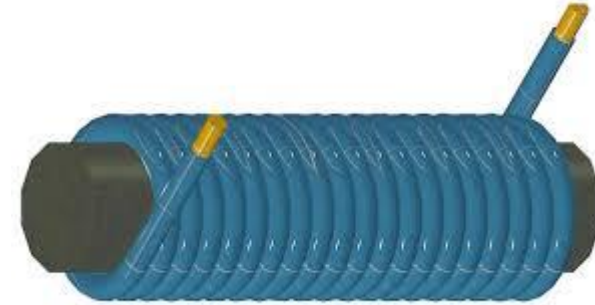


## Cap22. Campos magnéticos e forças magnéticas

Ímãs

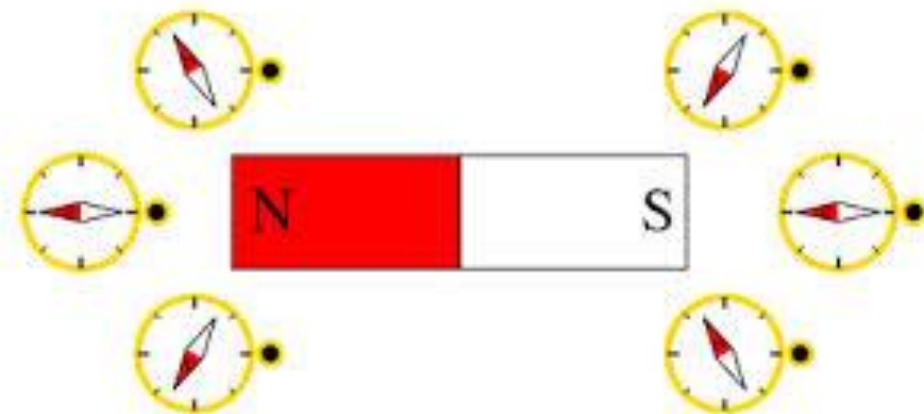


Eletroímã

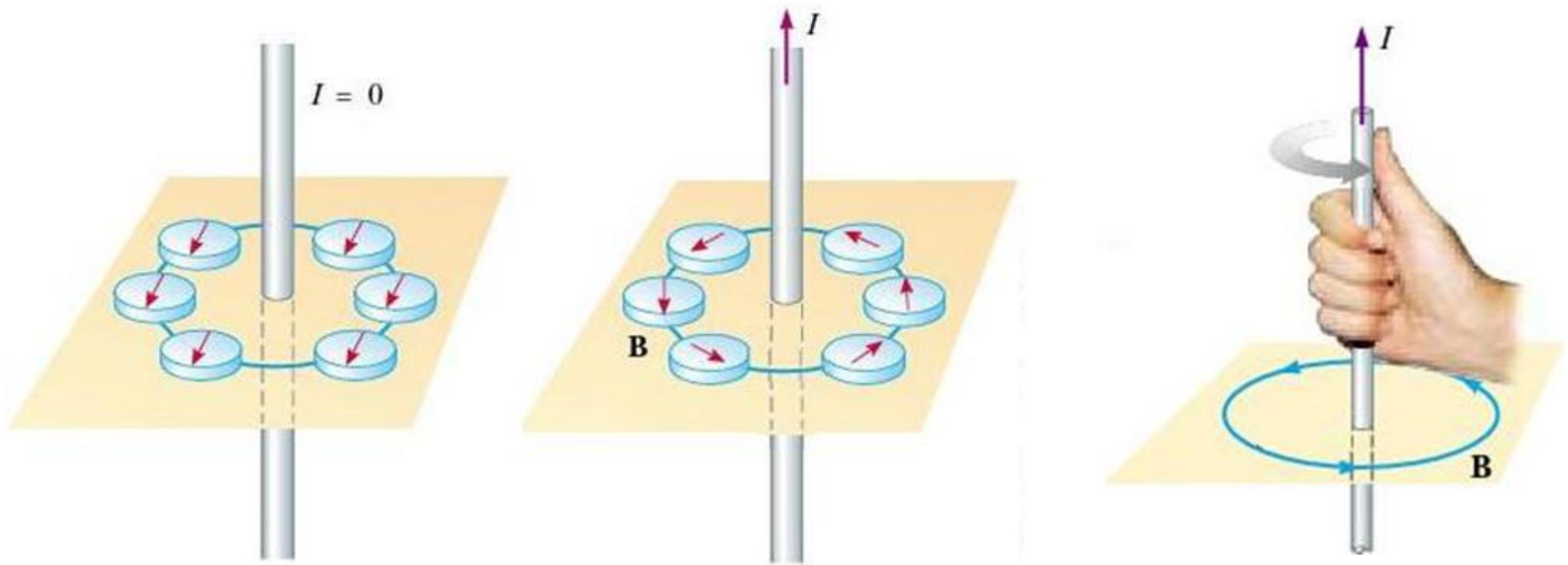


**Não existem polos magnéticos isolados (somente pares NS)**

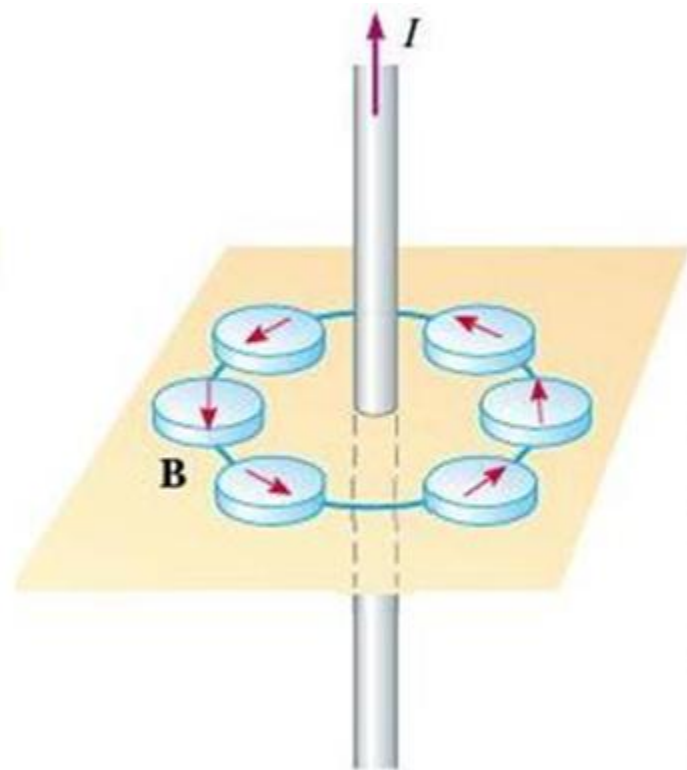
Bússolas próximas a um ímã



## Efeito de uma corrente elétrica sobre um ímã

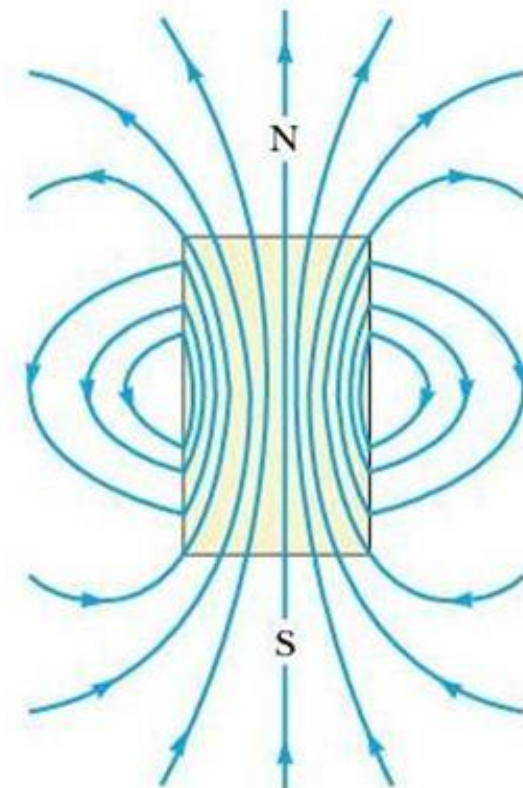
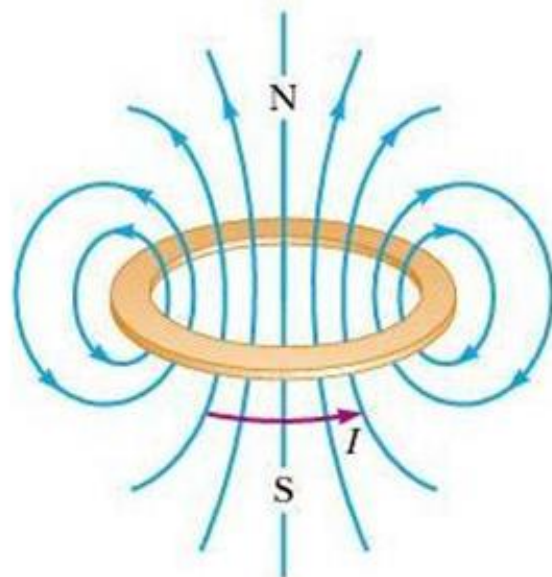


