Cap21. Correntes e circuitos de corrente contínua

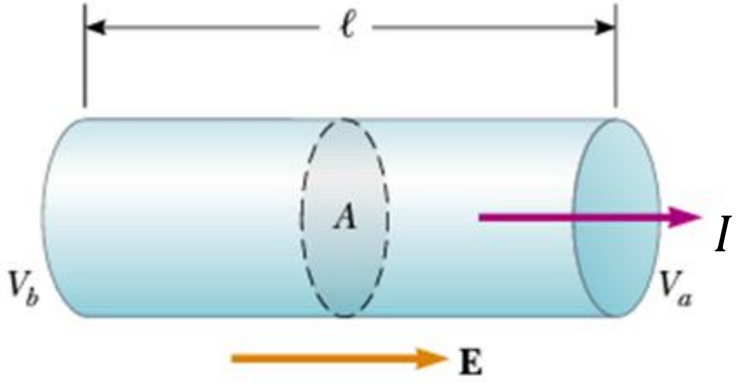
Corrente elétrica

ddp $\Longrightarrow$ migração de cargas livres $\Longrightarrow$ *corrente elétrica*

Se dq' atravessa o volume $Ad\ell$ no tempo dt,

$$I \equiv \frac{dq'}{dt}.$$

Unidade no SI $\longrightarrow$ *ampère* (A).



Densidade de número de partículas

Se $\mathrm{d}N$ é o número de partículas contidas em um volume $dvol$,

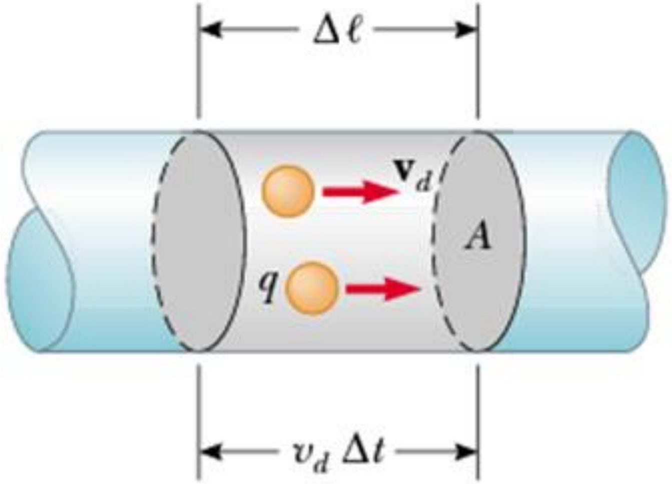
$$n \equiv \frac{dN}{dvol}.$$

Modelagem: cada partícula carregada livre,

✓ desloca-se com a mesma velocidade $\vec{v}_d$

✓ tem a mesma carga q

No intervalo de tempo dt, $dq' = [n(Av_d dt)]q \Longrightarrow I = nAv_d q$.



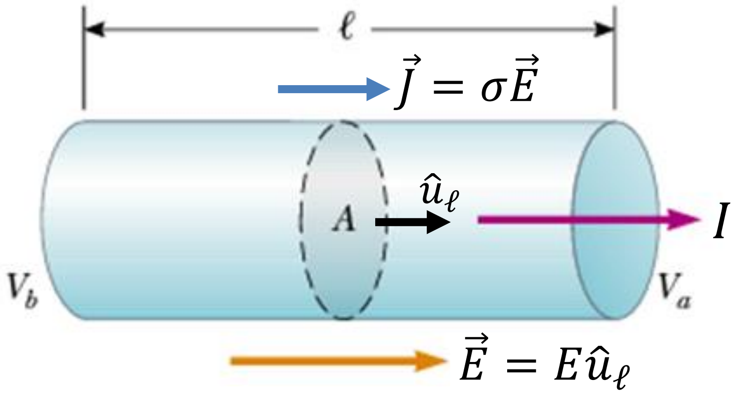
Densidade de corrente e lei de Ohm

Densidade de corrente é um vetor $\vec{J}$, tal que

$$I = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A}.$$

Lei de Ohm: Se σ é a ***condutividade*** do meio,

$$\vec{J} = \sigma\vec{E}.$$



Consequência:

$$I = \int_A \sigma E\hat{u}_\ell \cdot A\hat{u}_\ell = \sigma EA = \sigma\left(\frac{\Delta V}{\ell}\right)A.$$

ou

$$I = \left(\frac{\sigma A}{\ell}\right)\Delta V.$$

Unidade de condutividade no SI ⟶ siemens por metro ($S.m^{-1}$).

Resistência elétrica e potência elétrica

Resistência elétrica:

$$R \equiv \frac{\ell}{\sigma A}.$$

Unidade no SI ⟶ *ohm* (Ω).

