CAPÍTULO 34

1. Se o passarinho está a uma distância d_2 do espelho, o plano da imagem está a uma distância d_2 do outro lado do espelho. A distância lateral entre a câmara e o beija-flor é d_3 = 5,00 m. Vamos chamar de d_1 a distância entre a câmara e o espelho e construir um triângulo retângulo formado por d_3 e pela distância $d = d_1 + d_2$ entre a câmara e o plano da imagem. De acordo com o teorema de Pitágoras, esta distância é

$$d = \sqrt{(d_1 + d_2)^2 + d_3^2} = \sqrt{(4,30 \text{ m} + 3,30 \text{ m})^2 + (5,00 \text{ m})^2} = 9,10 \text{ m}.$$

- 2. Como a imagem está 10 cm atrás do espelho e você está 30 cm à frente do espelho, a distância entre seus olhos e a posição aparente da imagem da mariposa no espelho é 10 cm + 30 cm = 40 cm.
- 3. A intensidade da luz produzida por uma fonte pontual varia com o quadrado da distância da fonte. Antes da introdução do espelho, a intensidade da luz no centro da tela é dada por $I_P = A/d^2$, em que A é uma constante. Depois que o espelho é introduzido, a intensidade da luz é a soma da luz que chega diretamente à tela, com a mesma intensidade I_P de antes, com a luz refletida. Como a luz refletida parece ter sido produzida por uma fonte pontual situada a uma distância d atrás do espelho, a distância entre a imagem da fonte e a tela é 3d e sua contribuição para a intensidade da luz no centro da tela é

$$I_r = \frac{A}{(3d)^2} = \frac{A}{9d^2} = \frac{I_P}{9}.$$

A intensidade total da luz no centro da tela é, portanto,

$$I = I_P + I_r = I_P + \frac{I_P}{9} = \frac{10}{9}I_P$$

e a razão entre a nova intensidade e a intensidade antiga é $I/I_p = 10/9 = 1,11$.

4. No momento em que *S* consegue ver *B*, os raios luminosos provenientes de *B* estão sendo refletidos pela borda do espelho em direção a *S*. Nesse caso, o ângulo de reflexão é 45°, já que uma reta traçada de *S* até a borda do espelho faz um ângulo de 45° com a parede. De acordo com a lei de reflexão de espelhos planos,

$$\frac{x}{d/2} = \tan 45^\circ = 1 \implies x = \frac{d}{2} = \frac{3.0 \,\text{m}}{2} = 1.5 \,\text{m}.$$

5. PENSE Este problema envolve a refração em uma interface ar-água e a reflexão por um espelho plano.

FORMULE De acordo com a lei de Snell,

$$\frac{\operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen}\theta'} = \frac{n_{ag}}{n_{ar}},$$

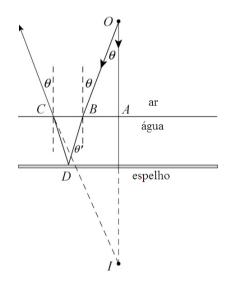
que, em nosso caso, se reduz a $\theta' \approx \theta/n_{ag}$ (já que θ e θ' são pequenos e $n_{ar} \approx 1$). Examine a figura ao lado.

O objeto O está a uma distância vertical d_1 da superfície da água, e a água está a uma distância vertical d_2 do espelho. Estamos interessados em determinar a distância vertical d (tratada como um número positivo) abaixo do espelho na qual é formada a imagem I do objeto. No triângulo OAB,

$$|AB| = d_1 \tan \theta \approx d_1 \theta$$

e no triângulo CBD,

$$|BC| = 2d_2 \tan \theta' \approx 2d_2\theta' \approx \frac{2d_2\theta}{n_{ag}}.$$



Finalmente, no triângulo *ACI*, temos $|AI| = d + d_2$.

ANALISE Assim,

$$d = |AI| - d_2 = \frac{|AC|}{\tan \theta} - d_2 \approx \frac{|AB| + |BC|}{\theta} - d_2 = \left(d_1\theta + \frac{2d_2\theta}{n_{ag}}\right) \frac{1}{\theta} - d_2 = d_1 + \frac{2d_2}{n_{ag}} - d_2$$

$$= 250 \text{cm} + \frac{2(200 \text{cm})}{1.33} - 200 \text{cm} = 351 \text{cm}.$$

APRENDA Se a piscina estivesse vazia, $\theta = \theta'$ e a distância seria $d = d_1 + 2d_2 - d_2 = d_1 = d_2$. Isso é exatamente o que esperamos de um espelho plano.

6. Observe, na Fig. 34-34, que m = 1/2 para p = 5 cm. De acordo com a Eq. 34-7, isso significa que i = -10 cm. Nesse caso, de acordo com a Eq. 34-4, f = pi/(p + i) = (50 cm)/(5 cm) = 10 cm. Para p = 14 cm, a Eq. 34-4 nos dá i = fp/(p - f) = (10 cm)/(4 cm) = 35 cm. Assim, de acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = -2,5.

