Instituto de Matemática

Gabarito da 2^a Lista de Teoria da Computação

Professora: Maria Alice Silveira de Brito

Data: **22/11/2011**

1. Mostre que:

   (a) cada linguagem abaixo não é regular,

   (b) cada linguagem abaixo é livre de contexto,

   (c) Apresente um autômato de pilha determinístico que as reconheça, por estado final e pilha vazia.

$L_1 = \{a^i b^j : i = j, i \geq 1, j \geq 1\}$

Se L_1 é uma linguagem regular, então L_1 satisfaz o teorema do bombeamento para linguagens regulares.

Theorem 1 *Seja L uma linguagem regular. Então, existe um natural n_0 tal que qualquer cadeia w de L com comprimento $|w| \geq n_0$, w pode ser decomposta em três cadeias x, y e $z (w = xyz)$ de forma que $|xy| \leq n_0, y \neq \varepsilon$ e para qualquer $t \geq 1, xy^t z \in L$.*

Então suponha por contradição que L seja regular. Considere n_0 como no teorema e a palavra temos uma palavra $w = a^{n_0} b^{n_0}$ de L. Então pelo Teorema do bombeamento $w = a^{n_0} b^{n_0} = xyz$ com $|xy| \leq n_0$.
Então como $y \neq \varepsilon$, $y = a^t, t > 0$, e assim $xy^2 z = a^{n_0+t} b^{n_0}$, e portanto $xy^2 z \notin L$.
Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$
$S \rightarrow aRb$
$R \rightarrow aRb|\varepsilon)$
Seja $A = (K = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, A, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_3\})$, onde
$(q_0, a, X) = (q_1, AX)$,
$(q_1, a, A) = (q_1, AA)$,
$(q_1, b, A) = (q_2, \diamond)$,
$(q_2, b, A) = (q_2, \diamond)$,
$(q_2, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$.

$L_2 = \{a^i b^j : 2i = j, i \geq 1, j \geq 1\}$

Então temos uma palavra $a^i b^j$ de L_2, e supomos por contradição que L_1 é regular e que $|a^i b^j| \geq n$. Então pelo Teorema do bombeamento $a^i b^j = uvw$ como no teorema. Qual seria a opção para v:

(a) Se v só tem a's, então o número de a's de $uv^i w$ é diferente de $\frac{j}{2}$ b's, se $t \geq 2$, e assim $uv^t w \notin L_2$.

(b) Se v só tem b's, então o número de b's de $uv^i w$ é diferente de $2i$ a's, se $t \geq 2$ e assim $uv^t w \notin L_2$.

(c) Se v tem a's e b's, então $uv^i w$ tem um b antes de um a com $t \geq 2$, e assim $uv^t w \notin L_2$.

Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$
$S \rightarrow aRbb$
$R \rightarrow aRbb|\varepsilon)$
Seja $A = (K = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, A, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_3\})$, onde
$(q_0, a, X) = (q_1, AAX)$,
$(q_1, a, A) = (q_1, AAA)$,
$(q_1, b, A) = (q_2, \diamond)$,
$(q_2, b, A) = (q_2, \diamond)$,
$(q_2, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$.

$L_3 = \{a^i b^j : i \leq j, i \geq 1, j \geq 1\}$

Consideramos $a^i b^j = uvw$ com $i \geq n$ para o teorema do bombeamento.
Assim, como $|uv| \leq n$, a opção para v seria somente bombear a' e então para $k \geq j$ temos que $uv^k w$ tem mais a's do que b's e $uv^k w \notin L_3$.
Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$
$S \rightarrow aRb$
$R \rightarrow Rb|aRb|\varepsilon)$
Seja $A = (K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, A, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_4\})$, onde

$(q_0, a, X) = (q_1, AX)$,

$(q_1, a, A) = (q_1, AA)$,

$(q_1, b, A) = (q_2, \diamond)$,

$(q_2, b, A) = (q_2, \diamond)$,

$(q_2, b, X) = (q_3, X)$,

$(q_3, b, X) = (q_3, X)$,

$(q_2, \varepsilon, X) = (q_4, \diamond)$,

$(q_3, \varepsilon, X) = (q_4, \diamond)$.

