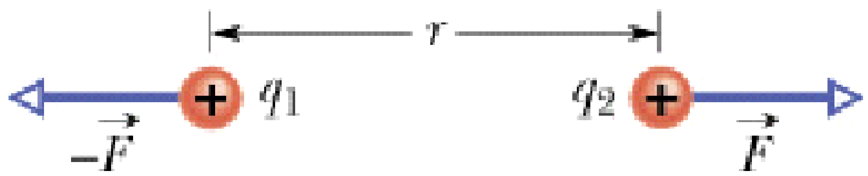
CAPÍTULO 2: CAMPOS ELÉTRICOS

Neste capítulo abordaremos os seguintes assuntos:

O Campo Elétrico
Cálculo do Campo Elétrico
Linhas de Força
Lei de Gauss
Aplicações da Lei de Gauss

CAMPO ELÉTRICO

A CARGA q_1 CRIA UMA PERTURBAÇÃO NAS PROPRIEDADES DAS SUAS VIZINHANÇAS, CHAMADA DE CAMPO ELÉTRICO $\vec{E}$, E ESTE CAMPO EXERCE UMA FORÇA ELÉTRICA SOBRE q_2 .

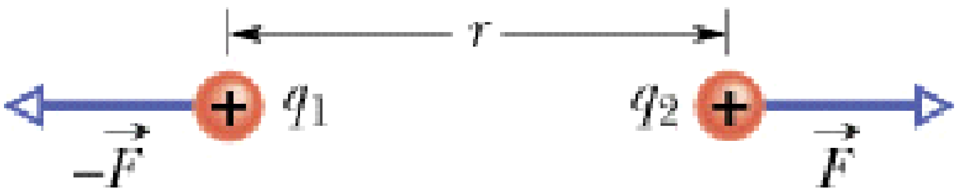


CARGA q_1 → GERA CAMPO ELÉTRICO $\vec{E}$ → $\vec{E}$ EXERCE $\vec{F}$ SOBRE q_2

Definição de Campo Elétrico

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o}}$$

unidades no SI: N/C



$$F = \frac{k\, q_1 q_2}{r^2}$$

Força elétrica entre as duas cargas q_1 e q_2

$$E_1 = \frac{F}{q_2} = \frac{k\, q_1}{r^2}$$

Campo gerado pela carga q_1 à uma distância r

$$E_2 = \frac{F}{q_1} = \frac{k\, q_2}{r^2}$$

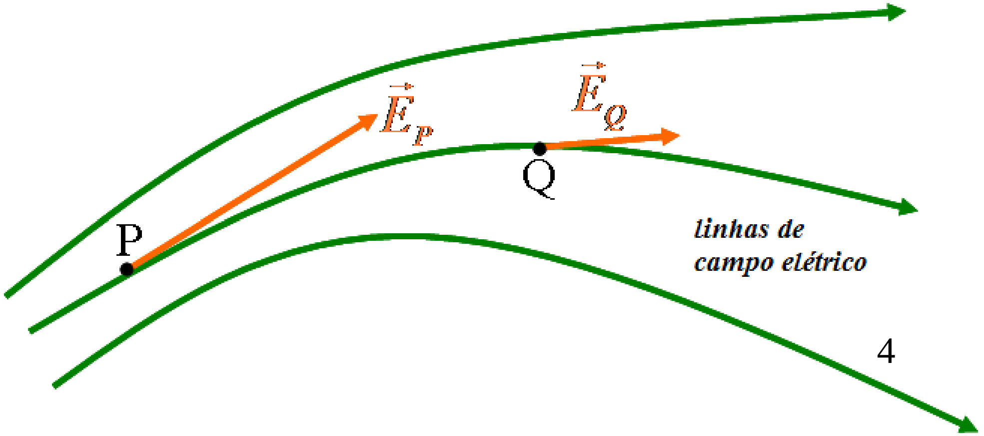
Campo gerado pela carga q_2 à uma distância r

