Unidade II - Imagem Digital

IME 04-10842
Computação Gráfica
Professor Guilherme Mota

Definições Formais

Níveis de Abstração na Representação de Imagens

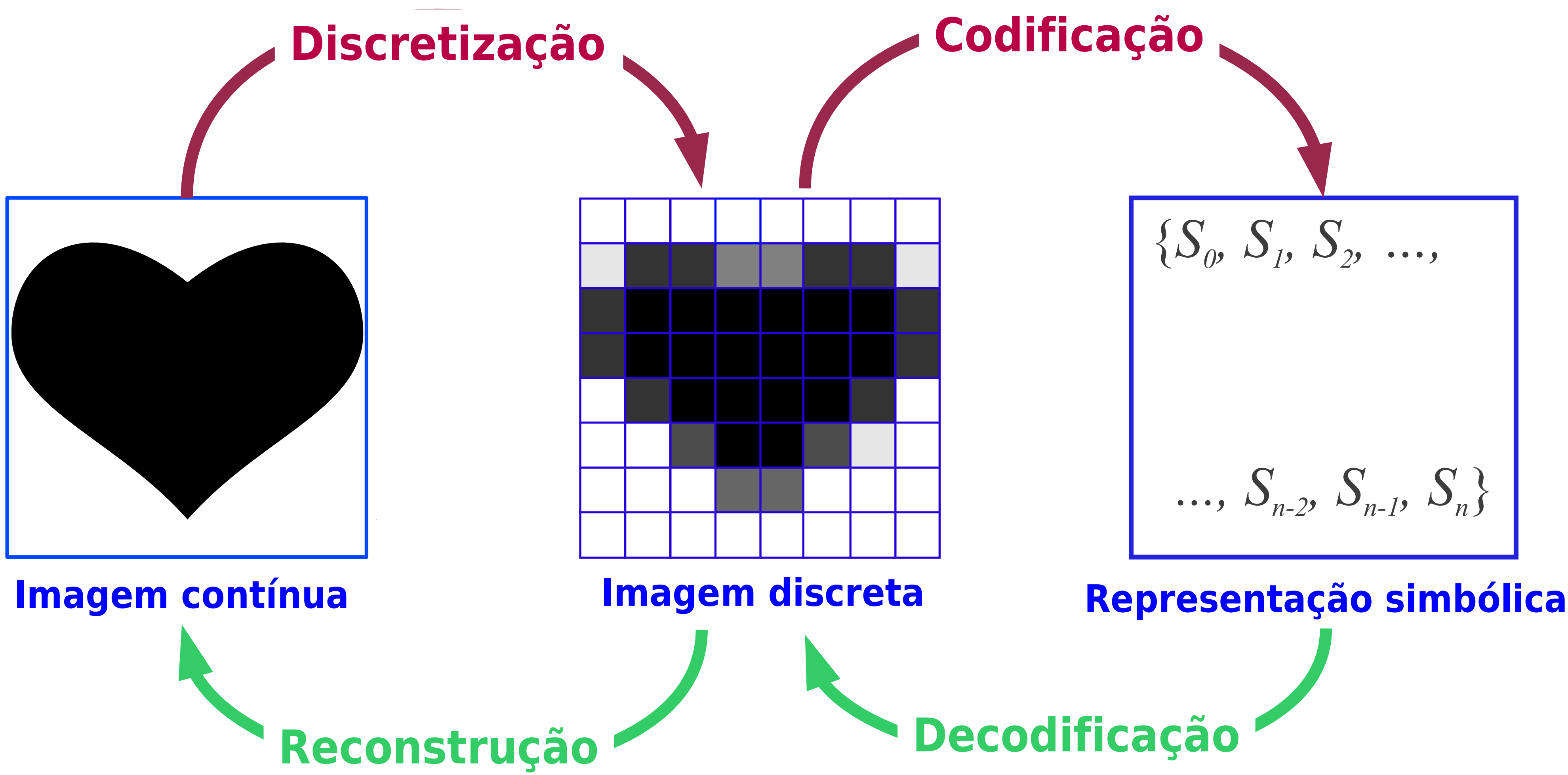
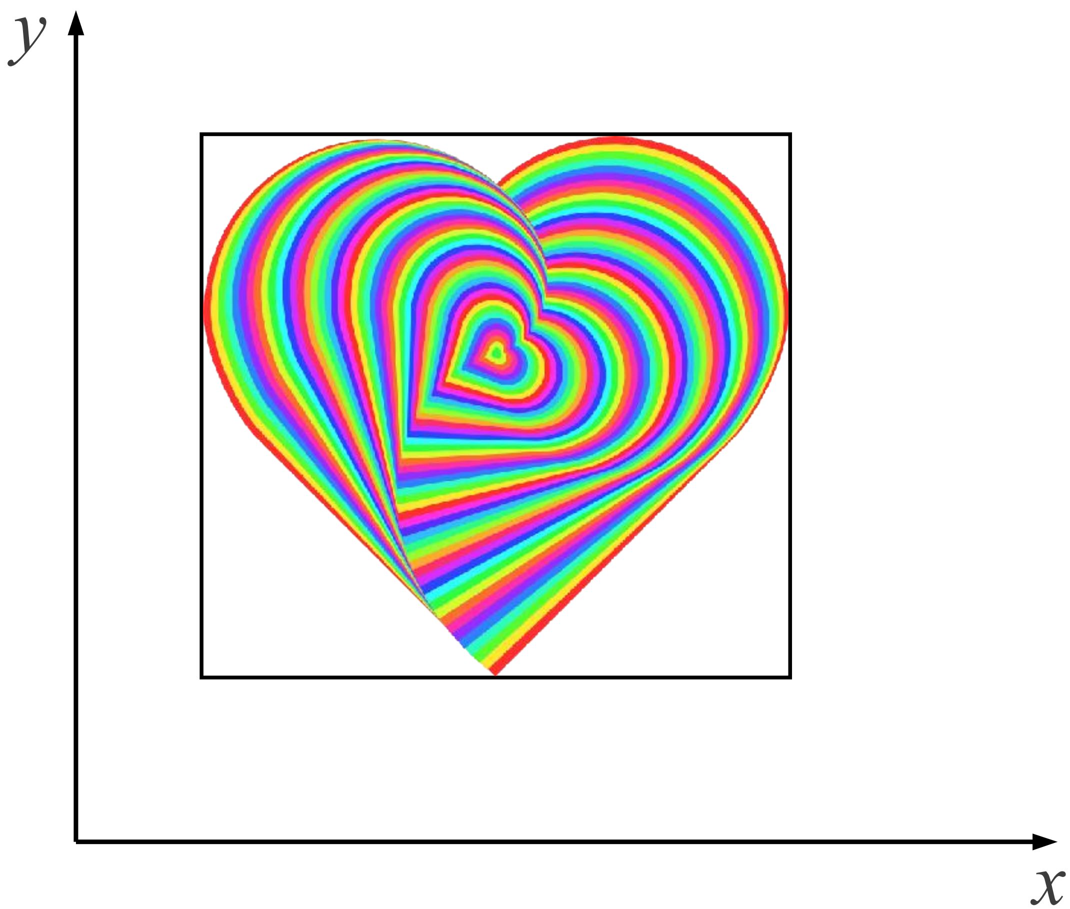


Imagem Contínua

$$f : U \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow C$$



$f \rightarrow$ função imagem

$C \rightarrow$ espaço de cor, $C = \mathbb{R}^n$

$U \rightarrow$ suporte da imagem

$f(U) \subset C \rightarrow$ gamute

Discretização

Imagem contínua

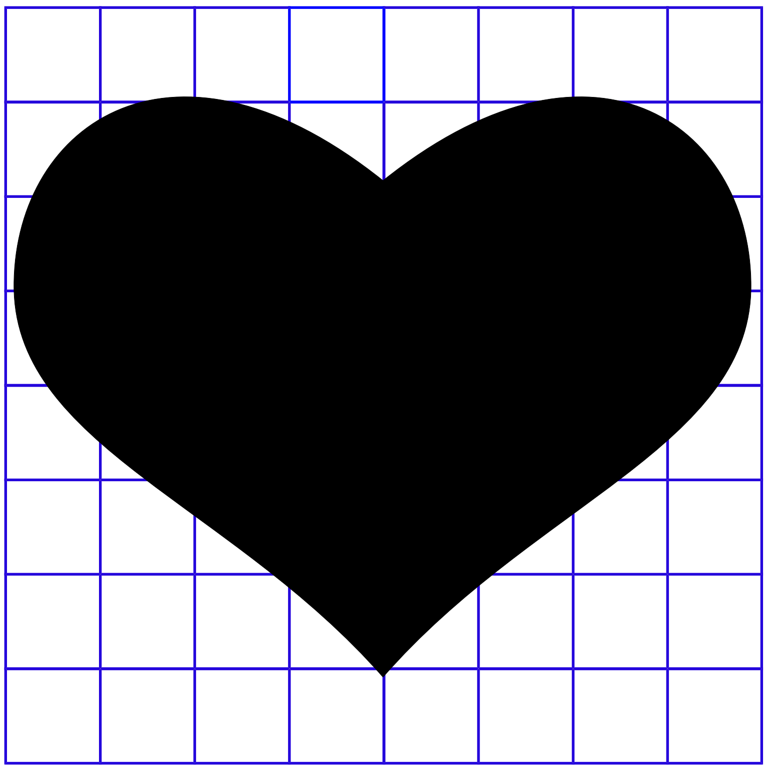
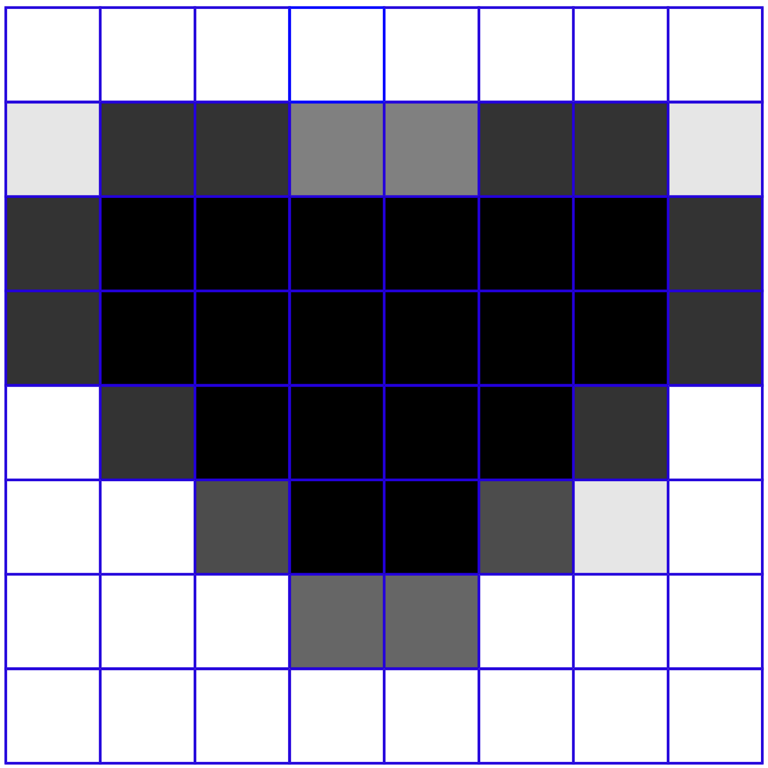


