não são observados outros máximos porque o valor de  $n$  correspondente ao máximo seguinte seria  $n = 1,0 + 2\Delta n = 1,0 + 1,6 = 2,6$  e o maior valor possível de  $n$  é  $n = 2,5$ .

(b) Usando o mesmo raciocínio do item (a), concluímos que a intensidade se anula apenas para  $n = 1,4$  e para  $n = 1,4 + \Delta n = 1,4 + 0,8 = 2,2$ .

(c) Como  $\Delta n = 0,8$  representa um ciclo (um comprimento de onda), uma variação de  $\Delta n$  de  $2,0 - 1,0 = 1,0 = 0,8 + 0,2 = 0,8 + 0,8/4$  representa uma variação de um ciclo completo mais um quarto de ciclo, ou seja, uma variação de 1,25 comprimento de onda.



**87. PENSE** Para que uma interferência seja totalmente destrutiva, a intensidade da onda produzida pela combinação das duas ondas deve ser igual a zero.

**FORMULE** Quando a interferência entre duas ondas é totalmente destrutiva, a diferença de fase é dada por

$$\phi = (2m+1)\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Uma condição equivalente é a de que a diferença de percurso seja um múltiplo ímpar de  $\lambda/2$ , em que  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz.

**ANALISE** (a) Observando a Fig. 35-52, vemos que metade do período corresponde a um comprimento  $L = 750$  nm, já que a curva passa por um máximo em  $x = 0$  e por um mínimo em  $x = 750$  nm. Isso sugere que  $\Delta L = \lambda/2$  e que o comprimento de onda (o período completo) é  $\lambda = 2\Delta L = 1500$  nm. Assim, a curva deve passar por outros máximos em  $x = 1500$  nm,  $x = 3000$  nm,  $x = 4500$  nm, ....

(b) De acordo com a discussão do item (a), esperamos que a curva passe por mínimos em múltiplos ímpares de  $\lambda/2$ , ou seja, para  $x = 750$  nm +  $n(1500$  nm), em que  $n = 1, 2, 3, \dots$  Assim, por exemplo,  $n = 1$  corresponde a um mínimo em  $x = 2250$  nm.

(c) Para  $\lambda = 1500$  nm [como foi determinado no item (a)], podemos expressar  $x = 1200$  nm como  $x = 1200/1500 = 0,80$  comprimento de onda.

**APRENDA** Para que uma interferência seja totalmente destrutiva, a diferença de fase entre as ondas deve ser um múltiplo ímpar de  $\pi$ ; para que a interferência seja totalmente construtiva, a diferença de fase deve ser um múltiplo de  $2\pi$ .

**88.** (a) A diferença em comprimentos de onda, com e sem o material, pode ser calculada usando a Eq. 35-11:

$$\Delta N = (n-1) \frac{L}{\lambda} = 1,1428.$$

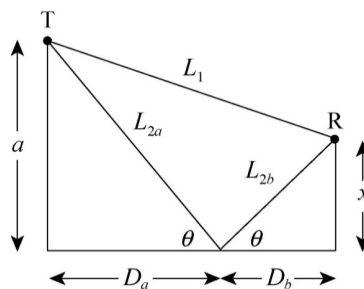
Este resultado corresponde a um deslocamento de fase de  $(1,1428)(360^\circ) = 411,4^\circ$ .

(b) Este deslocamento equivale a  $411,4^\circ - 360^\circ = 51,4^\circ$ .

**89. PENSE** Como o índice de refração da água é maior que o do ar, a onda que é refletida na água sofre em deslocamento de fase de  $\pi$  rad ao ser refletida.

**FORMULE** Suponha que a onda que vai diretamente ao receptor percorre uma distância  $L_1$  e que a onda refletida na água percorre uma distância  $L_2$ . A segunda onda sofre um deslocamento de fase de meio comprimento de onda ao ser refletida, já que o índice de refração da água é maior que o índice de refração do ar. Para que a interferência das ondas ao chegarem ao receptor seja construtiva, a diferença de percurso  $L_2 - L_1$  deve ser um múltiplo ímpar de meio comprimento de onda.