7. De acordo com as Eqs. 34-3, 34-4 e 34-7, temos

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{pm} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$$
 \Rightarrow $p = \frac{r}{2} \left(1 - \frac{1}{m} \right) = \frac{35,0 \text{ cm}}{2} \left(1 - \frac{1}{2,50} \right) = 10,5 \text{ cm}.$

8. De acordo com o gráfico da Fig. 34-35, f = 20 cm. Nesse caso, de acordo com a Eq. 34-4,

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$
 \Rightarrow $i = \frac{fp}{p - f} = \frac{(20 \text{ cm})(70 \text{ cm})}{(70 \text{ cm} - 20 \text{ cm})} = +28 \text{ cm}.$

9. PENSE A distância focal de um espelho côncavo é positiva.

FORMULE No caso de espelhos esféricos, a distância focal f está relacionada ao raio de curvatura r pela equação f = r/2. A distância do objeto p, a distância da imagem i e a distância focal f estão relacionadas pela Eq. 34-4:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}.$$

O valor de i é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais.

A ampliação lateral correspondente é m = -i/p. O valor de m é positivo, se a imagem tem a mesma orientação que o objeto, e negativo, se a imagem e o objeto têm orientações opostas. Imagens reais são formadas do mesmo lado que o objeto, e imagens virtuais são formadas do outro lado do espelho.

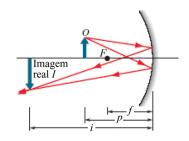
ANALISE (a) Para f = +12 cm e p = +18 cm, o raio de curvatura é r = 2f = 2(12 cm) = +24 cm.

(b) A distância da imagem é

$$i = \frac{pf}{p - f} = \frac{(18 \text{ cm})(12 \text{ cm})}{18 \text{ cm} - 12 \text{ cm}} = 36 \text{ cm}.$$

- (c) A ampliação lateral é m = -i/p = -(36 cm)/(18 cm) = -2.0.
- (d) Como a distância da imagem *i* é positiva, a imagem é real (R).
- (e) Como a ampliação lateral *m* é negativa, a imagem é invertida (I).
- (f) A imagem real é formada do mesmo lado que o objeto (M).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-10*c*. A distância entre o objeto e o espelho é maior que a distância focal, e a imagem é real e invertida.



10. A distância focal dos espelhos côncavos é positiva.

- (a) O raio de curvatura é r = 2f = 20 cm.
- (b) A distância da imagem é i = pf/(p f) = +30 cm.
- (c) A ampliação lateral é m = -i/p = -2,0.
- (d) Como a distância da imagem *i* é positiva, a imagem é real (R).
- (e) Como a ampliação lateral *m* é negativa, a imagem é invertida (I).
- (f) Como a imagem é real, é formada do mesmo lado do espelho (M).
- 11. PENSE A distância focal de um espelho convexo é negativa.

FORMULE No caso de espelhos esféricos, a distância focal f está relacionada ao raio de curvatura r pela equação f = r/2. A distância do objeto p, a distância da imagem i e a distância focal f estão relacionadas pela Eq. 34-4:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}.$$

O valor de *i* é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais.

A ampliação lateral correspondente é

$$m = -\frac{i}{p}$$
.

O valor de *m* é positivo para imagens não invertidas e negativo para imagens invertidas. Imagens reais são formadas do mesmo lado que o objeto, e imagens virtuais são formadas do outro lado do espelho.

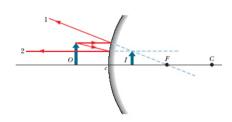
ANALISE (a) Para f = -10 cm e p = +8 cm, o raio de curvatura é r = 2f = -20 cm.

(b) A distância da imagem é

$$i = \frac{pf}{p-f} = \frac{(8 \text{ cm})(-10 \text{ cm})}{8 \text{ cm} - 10 \text{ cm}} = -4,44 \text{ cm}.$$

- (c) A ampliação lateral é m = -i/p = -(-4,44 cm)/(8,0 cm) = +0,56.
- (d) Como a distância da imagem é negativa, a imagem é virtual (V).
- (e) Como a ampliação lateral *m* é positiva, a imagem é não invertida (NI).
- (f) A imagem virtual é formada do outro lado do espelho (O).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-11*c*. O espelho é convexo e a imagem é virtual e não invertida.



- 12. A distância focal dos espelhos côncavos é positiva.
- (a) Para f = 36 cm, o raio de curvatura é r = 2f = +72 cm.
- (b) A distância da imagem é i = pf/(p f) = -72 cm.
- (c) A ampliação lateral é m = -i/p = +3,0.

- (d) Como a distância da imagem é negativa, a imagem é virtual (V).
- (e) Como a ampliação lateral é positiva, a imagem é não invertida (NI).
- (f) Como a imagem é virtual, é formada do lado oposto do espelho (O).
- 13. PENSE A distância focal de um espelho côncavo é positiva.

FORMULE No caso de espelhos esféricos, a distância focal f está relacionada ao raio de curvatura r pela equação f = r/2. A distância do objeto p, a distância da imagem i e a distância focal f estão relacionadas pela Eq. 34-4:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}.$$

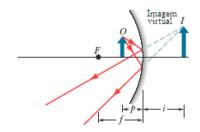
O valor de *i* é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais.

A ampliação lateral correspondente é m = -i/p. O valor de m é positivo para imagens não invertidas e negativo para imagens invertidas. Imagens reais são formadas do mesmo lado que o objeto, e imagens virtuais são formadas do outro lado do espelho.