Forma mais comum da lei de Ohm:

$$\Delta V = RI.$$

Resistividade:

$$\rho \equiv \frac{1}{\sigma} \Longrightarrow R \equiv \frac{\ell}{A}\rho. \;\longleftarrow\; \text{geometria} \times \text{propriedade do meio}$$

Potência elétrica

$$dU = dq'\Delta V \Longrightarrow P \equiv \frac{dU}{dt} = \frac{dq'}{dt}\Delta V \Longrightarrow P = I\Delta V.$$

Outras expressões:

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R} = RI^2.$$

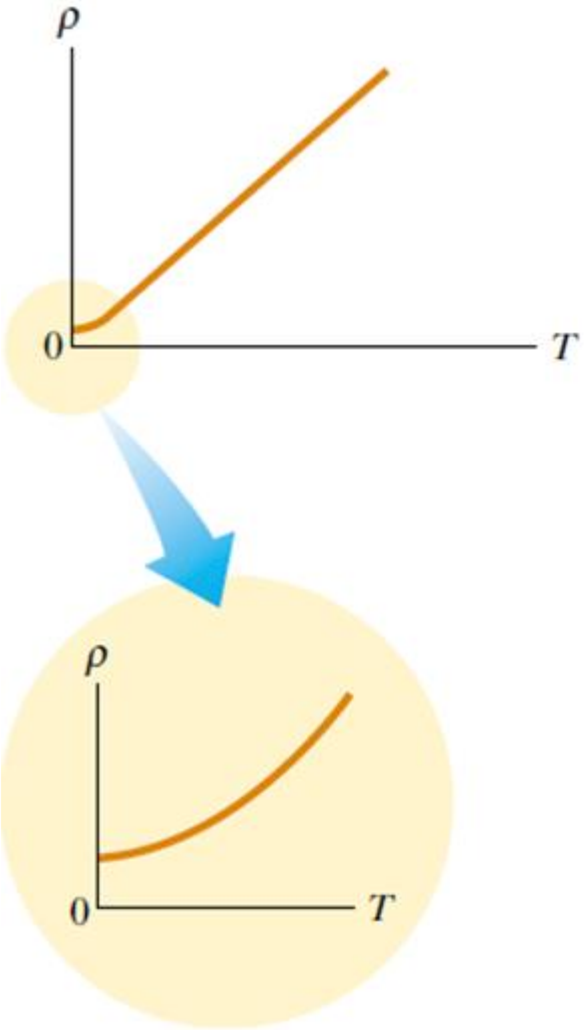
Dependência da resistividade com a temperatura.

$\rho \longrightarrow T$ (Celsius)

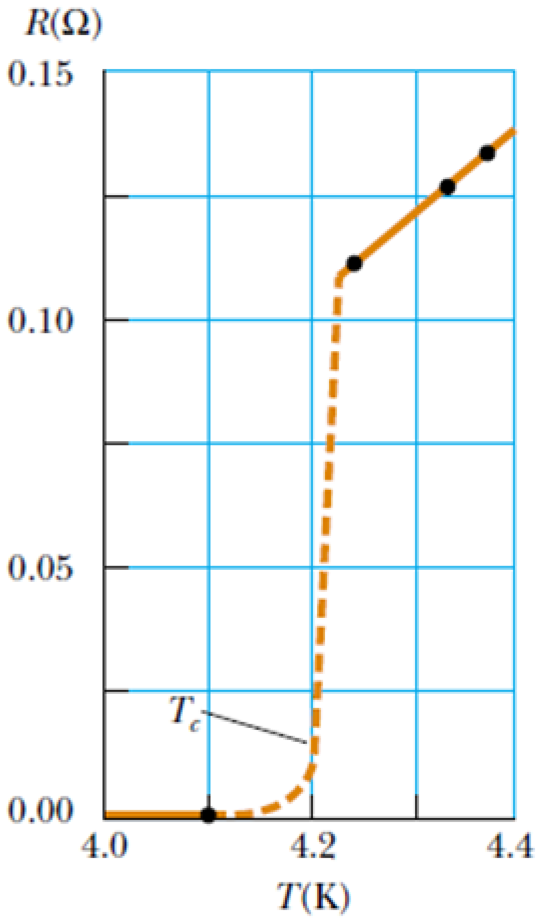
$\rho_0 \longrightarrow T_0$ (ref 20°C)

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

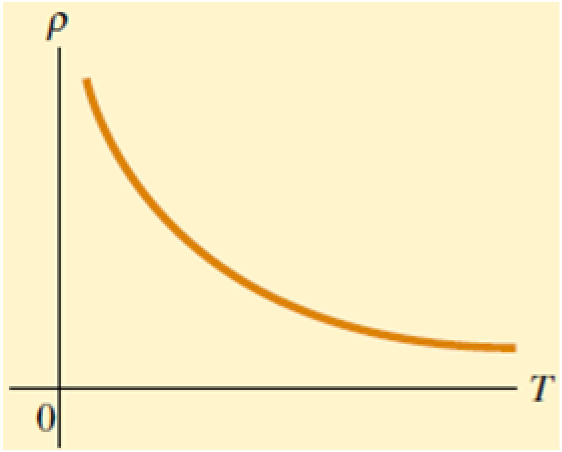
$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$



