Capítulo 42

1. De acordo com a lei de conservação da energia e a Eq. 24-43, temos

$$K = U \Rightarrow \quad r = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 K} = \frac{(3)(90)(1{,}60\times10^{-19}\ \text{C})^2}{4\pi\varepsilon_0(3{,}00\times10^6\ \text{eV})(1{,}60\times10^{-19}\ \text{J/eV})} = 1{,}3\times10^{-13}\ \text{m}.$$

2. De acordo com a lei de conservação da energia e a Eq. 24-43, temos

$$K = U \Rightarrow \quad r = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 K} = \frac{(2)(29)(1{,}60\times10^{-19}\ \text{C})^2}{4\pi\varepsilon_0(5{,}30\times10^6\ \text{eV})(1{,}60\times10^{-19}\ \text{J/eV})} = 1{,}58\times10^{-14}\ \text{m} = 15{,}8\ \text{fm}.$$

3. De acordo com a lei de conservação da energia e a Eq. 24-43, temos

$$K = U \Rightarrow \quad r = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 K} = \frac{(3)(110)(1{,}60\times10^{-19}\ \text{C})^2}{4\pi\varepsilon_0(10{,}2\times10^6\ \text{eV})(1{,}60\times10^{-19}\ \text{J/eV})} = 4{,}66\times10^{-14}\ \text{m} = 46{,}6\ \text{fm}.$$

4. Para que a partícula alfa "encoste" na superfície do núcleo de ouro em uma colisão frontal, a distância de máxima aproximação deve ser igual à soma dos raios dos dois núcleos:

$$r = r_{\text{Cu}} + r_\alpha = 6{,}23\ \text{fm} + 1{,}80\ \text{fm} = 8{,}03\ \text{fm}.$$

Nesse caso, de acordo com a lei de conservação da energia e a Eq. 24-43, temos

$$\begin{aligned} K_\alpha = U &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_\alpha q_{\text{Au}}}{r} = \frac{k q_\alpha q_{\text{Au}}}{r} \\ &= \frac{(8{,}99\times10^9\ \text{V}\cdot\text{m/C})(2)(79)(1{,}60\times10^{-19}\ \text{C})^2}{(8{,}03\times10^{-15}\ \text{m})(1{,}60\times10^{-19}\ \text{J/eV})} = 28{,}3\times10^6\ \text{eV} = 28{,}3\ \text{MeV}. \end{aligned}$$

5. De acordo com as Eqs. 9-75 e 9-76, temos

$$v_{\alpha f} = \frac{m_\alpha - m_{\text{Au}}}{m_\alpha + m_{\text{Au}}} v_{\alpha i} \quad \text{e} \quad v_{\text{Au},f} = \frac{2m_\alpha}{m_\alpha + m_{\text{Au}}} v_{\alpha i}.$$

(a) A energia cinética do núcleo após a colisão é

$$\begin{aligned} K_{\text{Au},f} &= \frac{1}{2} m_{\text{Au}} v_{\text{Au},f}^2 = \frac{1}{2} m_{\text{Au}} \left(\frac{2m_\alpha}{m_\alpha + m_{\text{Au}}}\right)^2 v_{\alpha i}^2 = K_{\alpha i} \frac{4 m_{\text{Au}} m_\alpha}{(m_\alpha + m_{\text{Au}})^2} \\ &= (5{,}00\ \text{MeV}) \frac{4(197\text{u})(4{,}00\ \text{u})}{(4{,}00\text{u} + 197\text{u})^2} \\ &= 0{,}390\ \text{MeV}. \end{aligned}$$

(b) A energia cinética da partícula alfa após a colisão é

$$\begin{aligned} K_{\alpha f} &= \frac{1}{2} m_\alpha v_{\alpha f}^2 = \frac{1}{2} m_\alpha \left(\frac{m_\alpha - m_{\text{Au}}}{m_\alpha + m_{\text{Au}}}\right)^2 v_{\alpha i}^2 = K_{\alpha i} \left(\frac{m_\alpha - m_{\text{Au}}}{m_\alpha + m_{\text{Au}}}\right)^2 \\ &= (5{,}00\ \text{MeV}) \left(\frac{4{,}00\ \text{u} - 197\ \text{u}}{4{,}00\ \text{u} + 197\ \text{u}}\right)^2 \\ &= 4{,}61\ \text{MeV}. \end{aligned}$$

Note que $K_{af} + K_{\mathrm{Au}f} = K_{\alpha i}$, o que está de acordo com a lei de conservação da energia.

6. (a) O número atômico Z = 39 corresponde ao elemento ítrio.

(b) O número atômico Z = 53 corresponde ao elemento iodo.

(c) Consultando um site de dados a respeito de isótopos, uma vez que http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/nucSearch.asp, constatamos que o único isótopo estável do ítrio possui 50 nêutrons (o que também pode ser deduzido a partir da massa molar do ítrio que aparece no Apêndice F).

(d) Procedendo como no item (c), descobrimos que o único isótopo estável do iodo tem 74 nêutrons.

(e) O número de nêutrons que são ejetados é 235 – (39 + 50) – (53 + 74) = 235 – 89 – 127 = 19.

7. Para calcular as massas específicas nucleares, usamos as massas molares do Apêndice F e calculamos os raios nucleares utilizando a Eq. 42-3.

(a) No caso do ^{55}Mn, temos

$$\rho_m = \frac{M}{V} = \frac{0{,}055\ \text{kg/mol}}{(4\pi/3)[(1{,}2\times10^{-15}\,\text{m})(55)^{1/3}]^3(6{,}02\times10^{23}\ \text{mol}^{-1})} = 2{,}3\times10^{17}\ \text{kg/m}^3.$$

(b) No caso do ^{209}Bi, temos

$$\rho_m = \frac{M}{V} = \frac{0{,}209\ \text{kg/mol}}{(4\pi/3)[(1{,}2\times10^{-15}\,\text{m})(209)^{1/3}]^3(6{,}02\times10^{23}\ \text{mol}^{-1})} = 2{,}3\times10^{17}\ \text{kg/m}^3.$$

(c) Como $V \propto r^3 = (r_0A^{1/3})^3 \propto A$, é de se esperar que $\rho_m \propto A/V \propto A/A \approx \text{constante}$ para todos os nuclídeos.

Para calcular a densidade de carga nuclear, usamos os números atômicos do Apêndice F e calculamos os raios nucleares utilizando a Eq. 42-3.

d) No caso do ^{55}Mn, temos

$$\rho_q = \frac{Ze}{V} = \frac{(25)(1{,}6\times10^{-19}\ \text{C})}{(4\pi/3)[(1{,}2\times10^{-15}\ \text{m})(55)^{1/3}]^3} = 1{,}0\times10^{25}\,\text{C/m}^3.$$

(e) No caso do ^{209}Bi, temos

$$\rho_q = \frac{Ze}{V} = \frac{(83)(1{,}6\times10^{-19}\ \text{C})}{(4\pi/3)[(1{,}2\times10^{-15}\ \text{m})(209)^{1/3}]^3} = 8{,}8\times10^{24}\,\text{C/m}^3.$$

(f) Como $\rho_q \propto Z/V \propto Z/A$ e a razão Z/A é menor para nuclídeos maiores, ρ_q é menor para nuclídeos maiores.

8. (a) O número de massa A é o número de núcleons de um núcleo atômico. Como a massa m_n do nêutron é aproximadamente igual à massa m_p do próton, e a massa dos elétrons é muito menor que a massa do núcleo, a massa M do átomo é dada aproximadamente por $M \approx Am_p$.

(b) No caso do ^{1}H, a expressão aproximada nos dá

$$M \approx Am_p = (1)(1{,}007276\ \text{u}) = 1{,}007276\ \text{u}.$$

De acordo com a Tabela 42-1, a massa correta é 1,007825 u. O erro percentual é, portanto,

$$\delta = (1{,}007825\ \text{u} - 1{,}007276\ \text{u})/(1{,}007825\ \text{u}) = 0{,}00054 \approx 0{,}05\%.$$

(c) No caso do ^{31}P,

$$M \approx (31)(1{,}007276\ \text{u}) = 31{,}225556\ \text{u}$$

e

$$\delta = (31{,}225556\ \text{u} - 30{,}973762\ \text{u})/(30{,}973762\ \text{u}) = 0{,}0081 = 0{,}81\%.$$

(d) No caso do ^{120}Sn,

$$M \approx (120)(1{,}007276\ \text{u}) = 120{,}87312$$

e

$$\delta = (120{,}87312\ \text{u} - 119{,}902197\ \text{u})/(119{,}902197\ \text{u}) = 0{,}0081 = 0{,}81\%$$

(e) No caso do ^{197}Au,

$$M \approx (197)(1{,}007276) = 198{,}433372$$

e

$$\delta = (198{,}433372\ \text{u} - 196{,}966552\ \text{u})/(196{,}966552\ \text{u}) = 0{,}0074 = 0{,}74\%.$$

(f) No caso do ^{239}Pu,

$$M \approx (239)(1{,}007276) = 240{,}738964\ \text{u}$$

e

$$\delta = (240{,}738964\ \text{u} - 239{,}052157\ \text{u})/(239{,}052157\ \text{u}) = 0{,}0071 = 0{,}71\%.$$

(g) Não. Em um núcleo típico, a energia de ligação por núcleon é da ordem de MeV, o que corresponde a menos de 1% da massa de um núcleon multiplicada por c^2. Como este valor é comparável com o erro percentual calculado nos itens (b) a (f), nos cálculos da energia de ligação devemos usar um método mais preciso para calcular a massa dos núcleos.

9. (a) 6 prótons, já que, de acordo com o Apêndice F, $Z = 6$ para o carbono.

(b) 8 nêutrons, já que, de acordo com a Eq. 42-1, $N = A - Z = 14 - 6 = 8$.

10. (a) O excesso de massa em unidades de massa atômica é

$$\Delta = (1{,}007825\ \text{u} - 1{,}000000\ \text{u}) = +0{,}007825\ \text{u} = +7{,}825 \times 10^{-3}\ \text{u}.$$

(b) Em unidades de MeV/c^2, o excesso de massa é

$$\Delta = (1{,}007825\ \text{u} - 1{,}000000\ \text{u})(931{,}5\ \text{MeV}/c^2\cdot\text{u}) = +7{,}290\ \text{MeV}/c^2.$$

(c) O excesso de massa em unidades de massa atômica é

$$\Delta = (1{,}008664\ \text{u} - 1{,}000000\ \text{u}) = 0{,}008664\ \text{u} = +8{,}664 \times 10^{-3}\ \text{u}.$$

(d) Em unidades de MeV/c^2, o excesso de massa é

$$\Delta = (1{,}008665\ \text{u} - 1{,}000000\ \text{u})(931{,}5\ \text{MeV}/c^2\cdot\text{u}) = +8{,}071\ \text{MeV}/c^2.$$

(e) O excesso de massa em unidades de massa atômica é

$$\Delta = (119{,}902197\ \text{u} - 120{,}000000\ \text{u}) = -\,0{,}09780\ \text{u}.$$

(f) Em unidades de MeV/c^2, o excesso de massa é

$$\Delta = (119{,}902199\ \text{u} - 120{,}000000\ \text{u})\ (931{,}5\ \text{MeV}/c^2\cdot\text{u}) = -91{,}10\ \text{MeV}/c^2.$$

11. PENSE Só é possível usar o espalhamento de elétrons para determinar o raio de um núcleo se o comprimento de onda de de Broglie dos elétrons for muito menor que o tamanho do núcleo.

FORMULE O comprimento de onda de de Broglie de um elétron é dado por $\lambda = h/p$, em que p é o módulo do momento do elétron. Como a energia cinética K do elétron é muito maior que a energia de repouso, devem ser usadas expressões relativísticas. A energia cinética e o momento do elétron estão relacionados pela Eq. 37-54:

$$pc = \sqrt{K^2 + 2Kmc^2}.$$

ANALISE (a) Para K = 200 MeV e mc^2 = 0,511 MeV, obtemos

$$pc = \sqrt{K^2 + 2Kmc^2} = \sqrt{(200\,\text{MeV})^2 + 2(200\,\text{MeV})(0{,}511\,\text{MeV})} = 200{,}5\,\text{MeV}.$$

Assim,

$$\lambda = \frac{hc}{pc} = \frac{1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}}{200{,}5\times10^6\,\text{eV}} = 6{,}18\times10^{-6}\,\text{nm} \approx 6{,}2\ \text{fm}.$$

(b) O diâmetro de um núcleo de cobre, por exemplo, é aproximadamente 8,6 fm, ou seja, da mesma ordem que o comprimento de onda de de Broglie de um elétron de 200 MeV. Para medir com precisão o raio de um núcleo, seria melhor usar elétrons com um comprimento de onda de de Broglie um pouco menor, da ordem de um décimo do diâmetro do núcleo. Podemos dizer que os elétrons de 200 MeV são marginalmente aceitáveis para esse tipo de estudo.

APRENDA Quanto maior a energia dos elétrons, maior a resolução com a qual o alvo pode ser estudado.

12. (a) Como $U > 0$, a esfera tem uma tendência de se dilatar.

(b) Como, no caso do ^{239}Pu, $Q = 94e$ e R = 6,64 fm, temos

$$U = \frac{3Q^2}{20\pi\varepsilon_0 r} = \frac{3[94(1{,}60\times10^{-19}\,\text{C})]^2(8{,}99\times10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)}{5(6{,}64\times10^{-15}\,\text{m})(1{,}60\times10^{-19}\ \text{J/eV})}$$

$$= 1{,}15\times10^9\,\text{eV} = 1{,}15\,\text{GeV}.$$

(c) Como Z = 94, o potencial eletrostático por próton é 1,15 GeV/94 = 12,2 MeV/próton.