**ANALISE** Considere o diagrama a seguir.



O triângulo retângulo da esquerda, formado pela reta vertical que liga a superfície da água ao transmissor T, o raio incidente na água e a superfície da água, nos dá a relação  $D_a = a/\tan \theta$ . O triângulo retângulo da direita, formado pela reta vertical que liga a superfície da água ao receptor R, o raio refletido e a superfície da água, nos dá a relação  $D_b = x/\tan \theta$ . Como  $D_a + D_b = D$ ,

$$\tan \theta = \frac{a+x}{D}.$$

Podemos usar a identidade  $\sin^2 \theta = \tan^2 \theta / (1 + \tan^2 \theta)$  para mostrar que

$$\sin \theta = (a+x) / \sqrt{D^2 + (a+x)^2}.$$

Isso significa que

$$L_{2a} = \frac{a}{\sin \theta} = \frac{a \sqrt{D^2 + (a+x)^2}}{a+x}$$

e

$$L_{2b} = \frac{x}{\sin \theta} = \frac{x \sqrt{D^2 + (a+x)^2}}{a+x}.$$

Assim,

$$L_2 = L_{2a} + L_{2b} = \frac{(a+x) \sqrt{D^2 + (a+x)^2}}{a+x} = \sqrt{D^2 + (a+x)^2}.$$

Para  $D^2 \gg (a+x)^2$ , uma expansão binomial nos dá  $L_2 \approx D + (a+x)^2/2D$ .

A distância percorrida pela onda direta é  $L_1 = \sqrt{D^2 + (a-x)^2}$ , e uma expansão binomial para  $D^2 \gg (a-x)^2$  nos dá  $L_1 \approx D + (a-x)^2/2D$ . Assim,

$$L_2 - L_1 \approx D + \frac{a^2 + 2ax + x^2}{2D} - D - \frac{a^2 - 2ax + x^2}{2D} = \frac{2ax}{D}.$$

Igualando a expressão anterior a  $(m + 1/2)\lambda$ , em que  $m$  é um número inteiro, obtemos

$$x = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{2a}.$$

**APRENDA** A condição para que a interferência seja destrutiva é

$$L_2 - L_1 \approx \frac{2ax}{D} = m\lambda,$$

o que nos dá

$$x = m \frac{\lambda D}{2a}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

**90.** Como  $P_1$  está à mesma distância de  $S_1$  e  $S_2$ , concluímos que as duas fontes não estão em fase e que a diferença de fase entre as fontes é  $\Delta\phi_f = 0,600\pi$  rad. Em termos de comprimentos de onda, esta diferença de fase é

$$\Delta\phi_f = (0,600/2)\lambda = 0,3\lambda,$$

com a onda produzida pela fonte  $S_2$  adiantada em relação à onda produzida pela fonte  $S_1$ .

(a) A fonte  $S_1$  está a uma distância de  $720 \text{ nm} - 640 \text{ nm} = 80 \text{ nm}$  de  $P_2$ , o que, em termos de comprimentos de onda, corresponde a  $(80/400)\lambda = 0,2\lambda$ ; a fonte  $S_2$  está a uma distância de  $720 \text{ nm} + 640 \text{ nm} = 1360 \text{ nm}$  de  $P_2$ , que, em termos de comprimentos de onda, corresponde a  $(1360/400)\lambda = 3,4$ . Assim, a diferença de fase devido à diferença de percurso é  $\Delta\phi_p = 3,2\lambda$ , com a onda produzida pela fonte  $S_1$  adiantada em relação à onda produzida pela fonte  $S_2$ , pois está mais próxima de  $P_2$ . Assim, a diferença total é

$$\Delta_{\text{tot}} = \Delta_p - \Delta_f = 3,2\lambda - 0,3\lambda = 2,90\lambda.$$

(b) Como o número de comprimentos de onda está mais próximo de um número inteiro do que de metade de um número ímpar, a interferência está mais próxima de construtiva.

91. (a) De acordo com a lei de Snell,  $\sin \theta_2 / \sin \theta_1 = \sin \theta_2 / \sin 30^\circ = v_i / v_f$ . Assim,

$$\theta_2 = \sin^{-1} \left( \frac{v_f \sin 30^\circ}{v_i} \right) = \sin^{-1} \left[ \frac{(3,0 \text{ m/s}) \sin 30^\circ}{4,0 \text{ m/s}} \right] = 22^\circ.$$

(b) Como mostra esse cálculo, a refração diminui o ângulo com a normal (de  $30^\circ$  para  $22^\circ$ , no caso). Depois de várias refrações, o ângulo  $\theta_2$  se aproxima de zero. É por isso que quase todas as ondas são perpendiculares à praia.