Condutor



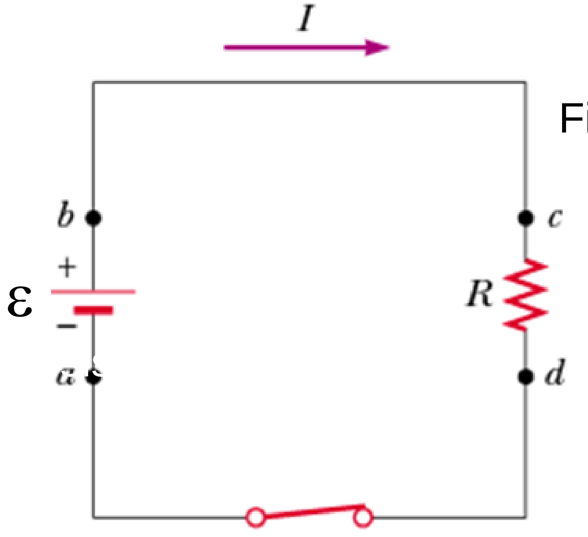
Supercondutor



Semicondutor

Força eletromotriz (fem) e corrente elétrica

Sentido convencional da corrente.



Fios ideais: $R = 0$.

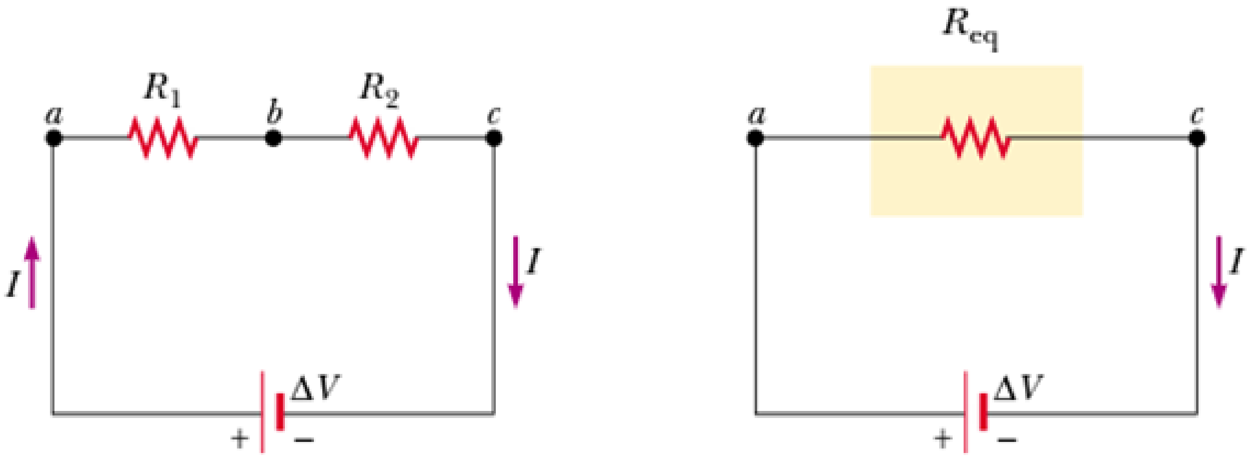
$$V_a = V_d; \qquad V_b = V_c$$

$$\Delta V_{bat} = V_b - V_a = \varepsilon$$

$$\Delta V_R = V_c - V_d = RI$$

$$\Rightarrow \varepsilon = RI$$

Resistores associados em série



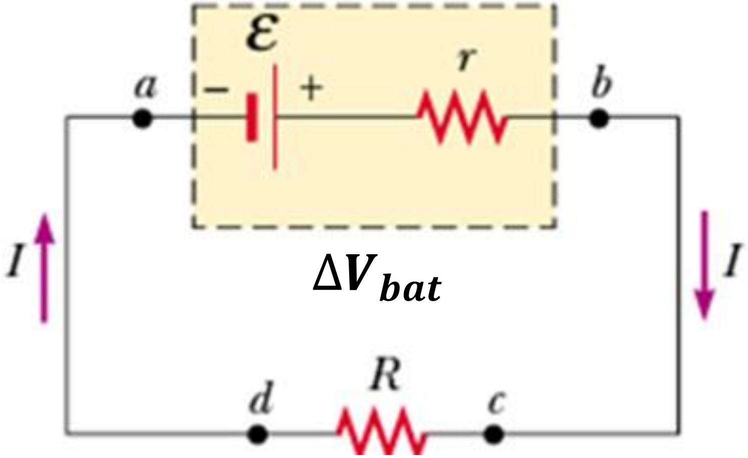
$$\Delta V_1 = V_b - V_a = R_1 I; \qquad \Delta V_2 = V_c - V_b = R_2 I$$

$$\left.\begin{array}{c} \Delta V_1 + \Delta V_2 = (R_1 + R_2) I \\ \Delta V = \left(R_{eq}\right) I \end{array}\right\}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$\Rightarrow I = \frac{\Delta V}{R_1 + R_2}$$