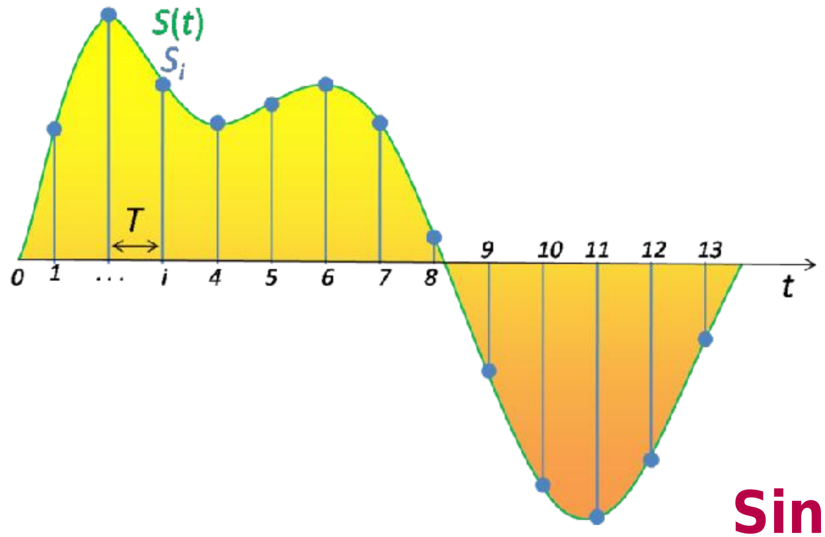
Imagem discreta



Processo de Amostragem

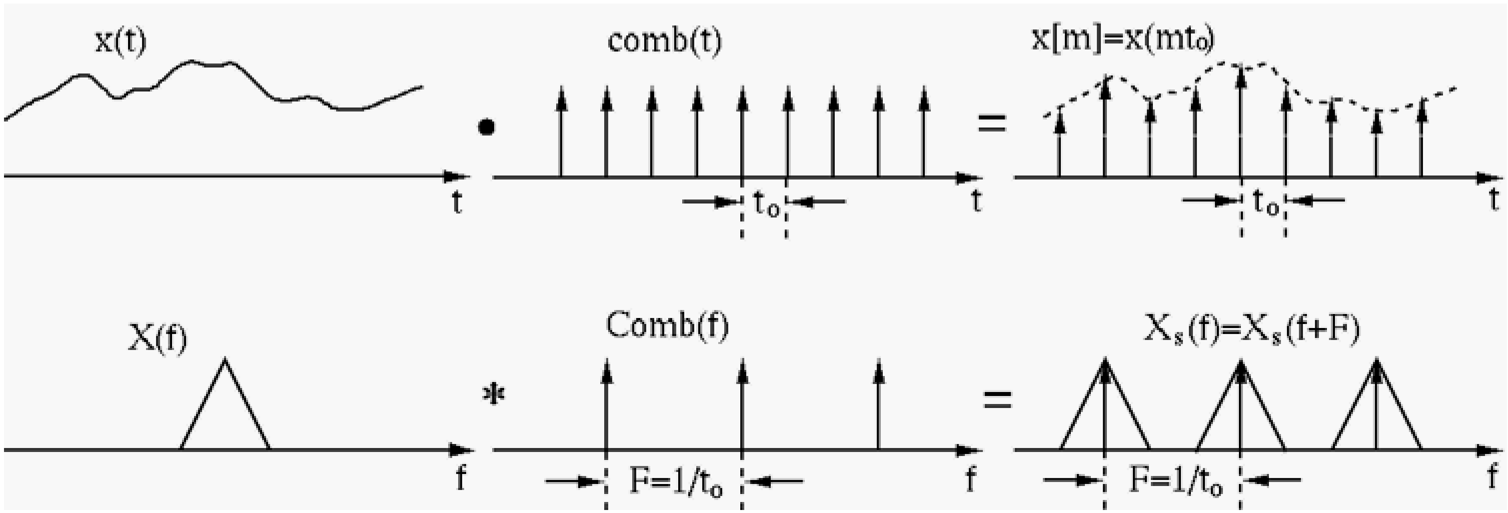
Sinal de entrada $S(t)$

Sinal de saída $S[t]$

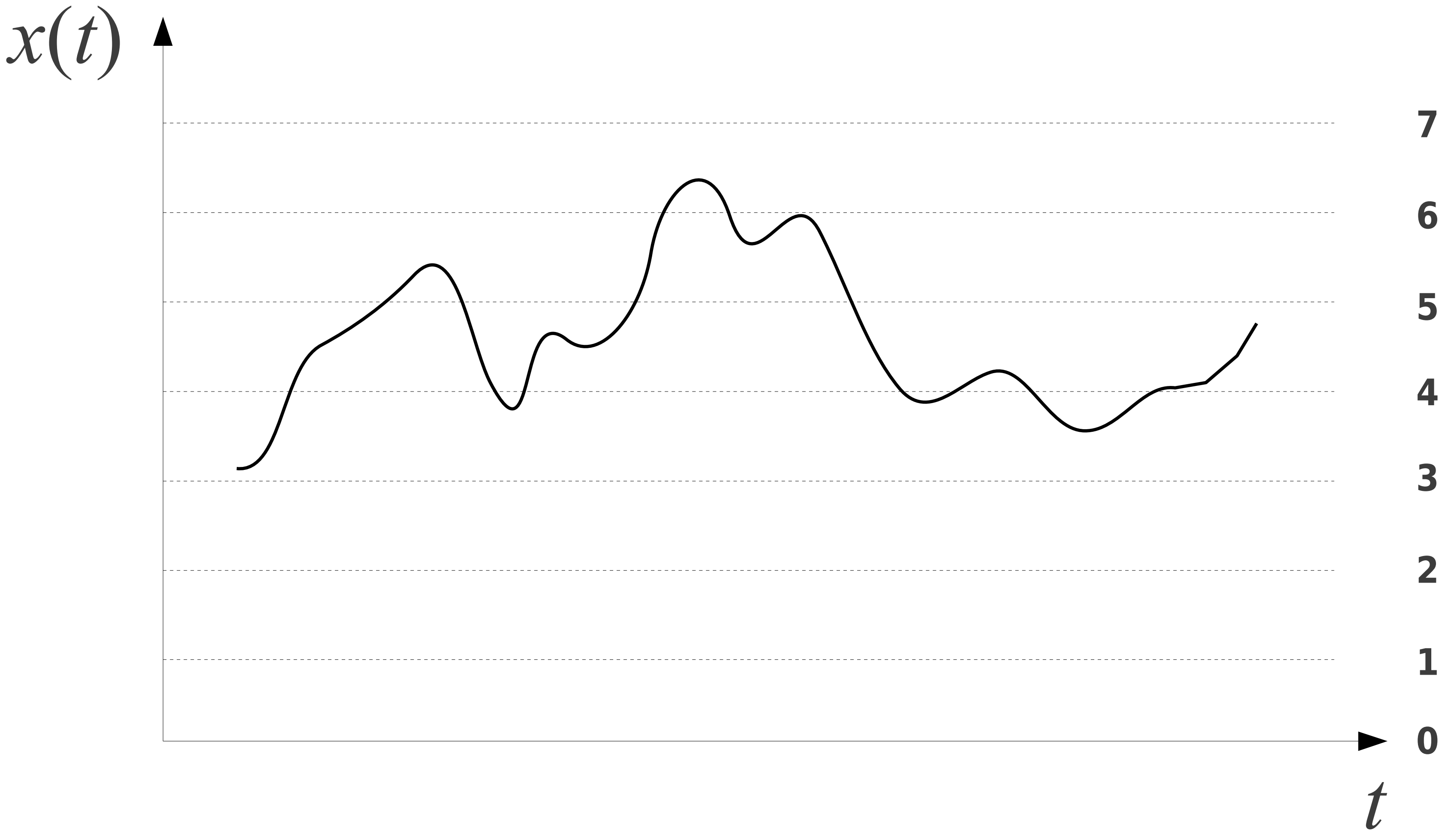


Sinal contínuo

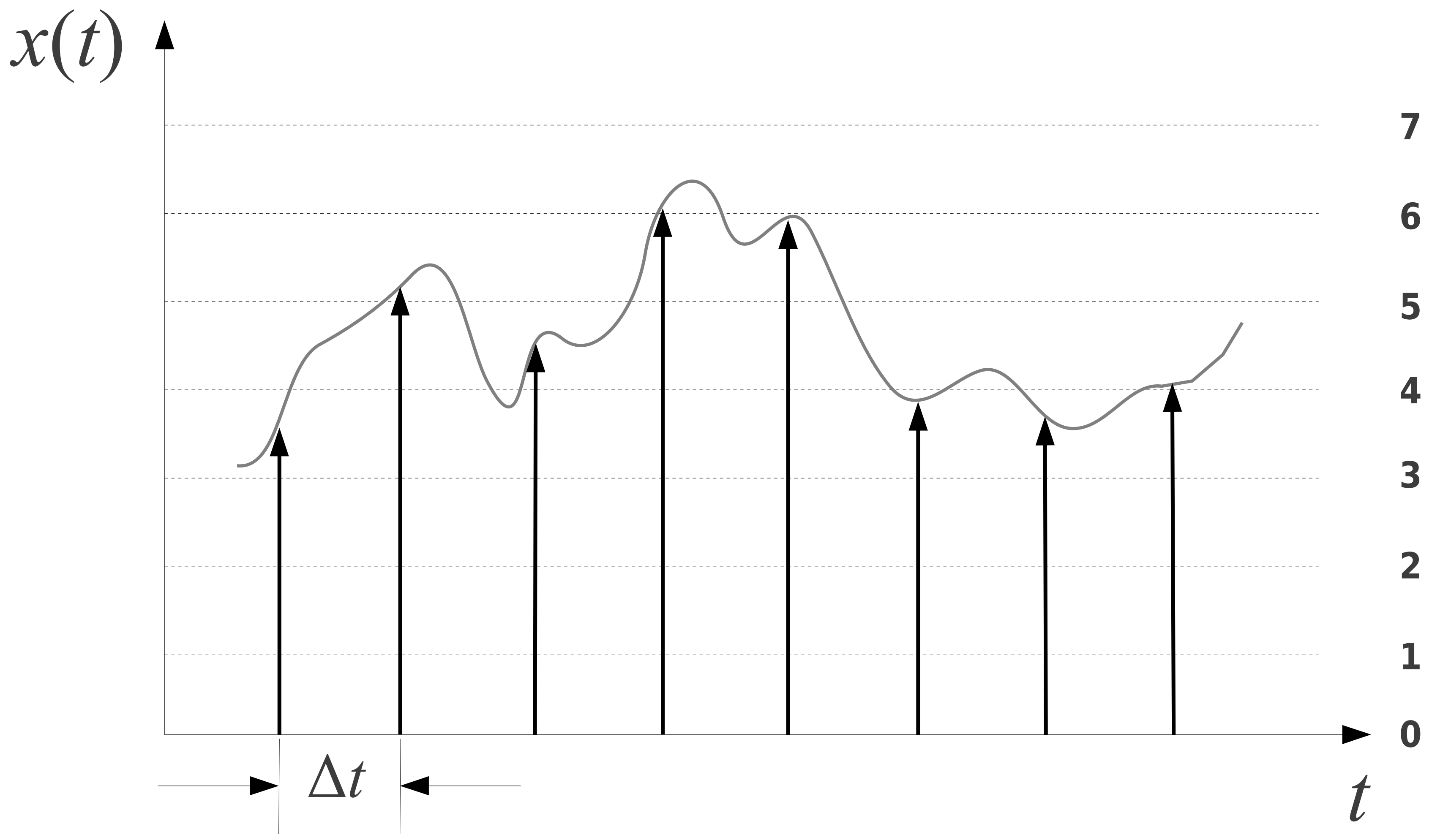
Sinal discreto



Sinal Contínuo

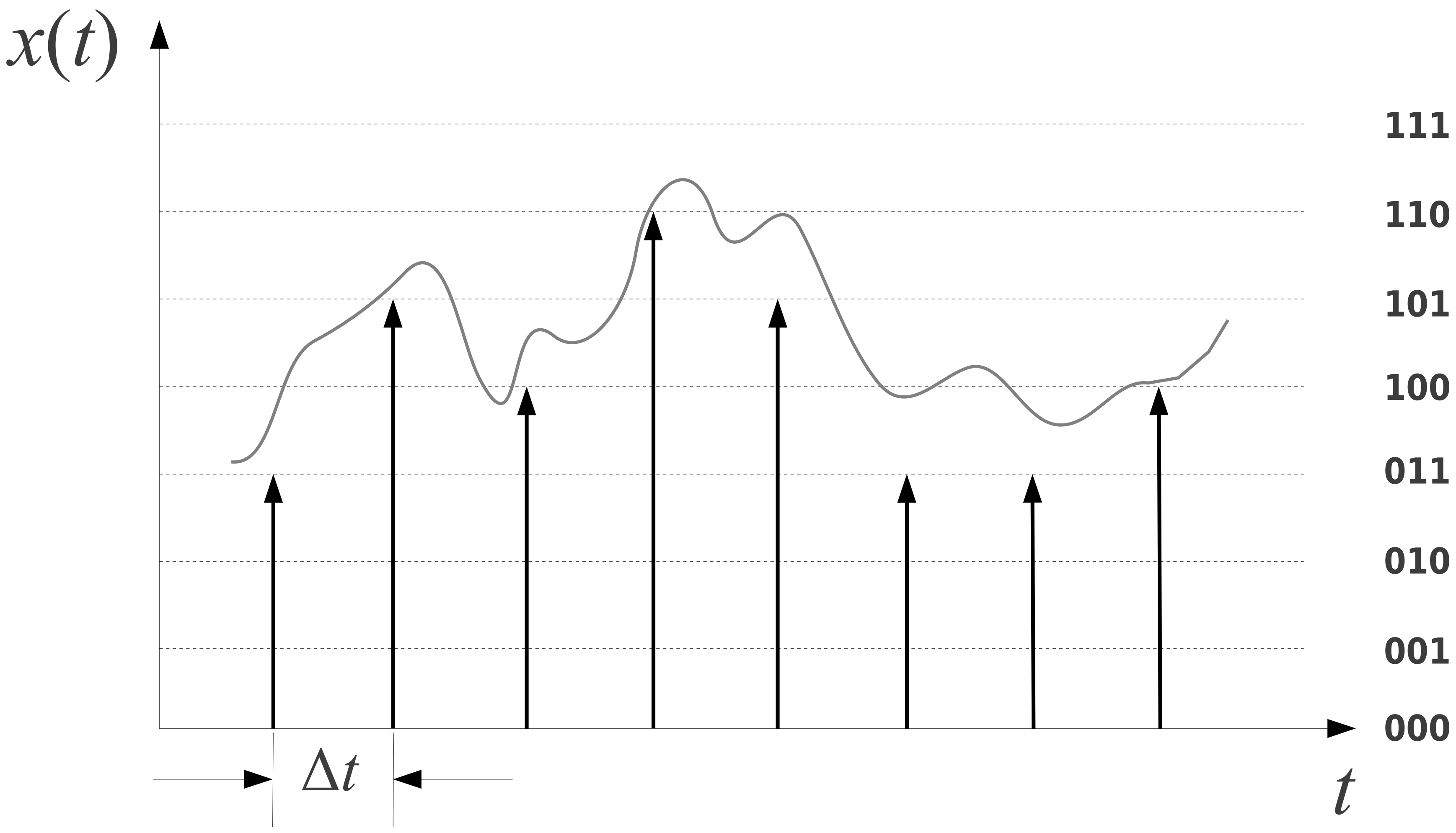


Sinal Discreto



$$x(t) = \{\ldots, 3.4,\ \ 5.1,\ \ 4.3,\ \ 6.0,\ \ 5.9,\ \ 3.8,\ \ 3.6,\ \ 4.1, \ldots\}$$

