Capítulo 38

1. (a) Fazendo $E = hc/\lambda_{\text{mín}} = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}/\lambda_{\text{mín}} = 0{,}6 \text{ eV}$, obtemos $\lambda = 2{,}1 \times 10^3 \text{ nm} = 2{,}1 \,\mu\text{m}$.

(b) Este comprimento de onda pertence à região do infravermelho.

2. Como

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = E_{\text{fóton}} = \frac{hc}{\lambda},$$

temos

$$v = \sqrt{\frac{2hc}{\lambda m_e}} = \sqrt{\frac{2hc}{\lambda m_e c^2}c^2} = c\sqrt{\frac{2hc}{\lambda(m_e c^2)}}$$
$$= (2{,}998\times10^8 \text{ m/s})\sqrt{\frac{2(1240 \text{ eV}\cdot\text{nm})}{(590 \text{ nm})(511\times10^3 \text{ eV})}} = 8{,}6\times10^5 \text{ m/s}.$$

O fato de que $v << c$ mostra que o uso da expressão clássica $K = mv^2$ para a energia cinética está correto.

3. Seja R o número de fótons emitidos por segundo pelo Sol e seja E a energia de um fóton. Nesse caso, a potência luminosa emitida pelo Sol é dada por $P = RE$. Além disso, $E = hf = hc/\lambda$, em que $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J · s é a constante de Planck, f é a frequência da luz emitida e λ é o comprimento de onda. Assim, $P = Rhc/\lambda$ e

$$R = \frac{\lambda P}{hc} = \frac{(550 \text{ nm})(3{,}9\times10^{26} \text{ W})}{(6{,}63\times10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^8 \text{ m/s})} = 1{,}0\times10^{45} \text{ fótons/s}.$$

4. Se o diâmetro do feixe do laser é d, a área da seção reta do feixe é $A = \pi d^2/4$ e o número de fótons absorvidos por unidade de área e por unidade de tempo é

$$\frac{R}{A} = \frac{\lambda P}{hc(\pi d^2/4)} = \frac{4(633 \text{nm})(5{,}0\times10^{-3} \text{W})}{\pi(6{,}63\times10^{-34} \text{J}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^8 \text{m/s})(3{,}5\times10^{-3} \text{m})^2}$$
$$= 1{,}7\times10^{21} \text{ fótons/m}^2\cdot\text{s}.$$

5. A energia de um fóton é dada por $E = hf$, em que h é a constante de Planck e f é a frequência. Como o comprimento de onda λ está relacionado à frequência pela equação $\lambda f = c$, $E = hc/\lambda$. Como $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J · s e $c = 2{,}998 \times 10^8$ m/s,

$$hc = \frac{(6{,}626\times10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^8 \text{ m/s})}{(1{,}602\times10^{-19} \text{ J/eV})(10^{-9} \text{ m/nm})} = 1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}.$$

Assim,

$$E = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{\lambda}.$$

Para

$$\lambda = (1.650.763{,}73)^{-1} \text{ m} = 6{,}0578021 \times 10^{-7} \text{ m} = 605{,}78021 \text{ nm},$$

a energia é

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{605{,}78021 \text{ nm}} = 2{,}047 \text{ eV}.$$

6. A energia de um fóton é dada por $E = hf$, em que h é a constante de Planck e f é a frequência. Como o comprimento de onda λ está relacionado à frequência pela equação $\lambda f = c$, $E = hc/\lambda$. Como $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J · s e $c = 2{,}998 \times 10^{8}$ m/s,

$$hc = \frac{(6{,}626 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(2{,}998 \times 10^{8}\ \text{m/s})}{(1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{J/eV})(10^{-9}\ \text{m/nm})} = 1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}.$$

Assim,

$$E = \frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{\lambda}.$$

Para $\lambda = 589$ nm,

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}{589\text{nm}} = 2{,}11\,\text{eV}.$$

7. A taxa com a qual os fótons são absorvidos pelo detector está relacionada à taxa com a qual os fótons são emitidos pela fonte luminosa pela equação

$$R_{\text{abs}} = (0{,}80)\frac{A_{\text{abs}}}{4\pi r^2}R_{\text{emit}}$$

Como $A_{\text{abs}} = 2{,}00 \times 10^{-6}$ m², $r = 3{,}00$ m e $R_{\text{abs}} = 4000$ fótons/s, a taxa com a qual os fótons são emitidos é

$$R_{\text{emit}} = \frac{4\pi r^2}{(0{,}80)A_{\text{abs}}}R_{\text{abs}} = \frac{4\pi(3{,}00\ \text{m})^2}{(0{,}80)(2{,}00 \times 10^{-6}\ \text{m}^2)}(4000\ \text{fótons}) = 2{,}83 \times 10^{8}\ \text{fótons/s}.$$

Como a energia de um fóton é

$$E_{\text{fóton}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}{500\,\text{nm}} = 2{,}48\,\text{eV},$$

a potência da fonte é

$$P_{\text{emit}} = R_{\text{emit}}E_{\text{fóton}} = (2{,}83 \times 10^{8}\,\text{fótons/s})(2{,}48\,\text{eV}) = 7{,}0 \times 10^{8}\ \text{eV/s} = 1{,}1 \times 10^{-10}\ \text{W}.$$

8. A taxa com a qual os fótons são emitidos pelo laser de argônio é dada por $R = P/E_{\text{fóton}}$, em que $P = 1{,}5$ W é a potência do feixe luminoso e $E_{\text{fóton}} = hc/\lambda$ é a energia de um fóton de comprimento de onda λ. Como $\alpha = 84\%$ da energia do feixe luminoso incide no disco central, a taxa de absorção de fótons no disco central é

$$R' = \alpha R = \frac{\alpha P}{hc/\lambda} = \frac{(0{,}84)(1{,}5\,\text{W})}{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(2{,}998 \times 10^{8}\ \text{m/s})/(515 \times 10^{-9}\ \text{m})}$$

$$= 3{,}3 \times 10^{18}\ \text{fótons/s}.$$

9. (a) Vamos supor que toda a potência resulta na produção de fótons com um comprimento de onda $\lambda = 589$ nm. Seja R a taxa de produção de fótons e seja E a energia de um fóton. Nesse caso,

$$P = RE = Rhc/\lambda,$$

em que h é a constante de Planck, c é a velocidade da luz e λ é o comprimento de onda. Assim,

$$R = \frac{\lambda P}{hc} = \frac{(589 \times 10^{-9}\ \text{m})(100\,\text{W})}{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m/s})} = 2{,}96 \times 10^{20}\ \text{fótons/s}.$$

(b) Seja I o fluxo de fótons a uma distância r da fonte. Como os fótons são emitidos uniformemente em todas as direções, $R = 4\pi r^2 I$ e

$$r=\sqrt{\frac{R}{4\pi I}}=\sqrt{\frac{2{,}96\times10^{20}\ \text{fótons/s}}{4\pi(1{,}00\times10^{4}\ \text{fótons/m}^2\cdot\text{s})}}=4{,}86\times10^{7}\ \text{m}.$$

(c) O fluxo de fótons é

$$I=\frac{R}{4\pi r^2}=\frac{2{,}96\times10^{20}\ \text{fótons/s}}{4\pi(2{,}00\,\text{m})^2}=5{,}89\times10^{18}\ \text{fótons/m}^2\cdot\text{s}.$$

10. (a) A potência luminosa incidente no painel é

$$P=(1{,}39\ \text{kW/m}^2)(2{,}60\ \text{m}^2)=3{,}61\ \text{kW}.$$

(b) O número de fótons por segundo absorvidos pelo painel é

$$R=\frac{P}{E_f}=\frac{3{,}61\times10^{3}\ \text{W}}{(6{,}63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})/(550\times10^{-9}\ \text{m})}$$

$$=1{,}00\times10^{22}\ \text{fótons/s}.$$

(c) O tempo pedido é dado por

$$t=\frac{N_A}{R}=\frac{6{,}02\times10^{23}}{1{,}00\times10^{22}\ \text{s}^{-1}}=60{,}2\ \text{s}.$$

11. PENSE A taxa de emissão de fótons é o número de fótons emitidos por unidade de tempo.

FORMULE Seja R a taxa de emissão de fótons e seja E a energia de um fóton. A potência de uma lâmpada é dada por $P = RE$, se supusermos que toda a potência é usada para produzir fótons. Por outro lado, $E = hf = hc/\lambda$, em que h é a constante de Planck, f é a frequência da luz emitida e λ é o comprimento de onda. Assim,

$$P=\frac{Rhc}{\lambda}\quad\Rightarrow\quad R=\frac{\lambda P}{hc}.$$

ANALISE (a) O fato de que $R \sim \lambda$ significa que a lâmpada que emite luz de maior comprimento de onda (a lâmpada de 700 nm, no caso) emite mais fótons por unidade de tempo.

(b) Seja R a taxa de emissão de fótons da lâmpada de 700 nm. Temos

$$R=\frac{\lambda P}{hc}=\frac{(700\,\text{nm})(400\,\text{J/s})}{(1{,}60\times10^{-19}\ \text{J/eV})(1240\ \text{eV}\cdot\text{nm})}=1{,}41\times10^{21}\ \text{fótons/s}.$$

APRENDA De acordo com a equação $P = Rhc/\lambda$, para a mesma taxa de emissão de fótons, quanto menor o comprimento de onda, maior a potência da lâmpada.

12. De acordo com o Exemplo 38.01 "Emissão e absorção de luz na forma de fótons", temos

$$P=\frac{Rhc}{\lambda}=\frac{(100\,\text{s}^{-1})(6{,}63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})}{550\times10^{-9}\ \text{m}}=3{,}6\times10^{-17}\ \text{W}.$$

13. A energia total emitida pela lâmpada é $E = 0{,}93Pt$, em que $P = 60$ W e

$$t = 730\ \text{h} = (730\ \text{h})(3600\ \text{s/h}) = 2{,}628 \times 10^6\ \text{s}.$$

Como a energia de cada fóton emitido é $E_f = hc/\lambda$, o número de fótons emitidos é

$$N = \frac{E}{E_f} = \frac{0,93Pt}{hc/\lambda} = \frac{(0,93)(60\text{ W})(2,628\times10^{6}\text{ s})}{(6,63\times10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s})(2,998\times10^{8}\text{ m/s})/(630\times10^{-9}\text{ m})} = 4,7\times10^{26}.$$

14. A potência média da fonte é

$$P_{\text{emit}} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{7,2\text{ nJ}}{2\text{ s}} = 3,6\text{ nJ/s} = 3,6\times10^{-9}\text{ J/s} = 2,25\times10^{10}\text{ eV/s}.$$

Como a energia dos fótons é

$$E_f = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\text{ eV}\cdot\text{nm}}{600\text{ nm}} = 2,07\text{ eV},$$

o número de fótons por segundo emitidos pela fonte é

$$R_{\text{emit}} = \frac{P_{\text{emit}}}{E_f} = \frac{2,25\times10^{10}\text{ eV/s}}{2,07\text{ eV}} = 1,09\times10^{10}\text{ fótons/s}.$$

Como a fonte é isotrópica e o detector (situado a 12,0 m de distância) tem uma área útil de $A_{abs} = 2,00\times10^{-6}\text{ m}^2$ e absorve 50% da luz incidente, o número de fótons por segundo absorvidos pelo detector é

$$R_{\text{abs}} = (0,50)\frac{A_{\text{abs}}}{4\pi r^2}R_{\text{emit}} = (0,50)\frac{2,00\times10^{-6}\text{ m}^2}{4\pi(12,0\text{ m})^2}(1,09\times10^{10}\text{ fótons/s}) = 6,0\text{ fótons/s}.$$

15. PENSE A energia dos fótons incidentes é $E = hf$, em que h é a constante de Planck e f é a frequência da radiação eletromagnética.

FORMULE A energia cinética dos elétrons emitidos de maior energia é

$$K_m = E - \Phi = (hc/\lambda) - \Phi,$$

em que Φ é a função trabalho do sódio e $f = c/\lambda$, em que λ é o comprimento de onda do fóton.

