

CAPÍTULO 40

1. O módulo L do momento angular orbital \vec{L} é dado pela Eq. 40-2: $L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar$. Por outro lado, a componente L_z é dada pela Eq. 40-7: $L_z = m_\ell\hbar$, em que $m_\ell = -\ell, \dots, +\ell$. Assim, o ângulo semiclássico satisfaz a relação $\cos\theta = L_z/L$. O menor valor do ângulo corresponde a $m = \ell$, o que nos dá

$$\cos\theta = \frac{\ell\hbar}{\sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{\ell}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}\right).$$

Para $\ell = 5$, $\theta = \cos^{-1}(5/\sqrt{30}) = 24,1^\circ$.

2. Para um dado número quântico n , existem n valores possíveis de ℓ , que vão de 0 a $n - 1$. Para cada valor de ℓ , existem $N_\ell = 2(2\ell + 1)$ estados eletrônicos. Assim, o número total de estados para um dado valor de n é

$$N_n = \sum_{\ell=0}^{n-1} N_\ell = 2 \sum_{\ell=0}^{n-1} (2\ell + 1) = 2n^2.$$

Para $n = 5$, essa expressão nos dá $N_n = 2n^2 = 2(5)^2 = 50$.

3. (a) De acordo com a Eq. 40-2,

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar = \sqrt{3(3+1)}(1,055 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}) = 3,65 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}.$$

(b) Com base na Eq. 40-7, $L_z = m_\ell\hbar$. A projeção é máxima para $m_\ell = \ell$, o que nos dá

$$[L_z]_{\max} = \ell\hbar = 3(1,055 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}) = 3,16 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}.$$

4. Para um dado número quântico n , existem n valores possíveis de ℓ , que vão de 0 a $n - 1$. Para cada valor de ℓ , existem $N_\ell = 2(2\ell + 1)$ estados eletrônicos. Assim, o número total de estados para um dado valor de n é

$$N_n = \sum_{\ell=0}^{n-1} N_\ell = 2 \sum_{\ell=0}^{n-1} (2\ell + 1) = 2n^2.$$

(a) Para $n = 4$, $N_n = 2(4^2) = 32$.

(b) Para $n = 1$, $N_n = 2(1^2) = 2$.

(c) Para $n = 3$, $N_n = 2(3^2) = 18$.

(d) Para $n = 2$, $N_n = 2(2^2) = 8$.

5. (a) Para um dado valor do número quântico principal n , o número quântico orbital ℓ varia de 0 a $n - 1$. Para $n = 3$, existem três valores possíveis: 0, 1 e 2.

(b) Para um dado valor de ℓ , o número quântico magnético m_ℓ varia de $-\ell$ a $+\ell$. Para $\ell = 1$, existem três valores possíveis: -1 , 0 e $+1$.

6. Para um dado valor do número quântico orbital ℓ , existem $(2\ell + 1)$ diferentes valores de m_ℓ . Para cada valor m_ℓ , o spin do elétron pode ter duas orientações diferentes. Assim, o número total de estados do elétron para um dado valor de ℓ é dado por $N_\ell = 2(2\ell + 1)$.

(a) Como $\ell = 3$, $N_\ell = 2(2 \times 3 + 1) = 14$.

(b) Como $\ell = 1$, $N_\ell = 2(2 \times 1 + 1) = 6$.

(c) Como $\ell = 1$, $N_\ell = 2(2 \times 1 + 1) = 6$.

(d) Como $\ell = 0$, $N_\ell = 2(2 \times 0 + 1) = 2$.

7. (a) O menor valor possível de ℓ é $\ell_{\min} = m_\ell = 4$.

(b) O menor valor possível de n é $n = \ell_{\min} + 1 = 5$.

(c) Como, para um elétron, m_s só pode assumir os valores $+1/2$ e $-1/2$, o número de valores possíveis de m_s é 2.

8. (a) Para $\ell = 3$, o maior valor possível de m_ℓ é $m_\ell = \ell = 3$.

(b) Existem dois estados ($m_s = +1/2$ e $m_s = -1/2$) com $m_\ell = 3$.

(c) Como existem sete valores possíveis de m_ℓ : $+3, +2, +1, 0, -1, -2, -3$, e dois valores possíveis de m_s , $+1/2$ e $-1/2$, o número total de estados disponíveis nesta subcamada é 14.

9. PENSE Conhecendo o valor de ℓ , o número quântico orbital, podemos determinar os valores do momento angular orbital e do momento magnético orbital.

FORMULE O módulo do momento angular orbital é

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar.$$

e o módulo do momento magnético orbital é

$$\mu_{\text{orb}} = \frac{e\hbar}{2m}\sqrt{\ell(\ell+1)} = \mu_B\sqrt{\ell(\ell+1)},$$

em que $\mu_B = e\hbar/2m$ é o magnéton de Bohr.

ANALISE (a) Para $\ell = 3$, temos

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar = \sqrt{3(3+1)}\hbar = \sqrt{12}\hbar.$$

e, portanto, em múltiplos de \hbar , $L = \sqrt{12} \approx 3,46$.

(b) Para $\ell = 3$, temos

$$\mu_{\text{orb}} = \sqrt{\ell(\ell+1)}\mu_B = \sqrt{12}\mu_B.$$

e, portanto, em múltiplos de μ_B , $\mu_{\text{orb}} = \sqrt{12} \approx 3,46$.

(c) O maior valor possível de m_ℓ é $m_\ell = \ell = 3$.

(d) Como $L_z = m_\ell\hbar$, o valor correspondente de L_z em múltiplos de \hbar é $L_z = 3$.

(e) Uma vez que $\mu_{\text{orb},z} = -m_\ell\mu_B$, o valor correspondente de $\mu_{\text{orb},z}$ em múltiplos de μ_B é $\mu_{\text{orb},z} = -3$.

(f) Podemos usar a Eq. 40-4 para calcular o ângulo entre o vetor momento angular orbital e o eixo z . Para $\ell = 3$ e $m_\ell = 3$, temos $\cos\theta = L_z/L = m_\ell/\sqrt{\ell(\ell+1)} = 3/\sqrt{12} = \sqrt{3}/2$, o que nos dá $\theta = 30,0^\circ$.

(g) Para $\ell = 3$ e $m_\ell = 2$, temos $\cos\theta = 2/\sqrt{12} = \sqrt{3}/3$, o que nos dá $\theta = 54,7^\circ$.

(h) Para $\ell = 3$ e $m_\ell = -3$, $\cos\theta = -3/\sqrt{12} = -\sqrt{3}/2$, o que nos dá $\theta = 150^\circ$.

APRENDA \vec{L} e $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ não podem ser medidos, mas podemos medir as componentes z desses vetores.

10. (a) Para $n = 3$, existem três valores possíveis de ℓ : 0, 1 e 2.

(b) Para $\ell = 2$, existem cinco valores possíveis de $m_\ell = -2, -1, 0, +1$ e $+2$.

(c) Como, para um elétron, quaisquer que sejam os valores de n , ℓ e m_ℓ , m_s só pode assumir os valores $+1/2$ e $-1/2$, o número de valores possíveis de m_s é 2.

(d) Como, de acordo com a solução do Problema 2, o número total de estados para um dado valor de n é $2n^2$, para $n = 3$ o número de estados possíveis é $2(3^2) = 18$.

(e) Cada subcamada é caracterizada por um valor diferente de ℓ . Como, para $n = 3$, existem três valores possíveis de ℓ , o número de subcamadas da camada $n = 3$ é 3.

11. PENSE Podemos medir uma das componentes de \vec{L} , como L_z , por exemplo, mas não podemos medir as três componentes.

FORMULE Como $L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$, $\sqrt{L_x^2 + L_y^2} = \sqrt{L^2 - L_z^2}$. Substituindo L^2 por $\ell(\ell + 1)\hbar^2$ e L_z por $m_\ell\hbar$, obtemos

$$\sqrt{L_x^2 + L_y^2} = \hbar\sqrt{\ell(\ell + 1) - m_\ell^2}.$$

ANALISE Para um dado valor de ℓ , o maior valor possível de m_ℓ é ℓ e, portanto, o menor valor possível de $\sqrt{L_x^2 + L_y^2}$ é $\hbar\sqrt{\ell(\ell + 1) - \ell^2} = \hbar\sqrt{\ell}$. Como o menor valor possível de m_ℓ é 0, o maior valor possível de $\sqrt{L_x^2 + L_y^2}$ é $\hbar\sqrt{\ell(\ell + 1)}$. Assim,

$$\hbar\sqrt{\ell} \leq \sqrt{L_x^2 + L_y^2} \leq \hbar\sqrt{\ell(\ell + 1)}.$$

APRENDA Depois que medimos a componente z de \vec{L} , as componentes x e y não podem ser medidas com precisão absoluta.