(d) Como A = 239, o potencial eletrostático por núcleon é 1,15 GeV/239 = 4,81 MeV/núcleon.

(e) Porque, a curta distância, a interação forte é muito mais forte que a interação eletromagnética.

13. Os valores da massa específica média e do raio médio do Sol aparecem no Apêndice C. Como $\rho = M/V$ e $V \propto r^3$, $r \propto \rho^{-1/3}$. Assim, o novo raio seria

$$r = R_s\left(\frac{\rho_s}{\rho}\right)^{1/3} = \left(6{,}96\times10^8\,\text{m}\right)\left(\frac{1410\,\text{kg/m}^3}{2\times10^{17}\ \text{kg/m}^3}\right)^{1/3} = 1{,}3\times10^4\,\text{m} = 13\ \text{km}.$$

14. A energia de ligação é dada por

$$\Delta E_{\text{el}} = \Delta mc^2 = \left[Zm_H + (A - Z)m_n - M_{\text{Am}}\right]c^2,$$

em que Z é o número atômico (número de prótons), A é o número de massa (número de núcleons), m_H é a massa do átomo de hidrogênio, m_n é a massa do nêutron e M_{Am} é a massa do átomo de $^{244}_{95}$Am. Em princípio, deveriam ser usadas massas nucleares em vez de massas atômicas, mas a massa dos Z elétrons incluídos na parcela ZM_H é cancelada pela massa dos Z elétrons incluídos na parcela M_{Am}. A diferença de massa, em unidades de massa atômica, é

$$\Delta m = (95)(1{,}007825\ \text{u}) + (244 - 95)(1{,}008665\ \text{u}) - (244{,}064279\ \text{u}) = 1{,}970181\ \text{u}.$$

Como, de acordo com a Eq. 42-5, 1 u equivale a 931,494013 MeV, temos

$$\Delta E_{el} = (1{,}970181\ \text{u})(931{,}494013\ \text{MeV/u}) = 1835{,}212\ \text{MeV}.$$

Como o ${}^{244}_{95}\text{Am}$ possui 244 núcleons, a energia de ligação por núcleon é

$$\Delta E_{eln} = E/A = (1835{,}212\ \text{MeV})/244 = 7{,}52\ \text{MeV/núcleon}.$$

15. (a) Como a interação nuclear é de curto alcance, cada núcleo interage apenas com os vizinhos mais próximos. Seja N o número de vizinhos com os quais um núcleon interage. Como este número não depende do número A de núcleons do núcleo, o número total de interações é aproximadamente NA. Isso significa que a energia associada à interação forte é proporcional a NA e, portanto, é proporcional a A.

(b) Cada próton de um núcleo interage eletricamente com todos os outros prótons. Como o número de pares de prótons é $Z(Z-1)/2$, em que Z é o número de prótons, a energia associada à interação eletrostática é proporcional a $Z(Z-1)$.

(c) Quando A aumenta, Z aumenta um pouco mais devagar, mas Z^2 aumenta mais depressa do que A e, portanto, a energia associada à interação eletrostática aumenta mais depressa que a energia associada à interação forte.

16. A energia de ligação é dada por

$$\Delta E_{el} = \Delta mc^2 = \left[Zm_H + (A-Z)m_n - M_{Am}\right]c^2,$$

em que Z é o número atômico (número de prótons), A é o número de massa (número de núcleons), m_H é a massa do átomo de hidrogênio, m_n é a massa do nêutron e M_{Am} é a massa do átomo de ${}^{152}_{63}\text{Eu}$. Em princípio, deveriam ser usadas massas nucleares em vez de massas atômicas, mas a massa dos Z elétrons incluídos na parcela ZM_H é cancelada pela massa dos Z elétrons incluídos na parcela M_{Am}. A diferença de massa, em unidades de massa atômica, é

$$\Delta m = (63)(1{,}007825\ \text{u}) + (152-63)(1{,}008665\ \text{u}) - (151{,}921742\ \text{u}) = 1{,}342418\ \text{u}.$$

Como, de acordo com a Eq. 42-5, 1 u equivale a 931,494013 MeV, temos

$$\Delta E_{el} = (1{,}342418\ \text{u})(931{,}494013\ \text{MeV/u}) = 1250{,}454\ \text{MeV}.$$

Como o ${}^{152}_{63}\text{Eu}$ possui 152 núcleons, a energia de ligação por núcleon é

$$\Delta E_{eln} = E/A = (1250{,}454\ \text{MeV})/152 = 8{,}23\ \text{MeV/núcleon}.$$

17. Convém notar que os valores dados no enunciado para a massa do próton e para a massa do dêuteron são, na verdade, as massas atômicas do hidrogênio e do deutério. Isso, porém, como em muitos outros problemas deste capítulo, não afeta o resultado final, pois, em algum ponto dos cálculos, as massas dos elétrons se cancelam. Igualando a energia do raio gama à energia de ligação ΔE_{el} e explicitando a massa do nêutron, temos

$$m_n = M_d - m_H + \frac{E_\gamma}{c^2} = 2{,}013553212\ \text{u} - 1{,}007276467\ \text{u} + \frac{2{,}2233\ \text{MeV}}{931{,}494\ \text{MeV/u}}$$

$$= 1{,}0062769\ \text{u} + 0{,}0023868\ \text{u} = 1{,}0086637\ \text{u} \approx 1{,}0087\ \text{u}.$$

18. A energia de ligação é dada por

$$\Delta E_{el} = \Delta mc^2 = \left[Zm_H + (A-Z)m_n - M_{Am}\right]c^2,$$

em que Z é o número atômico (número de prótons), A é o número de massa (número de núcleons), m_H é a massa do átomo de hidrogênio, m_n é a massa do nêutron e M_{Am} é a massa do átomos de ${}^{259}_{104}\text{Rf}$. Em princípio, deveriam ser usadas massas nucleares em vez de massas atômicas, mas a massa dos Z elétrons incluídos na parcela ZM_H é cancelada pela massa dos Z elétrons incluídos na parcela M_{Am}. A diferença de massa, em unidades de massa atômica, é

$$\Delta m = (104)(1{,}007825\ \text{u}) + (259-104)(1{,}008665\ \text{u}) - (259{,}10563\ \text{u}) = 2{,}051245\ \text{u}.$$

Como, de acordo com a Eq. 42-5, 1 u equivale a 931,494013 MeV, temos

$$\Delta E_{\text{el}} = (2{,}051245 \text{ u})(931{,}494013 \text{ MeV/u}) = 1910{,}722 \text{ MeV}.$$

Como o $^{259}_{104}\text{Rf}$ possui 259 núcleons, a energia de ligação por núcleon é

$$\Delta E_{\text{eln}} = E/A = (1910{,}722 \text{ MeV})/259 = 7{,}38 \text{ MeV/núcleon}.$$

19. (a) Seja f_{24} a abundância de ^{24}Mg, seja f_{25} a abundância de ^{25}Mg e seja f_{26} a abundância de ^{26}Mg. Nesse caso, temos

$$24{,}312 = 23{,}98504 f_{24} + 24{,}98584 f_{25} + 25{,}98259 f_{26}.$$

Como existem apenas três isótopos, temos também $f_{24} + f_{25} + f_{26} = 1$.

A segunda equação nos dá $f_{26} = 1 - f_{24} - f_{25}$. Substituindo esta expressão e fazendo $f_{24} = 0{,}7899$ na primeira equação, obtemos

$$24{,}312 = (23{,}98504)(0{,}7899) + 24{,}98584 f_{25} + 25{,}98259 - (25{,}98259)(0{,}7899) - 25{,}98259 f_{25},$$

o que nos dá

$$f_{25} = 0{,}09303 = 9{,}303\%.$$

(b) $f_{26} = 1 - 0{,}7899 - 0{,}09303 = 0{,}1171 = 11{,}71\%$.

20. Como, de acordo com o Apêndice F, $Z = 107$ para o bóhrio, o número de nêutrons deste nuclídeo é $N = A - Z = 262 - 107 = 155$ nêutrons. Assim, de acordo com a Eq. 42-7,

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{eln}} &= \frac{\left(Zm_{\text{H}} + Nm_n - m_{\text{Bh}}\right)c^2}{A}\\ &= \frac{[(107)(1{,}007825\,\text{u}) + (155)(1{,}008665\,\text{u}) - 262{,}1231\,\text{u}](931{,}5 \text{ MeV/u})}{262}\\ &= 7{,}31 \text{ MeV/núcleon.}\end{aligned}$$

21. PENSE Energia de ligação é a diferença entre a energia de repouso do núcleo e a soma das energias de repouso das partículas existentes no núcleo.

FORMULE Se um núcleo contém Z prótons e N nêutrons, a energia de ligação é dada pela Eq. 42-7:

$$\Delta E_{\text{el}} = \sum (mc^2) - Mc^2 = \left(Zm_H + Nm_n - M\right)c^2,$$

em que m_H é a massa de um átomo de hidrogênio, m_n é a massa de um nêutron e M é a massa do átomo que contém o núcleo que está sendo investigado.

ANALISE (a) Se as massas são dadas em unidades de massa atômica, os excessos de massa são definidos como $\Delta_H = (m_H - 1)c^2$, $\Delta_n = (m_n - 1)c^2$ e $\Delta = (M - A)c^2$. Isso significa que $m_H c^2 = \Delta_H + c^2$, $m_n c^2 = \Delta_n + c^2$ e $Mc^2 = \Delta + Ac^2$. Assim,

$$\Delta E_{\text{el}} = \left(Z\Delta_H + N\Delta_n - \Delta\right) + \left(Z + N - A\right)c^2 = Z\Delta_H + N\Delta_n - \Delta.$$

(b) Para o $^{197}_{79}\text{Au}$, $Z = 79$ e $N = 197 - 79 = 118$. Assim,

$$\Delta E_{\text{el}} = (79)(7{,}29\,\text{MeV}) + (118)(8{,}07\,\text{MeV}) - (-31{,}2\,\text{MeV}) = 1560\,\text{MeV}.$$

Isso significa que a energia de ligação por núcleon é $\Delta E_{\text{eln}} = (1560 \text{ MeV})/197 = 7{,}92$ MeV.

APRENDA Usar os excessos de massa (Δ_H, Δ_n e Δ) em vez das massas pode ser uma forma conveniente de calcular a energia de ligação de um núcleo.

22. (a) A primeira reação é $^4\text{He} \to p + {}^3\text{H}$ que, para usar as massas atômicas e cancelar a contribuição dos elétrons, pode ser escrita na forma $^4\text{He} \to {}^1\text{H} + {}^3\text{H}$. A energia envolvida é

$$\Delta E_1 = (m_{^3\text{H}} + m_{^1\text{H}} - m_{^4\text{He}})c^2 = (3{,}01605\,\text{u} + 1{,}00783\,\text{u} - 4{,}00260\,\text{u})(931{,}5\,\text{MeV/u})$$

$$= 19{,}8\,\text{MeV}.$$

(b) A segunda reação é $^3\text{H} \to n + {}^2\text{H}$. A energia envolvida é

$$\Delta E_2 = (m_{^2\text{H}} + m_n - m_{^3\text{H}})c^2 = (2{,}01410\,\text{u} + 1{,}00867\,\text{u} - 3{,}01605\,\text{u})(931{,}5\,\text{MeV/u})$$

$$= 6{,}26\,\text{MeV}.$$

(c) A terceira reação é $^2\text{H} \to p + n$, que, para usar as massas atômicas e cancelar a contribuição dos elétrons, pode ser escrita na forma $^2\text{H} \to {}^1\text{H} + n$. A energia envolvida é

$$\Delta E_3 = (m_{^1\text{H}} + m_n - m_{^2\text{H}})c^2 = (1{,}00783\,\text{u} + 1{,}00867\,\text{u} - 2{,}01410\,\text{u})(931{,}5\,\text{MeV/u})$$

$$= 2{,}23\,\text{MeV}.$$

(d) A energia de ligação é, portanto,

$$\Delta E_{\text{el}} = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 = 19{,}8\,\text{MeV} + 6{,}6\,\text{MeV} + 2{,}23\,\text{MeV} = 28{,}3\,\text{MeV}.$$

(e) A energia de ligação por núcleon é

$$\Delta E_{\text{eln}} = \frac{\Delta E_{\text{el}}}{A} = \frac{28{,}3\,\text{MeV}}{4} = 7{,}07\,\text{MeV}.$$

(f) Não.

23. PENSE A energia de ligação é dada por

$$\Delta E_{\text{el}} = \; Zm_H + (A - Z)m_n - M_{\text{Pu}} \;\; c^2,$$

em que Z é o número atômico (número de prótons), A é o número de massa (número de núcleons), m_H é a massa do átomo de hidrogênio, m_n é a massa do nêutron e M_{Pu} é a massa de um átomo de $^{239}_{94}\text{Pu}$.

FORMULE Em princípio, deveriam ser usadas as massas dos núcleos, mas a massa dos Z elétrons incluídos em Zm_H é cancelada pela massa dos Z elétrons incluídos em M_{Pu}, de modo que o resultado é o mesmo. Em primeiro lugar, calculamos a diferença de massa em unidades de massa atômica:

$$\Delta m = (94)(1{,}00783\text{ u}) + (239 - 94)(1{,}00867\text{ u}) - (239{,}05216\text{ u}) = 1{,}94101\text{ u}.$$

Como a energia de repouso de 1 u é 931,5 MeV,

$$\Delta E_{\text{el}} = (1{,}94101\text{ u})(931{,}5\text{ MeV/u}) = 1808\text{ MeV}.$$

ANALISE Como o núcleo de Pu tem 239 núcleons, a energia de ligação por núcleon é

$$\Delta E_{\text{eln}} = E/A = (1808\text{ MeV})/239 = 7{,}56\text{ MeV}.$$

Este resultado é igual ao que aparece na Tabela 42-1.