LINHAS DE CAMPO ELÉTRICO

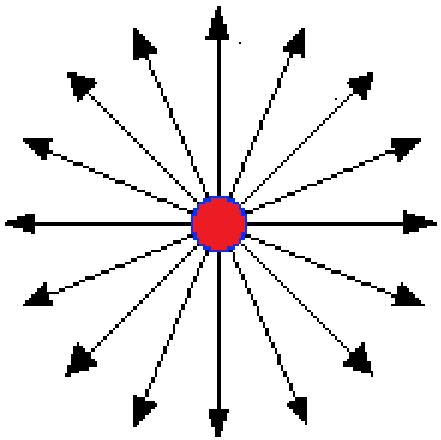
1. Em qualquer ponto, a orientação de uma linha de campo retilínea ou a orientação da tangente a uma linha de campo não-retilínea é a orientação do campo elétrico *E* nesse ponto;

2. As linhas de campo são desenhadas de forma que o número de linhas por unidade de área, medido em um plano perpendicular às linhas, é proporcional ao módulo do vetor campo elétrico.

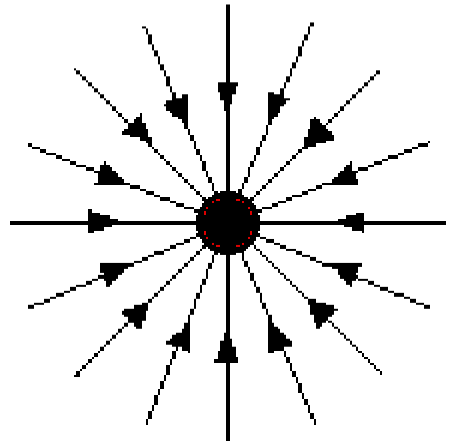
3. As linhas de campo divergem da carga positiva e convergem para a carga negativa.



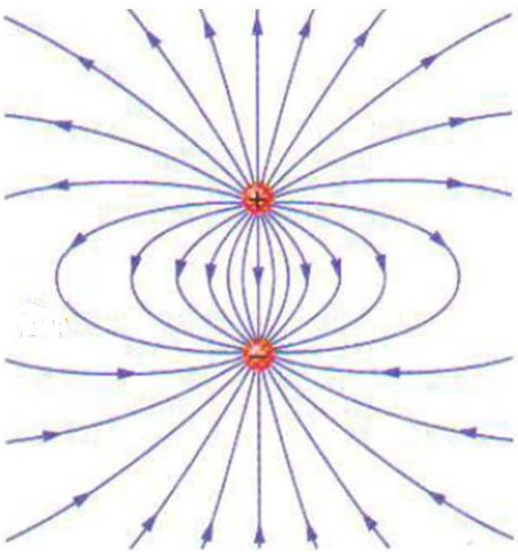
Linhas de força de cargas puntiformes isoladas