ANALISE (a) Para f = +18 cm e p = +12 cm, o raio de curvatura é r = 2f = +36 cm.

- (b) De acordo com a Eq. 34-9, i = pf/(p f) = -36 cm.
- (c) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = +3,0.
- (d) Como a distância da imagem é negativa, a imagem é virtual (V).
- (e) Como a ampliação lateral é positiva, a imagem é não invertida (NI).
- (f) A imagem virtual é formada do outro lado do espelho (O).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-11*a*. O espelho é côncavo e a imagem é virtual, ampliada e não invertida.



- 14. A distância focal dos espelhos convexos é negativa.
- (a) Para f = -35 cm, o raio de curvatura é r = 2f = -70 cm.
- (b) A distância da imagem é i = pf/(p f) = -14 cm.
- (c) A ampliação lateral é m = -i/p = +0.61.
- (d) Como a distância da imagem é negativa, a imagem é virtual (V).
- (e) Como a ampliação lateral é positiva, a imagem é não invertida (NI).
- (f) Como a imagem é virtual, é formada do lado oposto do espelho (O).
- 15. PENSE A distância focal de um espelho convexo é negativa.

FORMULE No caso de espelhos esféricos, a distância focal f está relacionada ao raio de curvatura r pela equação f = r/2. A distância do objeto p, a distância da imagem i e a distância focal f estão relacionadas pela Eq. 34-4:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}.$$

O valor de *i* é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais.

A ampliação lateral correspondente é m = -i/p. O valor de m é positivo para imagens não invertidas e negativo para imagens invertidas. Imagens reais são formadas do mesmo lado que o objeto, e imagens virtuais são formadas do outro lado do espelho.

ANALISE (a) Para f = -8 cm e p = +10 cm, o raio de curvatura é r = 2f = 2(-8 cm) = -16 cm.

- (b) A distância da imagem é i = pf/(p f) = -4,44 cm.
- (c) A ampliação lateral é m = -i/p = +0.44.
- (d) Como a distância da imagem é negativa, a imagem é virtual (V).
- (e) Com a ampliação lateral *m* é positiva, a imagem é não invertida (NI).
- (f) A imagem virtual é formada do *outro* lado do espelho (O).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-11c. O espelho é convexo e a imagem é virtual e não invertida.

- 16. A distância focal dos espelhos convexos é negativa.
- (a) O raio de curvatura é r = 2f = -28 cm.
- (b) A distância do objeto é i = pf/(p f) = -7.7 cm.
- (c) A ampliação lateral é m = -i/p = +0.45.
- (d) Como a distância da imagem é negativa, a imagem é virtual (V).
- (e) Como a ampliação lateral é positiva, a imagem é não invertida (NI).
- (f) Como a imagem é virtual, é formada do lado oposto do espelho (O).
- 17. (a) Por ser côncavo, o espelho é informado na tabela.
- (b) f = +20 cm (positiva, porque o espelho é côncavo).
- (c) r = 2f = 2(+20 cm) = +40 cm.
- (d) A distância do objeto p = +10 cm é dada na tabela.
- (e) A distância da imagem é $i = (1/f 1/p)^{-1} = (1/20 \text{ cm} 1/10 \text{ cm})^{-1} = -20 \text{ cm}$.
- (f) A ampliação lateral é m = -i/p = -(-20 cm/10 cm) = +2,0.
- (g) A imagem é virtual (V).
- (h) A imagem é não invertida (NI).
- (i) A imagem é formada do lado oposto do espelho (O).
- 18. (a) Como a imagem é invertida, o espelho é côncavo.
- (b) Como a imagem é invertida, a ampliação lateral m é negativa: m = -0.50. Como p = +24 cm, a Eq. 34-6 nos dá i = -pm = -(24 cm)(-0.5) = +12 cm e a Eq. 34-4 nos dá f = pi/(p + 1) = (24 cm)(12 cm)/(24 cm + 12 cm) = +8 cm.
- (c) De acordo com a Eq. 34-3, r = 2f = +16 cm.
- (d) A distância p = +24 cm é dada na tabela.
- (e) Como foi mostrado no item (b), i = +12 cm.
- (f) Como foi visto no item (b), m = -0.50.
- (g) Como i > 0, a imagem é real (R).