Como o potencial de corte V_{corte} está relacionado à energia cinética máxima pela equação $eV_{\text{corte}} = K_m$,

$$eV_{\text{corte}} = (hc/\lambda) - \Phi$$

e

$$\lambda = \frac{hc}{eV_{\text{corte}} + \Phi} = \frac{1240\text{ eV}\cdot\text{nm}}{5,0\text{ eV} + 2,2\text{ eV}} = 170\text{ nm}.$$

APRENDA A frequência de corte do sódio é

$$f_0 = \frac{\Phi}{h} = \frac{(2,2\text{ eV})(1,6\times10^{-19}\text{ J/eV})}{6,626\times10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}} = 5,3\times10^{14}\text{ Hz}.$$

16. A energia cinética máxima dos elétrons ejetados pode ser calculada a partir da Eq. 38-5:

$$K_{\text{máx}} = hf - \Phi = (4,14\times10^{-15}\text{ eV}\cdot\text{s})(3,0\times10^{15}\text{ Hz}) - 2,3\text{ eV} = 10\text{ eV}.$$

17. De acordo com a Eq. 38-5,

$$K_{\text{máx}} = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2}(m_e c^2)(v/c)^2 = E_{\text{fóton}} - \Phi.$$

Explicitando v, obtemos

$$v = c\sqrt{\frac{2(E_{\text{fóton}} - \Phi)}{m_e c^2}} = (2{,}998\times 10^8 \text{ m/s})\sqrt{\frac{2(5{,}80\,\text{eV} - 4{,}50\,\text{eV})}{511\times 10^3\,\text{eV}}} = 6{,}76\times 10^5 \text{ m/s}.$$

18. O menor comprimento de onda dos fótons da luz visível é da ordem de 400 nm, o que significa que a energia desses fótons é

$$E = hc/\lambda = (1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}/400 \text{ nm}) = 3{,}1 \text{ eV}.$$

Para que uma célula fotelétrica funcione com luz visível, é preciso que a energia dos fótons seja maior que a função trabalho do elemento. Assim, entre os elementos citados, os únicos que funcionam com luz visível são o bário e o lítio.

19. (a) O potencial de corte pode ser calculado a partir da Eq. 38-6:

$$V_{\text{corte}} = \frac{hf - \Phi}{e} = \frac{hc/\lambda - \Phi}{e} = \frac{(1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}/400\,\text{nm}) - 1{,}8\,\text{eV}}{e} = 1{,}3\,\text{V}.$$

(b) De acordo com a Eq. 38-5,

$$K_{\text{máx}} = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2}(m_e c^2)(v/c)^2 = E_{\text{fóton}} - \Phi.$$

Explicitando v, obtemos

$$v = \sqrt{\frac{2(E_{\text{fóton}} - \Phi)}{m_e}} = \sqrt{\frac{2eV_{\text{corte}}}{m_e}} = c\sqrt{\frac{2eV_{\text{corte}}}{m_e c^2}} = (2{,}998\times 10^8\,\text{m/s})\sqrt{\frac{2e(1{,}3\,\text{V})}{511\times 10^3\,\text{eV}}}$$

$$= 6{,}8\times 10^5\,\text{m/s}.$$

20. O número de fótons emitidos pelo laser por unidade de tempo é

$$R = \frac{P}{E_{\text{fóton}}} = \frac{P}{hc/\lambda} = \frac{2{,}00\times 10^{-3}\ \text{W}}{(1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}/600 \text{ nm})(1{,}60\times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 6{,}05\times 10^{15} \text{ fótons/s},$$

dos quais $(1{,}0 \times 10^{-16})(6{,}05 \times 10^{15}/\text{s}) = 0{,}605$ fótons/s produzem emissões fotelétricas. Assim, a corrente é

$$i = (0{,}605/\text{s})(1{,}60 \times 10^{-19} \text{ C}) = 9{,}68 \times 10^{-20} \text{ A}.$$

21. (a) De acordo com a Eq. 28-16, $v = rBe/m_e$ e, portanto,

$$K_{\text{máx}} = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{1}{2}m_e\left(\frac{rBe}{m_e}\right)^2 = \frac{(rB)^2 e^2}{2m_e} = \frac{(1{,}88\times 10^{-4}\ \text{T}\cdot\text{m})^2(1{,}60\times 10^{-19}\ \text{C})^2}{2(9{,}11\times 10^{-31}\ \text{kg})(1{,}60\times 10^{-19}\ \text{J/eV})}$$

$$= 3{,}1\,\text{keV}.$$

(b) O trabalho pedido é igual à diferença entre a energia dos fótons incidentes e a energia cinética máxima dos elétrons emitidos:

$$W = E_{\text{fóton}} - K_{\text{máx}} = \frac{hc}{\lambda} - K_{\text{máx}} = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{71\times 10^{-3}\ \text{nm}} - 3{,}10 \text{ keV} = 14 \text{ keV}.$$

22. De acordo com a Eq. 38-6,

$$K_{\text{máx}} = E_{\text{fóton}} - \Phi = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_{\text{máx}}} = \frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{254\,\text{nm}} - \frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{325\,\text{nm}} = 1{,}07\,\text{eV}.$$

23. PENSE A energia cinética K_m do elétron ejetado de maior velocidade é

$$K_m = hf - \Phi,$$

em que Φ é a função trabalho do alumínio e f é a frequência da radiação incidente.

FORMULE Como $f = c/\lambda$, em que λ é o comprimento de onda do fóton, a expressão anterior pode ser escrita na forma

$$K_m = (hc/\lambda) - \Phi.$$

ANALISE (a) A energia cinética do elétron ejetado de maior velocidade é

$$K_m = \frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{200\,\text{nm}} - 4{,}20\,\text{eV} = 2{,}00\ \text{eV}.$$

(b) A energia cinética do elétron ejetado de menor velocidade é zero.

(c) Como o potencial de corte V_{corte} é dado por $K_m = eV_{\text{corte}}$,

$$V_{\text{corte}} = K_m/e = (2{,}00\ \text{eV})/e = 2{,}00\ \text{V}.$$

(d) O valor do comprimento de onda de corte é tal que $K_m = 0$. Assim, $hc/\lambda_0 = \Phi$, o que nos dá

$$\lambda_0 = hc/\Phi = (1240\ \text{eV}\cdot\text{nm})/(4{,}2\ \text{eV}) = 295\ \text{nm}.$$

APRENDA Se o comprimento de onda for maior que λ_0, a energia do fóton será menor que Φ e o fóton não terá energia suficiente para arrancar elétrons do alumínio.

24. (a) No primeiro caso (que vamos chamar de 1) e no segundo (que vamos chamar de 2), temos

$$eV_1 = hc/\lambda_1 - \Phi \quad \text{e} \quad eV_2 = hc/\lambda_2 - \Phi.$$

Eliminando Φ nas equações anteriores, obtemos

$$h = \frac{e(V_1 - V_2)}{c(\lambda_1^{-1} - \lambda_2^{-1})} = \frac{1{,}85\,\text{eV} - 0{,}820\,\text{eV}}{(3{,}00\times10^{17}\ \text{nm/s})\left[(300\,\text{nm})^{-1} - (400\,\text{nm})^{-1}\right]} = 4{,}12\times10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s}.$$

(b) Eliminando h nas equações do item (a), obtemos

$$\Phi = \frac{3(V_2\lambda_2 - V_1\lambda_1)}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{(0{,}820\ \text{eV})(400\ \text{nm}) - (1{,}85\ \text{eV})(300\ \text{nm})}{300\ \text{nm} - 400\ \text{nm}} = 2{,}27\ \text{eV}.$$

(c) Fazendo $\Phi = hc/\lambda$, obtemos

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\Phi} = \frac{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}{2{,}27\ \text{eV}} = 545\ \text{nm}.$$

25. (a) Vamos usar a equação do efeito fotelétrico (Eq. 38-6) na forma $hc/\lambda = \Phi + eV_0$. Seja λ_1 o primeiro comprimento de onda e seja λ_2 o segundo comprimento de onda. Seja $eV_{01} = 0{,}710$ eV a energia potencial de corte correspondente ao primeiro comprimento de onda e seja eV_{02} a energia potencial de corte correspondente ao segundo comprimento de onda. Nesse caso,

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \Phi + V_{01} \quad \text{e} \quad \frac{hc}{\lambda_2} = \Phi + V_{02}.$$

A primeira equação nos dá $\Phi = (hc/\lambda_1) - V_{01}$. Substituindo este valor de Φ na segunda equação, obtemos

$$\frac{hc}{\lambda_2} = \frac{hc}{\lambda_1} - V_{01} + V_{02},$$

o que nos dá

$$\lambda_2 = \frac{hc\lambda_1}{hc + \lambda_1(V_{02} - V_{01})} = \frac{(1240\ \text{V}\cdot\text{nm})(491\ \text{nm})}{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm} + (491\ \text{nm})(1{,}43\ \text{eV} - 0{,}710\ \text{eV})}$$
$$= 382\ \text{nm}.$$

(b) A primeira equação do item (a) nos dá

$$\Phi = \frac{hc}{\lambda_1} - V_{01} = \frac{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}{491\ \text{nm}} - 0{,}710\ \text{eV} = 1{,}82\ \text{eV}.$$

26. Para determinar o maior comprimento de onda (ou seja, a energia mínima) que permite que um fóton ejete elétrons de uma superfície revestida com platina, fazemos $K_{\text{máx}} = 0$ na Eq. 38-5 e usamos a relação $hf = hc/\lambda$, o que nos dá $hc/\lambda_{\text{máx}} = \Phi$. Explicitando $\lambda_{\text{máx}}$, obtemos

$$\lambda_{\text{máx}} = \frac{hc}{\Phi} = \frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{5{,}32\,\text{nm}} = 233\,\text{nm}.$$

27. PENSE O espalhamento de um fóton por um elétron inicialmente em repouso produz uma variação do comprimento de onda do fóton, conhecida como deslocamento de Compton.

FORMULE Quando um fóton é espalhado por um elétron inicialmente em repouso, a variação do comprimento de onda é dada por

$$\Delta\lambda = (h/mc)(1 - \cos\phi),$$

em que m é a massa do elétron e ϕ é o ângulo do espalhamento.

ANALISE (a) Como o comprimento de onda de Compton do elétron é $h/mc = 2{,}43 \times 10^{-12}$ m = 2,43 pm, a variação do comprimento de onda é

$$\Delta\lambda = (h/mc)(1 - \cos\phi) = (2{,}43\ \text{pm})(1 - \cos 30°) = 0{,}326\ \text{pm}.$$

O novo comprimento de onda é

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = 2{,}4\ \text{pm} + 0{,}326\ \text{pm} = 2{,}73\ \text{pm}.$$

(b) Para $\phi = 120°$, $\Delta\lambda = (2{,}43\ \text{pm})(1 - \cos 120°) = 3{,}645$ pm e

$$\lambda' = 2{,}4\ \text{pm} + 3{,}645\ \text{pm} = 6{,}05\ \text{pm}.$$

APRENDA A variação de comprimento de onda é máxima para $\phi = 180°$. Como $\cos 180° = -1$, para esse ângulo, o fóton refaz a trajetória inicial no sentido inverso e $\Delta\lambda = 2h/mc$.