APRENDA Como foi visto no Problema 21, uma forma alternativa de calcular a energia de ligação envolve o uso de excessos de massa. A fórmula é

$$\Delta E_{el} = Z\Delta_H + N\Delta_n - \Delta_{239},$$

em que $\Delta_H = (m_H - 1)c^2$, $\Delta_n = (m_n - 1)c^2$ e $\Delta_{239} = (M_{Pu} - 239\text{ u})c^2$.

24. Primeiro calculamos a energia necessária para separar todos os núcleons de um núcleo de cobre, que equivale a calcular a energia de ligação do núcleo, e depois multiplicamos o resultado pelo número de átomos contidos na moeda. Como, de acordo com o Apêndice F, o núcleo de ^{63}Cu contém 29 prótons e 34 nêutrons, a energia de ligação é

$$\begin{aligned}\Delta E_{el} &= [29(1{,}007825\text{ u}) + 34(1{,}008665\text{ u}) - 62{,}92960\text{ u}](931{,}5\text{ MeV/u}) \\ &= 551{,}4\text{ MeV}.\end{aligned}$$

De acordo com a Eq. 42-21, o número de átomos contidos na moeda (que é igual ao número de núcleos) é dado por

$$N_{Cu} = \left(\frac{3{,}0\text{ g}}{62{,}92960\text{ g/mol}}\right)\left(6{,}02\times10^{23}\text{ átomos/mol}\right) \approx 2{,}9\times10^{22}\text{ átomos}.$$

Assim, a energia necessária é

$$N_{Cu}\Delta E_{el} = (551{,}4\text{ MeV})(2{,}9\times10^{22}) = 1{,}6\times10^{25}\text{ MeV}.$$

25. A taxa de decaimento é dada por $R = \lambda N$, em que λ é a constante de desintegração e N é o número de núcleos que ainda não decaíram. Como, em termos da meia-vida $T_{1/2}$, a constante de desintegração é dada por $\lambda = (\ln 2)/T_{1/2}$, temos

$$\begin{aligned}N &= \frac{R}{\lambda} = \frac{RT_{1/2}}{\ln 2} = \frac{(6000\text{ Ci})(3{,}7\times10^{10}\text{ s}^{-1}/\text{Ci})(5{,}27\text{ anos})(3{,}16\times10^{7}\text{ s/ano})}{\ln 2} \\ &= 5{,}3\times10^{22}\text{ núcleos}.\end{aligned}$$

26. Por definição de meia-vida, o número de átomos do isótopo radioativo foi reduzido à metade após 140 dias. Como a taxa de decaimento é proporcional ao número de átomos, para que a taxa de decaimento seja reduzida a um quarto, o número de átomos deve ser reduzido a um quarto, ou seja, a metade do número de átomos presentes após 140 dias. Como isso acontece após mais uma meia-vida,

$$t = 2T_{1/2} = 280\text{ dias}.$$

27. (a) Como 60 anos = 2(30 anos) = $2T_{1/2}$, a fração que resta é $2^{-2} = 1/4 = 0{,}250$.

(b) Como 90 anos = 3(30 anos) = $3T_{1/2}$, a fração que resta é $2^{-3} = 1/8 = 0{,}125$.

28. (a) De acordo com a Eq. 42-21,

$$N_{Pu} = \left(\frac{0{,}002\text{ g}}{239\text{ g/mol}}\right)\left(6{,}02\times10^{23}\text{ núcleos/mol}\right) \approx 5{,}04\times10^{18}\text{ núcleos}.$$

(b) De acordo com a Eq. 42-20,

$$R = \frac{N\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{5\times10^{18}\ln 2}{2{,}41\times10^{4}\text{ anos}} = \frac{1{,}44\times10^{14}\text{ anos}^{-1}}{3{,}15\times10^{7}\text{ s/ano}} = 4{,}60\times10^{6}\text{ s}^{-1}.$$

29. PENSE Meia-vida é o tempo necessário para que o número de núcleos radioativos diminua para metade do valor inicial.

FORMULE A meia-vida $T_{1/2}$ e a constante de desintegração λ estão relacionadas pela equação

$$T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda.$$

ANALISE (a) Para $\lambda = 0{,}0108\ \text{h}^{-1}$, obtemos

$$T_{1/2} = (\ln 2)/(0{,}0108\ \text{h}^{-1}) = 64{,}2\ \text{h}.$$

(b) No instante t, o número de núcleos que ainda não sofreram desintegração é dado por

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-(\ln 2)t/T_{1/2}}.$$

Fazendo $t = 3T_{1/2}$, obtemos

$$\frac{N}{N_0} = e^{-3\ln 2} = 0{,}125.$$

Em cada meia-vida, o número de núcleos que ainda não se desintegraram é reduzido à metade. Após uma meia-vida, $N = N_0/2$; após duas meias-vidas, $N = N_0/4$; após três meias-vidas, $N = N_0/8 = 0{,}125N_0$.

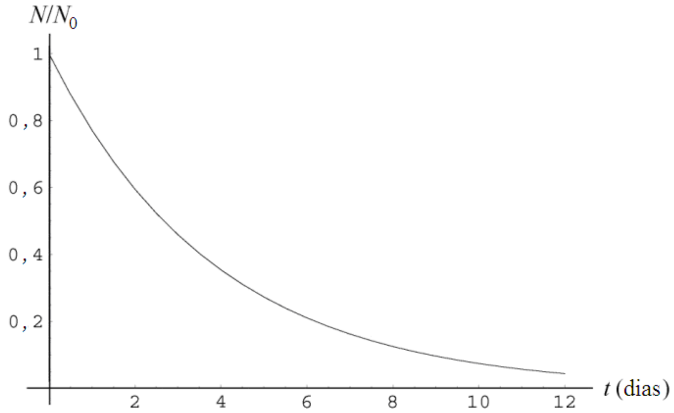
(c) Vamos usar a equação

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Como 10,0 dias equivalem a 240 horas, $\lambda t = (0{,}0108\ \text{h}^{-1})\ (240\ \text{h}) = 2{,}592$ e

$$\frac{N}{N_0} = e^{-2{,}592} = 0{,}0749.$$

APRENDA O gráfico a seguir mostra a fração de átomos de Hg que ainda não se desintegraram em função do tempo em dias.



30. Como $t = 26$ h corresponde a quatro vezes $T_{1/2} = 6{,}5$ h, o número de átomos é reduzido a $(1/2)^4$ do valor inicial:

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(48\times10^{19}\right) = 3{,}0\times10^{19}.$$

31. (a) De acordo com a Eq. 42-17, a taxa de decaimento é dada por $R = \lambda N$, em que λ é a constante de desintegração e N é o número de núcleos que ainda não decaíram. Inicialmente, $R = R_0 = \lambda N_0$, em que N_0 é o número de núcleos no instante inicial. Estamos interessados em determinar os valores de N_0 e de λ. De acordo com a Eq. 42-18,

$$\lambda = (\ln 2)/T_{1/2} = (\ln 2)/(78\text{h}) = 8{,}89\times10^{-3}\,\text{h}^{-1}.$$

Se M é a massa da amostra e m é a massa de um átomo de ^{67}Ga, $N_0 = M/m$. Como

$$m = (67\ \text{u})(1{,}661\times10^{-24}\ \text{g/u}) = 1{,}113\times10^{-22}\ \text{g}$$

e

$$N_0 = (3{,}4\text{ g})/(1{,}113 \times 10^{-22}\text{ g}) = 3{,}05 \times 10^{22},$$

temos

$$R_0 = (8{,}89 \times 10^{-3}\text{ h}^{-1})\,(3{,}05 \times 10^{22}) = 2{,}71 \times 10^{20}\text{ h}^{-1} = 7{,}5 \times 10^{16}\text{ s}^{-1}.$$

(b) De acordo com a Eq. 42-16,

$$R = R_0\,e^{-\lambda t},$$

em que R_0 é a taxa de decaimento no instante $t = 0$. Para $t = 48$ h,

$$\lambda t = (8{,}89 \times 10^{-3}\text{ h}^{-1})\,(48\text{ h}) = 0{,}427$$

e

$$R = (7{,}53 \times 10^{16}\text{ s}^{-1})e^{-0{,}427} = 4{,}91 \times 10^{16}\text{ s}^{-1}.$$

32. De acordo com as Eqs. 42-15 e 42-18,

$$\frac{N}{N_0} = e^{-t\ln 2/T_{1/2}} = e^{-30\ln 2/29} = 0{,}49.$$

33. De acordo com as Eqs. 42-17 e 42-19, temos

$$\frac{N}{V} = \frac{R}{V}\frac{T_{1/2}}{\ln 2} = \left(1{,}55 \times 10^5\text{ Bq}\cdot\text{m}^{-3}\right)\frac{330.048\text{ s}}{\ln 2} = 7{,}4 \times 10^{10}\text{ átomos/m}^3.$$

Para estimar o volume respirado pelo explorador em 48 horas = 2880 minutos, usamos o seguinte cálculo:

$$V = \left(\frac{2\text{ litros}}{\text{inalação}}\right)\left(\frac{1\text{m}^3}{1000\text{L}}\right)\left(\frac{40\text{ inalações}}{\text{min}}\right)(2880\text{min}) \approx 200\text{ m}^3.$$

Assim, temos

$$N = \left(\frac{N}{V}\right)(V) \approx (7 \times 10^{10}\text{ átomos/m}^3)(200\text{ m}^3) \approx 1 \times 10^{13}\text{ átomos}.$$

34. De acordo com as Eqs. 42-20 e 42-21, temos

$$M = \left(\frac{RT_{1/2}}{\ln 2}\right)\left(\frac{M_K}{M_A}\right) = \left[\frac{(1{,}7 \times 10^5 s^{-1})(1{,}28 \times 10^9\text{ anos})(3{,}15 \times 10^7\text{ s/ano}}{\ln 2}\right]\left(\frac{40\text{g/mol}}{6{,}02 \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}}\right)$$

$$= 0{,}66\text{ g}.$$

35. PENSE Podemos modificar a Eq. 42-11 para levar em conta a produção do radionuclídeo.

FORMULE Se N é o número de núcleos presentes no instante t,

$$\frac{dN}{dt} = R - \lambda N$$

em que R é a taxa de produção do radionuclídeo e λ é a constante de desintegração. O segundo membro representa a taxa de decaimento. Observe a diferença de sinal entre R e λN.

ANALISE (a) Reagrupando os termos da equação e integrando, temos

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{R-\lambda N} = \int_0^t dt$$

em que N_0 é o número de núcleos no instante $t = 0$. Isso nos dá

$$-\frac{1}{\lambda}\ln\frac{R-\lambda N}{R-\lambda N_0} = t.$$

Explicitando N, obtemos

$$N = \frac{R}{\lambda} + \left(N_0 - \frac{R}{\lambda}\right)e^{-\lambda t}.$$

Depois de muitas meias-vidas, o segundo termo do lado direito é muito menor que o primeiro e pode ser desprezado, o que nos dá $N = R/\lambda$.

(b) O resultado final, $N = R/\lambda$, não depende do número inicial N_0 de radionuclídeos, já que N_0 aparece apenas no segundo termo, que se torna desprezível para grandes valores de t.

APRENDA Para tempos muito maiores que a meia-vida do radionuclídeo, a taxa de produção se torna igual à taxa de decaimento, e N passa a ser constante. Quando isso acontece, dizemos que o nuclídeo está em equilíbrio secular com a fonte.

36. Uma partícula alfa (núcleo de hélio) é produzida para cada núcleo de plutônio que decai. Para calcular o número de núcleos de plutônio que decaíram, usamos as Eqs. 42-15, 42-18 e 42-21, o que nos dá

$$N_0 - N = N_0\left(1-e^{-t\ln 2/T_{1/2}}\right) = (6{,}02\times10^{23}\ \text{mol}^{-1})\frac{12{,}0\,\text{g/mol}}{239\,\text{g/mol}}\left(1-e^{-20.000\ln 2/24.100}\right)$$

$$= 1{,}32\times10^{22}\ \text{partículas alfa.}$$

A massa de gás hélio produzida (supondo que todas as partículas alfa capturem dois elétrons) é dada por

$$m_{\text{He}} = \left(\frac{1{,}32\times10^{22}}{6{,}02\times10^{23}\ \text{mol}^{-1}}\right)(4{,}0\,\text{g/mol}) = 87{,}9\times10^{-3}\ \text{g} = 87{,}9\ \text{mg}.$$

37. De acordo com as Eq. 42-15 e 42-18, e levando em conta o fato de que a massa é proporcional ao número de átomos, temos

$$\begin{aligned}|\Delta m| &= m\Big|_{t_f=16{,}0\text{h}} - m\Big|_{t_f=14{,}0\text{h}} = m_0\left(1-e^{-t_i\ln 2/T_{1/2}}\right) - m_0\left(1-e^{-t_f\ln 2/T_{1/2}}\right)\\ &= m_0\left(e^{-t_f\ln 2/T_{1/2}} - e^{-t_i\ln 2/T_{1/2}}\right) = (5{,}50\,\text{g})\left[e^{-(16{,}0\,\text{h}/12{,}7\text{h})\ln 2} - e^{-(14{,}0\text{h}/12{,}7\,\text{h})\ln 2}\right]\\ &= 0{,}265\,\text{g} = 265\ \text{mg}.\end{aligned}$$

38. De acordo com a Eq. 42-18, a constante de decaimento é

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{(3\,\text{h})(3600\,\text{s/h})} = 6{,}42\times10^{-5}\ \text{s}^{-1}.$$

Assim, de acordo com a Eq. 42-17, o número de átomos do isótopo radioativo que foram injetados é

$$N = \frac{R}{\lambda} = \frac{(8{,}60\times10^{-6}\text{Ci})(3{,}7\times10^{10}\,\text{Bq/Ci})}{6{,}42\times10^{-5}\ \text{s}^{-1}} = 4{,}96\times10^{9}.$$

39. (a) Como a amostra está em equilíbrio secular com a fonte, a taxa de decaimento é igual à taxa de produção. Seja R a taxa de produção de ^{56}Mn e seja λ a constante de desintegração. De acordo com o resultado do Problema 42-35, $R = \lambda N$. Como $\lambda N = 8{,}88\times10^{10}\ \text{s}^{-1}$, $R = 8{,}88\times10^{10}\ \text{s}^{-1}$.