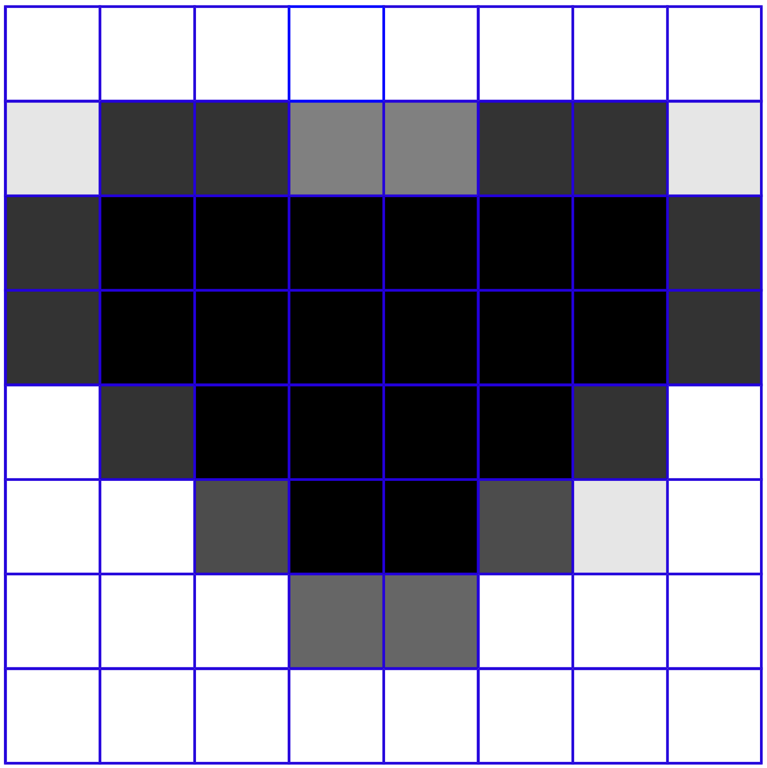
Sinal Digital



$$x(t) = \{\ldots, 011,\ 101,\ 100,\ 110,\ 101,\ 011,\ 011,\ 100, \ldots\}$$

Imagem Digital

$$f : U \subset \mathbb{R}^2 \to C$$



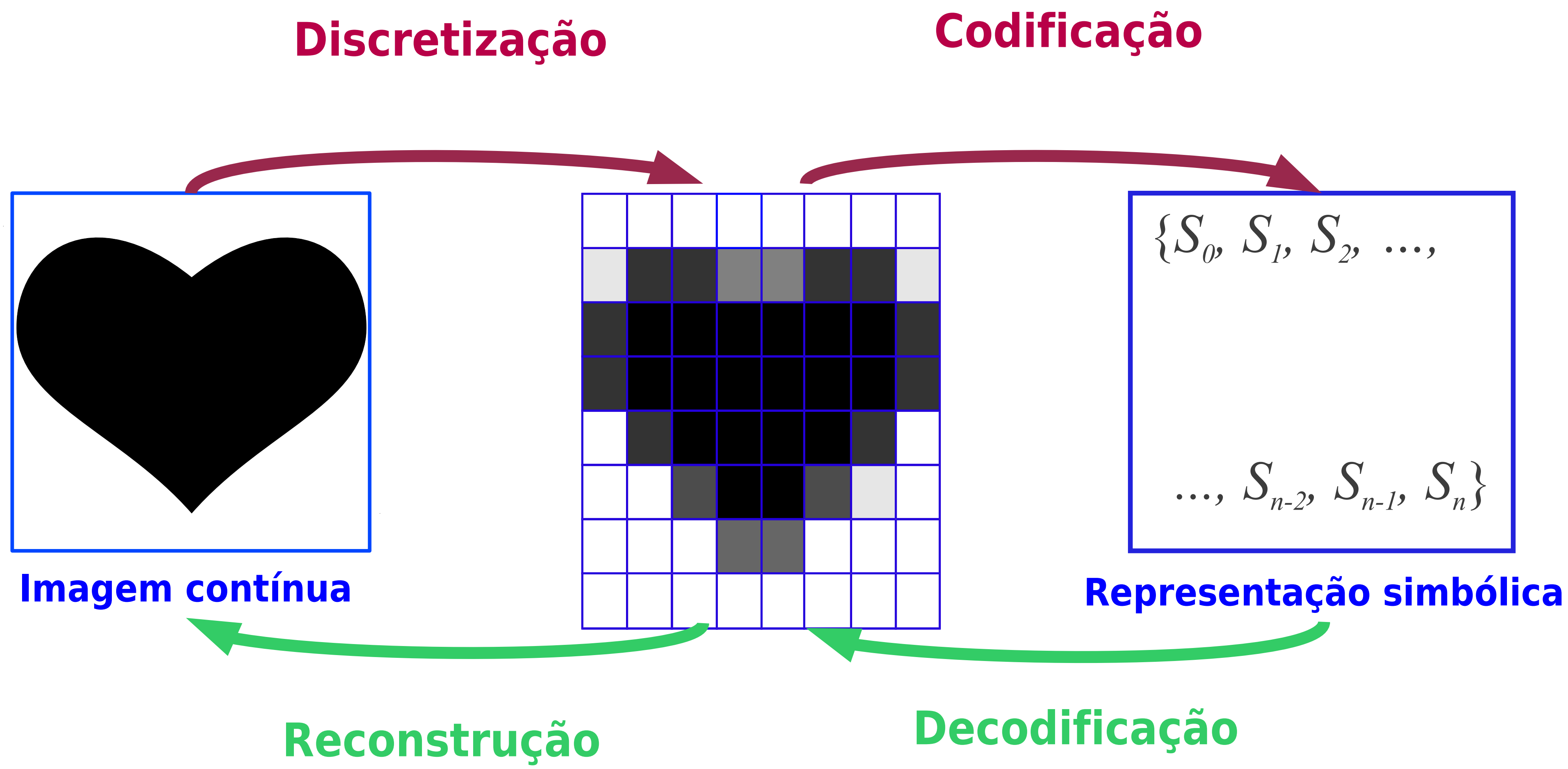
$f \to$ função imagem

$C \to$ espaço de cor

$U \to$ suporte da imagem

U e C são discretizados

Níveis de Abstração na Representação de Imagens

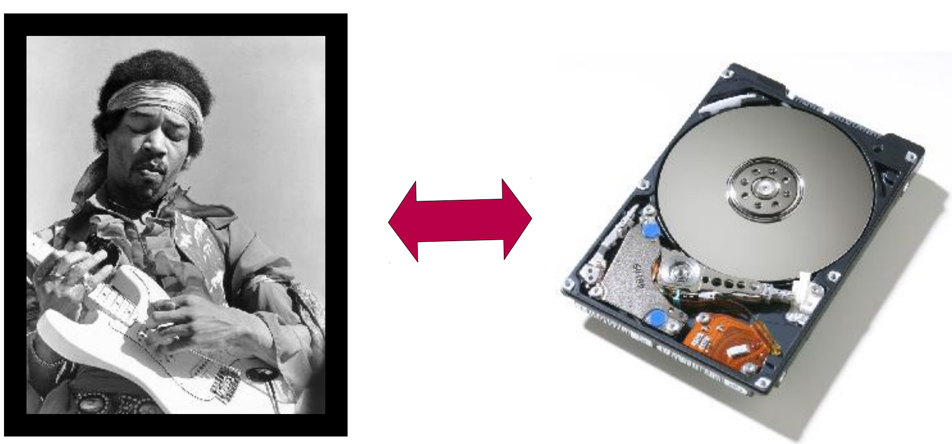


Persistência de Imagens Digitais

Formatos raster de arquivos de imagem

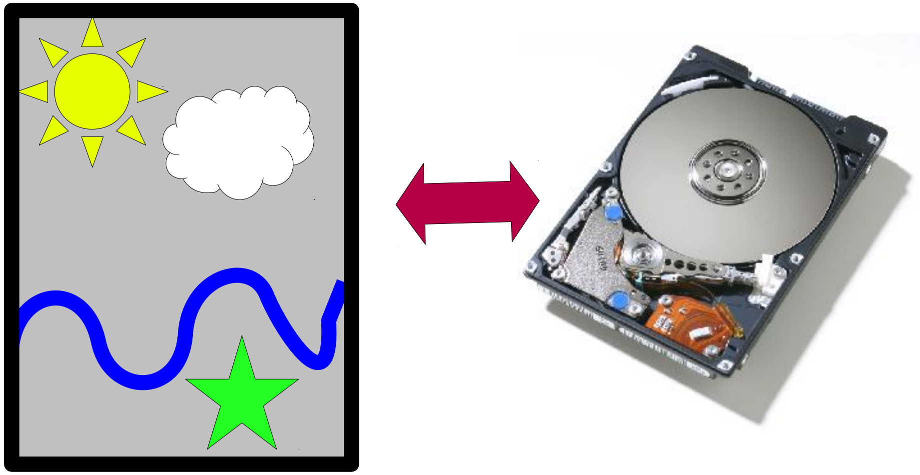
- Não comprimido
  - BMP (Windows bitmap)
  - FamÍia PNM
    (Portable Any Map)
    - PBM (binário)
    - PGM (tons de cinza)
    - PPM (pixelmap)

- Comprimido
  - Com perda de informação
    - JPEG (Joint Photographic Experts Group)
  - Sem perda de informação
    - TIFF (Tagged Image File Format) Compressão LZW opcional
    - GIF (Graphics Interchange Format)
    - PNG (Portable Network Graphic) Sucessor open source do GIF



Formatos vetoriais de arquivos de imagem

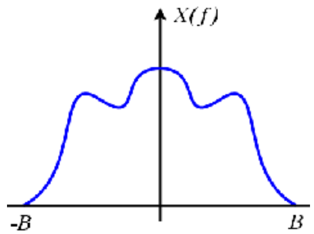
- SVG (Scalable Vector Graphics) – Padrão aberto criado e mantido pelo W3C
- PDF (Portable Document File)
- CDR – Formato proprietário do Corel Draw não existe documento público de descrição deste formato
- EPS (Encapsulated PostScript)



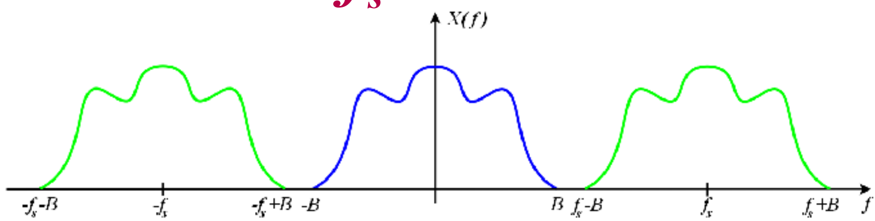
Limitações da Discretização

Amostragem - Teorema de Nyquist $f_s > 2B$

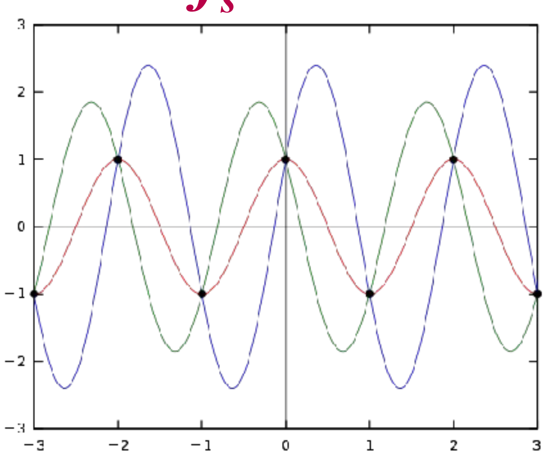
Espectro do Sinal de Entrada



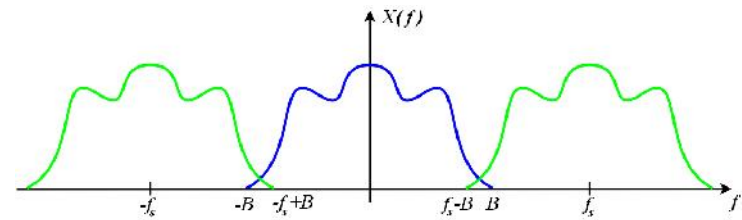
$f_s > 2B$

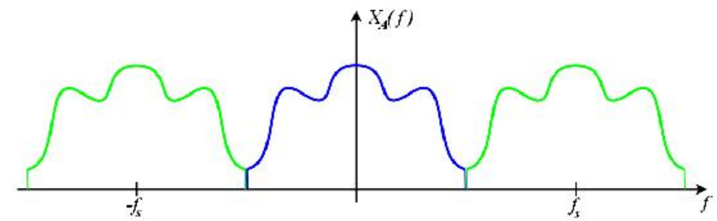


$f_s = 2B$

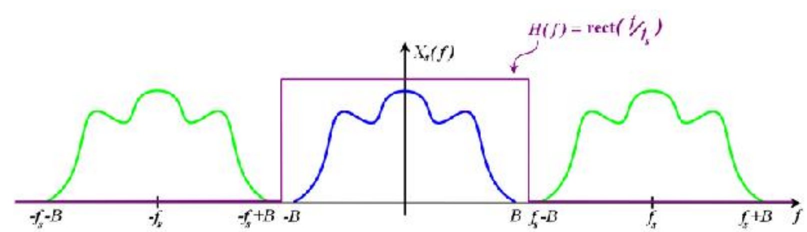


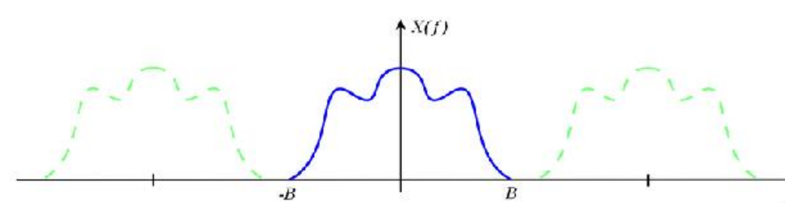
Aliasing $f_s < 2B$





Reconstrução

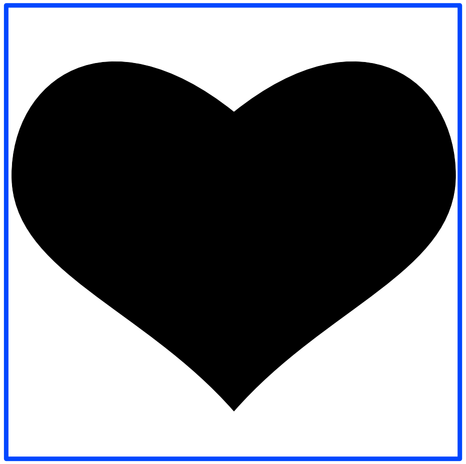




Limite de Representação

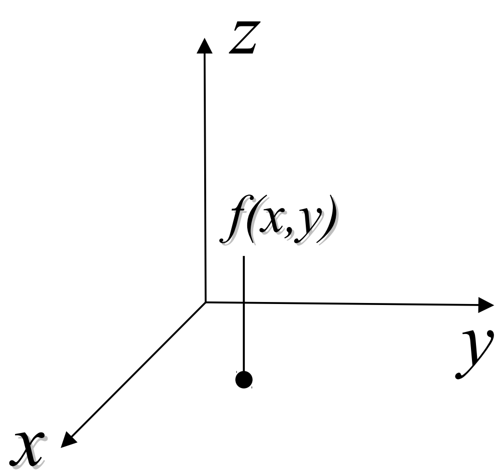
Paradigma dos 4 Universos

Universo Físico → Universo Matemático → Universo de Representação → Universo de Implementação



Paradigma dos 4 Universos

Universo Físico → Universo Matemático → Universo de Representação → Universo de Implementação

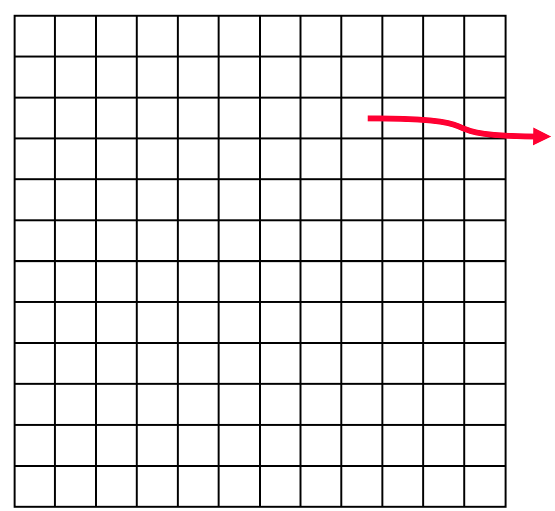


$$I = f : U \subset R^2 \rightarrow C$$

Paradigma dos 4 Universos

Universo Físico → Universo Matemático → Universo de Representação → Universo de Implementação