## Efeito de uma corrente elétrica sobre um ímã

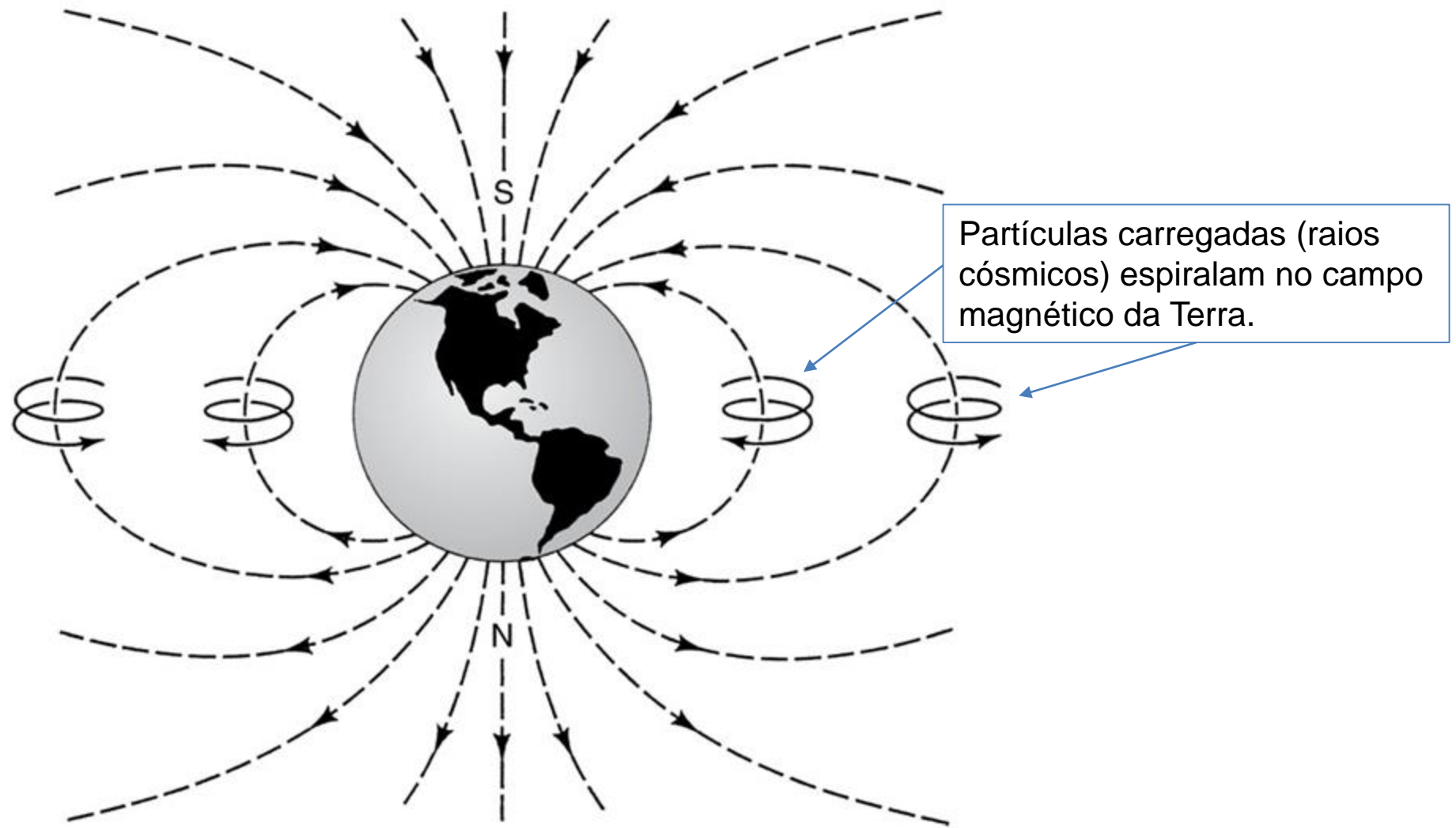


**Linhas do campo magnético**

## Linhas do campo magnético de uma espira circular e um ímã de barra



# Modelo de linhas do campo magnético da terra



© 2006 Thomson Higher Education



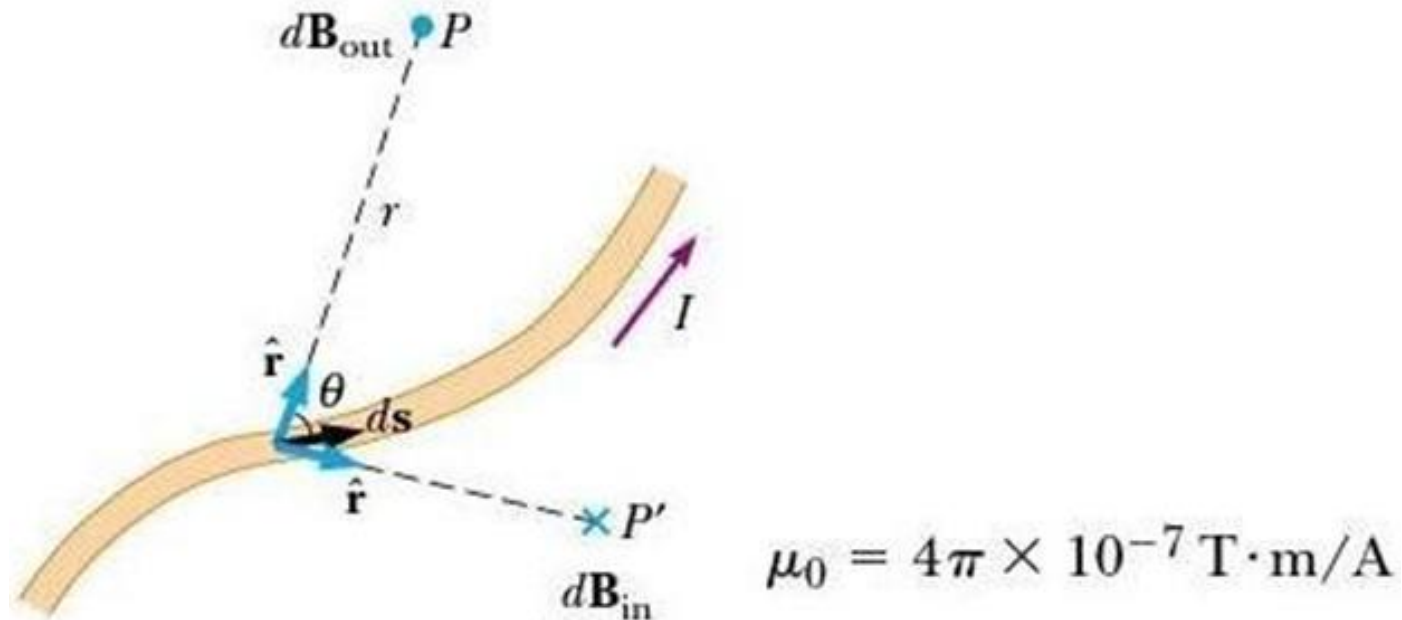
## Lei de Gauss para o campo magnético $\vec{B}$

*Polos magnéticos sempre ocorrem aos pares*  $\Rightarrow \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$ .

Unidade de  $|\vec{B}|$  no SI  $\rightarrow$  tesla (T). Unidade prática  $\rightarrow$  gauss (G).  $1,0 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$ .