Fonte com resistência interna



ddp fornecida pela bateria:

$$R_{eq} = r + R \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r+R} \Rightarrow \varepsilon - rI = RI$$

$$\Delta V_{bat} = V_b - V_a = V_c - V_d = RI$$

$$\Delta V_{bat} = \varepsilon - rI.$$

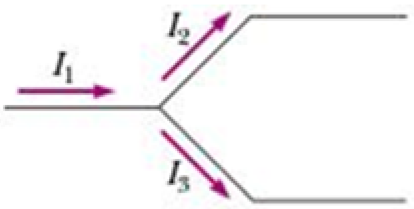
Leis de Kirchhoff

Lei dos nós:

$$\sum_{\text{Nó}} I_{\text{Entrada}} = \sum_{\text{Nó}} I_{\text{Saída}} \, .$$

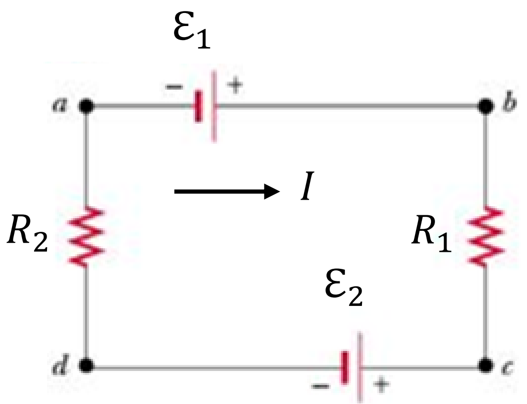
Lei das malhas:

$$\sum_{\text{Malha}} ddp = 0.$$



Nó

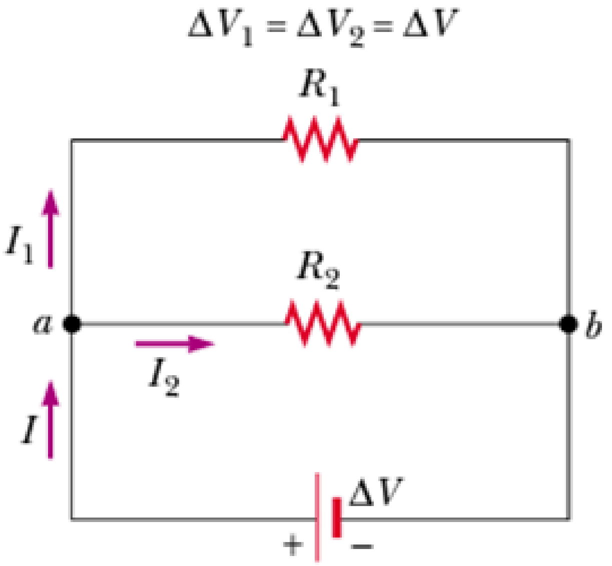
$I_1 = I_2 + I_3$

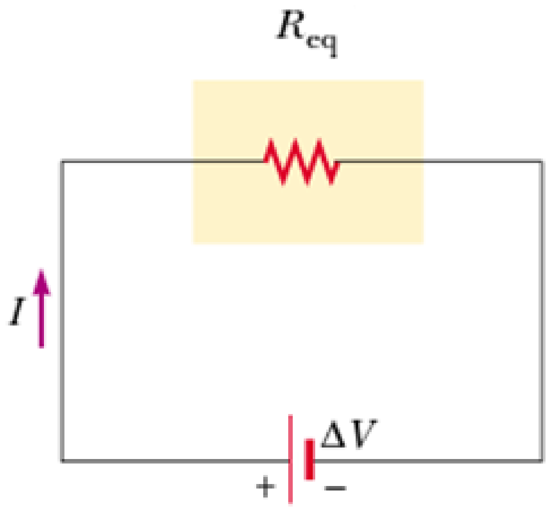


Malha

$\mathcal{E}_1 - R_1 I - \mathcal{E}_2 - R_2 I = 0$

Resistores associados em paralelo



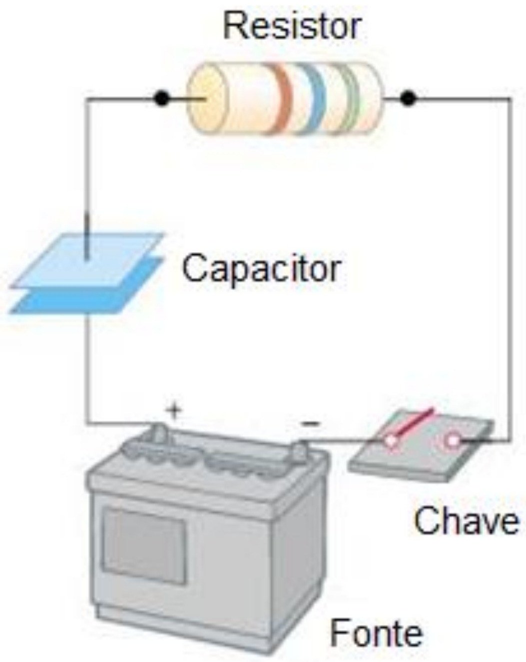


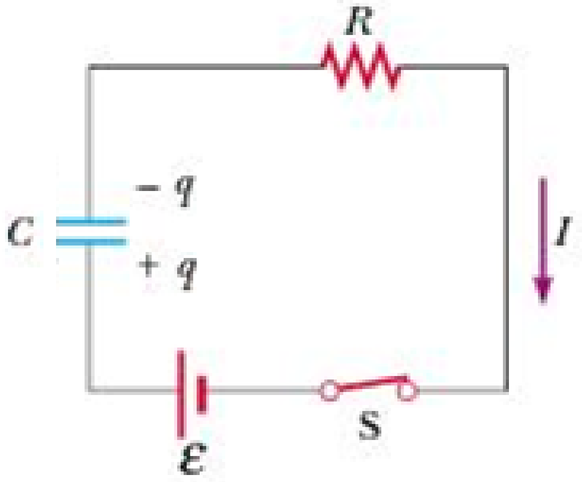
$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V \Rightarrow I_1 = \frac{\Delta V}{R_1}\,; I_2 = \frac{\Delta V}{R_2}$$

$$I = I_1 + I_2 = \Delta V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \Delta V\left(\frac{1}{R_{eq}}\right)$$