- (h) A tabela informa que a imagem é invertida (I).
- (i) Como a imagem é real, é formada do mesmo lado do espelho (M).
- **19.** (a) De acordo com a Eq. 34-3, como r < 0, então f < 0 e o espelho é convexo.
- (b) De acordo com a Eq. 34-3, f = r/2 = -20 cm.
- (c) Como informa a tabela, r = -40 cm.
- (d) De acordo com a Eq. 34-4, p = +20 cm.
- (e) A distância i = -10 cm é dada na tabela.
- (f) De acordo com a Eq. 34-6, m = +0.50.
- (g) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (h) Como *m* é positivo, a imagem é não invertida (NI).
- (i) Como a imagem é virtual, é formada do *outro* lado do espelho (O).
- **20.** (a) De acordo com a Eq. 34-7, i = -mp = -(-0.70)(+40 cm) = +28 cm, o que significa que a imagem é real (R) e está do mesmo lado do espelho (M). Como m < 0, a imagem é invertida (I). De acordo com a Eq. 34-4, f = ip/(i+p) = (28 cm)(40 cm)/(28 cm + 40 cm) = +16 cm > 0, o que significa que o espelho é côncavo.
- (b) f = ip/(i + p) = +16 cm.
- (c) r = 2f = +32 cm.
- (d) Como informa a tabela, p = +40 cm.
- (e) i = -mp = +28 cm.
- (f) Como informa a tabela, m = -0.70.
- (g) A imagem é real (R).
- (h) A imagem é invertida (I).
- (i) A imagem é formada do mesmo lado do espelho (M).
- **21.** (a) Como f > 0, o espelho é côncavo.
- (b) Como informa a tabela, f = +20 cm.
- (c) De acordo com a Eq. 34-3, r = 2f = +40 cm.
- (d) Como informa a tabela, p = +10 cm.
- (e) De acordo com a Eq. 34-4, i = pf/(p f) = +60 cm.
- (f) De acordo com a Eq. 34-6, m = -i/p = -2,0.
- (g) Como i > 0, a imagem é real (R).
- (h) Como m < 0, a imagem é invertida (I).
- (i) Como a imagem é real, é formada do *mesmo* lado do espelho (M).
- **22.** (a) Como 0 < m < 1, a imagem é não invertida e menor que o objeto, o que significa que o espelho é convexo.
- (b) Como o espelho é convexo, f = -20 cm.
- (c) De acordo com a 34-3, r = 2f = -40 cm.

(d) Para obter os valores de i e p, utilizamos as Eqs. 34-4 e 34-6 para formar um sistema de duas equações com duas incógnitas, cuja solução é p = +180 cm = +1,8 m e i = -18 cm.

- (e) Como foi visto no item (d), i = -18 cm.
- (f) m = +0.10, como informa a tabela.
- (g) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (h) Como foi visto no item (a), a imagem é não invertida (NI).
- (i) Como a imagem é virtual, é formada do lado oposto do espelho (O).
- 23. PENSE Se a ampliação lateral é positiva, a imagem é não invertida.

FORMULE No caso de espelhos esféricos, a distância focal f está relacionada ao raio de curvatura r pela equação f = r/2. A distância do objeto p, a distância da imagem i e a distância focal f estão relacionadas pela Eq. 34-4:

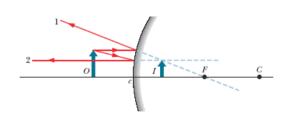
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}.$$

O valor de i é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais. A ampliação lateral correspondente é m = -i/p. O valor de m é positivo para imagens não invertidas e negativo para imagens invertidas. Imagens reais são formadas do mesmo lado que o objeto, e imagens virtuais são formadas do outro lado do espelho.

ANALISE (a) A ampliação lateral é dada por m = -i/p. Como p > 0, um valor positivo de m significa que a distância da imagem i é negativa e que, portanto, a imagem é virtual. Uma ampliação lateral positiva menor que a unidade só é possível no caso de espelhos *convexos*.

- (b) Como i = -mp, podemos escrever p = f(1 1/m). Para 0 < m < 1, p só pode ser positivo se f < 0. Assim, f = -30 cm.
- (c) O raio de curvatura é r = 2f = -60 cm.
- (d) A distância do objeto é p = f(1 1/m) = (-30 cm)(1 1/0,20) = +120 cm = 1,2 m.
- (e) A distância da imagem é i = -mp = -(0.20)(120 cm) = -24 cm.
- (f) A ampliação lateral é m = +0.20, como está indicado na Tabela 34-4.
- (g) Como foi dito no item (a), a imagem é virtual (V).
- (h) Como a ampliação lateral é positiva, a imagem é não invertida (NI).
- (i) A imagem virtual é formada do outro lado do espelho (O).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-11*c*. O espelho é convexo e a imagem é virtual e não invertida.



24. (a) Como m < 0, a imagem é invertida. Isso significa que o espelho é côncavo.

- (b) De acordo com a Eq. 34-6, i = -mp = -(-0.50)(+60 cm) = +30 cm e, portanto, f = ip/(i + p) = +20 cm.
- (c) r = 2f = +40 cm.
- (d) Como informa a tabela, p = 60 cm.
- (e) Como foi visto no item (b), i = +30 cm.
- (f) Como informa a tabela, m = -1/2.