92. (a) Vamos chamar de  $L$  a profundidade da cavidade, de  $n_1$  o índice de refração do plástico e de  $n_2$  o índice de refração do líquido. Quando a altura do líquido ( $L_{\text{liq}}$ ) é zero, a diferença de fase  $\phi$  é 60 comprimentos de onda; este valor é igual à diferença entre o número de comprimentos de onda na distância  $L$  no plástico (para o raio  $r_1$ ) e na mesma distância no ar (para o raio  $r_2$ ). Assim,

$$\frac{Ln_1}{\lambda} - \frac{Ln_{\text{ar}}}{\lambda} = 60 \Rightarrow n_1 = \frac{60\lambda + Ln_{\text{ar}}}{L} = \frac{60(400 \times 10^{-9} \text{ m}) + (40,0 \times 10^{-6} \text{ m})(1)}{40,0 \times 10^{-6} \text{ m}} = 1,6.$$

(b) Poderíamos determinar o valor de  $n_2$  a partir da inclinação da reta da Fig. 35-56b, mas, em vez disso, vamos usar o fato de que, para  $L_{\text{liq}} = 40,0 \mu\text{m}$ , temos  $\phi = 20$ . Isso nos dá

$$\frac{Ln_1}{\lambda} - \frac{Ln_2}{\lambda} = 20 \Rightarrow n_2 = \frac{20\lambda + Ln_1}{L} = \frac{20(400 \times 10^{-9} \text{ m}) + (40,0 \times 10^{-6} \text{ m})(1,6)}{40,0 \times 10^{-6} \text{ m}} = 1,4.$$

93. **PENSE** Conhecendo a distância entre as fendas e a distância entre as franjas de interferência, podemos calcular o comprimento de onda da luz.

**FORMULE** A posição dos mínimos da figura de interferência de dupla fenda é dada por  $d \sin \theta = (m + 1/2)\lambda$ , em que  $d$  é a distância entre as fendas,  $\lambda$  é o comprimento de onda,  $m$  é um número inteiro e  $\theta$  é o ângulo entre os raios e uma perpendicular ao anteparo. Para pequenos valores de  $\theta$ ,  $\sin \theta$  é aproximadamente igual a  $\theta$  em radianos. Nesse caso,  $\theta = (m + 1/2)\lambda$ , e a distância entre o mínimo e o máximo central é

$$y = D \tan \theta \approx D \sin \theta \approx D\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{D\lambda}{d},$$

em que  $D$  é a distância entre as franjas e a tela. No caso do primeiro mínimo,  $m = 0$ ; no caso do décimo mínimo,  $m = 9$ . A distância entre os mínimos é

$$\Delta y = \left(9 + \frac{1}{2}\right) \frac{D\lambda}{d} - \frac{1}{2} \frac{D\lambda}{d} = \frac{9D\lambda}{d}.$$

**ANALISE** Explicitando o comprimento de onda e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$\lambda = \frac{d\Delta y}{9D} = \frac{(0,15 \times 10^{-3} \text{ m})(18 \times 10^{-3} \text{ m})}{9(50 \times 10^{-2} \text{ m})} = 6,0 \times 10^{-7} \text{ m} = 600 \text{ nm}.$$

**APRENDA** A distância entre duas franjas vizinhas, uma associada ao número inteiro  $m$  e a outra associada ao número inteiro  $m + 1$ , é

$$\Delta y = D\theta = D\lambda/d.$$

94. O tempo que um raio luminoso que se propaga diretamente ao longo do eixo central leva para chegar ao final da fibra ótica é dado por

$$t_{\text{direto}} = \frac{L}{v_1} = \frac{n_1 L}{c}.$$

No caso de um raio que se propaga em zigue-zague, apenas a componente da velocidade paralela ao eixo central contribui para a propagação do raio em direção à outra extremidade da fibra ótica. Como essa componente é  $v_1 \sin \theta_c = v_1 n_2/n_1$  (veja a Eq. 33-45), o tempo de percurso para esse raio é

$$t_{\text{zigue-zague}} = \frac{L}{v_1 \sin \theta_c} = \frac{n_1 L}{c(n_2/n_1)} = \frac{n_1^2 L}{c n_2}.$$

A diferença é

$$\begin{aligned} \Delta t = t_{\text{zigue-zague}} - t_{\text{direto}} &= \frac{n_1^2 L}{c n_2} - \frac{n_1 L}{c} = \frac{n_1 L}{c} \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) = \frac{(1,58)(300 \text{ m})}{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}} \left( \frac{1,58}{1,53} - 1 \right) \\ &= 5,16 \times 10^{-8} \text{ s} = 51,6 \text{ ns}. \end{aligned}$$

**95. PENSE** As franjas escuras correspondem à interferência totalmente destrutiva.

**FORMULE** Quando a interferência de duas ondas é totalmente destrutiva, a diferença de fase é dada por

$$\phi = (2m+1)\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Uma condição equivalente é a de que a diferença de percurso seja um múltiplo ímpar de  $\lambda/2$ , em que  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz.