28. (a) Como a energia de um elétron é dada por $E = m_e c^2$, o momento do fóton é

$$p = \frac{E}{c} = \frac{m_e c^2}{c} = m_e c = (9{,}11\times10^{-31}\text{kg})(2{,}998\times10^{8}\text{m/s}) = 2{,}73\times10^{-22}\,\text{kg}\cdot\text{m/s}$$
$$= 0{,}511\ \text{MeV}/c.$$

(b) De acordo com a Eq. 38-7,

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{2{,}73\times10^{-22}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}} = 2{,}43\times10^{-12}\ \text{m} = 2{,}43\ \text{pm}.$$

(c) De acordo com a Eq. 38-1,

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s}}{2{,}43\times10^{-12}\ \text{m}} = 1{,}24\times10^{20}\ \text{Hz}.$$

29. (a) A frequência dos raios X é

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s}}{35{,}0\times10^{-12}\ \text{m}}=8{,}57\times10^{18}\ \text{Hz}.$$

(b) A energia dos fótons de raios X é

$$E=hf=(4{,}14\times10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s})(8{,}57\times10^{18}\ \text{Hz})=3{,}55\times10^{4}\ \text{eV}.$$

(c) De acordo com a Eq. 38-7,

$$p=\frac{h}{\lambda}=\frac{6{,}63\times10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}}{35{,}0\times10^{-12}\,\text{m}}=1{,}89\times10^{-23}\text{kg}\cdot\text{m/s}=35{,}4\ \text{keV}/c.$$

30. Como o fator $(1-\cos\phi)$ da Eq. 38-11 é máximo para $\phi=180°$, temos

$$\Delta\lambda_{\text{máx}}=\frac{hc}{m_pc^2}(1-\cos180°)=\frac{1240\ \text{MeV}\cdot\text{fm}}{938\ \text{MeV}}[1-(-1)]=2{,}64\ \text{fm}.$$

31. Se E é a energia original do fóton e E' é a energia após a colisão, a perda relativa de energia é

$$\frac{\Delta E}{E}=\frac{E-E'}{E}=\frac{\Delta\lambda}{\lambda+\Delta\lambda}.$$

Assim,

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}=\frac{\Delta E/E}{1-\Delta E/E}=\frac{0{,}75}{1-0{,}75}=3=300\%.$$

32. (a) De acordo com a Eq. 38-11,

$$\Delta\lambda=\frac{h}{m_ec}(1-\cos\phi)=(2{,}43\ \text{pm})(1-\cos180°)=+4{,}86\ \text{pm}.$$

(b) A variação da energia do fóton é

$$\Delta E=\frac{hc}{\lambda'}-\frac{hc}{\lambda}=(1240\ \text{eV}\cdot\text{nm})\left(\frac{1}{0{,}01\ \text{nm}+4{,}86\ \text{pm}}-\frac{1}{0{,}01\ \text{nm}}\right)=-40{,}6\ \text{keV}.$$

(c) De acordo com a lei de conservação da energia, $\Delta K=-\Delta E=40{,}6$ keV.

(d) Como o elétron estava praticamente em repouso antes do espalhamento, o momento que adquire após o espalhamento tem a mesma direção que o momento do fóton. Assim, o ângulo entre o semieixo x positivo e a direção do movimento do elétron após o espalhamento é 0º.

33. (a) A variação relativa da energia é

$$\frac{\Delta E}{E}=\frac{\Delta(hc/\lambda)}{hc/\lambda}=\lambda\Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right)=\lambda\left(\frac{1}{\lambda'}-\frac{1}{\lambda}\right)=\frac{\lambda}{\lambda'}-1=\frac{\lambda}{\lambda+\Delta\lambda}-1$$
$$=-\frac{1}{\lambda/\Delta\lambda+1}=-\frac{1}{(\lambda/\lambda_C)(1-\cos\phi)^{-1}+1}.$$

Para $\lambda=3{,}0$ cm $=3{,}0\times10^{10}$ pm e $\phi=90°$, temos

$$\frac{\Delta E}{E}=-\frac{1}{(3{,}0\times10^{10}\text{pm}/2{,}43\text{pm})(1-\cos90°)^{-1}+1}=-8{,}1\times10^{-11}=-8{,}1\times10^{-9}\%.$$

(b) Para λ = 500 nm = 5,00 × 10^5 pm e ϕ = 90°, temos

$$\frac{\Delta E}{E}=-\frac{1}{(5{,}00\times10^5\,\text{pm}/2{,}43\,\text{pm})(1-\cos 90°)^{-1}+1}=-4{,}9\times10^{-6}=-4{,}9\times10^{-4}\%.$$

(c) Para λ = 25 pm e ϕ = 90°, temos

$$\frac{\Delta E}{E}=-\frac{1}{(25\,\text{pm}/2{,}43\,\text{pm})(1-\cos 90°)^{-1}+1}=-8{,}9\times10^{-2}=-8{,}9\%.$$

(d) Se a energia dos fótons é 1,0 MeV,

$$\lambda=\frac{hc}{E}=\frac{1240\text{ nm}\cdot\text{eV}}{1{,}0\text{ MeV}}=1{,}24\times10^{-3}\text{ nm}=1{,}24\text{ pm},$$

o que nos dá

$$\frac{\Delta E}{E}=-\frac{1}{(1{,}24\text{ pm}/2{,}43\text{ pm})(1-\cos 90°)^{-1}+1}=-0{,}66=-66\%.$$

(e) Os cálculos anteriores mostram que a variação percentual de energia é praticamente zero para fótons de micro-ondas e de luz visível. Assim, só é possível, na prática, detectar o efeito Compton para fótons de raios X e raios gama.

34. A energia inicial do fóton é

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{0{,}00300\text{ nm}}=4{,}13\times10^5\text{ eV}.$$

De acordo com a Eq. 38-11, o deslocamento de Compton é

$$\Delta\lambda=\frac{h}{m_e c}(1-\cos\phi)=\frac{h}{m_e c}(1-\cos 90{,}0°)=\frac{hc}{m_e c^2}=\frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{511\times10^3\text{ eV}}=2{,}43\text{ pm}.$$

Assim, o novo comprimento de onda do fóton é

$$\lambda' = 3{,}00 \text{ pm} + 2{,}43 \text{ pm} = 5{,}43 \text{ pm}$$

e a nova energia do fóton é

$$E'=\frac{hc}{\lambda'}=\frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{0{,}00543\,\text{nm}}=2{,}28\times10^5\,\text{eV}.$$

De acordo com a lei de conservação da energia, a energia cinética do elétron é

$$K_e=\Delta E=E-E'=4{,}13\times10^5-2{,}28\times10^5\text{ eV}=1{,}85\times10^5\text{ eV}\approx3{,}0\times10^{-14}\text{ J}.$$

35. (a) O comprimento de onda de Compton do elétron é

$$\lambda_C=\frac{h}{m_e c}=\frac{6{,}626\times10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}}{(9{,}109\times10^{-31}\text{ kg})(2{,}998\times10^8\text{ m/s})}=2{,}426\times10^{-12}\text{ m}=2{,}43\text{ pm}.$$

(b) O comprimento de onda de Compton do próton é

$$\lambda_C=\frac{6{,}626\times10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}}{(1{,}673\times10^{-27}\text{ kg})(2{,}998\times10^8\text{ m/s})}=1{,}321\times10^{-15}\text{ m}=1{,}32\text{ fm}.$$

(c) No caso do elétron,

$$E = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{\lambda} = \frac{1240\text{eV}\cdot\text{nm}}{2{,}426\times10^{-3}\text{ nm}} = 5{,}11\times10^{5}\text{ eV} = 0{,}511\text{ MeV}.$$

(d) No caso do próton,

$$E = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{\lambda} = \frac{1240\text{eV}\cdot\text{nm}}{1{,}321\times10^{-3}\text{ nm}} = 9{,}39\times10^{8}\text{ eV} = 939\text{ MeV}.$$

36. (a) O comprimento de onda dos raios gama incidentes é

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240\text{ nm}\cdot\text{eV}}{0{,}511\text{ MeV}} = 2{,}43\times10^{-3}\text{ nm} = 2{,}43\text{ pm}.$$

(b) De acordo com a Eq. 38-11, temos

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = \lambda + \frac{h}{m_e c}(1-\cos\phi) = 2{,}43\text{pm} + (2{,}43\text{pm})(1-\cos 90{,}0°) = 4{,}86\text{ pm}.$$

(c) A energia dos fótons espalhados é

$$E' = E\left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right) = (0{,}511\text{ MeV})\left(\frac{2{,}43\text{ pm}}{4{,}86\text{ pm}}\right) = 0{,}255\text{ MeV}.$$

37. (a) De acordo com a Eq. 38-11,

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\phi).$$

Neste caso, ϕ = 180°, cos ϕ = –1 e a variação do comprimento de onda do fóton é $\Delta\lambda = 2h/m_e c$. Assim, se a energia inicial do fóton é E, a energia do fóton espalhado é

$$E' = \frac{hc}{\lambda+\Delta\lambda} = \frac{E}{1+\Delta\lambda/\lambda} = \frac{E}{1+(2h/m_e c)(E/hc)} = \frac{E}{1+2E/m_e c^2}$$

$$= \frac{50{,}0\text{keV}}{1+2(50{,}0\text{keV})/0{,}511\text{MeV}} = 41{,}8\text{keV}.$$

(b) De acordo com a lei de conservação da energia, a energia cinética do elétron espalhado é

$$K = E - E' = 50{,}0\text{ keV} - 41{,}8\text{ keV} = 8{,}2\text{ keV}.$$

38. A variação relativa da energia do fóton é

$$\frac{E-E'}{E} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda+\Delta\lambda} = \frac{(h/mc)(1-\cos\phi)}{(hc/E)+(h/mc)(1-\cos\phi)}.$$

De acordo com a lei de conservação da energia, $E - E' = K$. A energia cinética é máxima para ϕ = 180°, o que nos dá

$$\frac{K}{E} = \frac{(h/mc)(1-\cos 180°)}{(hc/E)+(h/mc)(1-\cos 180°)} = \frac{2h/mc}{(hc/E)+(2h/mc)}.$$

Multiplicando ambos os membros por E e simplificando a fração do lado direito, obtemos

$$K = E\left[\frac{2/mc}{c/E+2/mc}\right] = \frac{E^2}{mc^2/2+E}.$$

39. A variação relativa da energia do fóton é

$$\beta=\left|\frac{\Delta E}{E}\right|=\left|\frac{\Delta(hc/\lambda)}{hc/\lambda}\right|=\left|\lambda\Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right)\right|=\lambda\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda+\Delta\lambda}\right)=\frac{\Delta\lambda}{\lambda+\Delta\lambda},$$

o que nos dá $\Delta\lambda = \lambda\beta/(1-\beta)$. Substituindo esta expressão de $\Delta\lambda$ na Eq. 38-11 e explicitando $\cos\phi$, obtemos

$$\cos\phi=1-\frac{mc}{h}\Delta\lambda=1-\frac{mc\lambda\beta}{h(1-\beta)}=1-\frac{\beta(mc^2)}{(1-\beta)E}$$

$$=1-\frac{(0{,}10)(511\text{ keV})}{(1-0{,}10)(200\text{ keV})}=0{,}716,$$

o que nos dá $\phi = 44°$.