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1}$$

Carregamento de um capacitor em um circuito RC





$$\varepsilon = \frac{q}{C} + RI = 0 \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\varepsilon}{R}$$

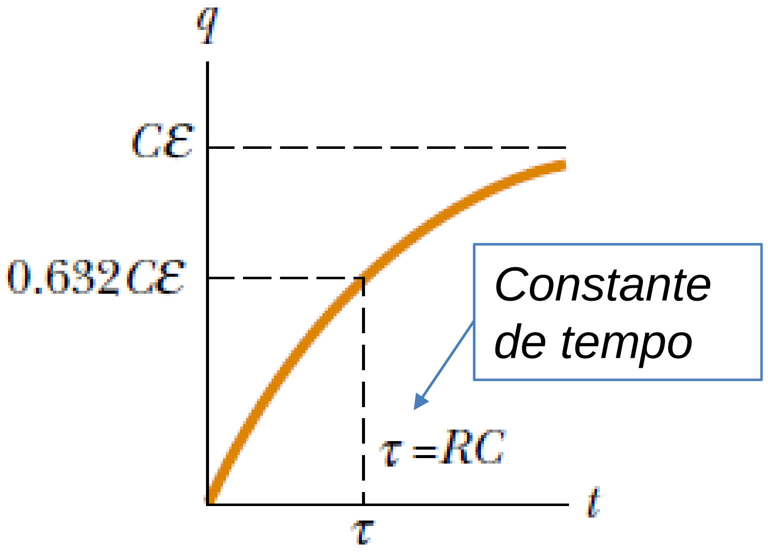
$$\frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\frac{1}{RC}dt$$

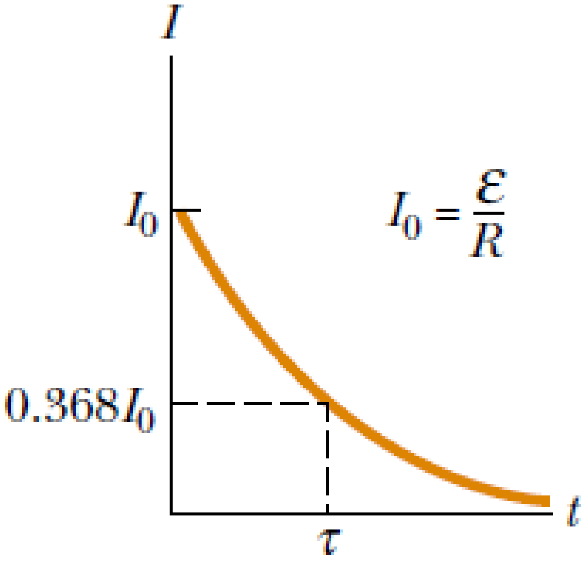
$$\ln\left(\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = -\frac{1}{RC}$$

$$q(t) = C\varepsilon\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right]$$

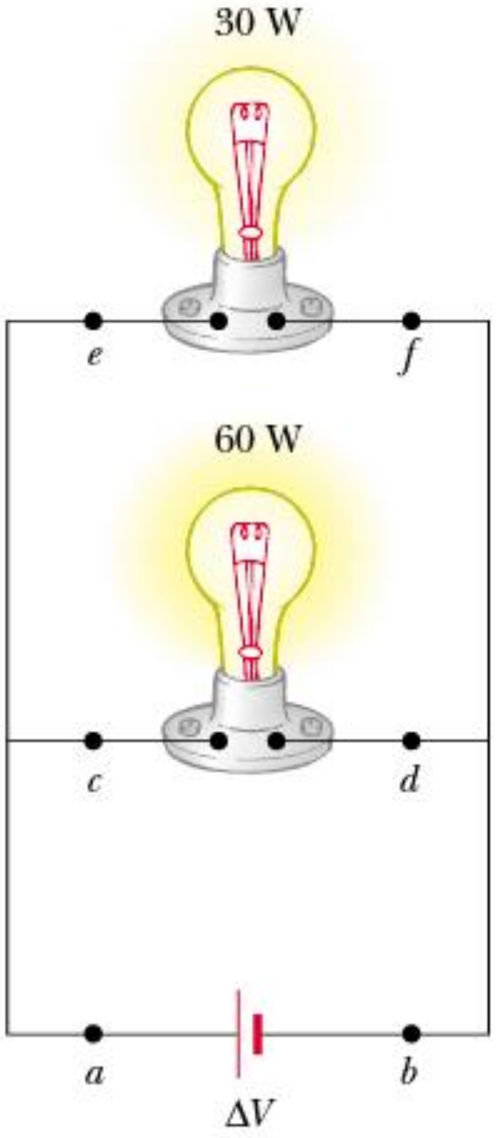
$$\Downarrow$$

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R}\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$





Exemplo 26. Em qual das lâmpadas a corrente é maior? Qual das lâmpadas tem a maior resistência? Qual é a potência equivalente da associação?