(b) De acordo com a Eq. 42-18, a constante de desintegração é

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{2{,}58\text{ h}} = 0{,}269\text{ h}^{-1} = 7{,}46\times10^{-5}\text{ s}^{-1},$$

o que nos dá

$$N = \frac{R}{\lambda} = \frac{8{,}88\times10^{10}\text{ s}^{-1}}{7{,}46\times10^{-5}\text{ s}^{-1}} = 1{,}19\times10^{15}\text{ núcleos.}$$

(c) Como a massa de um núcleo de ^{56}Mn é

$$m = (56\text{ u})\,(1{,}661\times10^{-24}\text{ g/u}) = 9{,}30\times10^{-23}\text{ g},$$

a massa total de ^{56}Mn presente na amostra é

$$Nm = (1{,}19\times10^{15})(9{,}30\times10^{-23}\text{ g}) = 1{,}11\times10^{-7}\text{ g} = 0{,}111\,\mu\text{g}.$$

40. Vamos usar o índice 1 para indicar o ^{32}P e o índice 2 para indicar o ^{33}P. Inicialmente, o ^{33}P é responsável por 10% dos decaimentos, o que significa que a relação entre as taxas de decaimento iniciais dos dois isótopos é $R_{02} = 9R_{01}$. De acordo com a Eq. 42-17, temos

$$R_{01} = \lambda_1 N_{01} = \frac{1}{9}R_{02} = \frac{1}{9}\lambda_2 N_{02}.$$

No instante t, $R_1 = R_{01}e^{-\lambda_1 t}$ e $R_2 = R_{02}e^{-\lambda_2 t}$. Estamos interessados em calcular o valor de t para o qual $R_1 = 9R_2$ (o que significa que o ^{33}P é responsável por 90% dos decaimentos). Dividindo membro a membro as duas equações e fazendo $R_1/R_2 = 9$, temos

$$\frac{R_{01}}{R_{02}}e^{-(\lambda_1-\lambda_2)t} = 9,$$

o que nos dá

$$t = \frac{1}{\lambda_1-\lambda_2}\ln\left(\frac{R_{01}}{9R_{02}}\right) = \frac{\ln\left(R_{01}/9R_{02}\right)}{\ln 2/T_{1/2_1} - \ln 2/T_{1/2_2}} = \frac{\ln\left[(1/9)^2\right]}{\ln 2\left[(14{,}3\text{d})^{-1} - (25{,}3\text{d})^{-1}\right]}$$

$$= 209\text{ dias.}$$

41. O número N de núcleos que ainda não decaíram e a taxa R de decaimento estão relacionados pela equação $R = \lambda N$, em que λ é a constante de desintegração. Como a constante de desintegração está relacionada à meia-vida $T_{1/2}$ por meio de equação $\lambda = (\ln 2)/T_{1/2}$, $R = (N\ln 2)/T_{1/2}$ e

$$T_{1/2} = (N\ln 2)/R.$$

Como o ^{147}Sm é responsável por 15,0% da massa da amostra, o número de núcleos de ^{147}Sm presentes na amostra é

$$N = \frac{(0{,}150)(1{,}00\text{ g})}{(147\text{ u})(1{,}661\times10^{-24}\text{ g/u})} = 6{,}143\times10^{20}.$$

Assim,

$$T_{1/2} = \frac{(6{,}143\times10^{20})\ln 2}{120\text{ s}^{-1}} = 3{,}55\times10^{18}\text{ s} = 1{,}12\times10^{11}\text{ anos.}$$

42. De acordo com a Eq. 42-21,

$$N_{\text{Kr}} = \frac{M_{\text{amostra}}}{M_{\text{Kr}}} N_A = \left(\frac{20\times10^{-9}\text{ g}}{92\text{ g/mol}}\right)\left(6{,}02\times10^{23}\text{ átomos/mol}\right) = 1{,}3\times10^{14}\text{ átomos.}$$

Nesse caso, a Eq. 42-20 nos dá

$$R = \frac{N\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{(1{,}3\times10^{14})\ln 2}{1{,}84\text{ s}} = 4{,}9\times10^{13}\text{ Bq.}$$

43. De acordo com as Eqs. 42-16 e 42-18,

$$R_0 = Re^{t\ln 2/T_{1/2}} = (7{,}4\times10^{8}\text{ Bq})e^{24\ln 2/83{,}61} = 9{,}0\times10^{8}\text{ Bq.}$$

44. De acordo com a Fig. 42-19, o número de átomos no instante $t = 0$ era $N_0 = 2{,}00 \times 10^6$, e o número caiu para metade no instante $t = 2{,}00$ s. Nesse caso, de acordo com a Eq. 42-15, a constante de decaimento é

$$\lambda = \frac{1}{t}\ln\left(\frac{N_0}{N}\right) = \frac{1}{2{,}00\text{ s}}\ln\left(\frac{N_0}{N_0/2}\right) = \frac{1}{2{,}00\text{ s}}\ln 2 = 0{,}3466\text{ s}^{-1}.$$

No instante $t = 27{,}0$ s, o número de átomos que restam é

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = (2{,}00\times10^{6})e^{-(0{,}3466/\text{s})(27{,}0\text{ s})} \approx 173.$$

De acordo com a Eq. 42-17, a taxa de decaimento é

$$R = \lambda N = (0{,}3466\text{ s}^{-1})(173) \approx 60/\text{s} = 60\text{ Bq}$$

45. (a) De acordo com a Eq. 42-20,

$$R = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}N = \left(\frac{\ln 2}{30{,}2\text{ anos}}\right)\left(\frac{M_{\text{amostra}}}{m_{\text{átomo}}}\right) = \left(\frac{\ln 2}{9{,}53\times10^{8}\text{ s}}\right)\left(\frac{0{,}0010\text{ kg}}{137\times1{,}661\times10^{-27}\text{ kg}}\right)$$

$$= 3{,}2\times10^{12}\text{ Bq.}$$

(b) Como $1\text{ Ci} = 3{,}7\times10^{10}\text{ Bq}$, temos

$$R = \frac{3{,}2\times10^{12}\text{ Bq}}{3{,}7\times10^{10}\text{ Bq/Ci}} = 86\text{ Ci.}$$

46. (a) A equação de decaimento é a seguinte:

$${}^{99}_{42}\text{Mo} \to {}^{99}_{43}\text{Tc} + e^- + \nu,$$

o que constitui um decaimento β^-.

(b) Para cada decaimento, um fóton é produzido quando o núcleo de tecnécio decai para o estado fundamental (note que a meia-vida desse decaimento é muito menor que a meia-vida do decaimento do molibdênio). Assim, a taxa de emissão de raios gama é igual à taxa de decaimento: $8{,}2 \times 10^7\text{ s}^{-1}$.

(c) De acordo com a Eq. 42-20,

$$N = \frac{RT_{1/2}}{\ln 2} = \frac{(38\text{ s}^{-1})(6{,}0\text{ h})(3600\text{ s/h})}{\ln 2} = 1{,}2\times10^{6}.$$

47. PENSE A massa relativa de Ra em $RaCl_2$ é dada por

$$\frac{M_{Ra}}{M_{Ra}+2M_{Cl}}$$

em que M_{Ra} é a massa molar do Ra, e M_{Cl} é a massa molar do Cl.

FORMULE Vamos supor que o cloro da amostra tinha a mesma composição isotópica que o cloro natural, cuja massa molar, de acordo com o Apêndice F, é 35,453 g/mol. Nesse caso, a massa de ^{226}Ra contida na amostra era

$$m=\frac{226}{226+2(35{,}453)}(0{,}10\,\text{g})=76{,}1\times10^{-3}\ \text{g}.$$

ANALISE (a) Como a massa de um núcleo de ^{226}Ra é (226 u)(1,661 × 10^{-24} g/u) = 3,75 × 10^{-22} g, o número de núcleos de ^{226}Ra presentes na amostra era

$$N = (76{,}1\times10^{-3}\ \text{g})/(3{,}75\times10^{-22}\ \text{g}) = 2{,}03\times10^{20}.$$

(b) A taxa de decaimento é dada por

$$R = N\lambda = (N\ln 2)/T_{1/2},$$

em que λ é a constante de desintegração, $T_{1/2}$ é a meia-vida e N é o número de núcleos. Assim,

$$R=\frac{\left(2{,}03\times10^{20}\right)\ln 2}{(1600\ \text{anos})\left(3{,}156\times10^{7}\ \text{s/ano}\right)}=2{,}79\times10^{9}\ \text{s}^{-1}.$$

APRENDA O rádio tem 33 isótopos conhecidos, quatro dos quais ocorrem naturalmente. O ^{226}Ra, com uma meia-vida de 1600 anos, é o isótopo mais estável do rádio.

48. (a) De acordo com a descrição, a reação nuclear é $^{238}\text{U}\rightarrow{}^{234}\text{Th}+{}^{4}\text{He}$, e a energia liberada é

$$\begin{aligned}\Delta E_1 &= \left(m_U - m_{He} - m_{Th}\right)c^2\\ &= (238{,}05079\,\text{u}-4{,}00260\,\text{u}-234{,}04363\,\text{u})(931{,}5\,\text{MeV/u})\\ &= 4{,}25\,\text{MeV}.\end{aligned}$$

(b) A série de reações começa com $^{238}\text{U}\rightarrow{}^{237}\text{U}+\text{n}$ e é seguida por

$$\begin{aligned}^{237}\text{U}&\rightarrow{}^{236}\text{Pa}+\text{p}\\ ^{236}\text{Pa}&\rightarrow{}^{235}\text{Pa}+\text{n}\\ ^{235}\text{Pa}&\rightarrow{}^{234}\text{Th}+\text{p}.\end{aligned}$$

A energia liberada é, portanto,

$$\begin{aligned}\Delta E_2 &= (m_{^{238}\text{U}}-m_{^{237}\text{U}}-m_n)c^2+(m_{^{237}\text{U}}-m_{^{236}\text{Pa}}-m_p)c^2\\ &\quad+(m_{^{236}\text{Pa}}-m_{^{235}\text{Pa}}-m_n)c^2+(m_{^{235}\text{Pa}}-m_{^{234}\text{Th}}-m_p)c^2\\ &=(m_{^{238}\text{U}}-2m_n-2m_p-m_{^{234}\text{Th}})c^2\\ &=\left[238{,}05079\,\text{u}-2(1{,}00867\,\text{u})-2(1{,}00783\,\text{u})-234{,}04363\,\text{u}\right](931{,}5\,\text{MeV/u})\\ &=-24{,}1\,\text{MeV}.\end{aligned}$$

(c) Os resultados dos itens (a) e (b) nos levam a concluir que a energia de ligação da partícula α é

$$\Delta E_{el}=\left|(2m_n+2m_p-m_{He})c^2\right|=\left|-24{,}1\,\text{MeV}-4{,}25\,\text{MeV}\right|=28{,}3\,\text{MeV}.$$

49. PENSE O tempo necessário para que metade dos núcleos inicialmente presentes em uma amostra de ^{238}U se desintegrem é $4{,}5 \times 10^9$ anos, a meia-vida do ^{238}U.

FORMULE A fração de núcleos que restam após o tempo t é dada por

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-(\ln 2)t/T_{1/2}}$$

em que λ é a constante de desintegração e $T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda$ é a meia-vida.

(a) Para uma amostra de ^{244}Pu após um tempo $t = 4{,}5 \times 10^9$ anos,

$$\lambda t = \frac{(\ln 2)t}{T_{1/2}} = \frac{(\ln 2)(4{,}5\times10^9\text{ anos})}{8{,}0\times10^7\text{ anos}} = 39$$

e a fração restante é

$$\frac{N}{N_0} = e^{-39{,}0} \approx 1{,}2\times10^{-17}.$$

(b) Para uma amostra de ^{248}Cm após um tempo $t = 4{,}5 \times 10^9$ anos,

$$\frac{(\ln 2)t}{T_{1/2}} = \frac{(\ln 2)(4{,}5\times10^9\text{ anos})}{3{,}4\times10^5\text{ anos}} = 9170$$

e a fração restante é

$$\frac{N}{N_0} = e^{-9170} = 3{,}31\times10^{-3983}.$$

Para qualquer amostra de tamanho razoável, essa fração corresponde a menos de um núcleo e pode ser considerada como zero. As calculadoras comuns não são capazes de calcular diretamente o valor de e^{-9170}; uma possível solução é calcular o valor de $(e^{-91{,}70})^{100}$.