$L_4 = \{a^i b^j : i \geq j, i \geq 1, j \geq 1\}$

Observamos que o Teorema do bombeamento tem uma versão fácil de provar que:

Theorem 2 *Seja L uma linguagem regular. Então, existe um natural n tal que qualquer cadeia z de L com comprimento maior ou igual a n pode ser decomposta em três cadeias u, v e $w (z = uvw)$ de forma que $|uv| \leq n$ ou $|vw| \leq n, v \neq \varepsilon$ e para qualquer $i \geq 1, uv^i w \in L$.*

Consideramos $a^i b^j = uvw$ com $j \geq n$.
Assim, se $|vw| \leq n$, a opção para v seria somente bombear b' e então para $k \geq i$ temos que $uv^k w$ tem mais b's do que a's e $uv^k w \notin L_3$.
Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$
$S \rightarrow aRb$
$R \rightarrow aR|aRb|\varepsilon)$
Seja $A = (K = \{q_0, q_1\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, A, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_3\})$, onde
$(q_0, a, X) = (q_1, AX)$,
$(q_1, a, A) = (q_1, AA)$,
$(q_1, b, A) = (q_2, \diamond)$,
$(q_2, b, A) = (q_2, \diamond)$,
$(q_2, \varepsilon, A) = (q_3, \diamond)$,
$(q_3, \varepsilon, A) = (q_3, \diamond)$,
$(q_3, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$,
$(q_2, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$.

$L_5 = \{a^ib^j : i = j, i \geq 0, j \geq 0\}$ Consideramos $a^ib^j = uvw$ com $i \geq n$. Assim, como $\lvert uv\rvert \leq n$, a opção para v seria somente bombear a's e então para $k \geq j$ temos que uv^kw tem mais a's do que b's e $uv^kw \notin L_5$. Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$ $S \to aRb\lvert\varepsilon$ Seja $A = (K = \{q_0, q_1\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, A, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_3\})$, onde $(q_0, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$, $(q_0, a, X) = (q_1, AX)$, $(q_1, a, A) = (q_1, AA)$, $(q_1, b, A) = (q_2, \diamond)$, $(q_2, b, A) = (q_2, \diamond)$, $(q_2, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$.	$L_6 = \{a^ib^j : 2i = j, i \geq 0, j \geq 0\}$ Consideramos $a^ib^j = uvw$ com $j \geq n$. Assim, se $\lvert vw\rvert \leq n$, a opção para v seria somente bombear b's e então para $k \geq 2$ temos que uv^kw tem i a's e mais que $2i+k$ b's e assim $uv^kw \notin L_5$. Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$ $S \to aSbb\lvert\varepsilon$ Seja $A = (K = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, A, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_3\})$, onde $(q_0, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$, $(q_0, a, X) = (q_1, AAX)$, $(q_1, a, A) = (q_1, AAA)$, $(q_1, b, A) = (q_2, \diamond)$, $(q_2, b, A) = (q_2, \diamond)$, $(q_2, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$.
$L_7 = \{a^ib^j : i \leq j, i \geq 0, j \geq 0\}$ Consideramos $a^ib^j = uvw$ com $i \geq n$. Assim, como $\lvert uv\rvert \leq n$, a opção para v seria somente bombear a's e então para $k \geq j$ temos que uv^kw tem mais a's do que b's e $uv^kw \notin L_7$. Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$ $S \to aSb\lvert Sb\rvert\varepsilon$ Seja $A = (K = \{q_0, q_1\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, A, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_3\})$, onde $(q_0, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$, $(q_0, a, X) = (q_1, AX)$, $(q_0, b, X) = (q_2, X)$, $(q_1, a, A) = (q_1, AA)$, $(q_1, b, A) = (q_2, \diamond)$, $(q_2, b, A) = (q_2, \diamond)$, $(q_2, b, X) = (q_2, X)$, $(q_2, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$.	$L_8 = \{a^ib^j : i \geq j, i \geq 0, j \geq 0\}$ Consideramos $a^ib^j = uvw$ com $j \geq n$. Assim, se $\lvert vw\rvert \geq n$, a opção para v seria somente bombear b's e então para $k \geq j$ temos que uv^kw tem i a's e mais que i b's e assim $uv^kw \notin L_8$. Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$ $S \to aSb\lvert aS\varepsilon$ Seja $A = (K = \{q_0, q_1\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, A, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_3\})$, onde $(q_0, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$, $(q_0, a, X) = (q_1, AX)$, $(q_1, a, A) = (q_1, AA)$, $(q_1, \varepsilon, A) = (q_3, \diamond)$, $(q_1, b, A) = (q_2, \diamond)$, $(q_2, b, A) = (q_2, \diamond)$, $(q_2, \varepsilon, A) = (q_3, \diamond)$, $(q_2, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$, $(q_3, \varepsilon, A) = (q_3, \diamond)$, $(q_3, \varepsilon, X) = (q_3, \diamond)$.
$L_9 = \{a^ib^ic^k : i \geq 1, k \geq 1\}$ Consideramos $a^ib^ic^j = uvw$ com $i \geq n$. Assim, como $\lvert uv\rvert \leq n$, a opção para v seria somente bombear a's e então para $k \geq 2$ temos que uv^kw tem mais a's do que b's e $uv^kw \notin L_9$. Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$ $S \to aRbcC$ $C \to cC\lvert\varepsilon \;\; R \to aRb\rvert\varepsilon)$ Seja $A = (K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, A, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_4\})$, onde $(q_0, a, X) = (q_1, AX)$, $(q_1, a, A) = (q_1, AA)$, $(q_1, b, A) = (q_2, \diamond)$, $(q_2, b, A) = (q_2, \diamond)$, $(q_2, c, X) = (q_3, X)$, $(q_3, c, X) = (q_3, X)$, $(q_3, \varepsilon, X) = (q_4, \diamond)$.	$L_{10} = \{a^ib^jc^i : i \geq 1, j \geq 1\}$ Consideramos $a^ib^jc^i = uvw$ com $i \geq n$. Assim, como $\lvert uv\rvert \leq n$, a opção para v seria somente bombear a' e então para $k \geq 2$ temos que uv^kw tem mais a's do que c's e $uv^kw \notin L_{10}$. Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$ $S \to aRc$ $R \to aRc\lvert bB$ $B \to bB\lvert\varepsilon)$ Seja $A = (K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, A, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_4\})$, onde $(q_0, a, X) = (q_1, AX)$, $(q_1, a, A) = (q_1, AA)$, $(q_1, b, A) = (q_2, A)$, $(q_2, b, A) = (q_2, A)$, $(q_2, c, A) = (q_3, \diamond)$, $(q_3, c, A) = (q_3, \diamond)$, $(q_3, \varepsilon, X) = (q_4, \diamond)$.

