UERJ – Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática Aplicada
Disciplina: Otimização Combinatória
Professor: Marcos Roboredo

2015 – 2

Lista de exercícios nº 3 (GABARITO)

1)

a) Sol ótima: $x_1 = \frac{45}{7},\ x_2 = \frac{4}{7},\ z = \frac{102}{7}$
b) Sol ótima: $x_1 = 3,\ x_3 = 4,\ z = -14$
c) Sol ótima: $x_1 = \frac{45}{7},\ x_2 = \frac{4}{7},\ z = \frac{53}{7}$
d) Sol ótima: $x_1 = \frac{45}{7},\ x_2 = \frac{4}{7},\ z = \frac{148}{7}$

2) Fase 1:

Min $r = R_1$
$s.a. 3x_1 + 2x_2 - S_1 + R_1 = 6$
$2x_1 + x_2 + S_2 = 2$
$x_1, x_2, S_1, S_2, R_1 \geq 0$

Resolvendo este PPL, vamos obter na sol ótima $R_1 = 2$. Como $R_1 \neq 0$, temos que o PPL original é inviável.

3)

a)

Tabela 2 do Simplex:

BASE	X1	X2	S1	S2	S3	Sol
Z:	-3	-2	0	0	0	0
S1:	4	-1	1	0	0	8
S2:	4	3	0	1	0	12
S3:	4	1	0	0	1	8

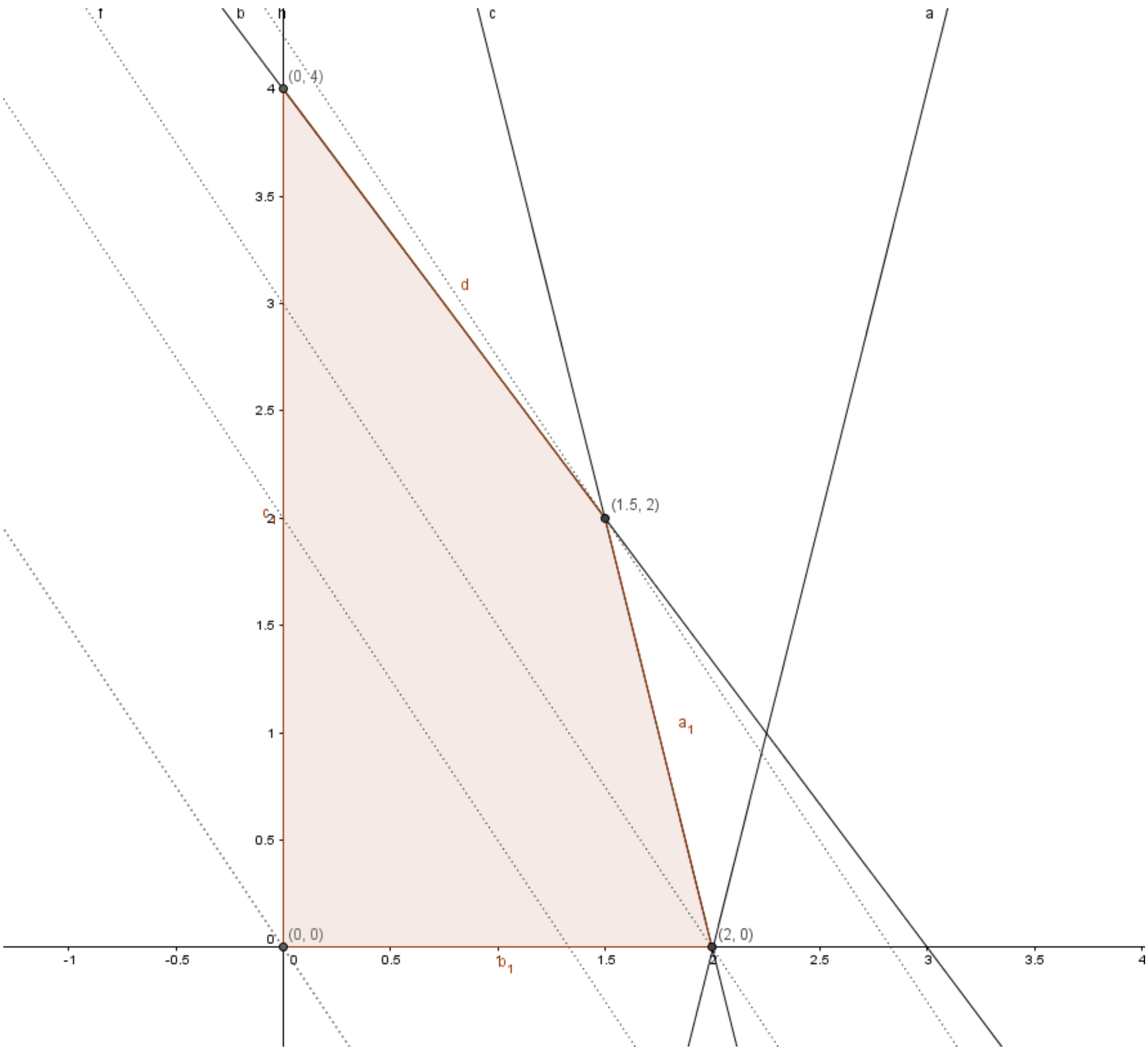
Se escolhermos X1 para entrar na base, ocorre a degeneração pois existe um empate na razão mínima. Assim, tanto S1 quanto S2 poderia sair da base. Escolhendo S1 teremos:

BASE	X1	X2	S1	S2	S3	Sol
z	0	-2,75	0,75	0	0	6
X1	1	-0,25	0,25	0	0	2
S2	0	4	-1	1	0	4
S3	0	2	-1	0	1	0

Base	X1	X2	S1	S2	S3	soL
Z	0	0	-0,63	0	1,38	6
x1	1	0	0,13	0	0,13	2
s2	0	0	1	1	-2	4
x2	0	1	-0,5	0	0,50	0

Base	X1	X2	S1	S2	S3	Sol
z	0	0	0	0,63	0,13	8,5
X1	1	0	0	-0,125	0,38	1,5
S1	0	0	1	1	-2	4
X2	0	1	0	0,50	-0,5	2

b)



As retas pontilhadas representam a f.o. para vários valores de z. Note que a última vez que uma reta deste tipo toca o gráfico é no ponto extremo (x1,x2)=(1,5 , 2), que é a solução ótima.

OBS: Note que a restrição 4x1 – x2 <= 8 é redundante. Tal fato já era esperado uma vez que a solução ficou parcialmente degenerada no item anterior.

4)

Usando o simplex, podemos encontrar 3 soluções ótimas:

(0,0,10/3), (0,5,0), (1,4,1/3)

Assim, uma expressão geral é:

$$x_1 = \lambda_3$$

$$x_2 = 5\lambda_2 + 4\lambda_3$$
$$x_3 = \frac{10}{3}\lambda_1 + \frac{1}{3}\lambda_3$$

Onde $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$

5)

Basic	x_1	x_2	s_1	s_2	
z	-2	-1	0	0	0
s_1	1	-1	1	0	10
s_2	2	0	0	1	40
z	0	-3	2	0	20
x_1	1	-1	1	0	10
s_2	0	2	-2	1	20
z	0	0	-1	3/2	50
x_1	1	0	0	1/2	20
x_2	0	1	-1	1/2	10

unbounded

6) a) X2 pode ser incluída indiscriminadamente na solução
   b) Solução ilimitada

7) (a) Os preços duais são 0,5 e 0,33 para M1 e M2 respectivamente. Faixas de viabilidade:

$$6 \leq M1 \leq 12$$
$$12 \leq M2 \leq 24$$

(b)

8 + 4 = 12, que está dentro de intervalo de M1.
Recomendaria pois o custo é menor que o preço dual.

(c)

No máximo 0,50, que é o seu preço dual.

(d)

18 + 5 = 23, que está dentro da faixa de M2

Novo custo = Custo antigo + 5*0,33 = 10 + 1,65 = 11,65

(e)

$$0{,}5 \leq \frac{C_A}{C_B} \leq 1$$

(f)

$C_A = 2$:

$$0{,}5 \leq \frac{2}{C_B} \leq 1 \Rightarrow 2 \geq \frac{C_B}{2} \geq 1 \Rightarrow 4 \geq C_B \geq 2$$

$C_B = 3$:

$$0{,}5 \leq \frac{C_A}{3} \leq 1 \Rightarrow 1{,}5 \leq C_A \leq 3$$

(g)

$C_A = 5, C_B = 4 \Rightarrow \frac{C_A}{C_B} = 1{,}25$, que não está dentro da faixa de viabilidade.
Logo a solução ótima será modificada. Através do método gráfico, a nova solução será $x_1 = 4, x_2 = 0, z = 20$

(h)

1ª alteração: $C_A = 4\ e\ C_B = 3$

$\frac{C_A}{C_B} = 1{,}3333$, que não está dentro da faixa de viabilidade.

Logo a solução ótima será modificada. Através do método gráfico, a nova solução será

$x_1 = 4, x_2 = 0, z = 20$

1ª alteração: $C_A = 2\ e\ C_B = 4$

$\frac{C_A}{C_B} = 0{,}5$, que está dentro da faixa de viabilidade.