APRENDA Como $(T_{1/2})_{^{248}\text{Cm}} < (T_{1/2})_{^{244}\text{Pu}} < (T_{1/2})_{^{238}\text{U}}$ e $N/N_0 = e^{-(\ln 2)t/T_{1/2}}$ temos

$$(N/N_0)_{^{248}\text{Cm}} < (N/N_0)_{^{244}\text{Pu}} < (N/N_0)_{^{238}\text{U}}.$$

50. (a) A energia para a transformação de urânio 235 em tório 232 é

$$Q_3 = (m_{^{235}\text{U}} - m_{^{232}\text{Th}} - m_{^{3}\text{He}})c^2 = (235{,}0439\,\text{u} - 232{,}0381\,\text{u} - 3{,}0160\,\text{u})(931{,}5\,\text{MeV/u})$$

$$= -9{,}50\,\text{MeV}.$$

(b) A energia para a transformação de urânio 235 em tório 231 é

$$Q_4 = (m_{^{235}\text{U}} - m_{^{231}\text{Th}} - m_{^{4}\text{He}})c^2 = (235{,}0439\,\text{u} - 231{,}0363\,\text{u} - 4{,}0026\,\text{u})(931{,}5\,\text{MeV/u})$$

$$= 4{,}66\,\text{MeV}.$$

(c) A energia para a transformação de urânio 235 em tório 230 é

$$Q_5 = (m_{^{235}\text{U}} - m_{^{230}\text{Th}} - m_{^{5}\text{He}})c^2 = (235{,}0439\,\text{u} - 230{,}0331\,\text{u} - 5{,}0122\,\text{u})(931{,}5\,\text{MeV/u}).$$

$$= -1{,}30\,\text{MeV}.$$

Apenas o segundo processo (o decaimento α) é espontâneo, já que é o único que libera energia.

51. Vamos usar as leis de conservação da energia e do momento, supondo que o núcleo de urânio está inicialmente em repouso e o núcleo residual de tório está no estado fundamental. Nesse caso, de acordo com a lei de conservação da energia, se K_α é a energia cinética da partícula alfa e K_{Th} é a energia cinética do núcleo de tório, a energia de desintegração é dada por $Q = K_\alpha + K_{\text{Th}}$. Além disso, segundo a lei de conservação do momento, o que nos dá $p_\alpha + p_{\text{Th}} = 0$, em que p_α é o momento da partícula alfa e p_{Th} é o momento do núcleo de tório. Vamos supor que a velocidade das duas partículas é suficientemente pequena para que a expressão clássica para a relação entre momento e energia cinética possa ser usada. Nesse caso, $K_\alpha = p_\alpha^2/2m_\alpha$ e $K_{\text{Th}} = p_{\text{Th}}^2/2m_{\text{Th}}$, em que m_α é a massa da partícula alfa e m_{Th} é a massa do núcleo de tório. Fazendo $p_{\text{Th}} = -p_\alpha$, obtemos a relação $K_{Th} = (m_\alpha/m_{Th})K_\alpha$. Substituindo na expressão de Q, temos

$$Q = K_\alpha + \frac{m_\alpha}{m_{\text{Th}}}K_\alpha = \left(1+\frac{m_\alpha}{m_{\text{Th}}}\right)K_\alpha = \left(1+\frac{4{,}00\text{ u}}{234\text{ u}}\right)(4{,}196\text{ MeV}) = 4{,}269\text{ MeV}.$$

52. (a) No caso da primeira reação,

$$Q_1 = (m_{\text{Ra}} - m_{\text{Pb}} - m_{\text{C}})c^2 = (223{,}01850\text{ u} - 208{,}98107\text{ u} - 14{,}00324\text{ u})(931{,}5\text{MeV/u})$$
$$= 31{,}8\text{ MeV}.$$

(b) No caso da segunda reação,

$$Q_2 = (m_{\text{Ra}} - m_{\text{Rn}} - m_{\text{He}})c^2 = (223{,}01850\text{ u} - 219{,}00948\text{ u} - 4{,}00260\text{ u})(931{,}5\text{MeV/u})$$
$$= 5{,}98\text{ MeV}.$$

Uma vez que o valor de Q é positivo nos dois casos, os dois decaimentos são energeticamente possíveis.

(c) Como, de acordo com a Eq. 24-43, $U \propto q_1q_2/r$, temos

$$U_1 \approx U_2\left(\frac{q_{\text{Pb}}\,q_C}{q_{\text{Rn}}\,q_{\text{He}}}\right) = (30{,}0\,\text{MeV})\frac{(82e)(6{,}0e)}{(86e)(2{,}0e)} = 86\text{ MeV}.$$

53. PENSE A energia liberada no decaimento é a energia de desintegração:

$$Q = M_ic^2 - M_fc^2 = (M_i - M_f)c^2 = -\Delta M\,c^2,$$

em que $\Delta M = M_f - M_i$ é a variação de massa associada ao decaimento.

FORMULE Seja M_{Cs} a massa de um átomo de ${}^{137}_{55}\text{Cs}$ e seja M_{Ba} a massa de um átomo de ${}^{137}_{56}\text{Ba}$. A energia liberada é

$$Q = (M_{\text{Cs}} - M_{\text{Ba}})c^2.$$

ANALISE Para $M_{\text{Cs}} = 136{,}9071$ u e $M_{\text{Ba}} = 136{,}9058$ u, obtemos

$$Q = [136{,}9071\text{u} - 136{,}9058\text{u}]c^2 = (0{,}0013\text{u})c^2 = (0{,}0013\text{u})(931{,}5\text{MeV/u})$$
$$= 1{,}21\text{MeV}.$$

APRENDA Para calcular o valor de Q, usamos as massas atômicas em vez das massas nucleares. É fácil mostrar que isso não afeta o resultado. Para obter as massas dos núcleos, teríamos de subtrair a massa de 55 elétrons do valor de M_{Cs} e a massa de 56 elétrons do valor de M_{Ba}. Nesse caso, a energia liberada seria

$$Q = [(M_{\text{Cs}} - 55m) - (M_{\text{Ba}} - 56m) - m]\,c^2,$$

em que m é a massa do elétron (o último termo dentro do colchete está relacionado ao decaimento beta). Depois de realizados todos os cancelamentos, $Q = (M_{\text{Cs}} - M_{\text{Ba}})c^2$, que é o mesmo resultado de antes.

54. Supondo que a massa do neutrino pode ser desprezada, temos

$$\Delta m\,c^2 = (\mathbf{m}_{\text{Ti}} - \mathbf{m}_{\text{V}} - m_e)c^2.$$

Como, de acordo com o Apêndice F, o vanádio possui 23 elétrons e o titânio possui 22 elétrons, podemos somar e subtrair $22m_e$ da expressão anterior para obter

$$\Delta m c^2 = (\mathbf{m}_{\text{Ti}} + 22m_e - \mathbf{m}_{\text{V}} - 23m_e)c^2 = (m_{\text{Ti}} - m_{\text{V}})c^2.$$

Note que a nova expressão de Δmc^2 envolve massas *atômicas* em vez de massas nucleares e se baseia na suposição (se forem usados os valores de m_{Ti} e m_{V} encontrados nas tabelas) de que os átomos se encontram no estado fundamental, o que, neste caso, como será discutido a seguir, não é verdade. A questão agora é a seguinte: é razoável fazermos $Q = -\Delta mc^2$, como no Exemplo 42.07 "Determinação do valor de Q para um decaimento beta a partir das massas?" A resposta é "não". O átomo de titânio é criado em um estado excitado, com uma energia bem maior que a do estado fundamental, já que o elétron foi capturado de uma camada interna, na qual o valor absoluto da energia, E_K, é considerável para grandes valores de Z. Como a energia de um elétron da camada K do titânio (na qual, logo após o decaimento, existe uma "lacuna" que deve ser preenchida por meio de uma reorganização de toda a nuvem eletrônica) é praticamente igual à energia de um elétron da camada K do vanádio, podemos escrever: $Q = -\Delta m c^2 - E_K$. Assim,

$$Q = (m_{\text{V}} - m_{\text{Ti}})c^2 - E_K.$$

55. Como a reação é da forma $\text{n} \to \text{p} + \text{e}^- + \nu$, a energia cinética do elétron é máxima quando a energia do neutrino é tão pequena que pode ser desprezada. Assim,

$$K_{\text{máx}} = (m_n - m_p - m_e)c^2,$$

em que m_n é a massa do nêutron, m_p é a massa do próton e m_e é a massa do elétron. Como $m_p + m_e = m_{\text{H}}$, em que m_{H} é a massa do átomo de hidrogênio, a equação anterior pode ser escrita na forma $K_{\text{máx}} = (m_n - m_{\text{H}})c^2$, o que nos dá

$$K_{\text{máx}} = (840 \times 10^{-6}\ \text{u})c^2 = (840 \times 10^{-6}\ \text{u})(931{,}5\ \text{MeV/u}) = 0{,}783\ \text{MeV}.$$

56. (a) Vamos supor que o elétron é emitido com uma velocidade tão alta que é preciso usar uma expressão relativística para o momento. Nesse caso, de acordo com as Eqs. 37-54 e 38-13, temos

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{K^2 + 2Kmc^2}}$$

$$= \frac{1240\,\text{MeV}\cdot\text{fm}}{\sqrt{(1{,}0\,\text{MeV})^2 + 2(1{,}0\,\text{MeV})(0{,}511\,\text{MeV})}} = 0{,}90\ \text{pm} = 900\ \text{fm}.$$

(b) De acordo com a Eq. 42-3,

$$r = r_0 A^{1/3} = (1{,}2\ \text{fm})(150)^{1/3} = 6{,}4\ \text{fm}.$$

(c) Como $\lambda >> r$, o elétron não pode ser confinado no núcleo. Como foi visto no Cap. 39, para que exista uma onda estacionária em um poço de potencial infinito, o maior comprimento possível da onda de matéria é $\lambda/2$. No caso de um poço finito, o comprimento de onda pode ser *ligeiramente* menor, como se pode ver na função de onda do estado estacionário que aparece na Fig. 39-8, mas, no caso que estamos discutindo, λ/r é grande demais (da ordem de 140) para que o elétron possa ser confinado.

(d) Sim, o fato de que o comprimento de onda da onda de matéria associada ao elétron é muito maior que o raio do núcleo pode ser considerado um forte argumento para rejeitar a hipótese de que o elétron estava confinado no interior do núcleo antes de ser emitido.

57. (a) Como o pósitron tem a mesma massa que o elétron, e o neutrino tem massa desprezível,

$$\Delta m c^2 = (\mathbf{m}_{\text{B}} + m_e - \mathbf{m}_{\text{C}})c^2.$$

Como, de acordo com o Apêndice F, o carbono tem 6 elétrons e o boro tem 5 elétrons, podemos somar e subtrair $6m_e$ da expressão anterior para obter

$$\Delta m c^2 = (\mathbf{m}_{\text{B}} + 7m_e - \mathbf{m}_{\text{C}} - 6m_e)c^2 = (m_{\text{B}} + 2m_e - m_{\text{C}})c^2.$$

Note que a expressão final de Δmc^2 envolve as massas *atômicas* do carbono e do boro e um termo adicional igual à massa de dois elétrons. De acordo com a Eq. 37-50 e a Tabela 37-3, temos

$$Q = (m_C - m_B - 2m_e)c^2 = (m_C - m_B)c^2 - 2(0{,}511\,\text{MeV}).$$

(b) De acordo com a expressão do item (a), a energia de desintegração é

$$Q = (11{,}011434\,\text{u} - 11{,}009305\,\text{u})\,(931{,}5\,\text{MeV/u}) - 1{,}022\,\text{MeV}$$
$$= 0{,}961\ \text{MeV}.$$

58. (a) A taxa de produção de energia é

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{i=1}^{3} R_i Q_i = \sum_{i=1}^{3} \lambda_1 N_i Q_i = \sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\ln 2}{T_{1/2_i}}\right)\frac{(1{,}00\,\text{kg})f_i}{m_i}Q_i$$

$$= \frac{(1{,}00\,\text{kg})(\ln 2)(1{,}60\times10^{-13}\,\text{J/MeV})}{(3{,}15\times10^{7}\,\text{s/ano})(1{,}661\times10^{-27}\,\text{kg/u})}\left[\frac{(4\times10^{-6})(51{,}7\,\text{MeV})}{(238\,\text{u})(4{,}47\times10^{9}\,\text{anos})} + \frac{(13\times10^{-6})(42{,}7\,\text{MeV})}{(232\,\text{u})(1{,}41\times10^{10}\,\text{anos})} + \frac{(4\times10^{-6})(1{,}31\,\text{MeV})}{(40\,\text{u})(1{,}28\times10^{9}\,\text{anos})}\right]$$

$$= 1{,}0\times10^{-9}\ \text{W}.$$

(b) A potência associada aos processos de decaimento é

$$P = (2{,}7\times10^{22}\ \text{kg})(1{,}0\times10^{-9}\ \text{W/kg}) = 2{,}7\times10^{13}\ \text{W},$$

um valor muito pequeno em relação à potência solar recebida pela Terra, que é da ordem de $1{,}7\times10^{17}$ W.

59. PENSE O decaimento do ^{32}P é dado, em geral, pela reação

$$^{32}\text{P} \rightarrow {}^{32}\text{S} + e^- + \bar{\nu}.$$

No caso particular descrito no enunciado do problema, porém, como o elétron tem o maior valor possível de energia cinética, o antineutrino não aparece entre os produtos da reação.

FORMULE Uma vez que o momento é conservado, o momento do elétron e o momento do núcleo de enxofre têm o mesmo módulo mas sentidos opostos. Se p_e é o momento do elétron e p_S é o momento do núcleo de enxofre, $p_S = -p_e$. A energia cinética K_S do núcleo de enxofre é dada por

$$K_S = p_S^2/2M_S = p_e^2/2M_S,$$

em que M_S é a massa do núcleo de enxofre. A energia cinética K_e do elétron está relacionada ao momento p_e por meio da equação relativística $(p_e c)^2 = K_e^2 + 2K_e mc^2$, em que m é a massa do elétron.