- (g) Como i > 0, a imagem é real (R).
- (h) Como foi visto no item (a), a imagem é invertida (I).
- (i) Como a imagem é real, é formada do mesmo lado do espelho (M).
- **25.** (a) Como informa a tabela, a imagem é invertida (I), o que significa que o espelho é côncavo, a imagem é real (R) e a ampliação lateral é negativa. De acordo com a Eq. 34-6, i = -mp = -(-0.40)(+30 cm) = +12 cm.
- (b) f = ip/(i + p) = +8.6 cm.
- (c) $r = 2f = +17.2 \text{ cm} \approx +17 \text{ cm}.$
- (d) Como informa a tabela, p = +30 cm.
- (e) Como foi visto no item (a), i = +12 cm.
- (f) Como foi visto no item (a), m = -0.40.
- (g) Como foi visto no item (a), a imagem é real (R).
- (h) Como informa a tabela, a imagem é invertida (I).
- (i) Como a imagem é real, é formada do mesmo lado do espelho (M).
- **26.** (a) Como informa a tabela, a imagem é formada do mesmo lado do espelho, o que significa que a imagem é real (R), o espelho é côncavo e a distância focal é positiva.
- (b) A distância focal é f = +20 cm.
- (c) O raio de curvatura é r = 2f = +40 cm.
- (d) Como informa a tabela, p = +60 cm.
- (e) De acordo com a Eq. 34-4, i = pf/(p f) = +30 cm.
- (f) De acordo com a Eq. 34-6, m = -i/p = -0.50.
- (g) Como foi visto no item (a), a imagem é real (R).
- (h) Como m < 0, a imagem é invertida (I).
- (i) Como a imagem é real, é formada do mesmo lado do espelho.
- 27. (a) O fato de que a distância focal é negativa significa que o espelho é convexo.
- (b) Como informa a tabela, f = -30 cm.
- (c) r = 2f = -60 cm.
- (d) p = if/(i f) = +30 cm.
- (e) Como informa a tabela, i = -15.
- (f) m = -i/p = +0.50.
- (g) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (h) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (i) Como a imagem é virtual, é formada do outro lado do espelho.
- 28. (a) O fato de que a ampliação lateral é +1,0 significa que o espelho é plano.
- (b) Como o espelho é plano, $f = \infty$ (ou $f = -\infty$, já que o sinal não importa neste caso extremo).

- (c) $r = 2f = \infty$ (ou $r = -\infty$).
- (d) Como informa a tabela, p = +10 cm.
- (e) i = pf/(p f) = -10 cm.
- (f) m = -i/p = +1,0.
- (g) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (h) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (i) Como a imagem é virtual, é formada do outro lado do espelho (O).
- 29. PENSE A distância focal de um espelho convexo é negativa.

FORMULE No caso de espelhos esféricos, a distância focal f está relacionada ao raio de curvatura r pela equação f = r/2. A distância do objeto p, a distância da imagem i e a distância focal f estão relacionadas pela Eq. 34-4:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}.$$

O valor de i é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais. A ampliação lateral correspondente é m = -i/p. O valor de m é positivo para imagens não invertidas e negativo para imagens invertidas. Imagens reais são formadas do mesmo lado que o objeto, e imagens virtuais são formadas do outro lado do espelho.

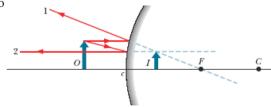
ANALISE (a) O espelho é convexo, como está indicado na Tabela 34-4.

- (b) Como o espelho é convexo, o raio de curvatura é negativo e, portanto, r = -40 cm. Assim, a distância focal é f = r/2 = (-40 cm)/2 = -20 cm.
- (c) O raio de curvatura é r = -40 cm.
- (d) O fato de que o espelho é convexo também significa que devemos atribuir um sinal negativo ao valor 4,0 fornecido para *i* na Tabela 34-4, já que a imagem neste caso deve ser virtual. De acordo com a Eq. 34-4, temos

$$p = \frac{if}{i - f} = \frac{(-4,0 \text{ cm})(-20 \text{ cm})}{-4,0 \text{ cm} - (-20 \text{ cm})} = 5,0 \text{ cm}.$$

- (e) Como foi dito antes, i = -4.0 cm.
- (f) A ampliação lateral é m = -i/p = -(-4.0 cm)/(5.0 cm) = +0.80.
- (g) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (h) Como a ampliação lateral é positiva, a imagem é não invertida (NI).
- (i) A imagem virtual é formada do outro lado do espelho (O).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-11*c*. O espelho é convexo e a imagem é virtual e não invertida.



30. Note que, no gráfico da Fig. 34-36, não existe uma descontinuidade como a do gráfico da Fig. 34-35. Isso significa que não existe um ponto no qual p = f (que torna infinito o valor de i). Como p > 0, como de costume, isto significa que a distância focal não é positiva. Sabemos que não se trata de um espelho plano, já que a ampliação lateral varia com p. Assim, concluímos que se trata de um espelho convexo. Vamos nos concentrar no ponto em que p = 10 cm e m = 0,50. Combinando as Eqs. 34-4 e 34-7, obtemos

$$m = -\frac{i}{p} = -\frac{f}{p-f}$$

o que nos dá f = -10 cm (confirmando nossa conclusão de que o espelho é convexo). Para p = 21 cm, obtemos m = -f/(p - f) = +0.32.

31. (a) De acordo com as Eqs. 34-3 e 34-4,

$$i = \frac{pf}{p - f} = \frac{pr}{2p - r}.$$

Derivando ambos os membros em relação ao tempo e usando a relação $v_0 = dp/dt$, obtemos

$$v_{I} = \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{pr}{2p-r} \right) = \frac{-rv_{O}(2p-r) + 2v_{O}pr}{(2p-r)^{2}} = \left(\frac{r}{2p-r} \right)^{2} v_{O}.$$

(b) Para p = 30 cm, temos

$$v_I = \left[\frac{15 \text{ cm}}{2(30 \text{ cm}) - 15 \text{ cm}} \right]^2 (5.0 \text{ cm/s}) = 0.56 \text{ cm/s}.$$