12. O momento angular da esfera, \vec{L}_{esfera} , tem o mesmo módulo que $\vec{L}_{\text{átomos}}$, o momento angular total dos átomos alinhados da esfera. O número de átomos da esfera é

$$N = \frac{N_A m}{M},$$

em que $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ é o número de Avogadro e $M = 0,0558 \text{ kg/mol}$ é a massa molar do ferro. O momento angular total dos átomos é, portanto,

$$L_{\text{átomos}} = 0,12 N (m_s \hbar) = 0,12 \frac{N_A m \hbar}{M}.$$

Por outro lado, de acordo com a Eq. 11-31 e a Tabela 10-2, o momento angular da esfera é

$$L_{\text{esfera}} = I\omega = \left(\frac{2}{5} mR^2\right)\omega.$$

Igualando as duas expressões e explicitando ω , obtemos

$$\begin{aligned} \omega &= 0,12 \frac{5N_A \hbar}{4MR^2} = 0,12 \frac{5(6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})(6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}/2\pi)}{4(0,0558 \text{ kg/mol})(2,00 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \\ &= 4,3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}. \end{aligned}$$

13. PENSE Um gradiente de campo magnético faz com que o átomo de prata seja submetido a uma força.

FORMULE A força a que o átomo de prata é submetido é dada por

$$F_z = -\frac{dU}{dz} = -\frac{d}{dz}(-\mu_z B) = \mu_z \frac{dB}{dz}$$

em que μ_z é a componente z do momento dipolar magnético do átomo de prata, e B é o campo magnético. A aceleração é

$$a = \frac{F_z}{M} = \frac{\mu_z (dB/dz)}{M},$$

em que M é a massa do átomo de prata.

ANALISE Usando os dados do Exemplo 40.01 “Separação do feixe no experimento de Stern-Gerlach”, obtemos

$$a = \frac{(9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(1,4 \times 10^3 \text{ T/m})}{1,8 \times 10^{-25} \text{ kg}} = 7,2 \times 10^4 \text{ m/s}^2.$$

APRENDA A deflexão do átomo de prata se deve à interação do momento dipolar magnético do átomo com o campo magnético. Entretanto, se o campo for uniforme, $dB/dz = 0$, e o átomo de prata não sofrerá deflexão.

14. (a) De acordo com a Eq. 40-19,

$$F = \mu_B \left| \frac{dB}{dz} \right| = (9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(1,6 \times 10^2 \text{ T/m}) = 1,5 \times 10^{-21} \text{ N}.$$

(b) O deslocamento vertical é

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m} \right) \left(\frac{l}{v} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1,5 \times 10^{-21} \text{ N}}{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}} \right) \left(\frac{0,80 \text{ m}}{1,2 \times 10^5 \text{ m/s}} \right)^2 = 2,0 \times 10^{-5} \text{ m} = 20 \text{ } \mu\text{m}.$$

15. O módulo do momento angular de spin é

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{(1/2)(1/2+1)}\hbar = (\sqrt{3}/2)\hbar.$$

A componente z pode ser $S_z = \hbar/2$ ou $-\hbar/2$.

(a) Se $S_z = \hbar/2$, o ângulo θ entre o vetor momento angular de spin e o semieixo z positivo é

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{S_z}{S} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 54,7^\circ.$$

(b) Se $S_z = -\hbar/2$, o ângulo é $\theta = 180^\circ - 54,7^\circ = 125,3^\circ \approx 125^\circ$.

16. (a) De acordo com a Fig. 40-10 e a Eq. 40-18,

$$\Delta E = 2\mu_B B = \frac{2(9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(0,50 \text{ T})}{1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 58 \text{ } \mu\text{eV}.$$

(b) Como $\Delta E = hf$, temos

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{9,27 \times 10^{-24} \text{ J}}{6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}} = 1,4 \times 10^{10} \text{ Hz} = 14 \text{ GHz}.$$

(c) O comprimento de onda é

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2,998 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,4 \times 10^{10} \text{ Hz}} = 2,1 \text{ cm}.$$

(d) Essa radiação está na faixa das micro-ondas.

17. Como, de acordo com a Eq. 40-22, o campo magnético total $B = B_{\text{local}} + B_{\text{ext}}$ satisfaz a relação $\Delta E = hf = 2\mu_B B$, temos

$$B_{\text{local}} = \frac{hf}{2\mu} - B_{\text{ext}} = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(34 \times 10^6 \text{ Hz})}{2(1,41 \times 10^{-26} \text{ J/T})} - 0,78 \text{ T} = 19 \text{ mT}.$$

18. Como, de acordo com a Fig. 40-10 e a Eq. 40-18, $\Delta E = 2\mu_B B_{\text{ef}}$, temos

$$B_{\text{ef}} = \frac{\Delta E}{2\mu_B} = \frac{hc}{2\lambda\mu_B} = \frac{1240 \text{ nm}\cdot\text{eV}}{2(21 \times 10^{-7} \text{ nm})(5,788 \times 10^{-5} \text{ eV/T})} = 51 \text{ mT}.$$

19. A energia de um dipolo magnético em um campo magnético externo \vec{B} é $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z B$, em que $\vec{\mu}$ é o momento dipolar magnético e μ_z é a componente do momento dipolar magnético na direção do campo. A energia necessária para mudar a direção

do momento, de paralela para antiparalela, é $\Delta E = \Delta U = 2\mu_z B$. Como a componente z do momento magnético de spin de um elétron é o magnéton de Bohr μ_B , temos

$$\Delta E = 2\mu_B B = 2(9,274 \times 10^{-24} \text{ J/T})(0,200 \text{ T}) = 3,71 \times 10^{-24} \text{ J}.$$

O comprimento de onda do fóton é

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{(6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(2,998 \times 10^8 \text{ m/s})}{3,71 \times 10^{-24} \text{ J}} = 5,35 \times 10^{-2} \text{ m} = 5,35 \text{ cm}.$$

20. De acordo com a Eq. 39-20, os quatro primeiros níveis do curral retangular são não degenerados, com energias $E_{1,1} = 1,25$, $E_{1,2} = 2,00$, $E_{1,3} = 3,25$ e $E_{2,1} = 4,25$ (em múltiplos de $h^2/8mL^2$). Assim, de acordo com o princípio de exclusão de Pauli, temos

$$E_{\text{fund}} = 2E_{1,1} + 2E_{1,2} + 2E_{1,3} + E_{2,1} = 2(1,25) + 2(2,00) + 2(3,25) + 4,25 = 17,25$$

em múltiplos de $h^2/8mL^2$.

21. De acordo com o princípio de exclusão de Pauli, dois elétrons ocupam os níveis $n = 1, 2, 3$ e um elétron ocupa o nível $n = 4$. Assim, de acordo com a Eq. 39-4,

$$\begin{aligned} E_{\text{fund}} &= 2E_1 + 2E_2 + 2E_3 + E_4 \\ &= 2\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)(1)^2 + 2\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)(2)^2 + 2\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)(3)^2 + \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)(4)^2 \\ &= (2+8+18+16)\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right) = 44\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right) \end{aligned}$$

e a energia no nível fundamental do sistema, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é 44.

22. Devido à degeneração do spin ($m_s = \pm 1/2$), cada estado pode acomodar dois elétrons. Assim, no diagrama de níveis de energia da Fig. 40-23, dois elétrons podem ocupar o estado fundamental, com energia $E_1 = 4(h^2/8mL^2)$, seis elétrons podem ocupar o estado triplo com $E_2 = 6(h^2/8mL^2)$, e assim por diante. No caso de 11 elétrons, a configuração de menor energia consiste em dois elétrons com $E_1 = 4(h^2/8mL^2)$, seis elétrons com $E_2 = 6(h^2/8mL^2)$, e três elétrons com $E_3 = 7(h^2/8mL^2)$. A energia desse estado é

$$\begin{aligned} E_{\text{fund}} &= 2E_1 + 6E_2 + 3E_3 = 2\left(\frac{4h^2}{8mL^2}\right) + 6\left(\frac{6h^2}{8mL^2}\right) + 3\left(\frac{7h^2}{8mL^2}\right) \\ &= [(2)(4) + (6)(6) + (3)(7)]\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right) = 65\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right). \end{aligned}$$

O primeiro estado excitado é formado por dois elétrons com $E_1 = 4(h^2/8mL^2)$, cinco elétrons com $E_2 = 6(h^2/8mL^2)$ e quatro elétrons com $E_3 = 7(h^2/8mL^2)$. A energia desse estado é

$$\begin{aligned} E_{1\text{ ex}} &= 2E_1 + 5E_2 + 4E_3 = 2\left(\frac{4h^2}{8mL^2}\right) + 5\left(\frac{6h^2}{8mL^2}\right) + 4\left(\frac{7h^2}{8mL^2}\right) \\ &= [(2)(4) + (5)(6) + (4)(7)]\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right) = 66\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right). \end{aligned}$$

Assim, a energia do primeiro estado excitado, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é 66.

23. PENSE A energia do estado fundamental do sistema é a soma das energias dos oito elétrons na configuração de menor energia.

FORMULE Em termos dos números quânticos n_x , n_y e n_z , as energias dos níveis do sistema são dadas por

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{h^2}{8mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2).$$

O nível de menor energia é o nível com $n_x = 1$, $n_y = 1$, e $n_z = 1$, cuja energia é $E_{1,1,1} = 3(h^2/8mL^2)$. Existem dois elétrons com essa energia, um com o spin para cima e outro com o spin para baixo. O nível seguinte é triplamente degenerado, e sua energia é

$$E_{1,1,2} = E_{1,2,1} = E_{2,1,1} = 6(h^2/8mL^2).$$

Como cada um dos estados pode ser ocupado por dois elétrons, um com o spin para cima e outro com o spin para baixo, esse nível de energia comporta seis elétrons. Isso significa que os oito elétrons ocupam apenas dois níveis de energia.