ANALISE Se K_e = 1,71 MeV, a energia cinética do núcleo de enxofre é

$$K_S = \frac{(p_e c)^2}{2M_S c^2} = \frac{K_e^2 + 2K_e mc^2}{2M_S c^2} = \frac{(1{,}71\,\text{MeV})^2 + 2(1{,}71\,\text{MeV})(0{,}511\,\text{MeV})}{2(32\,\text{u})(931{,}5\,\text{MeV/u})}$$
$$= 7{,}83\times10^{-5}\ \text{MeV} = 78{,}3\ \text{eV}.$$

APRENDA Considerando que a energia cinética do núcleo de enxofre é desprezível em comparação com a energia cinética do elétron, o valor da energia cinética máxima do elétron fornecido no enunciado do problema deve ser igual à energia de desintegração Q:

$$Q = K_{\text{máx}}.$$

Para verificar que isso é verdade, usamos os seguintes dados: M_P = 31,97391 u e M_S = 31,97207 u. O resultado é

$$Q=[31{,}97391\,\mathrm{u}-31{,}97207\,\mathrm{u}]c^2=(0{,}00184\,\mathrm{u})c^2=(0{,}00184\,\mathrm{u})(931{,}5\,\mathrm{MeV/u})$$
$$=1{,}71\,\mathrm{MeV}.$$

60. Explicitando t na equação $R = R_0e^{-\lambda t}$, obtemos

$$t=\frac{1}{\lambda}\ln\frac{R_0}{R}=\left(\frac{5730\text{ anos}}{\ln 2}\right)\ln\left[\left(\frac{15{,}3}{63{,}0}\right)\left(\frac{5{,}00}{1{,}00}\right)\right]=1{,}61\times10^3\text{ anos.}$$

61. (a) Como a massa de um átomo de ^{238}U é (238 u)(1,661 × 10^{-24} g/u) = 3,95 × 10^{-22} g, o número de átomos de urânio na rocha é

$$N_U = (4{,}20\times10^{-3}\text{ g})/(3{,}95\times10^{-22}\text{ g}) = 1{,}06\times10^{19}.$$

(b) Como a massa de um átomo de ^{206}Pb é (206 u)(1,661 × 10^{-24} g) = 3,42 × 10^{-22} g, o número de átomos de chumbo na rocha é

$$N_{Pb} = (2{,}135\times10^{-3}\text{ g})/(3{,}42\times10^{-22}\text{ g}) = 0{,}624\times10^{19}.$$

(c) Se nenhum átomo de chumbo foi perdido, então havia inicialmente, além dos átomos de urânio que ainda não decaíram, um átomo de urânio para cada átomo de chumbo que foi encontrado na amostra. Assim, o número inicial de átomos de urânio na amostra era

$$N_{U0} = N_U + N_{Pb} = 1{,}06\times10^{19} + 0{,}64\times10^{19} = 1{,}68\times10^{19}.$$

(d) De acordo com a Eq. 42-15,

$$N_U = N_{U0}e^{-\lambda t},$$

em que λ é a constante de desintegração. Como, de acordo com a Eq. 42-18, $\lambda = (\ln 2)/T_{1/2}$, temos

$$t=-\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{N_U}{N_{U0}}\right)=-\frac{T_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(\frac{N_U}{N_{U0}}\right)=-\frac{4{,}47\times10^9\text{ anos}}{\ln 2}\ln\left(\frac{1{,}06\times10^{19}}{1{,}68\times10^{19}}\right)=2{,}97\times10^9\text{ anos.}$$

62. Como a massa inicial de ^{238}U contida na rocha é dada por

$$m_0 = me^{\lambda t} = (3{,}70\text{ mg})e^{(\ln 2)(260\times10^6\text{ anos})/(4{,}47\times10^9\text{ anos})} = 3{,}85\text{ mg},$$

a massa de chumbo que a rocha deve conter é

$$m' = (m_0 - m)\left(\frac{m_{206}}{m_{238}}\right) = (3{,}85\,\mathrm{mg} - 3{,}70\,\mathrm{mg})\left(\frac{206}{238}\right) = 0{,}132\,\mathrm{mg} = 132\ \mu\mathrm{g}.$$

63. Podemos determinar a idade t da rocha a partir das massas de ^{238}U e ^{206}Pb. Como a massa inicial de ^{238}U era de

$$m_{U_0} = m_U + \frac{238}{206}m_{Pb},$$

temos

$$m_U = m_{U_0}e^{-\lambda_U t} = (m_U + m_{238_{Pb}}/206)e^{-(t\ln 2)/T_{1/2U}}.$$

Explicitando t, obtemos

$$t=\frac{T_{1/2_U}}{\ln 2}\ln\left(\frac{m_U+(238/206)m_{Pb}}{m_U}\right)=\frac{4,47\times10^9\text{ anos}}{\ln 2}\ln\left[1+\left(\frac{238}{206}\right)\left(\frac{0,15\text{ mg}}{0,86\text{ mg}}\right)\right]$$

$$=1,18\times10^9\text{ anos.}$$

No caso do decaimento β do ^{40}K, a massa inicial de ^{40}K é

$$m_{K_0}=m_K+m_{Ar}$$

e, portanto,

$$m_K=m_{K_0}e^{-\lambda_K t}=(m_K+m_{Ar})e^{-\lambda_K t}.$$

Explicitando m_K, obtemos

$$m_K=\frac{m_{Ar}e^{-\lambda_K t}}{1-e^{-\lambda_K t}}=\frac{m_{Ar}}{e^{\lambda_K t}-1}=\frac{1,6\text{ mg}}{e^{(\ln 2)(1,18\times10^9\text{ anos})/(1,25\times10^9\text{ anos})}-1}=1,7\text{ mg.}$$

64. Note que a cada átomo de cálcio 40 e criptônio 40 encontrado na amostra corresponde um átomo de potássio na amostra original. De acordo com as Eqs. 42-14 e 42-18, temos

$$\ln\left(\frac{N_K}{N_K+N_{Ar}+N_{Ca}}\right)=-\lambda t\;\Rightarrow\;\ln\left(\frac{1}{1+1+8,54}\right)=-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}t,$$

o que nos dá

$$t=T_{1/2}\frac{\ln 10,54}{\ln 2}=(1,26\times10^9\text{ anos})(3,40)=4,28\times10^9\text{ anos.}$$

65. PENSE A relação entre a atividade de uma amostra radioativa expressa em curies (Ci) e a atividade expressa em desintegrações por segundo é a seguinte:

$$1\text{ curie}=3,7\times10^{10}\text{ desintegrações/s.}$$

FORMULE A taxa de decaimento R está relacionada ao número N de núcleos pela equação $R=\lambda N$, em que λ é a constante de desintegração. Como a constante de desintegração está relacionada à meia-vida $T_{1/2}$ pela equação $\lambda = \ln 2/T_{1/2}$, temos

$$N=\frac{R}{\lambda}=\frac{RT_{1/2}}{\ln 2}$$

Como 1 Ci = $3,7\times10^{10}$ desintegrações/s,

$$N=\frac{(250\text{ Ci})(3,7\times10^{10}\text{ s}^{-1}/\text{Ci})(2,7\text{ d})(8,64\times10^4\text{ s/d})}{\ln 2}=3,11\times10^{18}.$$

ANALISE Como a massa de um átomo de ^{198}Au é

$$M_0=(198\text{ u})(1,661\times10^{-24}\text{ g/u})=3,29\times10^{-22}\text{ g},$$

a massa necessária é

$$M=N\,M_0=(3,11\times10^{18})(3,29\times10^{-22}\text{ g})=1,02\times10^{-3}\text{ g}=1,02\text{ mg.}$$

APRENDA O átomo de ^{198}Au sofre um decaimento beta e emite um elétron:

$$^{198}\text{Au} \rightarrow {}^{198}\text{Hg} + e^- + \bar{\nu}.$$

66. O becquerel (Bq) e o (Ci) são definidos no Módulo 42-3.

(a) $R = \dfrac{8700 \text{ contagens}}{60 \text{ s}} = 145 \text{ Bq}.$

(b) $R = \dfrac{145 \text{ Bq}}{3{,}7\times10^{10} \text{ Bq/Ci}} = 3{,}92\times10^{-9} \text{ Ci}.$

67. A dose absorvida é

$$\text{dose absorvida} = \frac{2{,}00\times10^{-3} \text{ J}}{4{,}00 \text{ kg}} = 5{,}00\times10^{-4} \text{ J/kg} = 5{,}00\times10^{-4} \text{ Gy}.$$

Para RBE = 5, a dose equivalente é

$$\begin{aligned}\text{dose equivalente} &= (\text{RBE})(5{,}00\times10^{-4} \text{ Gy}) = 5(5{,}00\times10^{-4} \text{ Gy}) = 2{,}50\times10^{-3} \text{ Sv} \\ &= 2{,}50 \text{ mSv}.\end{aligned}$$

68. (a) De acordo com a Eq. 42-32, a energia absorvida é

$$E = (2{,}4\times10^{-4} \text{ Gy})(75 \text{ kg}) = 18 \text{ mJ}.$$

(b) Para RBE = 12, a dose equivalente é

$$\text{dose equivalente} = (12)(2{,}4\times10^{-4} \text{ Gy}) = 2{,}9\times10^{-3} \text{ Sv}.$$

(c) De acordo com a Eq. 42-33,

$$\text{dose equivalente} = (100 \text{ rem/Sv})(2{,}9\times10^{-3} \text{ Sv}) = 0{,}29 \text{ rem}.$$

69. (a) De acordo com a Eq. 42-21, temos

$$N_0 = \frac{(2{,}5\times10^{-3} \text{ g})(6{,}02\times10^{23} \text{ mol}^{-1})}{239 \text{ g/mol}} = 6{,}3\times10^{18}.$$

(b) De acordo com as Eqs. 42-15 e 42-18,

$$|\Delta N| = N_0[1 - e^{-t\ln 2/T_{1/2}}] = (6{,}3\times10^{18})[1 - e^{-(12\text{h})\ln 2/(24.100 \text{ anos})(8760 \text{ h/ano})}] = 2{,}5\times10^{11}.$$

(c) A energia absorvida pelo corpo do operário é

$$E = (0{,}95)E_\alpha|\Delta N| = (0{,}95)\,(5{,}2 \text{ MeV})\,(2{,}5\times10^{11})\,(1{,}6\times10^{-13} \text{ J/MeV}) = 0{,}20 \text{ J}.$$

(d) De acordo com a Eq. 42-32,

$$\text{dose recebida} = \frac{0{,}20 \text{ J}}{85 \text{ kg}} = 2{,}3\times10^{-3} \text{ Gy} = 2{,}3 \text{ mGy}.$$

(e) Para RBE = 13, a dose equivalente é

$$\text{dose equivalente} = (13)(2{,}3 \text{ mGy}) = 30 \text{ mSv}.$$

70. De acordo com a Eq. 19-24, temos

$$T=\frac{2}{3}\left(\frac{K_{\text{méd}}}{\text{k}}\right)=\frac{2}{3}\left(\frac{5{,}00\times10^{6}\ \text{eV}}{8{,}62\times10^{-5}\ \text{eV/K}}\right)=3{,}87\times10^{10}\ \text{K}.$$

71. (a) Usando o mesmo raciocínio do Exemplo 42.09 "Tempo de vida de um núcleo composto formado por captura de um nêutron", obtemos

$$\Delta E\approx\frac{\hbar}{t_{\text{méd}}}=\frac{(4{,}14\times10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{fs})/2\pi}{1{,}0\times10^{-22}\ \text{s}}=6{,}6\times10^{6}\ \text{eV}=6{,}6\ \text{MeV}.$$

(b) Para que a energia seja distribuída em todo o volume de um núcleo relativamente grande, criando assim um "núcleo composto", é necessário um tempo da ordem de 10^{-15} s. Um núcleo cujo tempo médio de vida é somente 10^{-22} s é apenas um estágio intermediário de curta duração em uma reação nuclear, e não pode ser considerado um núcleo composto.

72. (a) Para identificar os nuclídeos que possuem camadas completas de núcleons, basta comparar o número de prótons (número atômico, que pode ser encontrado no Apêndice F) e o número de nêutrons, dado pela Eq. 42-1, com os números mágicos (valores especiais de Z e N) citados no Módulo 42-8. A conclusão é que os nuclídeos que possuem apenas camadas completas de prótons ou de nêutrons são os seguintes: ^{18}O, ^{60}Ni, ^{92}Mo, ^{144}Sm e ^{207}Pb.

(b) Procedendo como no item (a), obtemos a seguinte lista: ^{40}K, ^{91}Zr, ^{121}Sb e ^{143}Nd.

(c) Procedendo como nos itens (a) e (b), obtemos a seguinte lista: ^{13}C, ^{40}K, ^{49}Ti, ^{205}Tl e ^{207}Pb.

73. PENSE A expressão geral da reação de formação é $X + x \rightarrow Y$, em que X é o núcleo alvo, x é uma partícula leve, e Y é o núcleo composto.