$M_{m \times n}$



$$f(x,y) = m_{ij}$$

Paradigma dos 4 Universos

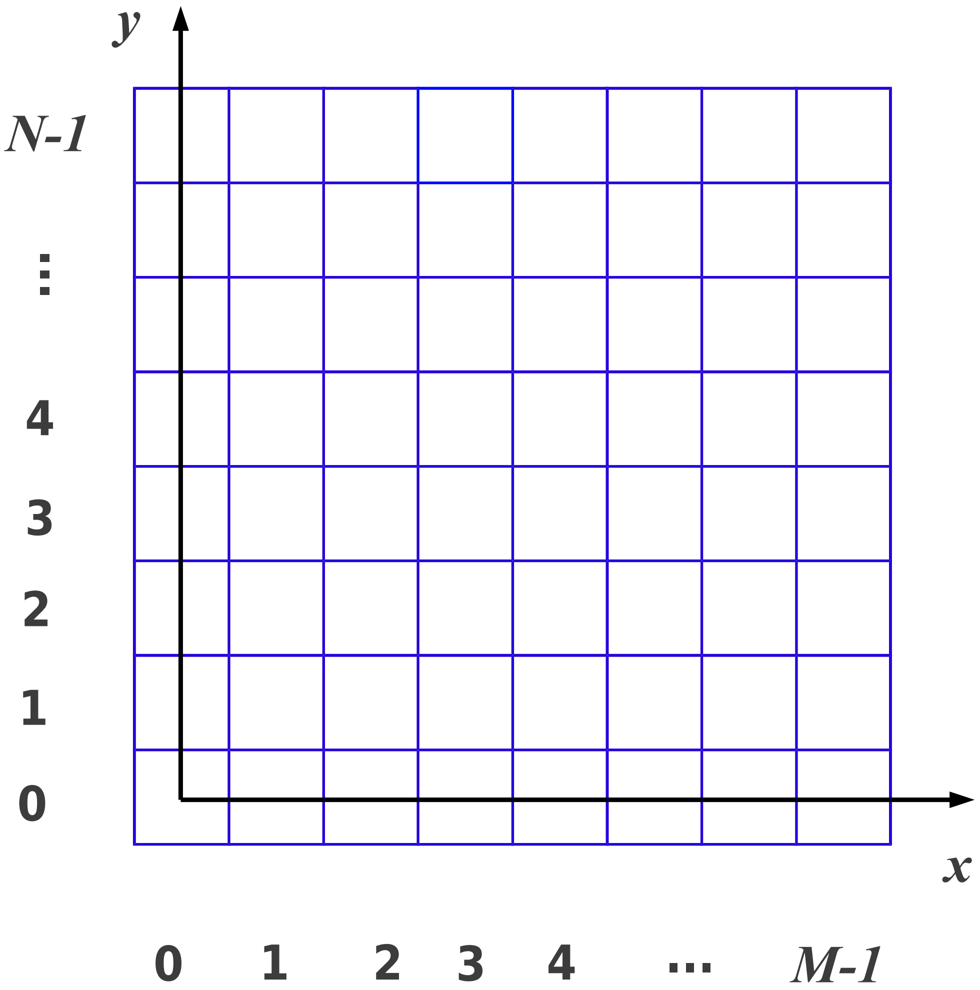
Universo Físico → Universo Matemático → Universo de Representação → Universo de Implementação

```
float Imagem [M][N][3];
```

Sistemas de Coordenadas de Imagens Digitais

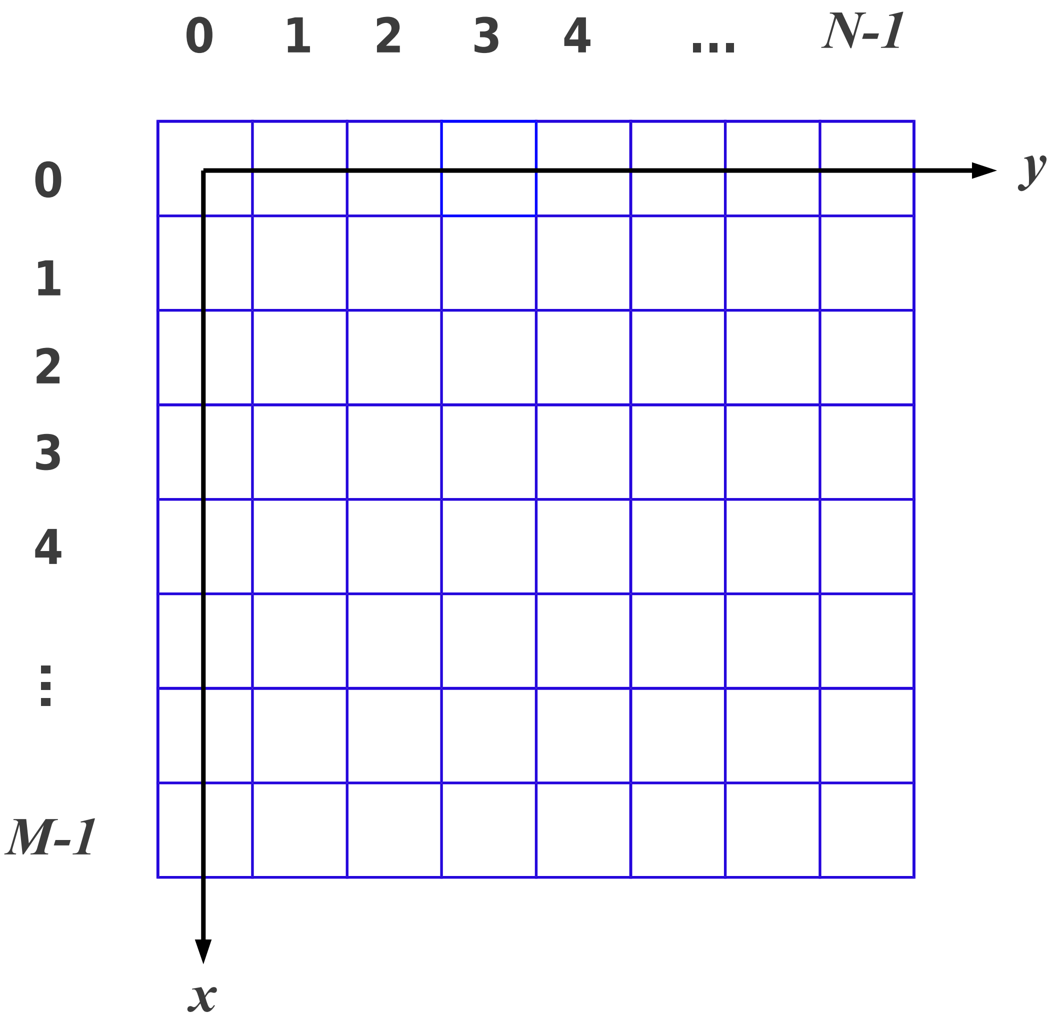
Sistema de coordenadas da imagem digital

Computação Gráfica



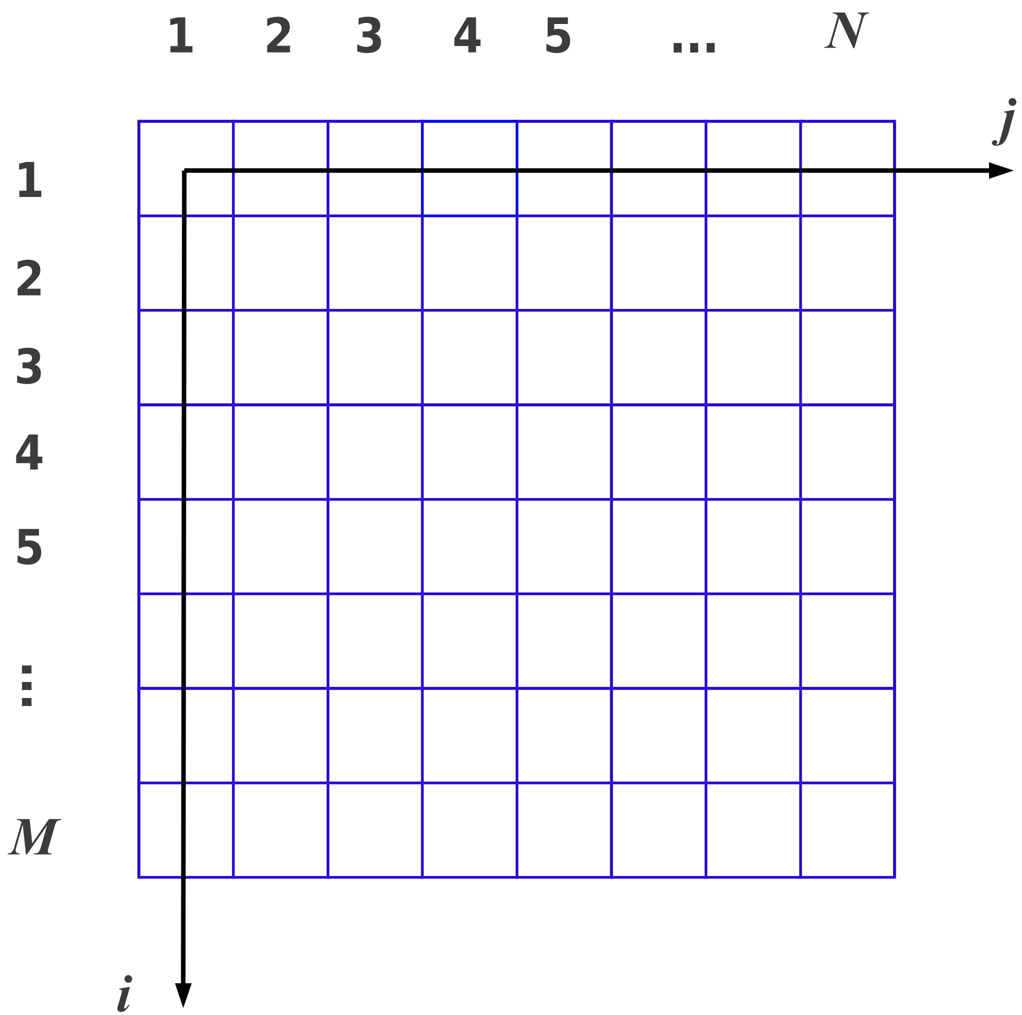
Sistema de coordenadas da imagem digital

Processamento Digital de Imagens



Sistema de coordenadas da imagem digital

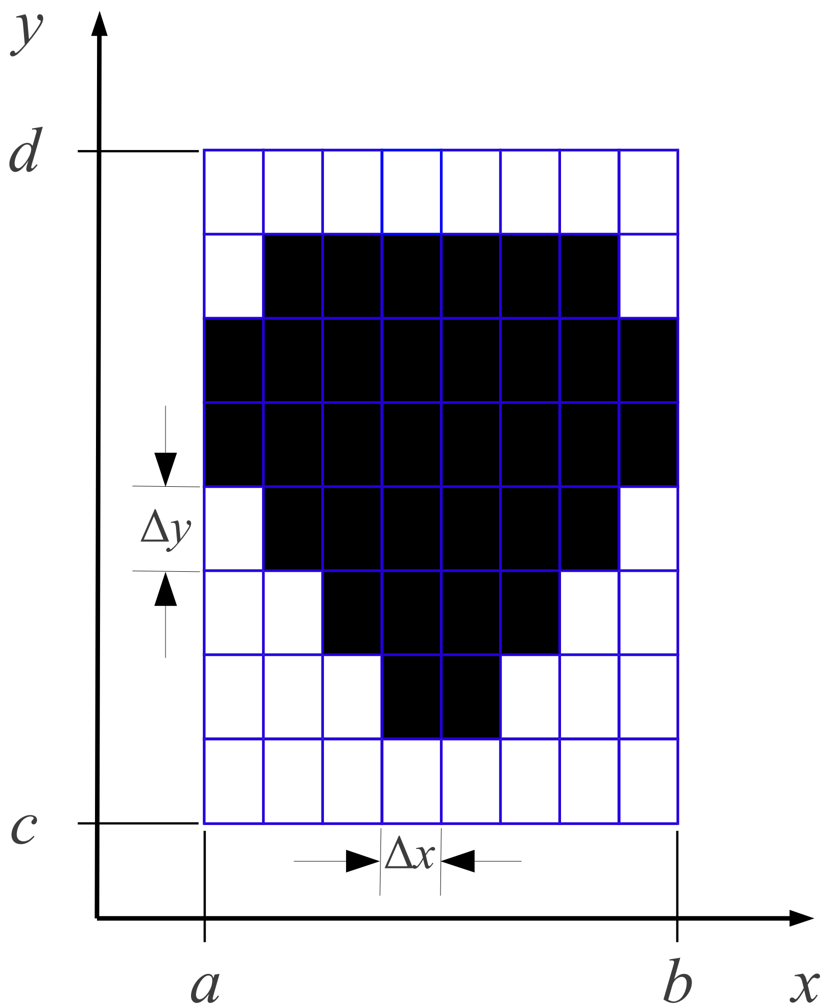
Ambientes matriciais (exemplo Octave)



Representação de uma Imagem

Representação Espacial

Imagem discreta



$U = [a, b] \times [c, d] = (x, y) \in \mathbb{R}^2; a \leqslant x \leqslant b$ e $c \leqslant y \leqslant d$