ANALISE A energia do sistema no estado fundamental é

$$E_{\text{fund}} = (2)(3)(h^2/8mL^2) + (6)(6)(h^2/8mL^2) = 42(h^2/8mL^2).$$

Assim, a energia do estado fundamental, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é 42.

APRENDA A tabela que se segue mostra a configuração do estado fundamental e a energia de cada nível, em múltiplos de $h^2/8mL^2$.

n_x	n_y	n_z	m_s	energia
1	1	1	$-1/2, +1/2$	3 + 3
1	1	2	$-1/2, +1/2$	6 + 6
1	2	1	$-1/2, +1/2$	6 + 6
2	1	1	$-1/2, +1/2$	6 + 6
			total	42

24. (a) De acordo com a Eq. 39-20, as energias dos cinco primeiros níveis do curral retangular, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, são as seguintes:

$$E_{1,1} = 1,25, E_{1,2} = 2,00, E_{1,3} = 3,25, E_{2,1} = 4,25, E_{2,2} = 5,00.$$

Note que o nível $E_{2,2}$ é duplamente degenerado (o estado $E_{2,2}$ tem a mesma energia que o estado $E_{1,4}$), mas isso não afeta a solução do problema. Na segunda configuração de menor energia, que corresponde ao primeiro estado excitado, os três primeiros níveis estão totalmente ocupados, o quarto nível está vazio e o quinto nível está parcialmente ocupado. A energia correspondente, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é

$$E_{1\text{ ex}} = 2E_{1,1} + 2E_{1,2} + 2E_{1,3} + E_{2,2} = 2(1,25) + 2(2,00) + 2(3,25) + 5,00 = 18,00.$$

(b) Na terceira configuração de maior energia, que corresponde ao segundo estado excitado, os dois primeiros níveis estão totalmente ocupados, o terceiro está parcialmente ocupado e o quarto está totalmente ocupado. A energia correspondente, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é

$$E_{2\text{ ex}} = 2E_{1,1} + 2E_{1,2} + E_{1,3} + 2E_{2,1} = 2(1,25) + 2(2,00) + 3,25 + 2(4,25) = 18,25.$$

(c) Na quarta configuração de maior energia, que corresponde ao terceiro estado excitado, os dois primeiros níveis estão totalmente ocupados e os três níveis seguintes estão parcialmente ocupados. A energia correspondente, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é

$$E_{3\text{ ex}} = 2E_{1,1} + 2E_{1,2} + E_{1,3} + E_{2,1} + E_{2,2} = 2(1,25) + 2(2,00) + 3,25 + 4,25 + 5,00 = 19,00.$$

(d) O diagrama a seguir mostra os níveis de energia deste problema e do Problema 40-20.

_____ terceiro estado excitado: $E = 19,00(h^2/8mL^2)$

_____ segundo estado excitado: $E = 18,25(h^2/8mL^2)$

_____ primeiro estado excitado: $E = 18,00(h^2/8mL^2)$

_____ estado fundamental: $E = 17,25(h^2/8mL^2)$

25. (a) Na segunda configuração de menor energia do sistema do Problema 40-21, que corresponde ao primeiro estado excitado, os dois primeiros níveis estão totalmente ocupados, o terceiro nível está parcialmente ocupado e o quarto nível está totalmente ocupado. A energia correspondente, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é

$$E_{1\text{ ex}} = 2E_1 + 2E_2 + E_3 + 3E_4 = 2(1)^2 + 2(2)^2 + (3)^2 + 2(4)^2 = 51.$$

(b) Na terceira configuração de menor energia, que corresponde ao segundo estado excitado, os três primeiros níveis estão totalmente ocupados, o quarto nível está vazio e o quinto nível está parcialmente ocupado. A energia correspondente, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é

$$E_{2\text{ ex}} = 2E_1 + 2E_2 + 2E_3 + E_5 = 2(1)^2 + 2(2)^2 + 2(3)^2 + (5)^2 = 53.$$

(c) Na quarta configuração de menor energia, que corresponde ao terceiro estado excitado, o primeiro nível está totalmente ocupado, o segundo nível está parcialmente ocupado e os dois níveis seguintes estão totalmente ocupados. A energia correspondente, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é

$$E_{3\text{ ex}} = 2E_1 + E_2 + 2E_3 + 2E_4 = 2(1)^2 + (2)^2 + 2(3)^2 + 2(4)^2 = 56.$$

(d) O diagrama a seguir mostra os níveis de energia deste problema e do Problema 40-21.

_____	terceiro estado excitado: $E = 56(h^2/8mL^2)$
_____	segundo estado excitado: $E = 53(h^2/8mL^2)$
_____	primeiro estado excitado: $E = 51(h^2/8mL^2)$
_____	estado fundamental: $E = 44(h^2/8mL^2)$

26. De acordo com a Eq. 39-21, os níveis de energia do sistema são dados por

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2} \right) = \frac{h^2}{8mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2).$$

O nível fundamental é o nível $E_{1,1,1} = 3(h^2/8mL^2)$, com $n_x = n_y = n_z = 1$.

Os três níveis seguintes são triplamente degenerados:

$$E' = E_{1,1,2} = E_{1,2,1} = E_{2,1,1} = 6(h^2/8mL^2)$$

$$E'' = E_{1,2,2} = E_{2,2,1} = E_{2,1,2} = 9(h^2/8mL^2)$$

$$E''' = E_{1,1,3} = E_{1,3,1} = E_{3,1,1} = 11(h^2/8mL^2).$$

O nível seguinte é não degenerado:

$$E_{2,2,2} = (2^2 + 2^2 + 2^2)(h^2/8mL^2) = 12(h^2/8mL^2).$$

O nível seguinte é seis vezes degenerado e tem uma energia

$$E'''' = 14(h^2/8mL^2).$$

(a) Na segunda configuração de menor energia do sistema do Problema 40-23, que corresponde ao primeiro estado excitado, o primeiro nível está totalmente ocupado, o segundo nível está ocupado por cinco elétrons e o terceiro nível está ocupado por um elétron. A energia correspondente, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é

$$E_{1\text{ ex}} = 2E_{1,1,1} + 5E' + E'' = 2(3) + 5(6) + 9 = 45.$$

(b) Na terceira configuração de menor energia do sistema do Problema 40-23, que corresponde ao segundo estado excitado, o primeiro nível está totalmente ocupado, o segundo nível está ocupado por cinco elétrons, o terceiro nível está vazio e o quarto nível está ocupado por um elétron. A energia correspondente, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é

$$E_{2\text{ ex}} = 2E_{1,1,1} + 5E' + E'' = 2(3) + 5(6) + 11 = 47.$$

(c) A quarta menor energia do sistema do Problema 40-23, que corresponde ao terceiro estado excitado, está associada a duas diferentes configurações. Na primeira, o primeiro nível está totalmente ocupado, o segundo nível está ocupado por cinco elétrons, o terceiro e quarto níveis estão vazios e o quinto nível está ocupado por um elétron. A energia correspondente, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é

$$E_{3\text{ex}} = 2E_{1,1,1} + 5E' + E''' = 2(3) + 5(6) + 12 = 48.$$

Na segunda, o primeiro nível está totalmente ocupado, o segundo está ocupado por quatro elétrons e o terceiro está ocupado por um elétron.

(d) O diagrama a seguir mostra os níveis de energia deste problema e do Problema 40-23.

_____	terceiro estado excitado: $E = 48(h^2/8mL^2)$
_____	segundo estado excitado: $E = 47(h^2/8mL^2)$
_____	primeiro estado excitado: $E = 45(h^2/8mL^2)$
_____	estado fundamental: $E = 42(h^2/8mL^2)$

27. PENSE Os estados dos elétrons em um átomo são especificados por quatro números quânticos: n , ℓ , m_ℓ e m_s .

FORMULE Um átomo de lítio tem três elétrons. Os primeiros dois elétrons têm números quânticos $(1, 0, 0, +1/2)$ e $(1, 0, 0, -1/2)$ e ocupam todos os estados disponíveis com número quântico principal $n = 1$. Os estados de menor energia, depois dos dois primeiros, têm $n = 2$.

No caso dos estados com $n = 2$, o número quântico orbital pode ter os valores $\ell = 0$ e $\ell = 1$; desses estados, os estados com $\ell = 0$ são os que têm menor energia. Se $\ell = 0$, o número quântico magnético deve ser $m_\ell = 0$, já que essa é a única possibilidade para $\ell = 0$. O número quântico de spin pode ter os valores $m_s = -1/2$ e $m_s = +1/2$. Como não existe um campo magnético externo aplicado, as energias dos dois estados de spin são iguais.

ANALISE (a) De acordo com o que foi visto aqui, se o átomo está no estado fundamental, os números quânticos do terceiro elétron podem ser $n = 2$, $\ell = 0$, $m_\ell = 0$ e $m_s = -1/2$ ou $n = 2$, $\ell = 0$, $m_\ell = 0$ e $m_s = +1/2$ ou, em notação mais compacta, $(2, 0, 0, +1/2)$ e $(2, 0, 0, -1/2)$.