<table>
<tr>
<td>$L_{11} = \{a^i b^j c^j : i \geq 1, j \geq 1\}$

Consideramos $a^i b^j c^j = uvw$ com $i \geq n$.
Assim, com $|vw| \leq n$, a opção para v seria somente bombear c's e então para $k \geq 2$ temos que $uv^k w$ tem mais c's do que b's e $uv^k w \notin L_{11}$.
Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$
$S \rightarrow AbRc$
$A \rightarrow aA|\varepsilon$
$R \rightarrow bRc|\varepsilon)$
Seja $A = (K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, B, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_4\})$, onde
$(q_0, a, X) = (q_1, X)$,
$(q_1, a, X) = (q_1, X)$,
$(q_1, b, X) = (q_2, BX)$,
$(q_2, b, B) = (q_2, BB)$,
$(q_2, c, B) = (q_3, \diamond)$,
$(q_3, c, B) = (q_3, \diamond)$,
$(q_3, \varepsilon, X) = (q_4, \diamond)$.</td>
<td>$L_{12} = \{a^i b^j c^k : i \geq j \geq 1, k \geq 1\}$
Consideramos $a^i b^j c^k = uvw$ com $i \geq n$.
Assim, se $|vw| \leq n$, a opção para v seria somente bombear b' e então para $k \geq i$ temos que $uv^k w$ tem mais b's do que a's e $uv^k w \notin L_{12}$.
Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$
$S \rightarrow aRb$
$R \rightarrow aR|aRb|\varepsilon)$
Seja $A = (K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, A, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_4\})$, onde
$(q_0, a, X) = (q_1, AX)$,
$(q_1, a, A) = (q_1, AA)$,
$(q_1, b, A) = (q_2, \diamond)$,
$(q_2, b, A) = (q_2, \diamond)$,
$(q_2, c, X) = (q_3, X)$,
$(q_2, c, A) = (q_3, \diamond)$,
$(q_3, c, A) = (q_3, \diamond)$,
$(q_3, c, X) = (q_3, X)$,
$(q_3, \varepsilon, A) = (q_3, \diamond)$,
$(q_3, \varepsilon, X) = (q_4, \diamond)$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$L_{13} = \{a^i b^j c^k : i \leq k, i \geq 1, j \geq 1\}$
Consideramos $a^i b^j c^k = uvw$ com $i \geq n$.
Assim, se $|uv| \leq n$, a opção para v seria somente bombear a' e então para $t \geq k$ temos que $uv^k w$ tem mais a's do que c's e $uv^k w \notin L_{13}$.
Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$
$S \rightarrow aCc$
$C \rightarrow aCc|Cc|bB$
$B \rightarrow bB|\varepsilon)$
Seja $A = (K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, A, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_3\})$, onde
$(q_0, a, X) = (q_1, AX)$,
$(q_1, a, A) = (q_1, AA)$,
$(q_1, b, A) = (q_2, A)$,
$(q_2, b, A) = (q_2, A)$,
$(q_2, c, A) = (q_3, \diamond)$,
$(q_3, c, A) = (q_3, \diamond)$,
$(q_3, c, X) = (q_3, X)$,
$(q_3, \varepsilon, X) = (q_4, \diamond)$.</td>
<td>$L_{14} = \{a^i b^j c^k : j \leq k, i \geq 1, j \geq 1\}$