Para $a = c = o$

$P\Delta = (x_j, y_k) \in \mathbb{R}^2;$

onde,

$x_j = j\Delta x,\ j = 0, 1, \ldots, m-1,\ \Delta x = b/m$

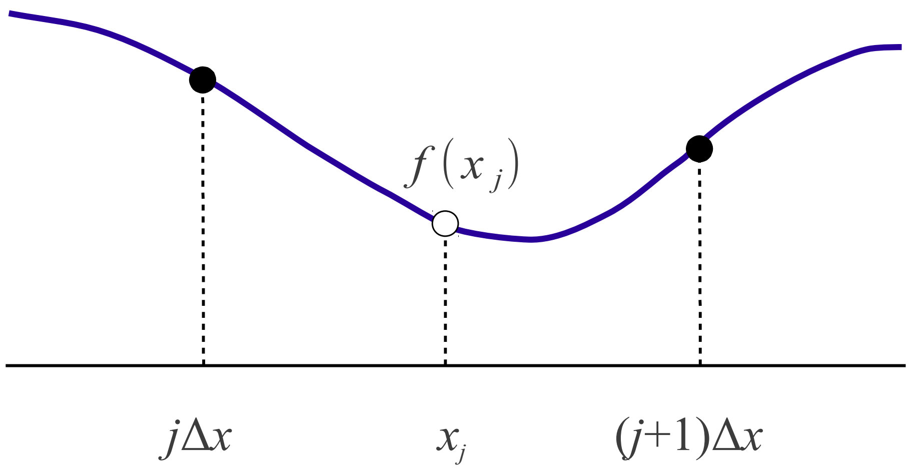
$y_k = k\Delta y,\ k = 0, 1, \ldots, n-1,\ \Delta y = d/n$

$c_{jk} = [j\Delta x, (j+1)\Delta x] \times [k\Delta y, (k+1)\Delta y] \subset P\Delta$

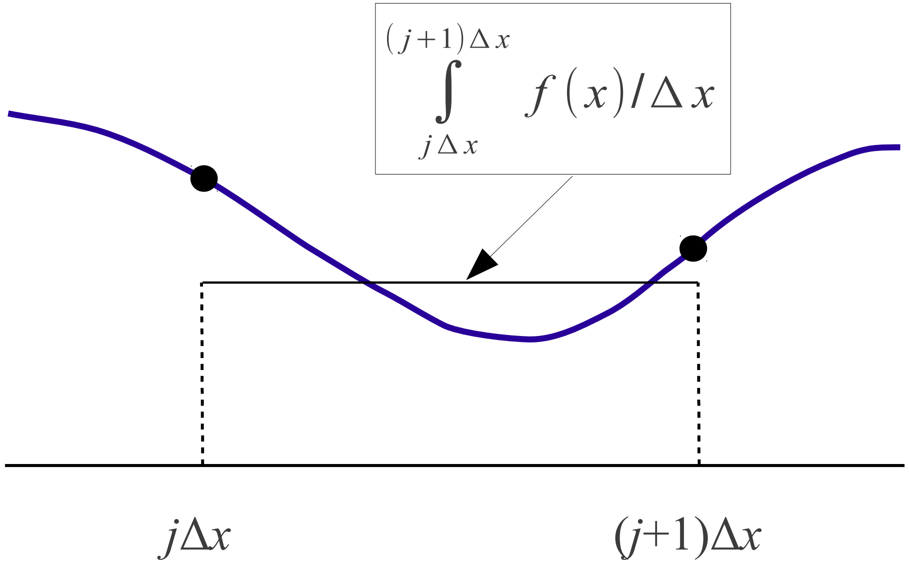
$j = 0, \ldots, m-1;\ k = 0, \ldots, n-1$

Discretização

Amostragem pontual



Amostragem por área



Amostragem Pontual

Imagem contínua

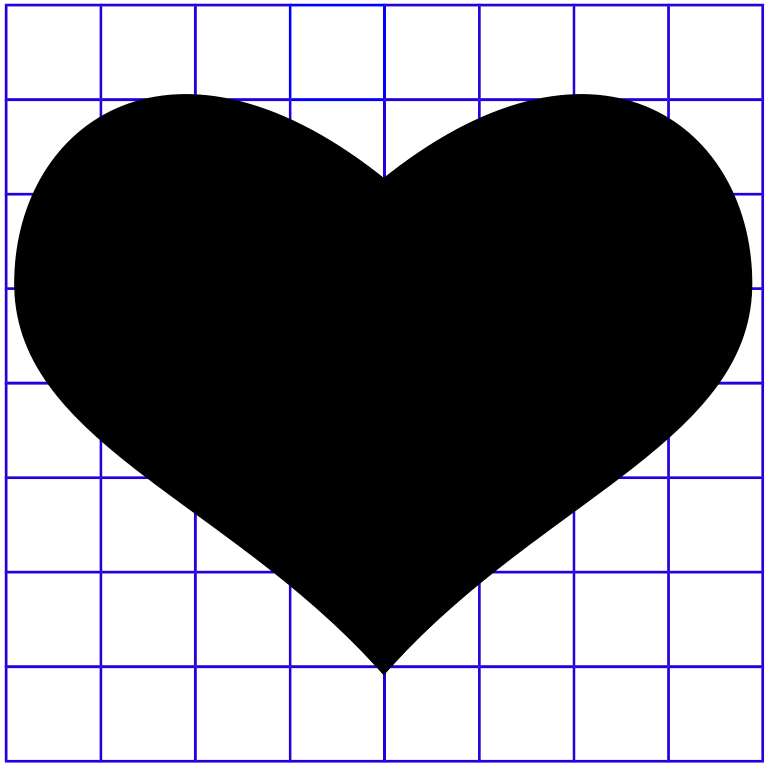
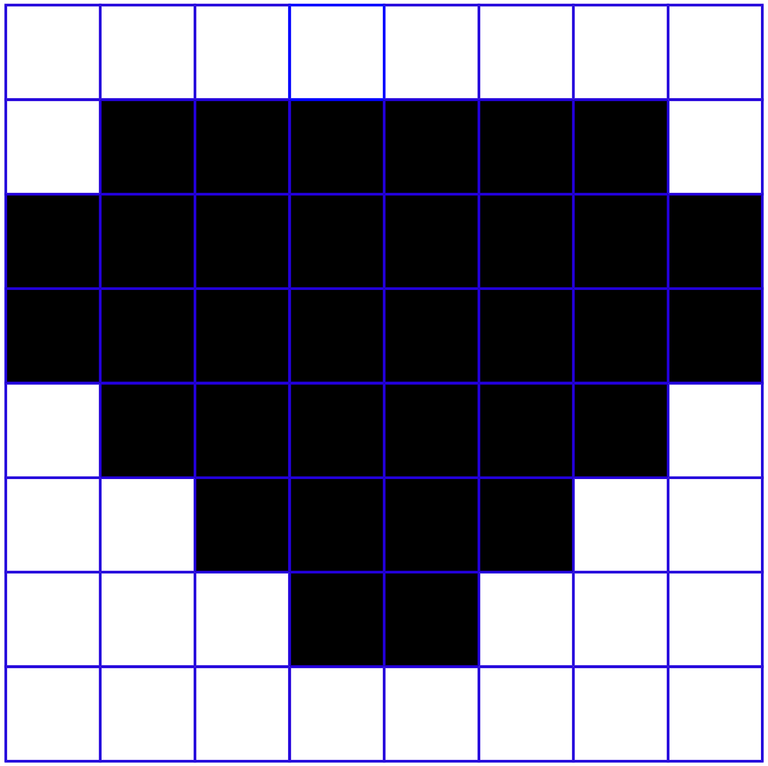


Imagem discreta



Amostragem por Área

Imagem contínua

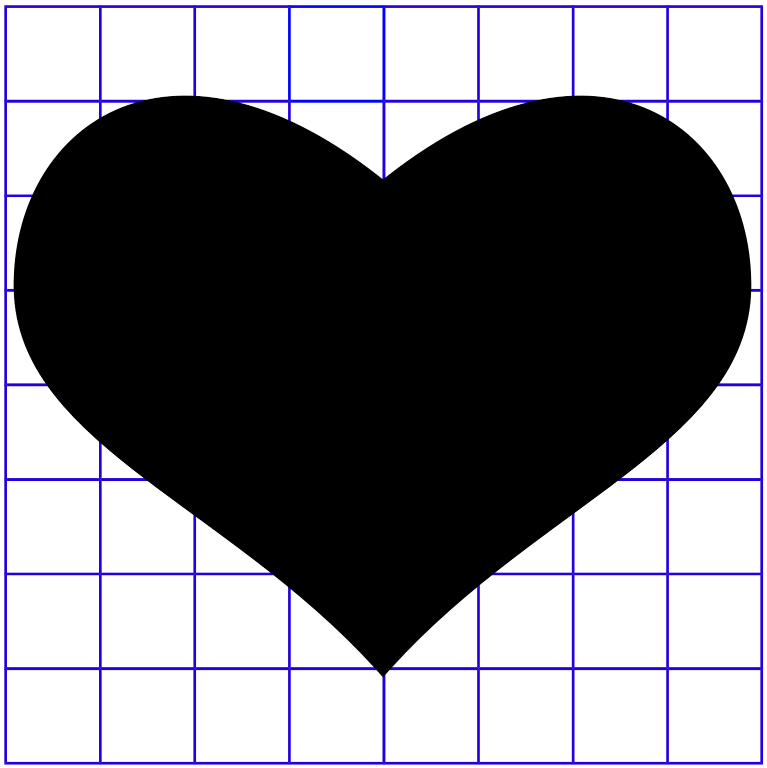
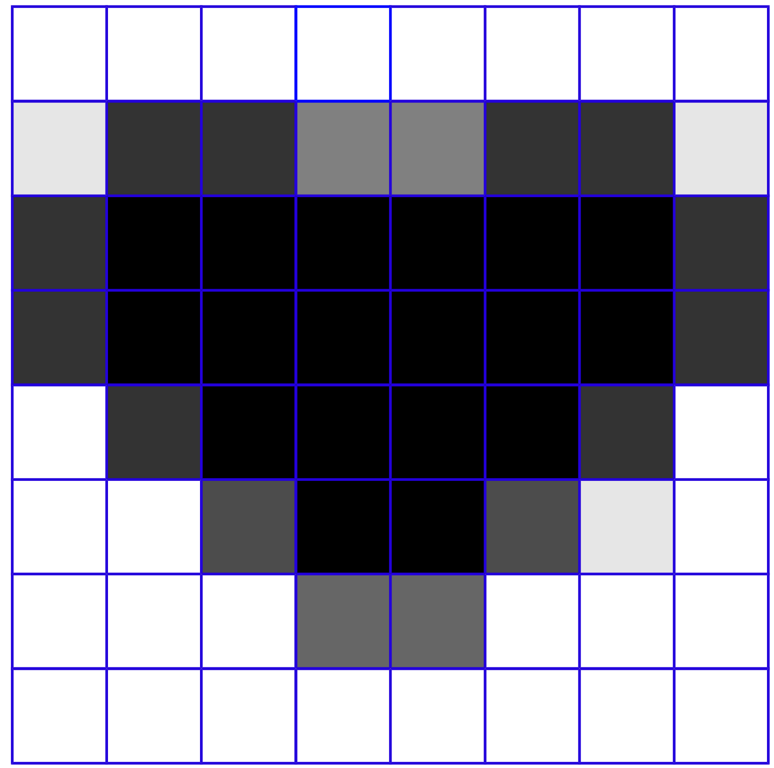
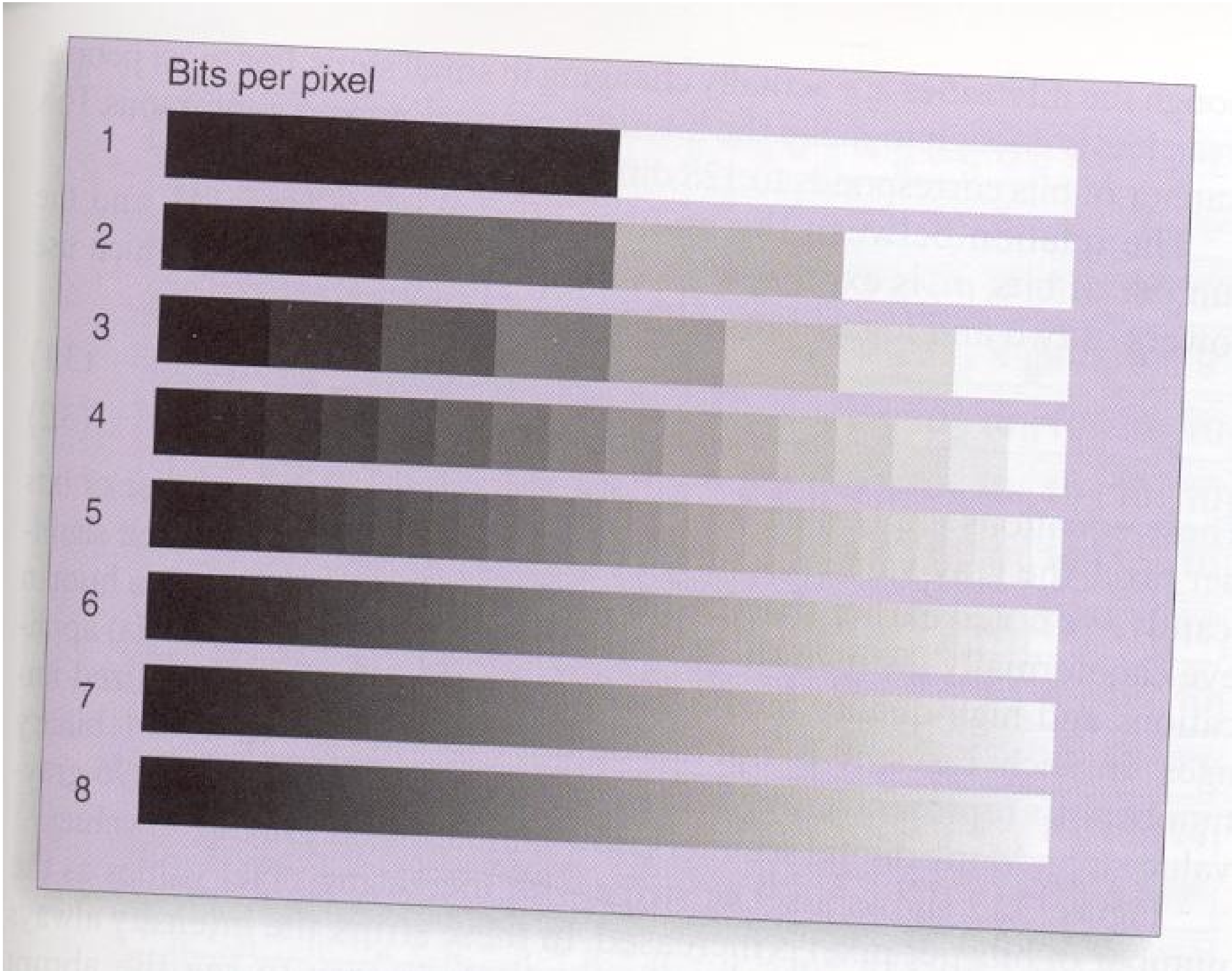


