1 -

a) No equilíbrio, a força resultante é nula

$$\Longrightarrow \quad 800 + 40 + 350 - N = 0$$

$$\Longrightarrow \quad N = 1190\,N$$

b) No equilíbrio, o torque total é nulo. Com a origem no CM da ~~[illegible]~~ gangorra:

$$800 \times 1 - 350 \times X = 0$$

$$\Longrightarrow \quad X = \frac{800}{350} = \frac{80}{35} = \frac{16}{7}\,m$$

2 -

a)

$$\vec{L}_O = m_1 \vec{r}_1 \times \vec{v}_1 + m_2 \vec{r}_2 \times \vec{v}_2$$

$$= 4 \cdot 3\hat{y} \times 20\hat{x} + 6 \cdot 4\hat{x} \times 30\hat{y}$$

$$= -240\,\hat{z} + 720\,\hat{z}$$

$$= 480\,\hat{z} \quad kg\, m^2/s$$

b) O CM está localizado em

$$\vec{R}_{CM} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2}$$

$$= \frac{1}{10}\left(4 \cdot 3\hat{y} + 6 \cdot 4\hat{x}\right)$$

$$= (1{,}2\,\hat{y} + 2{,}4\,\hat{x})\ m$$

As posições das partículas em relação ao CM são:

$$\vec{r}_1{}' = \vec{r}_1 - \vec{R}_{CM} = 3\hat{y} - (1{,}2\hat{y} + 2{,}4\hat{x})$$

$$= 1{,}8\,\hat{y} - 2{,}4\,\hat{x}$$

$$\vec{r}_2{}' = \vec{r}_2 - \vec{R}_{CM} = 4\hat{x} - (1{,}2\hat{y} + 2{,}4\hat{x})$$

$$= -1{,}2\,\hat{y} + 1{,}6\,\hat{x}$$

Portanto, o momento angular em relação ao CM é:

$$\vec{L}_{CM} = m_1 \vec{r}_1{}' \times \vec{v}_1 + m_2 \vec{r}_2{}' \times \vec{v}_2$$

$$= 4 \cdot (1{,}8\hat{y} - 2{,}4\hat{x}) \times 20\hat{x}$$

$$+ 6 \cdot (-1{,}2\hat{y} + 1{,}6\hat{x}) \times 30\hat{y}$$

$$= -144\hat{z} + 288\hat{z} = 144\hat{z} \ \mathrm{kg\,m^2/s}$$

c) Temos que a velocidade do CM é:

$$\vec{V}_{CM} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{1}{10}(4 \cdot 20\hat{x} + 6 \cdot 30\hat{y})$$

$$= (8\hat{x} + 18\hat{y}) \ \mathrm{m/s}$$

Portanto, o momento angular do CM em relação à O é (com $M = m_1 + m_2$):

$$\vec{L}_O^{(CM)} = M \vec{R}_{CM} \times \vec{V}_{CM}$$

$$= 10\,(1{,}2\hat{y} + 2{,}4\hat{x}) \times (8\hat{x} + 18\hat{y})$$

$$= -96\hat{z} + 432\hat{z} = 336\hat{z} \ \mathrm{kg\,m^2/s}$$

Observe que

$$\vec{L}_O = \vec{L}_{CM} + M\vec{R}_{CM} \times \vec{V}_{CM}$$

Também poderíamos ter usado essa relação para determinar um dos momentos angulares, $\vec{L}_O$, $\vec{L}_{CM}$ ou $M\vec{R}_{CM} \times \vec{V}_{CM}$, sabendo os outros dois.

3)