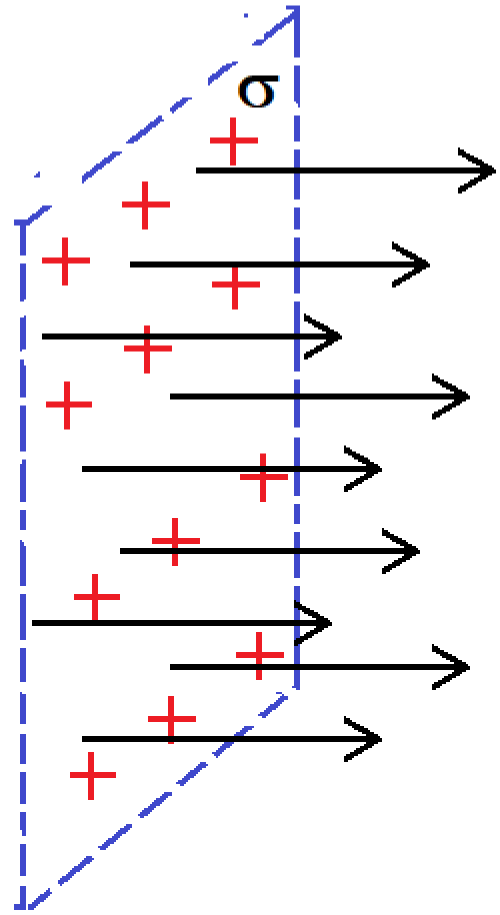
Carga positiva



carga negativa

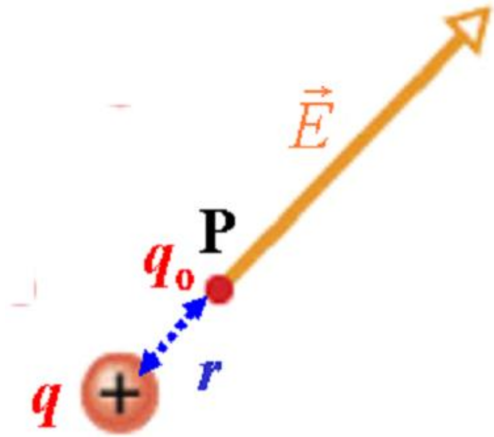


Linhas de um dipolo elétrico



placa infinita carregada

CAMPO ELETRICO GERADO POR UMA CARGA PONTUAL



Considere a carga positiva q mostrada na figura. No ponto P, a uma distância r da carga q, colocamos uma carga de prova q_o. A força exercida sobre q_o pela carga q é igual a:

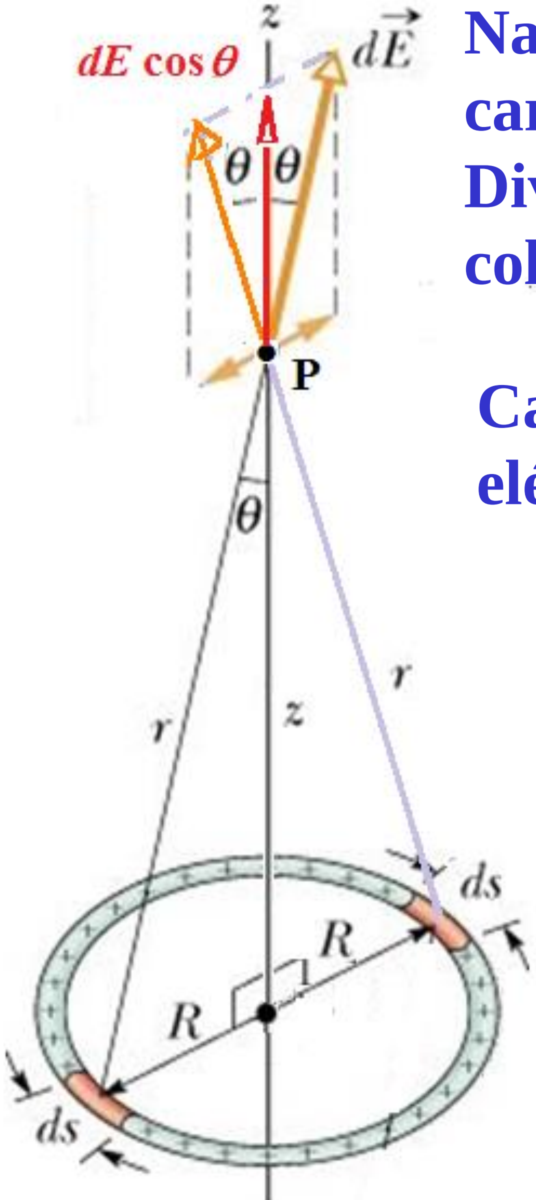
$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{|q||q_o|}{r^2}$$

$$E = \frac{F}{q_o} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{|q||q_o|}{q_o r^2}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{|q|}{r^2}}$$

A magnitude de $\vec{E}$ é um número positivo e a direção de $\vec{E}$ aponta radialmente para longe da carga, como na figura. Se a carga for negativa, a magnitude de $\vec{E}$ permanece a mesma, mas a direção de $\vec{E}$ aponta radialmente para a carga.