FORMULE Vamos supor que o núcleo X está inicialmente em repouso. Nesse caso, de acordo com a lei de conservação da energia,

$$m_Xc^2+m_xc^2+K_x=m_Yc^2+K_Y+E_Y$$

em que m_X, m_x e m_Y são massas, K_x e K_Y são energias cinéticas e E_Y é a energia de excitação do núcleo Y. De acordo com a lei de conservação do momento, devemos ter $p_x = p_Y$. Assim,

$$K_Y=\frac{p_Y^2}{2m_Y}=\frac{p_x^2}{2m_Y}=\left(\frac{m_x}{m_Y}\right)K_x$$

o que nos dá

$$m_Xc^2+m_xc^2+K_x=m_Yc^2+(m_x/m_Y)K_x+E_Y$$

e

$$K_x=\frac{m_Y}{m_Y-m_x}\,(m_Y-m_X-m_x)c^2+E_Y.$$

ANALISE (a) Seja x uma partícula alfa e seja X um núcleo de ^{16}O. Nesse caso,

$$\begin{aligned}(m_Y-m_X-m_x)c^2&=(19{,}99244\ \text{u}-15{,}99491\ \text{u}-4{,}00260\ \text{u})(931{,}5\ \text{MeV/u})\\&=-4{,}722\ \text{MeV}\end{aligned}$$

e

$$K_\alpha=\frac{19{,}99244\text{u}}{19{,}99244\text{u}-4{,}00260\text{u}}\left(-4{,}722\text{MeV}+25{,}0\text{MeV}\right)=25{,}35\text{MeV}\approx25{,}4\ \text{MeV}.$$

(b) Seja x um próton e seja X um núcleo de ^{19}F. Nesse caso,

$$\begin{aligned}(m_Y-m_X-m_x)c^2&=(19{,}99244\ \text{u}-18{,}99841\ \text{u}-1{,}00783\ \text{u})(931{,}5\ \text{MeV/u})\\&=-12{,}85\ \text{MeV}\end{aligned}$$

e

$$K_\alpha = \frac{19{,}99244\,\text{u}}{19{,}99244\,\text{u} - 1{,}00783\,\text{u}}\left(-12{,}85\,\text{MeV} + 25{,}0\,\text{MeV}\right) = 12{,}80\,\text{MeV}.$$

(c) Seja x um fóton e seja X um núcleo de ^{20}Ne. Como a massa do fóton é zero, precisamos mudar a equação de conservação da energia: se E_γ é a energia do fóton, então

$$E_\gamma + m_X c^2 = m_Y c^2 + K_Y + E_Y.$$

Como $m_X = m_Y$, a equação se torna $E_\gamma = K_Y + E_Y$. Como o momento e a energia de um fóton estão relacionados pela equação $p_\gamma = E_\gamma / c$, a equação de conservação do momento se torna $E_\gamma / c = p_Y$. A energia do núcleo composto é

$$K_Y = \frac{p_Y^2}{2m_Y} = \frac{E_\gamma^2}{2m_Y c^2}\,.$$

Substituindo esse resultado na equação de conservação da energia, obtemos

$$E_\gamma = \frac{E_\gamma^2}{2m_Y c^2} + E_Y.$$

As soluções dessa equação do segundo grau são

$$E_\gamma = m_Y c^2 \pm \sqrt{\left(m_Y c^2\right)^2 - 2m_Y c^2 E_Y}\,.$$

Como

$$m_Y c^2 = (19{,}99244\ \text{u})(931{,}5\ \text{MeV/u}) = 1{,}862 \times 10^4\ \text{MeV},$$

temos

$$\begin{aligned} E_\gamma &= (1{,}862\times 10^4\ \text{MeV}) \pm \sqrt{(1{,}862\times 10^4\ \text{MeV})^2 - 2(1{,}862\times 10^4\ \text{MeV})(25{,}0\ \text{MeV})} \\ &= (18.620{,}0\ \text{MeV}) \pm (18.595{,}0\ \text{MeV}) \end{aligned}$$

As soluções são, portanto,

$$E'_\gamma = 37.215{,}0\ \text{MeV e } E''_\gamma = 25{,}0\ \text{MeV}$$

Como a primeira energia é muito maior que a energia de repouso do núcleo composto, concluímos que não tem significado físico. Assim, a solução fisicamente correta é

$$E_\gamma = 25{,}0\ \text{MeV}.$$

APRENDA No item (c), a energia cinética do núcleo composto é

$$K_Y = \frac{E_\gamma^2}{2m_Y c^2} = \frac{(25.0\ \text{MeV})^2}{2(1{,}862\times 10^4\ \text{MeV})} = 0{,}0168\ \text{MeV}$$

que é um valor muito pequeno em comparação com $E_\gamma = 25{,}0$ MeV. Isso significa que praticamente toda a energia do fóton é usada para excitar o núcleo composto.

74. De acordo com a Eq. 42-15, o número de átomos de urânio e de chumbo presentes na amostra no instante t é

$$N_{\text{U}} = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$N_{\text{Pb}} = N_0 - N_{\text{U}} = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0(1 - e^{-\lambda t}),$$

cuja razão é

$$\frac{N_{\text{Pb}}}{N_{\text{U}}}=\frac{1-e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}}=e^{\lambda t}-1.$$

A idade da rocha é, portanto,

$$t=\frac{1}{\lambda}\ln\left(1+\frac{N_{\text{Pb}}}{N_{\text{U}}}\right)=\frac{T_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(1+\frac{N_{\text{Pb}}}{N_{\text{U}}}\right)=\frac{4,47\times 10^{9}\text{ anos}}{\ln 2}\ln(1+0,30)=1,7\times 10^{9}\text{ anos}.$$

75. PENSE Vamos representar o nuclídeo desconhecido como ${}^{A}_{Z}X$, em que A e Z são o número de massa e o número atômico, respectivamente.

FORMULE A equação da reação é a seguinte:

$${}^{A}_{Z}X+{}^{1}_{0}\text{n}\rightarrow{}^{0}_{-1}\text{e}+2\,{}^{4}_{2}\text{He}.$$

De acordo com a lei de conservação da carga, $Z + 0 = -1 + 4$; isso nos dá $Z = 3$. Com base na lei de conservação de número de massa, $A + 1 = 0 + 8$, o que nos dá $A = 7$.

ANALISE Como, de acordo com os Apêndices F e G, o elemento cujo número atômico é 3 é o lítio; portanto, o nuclídeo é ${}^{7}_{3}\text{Li}$.

APRENDA A carga e o número de massa são conservados nos processos de captura de nêutrons. O nuclídeo intermediário é ${}^{8}\text{Li}$, que é instável e decai (por meio de um decaimento β^- e um decaimento α) em um elétron e dois núcleos de ${}^{4}\text{He}$.

76. Como a dose equivalente é o produto do fator RBE pela dose absorvida, temos

$$\text{dose absorvida}=\frac{\text{dose equivalente}}{\text{RBE}}=\frac{250\times 10^{-6}\text{ Sv}}{0,85}=2,94\times 10^{-4}\text{ Gy}$$

$$=2,94\times 10^{-4}\text{ J/kg}.$$

Para determinar a energia total recebida, multiplicamos este valor pela massa do tecido exposto:

$$E = (2,94\times 10^{-4}\text{ J/kg})(44\text{ kg}) = 1,29\times 10^{-2}\text{ J} \approx 1,3\times 10^{-2}\text{ J} = 13\text{ mJ}.$$

77. PENSE A taxa de decaimento R é proporcional a N, o número de núcleos radioativos.

FORMULE De acordo com a Eq. 42-17, $R = \lambda N$, em que λ é a constante de desintegração. Como R é proporcional a N, $N/N_0 = R/R_0 = e^{-\lambda t}$. Como $\lambda = (\ln 2)/T_{1/2}$, temos

$$t=-\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{R}{R_0}\right)=-\frac{T_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(\frac{R}{R_0}\right).$$

ANALISE Para $T_{1/2} = 5730$ anos e $R/R_0 = 0,020$, obtemos

$$t=-\frac{T_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(\frac{R}{R_0}\right)=-\frac{5730\text{ anos}}{\ln 2}\ln(0,020)=3,2\times 10^{4}\text{ anos}.$$

APRENDA A datação radioativa baseada no decaimento do ${}^{14}\text{C}$ é uma das técnicas mais usadas para estimar a idade de restos orgânicos.

78. Seja N_{AA0} o número de átomos do elemento AA no instante $t = 0$. Em um instante posterior t, devido ao decaimento de parte dos átomos do elemento AA, temos

$$\text{N}_{\text{AA0}}=\text{N}_{\text{AA}}+\text{N}_{\text{BB}}+\text{N}_{\text{CC}}.$$

A constante de desintegração é

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{8,00\ \text{d}} = 0,0866\ \text{d}^{-1}.$$

Como $N_{BB}/N_{CC} = 2$, para $N_{CC}/N_{AA} = 1,50$, $N_{BB}/N_{AA} = 3,00$. Assim, no instante t,

$$N_{AA0} = N_{AA} + N_{BB} + N_{CC} = N_{AA} + 3,00N_{AA} + 1,50N_{AA} = 5,50N_{AA}.$$

Como $N_{AA} = N_{AA0}e^{-\lambda t}$, temos

$$\frac{N_{AA0}}{N_{AA}} = e^{\lambda t} = 5,50,$$

o que nos dá

$$t = \frac{\ln(5,50)}{\lambda} = \frac{\ln(5,50)}{0,0866\ \text{d}^{-1}} = 19,7\ \text{d}.$$

79. PENSE A taxa de decaimentos é dada por $R = \lambda N$, em que λ é a constante de desintegração e N é o número de núcleos radioativos.

FORMULE Como estamos supondo que os resíduos se espalharam uniformemente, a taxa de decaimentos é dada por

$$R = \lambda N = \lambda(M/m)(a/A),$$

em que M é a massa total de ^{90}Sr produzida pela bomba, m é a massa de um núcleo de ^{90}Sr, A é a área total atingida pelos resíduos da bomba e a é a área que queremos determinar. Como $\lambda = (\ln 2)/T_{1/2}$, temos

$$a = A\left(\frac{m}{M}\right)\left(\frac{R}{\lambda}\right) = \frac{AmRT_{1/2}}{M\ln 2}.$$

ANALISE A massa molar do ^{90}Sr é 90g/mol. Para M = 400 g e A = 2000 km^2, obtemos

$$a = \frac{AmRT_{1/2}}{M\ln 2} = \frac{\left(2000\times10^6\ \text{m}^2\right)\left(90\,\text{g/mol}\right)\left(74.000/\text{s}\right)\left(29\ \text{anos}\right)\left(3,15\times10^7\ \text{s/ano}\right)}{\left(400\,\text{g}\right)\left(6,02\times10^{23}/\text{mol}\right)\left(\ln 2\right)}$$
$$= 7,3\times10^{-2}\ \text{m}^{-2} = 730\,\text{cm}^2.$$

APRENDA O acidente nuclear de Chernobyl, ocorrido em 1986, contaminou uma vasta área com ^{90}Sr.

80. (a) Supondo que a área da seção reta de um indivíduo adulto deitado é 1 m^2, temos

$$\frac{\text{atividade efetiva}}{\text{atividade total}} = \frac{1\,\text{m}^2}{(2,6\times10^5\ \text{km}^2)(1000\ \text{m/km})^2} = 3,8\times10^{-12}.$$

Como metade dos elétrons são emitidos para cima, temos

$$\text{atividade efetiva} = \frac{1}{2}(1\times10^{16}\ \text{s}^{-1})\left(3,8\times10^{-12}\right) = 1,9\times10^4\ \text{s}^{-1}.$$

Assim, em um intervalo de uma hora, a pessoa seria atingida por $(1,9\times10^4\ \text{s}^{-1})(3600\ \text{s/h}) \approx 7\times10^7$ elétrons.

(b) Seja D o ano atual. De acordo com as Eqs. 42-16 e 42-18, temos

$$R = R_0e^{-t\ln 2/T_{1/2}} = (7\times10^7\ \text{h}^{-1})e^{-(D-1996)\ln 2/(30,2\,\text{anos})},$$

em que R é a atividade efetiva no ano atual e R_0 é a atividade efetiva em 1996.

81. As retas inclinadas representam decaimentos alfa, que envolvem uma variação do número atômico $\Delta Z_\alpha = -2$ e uma variação do número de massa $\Delta A_\alpha = -4$, enquanto as retas horizontais representam decaimentos beta, que envolvem emissão de elétrons, caso em que a variação do número atômico é $\Delta Z_\beta = +1$ e o número de massa permanece constante. Como a Fig. 42-20 mostra três decaimentos alfa e dois decaimentos beta, temos

$$Z_f = Z_i + 3\Delta Z_\alpha + 2\Delta Z_\beta \quad \text{e} \quad A_f = A_i + 3\Delta A_\alpha.$$

Como, de acordo com o Apêndice F, o elemento representado pelo símbolo Np é o netúnio, cujo número atômico é $Z_i = 93$, temos

$$Z_f = 93 + 3(-2) + 2(1) = 89,$$

o que, de acordo com o Apêndice F, significa que o elemento final é o actínio (Ac). Como o número de massa inicial é $A_i = 237$, o número de massa final é

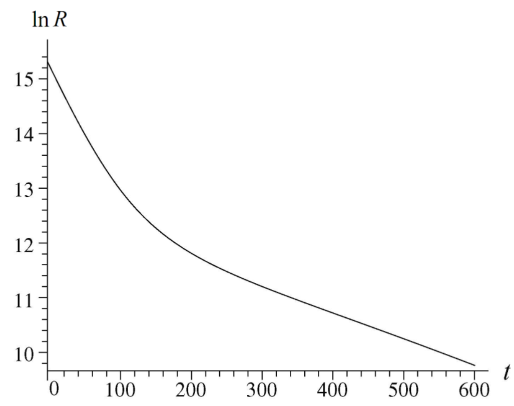
$$A_f = 237 + 3(-4) = 225.$$

Assim, o isótopo final é ^{225}Ac.

82. Em unidades do SI, a meia-vida da ^{108}Ag é (2,42 min)(60 s/min) = 145,2 s. Como, de acordo com a Eq. 42-18, $\lambda = (\ln 2)/T_{1/2}$, o enunciado nos pede para plotar a função

$$\ln R = \ln(R_0 e^{-\lambda t} + R_0' e^{-\lambda' t}),$$

em que $R_0 = 3{,}1 \times 10^5$, $R_0' = 4{,}1 \times 10^6$, $\lambda = \ln 2/145{,}2$ e $\lambda' = \ln 2/24{,}6$. O gráfico aparece na figura a seguir.



Note que o valor absoluto da inclinação do gráfico é λ' (a constante de desintegração de ^{110}Ag) para pequenos valores de t e λ (a constante de desintegração de ^{108}Ag) para grandes valores de t.