Consideramos $a^i b^j c^k = uvw$ com $j \geq n$.
Assim, se $|vw| \leq n$, a opção para v seria somente bombear c' e então para $k \geq i$ temos que $uv^k w$ tem mais c's do que a's e $uv^k w \notin L_{14}$.
Considere a gramática livre de contexto $G = (K = \{S, R\}, \Sigma = \{a, b\}, S, P =$
$S \rightarrow aAbCc$
$A \rightarrow aA|\varepsilon$
$C \rightarrow bCc|Cc|\varepsilon)$
Seja $A = (K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{X, B, \diamond\}, \delta, q_0, X, F = \{q_3\})$, onde
$(q_0, a, X) = (q_1, X)$,
$(q_1, a, X) = (q_1, X)$,
$(q_1, b, X) = (q_2, BX)$,
$(q_2, b, B) = (q_2, BB)$,
$(q_2, c, B) = (q_3, \diamond)$,
$(q_3, c, B) = (q_3, \diamond)$,
$(q_3, c, X) = (q_3, X)$,
$(q_3, \varepsilon, X) = (q_4, \diamond)$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$L_{15} = \{a^i b^j c^k : i \geq j, i \geq 1, j \geq 1\}$</td>
<td>$L_{16} = \{a^i b^j c^k : i \geq k, i \geq 1, j \geq 1\}$</td>
</tr>
<tr>
<td>$L_{17} = \{a^i b^j c^k : j \geq k, i \geq 1, j \geq 1\}$</td>
<td>$L_{18} = \{a^i b^j c^k : i = j + k, i \geq 1, j \geq 1\}$</td>
</tr>
<tr>
<td>$L_{19} = \{a^i b^j c^k : k = i + j, i \geq 1, j \geq 1\}$</td>
<td>$L_{20} = \{a^i b^j c^k : i = j, i \geq 1, j \geq 1\}$</td>
</tr>
</table>

2. Mostre que são ou não regulares, ou que são ou não livres de contexto as seguintes linguagens, com o auxílio dos lemas do bombeamento:

<table>
<tr>
<td>$L_{3a} = \{a^i b^j : i, j \geq 0\}$
Regular
$S \rightarrow aA|B|\varepsilon$
$A \rightarrow aA|\varepsilon$
$B \rightarrow bB|\varepsilon$</td>
<td>$L_{3b} = \{a^i b^i : i \geq 0\}$
Livre de Contexto não regular
$S \rightarrow aAb|\varepsilon$

Se L é uma linguagem regular, então L satisfaz o teorema do bombeamento.
Então temos uma palavra $a^i b^j$ de L, e supomos por contradição que L é regular e que $\omega = a^n b^n$, para o n do teorema. Então pelo Teorema do bombeamento $a^n b^n = uvw$ como no teorema com $|uv| \leq n$. Então v só tem a's, e então $uv^i w$ tem mais a's que b's com $t \geq 2$, e assim $uv^t w \notin L_{3b}$.</td>
<td>$L_{3c} = \{a^i b^j : i \geq j \geq 0\}$
Livre de Contexto não regular
$S \rightarrow A|\varepsilon$
$A \rightarrow aAb|aA|\varepsilon$

Consideramos $a^i b^j = uvw$ com $i \geq n$. Assim, como $|uv| \leq n$, a opção para v seria somente bombear a's e então para $k \geq j$ temos que $uv^k w$ tem mais a's do que b's e $uv^k w \notin L_{3c}$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$L_{3d} = \{a^i b^j : i \geq 1, j \geq 1\}$
Regular