**ANALISE** (a) Uma diferença de percurso de  $\lambda/2$  produz a primeira franja escura, uma diferença de  $3\lambda/2$  produz a segunda franja escura, e assim por diante. Desse modo, a quarta franja escura corresponde a uma diferença de percurso de  $7\lambda/2 = 1750 \text{ nm} = 1,75 \mu\text{m}$ .

(b) Na aproximação para pequenos ângulos (que vamos adotar aqui), as franjas estão igualmente espaçadas e, portanto, se  $\Delta y$  é a distância de um máximo ao máximo seguinte, a distância do máximo central à quarta franja escura é  $3,5\Delta y = 16,8 \text{ mm}$ . Isso nos dá  $\Delta y = (16,8 \text{ mm})/3,5 = 4,8 \text{ mm}$ .

**APRENDA** A distância do máximo de ordem  $m$  ao máximo central é

$$y_{\text{clara}} = D \tan \theta \approx D \sin \theta \approx D\theta = m \frac{D\lambda}{d}.$$

e a distância do mínimo de ordem  $m$  ao máximo central é

$$y_{\text{escura}} = \left( m + \frac{1}{2} \right) \frac{D\lambda}{d}.$$

**96.** Podemos usar a expressão obtida no Exemplo 35.06 “Interferência no revestimento de uma lente de vidro”:

$$L_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{\lambda}{4(1,25)} = 0,20\lambda \Rightarrow \frac{L_{\min}}{\lambda} = 0,20.$$

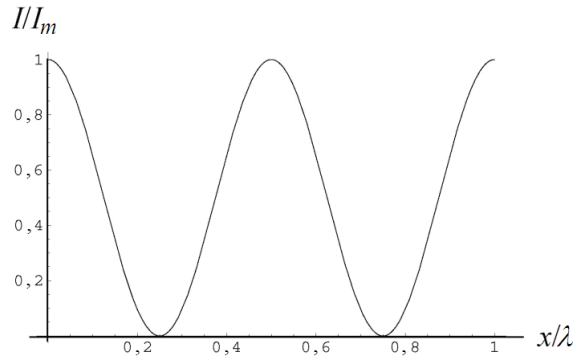
**97. PENSE** A intensidade da luz observada no interferômetro depende da diferença de fase entre as duas ondas.

**FORMULE** Vamos chamar de  $x$  a posição do espelho medida a partir do ponto no qual  $d_1 = d_2$ . Vamos supor que o mecanismo de divisão do feixe é tal que as duas ondas interferem construtivamente para  $x = 0$  (isso não acontece com todos os mecanismos de divisão do feixe). Podemos adaptar a Eq. 35-23 a esta situação introduzindo um fator de 2 (já que o interferômetro utiliza a luz refletida) e eliminando o fator  $\sin \theta$ . Nesse caso, a diferença de percurso é  $2x$ , e a diferença de fase entre os dois percursos é  $\Delta\phi = 2(2\pi x/\lambda) = 4\pi x/\lambda$ .

**ANALISE** De acordo com a Eq. 35-22, a intensidade é proporcional a  $\cos^2(\Delta\phi/2)$ . Assim, chamando  $4I_0$  de  $I_m$ , temos

$$I = I_m \cos^2 \left( \frac{\Delta\phi}{2} \right) = I_m \cos^2 \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right).$$

**APRENDA** O gráfico a seguir mostra a intensidade  $I/I_m$  em função de  $x/\lambda$ .



Como mostra a figura, a intensidade é máxima para

$$x = \frac{m}{2} \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

e mínima para

$$x = \frac{1}{4} (2m+1) \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

**98.** Note que o raio 1 percorre uma distância adicional de  $4L$  em relação ao raio 2. Para que a interferência seja construtiva quando  $\lambda = 620,0 \text{ nm}$ , devemos ter

$$4L = m\lambda \text{ em que } m \text{ é um número inteiro.}$$

Para que a interferência seja destrutiva quando  $\lambda' = 496,0 \text{ nm}$ , devemos ter