(b) O nível seguinte é um nível com $n = 2$ e $\ell = 1$. O número quântico orbital pode ser $m_\ell = -1, 0$ ou $+1$; o número quântico de spin pode ser $m_s = -1/2$ ou $+1/2$. Assim, $(n, \ell, m_\ell, m_s) = (2, 1, 1, +1/2)$, $(2, 1, 1, -1/2)$, $(2, 1, 0, +1/2)$, $(2, 1, 0, -1/2)$, $(2, 1, -1, +1/2)$, e $(2, 1, -1, -1/2)$.

APRENDA De acordo com o princípio de exclusão de Pauli, dois elétrons do mesmo átomo não podem ter o mesmo conjunto de números quânticos.

28. Para um dado número quântico n , existem n valores possíveis de ℓ , que vão de 0 a $n - 1$. Para cada valor de ℓ , existem $N_\ell = 2(2\ell + 1)$ estados eletrônicos. Assim, o número total de estados para um dado valor de n é

$$N_n = \sum_{\ell=0}^{n-1} N_\ell = 2 \sum_{\ell=0}^{n-1} (2\ell + 1) = 2n^2.$$

29. De acordo com o resultado do Problema 40-28, o número de estados com o mesmo número quântico n é $2n^2$. Assim, no caso de um átomo com 110 elétrons, se os níveis fossem ocupados na ordem crescente de n , teríamos dois elétrons na camada $n = 1$, oito elétrons na camada $n = 2$, 18 elétrons na camada $n = 3$, 32 elétrons na camada $n = 4$ e os 50 elétrons restantes na camada $n = 5$ que comporta exatamente 50 elétrons. Esses elétrons seriam colocados nas subcamadas na ordem s, p, d, f, g, h, \dots e a configuração resultante seria $5s^2 5p^6 5d^{10} 5f^{14} 5g^{18}$. Assim, o número quântico ℓ do último elétron, em notação espectroscópica, seria g .

Na verdade, por causa da interação entre os elétrons, a configuração dos elétrons no estado fundamental do darmstádio é

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14} 5s^2 5p^6 5d^{10} 5f^{14} 6s^2 6p^6 6d^9 7s^1.$$

30. Quando um átomo de hélio se encontra no estado fundamental, os dois elétrons estão no estado $1s$, com $n = 1$, $\ell = 0$ e $m_\ell = 0$. Em um desses elétrons, o spin aponta para cima ($m_s = +1/2$); no outro, o spin aponta para baixo ($m_s = -1/2$). Assim,

(a) os números quânticos (n, ℓ, m_ℓ, m_s) do elétron cujo spin aponta para cima são $(1, 0, 0, +1/2)$.

(b) os números quânticos (n, ℓ, m_ℓ, m_s) do elétron cujo spin aponta para baixo são $(1, 0, 0, -1/2)$.

31. Nos três elementos, as primeiras três camadas ($n = 1$ a 3), que podem acomodar $2 + 8 + 18 = 28$ elétrons, estão totalmente ocupadas. No caso do selênio ($Z = 34$), restam $34 - 28 = 6$ elétrons para serem acomodados. Dois desses elétrons vão para a subcamada $4s$ e os outros quatro vão para a subcamada $4p$.

(a) A última subcamada ocupada do selênio é a subcamada $4p$.

(b) A subcamada $4p$ é ocupada por quatro elétrons.

No caso do bromo ($Z = 35$), a última subcamada ocupada também é a subcamada $4p$, que, neste caso, contém cinco elétrons.

(c) A última subcamada ocupada do bromo é a subcamada $4p$.

(d) A subcamada $4p$ é ocupada por cinco elétrons.

No caso do criptônio ($Z = 36$), a última subcamada ocupada também é a subcamada $4p$, que, neste caso, contém seis elétrons.

(e) A última subcamada ocupada do criptônio é a subcamada $4p$.

(f) A subcamada $4p$ é ocupada por seis elétrons.

32. (a) Existem três valores possíveis para m_ℓ ($1, 0$ e -1) e dois valores possíveis para m_s ($+1/2$ e $-1/2$). Os estados possíveis são $(m_{\ell 1}, m_{s1}, m_{\ell 2}, m_{s2}) = (1, +1/2, 1, -1/2), (1, +1/2, 0, +1/2), (1, +1/2, 0, -1/2), (1, +1/2, -1, +1/2), (1, +1/2, -1, -1/2), (1, -1/2, 0, +1/2), (1, -1/2, 0, -1/2), (1, -1/2, -1, +1/2), (1, -1/2, -1, -1/2), (0, +1/2, 0, -1/2), (0, +1/2, -1, +1/2), (0, +1/2, -1, -1/2), (0, -1/2, -1, +1/2), (0, -1/2, -1, -1/2), (-1, +1/2, -1, -1/2)$. Assim, existem 15 estados possíveis.

(b) Existem seis estados proibidos pelo princípio de exclusão de Pauli, nos quais os dois elétrons têm os mesmos números quânticos: $(m_{\ell 1}, m_{s1}, m_{\ell 2}, m_{s2}) = (1, +1/2, 1, +1/2), (1, -1/2, 1, -1/2), (0, +1/2, 0, +1/2), (0, -1/2, 0, -1/2), (-1, +1/2, -1, +1/2), (-1, -1/2, -1, -1/2)$. Assim, se o princípio de exclusão de Pauli não existisse, seriam possíveis $15 + 6 = 21$ estados.

33. A energia cinética adquirida pelo elétron é dada por eV , em que V é a diferença de potencial a que o elétron é submetido. Um fóton de comprimento de onda mínimo (que, de acordo com a relação $E = hc/\lambda$, corresponde a um fóton de máxima energia) é produzido quando toda a energia cinética do elétron é convertida na energia do fóton em um evento como o da Fig. 40-14. Assim, temos

$$eV = \frac{hc}{\lambda_{\min}} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0,10 \text{ nm}} = 1,24 \times 10^4 \text{ eV}$$

e a diferença de potencial é $V = 1,24 \times 10^4 \text{ V} = 12,4 \text{ kV}$.

34. De acordo com as Eqs. 38-1 e 40-1, a diferença de energia é

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ keV} \cdot \text{pm}}{193 \text{ pm}} = 6,42 \text{ keV}.$$

Note que, para o hidrogênio, a diferença de energia correspondente é

$$\Delta E_{12} = -(13,6 \text{ eV}) \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right) \approx 10 \text{ eV}.$$

A diferença é muito maior no caso do ferro porque o núcleo do ferro contém 26 prótons, que exercem uma força muito maior sobre os elétrons das camadas K e L do que o único próton do hidrogênio.

35. **PENSE** Raios X são produzidos quando um alvo sólido (feito de prata, neste caso) é bombardeado com elétrons com energia cinética da ordem de keV.

FORMULE O comprimento de onda de corte é $\lambda_{\min} = hc/K_0$, em que K_0 é a energia cinética inicial do elétron.

ANALISE (a) Para $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$, temos

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K_0} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{35 \times 10^3 \text{ eV}} = 3,54 \times 10^{-2} \text{ nm} = 35,4 \text{ pm}.$$

(b) Um fóton K_α é emitido quando um elétron do alvo passa da camada L para a camada K . A energia do fóton é

$$E = 25,51 \text{ keV} - 3,56 \text{ keV} = 21,95 \text{ keV}$$

e o comprimento de onda é

$$\lambda_{K\alpha} = hc/E = (1240 \text{ eV} \cdot \text{nm})/(21,95 \times 10^3 \text{ eV}) = 5,65 \times 10^{-2} \text{ nm} = 56,5 \text{ pm}.$$

(c) Um fóton K_β é emitido quando um elétron do alvo passa da camada M para a camada K . A energia do fóton é

$$E = 25,51 \text{ keV} - 0,53 \text{ keV} = 24,98 \text{ keV}$$

e o comprimento de onda é

$$\lambda_{K\beta} = (1240 \text{ eV} \cdot \text{nm})/(24,98 \times 10^3 \text{ eV}) = 4,96 \times 10^{-2} \text{ nm} = 49,6 \text{ pm}.$$

APRENDA Note que o comprimento de onda de corte λ_{\min} depende apenas da energia cinética dos elétrons incidentes.

36. (a) De acordo com as Eqs. 40-23 e Eq. 38-4, temos

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV} = \frac{1240 \text{ keV} \cdot \text{pm}}{50,0 \text{ keV}} = 24,8 \text{ pm}.$$

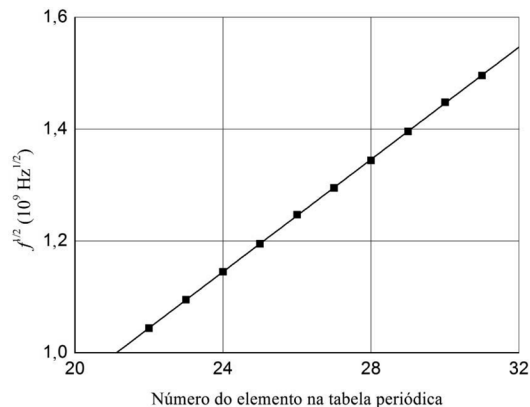
(b) Os valores de λ para as linhas K_α e K_β não dependem do potencial de aceleração dos elétrons e, portanto, permanecem os mesmos.