40. O comprimento de onda inicial do fóton é

$$\lambda=\frac{hc}{E}=\frac{1240\text{ eV}\cdot\text{nm}}{17.500\text{ eV}}=0{,}07086\text{ nm}.$$

O deslocamento de Compton é máximo para $\phi = 180°$, caso em que a Eq. 38-11 nos dá

$$\Delta\lambda=\left(\frac{hc}{m_ec^2}\right)(1-\cos 180°)=\left(\frac{1240\text{ eV}\cdot\text{nm}}{511\times10^3\text{ eV}}\right)[(1-(-1)]=0{,}00485\text{ nm}.$$

Assim, o novo comprimento de onda do fóton é

$$\lambda' = 0{,}07086\text{ nm} + 0{,}00485\text{ nm} = 0{,}0757\text{ nm}$$

e a nova energia do fóton é

$$E'=\frac{hc}{\lambda'}=\frac{1240\text{ eV}\cdot\text{nm}}{0{,}0757\text{ nm}}=1{,}64\times10^4\text{ eV}=16{,}4\text{ keV}.$$

De acordo com a lei de conservação da energia, a energia cinética do elétron é dada por

$$E' - E = 17{,}5\text{ keV} - 16{,}4\text{ keV} = 1{,}1\text{ keV}.$$

41. (a) De acordo com a Eq. 38-11,

$$\Delta\lambda=\frac{h}{m_ec}(1-\cos\phi)=(2{,}43\text{ pm})(1-\cos 90°)=2{,}43\text{ pm}.$$

(b) O deslocamento de Compton relativo é

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}=\frac{2{,}425\text{ pm}}{590\text{ nm}}=4{,}11\times10^{-6}.$$

(c) A variação da energia de um fóton com $\lambda = 590$ nm é

$$\begin{aligned}\Delta E &= \Delta\left(\frac{hc}{\lambda}\right)=-\left(\frac{hc}{\lambda}\right)\frac{\Delta\lambda}{\lambda+\Delta\lambda}\approx-\frac{hc\Delta\lambda}{\lambda^2}\\ &=-\frac{(4{,}14\times10^{-15}\text{ eV}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^8\text{ m/s})(2{,}43\text{ pm})}{(590\text{ nm})^2}\\ &=-8{,}67\times10^{-6}\text{ eV}.\end{aligned}$$

(d) No caso de um fóton de raios X de energia $E = 50$ keV, $\Delta\lambda$ tem o mesmo valor do item (a), 2,43 pm, já que não depende da energia.

(e) Para um fóton com E = 50 keV, a variação relativa do comprimento de onda é

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}=\frac{\Delta\lambda}{hc/E}=\frac{(50\times10^{3}\text{ eV})(2{,}43\text{ pm})}{(4{,}14\times10^{-15}\text{ eV}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^{8}\text{ m/s})}=9{,}78\times10^{-2}.$$

(f) A variação da energia do fóton é

$$\Delta E=hc\left(\frac{1}{\lambda+\Delta\lambda}-\frac{1}{\lambda}\right)=-\left(\frac{hc}{\lambda}\right)\frac{\Delta\lambda}{\lambda+\Delta\lambda}=-E\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right),$$

em que $\alpha = \Delta\lambda/\lambda$. Para E = 50 keV e $\alpha = 9{,}78 \times 10^{-2}$, obtemos ΔE = −4,45 keV.

Note que, neste caso, $\alpha \approx 0{,}1$, um valor que não está suficientemente próximo de zero para que a aproximação $\Delta E \approx hc\Delta\lambda/\lambda^2$ seja válida, como acontece no item (b), em que $\alpha = \Delta\lambda/\lambda = 4{,}12 \times 10^{-6}$. Se usássemos a mesma aproximação neste caso, obteríamos $\Delta E \approx -4{,}89$ keV, o que representa um erro de aproximadamente 10% em relação ao valor correto.

42. (a) De acordo com a lei de Wien (Eq. 38-15), $\lambda_{\text{máx}}T = 2898\ \mu\text{m}\cdot\text{K}$, temos

$$\lambda_{\text{máx}}=\frac{2898\ \mu\text{m}\cdot\text{K}}{T}=\frac{2898\ \mu\text{m}\cdot\text{K}}{5800\text{ K}}=0{,}50\ \mu\text{m}=500\text{ nm}.$$

(b) Esse comprimento de onda está na faixa da luz visível.

(c) Se $\lambda_{\text{máx}}$ = 1,06 mm = 1060 μm,

$$T=\frac{2898\ \mu\text{m}\cdot\text{K}}{\lambda_{\text{máx}}}=\frac{2898\ \mu\text{m}\cdot\text{K}}{1060\ \mu\text{m}}=2{,}73\text{ K}.$$

43. (a) De acordo com a lei de Wien (Eq. 38-15), o comprimento de onda que corresponde ao máximo de radiação é

$$\lambda_{\text{máx}}=\frac{2898\ \mu\text{m}\cdot\text{K}}{T}=\frac{2898\ \mu\text{m}\cdot\text{K}}{1{,}0\times10^{7}\text{ K}}=2{,}9\times10^{-4}\ \mu\text{m}=2{,}9\times10^{-10}\text{m}.$$

(b) Esse comprimento de onda está na faixa dos raios X.

(c) De acordo com a lei de Wien, o comprimento de onda que corresponde ao máximo de radiação é

$$\lambda_{\text{máx}}=\frac{2898\ \mu\text{m}\cdot\text{K}}{T}=\frac{2898\ \mu\text{m}\cdot\text{K}}{1{,}0\times10^{5}\text{ K}}=2{,}9\times10^{-2}\ \mu\text{m}=2{,}9\times10^{-8}\text{m}.$$

(d) Esse comprimento de onda está na faixa do ultravioleta.

44. De acordo com a fórmula clássica para a radiação (Eq. 38-13), a intensidade por unidade de comprimento de onda é dada por

$$I_C=\frac{2\pi ckT}{\lambda^4}.$$

Por outro lado, a lei da radiação de Planck (Eq. 38-14) nos dá

$$I_P=\frac{2\pi c^2h}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}.$$

A razão entre as duas expressões pode ser escrita na forma

$$\frac{I_C}{I_P}=\frac{\lambda kT}{hc}\left(e^{hc/\lambda kT}-1\right)=\frac{1}{x}\left(e^{x}-1\right)$$

em que $x = hc/\lambda kT$.

(a) Para T = 2000 K e λ = 400 nm,

$$x=\frac{hc}{\lambda kT}=\frac{(6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})}{(400\times10^{-9}\,\text{m})(1{,}38\times10^{-23}\ \text{J/K})(2000\ \text{K})}\approx17{,}98,$$

e a razão das intensidades é

$$\frac{I_C}{I_P}\approx\frac{1}{17{,}98}\left(e^{17{,}98}-1\right)\approx3{,}6\times10^{6}.$$

(b) Para T = 2000 K e λ = 200 μm,

$$x=\frac{hc}{\lambda kT}=\frac{(6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})}{(200\times10^{-6}\,\text{m})(1{,}38\times10^{-23}\ \text{J/K})(2000\ \text{K})}\approx0{,}03596,$$

e a razão das intensidades é

$$\frac{I_C}{I_P}\approx\frac{1}{0{,}03596}\left(e^{0{,}03596}-1\right)\approx1{,}02\,.$$

(c) A fórmula clássica concorda melhor com a fórmula de Planck para comprimentos de onda mais longos [no caso do item (b), $I_C/I_P\approx1$].

45. (a) De acordo com a lei de Wien, para T = 37 °C = 310 K, o comprimento de onda para o qual a radiância espectral é máxima é

$$\lambda_{\text{máx}}=\frac{2898\ \mu\text{m}\cdot\text{K}}{T}=\frac{2898\ \mu\text{m}\cdot\text{K}}{310\ \text{K}}=9{,}35\,\mu\text{m}.$$

(b) Para λ = 9,35 μm e T = 310 K, a radiância espectral é

$$\begin{aligned}S(\lambda)&=\frac{2\pi c^2h}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}\\&=\frac{2\pi(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})^2(6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})}{(9{,}35\times10^{-6}\,\text{m})^5}\left(\exp\left[\frac{(6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})}{(9{,}35\times10^{-6}\,\text{m})(1{,}38\times10^{-23}\ \text{J/K})(310\ \text{K})}\right]\right)^{-1}\\&=3{,}688\times10^{7}\ \text{W/m}^3\end{aligned}$$

Para um pequeno intervalo de comprimentos de onda, a potência irradiada é, aproximadamente,

$$P=S(\lambda)A\Delta\lambda=(3{,}688\times10^{7}\ \text{W/m}^3)(4\times10^{-4}\,\text{m}^2)(10^{-9}\,\text{m})=1{,}475\times10^{-5}\ \text{W}.$$

(c) A energia associada a cada fóton é

$$\varepsilon=hf=\frac{hc}{\lambda}=\frac{(6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})}{9{,}35\times10^{-6}\,\text{m}}=2{,}1246\times10^{-20}\ \text{J}\,.$$

Como $P=\varepsilon(dN/dT)$, a taxa de emissão de fótons é

$$\frac{dN}{dt}=\frac{P}{\varepsilon}=\frac{1{,}475\times10^{-5}\ \text{W}}{2{,}1246\times10^{-20}\ \text{J}}=6{,}94\times10^{14}\ \text{fótons/s}.$$

(d) Para λ = 500 nm e T = 310 K, a radiância espectral é

$$\begin{aligned}S(\lambda)&=\frac{2\pi c^2h}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}\\&=\frac{2\pi(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})^2(6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})}{(500\times10^{-9}\,\text{m})^5}\left(\exp\left[\frac{(6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})}{(500\times10^{-9}\,\text{m})(1{,}38\times10^{-23}\ \text{J/K})(310\ \text{K})}\right]\right)^{-1}\\&=5{,}95\times10^{-25}\ \text{W/m}^3\end{aligned}$$

Para um pequeno intervalo de comprimentos de onda, a potência irradiada é, aproximadamente,

$$P = S(\lambda)A\Delta\lambda = (5{,}95\times10^{-25}\ \text{W/m}^3)(4\times10^{-4}\,\text{m}^2)(10^{-9}\,\text{m}) = 2{,}38\times10^{-37}\ \text{W}.$$

(e) A energia associada a cada fóton é

$$\varepsilon = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})}{500\times10^{-9}\,\text{m}} = 3{,}97\times10^{-19}\ \text{J}$$

A taxa de emissão de fótons correspondente é

$$\frac{dN}{dt} = \frac{P}{\varepsilon} = \frac{2{,}38\times10^{-5}\ \text{W}}{3{,}97\times10^{-19}\ \text{J}} = 5{,}9\times10^{-19}\ \text{fótons/s}$$

46. (a) De acordo com a Tabela 37.3, temos

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e c^2 K}} = \frac{hc}{\sqrt{2m_e c^2 K}} = \frac{1240\ \text{ev}\cdot\text{nm}}{\sqrt{2(511.000\ \text{eV})(1000\ \text{eV})}} = 0{,}0388\ \text{nm}$$

(b) De acordo com as Eqs. 38-1 e 38-2, $E = hc/\lambda$, o que nos dá

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}{1000\ \text{eV}} = 1{,}24\ \text{nm}$$

(c) A massa do nêutron aparece no Apêndice B. Usando o fator de conversão de elétrons-volts para joules, obtemos

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_n K}} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{\sqrt{2(1{,}675\times10^{-27}\ \text{kg})(1{,}6\times10^{-16}\ \text{J})}} = 9{,}06\times10^{-13}\ \text{m}$$

47. PENSE O comprimento de onda de de Broglie do elétron é dado por $\lambda = h/p$, em que p é o momento do elétron.

FORMULE O momento do elétron é dado por

$$p = m_e v = \sqrt{2m_e K} = \sqrt{2m_e eV},$$

em que V é o potencial acelerador e e é a carga fundamental. Assim,

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}}.$$

ANALISE Para $V = 25{,}0$ kV, temos

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}} = \frac{6{,}626\times10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}}{\sqrt{2(9{,}109\times10^{-31}\,\text{kg})(1{,}602\times10^{-19}\ \text{C})(25{,}0\times10^{3}\ \text{V})}}$$
$$= 7{,}75\times10^{-12}\ \text{m} = 7{,}75\,\text{pm}.$$

APRENDA De acordo com esses cálculos, o comprimento de onda de de Broglie do elétron é inversamente proporcional à raiz quadrada do potencial acelerador.

48. Para que os dois microscópios tenham a mesma resolução, devem operar com o mesmo comprimento de onda. Como o comprimento de onda e o momento estão relacionados através da equação $p = h/\lambda$, isso significa que os fótons do segundo microscópio devem ter o mesmo momento que os elétrons do primeiro microscópio.