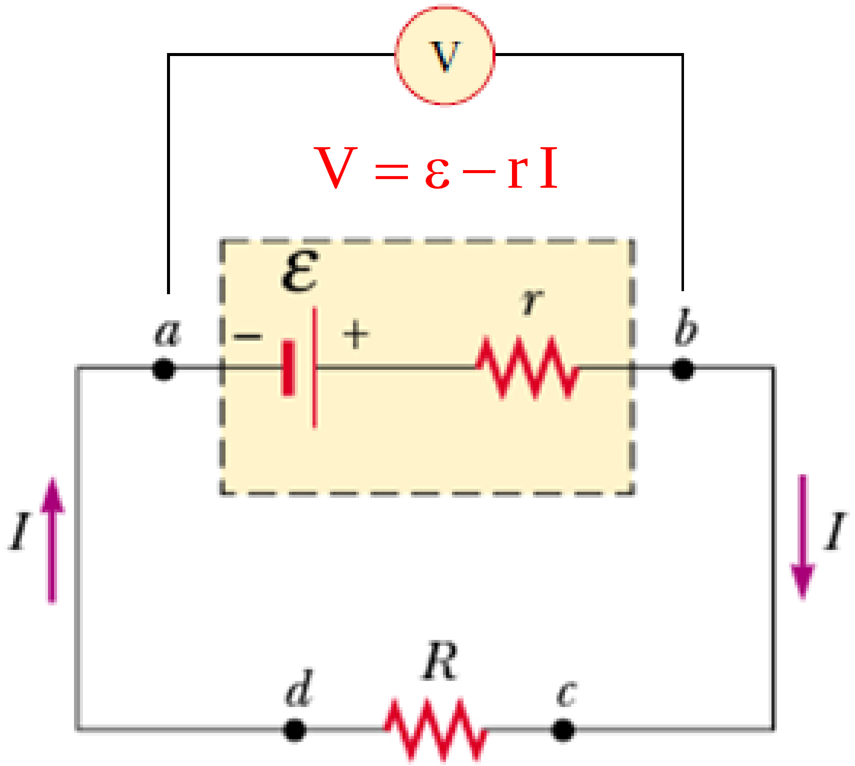
$$P = I\Delta V \Rightarrow I_{60\,W} > I_{30\,W}.$$

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R} \Rightarrow R_{30\,W} > R_{60\,W}.$$

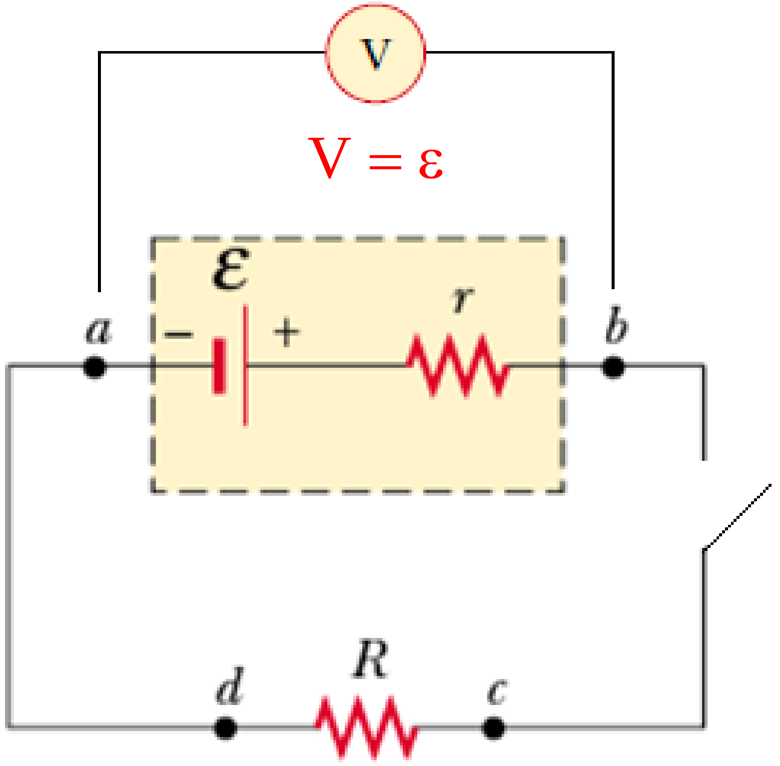
$$P_{eq} = \frac{(\Delta V)^2}{R_{eq}} = (\Delta V)^2\left(\frac{1}{R_{30}} + \frac{1}{R_{60}}\right)$$

$$P_{eq} = P_{30} + P_{60} = 90\ \mathrm{W}.$$

Exemplo 27. Qual é a medida do voltímetro em cada caso? Considera-se que um voltímetro ideal tem uma resistência infinita.