(c) Para p = 8.0 cm, temos

$$v_I = \left[\frac{15 \text{ cm}}{2(8.0 \text{ cm}) - 15 \text{ cm}} \right]^2 (5.0 \text{ cm/s}) = 1.1 \times 10^3 \text{ cm/s} = 11 \text{ m/s}.$$

(d) Para p = 1.0 cm, temos

$$v_I = \left[\frac{15 \text{ cm}}{2(1,0 \text{ cm}) - 15 \text{ cm}} \right]^2 (5,0 \text{ cm/s}) = 6,7 \text{ cm/s}.$$

32. Além de $n_1 = 1.0$, sabemos que (a) $n_2 = 1.5$, (b) p = +10 cm e (c) r = +30 cm.

(d) De acordo com Eq. 34-8,

$$i = n_2 \left(\frac{n_2 - n_1}{r} - \frac{n_1}{p} \right)^{-1} = 1.5 \left(\frac{1.5 - 1.0}{30 \text{ cm}} - \frac{1.0}{10 \text{ cm}} \right) = -18 \text{ cm}.$$

- (e) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (f) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da superfície esférica (M).
- O diagrama de raios é semelhante ao da Fig. 34-12c do livro.
- **33. PENSE** No caso de uma imagem formada por refração, se a distância da imagem é negativa, isso indica que a imagem é virtual.

FORMULE Sejam n_1 o índice de refração do meio em que está o objeto, n_2 o índice de refração do meio que está do outro lado da superfície refratora, e r o raio de curvatura da superfície refratora. A distância da imagem i está relacionada à distância do objeto p pela Eq. 34-8:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$
.

O valor de *i* é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais.

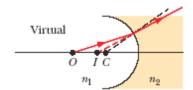
ANALISE Sabemos que $n_1 = 1,0$ e que (a) $n_2 = 1,5$, (b) p = +10 cm e (d) i = -13 cm.

(c) A Eq. 34-8 nos dá

$$r = (n_2 - n_1) \left(\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i}\right)^{-1} = (1,5-1,0) \left(\frac{1,0}{10 \text{ cm}} + \frac{1,5}{-13 \text{ cm}}\right)^{-1} = -32,5 \text{ cm} \approx -33 \text{ cm}.$$

- (e) A imagem é virtual (V) e não invertida (NI).
- (f) O objeto e a imagem estão do mesmo lado (M).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-12*e*. A refração sempre afasta o raio luminoso do eixo central; a imagem é virtual para qualquer distância do objeto.



- **34.** Além de n_1 = 1,5, sabemos que (b) p = +100, (c) r = -30 cm e (d) i = +600 cm.
- (a) De acordo com a Eq. 34-8, temos

$$n_2\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{i}\right) = \left(\frac{n_1}{p} + \frac{n_1}{r}\right) \implies n_2\left(\frac{1}{-30} - \frac{1}{600}\right) = \left(\frac{1.5}{100} + \frac{1.5}{-30}\right) \implies n_2\left(-0.035\right) = -0.035,$$

o que nos dá $n_2 = 1,0$.

- (e) Como i > 0, a imagem é real (R).
- (f) Como a imagem é real, é formada do outro lado da superfície esférica (O).

O diagrama de raios é semelhante ao da Fig. 34-12b do livro.

35. PENSE Uma imagem é formada por refração. A imagem pode ser real ou virtual, dependendo da geometria e dos valores relativos de n_1 e n_2 .

FORMULE Sejam n_1 o índice de refração do meio em que está o objeto, n_2 o índice de refração do meio que está do outro lado da superfície refratora, e r o raio de curvatura da superfície refratora. A distância da imagem i está relacionada à distância do objeto p pela Eq. 34-8:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}.$$

O valor de i é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais.

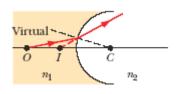
ANALISE Sabemos que $n_1 = 1.5$, e que (a) $n_2 = 1.0$, (b) p = +70 cm e (c) r = +30 cm. Note que $n_2 < n_1$.

(d) Podemos calcular a distância da imagem com o auxílio da Eq. 34-8:

$$i = n_2 \left(\frac{n_2 - n_1}{r} - \frac{n_1}{p} \right)^{-1} = 1.0 \left(\frac{1.0 - 1.5}{30 \text{ cm}} - \frac{1.5}{70 \text{ cm}} \right)^{-1} = -26 \text{ cm}.$$

- (e) A imagem é virtual (V) e não invertida (NI).
- (f) O objeto e a imagem estão do mesmo lado (M).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-12*f*. A refração sempre afasta o raio luminoso do eixo central; a imagem é virtual para qualquer distância do objeto.



36. Além de $n_1 = 1.5$, sabemos que (a) $n_2 = 1.0$, (c) r = -30 cm e (d) i = -7.5 cm.

(b) De acordo com a Eq. 34-8, temos

$$p = \frac{n_1}{\frac{n_2 - n_1}{r} - \frac{n_2}{i}} = \frac{1,5}{\frac{1,0 - 1,5}{-30 \text{ cm}} - \frac{1,0}{-7,5 \text{ cm}}} = 10 \text{ cm}.$$

(e) Como i < 0, a imagem é virtual (V).

(f) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da superfície esférica (M).

O diagrama de raios é semelhante ao da Fig. 34-12*d* do livro.