O momento de um fóton de 100 keV é

$$p = \frac{E}{c} = \frac{(100\times10^{3}\ \text{eV})(1{,}60\times10^{-19}\ \text{J/eV})}{3{,}00\times10^{8}\ \text{m/s}} = 5{,}33\times10^{-23}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

Se um elétron possui o mesmo momento, a energia cinética do elétron é

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{(5{,}33\times10^{-23}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2}{2(9{,}11\times10^{-31}\ \text{kg})} = 1{,}56\times10^{-15}\ \text{J}$$

e a tensão de aceleração é

$$V = \frac{K}{e} = \frac{1{,}56\times10^{-15}\ \text{J}}{1{,}60\times10^{-19}\ \text{C}} = 9{,}76\times10^{3}\ \text{V} = 9{,}76\ \text{kV}.$$

49. PENSE O comprimento de onda de de Broglie do íon de sódio é dado por $\lambda = h/p$, em que p é o momento do íon.

FORMULE A energia cinética adquirida por um íon de sódio é $K = qV$, em que q é a carga do íon e V é o potencial acelerador. Assim, o momento do íon é $p = \sqrt{2mK}$ e o comprimento de onda de de Broglie correspondente é $\lambda = h/p = h/\sqrt{2mK}$.

ANALISE (a) A energia cinética do íon é

$$K = qV = (1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C})(300\ \text{V}) = 4{,}80 \times 10^{-17}\ \text{J}.$$

De acordo com o Apêndice F, a massa do íon de sódio é

$$m = (22{,}9898\ \text{g/mol})/(6{,}02 \times 10^{23}\ \text{átomo/mol}) = 3{,}819 \times 10^{-23}\ \text{g} = 3{,}819 \times 10^{-26}\ \text{kg}.$$

Assim, o momento de um átomo de sódio é

$$p = \sqrt{2mK} = \sqrt{2\left(3{,}819\times10^{-26}\ \text{kg}\right)\left(4{,}80\times10^{-17}\ \text{J}\right)} = 1{,}91\times10^{-21}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) O comprimento de onda de de Broglie é

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{1{,}91\times10^{-21}\text{kg}\cdot\text{m/s}} = 3{,}46\times10^{-13}\ \text{m}.$$

APRENDA Quanto maior o potencial acelerador, maior a energia cinética, maior o momento e menor o comprimento de onda de de Broglie.

50. (a) De acordo com a Eq. 37-55 e levando em conta o fato de que $E >> m_ec^2$, temos

$$p = \sqrt{\left(E/c\right)^2 - m_e^2c^2} \approx E/c \approx K/c$$

o que nos dá

$$\lambda = \frac{h}{p} \approx \frac{hc}{K} = \frac{1240\text{eV}\cdot\text{nm}}{50\times10^{9}\ \text{eV}} = 2{,}5\times10^{-8}\ \text{nm} = 0{,}025\ \text{fm}.$$

(b) Para $R = 5{,}0$ fm, $R/\lambda = 2{,}0 \times 10^2$.

51. PENSE O comprimento de onda de de Broglie de uma partícula é dado por $\lambda = h/p$, em que p é o momento da partícula.

FORMULE Seja K a energia cinética do elétron em elétrons-volts (eV). Como $K = p^2/2m$, o momento do elétron é $p = \sqrt{2mK}$. Assim, o comprimento de onda de de Broglie é

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}} = \frac{6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{\sqrt{2(9{,}109\times10^{-31}\ \text{kg})(1{,}602\times10^{-19}\ \text{J/eV})K}} = \frac{1{,}226\times10^{-9}\ \text{m}\cdot\text{eV}^{1/2}}{\sqrt{K}}$$
$$= \frac{1{,}226\ \text{nm}\cdot\text{eV}^{1/2}}{\sqrt{K}}.$$

ANALISE Fazendo λ = 590 nm na equação anterior e explicitando K, obtemos

$$K=\left(\frac{1{,}226\,\text{nm}\cdot\text{eV}^{1/2}}{\lambda}\right)^2=\left(\frac{1{,}226\,\text{nm}\cdot\text{eV}^{1/2}}{590\,\text{nm}}\right)^2=4{,}32\times10^{-6}\,\text{eV}.$$

APRENDA A expressão literal mostra que a energia cinética é inversamente proporcional ao quadrado do comprimento de onda de de Broglie. Isso acontece porque $K \sim p^2$ e $p \sim 1/\lambda$.

52. De acordo com a Eq. 37-8, o fator de Lorentz é

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-(0{,}9900)^2}}=7{,}0888.$$

Como, de acordo com a Eq. 37-41, $p=\gamma mv$, o comprimento de onda de de Broglie dos prótons é

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\gamma mv}=\frac{6{,}63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{(7{,}0888)(1{,}67\times10^{-27}\ \text{kg})(0{,}99\times3{,}00\times10^{8}\ \text{m/s})}=1{,}89\times10^{-16}\ \text{m}.$$

A distância entre o segundo mínimo de interferência e o ponto central é

$$y_2=\left(1+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda L}{d}=\frac{3}{2}\frac{\lambda L}{d},$$

em que L é a distância perpendicular entre as fendas e a tela. Assim, o ângulo entre o centro da figura de difração e o segundo mínimo é dado por

$$\tan\theta=\frac{y_2}{L}=\frac{3\lambda}{2d}.$$

Como $\lambda << d$, $\tan\theta \approx \theta$ e

$$\theta\approx\frac{3\lambda}{2d}=\frac{3(1{,}89\times10^{-16}\ \text{m})}{2(4{,}00\times10^{-9}\ \text{m})}=7{,}07\times10^{-8}\,\text{rad}=(4{,}0\times10^{-6})^\circ.$$

53. (a) O momento do fóton é dado por $p = E/c$, em que E é a energia do fóton. O comprimento de onda é

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{hc}{E}=\frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{1{,}00\,\text{eV}}=1240\ \text{nm}=1{,}24\ \mu\text{m}.$$

(b) O momento do elétron é dado por $p=\sqrt{2mK}$, em que K é a energia cinética e m é a massa do elétron. O comprimento de onda é

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2mK}}.$$

Se K está expresso em elétrons-volts,

$$\lambda=\frac{6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{\sqrt{2(9{,}109\times10^{-31}\ \text{kg})(1{,}602\times10^{-19}\ \text{J/eV})K}}=\frac{1{,}226\times10^{-9}\ \text{m}\cdot\text{eV}^{1/2}}{\sqrt{K}}=\frac{1{,}226\ \text{nm}\cdot\text{eV}^{1/2}}{\sqrt{K}}.$$

Para K = 1,00 eV,

$$\lambda=\frac{1{,}226\ \text{nm}\cdot\text{eV}^{1/2}}{\sqrt{1{,}00\ \text{eV}}}=1{,}23\ \text{nm}.$$

(c) No caso do fóton,

$$\lambda=\frac{hc}{E}=\frac{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}{1{,}00\times10^{9}\ \text{eV}}=1{,}24\times10^{-6}\ \text{nm}=1{,}24\ \text{fm}.$$

(d) Nesse caso, como a energia do elétron é elevada, temos que usar uma equação relativística para calcular o comprimento de onda. De acordo com a Eq. 38-51, o momento p e a energia cinética K do elétron estão relacionados através da equação

$$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2.$$

Assim,

$$pc=\sqrt{K^2+2Kmc^2}=\sqrt{\left(1{,}00\times10^{9}\ \text{eV}\right)^2+2\left(1{,}00\times10^{9}\ \text{eV}\right)\left(0{,}511\times10^{6}\ \text{eV}\right)}$$

$$=1{,}00\times10^{9}\ \text{eV}$$

e o comprimento de onda é

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{hc}{pc}=\frac{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}{1{,}00\times10^{9}\ \text{eV}}=1{,}24\times10^{-6}\ \text{nm}=1{,}24\ \text{fm}.$$

54. (a) O momento do elétron é

$$p=\frac{h}{\lambda}=\frac{6{,}63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{0{,}20\times10^{-9}\ \text{m}}=3{,}3\times10^{-24}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) O momento do fóton é igual ao do elétron: $p = 3{,}3 \times 10^{-24}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$.

(c) A energia cinética do elétron é

$$K_e=\frac{p^2}{2m_e}=\frac{(3{,}3\times10^{-24}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2}{2(9{,}11\times10^{-31}\ \text{kg})}=6{,}0\times10^{-18}\ \text{J}=38\ \text{eV}.$$

(d) A energia cinética do fóton é

$$K_\text{f} = pc=(3{,}3\times10^{-24}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})(2{,}998\times10^{8}\ \text{m/s})=9{,}9\times10^{-16}\ \text{J}=6{,}2\times10^{3}\ \text{eV}.$$

55. (a) De acordo com as Eqs. 38-17, 37-54 e 37-47, temos

$$K=\sqrt{\left(\frac{hc}{\lambda}\right)^2+m_e^2c^4}-m_ec^2=\sqrt{\left(\frac{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}{10\times10^{-3}\ \text{nm}}\right)^2+\left(0{,}511\ \text{MeV}\right)^2}-0{,}511\ \text{MeV}$$

$$=0{,}015\ \text{MeV}=15\ \text{keV}.$$

(b) De acordo com as Eqs. 38-2 e 38-7,

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{10\times10^{-3}\,\text{nm}}=1{,}2\times10^{5}\ \text{eV}=120\ \text{keV}.$$

(c) O microscópio eletrônico é mais prático, já que a energia necessária é muito menor.

56. (a) Como $K = 7{,}5$ MeV << $m_\alpha c^2 = 4(932\ \text{MeV})$, podemos usar a expressão clássica $p=\sqrt{2m_\alpha K}$. De acordo com a Eq. 38-17, temos

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{hc}{\sqrt{2m_\alpha c^2K}}=\frac{1240\,\text{MeV}\cdot\text{fm}}{\sqrt{2\left(4\text{u}\right)\left(931{,}5\,\text{MeV/u}\right)\left(7{,}5\,\text{MeV}\right)}}=5{,}2\,\text{fm}.$$

(b) Como λ = 5,2 fm << 30 fm, não havia necessidade de levar em conta a natureza ondulatória da partícula α.

57. O comprimento de onda associado à partícula desconhecida é

$$\lambda_x = \frac{h}{p_x} = \frac{h}{m_x v_x}$$

em que p_x é o momento, m_x é a massa e v_x é a velocidade da partícula.

Analogamente, o comprimento de onda associado ao elétron é

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{m_e v_e}.$$

Assim, a razão entre os comprimentos de onda é

$$\frac{\lambda_x}{\lambda_e} = \frac{m_e v_e}{m_x v_x},$$

o que nos dá

$$m_x = \frac{v_e \lambda_e}{v_x \lambda_x} m_e = \frac{9{,}109\times 10^{-31}\,\text{kg}}{3(1{,}813\times 10^{-4})} = 1{,}675\times 10^{-27}\,\text{kg}.$$

De acordo com o Apêndice B, a partícula desconhecida é um nêutron.

58. (a) A energia do fóton é

$$E_f = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\,\text{nm}\cdot\text{eV}}{1{,}00\,\text{nm}} = 1{,}24\,\text{keV}.$$

(b) A energia cinética do elétron é

$$K = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{(h/\lambda)^2}{2m_e} = \frac{(hc/\lambda)^2}{2m_e c^2} = \frac{1}{2(0{,}511\,\text{MeV})}\left(\frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{1{,}00\,\text{nm}}\right)^2 = 1{,}50\ \text{eV}.$$

(c) Nesse caso, a energia do fóton é

$$E_f = \frac{1240\ \text{nm}\cdot\text{eV}}{1{,}00\times 10^{-6}\text{nm}} = 1{,}24\times 10^{9}\,\text{eV} = 1{,}24\ \text{GeV}.$$

(d) Nesse caso, a energia cinética do elétron é

$$K = \sqrt{p^2c^2 + (m_e c^2)^2} - m_e c^2 = \sqrt{(hc/\lambda)^2 + (m_e c^2)^2} - m_e c^2$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1240\,\text{MeV}\cdot\text{fm}}{1{,}00\,\text{fm}}\right)^2 + (0{,}511\,\text{MeV})^2} - 0{,}511\,\text{MeV}$$

$$= 1{,}24\times 10^{3}\ \text{MeV} = 1{,}24\,\text{GeV}.$$

Note que, para pequenos valores de λ (ou seja, para grandes valores de K), a energia cinética do elétron, calculada usando a expressão relativística, é praticamente igual à do fóton. Isso é razoável, já que, para grandes valores de K, a energia de repouso do elétron é muito menor que a energia cinética e, portanto, $K \approx E \approx pc$, enquanto, para o fóton, $E = pc$ para qualquer energia.

