

2015 – 2
Lista de exercícios nº 2

1) Considere a seguinte desigualdade

$$10x_1 - 3x_2 \geq -5$$

Mostre que multiplicar ambos os lados da desigualdade por -1 e então converter a desigualdade resultante em uma equação é o mesmo que primeiro convertê-la em uma equação e depois multiplicar ambos os lados por -1.

2) Mostre que a seguinte função objetivo pode ser representada em forma de equação:

$$\text{Minimizar } z = \max\{|x_1 - x_2 + 3x_3|, |-x_1 + 3x_2 - x_3|\}, \text{ onde } x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

3) Considere o seguinte PPL:

$$\text{Maximizar } z = 2x_1 + 3x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s. a. } & x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) Expresse o problema em forma de equação
- (b) Determine todas as soluções básicas do problema e classifique-as em viáveis ou inviáveis
- (c) Use a substituição direta na f.o. para determinar a solução básica viável ótima
- (d) Verifique graficamente que a solução obtida em (c) é realmente a solução ótima do PPL. Daí, conclua que a solução ótima pode ser determinada algebricamente considerando somente soluções básicas viáveis.
- (e) Mostre como as soluções básicas inviáveis são representadas graficamente na região de soluções.

4) Mostre algebricamente que todas as soluções básicas do seguinte PPL são inviáveis

$$\text{Maximizar } z = x_1 + x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s. a. } & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & 2x_1 + x_2 \geq 16 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

5) Considere o seguinte PPL:

$$\text{Maximizar } z = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$$

$$\begin{aligned} \text{s. a. } & -6x_1 + 7x_2 - 9x_3 \geq 4 \\ & x_1 + x_2 + 4x_3 \geq 16 \\ & x_1, x_3 \geq 0 \\ & x_2 \text{ irrestrita} \end{aligned}$$

A conversão na forma canônica consiste de utilizar a substituição $x_2 = x_2^- - x_2^+$. Mostre que a solução básica não pode incluir ambas, x_2^- e x_2^+ simultaneamente.

6) Considere o seguinte PPL

$$\text{Maximizar } z = x_1 + 3x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s. a. } & x_1 + x_2 \leq 2 \\ & -x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_2 \geq 0 \\ & x_1 \text{ irrestrita} \end{aligned}$$

- Determine todas as soluções básicas viáveis do problema
- Use substituição direta na f.o. para determinar a solução básica viável ótima
- Resolva o problema pelo método gráfico e verifique que a solução encontrada no item anterior é realmente a ótima.

7) Considere o seguinte conjunto de restrições:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 &\leq 40 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 &\leq 8 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 &\leq 10 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Resolva o problema utilizando o método simplex para cada uma das f.o. abaixo:

- Maximizar $z = 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4$
- Maximizar $z = 8x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 2x_4$
- Maximizar $z = 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4$
- Minimizar $z = 5x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 8x_4$

8) A próxima tabela apresenta uma iteração no método simplex. Todas as variáveis são não negativas. A tabela não é ótima nem para um problema de maximização nem para um problema de minimização. Por isso, quando uma variável não básica entra na solução, ela pode aumentar ou reduzir z , ou deixa-lo inalterado, dependendo dos parâmetros da variável não básica que entrar.

Base	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Solução
z	0	-5	0	4	-1	-10	0	0	620
x_8	0	3	0	-2	-3	-1	5	1	12
x_3	0	1	1	3	1	0	3	0	6
x_1	1	-1	0	0	6	4	0	0	0

- Categorize as variáveis como básicas ou não básicas e dê os valores atuais de todas as variáveis.
- Considerando que o problema é de maximização, identifique as variáveis não básicas que tem potencial de melhorar o valor de z . Se tal variável entrar na solução básica, determine a variável que sai, se houver, e a alteração em z .
- Repita o item (b) considerando o problema como minimização.
- Qual (Quais) variável(eis) não básica(s) não causará(ão) uma alteração no valor de z quando selecionada(s) para entrar na solução?

9) Considere o seguinte PPL:

$$\text{Maximizar } z = 16x_1 + 15x_2$$

$$\text{s. a. } 40x_1 + 31x_2 \leq 124$$

$$-1x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- (a) Resolva o problema pelo método simplex, no qual a variável que entra na base e a variável não básica que tem o coeficiente mais negativo na linha z.
- (b) Resolva o problema pelo método simplex, no qual a variável que entra na base e a variável não básica que tem o coeficiente menos negativo na linha z.
- (c) Compare o número de iterações em (a) e (b) e diga qual conclusão pode-se chegar.
- (d) Suponha que o sentido de otimização seja mudado para minimização multiplicando z por -1. Como essa alteração afeta as iterações do método simplex?