CAMPO ELÉTRICO PRODUZIDO POR UMA LINHA DE CARGAS



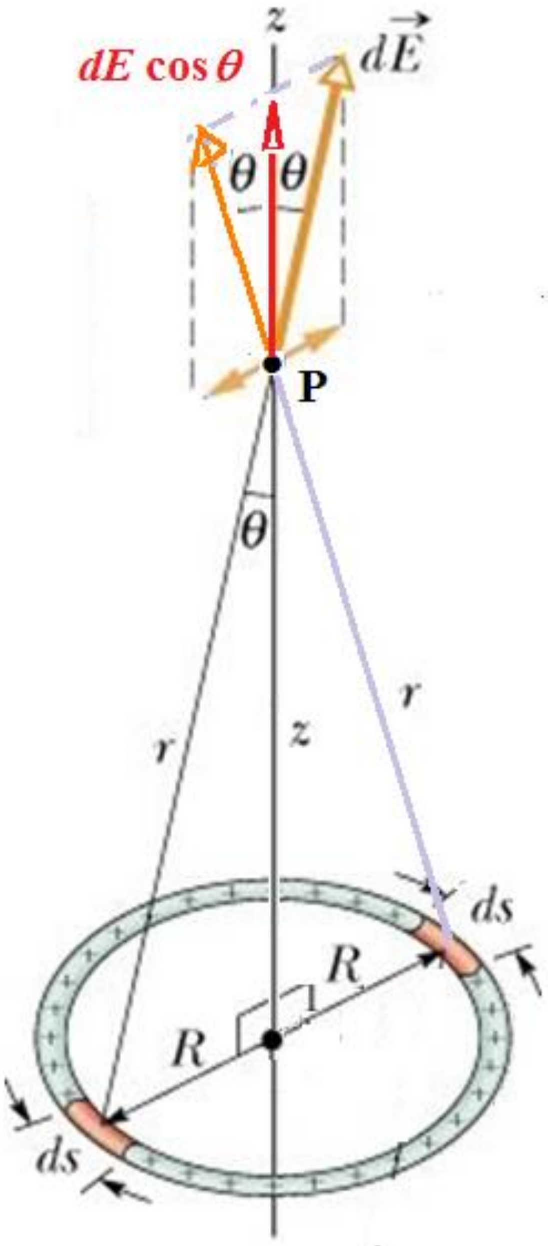
Na figura vemos uma distribuição uniforme de cargas positivas em um anel de raio R. Dividimos o anel em elementos de carga $dq = \lambda\, ds$ colocadas sobre elementos ds.

Cada elemento de carga produz um campo elétrico dE no ponto P, cujo módulo é dado por:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, ds}{r^2}$$

Da figura vemos que: $r^2 = z^2 + R^2$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, ds}{(z^2 + R^2)}$$



As componentes de *dE* paralelas ao eixo z tem mesmo módulo e mesmo sentido.

As componentes perpendiculares tem módulos iguais e sentidos opostos.

Sendo:

$$\cos\theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}$$

A componente do campo será:

$$dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\lambda}{(z^2 + R^2)^{3/2}}ds$$

E o campo elétrico resultante no ponto *P* será obtido:

$$E = \int dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\lambda}{(z^2+R^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi R} ds$$

A integração resulta em:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\lambda(2\pi R)}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

Porém: $q = \lambda(2\pi R)$

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qz}{(z^2+R^2)^{3/2}}}$$

ANEL CARREGADO

Para grandes distâncias (z >>R):
E o anel se comporta como uma carga pontual.