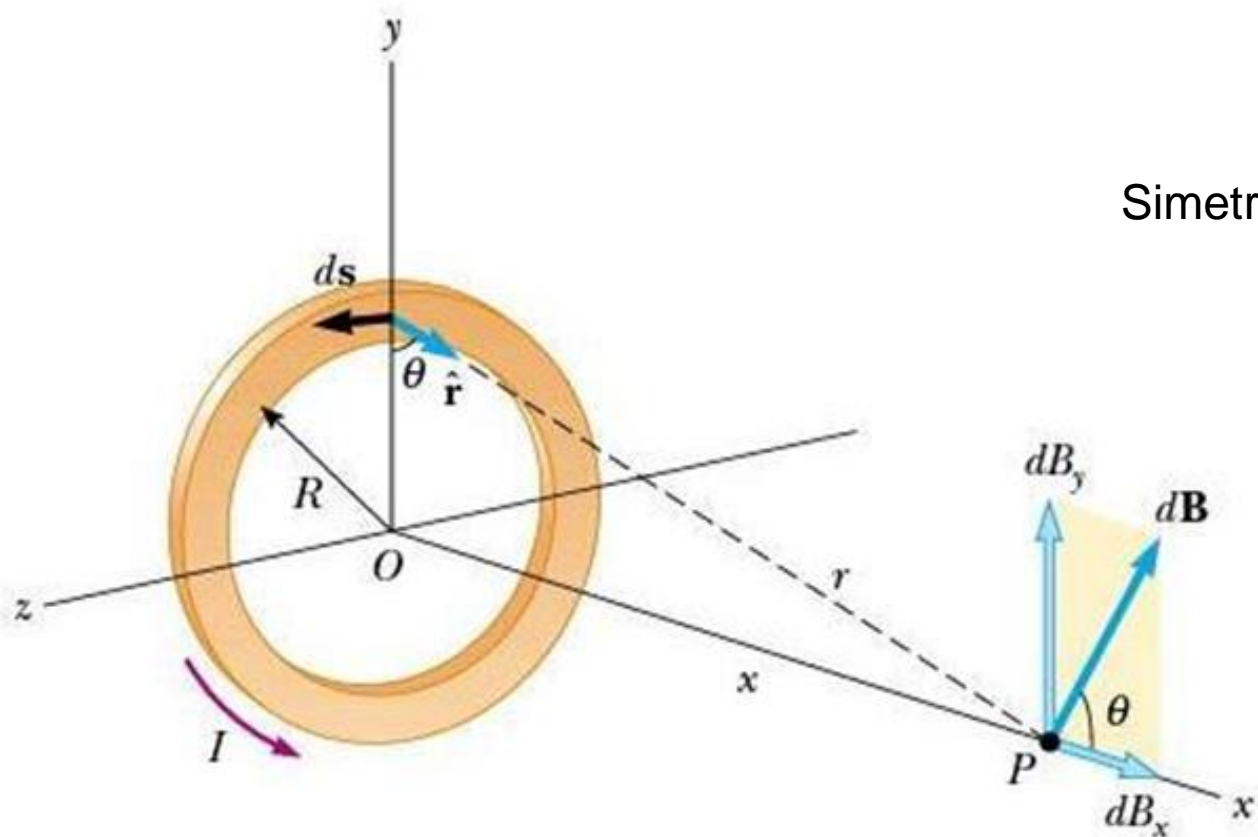
Some Approximate Magnetic Field Magnitudes	
Source of Field	Field Magnitude (T)
Strong superconducting laboratory magnet	30
Strong conventional laboratory magnet	2
Medical MRI unit	1.5
Bar magnet	$10^{-2}$
Surface of the Sun	$10^{-2}$
Surface of the Earth	$0.5 \times 10^{-4}$
Inside human brain (due to nerve impulses)	$10^{-13}$

## Fontes do campo magnético: Lei de Biot-Savart



$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \Rightarrow \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

## Exemplo 32. Campo magnético de uma espira circular em um ponto do eixo



$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{|d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}|}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{(x^2 + R^2)}$$

Simetria  $\rightarrow \mathbf{B} = B_x \hat{\mathbf{i}}$

$$B_x = \oint dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{ds \cos \theta}{x^2 + R^2}$$

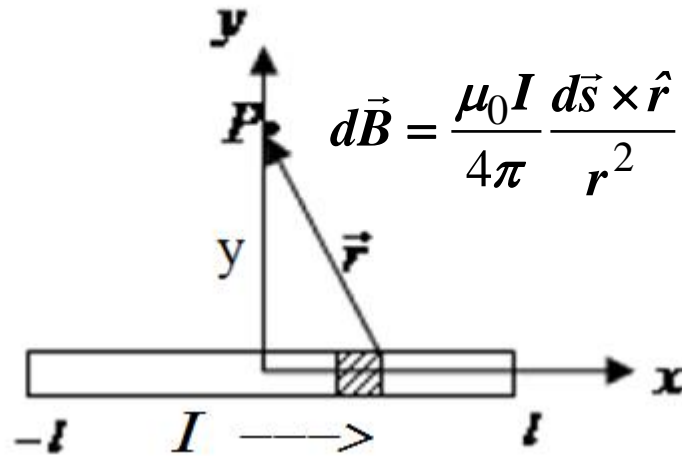
$$\cos \theta = R / (x^2 + R^2)^{1/2}$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (x^2 + R^2)^{3/2}} \oint ds = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (x = 0)$$



### Exemplo 33. Campo magnético devido a um fio condutor reto.



$$d\vec{s} = dx\hat{i}.$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{x\hat{i} + y\hat{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

$$\frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{ydx\hat{k}}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{ydx\hat{k}}{(x^2 + y^2)^{3/2}}.$$

### Exemplo 33. Campo magnético devido a um fio condutor reto.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I y \hat{k}}{4\pi} \int_{-\ell}^{\ell} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \dots \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi y} \frac{\ell}{\sqrt{\ell^2 + y^2}} \hat{k}}.$$

*Para um fio muito longo,*

$$\ell \gg y \Rightarrow \sqrt{\ell^2 + y^2} \rightarrow \ell \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi y} \hat{k}}$$

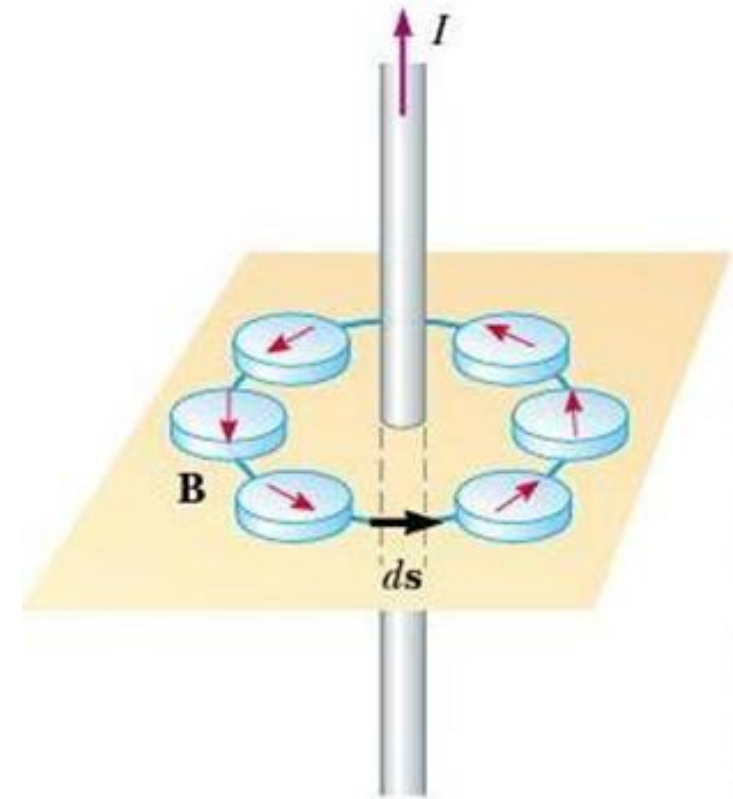
## Lei de Ampère

Fio muito longo, ou pontos muito próximos ao fio:

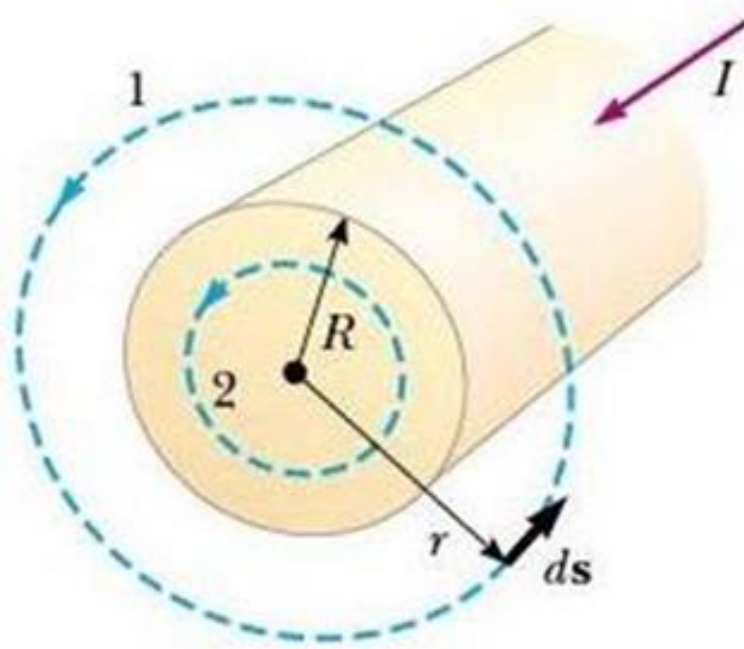
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I.$$

Nesse caso,

$$B 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



### Exemplo 34. Campo magnético próximo a um condutor longo.



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (r \geq R)$$

$$\frac{I'}{I} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow I' = \frac{r^2}{R^2} I$$