$$4L = k\lambda'/2, \text{ em que } k \text{ é um número ímpar.}$$

Igualando as duas equações e explicitando  $k$ , obtemos

$$k = 2m \frac{\lambda}{\lambda'} = 2m \frac{620}{496} = 2,5m.$$

Esta condição é satisfeita para  $m = 2$  e  $k = 5$ . Também é satisfeita para  $m = 3, 4, \dots$  Entretanto, como estamos interessados em calcular o menor valor possível de  $L$ , escolhemos o menor valor possível de  $k$ , que é  $k = 5$ . Substituindo  $k$  por seu valor na equação  $4L = k\lambda'/2$ , obtemos

$$L = \frac{5\lambda'}{8} = \frac{5(496,0 \text{ nm})}{8} = 310,0 \text{ nm}.$$

**99.** Combinando a Eq. 35-3,  $n = c/v$ , com a relação  $v = \Delta x / \Delta t$ , obtemos uma equação para o intervalo de tempo necessário para que a luz chegue ao alvo:

$$\Delta t = n \frac{\Delta x}{c}.$$

(a) No caso da pistola 1,  $\Delta t = [(1,55)(2,00 \times 10^{-3} \text{ m}) + (1,70)(2,00 \times 10^{-3} \text{ m}) + (1,60)(2,00 \times 10^{-3} \text{ m}) + (1,45)(2,00 \times 10^{-3} \text{ m})] / (3,0 \times 10^8 \text{ m/s}) = 42,0 \times 10^{-12} \text{ s} = 42,0 \text{ ps}$ .

(b) No caso da pistola 2,  $\Delta t = [(1,70)(2,00 \times 10^{-3} \text{ m}) + (1,45)(2,00 \times 10^{-3} \text{ m}) + (1,60)(4,00 \times 10^{-3} \text{ m})] / (3,0 \times 10^8 \text{ m/s}) = 42,3 \times 10^{-12} \text{ s} = 42,3 \text{ ps}$ .

(c) No caso da pistola 3,  $\Delta t = [(1,60)(2,00 \times 10^{-3} \text{ m}) + (1,70)(2,00 \times 10^{-3} \text{ m}) + (1,59)(4,00 \times 10^{-3} \text{ m})] / (3,0 \times 10^8 \text{ m/s}) = 43,2 \times 10^{-12} \text{ s} = 43,2 \text{ ps}$ .

(d) No caso da pistola 4,  $\Delta t = [(1,60)(2,00 \times 10^{-3} \text{ m}) + (1,61)(4,00 \times 10^{-3} \text{ m}) + (1,45)(2,00 \times 10^{-3} \text{ m})] / (3,0 \times 10^8 \text{ m}) = 41,8 \times 10^{-12} \text{ s} = 41,8 \text{ ps}$ .

(e) De acordo com os resultados dos itens anteriores, o disparo da pistola 4 será o primeiro a atingir o alvo.

100. De acordo com a Eq. 35-36, para que a interferência seja construtiva, devemos ter  $2n_2L = (m + 1/2)\lambda$ , o que nos dá

$$\lambda = \frac{2n_2L}{m + 1/2} = \frac{2(1,50)(410 \text{ nm})}{m + 1/2} = \frac{1230 \text{ nm}}{m + 1/2},$$

em que  $m = 0, 1, 2, \dots$ . O único valor de  $m$  para o qual o comprimento de onda calculado está dentro da faixa da luz visível é  $m = 1$ . Assim,

$$\lambda = \frac{1230 \text{ nm}}{1 + 1/2} = 492 \text{ nm}.$$

101. No caso de uma tela distante, o ângulo  $\theta$  é pequeno e podemos usar a aproximação  $\sin \theta \approx \theta$ . Assim, de acordo com a Eq. 35-14,

$$\Delta\theta \approx \Delta \sin \theta = \Delta \left( \frac{m\lambda}{d} \right) = \frac{\lambda}{d} \Delta m = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{\Delta\theta} = \frac{589 \times 10^{-9} \text{ m}}{0,018 \text{ rad}} = 3,3 \times 10^{-5} \text{ m} = 33 \mu\text{m}.$$

102. Como  $\Delta\phi = 60^\circ = \pi/3 \text{ rad}$ , a velocidade angular dos fasores é

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\pi/3 \text{ rad}}{2,5 \times 10^{-16} \text{ s}} = 4,19 \times 10^{15} \text{ rad/s}.$$

Como o meio no qual as ondas estão se propagando é presumivelmente o ar, no qual a velocidade da luz é aproximadamente  $c$ , temos