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{z^2}}$$

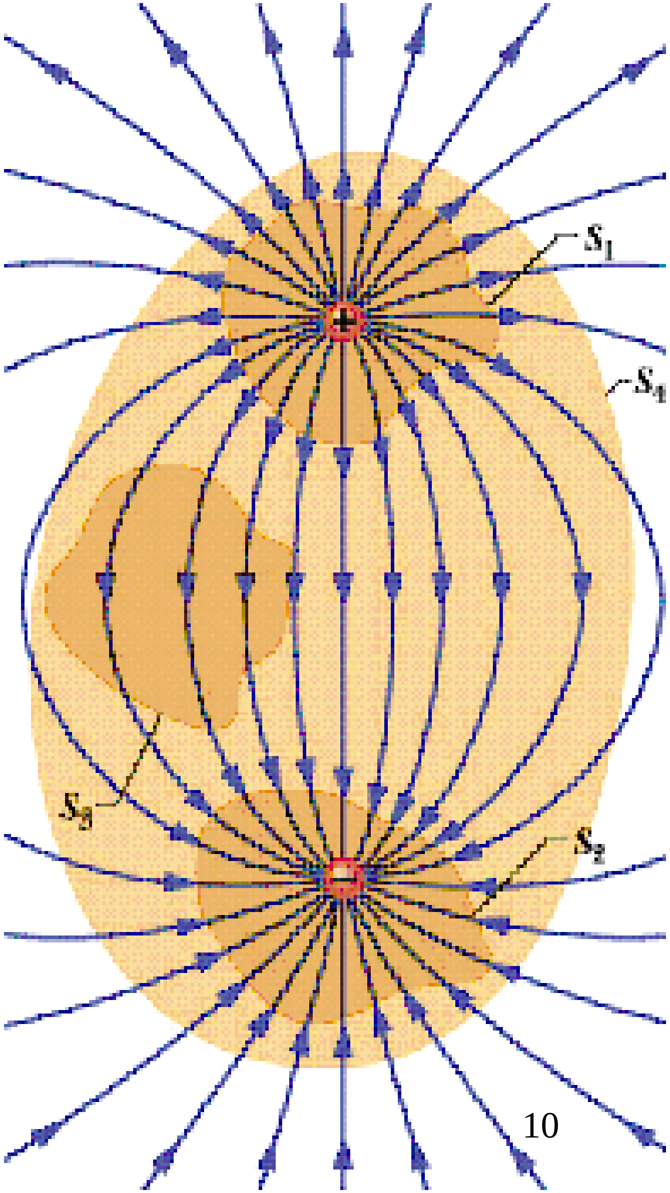
LEI DE GAUSS

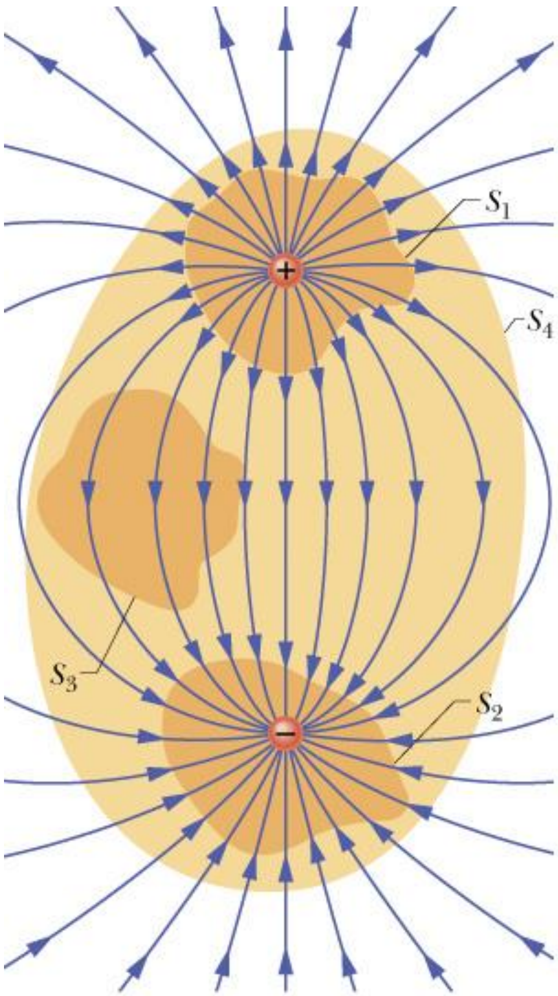
A Lei de Gauss pode ser formulada como:

$$\boxed{\varepsilon_o \Phi = q_{env}}$$

O fluxo de $\vec{E}$ através de qualquer superfície fechada é proporcional à carga líquida q_{env} envolvida pela superfície.

$$\boxed{\varepsilon_o \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{env}}$$





A Lei de Gauss é válida para superfícies fechadas. Usualmente uma superfície particular simplifica o problema da determinação do campo elétrico.

Quando calculamos a carga líquida dentro de uma superfície fechada levamos em conta o sinal algébrico (+ ou -) de cada carga.

Quando aplicamos a Lei de Gauss em uma superfície fechada, desprezamos as cargas no exterior da superfície, não importando o seu valor.