37. Suponha que um elétron, cuja energia é E e cujo momento tem módulo p , se transforme espontaneamente em um fóton. De acordo com a lei de conservação da energia, a energia do fóton é E e, de acordo com as Eqs. 38-2 e 38-7, o módulo do momento é $p_f = E/c$. A energia E e o momento p_e do elétron estão relacionados através da Eq. 37-55:

$$E^2 = (p_e c)^2 + (mc^2)^2 \Rightarrow p_e = \sqrt{(E/c)^2 - (mc)^2}.$$

Como a massa do elétron não é nula, $p_e < E/c$ e, portanto, $p_e \neq p_f$ e o momento não é conservado, a não ser que uma terceira partícula participe da reação.

38. A figura a seguir mostra o gráfico obtido usando a Eq. 38-1 para calcular as frequências a partir dos comprimentos de onda. A inclinação da reta de mínimos quadrados é $5,02 \times 10^7 \text{ Hz}^{1/2}$, um valor bem próximo do que foi mencionado no Módulo 40-6 ($4,96 \times 10^7 \text{ Hz}^{1/2}$).



39. PENSE A frequência dos raios X característicos é proporcional a $(Z - 1)^2$, em que Z é o número atômico do material do alvo.

FORMULE A razão entre o comprimento de onda λ_{Nb} da linha K_{α} do nióbio e o comprimento de onda λ_{Ga} da linha K_{α} do gálio é dada por

$$\lambda_{\text{Nb}}/\lambda_{\text{Ga}} = (Z_{\text{Ga}} - 1)^2 / (Z_{\text{Nb}} - 1)^2,$$

em que Z_{Nb} é o número atômico do nióbio (41) e Z_{Ga} é o número atômico do gálio (31). Assim,

$$\frac{\lambda_{\text{Nb}}}{\lambda_{\text{Ga}}} = \frac{30^2}{40^2} = \frac{9}{16} \approx 0,563.$$

APRENDA A frequência da linha K_{α} é dada pela Eq. 40-26:

$$f = (2,46 \times 10^{15} \text{ Hz})(Z-1)^2.$$

40. (a) Como, de acordo com as Eqs. 38-2 e 40-26, a energia das linhas características de raios X é diretamente proporcional a $(Z-1)^2$, em que Z é o número atômico dos átomos do alvo, a razão entre as energias dos fótons associados às linhas K_{α} de dois elementos cujos números atômicos são Z e Z' é

$$\frac{E}{E'} = \left(\frac{Z-1}{Z'-1} \right)^2.$$

(b) Para $Z = 92$ e $Z' = 13$, temos

$$\frac{E}{E'} = \frac{f}{f'} = \left(\frac{Z-1}{Z'-1} \right)^2 = \left(\frac{92-1}{13-1} \right)^2 = 57,5.$$

(c) Para $Z = 92$ e $Z' = 3$, temos

$$\frac{E}{E'} = \left(\frac{92-1}{3-1} \right)^2 = 2,07 \times 10^3.$$

41. De acordo com as Eqs. 36-34 e 39-6, temos

$$d = \frac{mhc}{2\Delta E \sin \theta} = \frac{(1)(1240 \text{ keV} \cdot \text{nm})}{2(8,979 \text{ keV} - 0,951 \text{ keV})(\sin 74,1^\circ)} = 80,3 \text{ pm}.$$

42. De acordo com a Eq. 39-6 e a Fig. 40-13, temos

$$\Delta E = E_L - E_M = \frac{hc}{\lambda_L} - \frac{hc}{\lambda_M} = \frac{1240 \text{ keV} \cdot \text{pm}}{63,0 \text{ pm}} - \frac{1240 \text{ keV} \cdot \text{pm}}{71,0 \text{ pm}} = 2,2 \text{ keV}.$$

43. (a) Para que um elétron de um nível mais elevado possa decair para a subcamada K , um elétron deve ser removido dessa subcamada, o que requer uma energia de 69,5 keV. Assim, o menor valor do potencial de aceleração é 69,5 kV.

(b) Com a aceleração calculada no item (a), a energia cinética dos elétrons incidentes é 69,5 keV. Isso significa que a energia de um fóton com o comprimento de onda λ_{min} é 69,5 keV; portanto, o comprimento de onda é

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{69,5 \times 10^3 \text{ eV}} = 1,78 \times 10^{-2} \text{ nm} = 17,8 \text{ pm}.$$

(c) Como a energia de um fóton associado à linha K_{α} é $69,5 \text{ keV} - 11,3 \text{ keV} = 58,2 \text{ keV}$, o comprimento de onda é

$$\lambda_{K_{\alpha}} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{58,2 \times 10^3 \text{ eV}} = 2,13 \times 10^{-2} \text{ nm} = 21,3 \text{ pm}.$$

(d) Como a energia de um fóton associado à linha K_α é $69,5 \text{ keV} - 2,30 \text{ keV} = 67,2 \text{ keV}$, o comprimento de onda é

$$\lambda_{K\beta} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{67,2 \times 10^3 \text{ eV}} = 1,85 \times 10^{-2} \text{ nm} = 18,5 \text{ pm}.$$

44. É mais fácil começar a solução pelo item (b).

(b) Vamos chamar os comprimentos de onda dos dois fótons de λ_1 e $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$. Nesse caso,

$$eV = \frac{hc}{\lambda_1} + \frac{hc}{\lambda_1 + \Delta\lambda} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{-(\Delta\lambda/\lambda_0 - 2) \pm \sqrt{(\Delta\lambda/\lambda_0)^2 + 4}}{2/\Delta\lambda}.$$

Como $\Delta\lambda = 130 \text{ pm}$ e $\lambda_0 = hc/eV = (1240 \text{ keV} \cdot \text{pm})/20 \text{ keV} = 62 \text{ pm}$, temos

$$\lambda_1 = \frac{-(130 \text{ pm}/62 \text{ pm} - 2) + \sqrt{(130 \text{ pm}/62 \text{ pm})^2 + 4}}{2/62 \text{ pm}} = 87 \text{ pm},$$

em que escolhemos o sinal positivo da raiz quadrada para que $\lambda_1 > 0$.

(a) A energia cinética do elétron após a primeira colisão é

$$K = K_i - \frac{hc}{\lambda_1} = 20 \text{ keV} - \frac{1240 \text{ keV} \cdot \text{pm}}{87 \text{ pm}} = 5,7 \text{ keV}.$$

(c) A energia do primeiro fóton é

$$E_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{1240 \text{ keV} \cdot \text{pm}}{87 \text{ pm}} = 14 \text{ keV}.$$

(d) O comprimento de onda do segundo fóton é

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = 87 \text{ pm} + 130 \text{ pm} = 2,2 \times 10^2 \text{ pm}.$$

(e) A energia do segundo fóton é

$$E_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{1240 \text{ keV} \cdot \text{pm}}{2,2 \times 10^2 \text{ pm}} = 5,7 \text{ keV}.$$

45. A energia cinética inicial do elétron é $K_0 = 50,0 \text{ keV}$. Depois da primeira colisão, a energia cinética é $K_1 = 25 \text{ keV}$; depois da segunda, é $K_2 = 12,5 \text{ keV}$; depois da terceira, é zero.

(a) A energia do fóton produzido na primeira colisão é $50,0 \text{ keV} - 25,0 \text{ keV} = 25,0 \text{ keV}$. O comprimento de onda correspondente é

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{25,0 \times 10^3 \text{ eV}} = 4,96 \times 10^{-2} \text{ nm} = 49,6 \text{ pm}.$$

(b) A energia do fóton produzido na segunda colisão é $25,0 \text{ keV} - 12,5 \text{ keV} = 12,5 \text{ keV}$. O comprimento de onda correspondente é

$$\lambda = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{12,5 \times 10^3 \text{ eV}} = 9,92 \times 10^{-2} \text{ nm} = 99,2 \text{ pm}.$$

46. Como se trata de uma transição do nível $n = 2$ para o nível $n = 1$, a combinação da Eq. 40-26 com a Eq. 40-24 nos dá

$$f = \left(\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \right) \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) (Z-1)^2$$

e, portanto, a constante da Eq. 40-27 é

$$C = \sqrt{\frac{3m_e e^4}{32\epsilon_0^2 h^3}} = 4,9673 \times 10^7 \text{ Hz}^{1/2}.$$

Devemos comparar os resultados da Eq. 40-27 (elevados ao quadrado e multiplicados pelos valores precisos de h/e dados no Apêndice B para calcular as energias correspondentes) com as energias da tabela das energias das linhas K_α (em eV) apresentada no final do enunciado. Os números atômicos dos elementos podem ser encontrados no Apêndice F e no Apêndice G.

(a) No caso do Li, $Z = 3$, e temos

$$E_{\text{teórica}} = \frac{h}{e} C^2 (Z-1)^2 = \frac{6,6260688 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{1,6021765 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} (4,9673 \times 10^7 \text{ Hz}^{1/2})^2 (3-1)^2 = 40,817 \text{ eV}.$$

A diferença percentual é

$$\text{diferença percentual} = 100 \left(\frac{E_{\text{teórica}} - E_{\text{experimental}}}{E_{\text{experimental}}} \right) = 100 \left(\frac{40,817 - 54,3}{54,3} \right) = -24,8\% \approx -25\%.$$

(b) No caso do Be, um cálculo semelhante ao do item (a), com $Z = 4$, nos dá uma diferença percentual de -15% .

(c) No caso do B, um cálculo semelhante ao do item (a), com $Z = 5$, nos dá uma diferença percentual de -11% .

(d) No caso do C, um cálculo semelhante ao do item (a), com $Z = 6$, nos dá uma diferença percentual de $-7,9\%$.