$S \rightarrow aA, A \rightarrow aA|bB, B \rightarrow bB|\varepsilon$</td>
<td>$L_{3e} = \{w.w : w \in \{a,b\}^*\}$
Sensível ao Contexto
não Livre de Contexto
Considere a gramática sensível ao contexto:

$S \rightarrow aAS$ $Aa \rightarrow aA$ $Ab \rightarrow bA$
$S \rightarrow bBS|DF$ $Ba \rightarrow aB$ $Bb \rightarrow bB$
$AD \rightarrow DA$ $BD \rightarrow DB$ $Da \rightarrow D'a$
$Db \rightarrow D'b$ $D'a \rightarrow aD'$ $D'b \rightarrow bD'$
$D'A \rightarrow aD'$ $D'B \rightarrow bD'$ $D'F \rightarrow \varepsilon$

Observamos que o Teorema do bombeamento para linguagens livres de contexto tem uma versão fácil de provar que:

Theorem 3 Seja L uma linguagem livre de contexto. Então, existe um par de naturais n, k tal que qualquer cadeia z de L com comprimento maior ou igual a n pode ser decomposta em cinco cadeias $t, u, x, v,$ e $y (z = tuxvy)$ de forma que $|uxv| \leq k$ ou $|uv| \geq 1$ e para qualquer $i \geq 1, tu^i xv^i y \in L$.

Suponha por contradiç ao que a linguagem L seja livre de contexto.
Considere $n, k \in I\!N$ para o teorema do bombeamento e a palavra $\omega = a^{(n+k)} b^{(n+k)} a^{(n+k)} b^{(n+k)}$. Então ω é particionado como $\omega = uvxyz$ com $|vxy| \leq k$. Assim se vxy é consistido somente de a's ou somente de b's, teremos um dos blocos com mais que $n+k$ símbolos do mesmo tipo, que implicaria que $uv^i xy^i z$ não pertenceria a L. Dessa forma, vxy é consistido de a's e de b's. Novamente, $uv^2 xy^2 z$ terá um ´nico bloco com mais que $n+k$ símbolos do mesmo tipo, que implicaria que $uv^i xy^i z$ não pertenceria a L.</td>
<td>$L_{3f} = \{w.w^R : w \in \{a,b\}^*$
Livre de Contexto
não regular

Considere a seguir a gramática livre de contexto:
$S \rightarrow aSa|bSb|\varepsilon$.

Suponha por contradição que a linguagem L seja regular. Considere $n \in I\!N$ como no teorema do bombeamento e a palavra $\omega = a^{2(n)} b^{2(n)} a^{2(n)}$. Pelo teorema ω pode ser expresso como $\omega = vxy$ assumindo $|vx| \leq n$, quando bombearíamos somente a's e assim $vx^2 y$ não pertenceria a linguagem L.</td>
</tr>
</table>

3. Utilizando a mT $M_4 = (K, \Sigma, G, d, i, F)$, em que $K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{a, b, X, Y, \varepsilon\}, i = q_0, F = \{q_4\})$ e

δ	a	b	X	Y	ε
q_0	q_1XR			q_3YR	q_4XR
q_1	q_1aR	q_2YL		q_1YR	
q_2	q_2aL		q_0XR	q_2YL	
q_3				q_3YR	q_4XR
q_4					

Verifique se as cadeias aab e $abbaa$ são aceitas por esta mT M_4, mostrando a seqüência de configurações assumidas por M_4 ao tentar reconhecer cada cadeia.

Resposta: q_0aab - Xq_1ab - Xaq_1b - Xq_2aY - q_2XaY - Xq_0aY - XXq_1Y - $XXYq_1$, então não aceita por M_4.

q_0abbaa - Xq_1bbaa - q_2XYbaa - Xq_0Ybaa - XYq_3baa, então não aceita por M_4.