59. (a) Como $\lambda = h/p = h/(m_p v)$,

$$v=\frac{h}{m_p\lambda}=\frac{6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{(1{,}6705\times10^{-27}\ \text{kg})(0{,}100\times10^{-12}\ \text{m})}=3{,}96\times10^{6}\ \text{m/s}.$$

(b) Fazendo $eV = K = m_p v^2/2$, obtemos

$$V=\frac{m_p v^2}{2e}=\frac{(1{,}6705\times10^{-27}\ \text{kg})(3{,}96\times10^{6}\ \text{m/s})^2}{2(1{,}602\times10^{-19}\ \text{C})}=8{,}17\times10^{4}\ \text{V}=81{,}7\ \text{kV}.$$

60. Nesse caso, a função de onda seria

$$\Psi(x,t)=\psi_0 e^{-i(kx+\omega t)}.$$

Essa função descreve uma onda plana que se propaga no sentido negativo do eixo x. Um exemplo de partícula real que se comporta dessa forma é um elétron com um momento $\vec{p}=-(hk/2\pi)\hat{\text{i}}$ e uma energia cinética

$$K=\frac{p^2}{2m_e}=\frac{h^2k^2}{8\pi^2 m_e}.$$

61. Para $U = U_0$, a equação de Schrödinger se torna

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{8\pi^2 m}{h^2}[E-U_0]\psi=0.$$

Vamos fazer $\psi=\psi_0 e^{ikx}$. Nesse caso,

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=-k^2\psi_0 e^{ikx}=-k^2\psi$$

e o resultado é

$$-k^2\psi+\frac{8\pi^2 m}{h^2}[E-U_0]\psi=0.$$

Explicitando k, obtemos

$$k=\sqrt{\frac{8\pi^2 m}{h^2}[E-U_0]}=\frac{2\pi}{h}\sqrt{2m[E-U_0]}.$$

62. Derivando a Eq. 38-17 em relação a x, obtemos

$$\frac{d\psi}{dx}=\frac{d}{dx}\left(Ae^{ikx}+Be^{-ikx}\right)=ikAe^{ikx}-ikBe^{-ikx}.$$

Derivando novamente em relação a x, temos

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=\frac{d}{dx}\left(ikAe^{ikx}-ikBe^{-ikx}\right)=-k^2\,Ae^{ikx}-k^2\,Be^{ikx}.$$

Substituindo na Eq. 38-22, obtemos

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+k^2\psi=-k^2\,Ae^{ikx}-k^2Be^{ikx}+k^2\left(Ae^{ikx}+Be^{-ikx}\right)=0.$$

63. (a) Usando a identidade de Euler, $e^{i\phi}=\cos\phi+i\,\text{sen}\,\phi$, podemos escrever a Eq. 38-19 na forma

$$\psi(x) = \psi_0 e^{ikx} = \psi_0(\cos kx + i\,\text{sen}\,kx) = (\psi_0 \cos kx) + i(\psi_0\,\text{sen}\,kx) = a + ib,$$

em que $a = \psi_0 \cos kx$ e $b = \psi_0$ sen kx são números reais.

(b) A função de onda dependente do tempo é

$$\psi(x,t) = \psi(x)e^{-i\omega t} = \psi_0 e^{ikx}e^{-i\omega t} = \psi_0 e^{i(kx-\omega t)}$$

$$= [\psi_0 \cos(kx - \omega t)] + i[\psi_0\,\text{sen}\,(kx - \omega t)].$$

64. Como o número de onda k está relacionado ao comprimento de onda λ da partícula através da equação $k = 2\pi/\lambda$ e o comprimento de onda está relacionado ao momento p através da equação $\lambda = h/p$, $k = 2\pi p/h$. Como a energia cinética K está relacionada ao momento através da equação $K = p^2/2m$, em que m é a massa da partícula, $p = \sqrt{2mK}$ e

$$k = \frac{2\pi\sqrt{2mK}}{h}.$$

65. (a) O produto nn^* pode ser escrito na forma

$$\begin{aligned} nn^* &= (a+ib)(a+ib)^* = (a+ib)(a^* + i^*b^*) = (a+ib)(a-ib) \\ &= a^2 + iba - iab + (ib)(-ib) = a^2 + b^2, \end{aligned}$$

que é um número real, já que a e b são números reais.

(b) Substituindo n e m por seus valores em termos de a, b, c e d, temos

$$|nm| = |(a+ib)(c+id)| = |ac + iad + ibc + (-i)^2 bd| = |(ac-bd) + i(ad+bc)|$$

$$= \sqrt{(ac-bd)^2 + (ad+bc)^2} = \sqrt{a^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 + b^2c^2}.$$

Como

$$|n||m| = |a+ib||c+id| = \sqrt{a^2+b^2}\sqrt{c^2+d^2}$$

$$= \sqrt{a^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 + b^2c^2},$$

concluímos que $|nm| = |n|\,|m|$.

66. (a) Nesse caso, a função de onda é

$$\Psi(x,t) = \psi_0\left[e^{i(kx-\omega t)} + e^{-i(kx+\omega t)}\right] = \psi_0 e^{-i\omega t}(e^{ikx} + e^{-ikx})$$

e, portanto,

$$|\Psi(x,t)|^2 = \left|\psi_0 e^{-i\omega t}(e^{ikx} + e^{-ikx})\right|^2 = \left|\psi_0 e^{-i\omega t}\right|^2 \left|e^{ikx} + e^{-ikx}\right|^2$$

$$= \psi_0^2\left|e^{ikx} + e^{-ikx}\right|^2 = \psi_0^2\,|(\cos kx + i\,\text{sen}\,kx) + (\cos kx - i\,\text{sen}\,kx)|^2 = 4\psi_0^2(\cos kx)^2$$

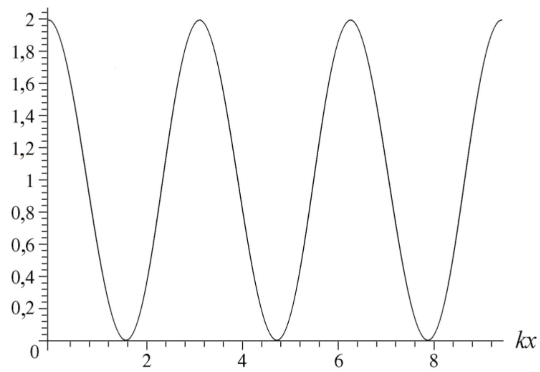
$$= 2\psi_0^2(1 + \cos 2kx).$$

(b) Considere duas ondas planas de mesma amplitude $\psi_0/\sqrt{2}$ que se propagam em sentidos opostos no eixo x. A onda total Ψ é uma onda estacionária:

$$\Psi(x,t) = \psi_0 e^{i(kx-\omega t)} + \psi_0 e^{-i(kx+\omega t)} = \psi_0(e^{ikx} + e^{-ikx})e^{-i\omega t} = (2\psi_0 \cos kx)e^{-i\omega t}.$$

O gráfico ao lado mostra o quadrado da amplitude da onda estacionária,

$$|\Psi(x,t)|^2 = (2\psi_0 \cos kx)^2 \left|e^{-i\omega t}\right|^2 = 2\psi_0^2(1+\cos 2kx).$$



(c) Fazendo $\left|\Psi(x,t)\right|^2 = 2\psi_0^2(1+\cos 2kx) = 0,$ obtemos cos($2kx$) = −1, o que nos dá

$$2kx = 2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) = (2n+1)\pi, \quad (n = 0, 1, 2, 3, \ldots)$$

e, portanto,

$$x = \frac{1}{4}(2n+1)\lambda.$$

(d) As posições mais prováveis da partícula são aquelas para as quais a função $\left|\Psi(x,t)\right|^2 = 2\psi_0^2(1+\cos 2kx)$ é máxima. Para isso, devemos ter cos $2kx$ = 1, o que nos dá

$$2kx = 2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) = 2n\pi, \quad (n = 0, 1, 2, 3, \ldots)$$

e, portanto,

$$x = \frac{1}{2}n\lambda.$$

67. Se o momento é medido ao mesmo tempo que a posição,

$$\Delta p \approx \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{6,63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{2\pi(50\ \text{pm})} = 2,1\times10^{-24}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

68. (a) A energia dos fótons é

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\,\text{nm}\cdot\text{eV}}{10,0\times10^{-3}\,\text{nm}} = 124\,\text{keV}.$$

(b) Como a energia cinética recebida pelo elétron é igual à energia perdida pelo fóton,

$$\Delta E = \Delta\left(\frac{hc}{\lambda}\right) = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda+\Delta\lambda}\right) = \left(\frac{hc}{\lambda}\right)\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda+\Delta\lambda}\right) = \frac{E}{1+\lambda/\Delta\lambda}$$

$$= \frac{E}{1+\dfrac{\lambda}{(h/mc)(1-\cos\phi)}} = \frac{124\,\text{keV}}{1+\dfrac{10,0\,\text{pm}}{(2,43\,\text{pm})(1-\cos 180°)}} = 40,5\,\text{keV}.$$

(c) É impossível "observar" um elétron de um átomo usando um fóton com uma energia tão alta, já que essa energia é mais do que suficiente para arrancar o elétron de sua órbita.

69. De acordo com a Eq. 38-28, $\Delta x \Delta p \geq \hbar$. Fazendo D$x = \lambda/2\pi$, temos

$$\Delta p = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{h}{2\pi(\lambda/2\pi)} = p.$$

Assim, esperamos que o valor medido do momento esteja entre 0 e $2p$ e o único valor surpreendente seria $12p$.

70. (a) Como a energia potencial do elétron é $U_b = qV = (-e)(-200\text{V}) = 200$ eV, sua energia cinética é

$$K = E - U_b = 500 \text{ eV} - 200 \text{ eV} = 300 \text{ eV}.$$

(b) Usando a expressão não relativística $K = mv^2/2 = p^2/2m$, obtemos

$$p = \sqrt{2mK} = \sqrt{2(9{,}11\times10^{-31} \text{ kg})(300 \text{ eV})(1{,}6\times10^{-19} \text{ J/eV})} = 9{,}35\times10^{-24} \text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

(c) A velocidade do elétron é

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(300 \text{ eV})(1{,}6\times10^{-19} \text{ J/eV})}{9{,}11\times10^{-31} \text{ kg}}} = 1{,}03\times10^{7} \text{ m/s}.$$

(d) O comprimento de onda de de Broglie correspondente é

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}626\times10^{-34} \text{ J/s}}{9{,}35\times10^{-24} \text{ kg}\cdot\text{m/s}} = 7{,}08\times10^{11} \text{ m}.$$

(e) O número de onda é

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{7{,}08\times10^{-11} \text{ m}} = 8{,}87\times10^{10} \text{ m}^{-1}.$$

71. (a) O número de onda na região 1 é

$$\begin{aligned} k &= \frac{2\pi}{h}\sqrt{2mE} = \frac{2\pi}{6{,}626\times10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}\sqrt{2(9{,}11\times10^{-31} \text{ kg})(800 \text{ eV})(1{,}6\times10^{-19} \text{ J/eV})} \\ &= 1{,}45\times10^{11} \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

(b) O número de onda na região 2 é

$$\begin{aligned} k_b &= \frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(E-U_b)} = \frac{2\pi}{6{,}626\times10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}\sqrt{2(9{,}11\times10^{-31} \text{ kg})(800 \text{ eV} - 200 \text{ eV})(1{,}6\times10^{-19} \text{ J/eV})} \\ &= \frac{k}{2} = 7{,}24\times10^{10} \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

(c) As funções de onda nas duas regiões são

$$\psi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \quad \psi_2(x) = Ce^{ik_b x}$$

Como $k_b = k/2$ e as funções devem ter o mesmo valor na fronteira das duas regiões, temos

$$A + B = C$$

$$Ak - Bk = Ck/2$$

Resolvendo o sistema de equações anterior, obtemos $B/A = 1/3$ e $C/A = 4/3$.