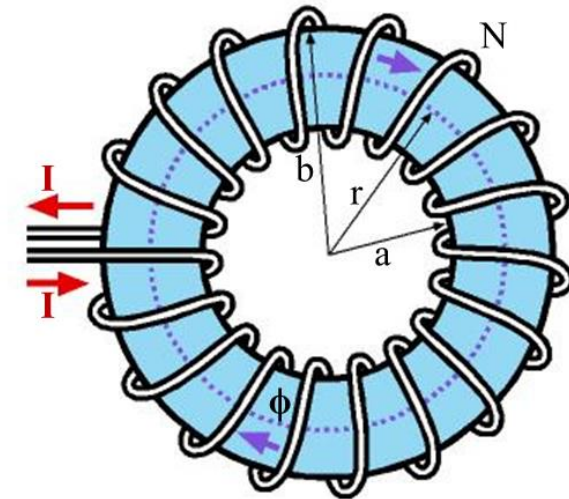
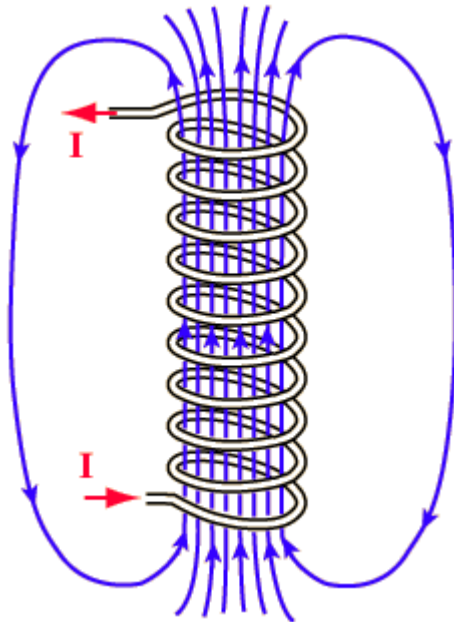
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B(2\pi r) = \mu_0 I' = \mu_0 \left( \frac{r^2}{R^2} I \right) \Rightarrow B = \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \right) r \quad (r < R)$$

# Campos de um solenoide e um toróide

Válvula solenoide de máquina de lavar

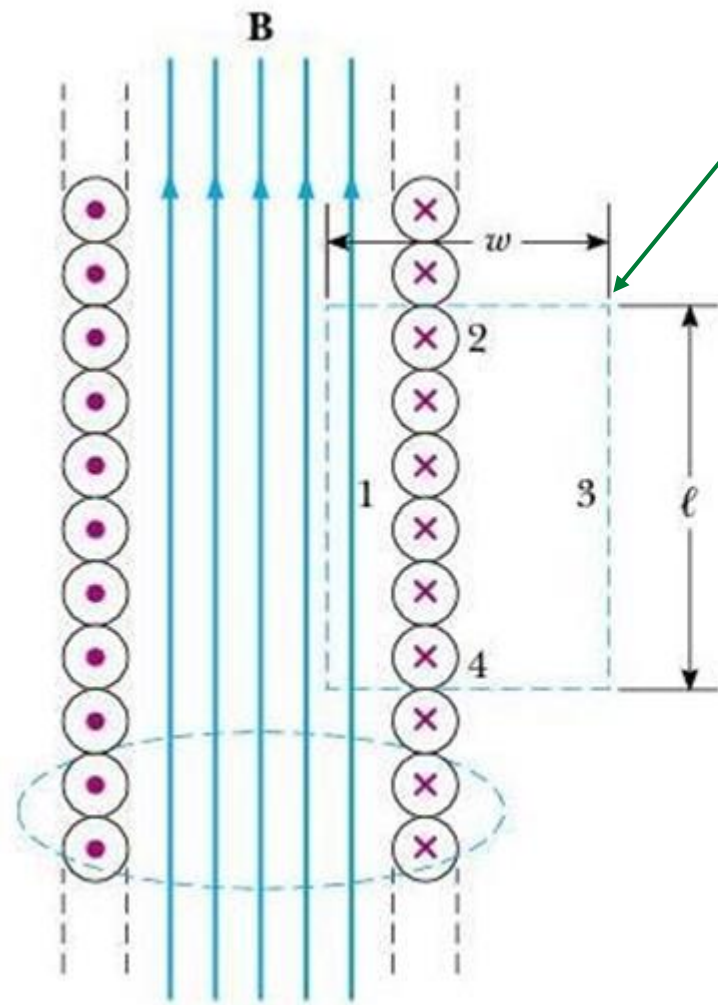
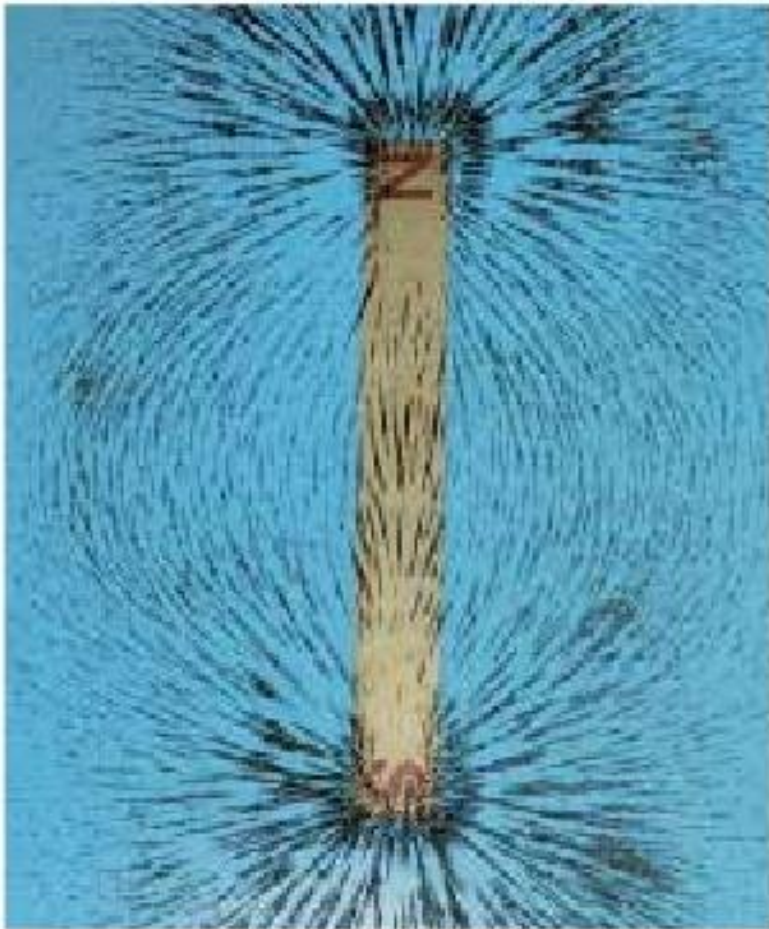


Transformador toroidal





## Exemplo 35. Campo próximo a um solenoide



Lei de Ampère

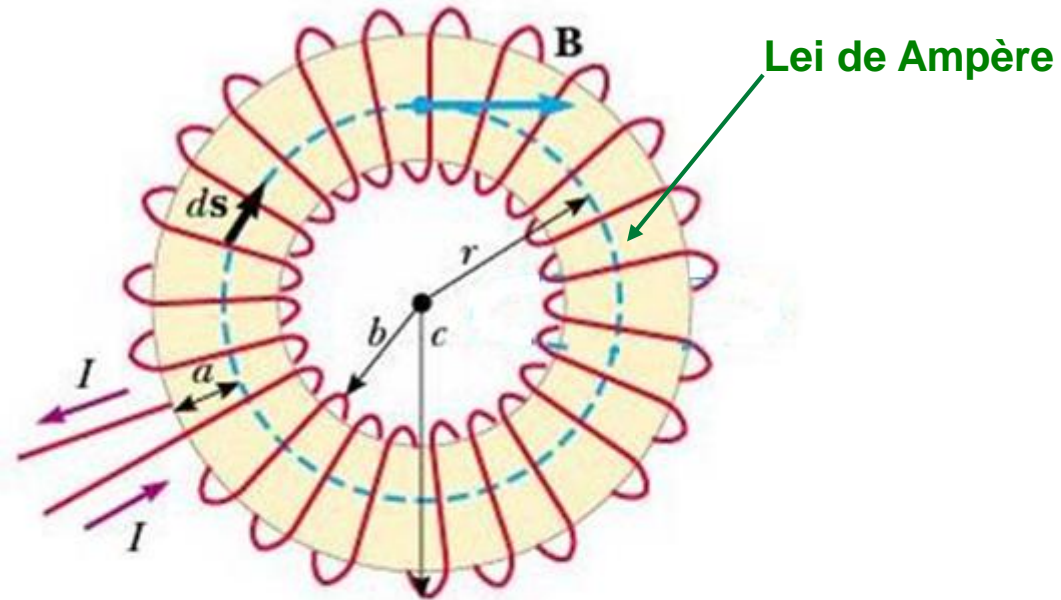
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_1 \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \int_1 ds = B\ell$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B\ell = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 n I$$