Exemplo: **Superfície** S_1: $\varepsilon_o \Phi_1 = +q$ **Superfície** S_3: $\varepsilon_o \Phi_3 = 0$

Superfície S_2: $\varepsilon_o \Phi_2 = -q$ **Superfície** S_4: $\varepsilon_o \Phi_4 = -q + q = 0$

As superfícies S_1, S_2, S_3 e S_4 são chamadas de "Superfícies Gaussianas"

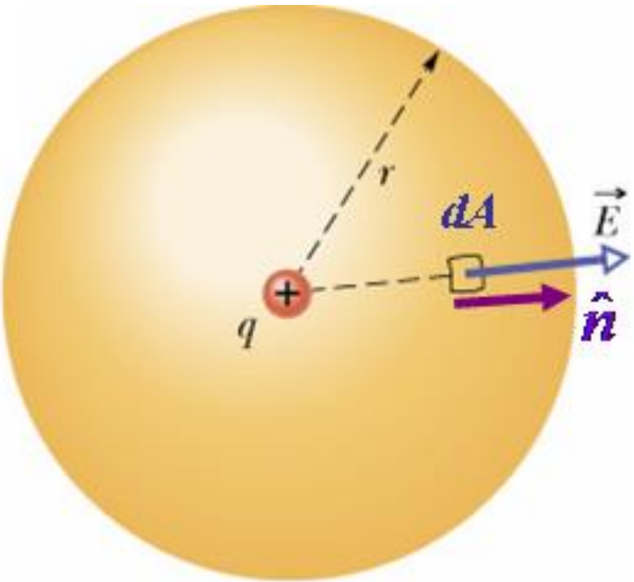
CONDUTOR CARREGADO

Se um excesso de carga é introduzido em um condutor, este excesso de carga se concentrará na superfície externa do condutor. O interior do condutor permanecerá eletricamente neutro.

O campo elétrico no interior de um condutor em equilíbrio eletrostático é igual a zero.

Não existem cargas no interior do condutor em equilíbrio eletrostático. Todas as cargas estão localizadas na superfície externa do condutor.

LEI DE GAUSS E LEI DE COULOMB



Superfície gaussiana esférica

As Leis de Gauss e de Coulomb são duas formas diferentes de se descrever a relação entre carga elétrica e campo elétrico no caso estático.

Podemos derivar a lei de Coulomb da Lei de Gauss, como será mostrado a seguir.

Considere a carga pontual q. Podemos usar a Lei de Gauss para determinar o campo elétrico E gerado em um ponto P a uma distância r da carga q. Escolhemos uma superfície gaussiana esférica, de raio r com centro em q.

Dividimos a superfície gaussiana em elementos de área dA. O fluxo elétrico para cada elemento é

$$d\Phi = EdA\ cos 0 = E\ dA$$

O fluxo total é: $\Phi = \int EdA\ cos 0 = E \int dA = E\ (4\pi r^2)$

Da Lei de Gauss temos: $\varepsilon_0 \Phi = q_{env} = q \rightarrow \varepsilon_0 E\ (4\pi r^2) = q \rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}}$

Que é o mesmo valor obtido no capítulo 22 usando a Lei de Coulomb.

Campo elétrico externo a um condutor carregado

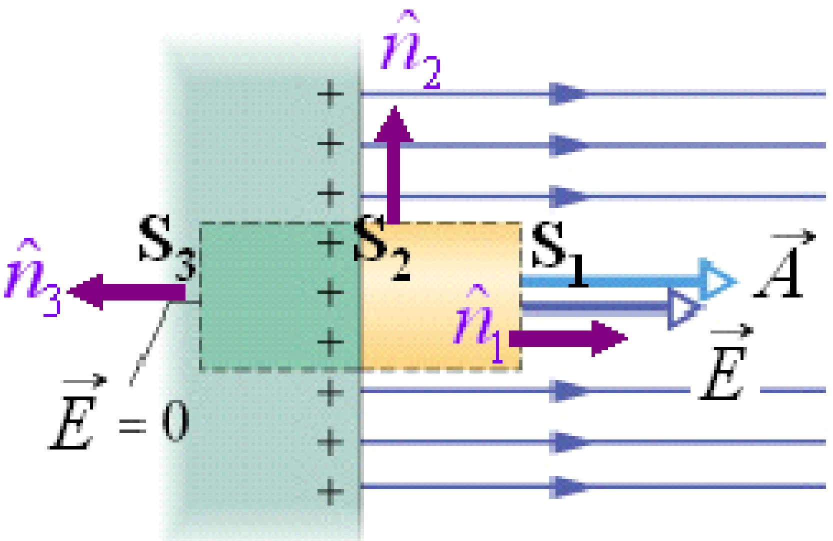
Na figura mostramos uma superfície gaussiana cilíndrica posicionada na superfície de um condutor carregado, em equilíbrio eletrostático. A superfície está dividida em três seções: S_1 , S_2 e S_3 . O fluxo total através da gaussinana é dado por: $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$.