4. Construa uma mT M_5 que reconheça as cadeias da linguagem $L_5 = \{a^n b^n c^n : n \geq 1\}$.
   Considere $M = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, onde $K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, b, c, X, Y, Z, \diamond\}$, $F = \{q_4\}$, e

$\delta(q_0, a) = (q_1, X, R)$	$\delta(q_0, Y) = (q_0, Y, R)$	$\delta(q_0, Z) = (q_0, Z, R)$	$\delta(q_0, \diamond) = (q_4, \diamond, L)$	$\delta(q_1, a) = (q_1, a, R)$
$\delta(q_1, Y) = (q_1, Y, R)$	$\delta(q_1, b) = (q_2, Y, R)$	$\delta(q_2, b) = (q_2, b, R)$	$\delta(q_2, Z) = (q_2, Z, R)$	$\delta(q_2, c) = (q_3, Z, L)$
$\delta(q_3, b) = (q_3, b, L)$	$\delta(q_3, Y) = (q_3, Y, L)$	$\delta(q_3, a) = (q_3, a, L)$	$\delta(q_3, X) = (q_0, X, R)$	

   Exemplo da derivação de *aaabbbccc*:
   $q_0aaabbbccc \rightarrow Xq_1aabbbccc \rightarrow Xaq_1abbbccc \rightarrow Xaaq_1bbbccc \rightarrow XaaYq_2bbccc \rightarrow XaaYbq_2bccc \rightarrow XaaYbbq_2ccc \rightarrow XaaYbq_3bZcc \rightarrow XaaYq_3bbZcc \rightarrow Xaaq_3YbbZcc \rightarrow Xaq_3aYbbZcc \rightarrow Xq_3aaYbbZcc \rightarrow Xq_0aaYbbZcc \rightarrow XXq_1aYbbZcc \rightarrow XXaq_1YbbZcc \rightarrow XXaYq_1bbZcc \rightarrow XXaYYq_2bZcc \rightarrow XXaYYbq_2Zcc \rightarrow XXaYYbZq_2cc \rightarrow XXaYYbq_3ZZc \rightarrow XXaYYq_3bZZc \rightarrow XXaYq_3YbZZc \rightarrow XXaq_3YYbZZc \rightarrow XXq_3aYYbZZc \rightarrow Xq_3XaYYbZZc \rightarrow XXq_0aYYbZZc \rightarrow XXXq_1YYbZZc \rightarrow XXXYq_1YbZZc \rightarrow XXXYYq_1bZZc \rightarrow XXXYYYq_2ZZc \rightarrow XXXYYYZq_2Zc \rightarrow XXXYYYZZq_2c \rightarrow XXXYYYZZq_3Z \rightarrow XXXYYYZq_3ZZ \rightarrow XXXYYYq_3ZZZ \rightarrow XXXYYq_3YZZZ \rightarrow XXXYq_3YYZZZ \rightarrow XXXq_3YYYZZZ \rightarrow XXq_3XYYYZZZ \rightarrow XXXq_0YYYZZZ \rightarrow XXXYq_0YYZZZ \rightarrow XXXYYq_0YZZZ \rightarrow XXXYYYq_0ZZZ \rightarrow XXXYYYZq_0ZZ \rightarrow XXXYYYZZq_0Z \rightarrow XXXYYYZZZq_0 \rightarrow XXXYYYZZq_4Z.$

5. Tente definir a gramática G_6 , para a linguagem $L_6 = \{a^i b^j c^k : i < j < k, i \geq 1\}$, com base na gramática sensível ao contexto $G_6 = (S, B, C, a, b, c, P, S)$, que gera a linguagem $L_6 = \{a^n b^n c^n : n \geq 1\}$, cujas regras encontram-se, a seguir:

   $S \rightarrow aSBC$ $\quad$ $S \rightarrow aBC$ $\quad$ $CB \rightarrow BC,$
   $aB \rightarrow ab$ $\quad$ $bB \rightarrow bb$ $\quad$ $bC \rightarrow bc,$
   $cC \rightarrow cc.$

   Resposta:

   Considere

   $S \rightarrow aRBBCCC$ $\quad$ $R \rightarrow RC|RBC|aRBC|\varepsilon$ $\quad$ $CB \rightarrow BC$
   $aB \rightarrow ab$ $\quad$ $bB \rightarrow bb$ $\quad$ $bC \rightarrow bc$
   $cC \rightarrow cc$

   Exemplo: derivação de *abbbcccc*:
   $S \rightarrow aRBBCCC \rightarrow aRBCBBCCC \rightarrow aBCBBCCC \rightarrow aBBCBCCC \rightarrow aBBBCCCC \rightarrow abBBCCCC \rightarrow abbBCCCC \rightarrow abbbCCCC \rightarrow abbbcCCC \rightarrow abbbccCC \rightarrow abbbcccC \rightarrow abbbcccc.$