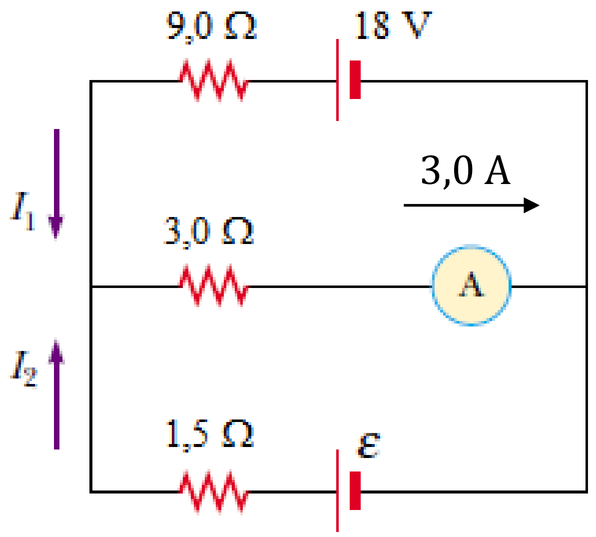


Circuito Fechado



Circuito Aberto

Exemplo 28. O amperímetro ideal mostrado na figura, indica uma corrente de 3,0 A. As correntes I_1 e I_2 têm os sentidos corretamente indicados. Determinar o sentido da corrente no amperímetro; as correntes I_1 e I_2; a fem ε.



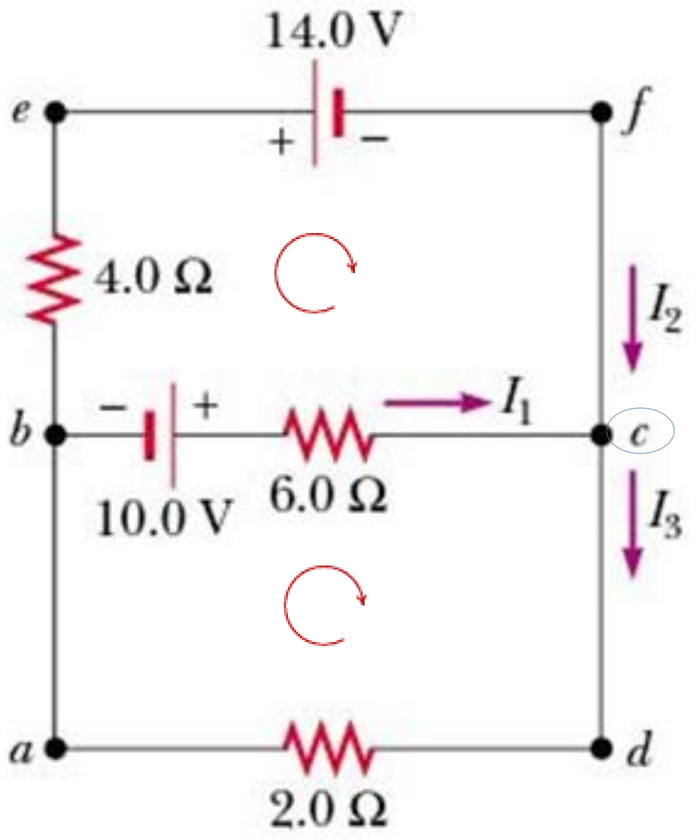
a) Sentido para a direita.

b) Lei das malhas → $18 - 9I_1 - 3 \times 3 = 0 \Longrightarrow I_1 = 1{,}0$ A.

c) Lei dos nós → $I_1 + I_2 = 3 \Longrightarrow I_2 = 2{,}0$ A.

d) Lei das malhas → $\varepsilon - 1{,}5 \times 2 - 3 \times 3 = 0 \Longrightarrow \varepsilon = 12$ V.

Exemplo 29. Determinar a corrente em cada resistor do circuito.