↑ nº de espiras por  
unidade de comprimento

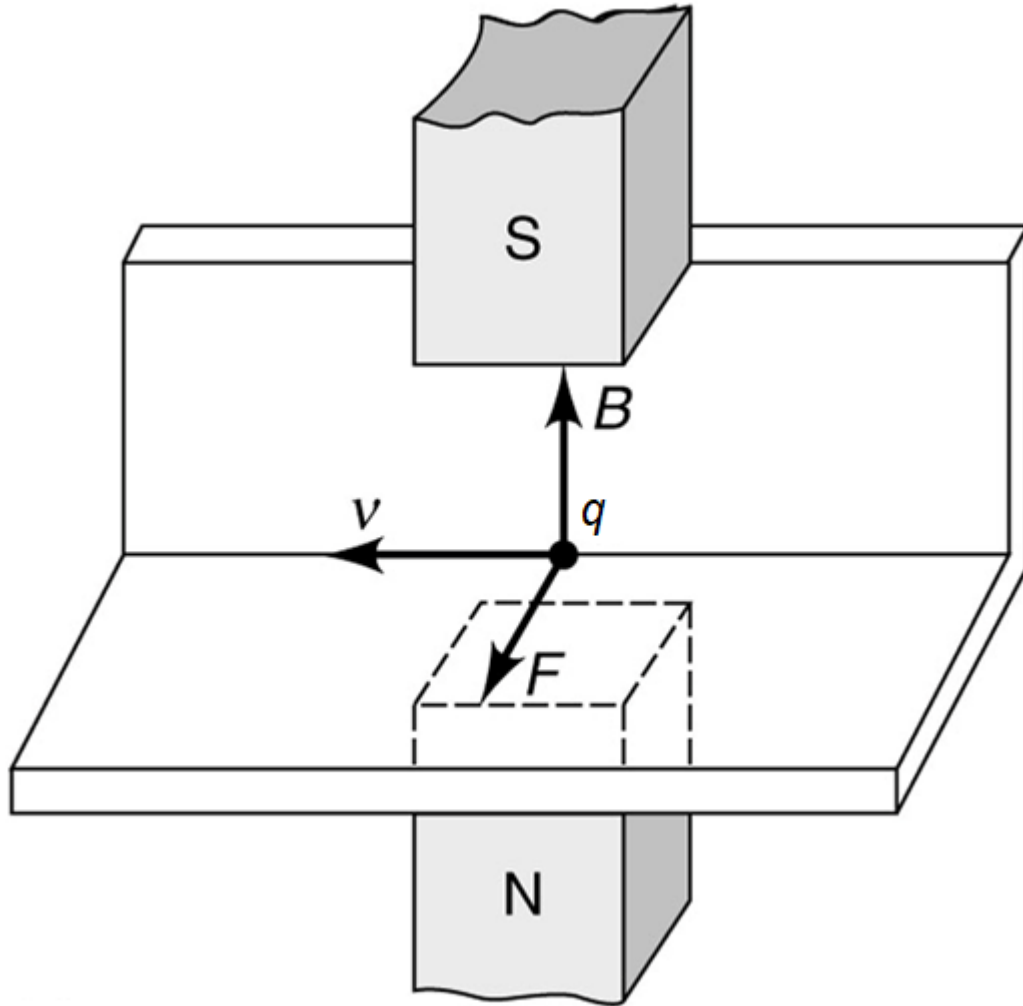
### Exemplo 36. Campo no interior de um enrolamento (bobina) com a forma de um toróide



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

# Força magnética sobre uma partícula carregada em movimento em um campo magnético



© 2006 Thomson Higher Education

## Força magnética:

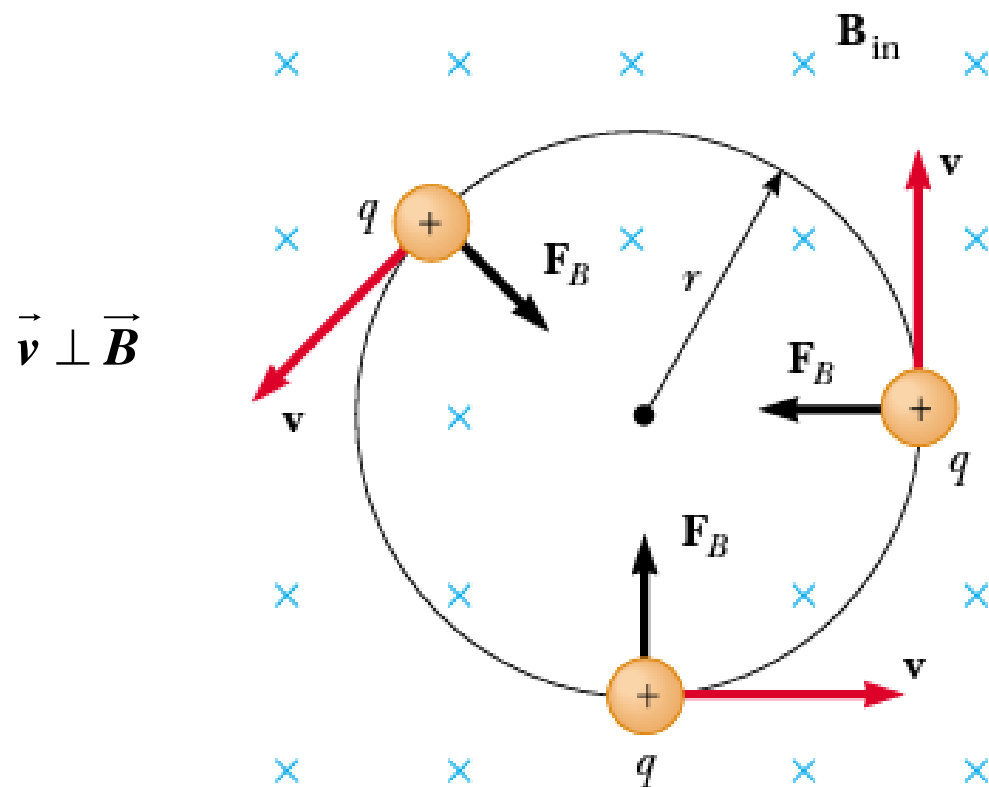
- *Intensidade (módulo)*  $\rightarrow F = qvB\sin(\angle \vec{v}, \vec{B})$
- *Direção*  $\rightarrow$  perpendicular ao plano de  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$
- *Sentido*  $\rightarrow$  regra da mão direita.

## Matematicamente,

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}.$$

- *Força nula*  $\rightarrow \vec{v} \parallel \vec{B}$
- *Força máxima*  $\rightarrow \vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow F_{\text{máx}} = qvB.$

## Movimento de uma partícula carregada quando a velocidade é perpendicular ao campo magnético



$$\sum F = ma_c \quad \text{2ª lei de Newton}$$

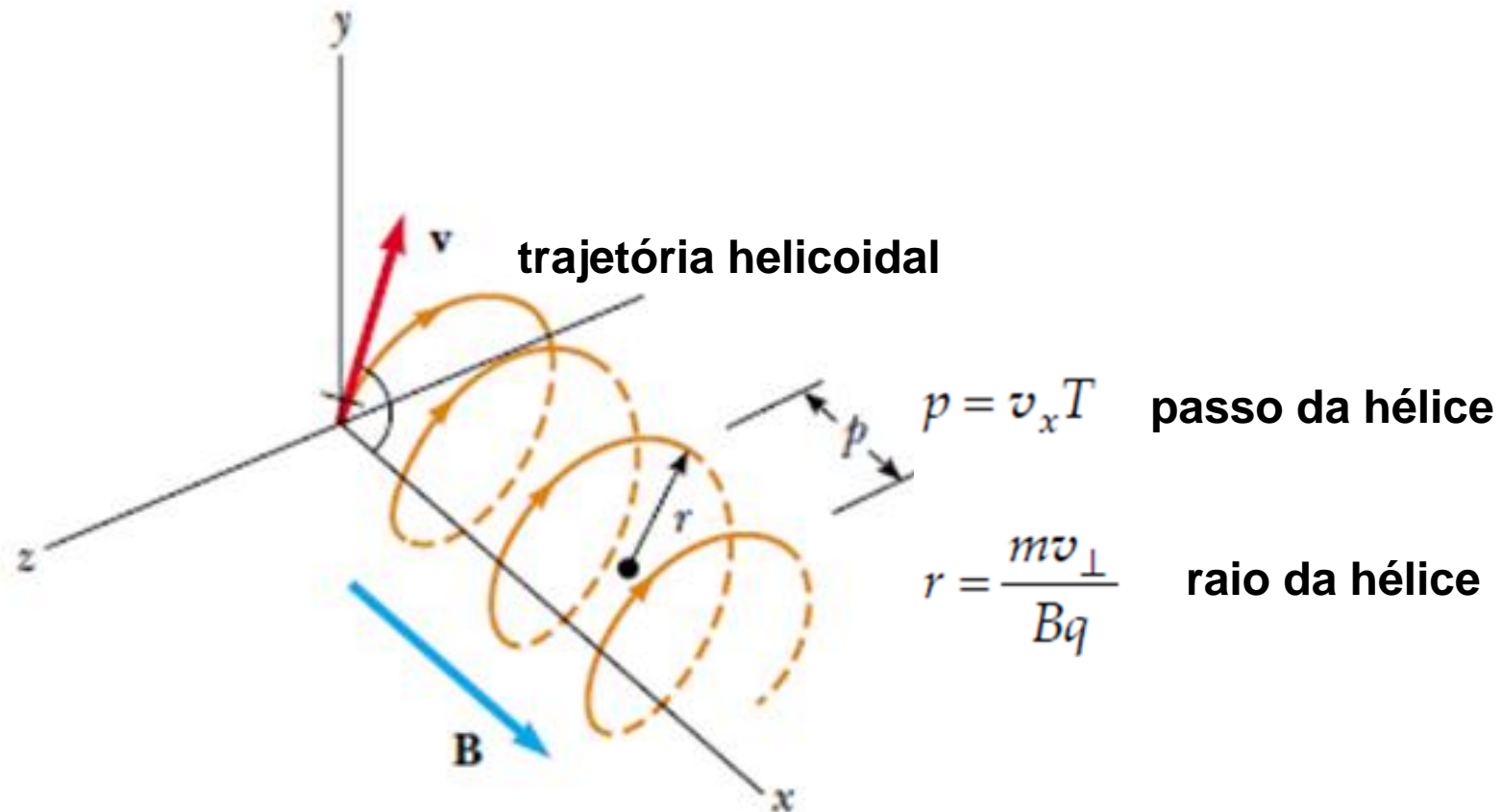
$$F_B = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{qB} \quad \text{raio da trajetória circular}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \quad \text{frequência angular (rad/s)}$$