Onde:

$$\Phi_1 = EA\cos 0 = EA \qquad \Phi_2 = EA'\cos 90^\circ = 0 \qquad \Phi_3 = 0$$

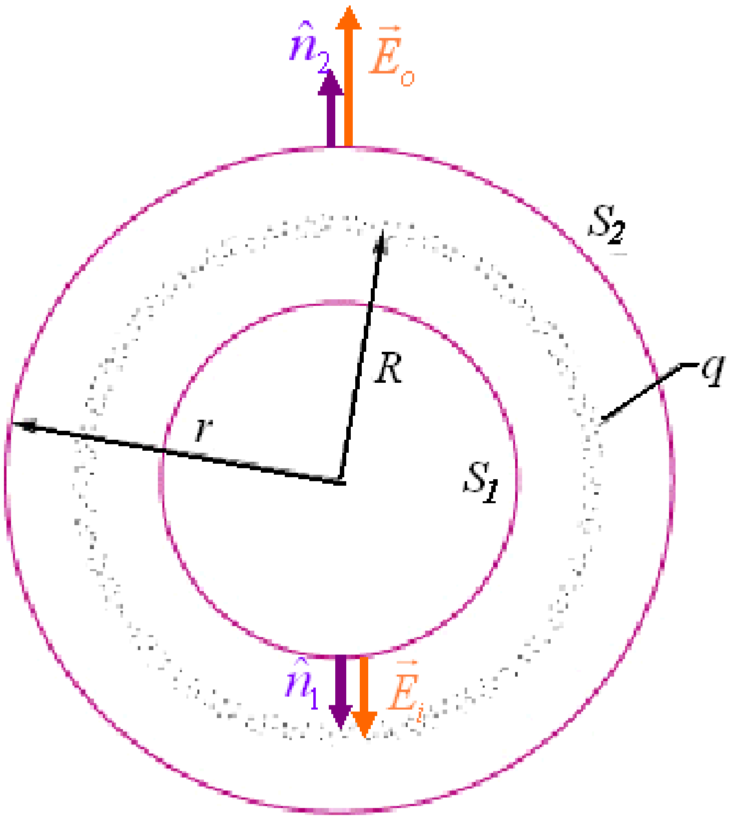
O fluxo total é: $\Phi = EA = \dfrac{q_{env}}{\varepsilon_o}$ **De onde:** $E = \dfrac{q_{env}}{A}\dfrac{1}{\varepsilon_o}$

A razão $\sigma = \dfrac{q_{env}}{A}$ **é a densidade superficial de carga. Então:**



$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}}$$

Aplicando a Lei de Gauss: Simetria Esférica



Vista de perfil de uma casca esférica fina, uniformemente carregada, com carga total q. As superfícies S_1 e S_2 são gaussianas. S_2 envolve a casca e S_1 envolve uma cavidade vazia dentro da casca.

Campo dentro da casca:
Seja a superfície gaussiana S_1 com raio $r < R$ concêntrica à casca carregada. O fluxo elétrico através de S_1 é dado por:

$$\Phi = 4\pi r^2 E_i = \frac{q_{env}}{\varepsilon_o} = 0$$

Então: $\boxed{E_i = 0}$

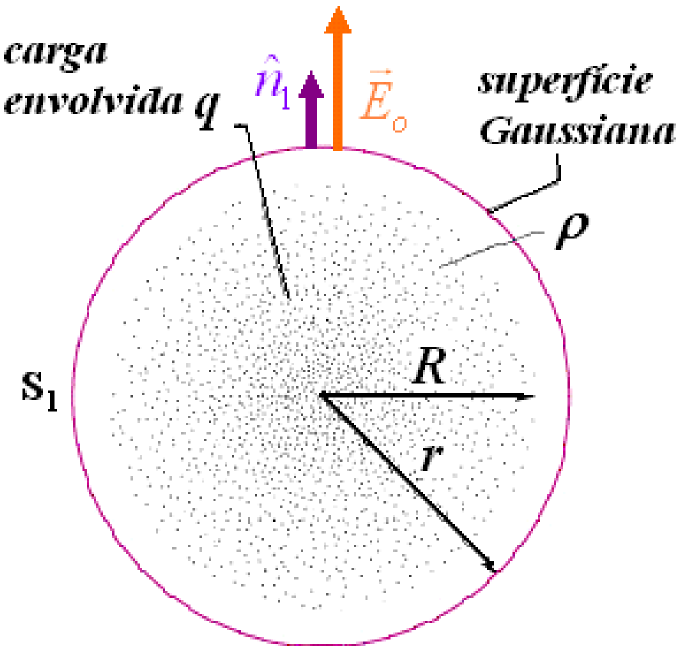
Campo fora da casca: Consideremos a superfície gaussiana S_2, que é uma esfera de raio $r \geq R$ concêntrica à casca carregada. O fluxo elétrico através de S_2 é dado por:

$$\Phi = 4\pi r^2 E_o = \frac{q_{env}}{\varepsilon_o} = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

Então:

$$\boxed{E_o = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}}$$

Campo elétrico gerado por uma esfera de raio R e carga q uniformemente carregada



Em regiões externas à esfera:

Considere uma superfície Gaussiana S_1 que é uma esfera com raio $r > R$ concêntrica à esfera carregada.

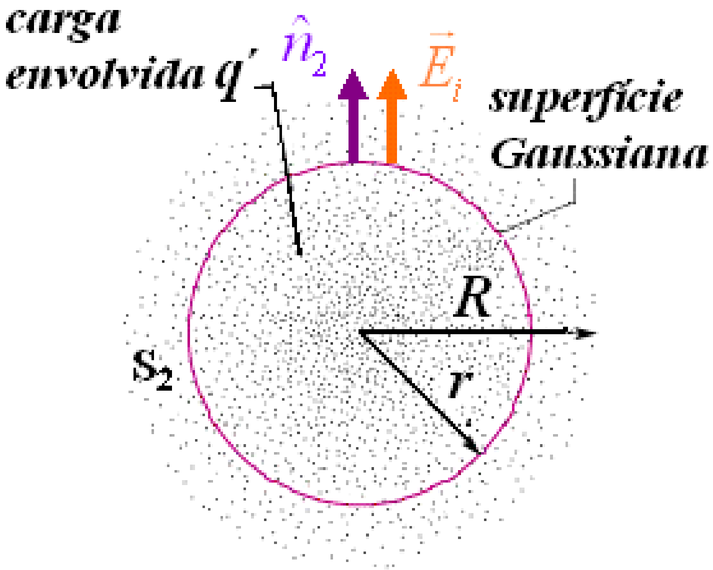
O fluxo elétrico através desta Gaussiana é dado por:

$$\Phi = 4\pi r^2 E_o = q_{env}/\varepsilon_o = q/\varepsilon_o$$

Então:

Campo elétrico gerado por um volume esférico de cargas em pontos externos à esfera.

$$\boxed{E_o = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}}$$



No interior da esfera

Considere uma superfície Gaussiana S_2, que é uma esfera de raio $r < R$ e cujo centro coincide com o centro do volume esférico de carga. O fluxo de campo elétrico através da Gaussiana é dado por:

$$\Phi = 4\pi r^2 E_i = \frac{q_{env}}{\varepsilon_o}$$

Sendo a densidade volumétrica de carga constante, teremos:

$$\boxed{q_{env} = q\,\frac{r^3}{R^3}}$$

A Lei de Gauss fica:

$$4\pi r^2 E_i = \frac{r^3}{R^3}\frac{q}{\varepsilon_o}$$

Então:

$$\boxed{E_i = \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_o R^3}\right) r}$$

Campo elétrico no interior da esfera

Gráfico do campo elétrico no interior de uma esfera maciça em função da distância radial do centro a um ponto considerado

$$E = \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_o R^3} \right) r$$