O coeficiente de reflexão é

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \frac{1}{9} = 0{,}111 .$$

(d) Se $N_0 = 5{,}00 \times 10^5$ elétrons incidirem no degrau de potencial, o número de elétrons refletidos será

$$N_R = RN_0 = \left(\frac{1}{9}\right)(5{,}00\times10^5) = 5{,}56\times10^4 .$$

72. (a) O número de onda na região 1 é

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{(h/p)} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{2\pi mv}{h} = \frac{2\pi(9{,}11\times10^{-31}\text{ kg})(1{,}60\times10^7\text{ m/s})}{6{,}626\times10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}} = 1{,}38\times10^{11}\text{ m}^{-1}$$

(b) A energia do elétron na região 1 é

$$E = K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(9{,}11\times10^{-31}\text{ kg})(1{,}60\times10^7\text{ m/s})^2 = 1{,}17\times10^{-16}\text{ J} = 728{,}8\text{ eV}.$$

Na região 2, em que $V = -500$ V, a energia cinética do elétron é

$$K_b = E - U_b = 728{,}8\text{ eV} - 500\text{ eV} = 228{,}8\text{ eV}.$$

e o número de onda correspondente é

$$k_b = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(E-U_b)} = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2mK_b} = \frac{2\pi}{6{,}626\times10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}}\sqrt{2(9{,}11\times10^{-31}\text{ kg})(228{,}8\text{ eV})(1{,}6\times10^{-19}\text{ J/eV})}$$
$$= 7{,}74\times10^{10}\text{ m}^{-1}$$

(c) As funções de onda nas duas regiões são

$$\psi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \quad \psi_2(x) = Ce^{ik_b x}$$

Como as funções devem ter o mesmo valor na fronteira das regiões,

$$A + B = C$$
$$Ak - Bk = Ck_b$$

Resolvendo o sistema de equações anterior, obtemos

$$\frac{B}{A} = \frac{1-k_b/k}{1+k_b/k}, \qquad \frac{C}{A} = \frac{2}{1+k_b/k} .$$

Para $k_b/k = (7{,}74 \times 10^{10}\text{ m}^{-1})/(1{,}38 \times 10^{11}\text{ m}^{-1}) = 0{,}56$, o coeficiente de reflexão é

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \left(\frac{1-k_b/k}{1+k_b/k}\right)^2 = \left(\frac{1-0{,}56}{1+0{,}56}\right)^2 = 0{,}0794$$

(d) Se $N_0 = 3{,}00 \times 10^9$ elétrons incidirem no degrau de potencial, o número de elétrons refletidos será

$$N_R = RN_0 = (0{,}0794)(3{,}00\times10^9) = 2{,}38\times10^8.$$

73. A energia do elétron na região 1 é

$$E = K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(9{,}11\times10^{-31}\text{ kg})(900\text{m/s})^2 = 3{,}69\times10^{-25}\text{ J} = 2{,}306\ \mu\text{eV}.$$

O número de onda do elétron na região 1 é

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{(h/p)}=\frac{2\pi p}{h}=\frac{2\pi mv}{h}=\frac{2\pi(9{,}11\times10^{-31}\text{ kg})(900\text{m/s})}{6{,}626\times10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}}=7{,}77\times10^{6}\text{m}^{-1}$$

Na região 2, em que $V = -1{,}25\ \mu$V, a energia cinética do elétron é

$$K_b=E-U_b=2{,}306\ \mu\text{eV}-1{,}25\ \mu\text{eV}=1{,}056\ \mu\text{eV}.$$

e o número de onda correspondente é

$$k_b=\frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(E-U_b)}=\frac{2\pi}{h}\sqrt{2mK_b}=\frac{2\pi}{6{,}626\times10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}}\sqrt{2(9{,}11\times10^{-31}\text{ kg})(1{,}056\ \mu\text{eV})(1{,}6\times10^{-25}\text{ J}/\mu\text{eV})}$$
$$=5{,}258\times10^{6}\text{ m}^{-1}$$

A razão dos números de onda é $k_b/k = (5{,}258\times10^6\text{ m}^{-1})/(7{,}77\times10^6\text{ m}^{-1}) = 0{,}6767$. O coeficiente de reflexão é

$$R=\frac{|B|^2}{|A|^2}=\left(\frac{1-k_b/k}{1+k_b/k}\right)^2=\left(\frac{1-0{,}6767}{1+0{,}6767}\right)^2=0{,}0372,$$

o que nos dá o seguinte coeficiente de transmissão:

$$T=1-R=1-0{,}0372=0{,}9628.$$

Assim, a corrente do outro lado do degrau de potencial é

$$I_t=TI_0=(0{,}9628)(5{,}00\text{ mA})=4{,}81\text{ mA}.$$

74. Como

$$T\approx e^{-2bL}=\exp\left(-2L\sqrt{\frac{8\pi^2m(U_b-E)}{h^2}}\right),$$

temos

$$E=U_b-\frac{1}{2m}\left(\frac{h\ln T}{4\pi L}\right)^2=6{,}0\text{ eV}-\frac{1}{2(0{,}511\text{ MeV})}\left[\frac{(1240\text{ eV}\cdot\text{nm})(\ln 0{,}001)}{4\pi(0{,}70\text{ nm})}\right]^2$$
$$=5{,}1\text{ eV}.$$

75. (a) O coeficiente de transmissão T para uma partícula de massa m e energia E que incide em uma barreira de altura U_b e largura L é dado por

$$T=e^{-2bL},$$

em que

$$b=\sqrt{\frac{8\pi^2m(U_b-E)}{h^2}}.$$

Assim, temos

$$b=\sqrt{\frac{8\pi^2(1{,}6726\times10^{-27}\text{ kg})(10\text{ MeV}-3{,}0\text{ MeV})(1{,}6022\times10^{-13}\text{ J/MeV})}{(6{,}6261\times10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s})^2}}$$
$$=5{,}8082\times10^{14}\text{ m}^{-1},$$

o que nos dá

$$bL = (5{,}8082\times10^{14}\ \text{m}^{-1})(10\times10^{-15}\ \text{m}) = 5{,}8082$$

e

$$T = e^{-2(5{,}8082)} = 9{,}02\times10^{-6}.$$

O valor de b foi calculado com um número de algarismos significativos maior que o normal porque o valor de uma exponencial varia muito com uma pequena variação do valor do expoente.

(b) Como a energia potencial dos prótons é a mesma (zero) antes e depois de passarem pela barreira e a energia total é conservada, a energia cinética também é a mesma, 3,0 MeV.

(c) Como a energia também é conservada no processo de reflexão, a energia cinética é a mesma, 3,0 MeV, antes e depois da reflexão.

(d) Como a massa de um dêuteron é 2,0141 u = 3,3454 × 10^{-27} kg, temos

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2(3{,}3454\times10^{-27}\ \text{kg})(10\ \text{MeV}-3{,}0\ \text{MeV})(1{,}6022\times10^{-13}\ \text{J/MeV})}{(6{,}6261\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})^2}}$$

$$= 8{,}2143\times10^{14}\ \text{m}^{-1},$$

o que nos dá

$$bL = (8{,}2143\times10^{14}\ \text{m}^{-1})(10\times10^{-15}\ \text{m}) = 8{,}2143$$

e

$$T = e^{-2(8{,}2143)} = 7{,}33\times10^{-8}.$$

(e) Como no caso dos prótons, a energia cinética dos dêuterons é a mesma, 3,0 MeV, antes e depois de atravessarem a barreira.

(f) Como no caso dos prótons, a energia cinética dos dêuterons é a mesma, 3,0 MeV, antes e depois de serem refletidos pela barreira.

76. (a) A taxa com a qual os prótons incidem na barreira é

$$n = \frac{1{,}0\ \text{kA}}{1{,}60\times10^{-19}\ \text{C}} = 6{,}25\times10^{21}\ \text{s}^{-1}.$$

Para calcular o tempo de espera t, fazemos $nTt = 1$:

$$t = (nT)^{-1} = \frac{1}{n}\exp\left(2L\sqrt{\frac{8\pi^2 m_p(U_b - E)}{h^2}}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{6{,}25\times10^{21}\ \text{s}^{-1}}\right)\exp\left[\frac{2\pi(0{,}70\ \text{nm})}{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}\sqrt{8(938\ \text{MeV})(6{,}0\ \text{eV}-5{,}0\ \text{eV})}\right]$$

$$= 3{,}37\times10^{111}\ \text{s} \approx 10^{104}\ \text{anos},$$

um tempo muito maior que a idade do universo.

(b) No caso do elétron, temos

$$t=(nT)^{-1}=\frac{1}{n}\exp\left[2L\sqrt{\frac{8\pi^2 m_e(U_b-E)}{h^2}}\right]$$

$$=\left(\frac{1}{6{,}25\times10^{21}\ \text{s}^{-1}}\right)\exp\left[\frac{2\pi(0{,}70\ \text{nm})}{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}\sqrt{8(0{,}511\ \text{MeV})(6{,}0\ \text{eV}-5{,}0\ \text{eV})}\right]$$

$$=2{,}1\times10^{-19}\ \text{s}.$$

A enorme diferença dos tempos de espera se deve exclusivamente à diferença entre as massas das duas partículas.

77. PENSE Embora $E < U_b$, existe uma probabilidade finita de que os elétrons atravessem a barreira de potencial por tunelamento.

FORMULE De acordo com as Eqs. (38-38) e (38-39), se m é a massa e E é a energia da partícula, o coeficiente de transmissão através de uma barreira de altura U_b e largura L é dado por $T = e^{-2bL}$, em que

$$b=\sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_b-E)}{h^2}}.$$

Se a variação ΔU_b de U_b é pequena, a variação do coeficiente de transmissão é dada por

$$\Delta T=\frac{dT}{dU_b}\Delta U_b=-2LT\frac{db}{dU_b}\Delta U_b.$$

Como

$$\frac{db}{dU_b}=\frac{1}{2\sqrt{U_b-E}}\sqrt{\frac{8\pi^2 m}{h^2}}=\frac{1}{2(U_b-E)}\sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_b-E)}{h^2}}=\frac{b}{2(U_b-E)}.$$

temos

$$\Delta T=-LTb\frac{\Delta U_b}{U_b-E}.$$

ANALISE (a) Como

$$b=\sqrt{\frac{8\pi^2(9{,}11\times10^{-31}\ \text{kg})(6{,}8\ \text{eV}-5{,}1\ \text{eV})(1{,}6022\times10^{-19}\ \text{J/eV})}{(6{,}6261\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})^2}}=6{,}67\times10^{9}\ \text{m}^{-1},$$

temos $bL = (6{,}67 \times 10^9\ \text{m}^{-1})(750 \times 10^{-12}\ \text{m}^{-1}) = 5{,}0$ e

$$\frac{\Delta T}{T}=-bL\frac{\Delta U_b}{U_b-E}=-(5{,}0)\frac{(0{,}010)(6{,}8\text{eV})}{6{,}8\text{eV}-5{,}1\text{eV}}=-0{,}20.$$

Isso significa que a um aumento de 1,0% da altura da barreira corresponde uma redução de 20% do coeficiente de transmissão.

(b) A variação do coeficiente de transmissão com a largura da barreira é dada por

$$\Delta T=\frac{dT}{dL}\Delta L=-2be^{-2bL}\Delta L=-2bT\Delta L$$

e, portanto,

$$\frac{\Delta T}{T}=-2b\Delta L=-2(6{,}67\times10^{9}\ \text{m}^{-1})(0{,}010)(750\times10^{-12}\ \text{m})=-0{,}10.$$

Isso significa que a um aumento de 1,0% da largura da barreira corresponde uma redução de 10% do coeficiente de transmissão.