83. Fazendo

$$p \simeq \Delta p \simeq \Delta h/\Delta x \simeq h/r,$$

obtemos

$$E = \frac{p^2}{2m} \simeq \frac{(hc)^2}{2(mc^2)r^2} = \frac{(1240\,\text{MeV}\cdot\text{fm})^2}{2(938\,\text{MeV})[(1{,}2\,\text{fm})(100)^{1/3}]^2} \simeq 30\,\text{MeV}.$$

84. (a) A taxa de decaimento do ^{226}Ra é

$$R = \lambda N = \left(\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\right)\left(\frac{M}{m}\right) = \frac{(\ln 2)(1{,}00\,\text{mg})(6{,}02\times 10^{23}\ \text{mol}^{-1})}{(1600\,\text{anos})(3{,}15\times 10^7\ \text{s/ano})(226\ \text{g/mol})} = 3{,}66\times 10^7\ \text{s}^{-1}.$$

Este resultado indica que a atividade do ^{226}Ra é $3{,}66 \times 10^7$ Bq.

(b) Como foi atingido o equilíbrio secular (veja o Problema 42-35), a atividade do ^{222}Rn também é $3{,}66 \times 10^7$ Bq.

(c) Como $R_{Ra} = R_{Rn}$ e $R = \lambda N = (\ln 2/T_{1/2})(M/m)$, temos

$$M_{Rn} = \left(\frac{T_{1/2_{Rn}}}{T_{1/2_{Ra}}}\right)\left(\frac{m_{Rn}}{m_{Ra}}\right)M_{Ra} = \frac{(3{,}82\text{ d})(1{,}00\times10^{-3}\text{ g})(222\text{ u})}{(1600\text{ anos})(365\text{ d/ano})(226\text{ u})} = 6{,}42\times10^{-9}\text{ g}.$$

85. A carta de nuclídeos pedida aparece na figura adiante. As retas pedidas podem ser traçadas da seguinte forma: as retas de A constante têm uma inclinação de −45° e as retas de $N - Z$ constante têm uma inclinação de 45°. Assim, por exemplo, a reta $N - Z = 18$ (que é uma reta de "excesso de 18 nêutrons") passa pelo ^{114}Cd no canto inferior esquerdo e pelo ^{122}Te no canto superior direito. A primeira coluna corresponde a $N = 66$ e a última coluna corresponde a $N = 70$; a primeira linha corresponde a $Z = 52$ e a última linha corresponde a $Z = 48$. Os dados necessários para montar a carta podem ser encontrados nos seguintes sites: http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/ e http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/nucSearch.asp.

^{118}Te 6,0 d	^{119}Te 16,0 h	^{120}Te 0,1%	^{121}Te 19,4 d	^{122}Te 2,6%
^{117}Sb 2,8 h	^{118}Sb 3,6 min	^{119}Sb 38,2 h	^{120}Sb 15,9 min	^{121}Sb 57,2%
^{116}Sn 14,5%	^{117}Sn 7,7%	^{118}Sn 24,2%	^{119}Sn 8,6%	^{120}Sn 32,6%
^{115}In 95,7%	^{116}In 14,1 s	^{117}In 43,2 min	^{118}In 5,0 s	^{119}In 2,4 min
^{114}Cd 28,7%	^{115}Cd 53,5 h	^{116}Cd 7,5%	^{117}Cd 2,5 h	^{118}Cd 50,3 min

86. De acordo com a Eq. 42-3 ($r = r_0 A^{1/3}$), em que r_0 = 1,2 fm, temos

$$r_\alpha = (1{,}2\times10^{-15}\text{ m})(4)^{1/3} = 1{,}90\times10^{-15}\text{ m}$$

$$r_{Al} = (1{,}2\times10^{-15}\text{ m})(27)^{1/3} = 3{,}60\times10^{-15}\text{ m}.$$

Quando as "superfícies" dos dois núcleos estão em contato, a distância entre os centros dos núcleos é

$$r = r_\alpha + r_{Al} = 1{,}90\times10^{-15}\text{ m} + 3{,}60\times10^{-15}\text{ m} = 5{,}50\times10^{-15}\text{ m}.$$

Assim, de acordo com a lei de conservação da energia, a energia necessária é

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_\alpha q_{Al}}{r} = \frac{(8{,}99\times10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(2\times1{,}6\times10^{-19}\text{ C})(13\times1{,}6\times10^{-19}\text{ C})}{5{,}50\times10^{-15}\text{ m}}$$

$$= 1{,}09\times10^{-12}\text{ J} = 6{,}79\times10^6\text{ eV} = 6{,}79\text{ MeV}.$$

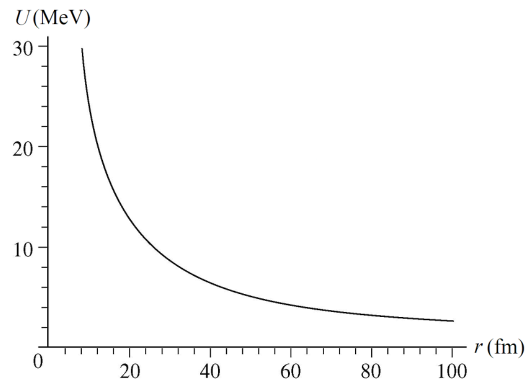
87. De acordo com a Eq. 24-43, temos

$$U = k\frac{(2e)(90e)}{r} = (8{,}99\times10^9\text{ V}\cdot\text{m/C})\frac{(1{,}60\times10^{-19}\text{ C})^2\,(180)}{r} = \frac{2{,}59\times10^{-7}}{r}\text{eV},$$

em que r está em metros. Convertendo r para femtômetros, obtemos

$$U = \frac{259}{r}\text{MeV}.$$

Esta equação está plotada na figura a seguir.



88. Supondo que a velocidade do núcleon é constante e usando a expressão clássica para a energia cinética, obtemos

$$t = \frac{d}{v} = \frac{d}{\sqrt{2K/m}} = 2r\sqrt{\frac{m_n}{2K}} = \frac{r}{c}\sqrt{\frac{2mc^2}{K}}$$

$$= \frac{(1{,}2\times10^{-15}\text{ m})(100)^{1/3}}{3{,}0\times10^{8}\text{ m/s}}\sqrt{\frac{2(938\text{ MeV})}{5\text{ MeV}}}$$

$$\approx 4\times10^{-22}\text{ s}.$$

89. Explicitando A na Eq. 42-3, obtemos

$$A = \left(\frac{r}{r_0}\right)^3 = \left(\frac{3{,}6\text{ fm}}{1{,}2\text{ fm}}\right)^3 = 27.$$

90. O problema dos sites de Internet é que não há garantia de que ainda estarão disponíveis quando o leitor tentar consultá-los. No momento, três sites nos quais as informações necessárias para resolver este problema podem ser colhidos são http://www.webelements.com; http://www.nndc.bnl.gov/nudat2. e http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/nucSearch.asp.

(a) De acordo com o Apêndice F, o número atômico 60 corresponde ao elemento neodímio (Nd). De acordo com as fontes consultadas, os isótopos encontrados na natureza são ^{142}Nd, ^{143}Nd, ^{144}Nd, ^{145}Nd, ^{146}Nd, ^{148}Nd e ^{150}Nd. Dois destes isótopos, ^{144}Nd e ^{150}Nd, não são realmente estáveis, mas possuem uma meia-vida muito maior que a idade do universo.

(b) De acordo com as fontes consultadas, os nuclídeos instáveis que possuem 60 nêutrons são os seguintes: ^{97}Rb, ^{98}Sr, ^{99}Y, ^{100}Zr, ^{101}Nb, ^{102}Mo, ^{103}Tc, ^{105}Rh, ^{109}In, ^{110}Sn, ^{111}Sb, ^{112}Te, ^{113}I, ^{114}Xe, ^{115}Cs e ^{116}Ba.

(c) De acordo com as fontes consultadas, os nuclídeos com número de massa igual a 60 são os seguintes: ^{60}Zn, ^{60}Cu, ^{60}Ni, ^{60}Co, ^{60}Fe, ^{60}Mn, ^{60}Cr e ^{60}V.

91. (a) Como, de acordo com o Apêndice F, a massa do ^{1}H é 1,007825 u, o novo valor de u seria 1,000000 vez maior que o valor atual. Assim, a massa do ^{12}C seria

$$12{,}000000/1{,}007825\text{ u} = 11{,}90683\text{ u}.$$

(b) A massa do ^{238}U seria 238,050785/1,007825 u = 236,2025 u.

92. (a) O número de massa A de um radionuclídeo varia de 4 no decaimento α e não varia no decaimento β. Se os números de massa de dois radionuclídeos são dados por $4n + k$ e $4n' + k$, em que k = 0, 1, 2, 3, o mais pesado pode decair no mais leve por meio de uma série de decaimentos α (e, possivelmente, β), já que a diferença entre os números de massa é um múltiplo inteiro de 4. Em outras palavras, se $A = 4n + k$, o número de massa, após m decaimentos α, passa a ser

$$A = 4n + k - 4m = 4(n - m) + k,$$

que pertence à mesma cadeia de decaimentos.

(b) No caso do ^{235}U, $235 = 58 \times 4 + 3 = 4n + 3$.

(c) No caso do ^{236}U, $236 = 59 \times 4 = 4n$.

d) No caso do ^{238}U, $238 = 59 \times 4 + 2 = 4n + 2$.

(e) No caso do ^{239}Pu, $239 = 59 \times 4 + 3 = 4n + 3$.

(f) No caso do ^{240}Pu, $240 = 60 \times 4 = 4n$.

(g) No caso do ^{245}Cm, $245 = 61 \times 4 + 1 = 4n + 1$.

(h) No caso do ^{246}Cm, $246 = 61 \times 4 + 2 = 4n + 2$.

(i) No caso do ^{249}Cf, $249 = 62 \times 4 + 1 = 4n + 1$.

(j) No caso do ^{253}Fm, $253 = 63 \times 4 + 1 = 4n + 1$.

93. A energia de desintegração é

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\mathrm{V}} - m_{\mathrm{Ti}})c^2 - E_K \\ &= (48{,}94852\,\mathrm{u} - 48{,}94787\,\mathrm{u})(931{,}5\,\mathrm{MeV/u}) - 0{,}00547\,\mathrm{MeV} \\ &= 0{,}600\,\mathrm{MeV} = 600\ \mathrm{keV}. \end{aligned}$$

94. Para localizar na carta da Fig. 42-5 (que está reproduzida em http://www.nndc.bnl.gov/nudat2) os nuclídeos da Tabela 42-1, basta encontrar o ponto correspondente às coordenadas (N, Z). Desta forma, é fácil verificar que todos são estáveis, exceto o ^{227}Ac e o ^{239}Pu.

95. (a) Explicitando t na Eq. 42-16 ($R = R_0 e^{-\lambda t}$), obtemos

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{R_0}{R} = \frac{T_{1/2}}{\ln 2}\ln\frac{R_0}{R} = \frac{14{,}28\,\mathrm{d}}{\ln 2}\ln\frac{3050}{170} = 59{,}5\,\mathrm{d}.$$

(b) O fator pedido é

$$\frac{R_0}{R} = e^{\lambda t} = e^{t\ln 2/T_{1/2}} = e^{(3{,}48\mathrm{d}/14{,}28\mathrm{d})\ln 2} = 1{,}18.$$

96. (a) Estudando a série de decaimentos, chegamos à conclusão de que N_{210}, o número de núcleos de ^{210}Pb, varia por causa de dois decaimentos: o decaimento de ^{226}Ra em ^{210}Pb à taxa $R_{226} = \lambda_{226}N_{226}$, e o decaimento de ^{210}Pb em ^{206}Pb, à taxa $R_{210} = \lambda_{210}N_{210}$. O primeiro desses decaimentos faz N_{210} aumentar, e o segundo faz N_{210} diminuir. Assim,

$$\frac{dN_{210}}{dt} = R_{226} - R_{210} = \lambda_{226}N_{226} - \lambda_{210}N_{210}.$$

(b) Fazendo $dN_{210}/dt = R_{226} - R_{210} = 0$, obtemos $R_{226}/R_{210} = 1{,}00$.

(c) Como $R_{226} = \lambda_{226}N_{226} = R_{210} = \lambda_{210}N_{210}$, temos

$$\frac{N_{226}}{N_{210}} = \frac{\lambda_{210}}{\lambda_{226}} = \frac{T_{1/2\,226}}{T_{1/2\,210}} = \frac{1{,}60 \times 10^3\ \text{anos}}{22{,}6\ \text{anos}} = 70{,}8.$$

(d) Se apenas 1,00% dos átomos de ^{226}Ra permanecem na amostra, a razão R_{226}/R_{210} é 0,00100 vez o valor de equilíbrio calculado no item (b). Assim, a razão é $(0{,}0100)(1) = 0{,}0100$.

(e) O raciocínio é semelhante ao do item (d). Como apenas 1,00% dos átomos de ^{226}Ra permanecem na amostra, a razão N_{226}/N_{210} é 1,00% do valor de equilíbrio calculado no item (c), ou seja, (0,0100)(70,8) = 0,708.

(f) Como o valor medido de N_{226}/N_{210} foi 0,09, que está muito mais próximo de 0,0100 do que de 1, a amostra do pigmento de chumbo não pode ter 300 anos. Isso significa que *Emaús* não foi pintado por Vermeer.

97. (a) Substituindo os infinitésimos por diferenças na Eq. 42-12, usamos o fato de que $N = 2{,}5 \times 10^{18}$ e $\Delta N = -12$ durante um intervalo de tempo $\Delta t = 1{,}0$ s para obter

$$\frac{\Delta N}{N} = -\lambda \Delta t \quad \Rightarrow \quad \lambda = 4{,}8 \times 10^{-18} \,/\, \mathrm{s}$$

(b) De acordo com a Eq. 42-18, $T_{1/2} = \ln 2/\lambda = 1{,}4 \times 10^{17}$ s, o que corresponde a aproximadamente 4,6 bilhões de anos.