(e) No caso do N, um cálculo semelhante ao do item (a), com $Z = 7$, nos dá uma diferença percentual de $-6,4\%$.

(f) No caso do O, um cálculo semelhante ao do item (a), com $Z = 8$, nos dá uma diferença percentual de $-4,7\%$.

(g) No caso do F, um cálculo semelhante ao do item (a), com $Z = 9$, nos dá uma diferença percentual de $-3,5\%$.

(h) No caso do Ne, um cálculo semelhante ao do item (a), com $Z = 10$, nos dá uma diferença percentual de $-2,6\%$.

(i) No caso do Na, um cálculo semelhante ao do item (a), com $Z = 11$, nos dá uma diferença percentual de $-2,0\%$.

(j) No caso do Mg, um cálculo semelhante ao do item (a), com $Z = 12$, nos dá uma diferença percentual de $-1,5\%$.

Note que a diferença entre o valor teórico e o valor experimental da energia diminui à medida que Z aumenta. A aproximação mais questionável do Módulo 40-6 é a substituição $e^4 \rightarrow (Z-1)^2 e^4$, que poderia muito bem ser $e^4 \rightarrow (Z-0,9)^2 e^4$ ou $e^4 \rightarrow (Z-0,8)^2 e^4$. Para grandes valores de Z , os resultados obtidos usando essas aproximações são praticamente os mesmos, já que $Z - \xi \approx Z$ para $Z \gg \xi$.

47. Seja P a potência do laser e seja E a energia dos fótons emitidos. Nesse caso, o número de fótons que o laser emite por segundo é

$$R = \frac{P}{E} = \frac{P}{hc/\lambda} = \frac{P\lambda}{hc} = \frac{(5,0 \times 10^{-3} \text{ W})(0,80 \times 10^{-6} \text{ m})}{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(2,998 \times 10^8 \text{ m/s})} = 2,0 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}.$$

48. De acordo com o Apêndice C, a Lua está a uma distância $R = 3,82 \times 10^8 \text{ m}$ da Terra. O ângulo do “cone” de luz é 2θ . De acordo com a Eq. 36-12, para pequenos ângulos, o diâmetro D do disco central de difração da superfície da Lua é

$$D = 2R \sin \theta \approx 2R\theta = 2R \left(\frac{1,22\lambda}{d} \right) = \frac{2(3,82 \times 10^8 \text{ m})(1,22)(600 \times 10^{-9} \text{ m})}{0,12 \text{ m}} = 4,7 \times 10^3 \text{ m} = 4,7 \text{ km}.$$

49. Se f é a largura da faixa de frequências da luz visível, o número de canais que poderiam ser acomodados é

$$N = \frac{\Delta f}{10 \text{ MHz}} = \frac{(2,998 \times 10^8 \text{ m/s})[(450 \text{ nm})^{-1} - (650 \text{ nm})^{-1}]}{10 \text{ MHz}} = 2 \times 10^7,$$

um número muito maior do que o número de canais que podem ser acomodados na faixa de frequências das micro-ondas.

50. De acordo com a Eq. 40-29, $N_2/N_1 = e^{-(E_2-E_1)/kT}$. Explicitando T , obtemos

$$T = \frac{E_2 - E_1}{k \ln(N_1/N_2)} = \frac{3,2 \text{ eV}}{(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}) \ln(2,5 \times 10^{15} / 6,1 \times 10^{13})} = 1,0 \times 10^4 \text{ K}.$$

51. **PENSE** O número de átomos em um estado de energia E é proporcional a $e^{-E/kT}$, em que T é a temperatura em kelvins e k é a constante de Boltzmann.

FORMULE A razão entre o número de átomos no décimo terceiro estado excitado e o número de átomos no décimo primeiro estado excitado é

$$\frac{n_{13}}{n_{11}} = \frac{e^{-E_{13}/kT}}{e^{-E_{11}/kT}} = e^{-(E_{13}-E_{11})/kT} = e^{-\Delta E/kT},$$

em que $E = E_{13} - E_{11}$ é a diferença entre as energias dos dois estados:

$$\Delta E = E_{13} - E_{11} = 2(1,2 \text{ eV}) = 2,4 \text{ eV}.$$

ANALISE Para a temperatura dada, $kT = (8,62 \times 10^{-2} \text{ eV/K})(2000 \text{ K}) = 0,1724 \text{ eV}$. Assim,

$$\frac{n_{13}}{n_{11}} = e^{-2,4/0,1724} = 9,0 \times 10^{-7}.$$

APRENDA Como a energia do décimo terceiro estado excitado é maior que a energia do décimo primeiro estado excitado, esperamos que haja menos elétrons no décimo terceiro estado excitado do que no décimo primeiro estado excitado.

52. A energia do pulso luminoso é

$$E_p = P\Delta t = (2,80 \times 10^6 \text{ J/s})(0,500 \times 10^{-6} \text{ s}) = 1,400 \text{ J}.$$

Como a energia de cada fóton é

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(2,998 \times 10^8 \text{ m/s})}{424 \times 10^{-9} \text{ m}} = 4,69 \times 10^{-19} \text{ J},$$

o número de fótons contidos no pulso é

$$N = \frac{E_p}{E} = \frac{1,400 \text{ J}}{4,69 \times 10^{-19} \text{ J}} = 3,0 \times 10^{18} \text{ fótons}.$$

Como cada átomo sofreu emissão estimulada apenas uma vez, o número de átomos que contribuíram para o pulso luminoso também é $3,0 \times 10^{18}$.

53. Se P é a potência do laser e E é a energia dos fótons emitidos, o número de fótons emitidos por segundo é

$$R = \frac{P}{E} = \frac{P}{hc/\lambda} = \frac{P\lambda}{hc} = \frac{(2,3 \times 10^{-3} \text{ W})(632,8 \times 10^{-9} \text{ m})}{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(2,998 \times 10^8 \text{ m/s})} = 7,3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}.$$

54. De acordo com o Exemplo 40.04 “Inversão de população em um laser”, se o comprimento de onda da luz emitida é 550 nm, a razão entre as populações dos dois estados à temperatura ambiente é $N_x/N_0 = 1,3 \times 10^{-38}$. Se n é o número de mols do gás, $N_0 = nN_A$, em que N_A é a constante de Avogadro. Para $N_x = 10$, temos

$$n = \frac{N_x}{(1,3 \times 10^{-38})N_A} = \frac{10}{(1,3 \times 10^{-38})(6,02 \times 10^{23})} = 1,3 \times 10^{15} \text{ mol}.$$

55. (a) Se t é o tempo de duração dos pulsos, a largura dos pulsos é

$$L = ct = (3,00 \times 10^8 \text{ m/s})(1,20 \times 10^{-11} \text{ s}) = 3,60 \times 10^{-3} \text{ m} = 3,60 \text{ mm}.$$

(b) Se E_p é a energia dos pulsos, E é a energia dos fótons e N é o número de fótons emitidos em um único pulso, $E_p = NE$. A energia dos pulsos é

$$E_p = \frac{0,150 \text{ J}}{1,602 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 9,36 \times 10^{17} \text{ eV}$$

e a energia dos fótons é

$$E = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{694,4 \text{ nm}} = 1,786 \text{ eV}.$$

Assim,

$$N = \frac{E_p}{E} = \frac{9,36 \times 10^{17} \text{ eV}}{1,786 \text{ eV}} = 5,24 \times 10^{17} \text{ fótons}.$$

56. Considere dois níveis, 1 e 2, com $E_2 > E_1$. Como $T = -|T| < 0$,

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-(E_2 - E_1)/kT} = e^{-|E_2 - E_1|/(-k|T|)} = e^{|E_2 - E_1|/k|T|} > 1.$$

Assim, $N_2 > N_1$, o que constitui uma inversão de população. Explicitando T , obtemos

$$T = -|T| = -\frac{E_2 - E_1}{k \ln(N_2/N_1)} = -\frac{2,26 \text{ eV}}{(8,62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}) \ln(1 + 0,100)} = -2,75 \times 10^5 \text{ K}.$$

57. (a) Vamos chamar de 1 o nível de maior energia e de 2 o nível de menor energia. Como $N_1/N_2 = e^{-(E_2 - E_1)/kT}$, temos

$$N_1 = N_2 e^{-(E_1 - E_2)/kT} = N_2 e^{-hc/\lambda kT} = (4,0 \times 10^{20}) \exp \left[-\frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{(580 \text{ nm})(8,62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})(300 \text{ K})} \right] \\ = 5,0 \times 10^{-16} \ll 1,$$

o que significa que o nível de cima está praticamente vazio.