(c) A variação do coeficiente de transmissão com a energia cinética dos elétrons é dada por

$$\Delta T = \frac{dT}{dE}\Delta E = -2Le^{-2bL}\frac{db}{dE}\Delta E = -2LT\frac{db}{dE}\Delta E.$$

Como $db/dE = -db/dU_b = -b/2(U_b - E)$,

$$\frac{\Delta T}{T} = bL\frac{\Delta E}{U_b - E} = (5.0)\frac{(0{,}010)(5{,}1\,\text{eV})}{6{,}8\,\text{eV} - 5{,}1\,\text{eV}} = 0{,}15.$$

Isso significa que a um aumento de 1,0% da energia cinética dos elétrons corresponde um aumento de 15% do coeficiente de transmissão.

APRENDA O aumento da altura da barreira e o aumento da largura da barreira diminuem a probabilidade de transmissão, enquanto o aumento da energia cinética dos elétrons aumenta a probabilidade de transmissão.

78. A energia do elétron na região 1 é

$$E = K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(9{,}11\times10^{-31}\text{ kg})(1200\text{ m/s})^2 = 6{,}56\times10^{-25}\text{ J} = 4{,}0995\ \mu\text{eV}.$$

O número de onda na região 1 é

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{(h/p)} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{2\pi mv}{h} = \frac{2\pi(9{,}11\times10^{-31}\text{ kg})(1200\text{ m/s})}{6{,}626\times10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}} = 1{,}036\times10^{7}\,\text{m}^{-1}$$

O coeficiente de transmissão através de uma barreira de altura U_b e largura L é dado por

$$T = e^{-2bL},$$

em que

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_b - E)}{h^2}} = \sqrt{\frac{8\pi^2(9{,}11\times10^{-31}\text{ kg})(4{,}719\ \mu\text{eV} - 4{,}0995\ \mu\text{eV})(1{,}6022\times10^{-25}\text{ J}/\mu\text{eV})}{(6{,}6261\times10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s})^2}}$$
$$= 4{,}0298\times10^{6}\,\text{m}^{-1}.$$

Assim,

$$T = \exp(-2bL) = \exp\left[-2(4{,}0298\times10^{6}\,\text{m}^{-1})(200\times10^{-9}\,\text{m}^{-1})\right] = e^{-1{,}612} = 0{,}1995,$$

e a corrente transmitida é

$$I_t = TI_0 = (0{,}1995)(9{,}00\text{ mA}) = 1{,}795\text{ mA}.$$

79. (a) Como $p_y = p_z = 0$, $\Delta p_y = \Delta p_z = 0$. Nesse caso, de acordo com a Eq. 38-20, $\Delta x = \Delta y = \infty$ e é impossível atribuir uma coordenada y ou z ao elétron.

(b) Como não depende de y e z, a função de onda $\Psi(x)$ descreve uma onda plana que se estende indefinidamente nas direções y e z. Como se pode ver na Fig. 38-12, $|\Psi(x)|^2$ também se estende indefinidamente na direção x. Assim, a onda de matéria descrita por $\Psi(x)$ ocupa todo o espaço tridimensional.

80. A energia dos fótons é dada por

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{21\times10^{7}\,\text{nm}} = 5{,}9\times10^{-6}\,\text{eV} = 5{,}9\ \mu\text{eV}.$$

81. Substituindo a relação clássica entre o momento p e a velocidade v, $p = mv$, na equação clássica da energia cinética, $K = mv^2/2$, obtemos a relação $K = p^2/2m$, em que m é a massa do elétron, o que nos dá $p = \sqrt{2mK}$. Como a relação entre o momento e o comprimento de onda de de Broglie é $\lambda = h/p$, em que h é a constante de Planck, temos

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}}.$$

Se K estiver expresso em elétrons-volts,

$$\lambda = \frac{6{,}626\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{\sqrt{2(9{,}109\times10^{-31}\ \text{kg})(1{,}602\times10^{-19}\ \text{J/eV})K}} = \frac{1{,}226\times10^{-9}\ \text{m}\cdot\text{eV}^{1/2}}{\sqrt{K}}$$

$$= \frac{1{,}226\ \text{nm}\cdot\text{eV}^{1/2}}{\sqrt{K}}.$$

82. Podemos escrever a Eq. 38-9 na forma

$$\frac{h}{m\lambda} - \frac{h}{m\lambda'}\cos\phi = \frac{v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\cos\theta$$

e a Eq. 38-10 na forma

$$\frac{h}{m\lambda'}\operatorname{sen}\phi = \frac{v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\operatorname{sen}\theta.$$

Elevando as duas equações ao quadrado e somando membro a membro, obtemos

$$\left(\frac{h}{m}\right)^2\left[\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\cos\phi\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda'}\operatorname{sen}\phi\right)^2\right] = \frac{v^2}{1-(v/c)^2},$$

em que usamos a identidade $\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$ para eliminar θ. Como o lado direito da equação pode ser escrito na forma

$$\frac{v^2}{1-(v/c)^2} = -c^2\left[1 - \frac{1}{1-(v/c)^2}\right],$$

temos

$$\frac{1}{1-(v/c)^2} = \left(\frac{h}{mc}\right)^2\left[\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\cos\phi\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda'}\operatorname{sen}\phi\right)^2\right] + 1.$$

Além disso, a Eq. 38-8 pode ser escrita na forma

$$\frac{h}{mc}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) + 1 = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}.$$

Elevando esta equação ao quadrado, podemos compará-la diretamente com a equação que obtivemos anteriormente para $[1-(v/c)^2]^{-1}$, o que nos dá

$$\left[\frac{h}{mc}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) + 1\right]^2 = \left(\frac{h}{mc}\right)^2\left[\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\cos\phi\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda'}\operatorname{sen}\phi\right)^2\right] + 1.$$

Efetuando os quadrados e usando a identidade $\operatorname{sen}^2\phi + \cos^2\phi = 1$, obtemos

$$\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\phi).$$

83. (a) A energia cinética média é

$$K = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}(1{,}38\times10^{-23}\ \text{J/K})(300\,\text{K}) = 6{,}21\times10^{-21}\ \text{J} = 3{,}88\times10^{-2}\ \text{eV} = 38{,}8\ \text{meV}.$$

(b) O comprimento de onda de de Broglie é

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_nK}} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{\sqrt{2(1{,}675\times10^{-27}\ \text{kg})(6{,}21\times10^{-21}\ \text{J})}} = 1{,}46\times10^{-10}\ \text{m} = 146\ \text{pm}.$$

84. (a) O comprimento de onda médio de de Broglie é

$$\lambda_{\text{méd}} = \frac{h}{p_{\text{méd}}} = \frac{h}{\sqrt{2mK_{\text{méd}}}} = \frac{h}{\sqrt{2m(3kT/2)}} = \frac{hc}{\sqrt{2(mc^2)kT}}$$

$$= \frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{\sqrt{3(4)(938\,\text{MeV})(8{,}62\times10^{-5}\,\text{eV/K})(300\,\text{K})}}$$

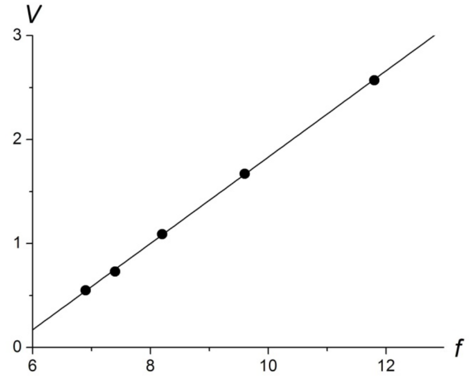
$$= 7{,}3\times10^{-11}\,\text{m} = 73\,\text{pm}.$$

(b) A distância média é

$$d_{\text{méd}} = \frac{1}{\sqrt[3]{n}} = \frac{1}{\sqrt[3]{p/kT}} = \sqrt[3]{\frac{(1{,}38\times10^{-23}\,\text{J/K})(300\,\text{K})}{1{,}01\times10^5\ \text{Pa}}} = 3{,}4\ \text{nm}.$$

(c) Sim, pois $\lambda_{\text{méd}} << d_{\text{méd}}$.

85. (a) Podemos calcular as frequências a partir dos comprimentos de onda usando a Eq. 38-1. A figura a seguir mostra os pontos experimentais e a reta obtida através de um ajuste por mínimos quadrados. A escala do eixo vertical está em volts e a escala do eixo horizontal, multiplicada por 10^{14}, corresponde à frequência em hertz.



A inclinação da reta é $4{,}14\times10^{-15}$ V · s, que, multiplicada por e, nos dá $4{,}14\times10^{-15}$ eV · s, em perfeita concordância com o valor mostrado na Eq. 38-3.

(b) O ajuste por mínimos quadrados também fornece o ponto em que a reta intercepta o eixo y, que corresponde ao negativo da função trabalho. Desta forma, determinamos que $\Phi = 2{,}31$ eV.

86. Como, de acordo com a Eq. (38-14),

$$\Psi = \psi e^{-i\omega t}$$

e, por definição,

$$|\Psi|^2 = (\Psi)(\Psi^*),$$

em que Ψ^* é o complexo conjugado de Ψ, temos

$$|\Psi|^2 = (\psi e^{-i\omega t})(\psi e^{i\omega t}) = \psi^2 (e^{i\omega t})(e^{-i\omega t}) = \psi^2 = |\psi|^2 .$$

87. De acordo com o Exemplo 38.03 "Espalhamento de Compton de raios X por elétrons", temos

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} = \frac{(h/mc)(1-\cos\phi)}{\lambda'} = \frac{hf'}{mc^2}(1-\cos\phi)$$

em que usamos o fato de que $\lambda + \Delta\lambda = \lambda' = c/f'$.

88. O comprimento de onda de de Broglie da bala é

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}}{(40\times10^{-3}\,\mathrm{kg})(1000\,\mathrm{m/s})} = 1{,}7\times10^{-35}\ \mathrm{m}.$$

89. (a) Como

$$E = h/\lambda = 1240\ \mathrm{eV\cdot nm}/680\ \mathrm{nm} = 1{,}82\ \mathrm{eV} < \Phi = 2{,}28\ \mathrm{eV},$$

o efeito fotelétrico não é observado.

(b) O comprimento de onda de corte é o maior comprimento de onda para o qual é observado o efeito fotelétrico. No caso do sódio, temos

$$E = \frac{hc}{\lambda_{\text{máx}}} = \Phi,$$

o que nos dá

$$\lambda_{\text{máx}} = \frac{hc}{\Phi} = \frac{1240\ \mathrm{eV\cdot nm}}{2{,}28\ \mathrm{eV}} = 544\ \mathrm{nm}.$$

(c) O comprimento de onda calculado no item (b) corresponde à cor verde.

90. PENSE Podemos usar o princípio de indeterminação de Heisenberg para calcular a indeterminação da posição da bola.

FORMULE De acordo com o princípio de indeterminação, $\Delta x\Delta p \geq \hbar$, em que Δx e Δp são as indeterminações da posição e do momento, respectivamente. Chamando de Δv a indeterminação da velocidade, a indeterminação do momento é dada por

$$\Delta p = m\,\Delta v = (0{,}50\ \mathrm{kg})(1{,}0\ \mathrm{m/s}) = 0{,}50\ \mathrm{kg\cdot m/s},$$

ANALISE Explicitando Δx na relação de indeterminação $\Delta x\Delta p \geq \hbar$, obtemos

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{\Delta p} = \frac{0{,}60\ \mathrm{J\cdot s}}{2\pi(0{,}50\ \mathrm{kg\cdot m/s})} = 0{,}19\ \mathrm{m}.$$

APRENDA De acordo com o princípio de indeterminação de Heisenberg, não é possível medir simultaneamente a posição e o momento de uma partícula com precisão absoluta.