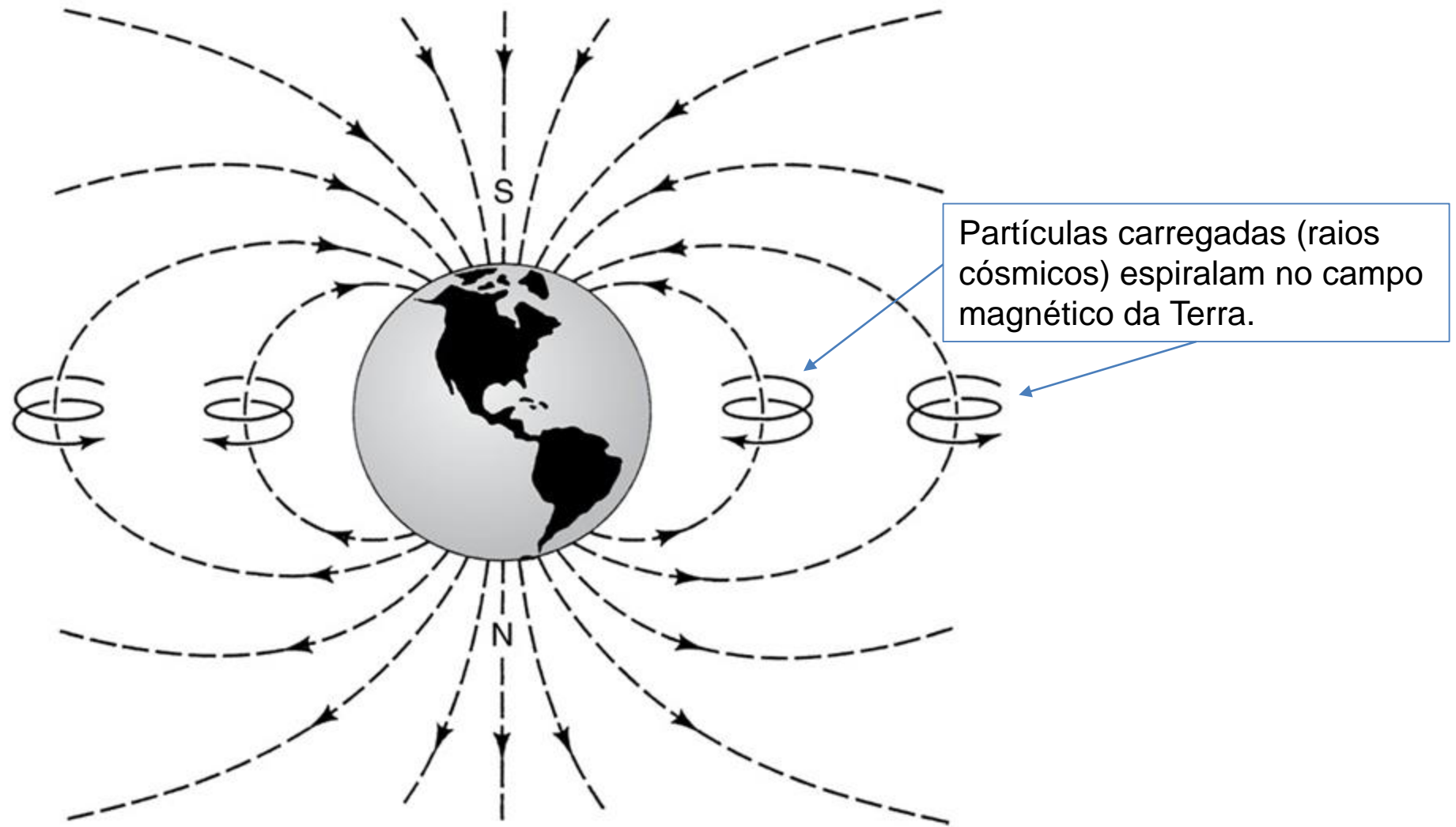
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB} \quad \text{período do movimento}$$