Imagem discreta



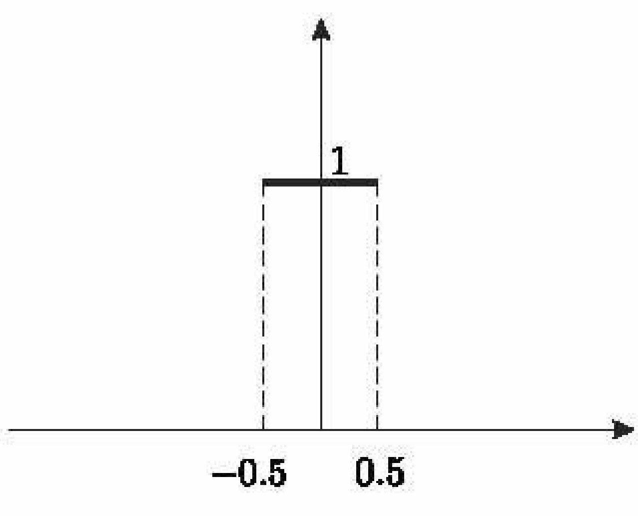
Quantização - Bits por pixel



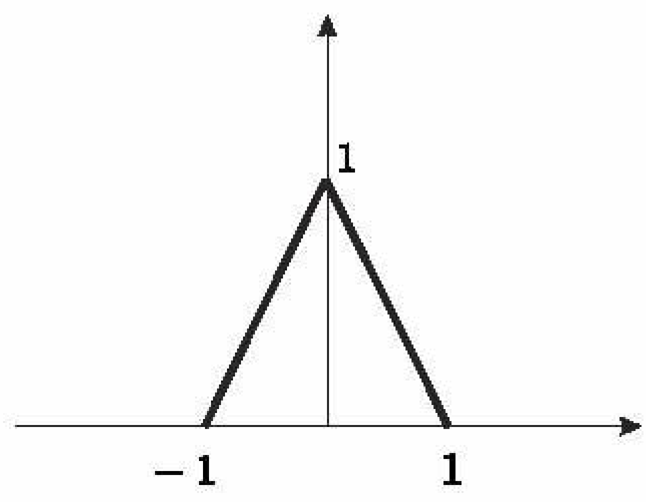
Reconstrução de Imagens Digitais

Núcleos de Reconstrução 1D

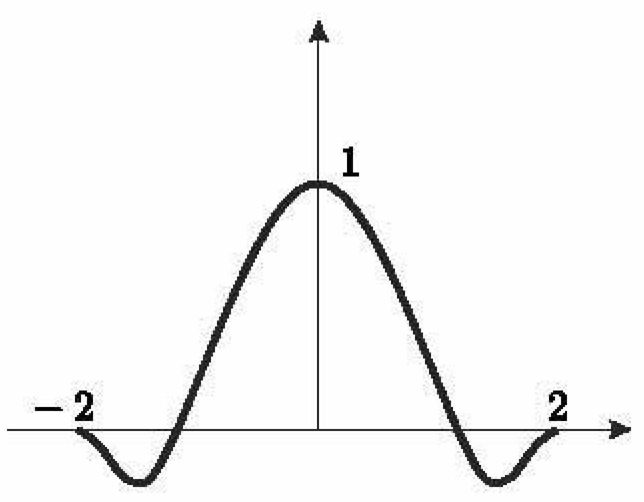
Constante



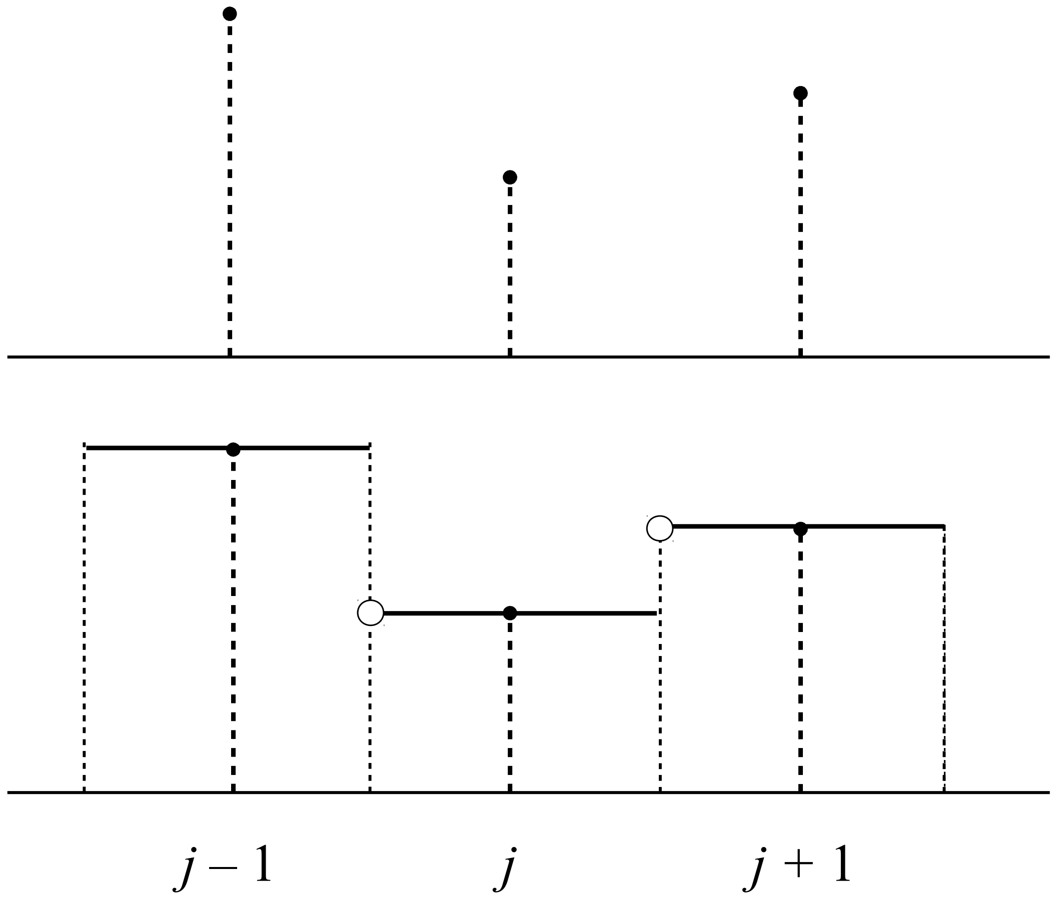
Triangular



Cúbico

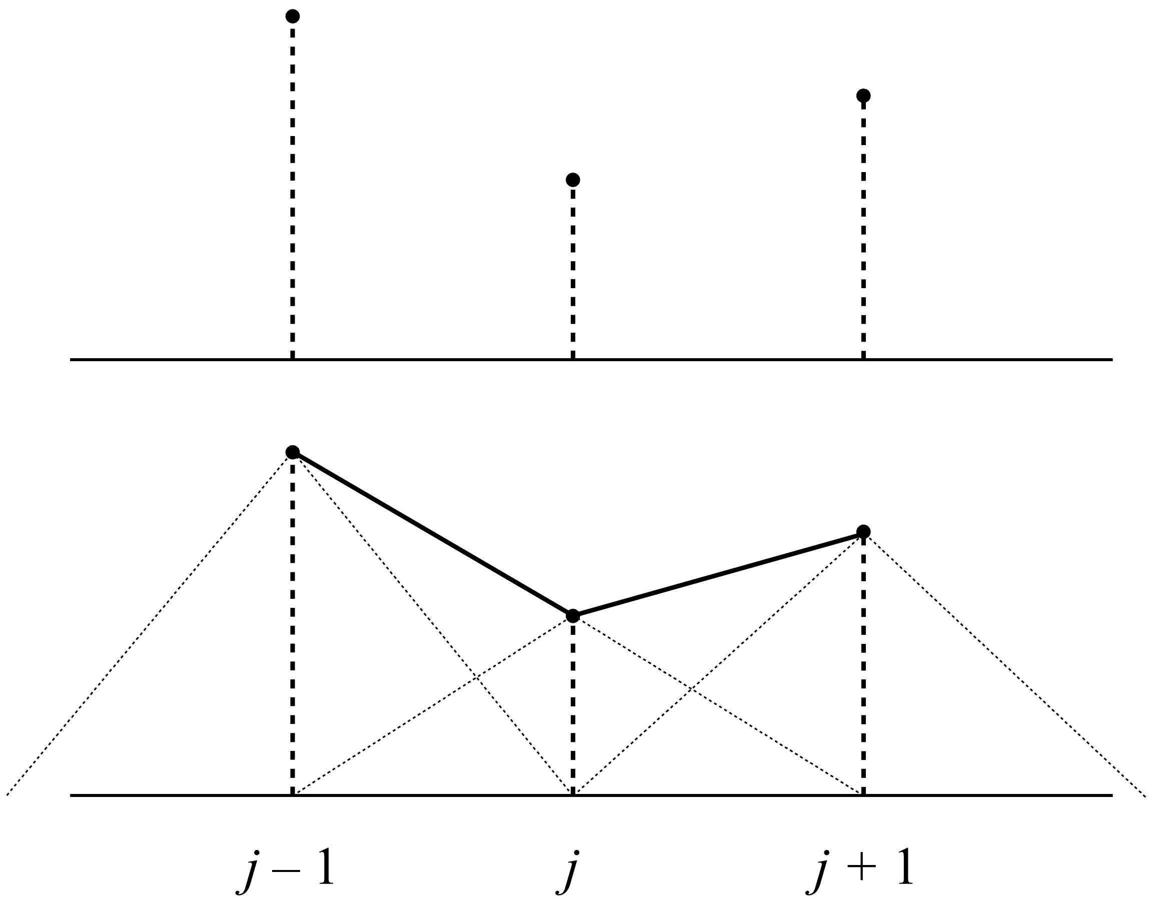


Reconstrução 1D - Núcleo Constante



Valor contínuo corresponde ao valor discreto do vizinho mais próximo.

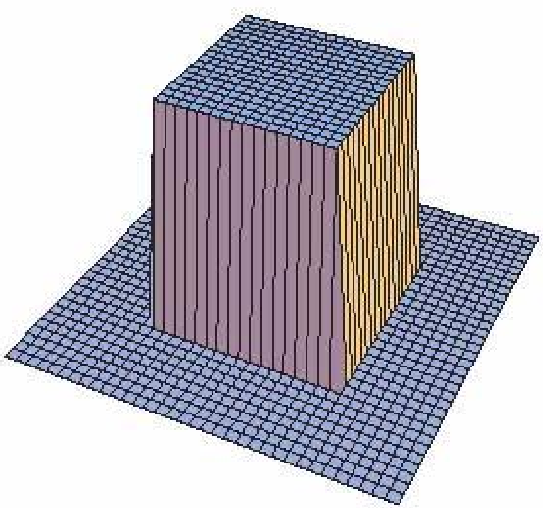
Reconstrução 1D - Núcleo Triangular



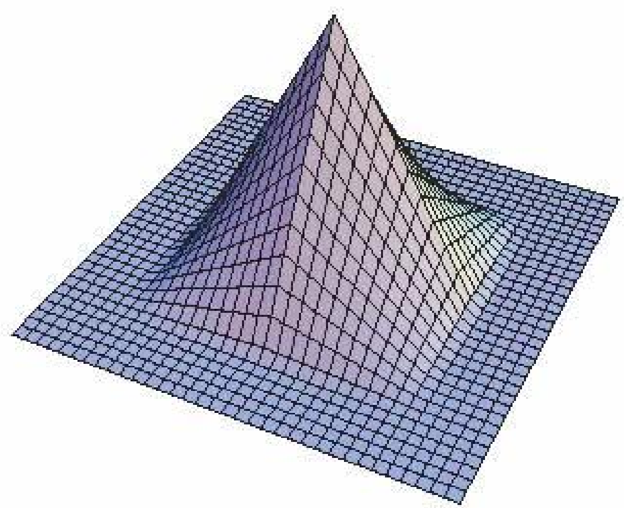
Valor contínuo corresponde à combinação de duas funções lineares uma para cada vizinho discreto