37. Além de n_1 = 1,5, sabemos que (a) n_2 = 1,0, (b) p = +10 cm e (d) i = -6,0 cm.

(c) De acordo com a Eq. 34-8, temos

$$r = (n_2 - n_1) \left(\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i}\right)^{-1} = (1, 0 - 1, 5) \left(\frac{1, 5}{10 \text{ cm}} + \frac{1, 0}{-6, 0 \text{ cm}}\right)^{-1} = 30 \text{ cm}.$$

(e) Como i < 0, a imagem é virtual (V).

(f) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da superfície esférica (M).

O diagrama de raios é semelhante ao da Fig. 34-12f do livro, mas com o objeto e a imagem mais próximos da superfície esférica.

38. Além de n_1 = 1,0, sabemos que (a) n_2 = 1,5, (c) r = +30 cm e (d) i = +600.

(b) De acordo com a Eq. 34-8,

$$p = \frac{n_1}{\frac{n_2 - n_1}{r} - \frac{n_2}{i}} = \frac{1,0}{\frac{1,5 - 1,0}{30 \text{ cm}} - \frac{1,5}{600 \text{ cm}}} = 71 \text{ cm}.$$

(e) Como i > 0, a imagem é real (R) e invertida.

(f) Como a imagem é real, é formada do outro lado da superfície esférica (O).

O diagrama de raios é semelhante ao da Fig. 34-12a do livro.

39. (a) De acordo com a Eq. 34-8, fazendo $n_1 = n_{ar} = 1,00, n_2 = n, p = \infty$ e i = 2r,

$$\frac{1,00}{\infty} + \frac{n}{2r} = \frac{n-1}{r} \implies n = 2,00.$$

(b) Para i = r, a Eq. 34-8 se torna

$$\frac{n}{r} = \frac{n-1}{r}$$

que não tem solução, a não ser para $n \to \infty$ ou $r \to \infty$. Isto significa que não é possível focalizar os raios luminosos no centro da esfera.

40. De acordo com a Eq. 34-8, com $n_1 = 1.6$, $n_2 = n_{ar} = 1$, p = 3.0 cm e r = -5.0 cm, obtemos

$$\frac{1,6}{3,0 \text{ cm}} + \frac{1}{i} = \frac{1-1,6}{-5,0 \text{ cm}} \implies i = -2,4 \text{ cm}.$$

A distância aparente da superfície da mesa é, portanto,

$$d - h + i = 8.0 \text{ cm} - 3.0 \text{ cm} + 2.4 \text{ cm} = 7.4 \text{ cm}.$$

41. (a) De acordo com a Eq. 34-10,

$$f = \left[(n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \right]^{-1} = \left[(1,5-1)\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{-20 \text{ cm}}\right) \right]^{-1} = +40 \text{ cm}.$$

(b) De acordo com a Eq. 34-9,

$$i = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{40 \text{ cm}} - \frac{1}{40 \text{ cm}}\right)^{-1} = \infty.$$

- **42.** Combinando as Eqs. 34-7 e 34-9, obtemos m(p-f) = -f. De acordo com o gráfico da Fig. 34-39, m = 0.5 para p = 15 cm, o que nos dá f = -15 cm. Substituindo f por seu valor na expressão e fazendo p = 35 cm, obtemos m = +0.30.
- 43. De acordo com a Eq. 34-9, temos

$$i = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)^{-1} = \frac{fp}{p - f}.$$

A altura da imagem é, portanto,

$$h_i = mh_p = \left(\frac{i}{p}\right)h_p = \frac{fh_p}{p-f} = \frac{(75 \text{ mm})(1,80 \text{ m})}{27 \text{ m} - 0,075 \text{ m}} = 5,0 \text{ mm}.$$

44. A descontinuidade do gráfico da Fig. 34-40 no ponto p = 30 cm significa que f = 30 cm. Para p = 100 cm, a Eq. 34-9 nos dá

$$i = \frac{pf}{p-f} = \frac{(100 \text{ cm})(30 \text{ cm})}{100 \text{ cm} - 30 \text{ cm}} = +43 \text{ cm}.$$

45. Se d_S é o diâmetro do Sol e d_i é o diâmetro da imagem, a Eq. 34-5 nos dá

$$d_i = |m|d_S = \left(\frac{i}{p}\right)d_S \approx \left(\frac{f}{p}\right)d_S = \frac{(20,0 \times 10^{-2} \,\mathrm{m})(2)(6,96 \times 10^8 \,\mathrm{m})}{1,50 \times 10^{11} \,\mathrm{m}}$$
$$= 1,86 \times 10^{-3} \,\mathrm{m} = 1,86 \,\mathrm{mm}.$$

46. Como a distância focal da lente não muda, todos os pontos do gráfico da Fig. 34-41 obedecem à relação 1/p + 1/i = c, em que c é uma constante. De acordo com o gráfico, para $p = p_1 = 20$ cm, temos $i = i_1 = -10$ cm. Assim, chamando de i_2 o valor de i para $p = p_2 = 70$ cm, temos

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{i_2} = c = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{i_2} \implies \frac{1}{20 \text{ cm}} - \frac{1}{10 \text{ cm}} = \frac{1}{70 \text{ cm}} + \frac{1}{i_2},$$

o que nos dá $i_2 = -16$ cm.

