

1. Determine os pontos críticos:

- (a) $z = e^{1+x^2+y^2}$
- (b) $z = 3x^2 + 2xy + 2x + y^2 + y + 4$
- (c) $z = (x^2 - 1)(y^2 - 4)$
- (d) $z = x^2y - 8x - 4y$
- (e) $z = \frac{1}{x} - \frac{64}{y} + xy$
- (f) $z = \frac{1}{x^2 + y^2 + 1}$
- (g) $z = \frac{2x + 2y + 1}{x^2 + y^2 + 1}$

2. Determine se a origem é ponto de mínimo, de máximo ou sela de:

- (a) $z = x^2$.
- (b) $z = x^2 - 4y^2$
- (c) $z = -x^2 + 2xy - y^2$
- (d) $z = x^4 + y^4$
- (e) $z = x^3 + y^3$
- (f) $z = 4xy - 3x^2 + 4y^2$
- (g) $z = 2x^2 + y^2 - 3xy$

3. Classifique os pontos críticos do item 1.

4. Determine os pontos extremos, usando multiplicadores de Lagrange, de:

- (a) $z = 25 - x^2 - y^2$ tais que $x^2 + y^2 - 4y = 0$.
- (b) $z = x^2 + 2xy + y^2$ tais que $x - y = 3$.
- (c) $z = 4x^2 + 2y^2 + 5$ tais que $x^2 + y^2 - 2y = 0$.
- (d) $w = x^2 + y^2 + z^2$ tais que $3x - 2y + z - 4 = 0$.
- (e) $w = x + y + z$ tais que $x^2 - y^2 + z^2 = 4$.
- (f) $w = (x + y + z)^2$ tais que $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$.

5. Determine os pontos extremos de:

$$w = x^2 + y^2 + z^2 \text{ tais que } x^2 + y^2 + z^2 < 1.$$

6. Determine o maior e o menor valor de xy tal que $2x+y=2$, x e y positivos.

Gabarito

1. x_c, y_c

- a) 0,0
- b) -1/4, -1/4
- c) 1,2 ; 1,-2 ; -1,2 ; -1,-2 ; 0,0
- d) -2,-2 ; 2,2 ;
- e) -1/4, 16
- f) 0,0
- g) 1/2, 1/2

2. Sábado até as 22h
3. a)b) um ponto de mínimo;
c) um ponto de máximo, 4 pontos de Sela
d) 2 pontos de sela
g) um ponto de máximo e um ponto de mínimo
4. x_c, y_c tipo
 - a) 0,0 máx e 0,4 mín
 - b) $3/2, -3/2$ mín
 - c) 0,2 máx e 0,0 mín
 - d) $6/7, -4/7, 2/7$ mín
 - e) 2,-2,2 máx e -2,2,-2 mín
 - f) $\pm \sqrt{\frac{6}{11}} \left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ Máx RETIFICADO
5. 0,0,1 ; 0,0,-1 ; 1,0,0 ; -1,0,0; 0,1,0 ; 0,-1,0 máx e 0,0,0 Mín
6. $\frac{1}{2}$ Máx e 0 Mín