(b) Com $N_1 = 3,0 \times 10^{20}$ átomos emitindo fótons e $N_2 = 1,0 \times 10^{20}$ átomos absorvendo fótons, a energia liberada é

$$E = (N_1 - N_2)E_{\text{fóton}} = (N_1 - N_2) \frac{hc}{\lambda} = (2,0 \times 10^{20}) \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(2,998 \times 10^8 \text{ m/s})}{580 \times 10^{-9} \text{ m}} \\ = 68 \text{ J}.$$

58. No caso de um harmônico de ordem n de uma onda estacionária de comprimento de onda λ em uma cavidade de largura L , $n\lambda = 2L$, o que nos dá $n\Delta\lambda + \lambda\Delta n = 0$. Fazendo $n = 1$ e usando a relação $\lambda = 2L/n$, obtemos

$$|\Delta\lambda| = \frac{\lambda|\Delta n|}{n} = \frac{\lambda}{n} \left(\frac{\lambda}{2L} \right) = \frac{(533 \text{ nm})^2}{2(8,0 \times 10^7 \text{ nm})} = 1,8 \times 10^{-12} \text{ m} = 1,8 \text{ pm}.$$

59. Para que haja emissão estimulada, é necessário que exista um estado com um longo tempo de vida acima de um estado com um curto tempo de vida nos dois tipos de átomo. Além disso, para que a luz emitida pelos átomos do tipo A produzam emissão estimulada nos átomos do tipo B, é preciso que transições nos dois tipos de átomo tenham a mesma energia. Essas condições são satisfeitas para a transição do estado de 6,9 eV (com um tempo de vida de 3 ms) para o estado de 3,9 eV (com um tempo de vida de 3 μ s) dos átomos tipo A e para a transição do estado de 10,8 eV (com um tempo de vida de 3 ms) para o estado de 7,8 eV (com um tempo de vida de 3 μ s) dos átomos tipo B. Assim, a energia por fóton da emissão estimulada dos átomos do tipo B é 10,8 eV - 7,8 eV = 3,0 eV.

60. (a) O raio do disco central é

$$R = \frac{1,22 f \lambda}{d} = \frac{(1,22)(3,50 \text{ cm})(515 \text{ nm})}{3,00 \text{ mm}} = 7,33 \mu\text{m}.$$

(b) A intensidade média do feixe incidente é

$$\frac{P}{\pi d^2/4} = \frac{4(5,00 \text{ W})}{\pi(3,00 \text{ mm})^2} = 7,07 \times 10^5 \text{ W/m}^2.$$

(c) A intensidade média no disco central é

$$\frac{(0,84)P}{\pi R^2} = \frac{(0,84)(5,00 \text{ W})}{\pi(7,33 \mu\text{m})^2} = 2,49 \times 10^{10} \text{ W/m}^2.$$

61. (a) Supondo que os dois espelhos são refletores perfeitos, existe um nó em cada extremidade do meio e, portanto, existe um número inteiro de meios comprimentos de onda ao longo do meio. O comprimento de onda no meio é $\lambda_c = \lambda/n$, em que λ é o comprimento de onda no vácuo e n é o índice de refração do meio. Assim, $N(\lambda/2n) = L$, em que N é o número de nós da onda estacionária e L é o comprimento do meio, o que nos dá

$$N = \frac{2nL}{\lambda} = \frac{2(1,75)(0,0600 \text{ m})}{694 \times 10^{-9} \text{ m}} = 3,03 \times 10^5.$$

(b) Como $\lambda = c/f$, em que f é a frequência, $N = 2nLf/c$ e $\Delta N = (2nL/c) \Delta f$. Portanto,

$$\Delta f = \frac{c \Delta N}{2nL} = \frac{(2,998 \times 10^8 \text{ m/s})(1)}{2(1,75)(0,0600 \text{ m})} = 1,43 \times 10^9 \text{ Hz} = 1,43 \text{ GHz}.$$

(c) Como a velocidade da luz no meio é c/n e a distância percorrida pela luz em um percurso de ida e volta é $2L$, o tempo que a luz leva para fazer uma viagem de ida e volta é $2nL/c$, o que, de acordo com a expressão para Δf obtida no item (b), corresponde a $1/\Delta f$.

(d) A frequência é

$$f = c/\lambda = (2,998 \times 10^8 \text{ m/s})/(694 \times 10^{-9} \text{ m}) = 4,32 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

e o aumento relativo da frequência é

$$\Delta f/f = (1,43 \times 10^9 \text{ Hz})/(4,32 \times 10^{14} \text{ Hz}) = 3,31 \times 10^{-6}.$$

62. A energia dos fótons é

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(2,998 \times 10^8 \text{ m/s})}{694 \times 10^{-9} \text{ m}} = 2,87 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

Como os fótons emitidos pelos íons de Cr que estão no estado excitado podem ser absorvidos pelos íons que se encontram no estado fundamental, a potência média emitida durante o pulso é

$$P = \frac{(N_1 - N_0)E}{\Delta t} = \frac{(0,600 - 0,400)(4,00 \times 10^{19})(2,87 \times 10^{-19} \text{ J})}{2,00 \times 10^{-6} \text{ s}} = 1,1 \times 10^6 \text{ J/s} = 1,1 \text{ MW}.$$

63. Devido à degeneração do spin ($m_s = \pm 1/2$), cada estado pode acomodar dois elétrons. Assim, no diagrama de níveis de energia da Fig. 40-25, dois elétrons podem ocupar o estado fundamental, de energia $E_1 = 3(h^2/8mL^2)$, seis elétrons podem ocupar o “estado triplo” de energia $E_2 = 6(h^2/8mL^2)$, e assim por diante. No caso de um sistema de 22 elétrons, a configuração de menor energia é formada por dois elétrons com energia $E_1 = 3(h^2/8mL^2)$, seis elétrons de energia $E_2 = 6(h^2/8mL^2)$, seis elétrons de energia $E_3 = 9(h^2/8mL^2)$, seis elétrons de energia $E_4 = 11(h^2/8mL^2)$ e dois elétrons de energia $E_5 = 12(h^2/8mL^2)$. A energia do estado fundamental do sistema é

$$\begin{aligned}
E_{\text{fundamental}} &= 2E_1 + 6E_2 + 6E_3 + 6E_4 + 2E_5 \\
&= 2\left(\frac{3h^2}{8mL^2}\right) + 6\left(\frac{6h^2}{8mL^2}\right) + 6\left(\frac{9h^2}{8mL^2}\right) + 6\left(\frac{11h^2}{8mL^2}\right) + 2\left(\frac{12h^2}{8mL^2}\right) \\
&= [(2)(3) + (6)(6) + (6)(9) + (6)(11) + (2)(12)]\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right) \\
&= 186\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right).
\end{aligned}$$

Assim, a energia do estado fundamental, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é 186.

64. (a) Inicialmente, as moléculas são excitadas do nível de energia E_0 para o nível de energia E_2 . Assim, o comprimento de onda λ da luz solar responsável pela excitação satisfaz a equação

$$\Delta E = E_2 - E_0 = \frac{hc}{\lambda},$$

o que nos dá

$$\lambda = \frac{hc}{E_2 - E_0} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0,289 \text{ eV} - 0} = 4,3 \times 10^3 \text{ nm} = 4,3 \mu\text{m}.$$

(b) Como o efeito laser acontece quando os elétrons decaem do nível E_2 para o nível E_1 , o comprimento de onda λ' da luz emitida satisfaz a equação

$$\Delta E' = E_2 - E_1 = \frac{hc}{\lambda'},$$

o que nos dá

$$\lambda' = \frac{hc}{E_2 - E_1} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0,289 \text{ eV} - 0,165 \text{ eV}} = 1,00 \times 10^4 \text{ nm} = 10 \mu\text{m}.$$

(c) Tanto λ como λ' estão na região do infravermelho.

65. (a) A diferença de energia é

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = (1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}) \left(\frac{1}{588,995 \text{ nm}} - \frac{1}{589,592 \text{ nm}} \right) = 2,13 \text{ meV}.$$

(b) Como, de acordo com a Fig. 40-10 e a Eq. 40-18, $E = 2\mu_B B$, temos

$$B = \frac{\Delta E}{2\mu_B} = \frac{2,13 \times 10^{-3} \text{ eV}}{2(5,788 \times 10^{-5} \text{ eV/T})} = 18 \text{ T}.$$

66. (a) A diferença de energia entre os estados 1 e 2 é igual à energia do fóton emitido. Como a frequência do fóton é $f = 1666 \text{ MHz}$, a energia é

$$E_2 - E_1 = hf = (4,14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})(1666 \text{ MHz}) = 6,90 \times 10^{-6} \text{ eV} = 6,9 \mu\text{eV}.$$

(b) Essa frequência fica na região das ondas de rádio.

67. Como, de acordo com as Eqs. 38-4 e 40-23, $eV = hc/\lambda_{\min}$, temos

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV} = \frac{1240 \text{ nm} \cdot \text{eV}}{eV} = \frac{1240 \text{ pm} \cdot \text{keV}}{eV} = \frac{1240 \text{ pm}}{V}.$$

68. (a) Como, de acordo com o Apêndice C, a distância entre a Terra e a Lua é $d_{TL} = 3,82 \times 10^8$ m, o tempo é dado por

$$t = \frac{2d_{TL}}{c} = \frac{2(3,82 \times 10^8 \text{ m})}{2,998 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2,55 \text{ s}.$$

(b) Vamos chamar de δt a indeterminação do tempo e fazer $2\delta d_{TL} = 15$ cm. Nesse caso, como $d_{TL} \propto t$, $\delta t/t = \delta d_{TL}/d_{TL}$. Explicitando δt , obtemos

$$\delta t = \frac{t\delta d_{TL}}{d_{TL}} = \frac{(2,55 \text{ s})(0,15 \text{ m})}{2(3,82 \times 10^8 \text{ m})} = 5,0 \times 10^{-10} \text{ s} = 0,50 \text{ ns}.$$

(c) A divergência angular do feixe é

$$\theta = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1,5 \times 10^3}{d_{TL}} \right) = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1,5 \times 10^3}{3,82 \times 10^8} \right) = (4,5 \times 10^{-4})^\circ.$$

69. **PENSE** A intensidade da luz no alvo é dada por $I = P/A$, em que P é a potência do laser e A é a área do feixe na posição do alvo. Estamos interessados em calcular o valor de I e comparar esse valor com 10^8 W/m^2 .