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = 450 \text{ nm}.$$

103. (a) Como os raios luminosos incidem em meios cujos índices de refração são maiores que aqueles em que estavam (ar e óleo, óleo e água), eles sofrem deslocamentos de fase de  $\pi \text{ rad}$  a cada reflexão. Se  $L$  é a espessura da camada de óleo, a onda refletida na superfície posterior da camada de óleo percorre uma distância adicional de  $2L$  em relação à onda refletida na superfície anterior. A diferença de fase é  $2L(2\pi/\lambda_o)$ , em que  $\lambda_o$  é o comprimento de onda da luz no óleo. Se  $n$  é o índice de refração do óleo,  $\lambda_o = \lambda/n$ , em que  $\lambda$  é o comprimento de onda no vácuo, e a diferença de fase é  $2nL(2\pi/\lambda)$ . As condições para interferência construtiva e destrutiva são

$$\text{construtiva: } 2nL \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) = 2m\pi \Rightarrow 2nL = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{destrutiva: } 2nL \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) = (2m + 1)\pi \Rightarrow 2nL = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Perto da borda da gota,  $L < \lambda/4n$ ; portanto, apenas a condição de interferência construtiva para  $m = 0$  pode ser satisfeita. Por isso, a parte externa (mais estreita) da gota é mais clara que a parte central.

(b) O terceiro anel a partir da borda corresponde a  $2nL = 3\lambda/2$ . Assim, a espessura da gota nesse local é

$$L = \frac{3\lambda}{2n} = \frac{3(475 \text{ nm})}{2(1,20)} = 594 \text{ nm}.$$

(c) Os anéis coloridos ficam cada vez mais fracos e finalmente desaparecem quando a espessura da gota aumenta, porque os anéis começam a se superpor. Além disso, a distância entre as duas superfícies refletoras se torna tão grande que a luz refletida por elas começa a perder a coerência.

**104.** (a) Como no experimento de dupla fenda, a combinação do raio direto com o raio refletido pelo espelho produz na tela uma figura de interferência. Neste caso, porém, o raio refletido sofre um deslocamento de fase de  $\pi$  rad, o que faz com que as franjas claras e escuras da figura de interferência troquem de posição. Assim, uma diferença de percurso zero corresponde a uma franja escura.

(b) A condição para interferência construtiva é

$$2h \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

(c) A condição para interferência destrutiva é

$$2h \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

**105.** A *Sugestão* praticamente resolve o problema, mas vamos apresentar alguns detalhes algébricos e chegar à expressão clássica de uma hipérbole. Chamando de  $a$  a distância  $d/2$  e de  $\phi$  o valor constante da diferença de percurso, podemos escrever:

$$r_1 - r_2 = \phi$$

$$\sqrt{(a+x)^2 + y^2} - \sqrt{(a-x)^2 + y^2} = \phi$$

Reagrupando os termos e elevando a expressão resultante ao quadrado, obtemos

$$(\sqrt{(a+x)^2 + y^2})^2 = (\sqrt{(a-x)^2 + y^2} + \phi)^2$$

$$a^2 + 2ax + x^2 + y^2 = a^2 - 2ax + x^2 + y^2 + \phi^2 + 2\phi\sqrt{(a-x)^2 + y^2}$$

Cancelando os termos que aparecem nos dois lados da equação, temos

$$-2\phi\sqrt{(a-x)^2 + y^2} = \phi^2 - 4ax.$$

Elevando ambos os membros ao quadrado, obtemos

$$4\phi^2 a^2 - 8\phi^2 ax + 4\phi^2 x^2 + 4\phi^2 y^2 = \phi^4 - 8\phi^2 ax + 16a^2 x^2.$$

Cancelando o termo  $-8\phi^2 ax$ , que aparece nos dois lados da equação, e fazendo  $a = 2d$  para voltar aos parâmetros iniciais, obtemos

$$\phi^2 d^2 + 4\phi^2 x^2 + 4\phi^2 y^2 = \phi^4 + 4d^2 x^2.$$

Reagrupando os termos, obtemos a expressão clássica de uma hipérbole:

$$\phi^2 d^2 - \phi^4 = 4(d^2 - \phi^2)x^2 - 4\phi^2 y^2$$

que pode ser simplificada dividindo todos os termos por  $\phi^2 d^2 - \phi^4$ :

$$1 = \left(\frac{4}{\phi^2}\right)x^2 - \left(\frac{4}{d^2 - \phi^2}\right)y^2.$$