Logo a solução ótima $x_1 = 2, x_2 = 2$ será mantida. O que muda é o custo ótimo que passa a ser $z = 2 \times 2 + 4 \times 2 = 12$

8) (a) Sim, porque a receita adicional por min = \$1 (para até 10 minutos de horas extras) é maior do que o custo adicional de \$0,83/min.

(b) Receita adicional é \$2/min (para até 400 minuitos de horas extras) = \$240 para 2 horas. Custo adicional para 2 horas = \$110. Receita líquida = \$130

(c) Não, seu preço dual é zero porque o recurso já é abundante.

(d) $D_1 = 10\ min$. Preço dual =\$1/min para $D_1 \leq 10$. $x_1 = 0, x_2 = 105, x_3 = 230$, receita líquida = (\$1350 + 1x10) – (40/60 x 10) = \$1353,33.

(e) $D_2 = -15$. Preço dual = \$2/min para $D_2 \geq -20$. Decréscimo na receita = \$30. Decréscimo no custo = \$7.50. Não recomendada

9)

a) $x_1 = x_2 = 40, x_3 = 0,\ z = \ 2800$

b) preço dual pedido: 35/3

faixa permissível: $-240 \leq D_3 \leq 210$.

$D_3 = 120$ está dentro da faixa permissível. A nova solução será:

$x_1 = x_2 = 60, x_3 = 0, \qquad z = \ 4200$

c) + ou – 10 unidades estão na faixa permissível para D2 mas não causam efeito pois o preço dual é zero

10)

From Section 3.6.3, we have the following optimality conditions for the TOYCO model:

$x_1: 4 - \frac{1}{4}d_2 + \frac{3}{2}d_3 - d_1 \geq 0$

$x_4: 1 + \frac{1}{2}d_2 \geq 0$

$x_5: 2 - \frac{1}{4}d_2 + \frac{1}{2}d_3 \geq 0$

(i) $Z = 2x_1 + x_2 + 4x_3$

$d_1 = 2-3 = -1,\ d_2 = 1-2 = -1,\ d_3 = 4-5 = -1$

$x_1: 4 - \frac{1}{4}(-1) + \frac{3}{2}(-1) - (-1) = 3.75 > 0$

$x_4: 1 + \frac{1}{2}(-1) = .5 > 0$

$x_5: 2 - \frac{1}{4}(-1) + \frac{1}{2}(-1) = 1.75 > 0$

Conclusion: Solution is unchanged

(ii) $Z = 3x_1 + 6x_2 + x_3$

$d_1 = 3-3 = 0,\ d_2 = 6-2 = 4,\ d_3 = 1-5 = -4$

$x_1: 4 - \frac{1}{4}(4) + \frac{3}{2}(-4) - (0) = -3 < 0$

Conclusion: solution changes

(iii) $Z = 8x_1 + 3x_2 + 9x_3$

$d_1 = 8-3 = 5,\ d_2 = 3-2 = 1,\ d_3 = 9-5 = 4$

$x_1: 4 - \frac{1}{4}(1) + \frac{3}{2}(4) - (5) = 4.75 > 0$

$x_4: 1 + \frac{1}{2}(1) = 1.5 > 0$

$x_5: 2 - \frac{1}{4}(1) + \frac{1}{2}(4) = 3.75 > 0$

Conclusion: Solution is unchanged

11)

(a)

Modelo

x_1 → Latas de A1
x_2 → Latas de A2
x_3 → Latas de BK

Max $z = 80x_1 + 70x_2 + 60x_3$
s.a
$x_1 + x_2 + x_3 \leq 500$
$x_1 \geq 100$
$4x_1 - 2x_2 - 2x_3 \leq 0$

Sol ótima: $x_1 = 166{,}67, x_2 = 333{,}33, x_3 = 0, z = 36666{,}67$

(b)

Custo reduzido (coeficiente na linha z ótima) de x_3:

$x_3 = 10 + 1d_2 - d_3$ (Esta equação tem que ser encontrada através

Como a receita do produto 2 não será alterada,

$x_3 = 10 - d_3$

Assim, o custo reduzido passa a ser negativo (a variável poderá entrar na base) se $d_3 > 10$

(c)

Custos reduzidos:

$$F_1 = \frac{220}{3} + \frac{2}{3}d_2 + \frac{1}{3}d_1$$

$$x_3 = 10 + 1d_2 - d_3$$

$$F_3 = \frac{5}{3} - \frac{1}{6}d_2 + \frac{1}{6}d_1$$

Substituindo $d_1 = d_2 = d_3 = -5$ em cada uma das equações elas ficam não negativas. Logo, a solução ótima não mudará. O que mudará é só o custo.