

# UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

## ALGEBRA

### 4ta. Lista de Exercicios

Prof. Claudio Plinio

- 1) Seja  $(\mathbb{Z}, +)$  o grupo dos inteiros com a operação de soma usual, mostre que  $(G, +)$ , onde  $G = \text{Conjunto dos numeros pares}$ .  
 $*$  = Soma usual nos inteiros  
é um subgrupo.
- 2) Seja  $(G, *)$  o grupo onde  $G = \text{Conjunto das matrizes } 2 \times 2$  e  
 $*$  = Soma usual de matrizes.  
Mostre que  $H$  o conjunto das matrices diagonais é um subgrupo.
- 3) Seja  $(G, *)$  o grupo onde,  $G = \text{Conjunto dos numeros multiplos de 5}$  e  
 $*$  = Soma usual nos inteiros.  
Mostre que  $H = \text{Inteiros multiplos de 25}$  é um subgrupo de  $(G, *)$
- 4) Seja  
$$S_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \right\}$$
  
O grupo  $(S_3, \circ)$  de permutações de 3 elementos (O grupo estudado em aula).
  - i. Ache 2 subgrupos de ordem 2.
  - ii. Ache 2 subgrupos de ordem 3.
  - iii. Será que você poderia encontrar um subgrupo de ordem 4?
  - iv. Será que você poderia encontrar um subgrupo de ordem 5?
- 5) Enunciar o Teorema de Lagrange e dar alguns exemplos.
- 6) Seja  $(G, *)$  um grupo e sejam  $(H, *)$  e  $(K, *)$  subgrupos de  $(G, *)$ .  
Então mostre que  $H \cap K \neq \phi$  e que  $(H \cap K, *)$  é um subgrupo de  $(G, *)$

**Entregar esta lista no dia da prova**