FORMULE O feixe se espalha por causa da difração que acontece na abertura do laser. Considere a parte do feixe que pertence ao máximo central da figura de difração. A posição angular do limite dessa região é dada por $\sin \theta = 1,22\lambda/d$, em que λ é o comprimento de onda e d é o diâmetro da abertura. Na posição do alvo, que está a uma distância D da abertura do laser, o raio do feixe é $r = D \tan \theta$. Como θ é pequeno, podemos usar a aproximação $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ (em radianos). Assim,

$$r = D\theta = 1,22D\lambda/d.$$

ANALISE (a) A intensidade do feixe na posição do alvo é

$$I = \frac{P}{\pi r^2} = \frac{Pd^2}{\pi(1,22D\lambda)^2} = \frac{(5,0 \times 10^6 \text{ W})(4,0 \text{ m})^2}{\pi[1,22(3000 \times 10^3 \text{ m})(3,0 \times 10^{-6} \text{ m})]^2} = 2,1 \times 10^5 \text{ W/m}^2,$$

insuficiente para destruir o míssil.

(b) Expressando o comprimento de onda em termos da intensidade e fazendo $I = 1,0 \times 10^8 \text{ W/m}^2$, obtemos

$$\lambda = \frac{d}{1,22D} \sqrt{\frac{P}{\pi I}} = \frac{4,0 \text{ m}}{1,22(3000 \times 10^3 \text{ m})} \sqrt{\frac{5,0 \times 10^6 \text{ W}}{\pi(1,0 \times 10^8 \text{ W/m}^2)}} = 1,40 \times 10^{-7} \text{ m} = 140 \text{ nm}.$$

APRENDA O comprimento de onda calculado está na faixa dos raios X do espectro eletromagnético.

70. (a) A energia dos fótons responsáveis pela linha K_β é

$$E_\beta = \frac{hc}{\lambda_\beta} = \frac{1240 \text{ keV} \cdot \text{nm}}{63,0 \text{ pm}} = 19,7 \text{ keV}.$$

(b) A energia dos fótons responsáveis pela linha K_α é

$$E_\alpha = \frac{hc}{\lambda_\alpha} = \frac{1240 \text{ keV} \cdot \text{pm}}{71,0 \text{ pm}} = 17,5 \text{ keV}.$$

(c) Tanto o Zr como o Nb podem ser usados, já que $E_\alpha < 18,00 \text{ eV} < E_\beta$ e $E_\alpha < 18,99 \text{ eV} < E_\beta$, mas a substância mais apropriada é o Zr porque sua energia de ionização é muito menor que a energia dos fótons da linha K_β .

(d) A segunda substância mais apropriada é o Nb.

71. O número quântico principal n deve ser maior que 3. Os valores permitidos do número quântico magnético m_ℓ são $-3, -2, -1, 0, +1, +2$ e $+3$. Os valores permitidos do número quântico de spin são $-1/2$ e $+1/2$.

72. Em uma camada com número quântico principal n , o número total de estados disponíveis para os elétrons é $2n^2$ (veja o Problema 40-2). Assim, no caso das primeiras quatro camadas ($n = 1$ a 4), o número de estados disponíveis é 2, 8, 18 e 32. Como $2 + 8 + 18 + 32 = 60 < 63$, de acordo com a ordem “natural”, as primeiras quatro camadas do átomo de európio estariam completas e restariam $63 - 60 = 3$ elétrons para preencher parcialmente a camada $n = 5$. Dois desses elétrons ocupariam a subcamada 5s, deixando apenas um elétron na subcamada seguinte, que é a subcamada 5p. Nas reações químicas, este elétron teria a tendência de se transferir para outro elemento, deixando os 62 elétrons restantes em uma configuração estável semelhante à do sódio, que possui também apenas um elétron em uma subcamada, a subcamada 3s.

73. PENSE Um femtossegundo (fs) é igual a 10^{-15} s.

FORMULE O comprimento de um pulso é dado por $L = c\Delta t$, em que Δt é a duração do pulso. Assim, o número de comprimentos de onda contidos em um pulso é

$$N = \frac{L}{\lambda} = \frac{c\Delta t}{\lambda}.$$

ANALISE (a) Para $\lambda = 500$ nm e $\Delta t = 10 \times 10^{-15}$ s, temos

$$N = \frac{L}{\lambda} = \frac{(3,0 \times 10^8 \text{ m/s})(10 \times 10^{-15} \text{ s})}{500 \times 10^{-9} \text{ m}} = 6,0.$$

(b) Explicitando X na relação dada, obtemos

$$X = \frac{(1 \text{ s})(1 \text{ m})}{10 \times 10^{-15} \text{ m}} = \frac{1 \text{ s}}{(10 \times 10^{-15})(3,15 \times 10^7 \text{ s/ano})} = 3,2 \times 10^6 \text{ anos}.$$

APRENDA Os lasers que geram pulsos com uma duração da ordem de femtossegundos têm importantes aplicações em áreas como microusinagem e armazenamento ótico de dados.

74. Usando os valores precisos dados no Apêndice B, temos

$$\begin{aligned} \hbar &= \frac{h}{2\pi} = \frac{6,62606876 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{2\pi} = 1,05457 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = \frac{1,05457 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1,6021765 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} \\ &= 6,58 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}. \end{aligned}$$

75. Se os elétrons não tivessem spin, o número de estados disponíveis em cada camada seria reduzido à metade. Assim, os valores de Z para os gases nobres ($Z = 2, 10, 18, 36, 54$ e 86) também seriam reduzidos à metade e se tornariam $Z = 1, 5, 9, 18, 27$ e 43 . Deste conjunto, o único que corresponde ao número atômico de um gás nobre é $Z = 18$. Assim, o elemento de número atômico 36, que é o argônio, é o único que continuaria a ser um gás nobre.

76. (a) O valor de ℓ satisfaz a relação

$$\sqrt{\ell(\ell+1)} = \frac{L}{\hbar} = \frac{mvr}{\hbar},$$

em que L é o momento angular da Terra, m é a massa da Terra, v é a velocidade orbital da Terra e r é o raio da órbita da Terra.

Para grandes valores de ℓ , podemos usar a aproximação

$$\sqrt{\ell(\ell+1)} \approx \sqrt{\ell^2} = \ell,$$

o que nos dá, usando os dados do Apêndice C,

$$\ell = \frac{mvr}{\hbar} = \frac{(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})(29,8 \times 10^3 \text{ m/s})(150 \times 10^9 \text{ m})}{6,63 \times 10^{-34} / 2\pi \text{ J} \cdot \text{s}} \approx 3 \times 10^{74}.$$

(b) O número de orientações permitidas é $2\ell + 1 \approx 2(3 \times 10^{74}) = 6 \times 10^{74}$.

(c) Como

$$\cos \theta_{\min} = \frac{m_{\ell \max}}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} = \frac{\ell}{\sqrt{\ell^2 + \ell}} = \frac{1}{(1+1/\ell)^{1/2}} = (1+1/\ell)^{-1/2} \approx 1 - \frac{1}{2\ell}$$

e, como θ_{\min} é pequeno,

$$\cos \theta_{\min} \approx 1 - \frac{\theta_{\min}^2}{2},$$

temos

$$\frac{\theta_{\min}^2}{2} = \frac{1}{2\ell} \Rightarrow \theta_{\min} = \frac{1}{\sqrt{\ell}} = \frac{1}{\sqrt{3 \times 10^{74}}} \approx 6 \times 10^{-38} \text{ rad.}$$

De acordo com o princípio de correspondência, os efeitos quânticos desaparecem quando $\hbar \rightarrow 0$. Neste caso, como \hbar/L é extremamente pequeno, os efeitos quânticos são desprezíveis e θ_{\min} para todos os efeitos é nulo, como prevê a teoria clássica.

77. De acordo com as Eqs. 40-23 e 38-4,

$$h = \frac{eV\lambda_{\min}}{c} = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(40,0 \times 10^3 \text{ eV})(31,1 \times 10^{-12} \text{ m})}{2,998 \times 10^8 \text{ m/s}} = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}.$$

78. A diferença de energia entre os dois estados é

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda_A} - \frac{1}{\lambda_B} \right) = (1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}) \left(\frac{1}{500 \text{ nm}} - \frac{1}{510 \text{ nm}} \right) = 0,049 \text{ eV}.$$

79. (a) O campo elétrico é

$$E = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2R} + \frac{r^2}{2R^3} \right) \right] = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3} \right).$$

(b) O campo elétrico é zero para $r = R$:

$$E(r = R) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R^2} - \frac{R}{R^3} \right) = 0.$$

De acordo com a lei de Gauss, o campo elétrico também é zero para $r \geq R$.

(c) Para $r = R$, o potencial elétrico é

$$V(r = R) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{3}{2R} + \frac{R^2}{2R^3} \right) = 0.$$

O potencial elétrico também é zero para $r \geq R$.