Núcleos de Reconstrução 2D

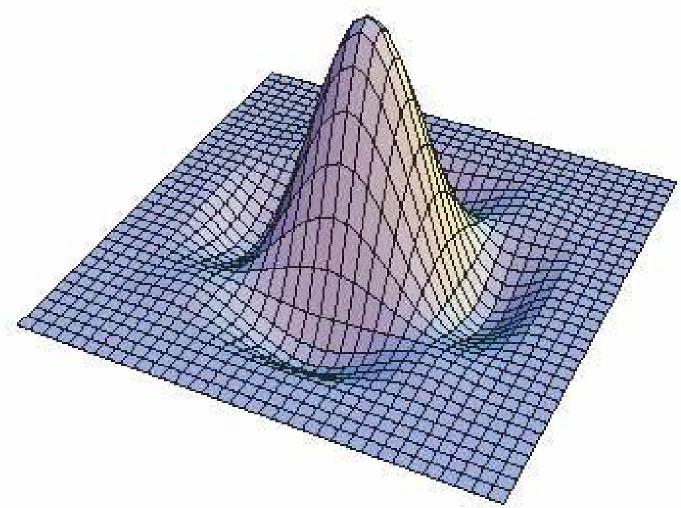
Constante



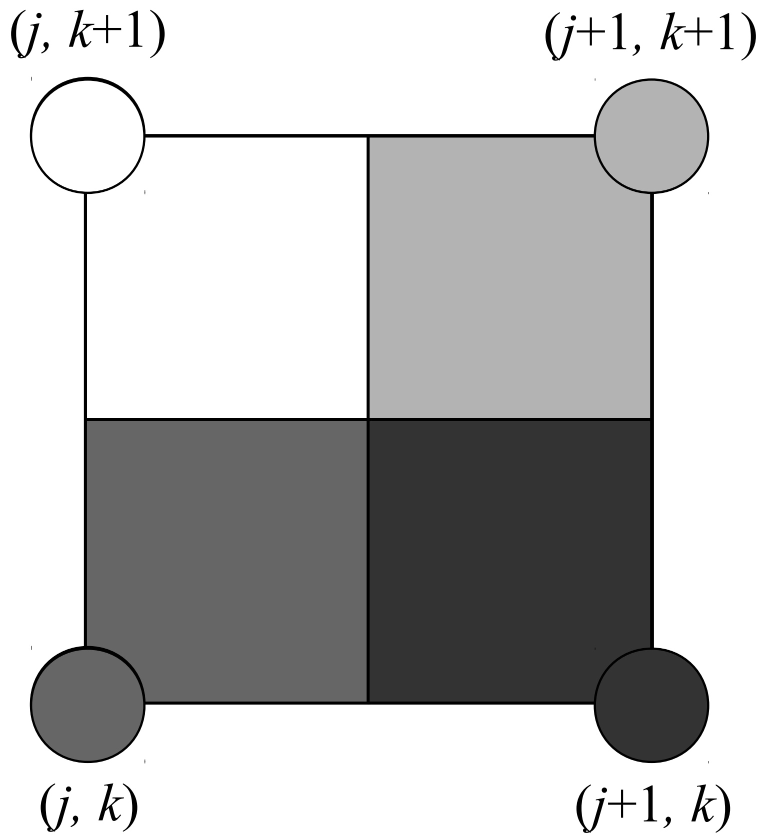
Triangular

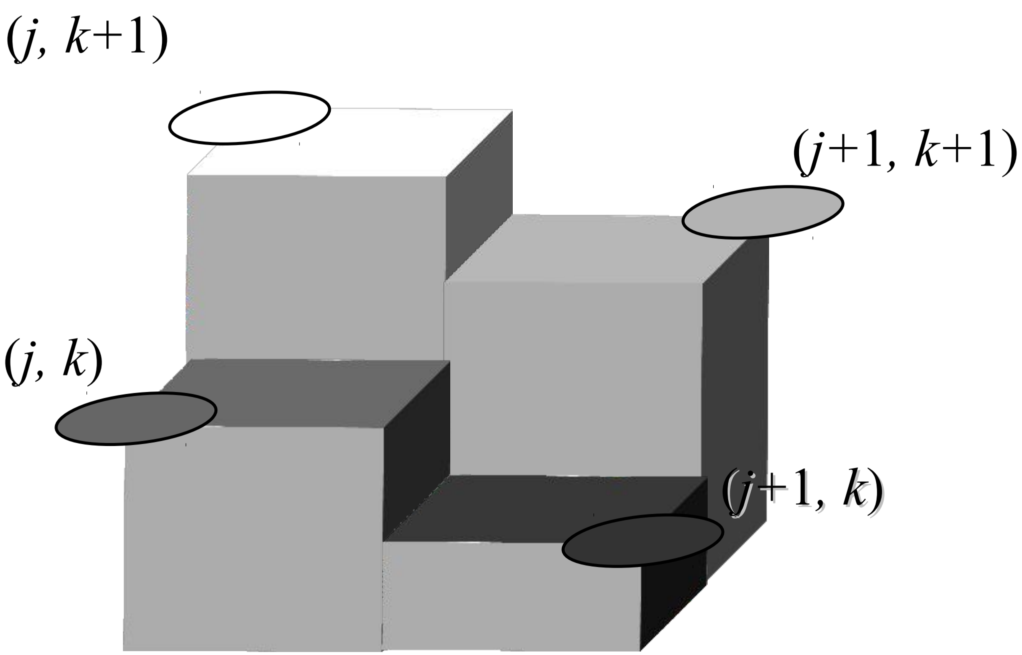


Cúbico

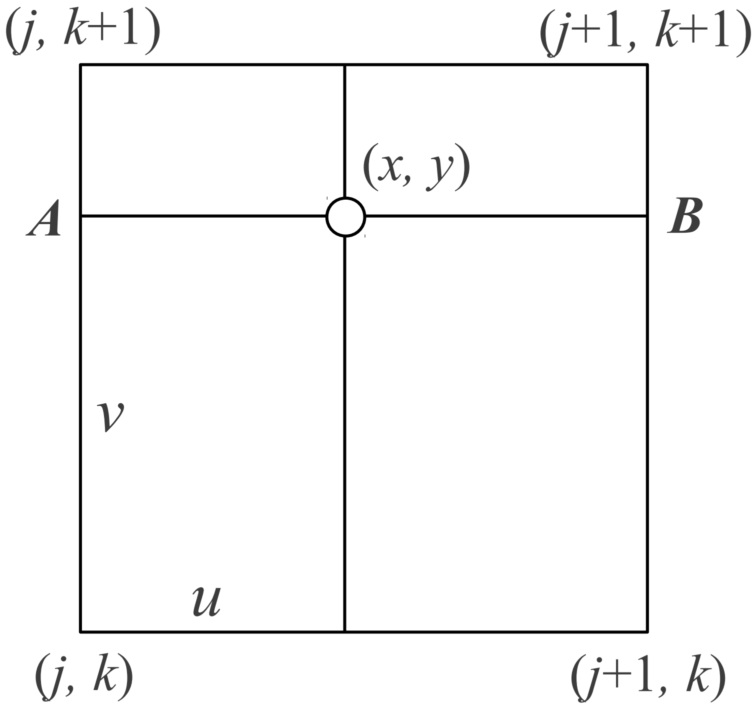


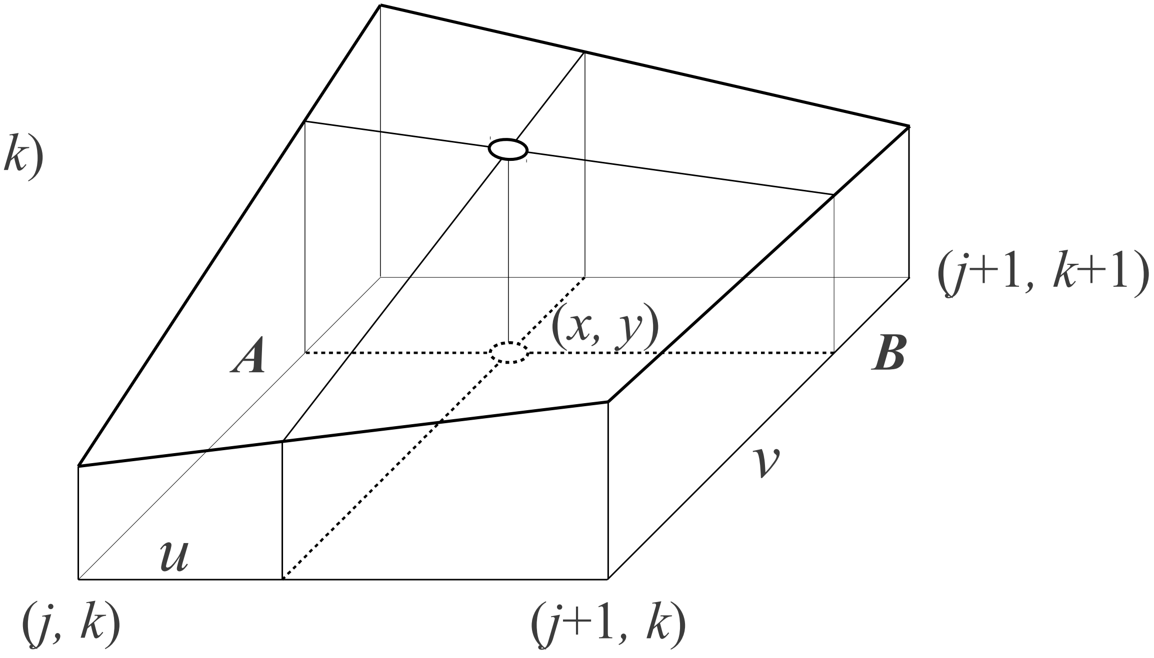
Reconstrução 2D - Núcleo Constante





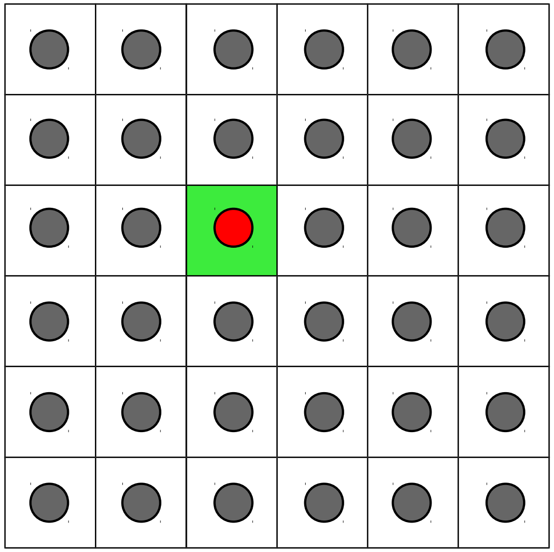
Reconstrução 2D - Núcleo Triangular



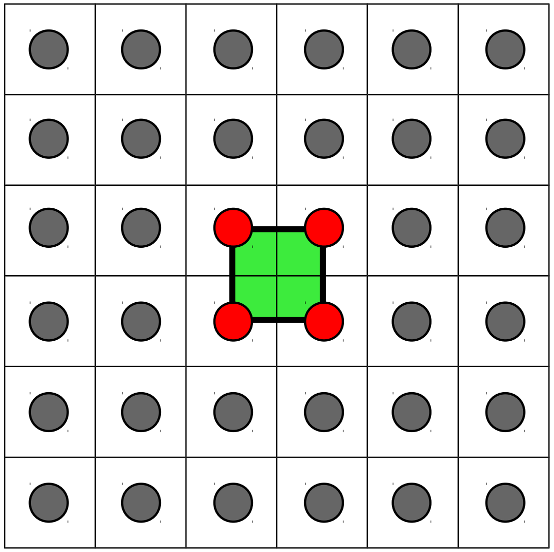


Reconstrução 2D: Área de influência

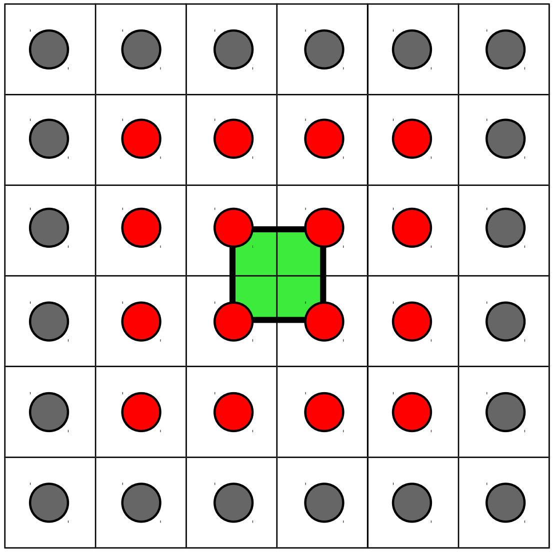
Constante



Triangular



Cúbico



Resultado de Reconstrução 2D

(a)