## Movimento de uma partícula carregada se a velocidade não é perpendicular ao campo magnético



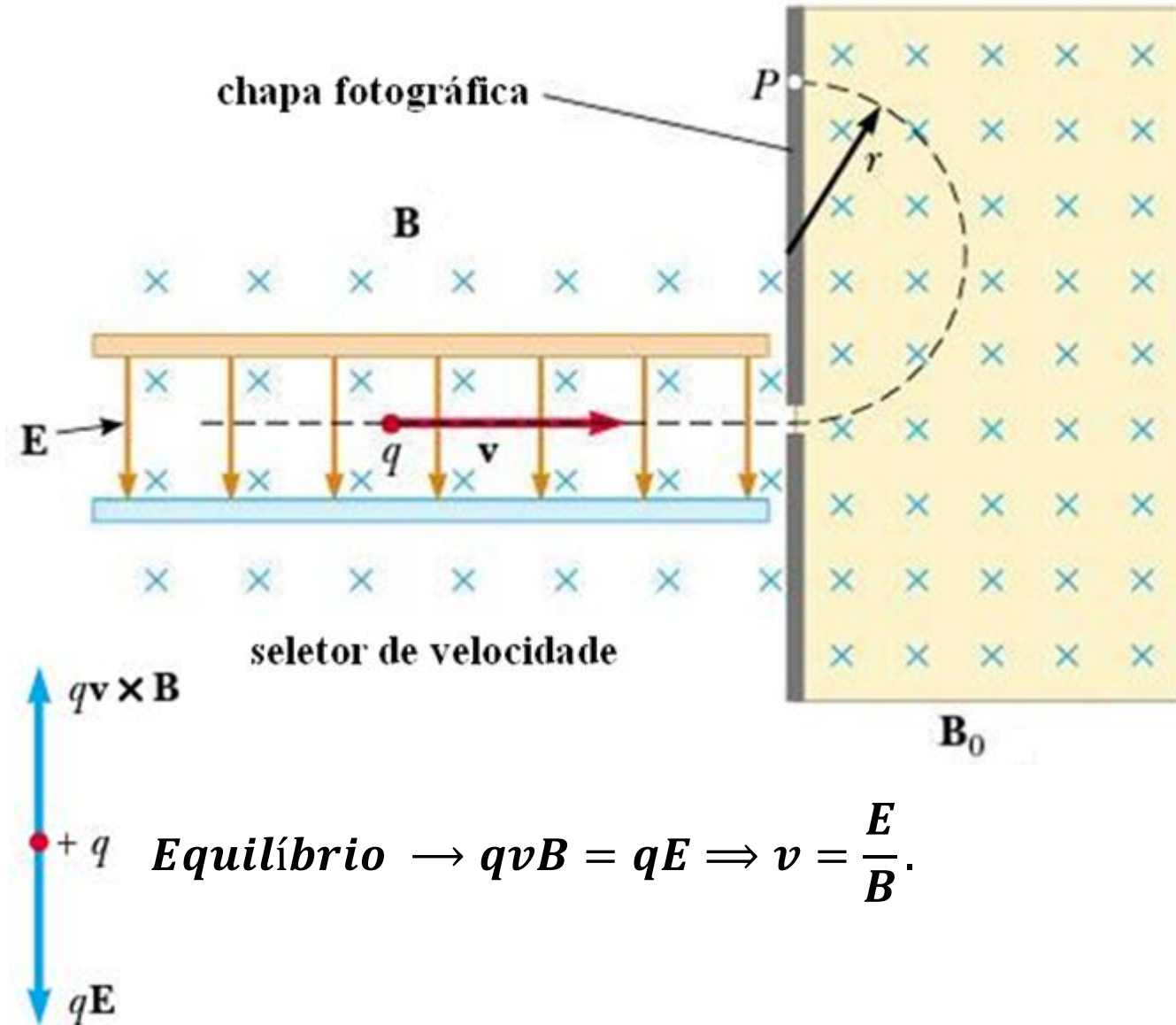


# Modelo de linhas do campo magnético da terra



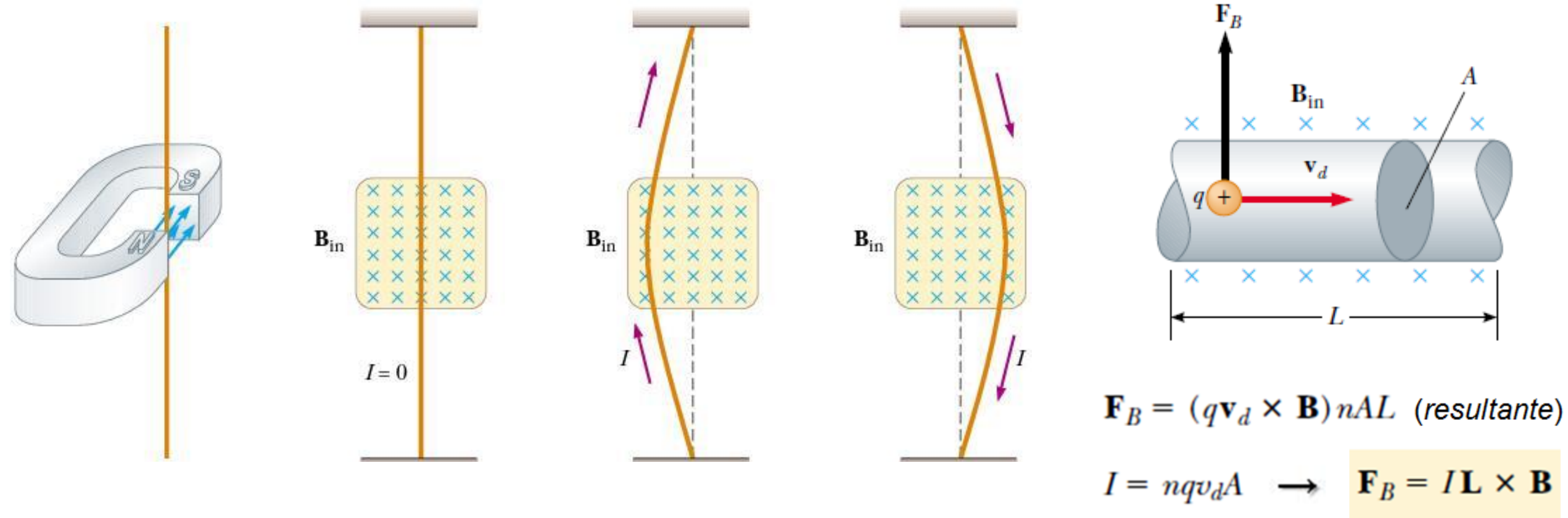
© 2006 Thomson Higher Education

## Exemplo 37: Espectrômetro de massa

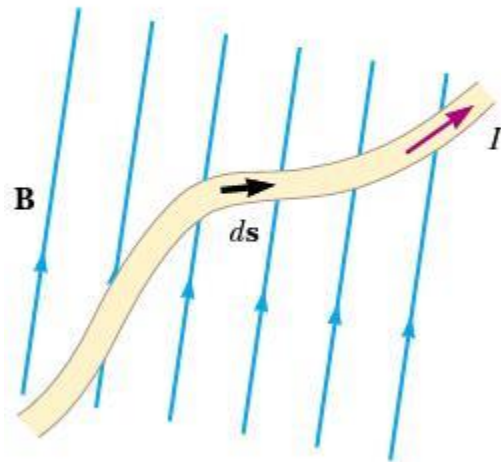


$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{E}{B} \\ r = \frac{mv}{qB_0} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{BB_0 r}{E} q$$

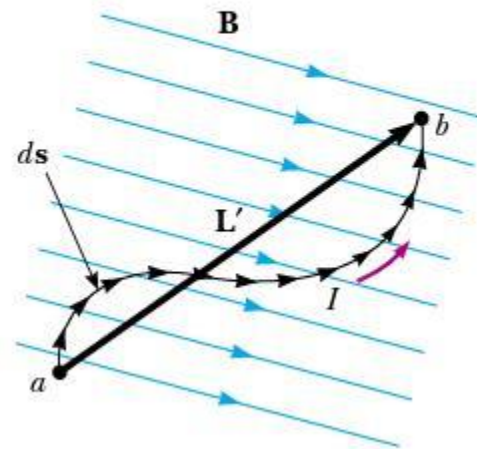
## Ação de um campo magnético uniforme sobre um fio condutor



## Ação de um campo magnético uniforme sobre uma espira condutora

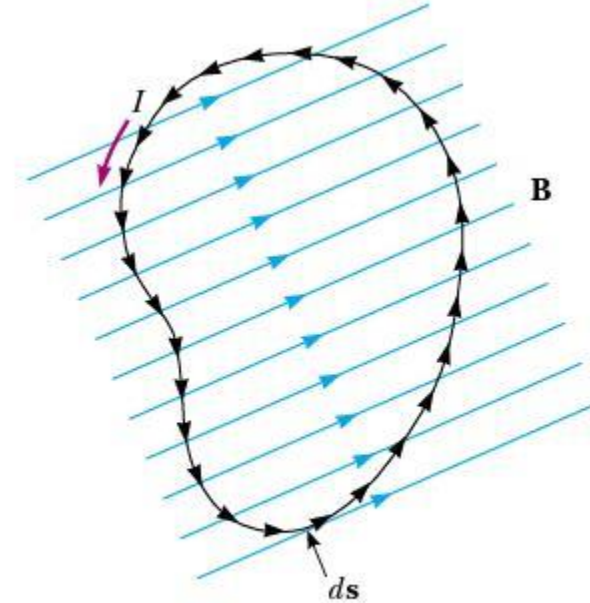


$$d\mathbf{F}_B = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B}$$



$$\mathbf{F}_B = I \left( \int_a^b d\mathbf{s} \right) \times \mathbf{B}$$

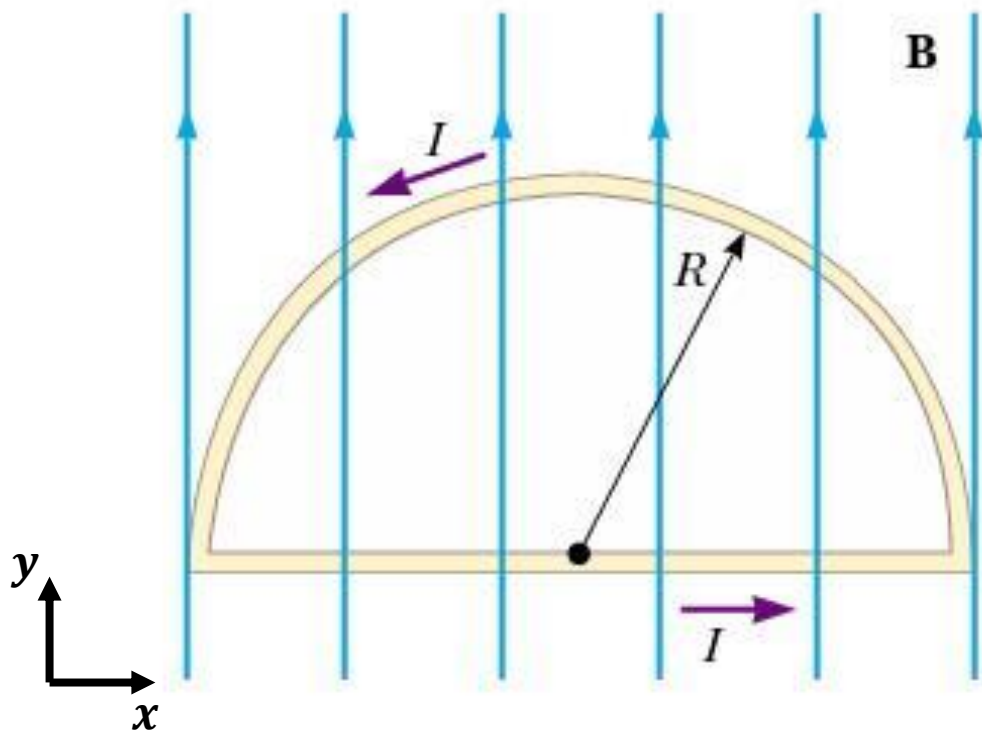
$$\mathbf{F}_B = I \mathbf{L}' \times \mathbf{B}$$



$$\mathbf{F}_B = I \left( \oint d\mathbf{s} \right) \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{F}_B = 0$$

**Exemplo 38. Força sobre o segmento curvo de uma espira condutora semicircular devida a um campo magnético uniforme situado ao longo do plano da espira**



$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

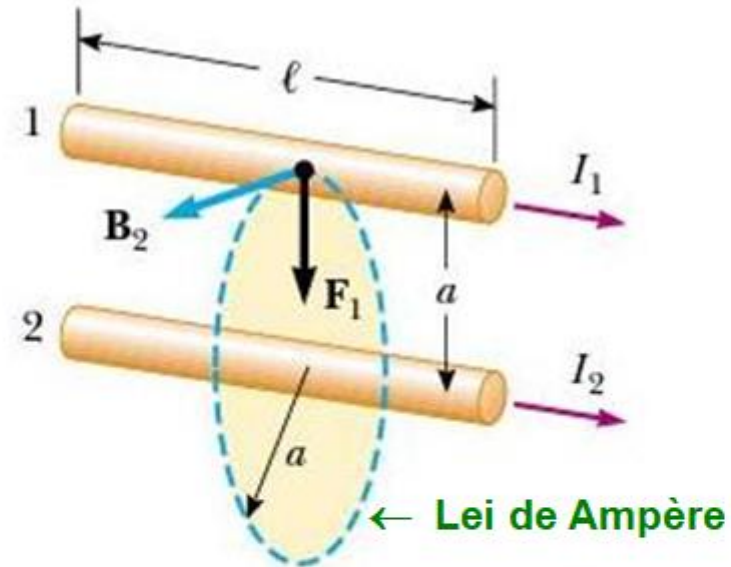
*Força resultante sobre a espira  $\rightarrow F_B = 0$*