a) $$U(x) = -\int_0^x dx'\, F(x')$$

$$= -\int_0^x dx'\left(-2x + 3x^2\right)$$

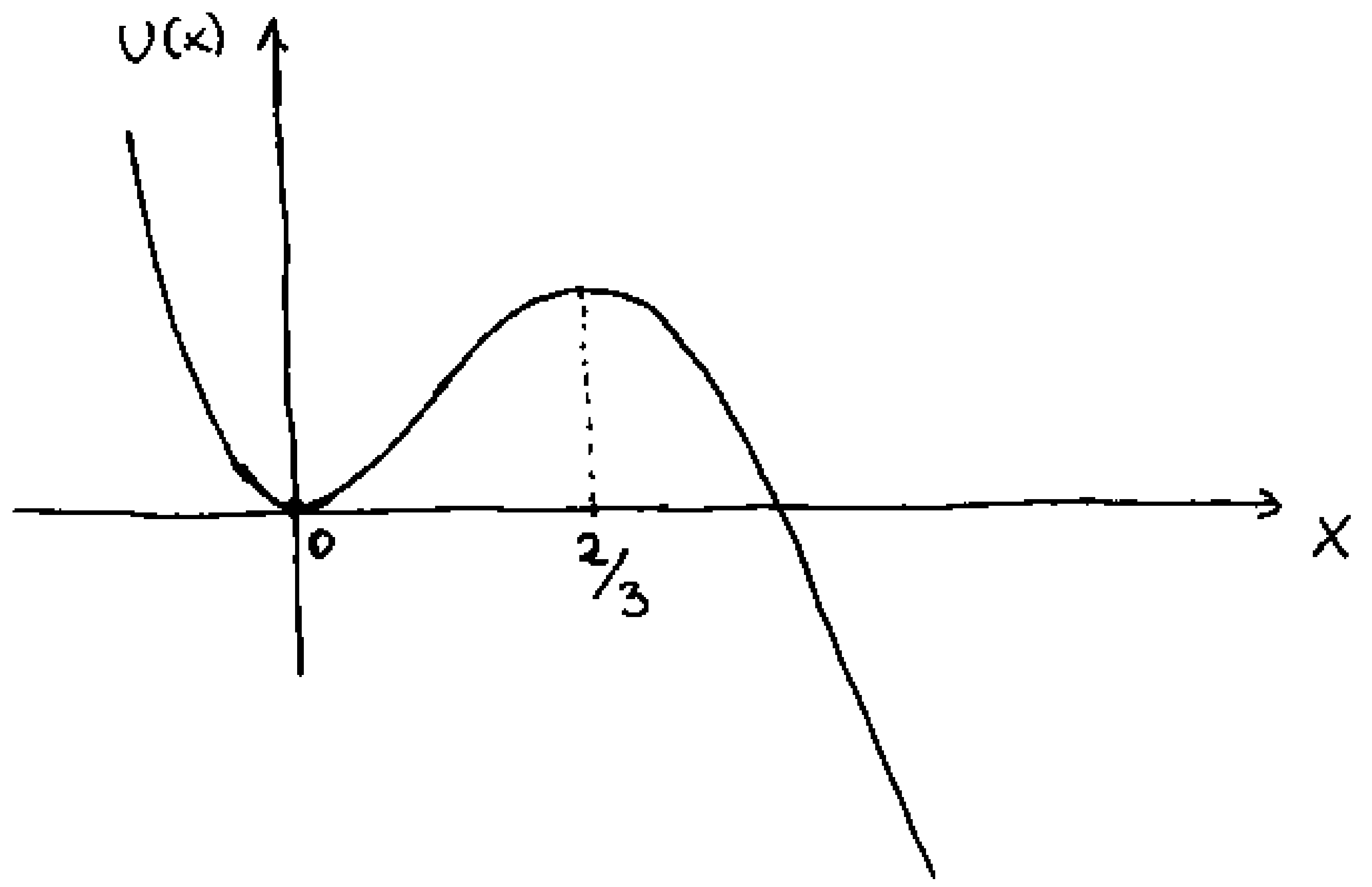
$$= x^2 - x^3$$

b) Pontos de equilíbrio:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \Rightarrow 2x - 3x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\left.\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right|_{x=0} = \left.(2-6x)\right|_{x=0} = 2 > 0$$ logo $x=0$ é um ponto de equilíbrio estável

$$\left.\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right|_{x=\frac{2}{3}} = \left.(2-6x)\right|_{x=\frac{2}{3}} = -2 < 0$$ logo $x = \frac{2}{3}$ é um ponto de equilíbrio instável



c) Por conservação de energia:

$$\frac{m v^2}{2} + U(x) = \text{constante}$$

Portanto:

$$\frac{2 \cdot 2^2}{2} + U(3) = \frac{2 \cdot v^2}{2} + U(5)$$

$$4 - 18 = v^2 - 100$$

$$\Rightarrow \quad v^2 = 86 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{86} \ m/s$$

4 - Em uma colisão elástica, o momento linear e a energia cinética são conservados:

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}$$

$$\frac{m_1 v_{1i}^2}{2} + \frac{m_2 v_{2i}^2}{2} = \frac{m_1 v_{1f}^2}{2} + \frac{m_2 v_{2f}^2}{2}$$

Temos $v_{2i} = 0$ e podemos considerar o movimento unidimensional, pois a colisão é frontal.

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$m_1 v_{1i}^2 = m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2$$

Pela primeira equação:

$$v_{1f} = \frac{1}{m_1}\left(m_1 v_{1i} - m_2 v_{2f}\right)$$

Substituindo na segunda equação:

$$\cancel{m_1 v_{1i}^2} = \frac{1}{m_1}\left(m_1 v_{1i} - m_2 v_{2f}\right)^2 + m_2 v_{2f}^2$$

$$= \cancel{m_1 v_{1i}^2} - 2 m_2 v_{1i} v_{2f} + \left(\frac{m_2^2}{m_1} + m_2\right) v_{2f}^2$$

Desconsiderando a solução $v_{2f} = 0$, que corresponderia ao caso em que não há colisão, temos

$$v_{2f} = \frac{2m_2}{\frac{m_2^2}{m_1} + m_2} v_{1i} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

e obtemos também;

$$v_{1f} = \frac{1}{m_1}\left(m_1 v_{1i} - \frac{2m_1 m_2 v_{1i}}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

Portanto:

$$v_{2f} = \frac{2 \cdot 3}{3 + 7} \cdot 2 = 1,2 \ m/s$$

$$v_{1f} = \frac{3 - 7}{3 + 7} \cdot 2 = -0,8 \ m/s$$