Constante Triangular Cúbico

Conceitos de Imagens Digitais

Resolução Espacial 32 x 32

Resolução Espacial 64 x 64

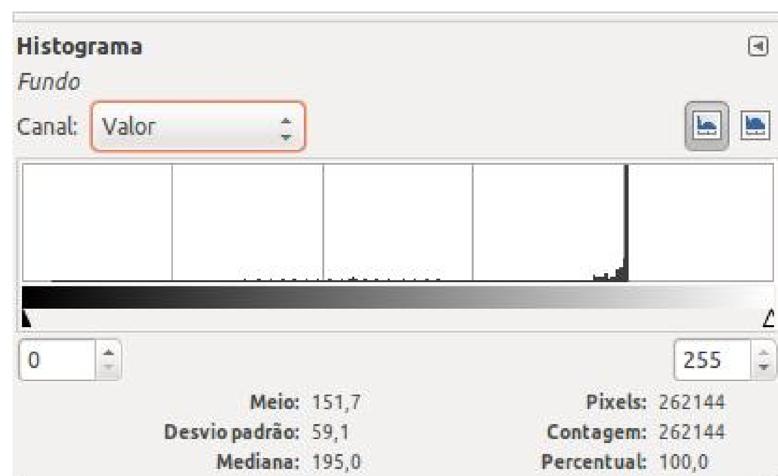
Resolução Espacial 128 x 128

Resolução Espacial 256 x 256

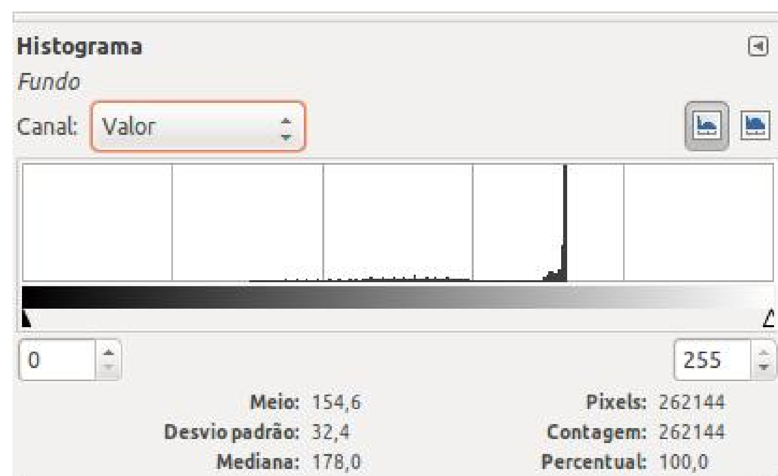
Resolução Espacial 512 x 512

Histograma de Imagens

Brilho de Imagens Digitais



Contraste de Imagens Digitais



Operações Pontuais

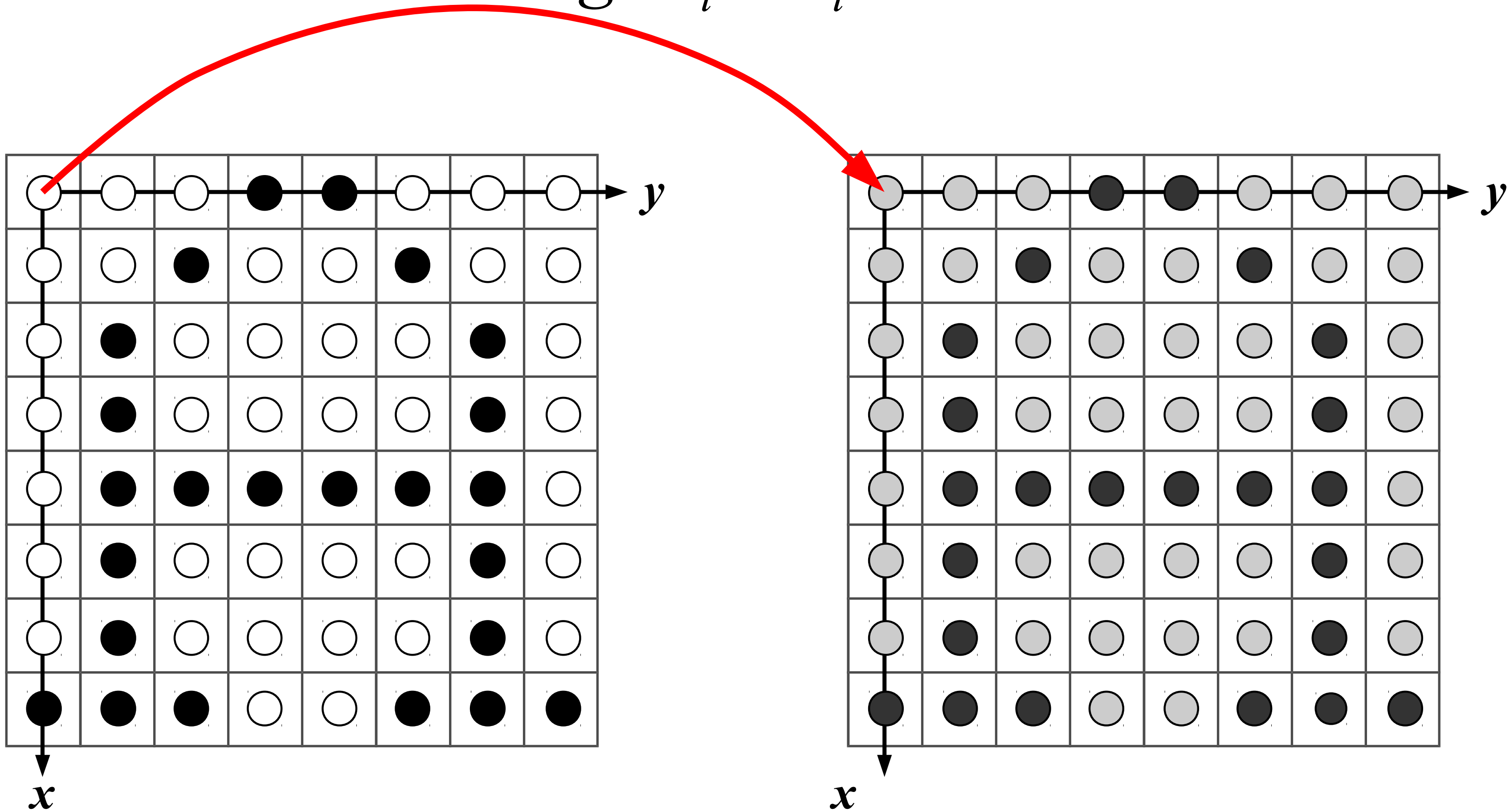
Operações Pontuais: $c_i' = g(c_i)$

$$f : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \rightarrow C \qquad f' : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \rightarrow C'$$

$$g : c_i \rightarrow c_i' \qquad g(f) \Leftrightarrow f'$$

Operações Pontuais: $c_i' = g(c_i)$

$$g : c_i \rightarrow c_i'$$



$$f : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \rightarrow C \qquad f' : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \rightarrow C'$$

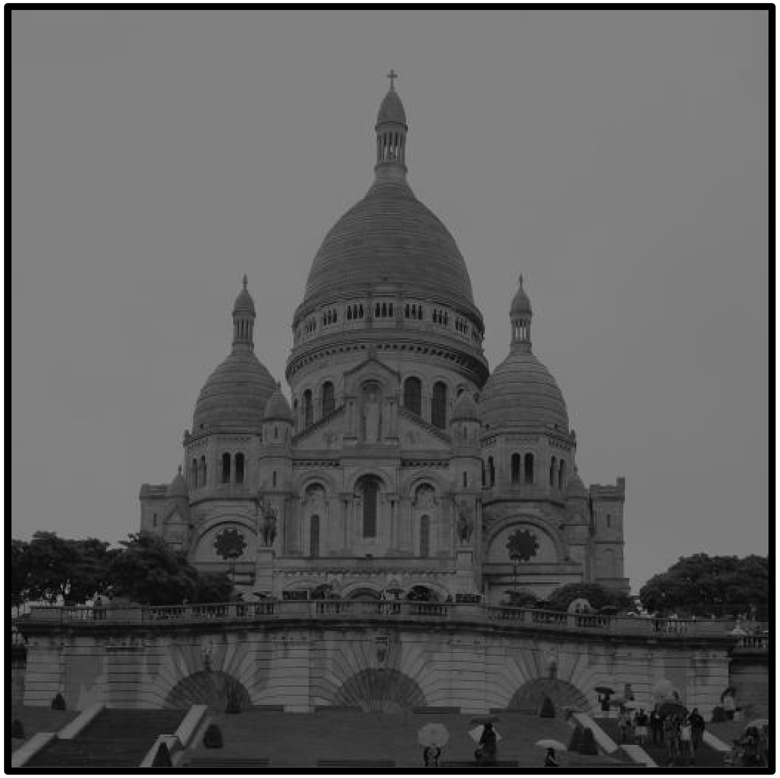
$$g(f) \Leftrightarrow f'$$

Operações Pontuais: $c_i' = g(c_i)$

$$f : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \to C \qquad f' : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \to C'$$

$$g : \; c_i \to c_i' ; \; c_i' = 1 - c_i$$

Operações Pontuais: $c_i' = g(c_i)$



$$f : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \to C \qquad f' : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \to C'$$

$$g:\; c_i \to c_i' ;\;\; c_i' = \frac{c_i}{2}$$

Operações Pontuais: $c_i' = g(c_i)$

$$f:\{(x,y)\in U\subset \mathbb{R}^2\}\rightarrow C \qquad f':\{(x,y)\in U\subset \mathbb{R}^2\}\rightarrow C'$$

$$g:\ c_i\rightarrow c_i';\ \ c_i'=c_i^{\gamma}\ \text{para}\ \gamma=0{,}1$$

Operações Pontuais: $c_i' = g(c_i)$

$$f : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \rightarrow C \quad f' : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \rightarrow C'$$

$$g: \;\; c_i \rightarrow c_i'; \;\; c_i' = c_i^{\gamma} \text{ para } \gamma = 0{,}5$$

Operações Pontuais: $c_i' = g(c_i)$

$$f:\{(x,y)\in U\subset \mathbb{R}^2\}\to C \qquad f':\{(x,y)\in U\subset \mathbb{R}^2\}\to C'$$

$$g:\ c_i \to c_i';\ \ c_i' = c_i^{\gamma} \text{ para } \gamma = 1$$

Operações Pontuais: $c_i' = g(c_i)$

$$f : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \rightarrow C \qquad f' : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \rightarrow C'$$

$$g: \; c_i \rightarrow c_i'; \;\; c_i' = c_i^{\gamma} \text{ para } \gamma = 3$$

Operações Pontuais: $c_i' = g(c_i)$

$$f : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \rightarrow C \quad f' : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \rightarrow C'$$

$$g : \; c_i \rightarrow c_i' ; \;\; c_i' = c_i^{\gamma} \text{ para } \gamma = 5$$

Operações Pontuais: $c_i' = g(c_i)$

$$f:\{(x,y)\in U\subset \mathbb{R}^2\}\rightarrow C \qquad f':\{(x,y)\in U\subset \mathbb{R}^2\}\rightarrow C'$$

$$g:\ \ c_i\rightarrow c_i';\ \ c_i'=c_i<150$$

Transformações Geométricas

Algoritmo básico de transformação geométrica

- Sejam:

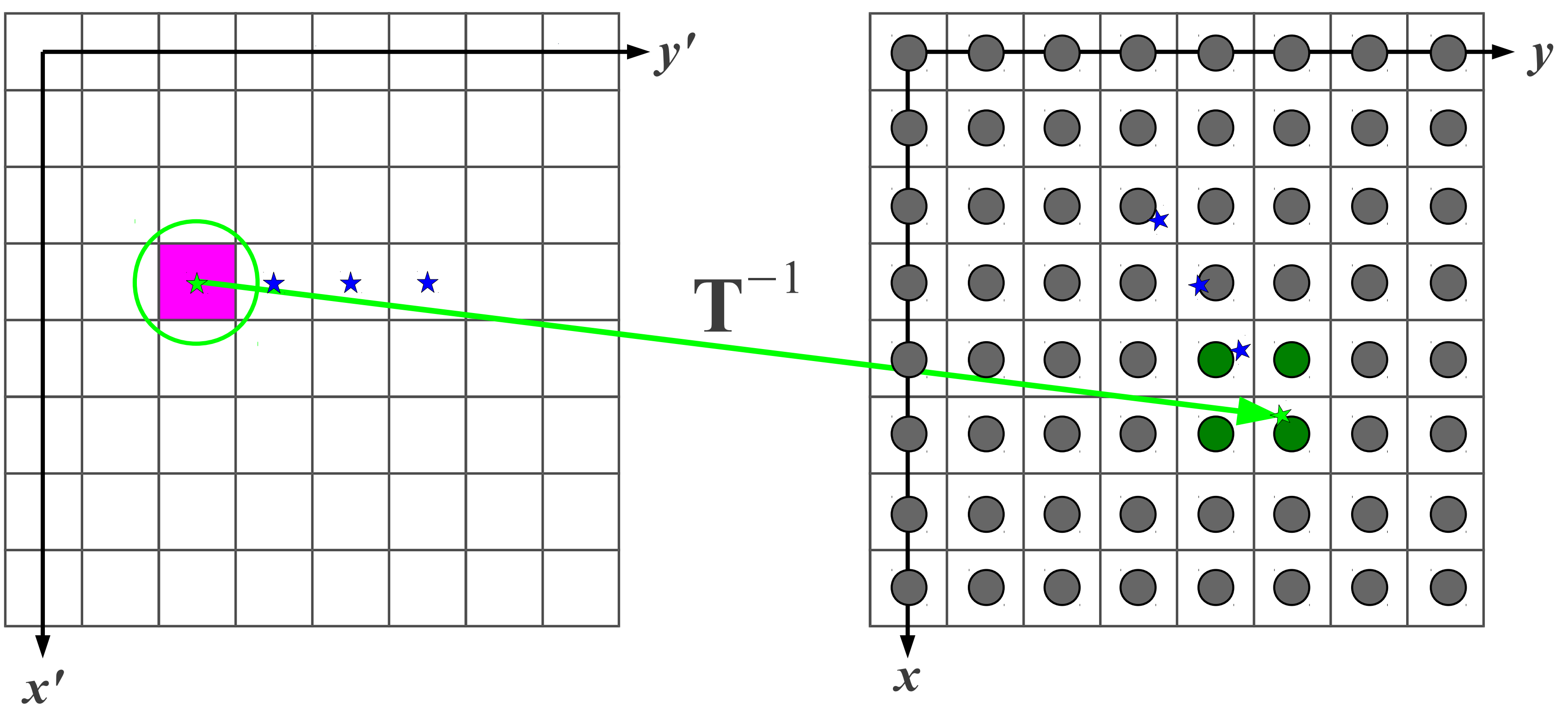
$$f : \{(x, y) \in U \subset \mathbb{R}^2\} \rightarrow C$$
$$f' : \{(x', y') \in U' \subset \mathbb{R}^2\} \rightarrow C$$

$$\mathbf{T} : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2\} \rightarrow \{(x', y') \in \mathbb{R}^2\}$$
$$\mathbf{T}^{-1} : \{(x', y') \in \mathbb{R}^2\} \rightarrow \{(x, y) \in \mathbb{R}^2\}$$

- Algoritmo de transformação

$$\forall (x_i', y_i') \in U' : \ \mathbf{T}^{-1}(x_i', y_i') \Rightarrow (x_i, y_i)$$
$$f_r = \sum_{j,k} f_{jk}\, \phi(x - j, y - k)$$

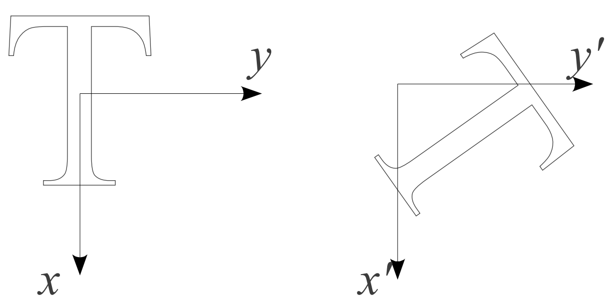
Algoritmo básico de transformação geométrica



Transformações de Coordenadas: Afim 2D

- Uma transformação afim define uma geometria afim.
- Propriedades geométricas preservadas:
    - Paralelismo
    - Colinearidade
    - Proporcionalidade das distâncias entre pontos colineares

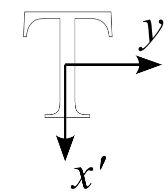
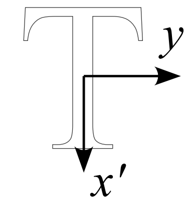
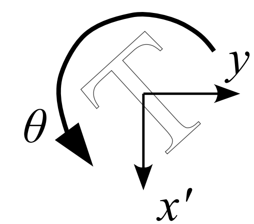
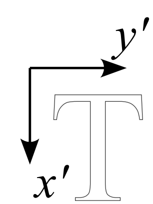
$$\mathbf{p}' = \mathbf{T} \times \mathbf{p}$$



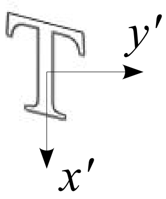
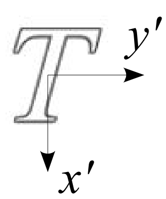
$$x' = a_2 x + a_1 y + a_0$$
$$y' = b_2 x + b_1 y + b_0$$

$$\begin{vmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_2 & a_1 & a_0 \\ b_2 & b_1 & b_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} x \\ y \\ 1 \end{vmatrix}$$

Tipos de Transformações Afim 2D

Nome	**Matriz (T)**	**Equações**	**Exemplo**
Identidade	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$x' = x$ $y' = y$	
Escala	$\begin{vmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$x' = c_x x$ $y' = c_y y$	
Rotação	$\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$x' = \cos\theta \cdot x - \sin\theta \cdot y$ $y' = \sin\theta \cdot x + \cos\theta \cdot y$	
Translação	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$x' = x + t_x$ $y' = y + t_y$	

Tipos de Transformações Afim 2D

Nome	Matriz (T)	Equações	Exemplo
Cisalhamento vertical	$\begin{vmatrix} 1 & s_v & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$x' = x + s_v y$ $y' = y$	
Cisalhamento horizontal	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_h & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$x' = x$ $y' = s_h x + y$	

O produto de transformações afim produz uma transformação afim

Dúvidas ?