*Força sobre o segmento reto  $\rightarrow \vec{F}_{\text{reto}} = I2R\vec{B}$*

$$\vec{F}_{\text{curvo}} = -I2R\vec{B}.$$



**Exemplo 39: Força magnética por unidade de comprimento entre dois condutores longos, retilíneos e paralelos em um campo magnético uniforme**

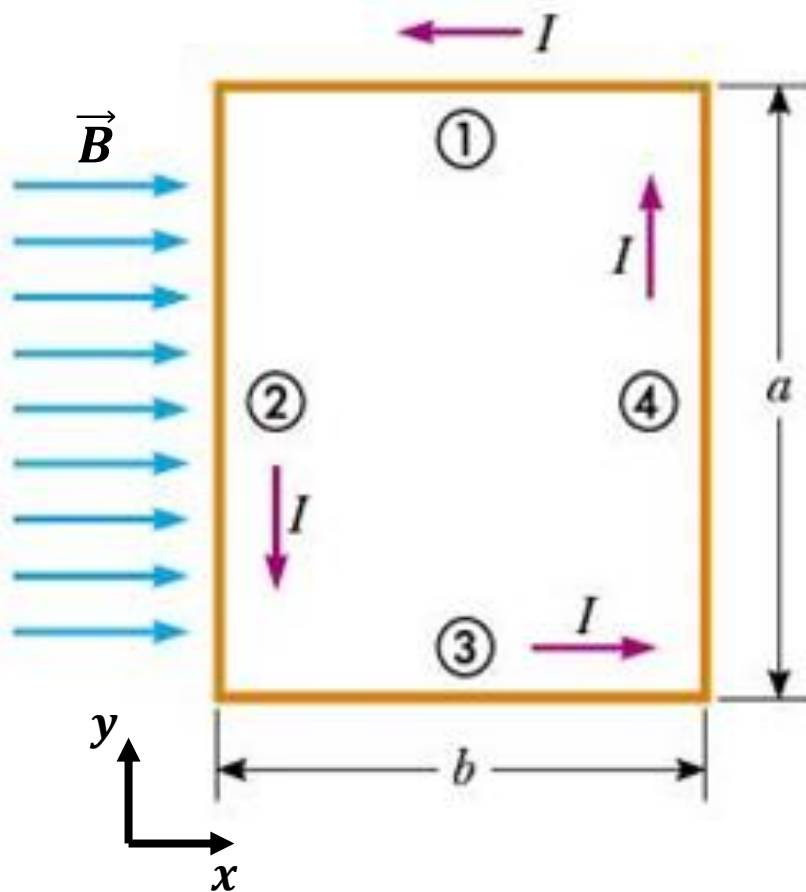


$$F_1 = I_1 \ell B_2 = I_1 \ell \left( \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \ell$$

**Força por unidade de comprimento:**

$$\frac{F_B}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

# Torque sobre uma espira condutora em um campo $\vec{B}$ uniforme



$$F_1 = F_3 = 0$$

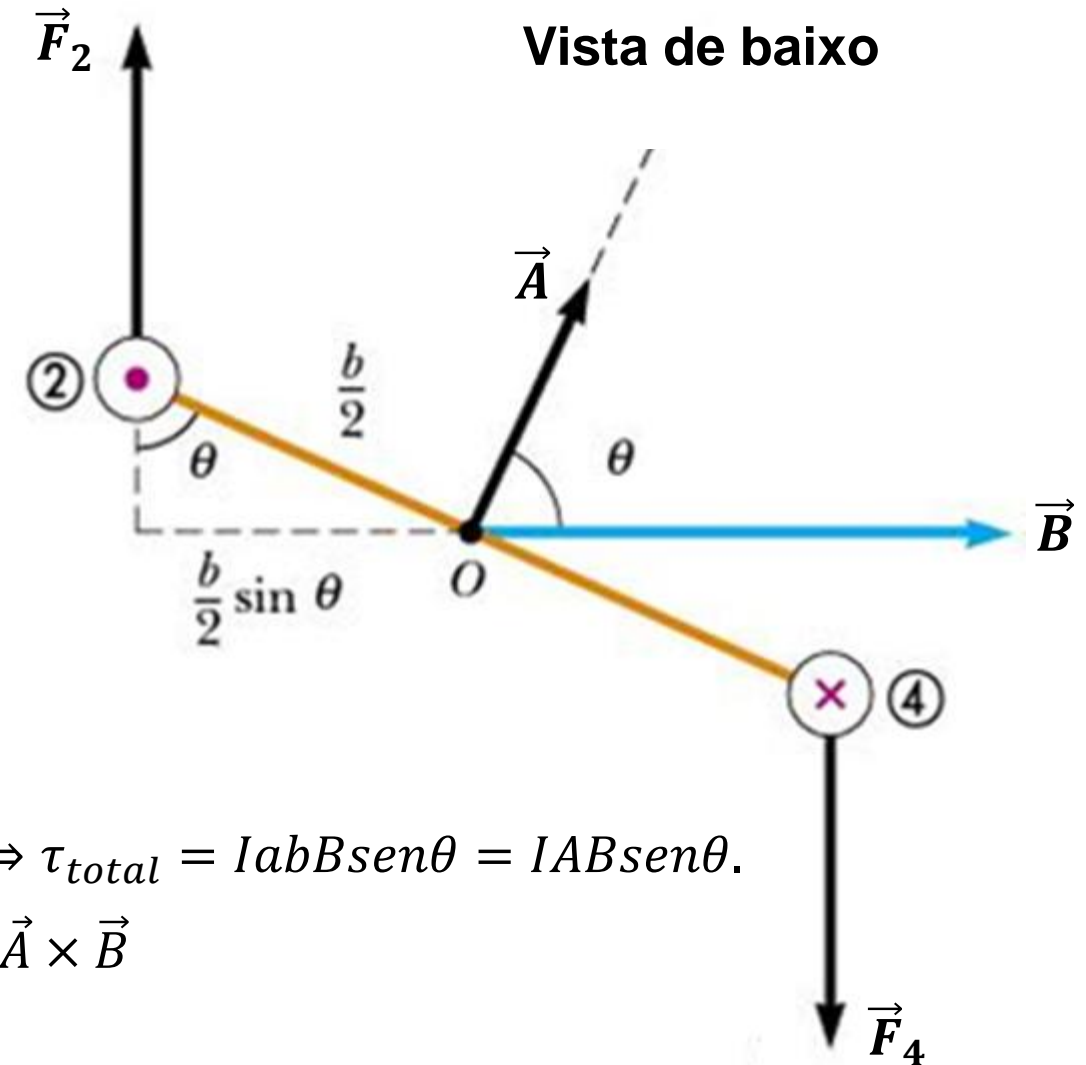
$$\vec{F}_2 = -IaB\vec{k}$$

$$\vec{F}_4 = +IaB\vec{k}$$

$$\text{Binário} \rightarrow \tau = Fd$$

$$\tau_2 = \tau_4 = IaB \frac{b}{2} \sin \theta \Rightarrow \tau_{total} = IabB \sin \theta = IAB \sin \theta.$$

$$\text{Vetor torque} \rightarrow \vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}$$



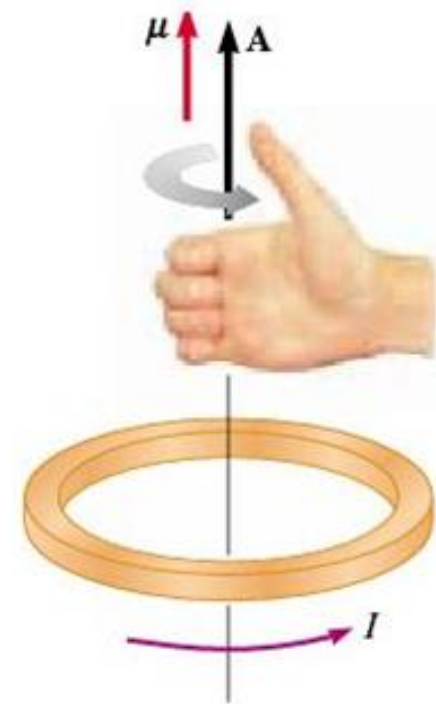
## Momento de dipolo magnético

- *Intensidade (módulo)*  $\rightarrow \mu = IA$
- *Direção*  $\rightarrow$  perpendicular ao plano da espira
- *Sentido*  $\rightarrow$  regra da mão direita.

Matematicamente,

$$\vec{\mu} = I\vec{A}.$$

Torque sobre a espira em um campo  $\vec{B} \rightarrow \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$



Forma diferencial da lei de Gauss para o campo  $\vec{B}$

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{B} = 0.$$