(1) c $\quad I_1 + I_2 = I_3$

(2) *abcda* $\quad 10.0\text{ V} - (6.0\ \Omega)I_1 - (2.0\ \Omega)I_3 = 0$

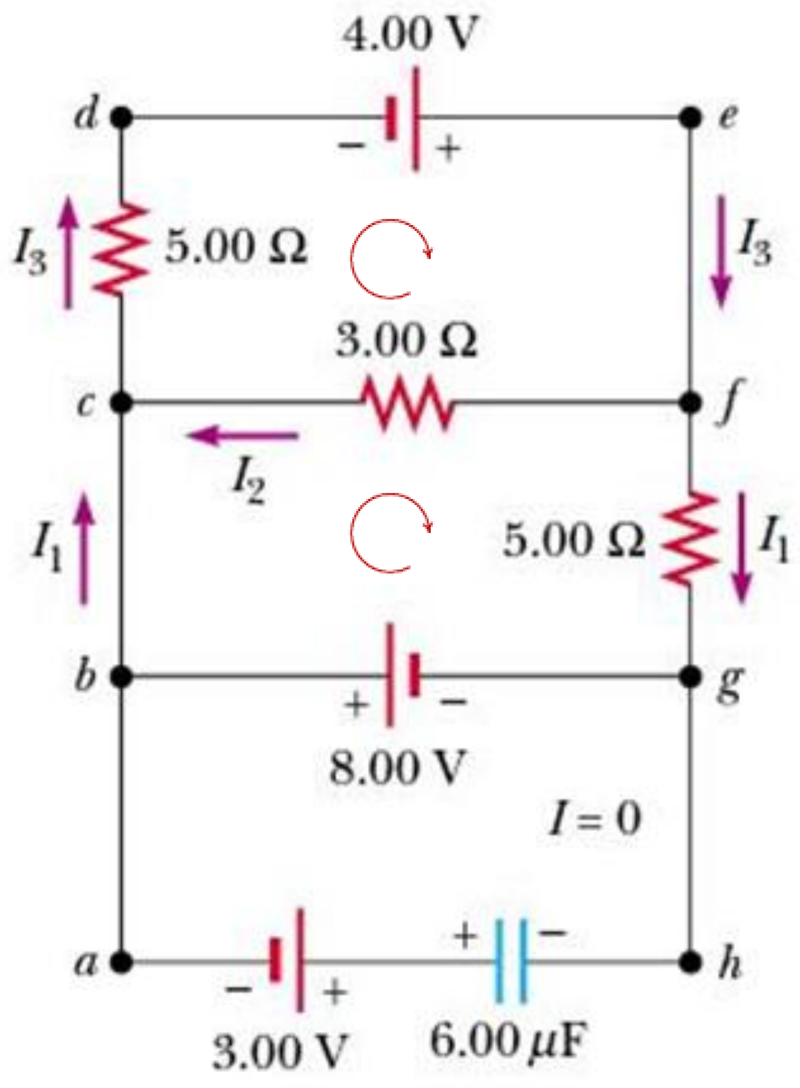
(3) *efcbe* $\quad -14.0\text{ V} + (6.0\ \Omega)I_1 - 10.0\text{ V} - (4.0\ \Omega)\ I_2 = 0$

$$I_1 = \boxed{2.0\text{ A}}$$

$$I_2 = \boxed{-3.0\text{ A}}$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = \boxed{-1.0\text{ A}}$$

Exemplo 30. Determinar a corrente em cada resistor e a carga no capacitor que está totalmente carregado.



(1) $c \quad I_1 + I_2 = I_3$

(2) $defcd \quad 4.00\ \text{V} - (3.00\ \Omega)I_2 - (5.00\ \Omega)I_3 = 0$

(3) $cfgbc \quad (3.00\ \Omega)I_2 - (5.00\ \Omega)I_1 + 8.00\ \text{V} = 0$

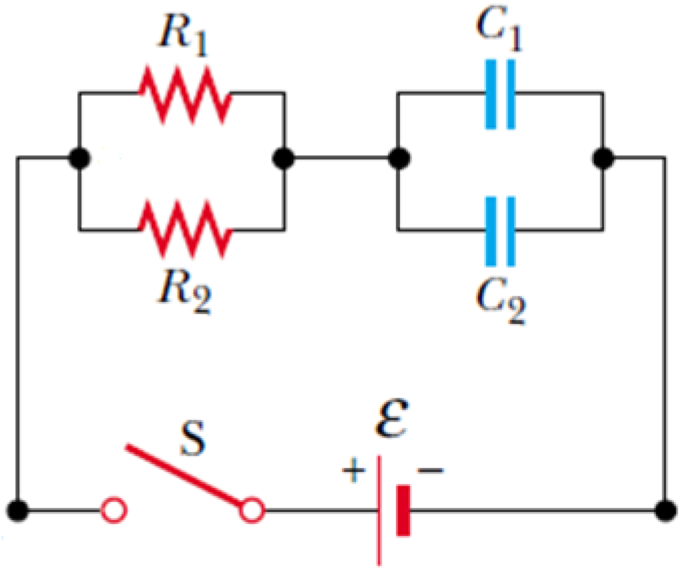
$I_2 = \boxed{-0.364\ \text{A}}$

$I_1 = \boxed{1.38\ \text{A}}$

$I_3 = \boxed{1.02\ \text{A}}$

$Q = (6.00\ \mu\text{F})(11.0\ \text{V}) = \boxed{66.0\ \mu\text{C}}$

Exemplo 31. No circuito abaixo, a fem da fonte é 12 V, as resistências valem 4,0 Ω e as capacitâncias valem respectivamente 1,0 nF e 3,0 nF. Considera-se que a chave está fechada há muito tempo. Determinar a constante de tempo do circuito e a carga final em cada capacitor.



$\tau = R_{eq}C_{eq} = 2{,}0 \times 4{,}0 \times 10^{-9} = 8{,}0 \times 10^{-9}$ s.

Chave fechada há muito tempo ⟶ corrente nula; carga máxima ⟶

$q_1 = C_1\varepsilon = 1{,}0 \times 10^{-9} \times 12 = 1{,}2 \times 10^{-8}$ C.

$q_2 = C_2\varepsilon = 3{,}0 \times 10^{-9} \times 12 = 3{,}6 \times 10^{-8}$ C.

Checando: $Q = C_{eq}\varepsilon = 4{,}0 \times 10^{-9} \times 12 = 4{,}8 \times 10^{-8}\ \mathrm{C} = q_1 + q_2$.