47. PENSE Este problema envolve uma lente biconvexa e pode ser resolvido com o auxílio da equação do fabricante de lentes.

FORMULE A equação do fabricante de lentes (Eq. 34-10) é a seguinte:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

em que f é a distância focal, n é o índice de refração, r_1 é o raio de curvatura da primeira superfície encontrada pelos raios luminosos, e r_2 é o raio de curvatura da segunda superfície. Como uma das superfícies tem o raio de curvatura duas vezes maior

que a outra, e uma das superfícies é convexa em relação aos raios luminosos enquanto a outra é côncava, fazemos $r_2 = -2r_1$, o que nos dá

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{2r_1}\right) = \frac{3(n-1)}{2r_1}.$$

ANALISE (a) Explicitando o raio menor, r_1 , e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$r_1 = \frac{3(n-1)f}{2} = \frac{3(1.5-1)(60 \text{ mm})}{2} = 45 \text{ mm}.$$

(b) O valor absoluto do raio maior é $|r_2| = 2r_1 = 90$ mm.

APRENDA Uma lente pode formar a imagem de um objeto porque é capaz de mudar a direção dos raios luminosos, mas essa mudança de direção só acontece se o índice de refração do material da lente for diferente do índice de refração do meio em que a lente se encontra.

48. Combinando a Eq. 34-7 com a Eq. 34-9, obtemos m(p-f) = -f. De acordo com o gráfico da Fig. 34-42, m = 2 para p = 5 cm, o que nos dá f = mp/(m-1) = 10 cm. Substituindo f por seu valor na expressão e fazendo p = 14 cm, obtemos m = -2,5.

49. PENSE Como a imagem é formada na tela, a soma da distância do objeto com a distância da imagem deve ser igual à distância entre a transparência e a tela.

FORMULE Combinando a Eq. 34-9,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

com a relação p + i = d = 44 cm, obtemos a equação $p^2 - dp + df = 0$.

ANALISE Resolvendo a equação do segundo grau e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$p = \frac{1}{2}(d \pm \sqrt{d^2 - 4df}) = 22 \text{ cm} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(44 \text{ cm})^2 - 4(44 \text{ cm})(11 \text{ cm})} = 22 \text{ cm}.$$

APRENDA Como p > f, o ponto focal está entre a lente e o objeto. A distância da imagem é i = d - p = 44 - 22 = 22 cm.

- **50.** Como a lente é convergente (C), a distância focal é positiva: f = +4 cm.
- (a) De acordo com a Eq. 34-9, i = pf/(p f) = +5.3 cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = -0.33.
- (c) Como i > 0, a imagem é real (R).
- (d) Como m < 0, a imagem é invertida (I).
- (e) Como a imagem é real, é formada do outro lado da lente (O). (Veja a Fig. 34-16a.)
- **51.** Como a lente é convergente (C), a distância focal é positiva: f = +16 cm.
- (a) De acordo com a Eq. 34-9, i = pf/(p f) = -48 cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = +4.0.
- (c) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M). (Veja a Fig. 34-16b.)
- **52.** Como a lente é convergente (C), a distância focal é positiva: f = +35 cm.

- (a) De acordo com a Eq. 34-9, i = pf/(p f) = -88 cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = +3.5.
- (c) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M). (Veja a Fig. 34-16b.)
- 53. PENSE No caso de uma lente divergente (D), a distância focal é negativa.

FORMULE A distância do objeto *p*, a distância da imagem *i* e a distância focal *f* estão relacionadas pela Eq. 34-9:

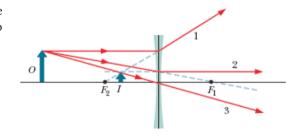
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}.$$

O valor de i é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais. A ampliação lateral correspondente é m = -i/p. O valor de m é positivo para imagens não invertidas e negativo para imagens invertidas.

ANALISE Neste problema, f = -12 cm e p = +8.0 cm.

- (a) A distância da imagem é $i = \frac{pf}{p-f} = \frac{(8,0 \text{ cm})(-12 \text{ cm})}{8,0 \text{ cm} (-12 \text{ cm})} = -4,8 \text{ cm}.$
- (b) A ampliação lateral é m = -i/p = -(-4.8 cm)/(8.0 cm) = +0.60.
- (c) O fato de a distância da imagem ser negativa significa que a imagem é virtual (V).
- (d) O fato de que a ampliação lateral é positiva significa que a imagem é não invertida (NI).
- (e) O objeto e a imagem estão do mesmo lado (M).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-16*c*. A lente é divergente e forma uma imagem virtual, não invertida, do mesmo lado da lente que o objeto.



- **54.** Como a lente é divergente (D), a distância focal é negativa: f = -6 cm.
- (a) De acordo com a Eq. 34-9, i = pf/(p f) = -3.8 cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = +0.38.
- (c) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).
- 55. PENSE No caso de uma lente divergente (D), a distância focal é negativa.

FORMULE A distância do objeto p, a distância da imagem i e a distância focal f estão relacionadas pela Eq. 34-9:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}.$$

O valor de i é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais. A ampliação lateral correspondente é m = -i/p. O valor de m é positivo para imagens não invertidas e negativo para imagens invertidas.

ANALISE Neste caso, f = -14 cm e p = +22,0 cm.

- (a) A distância da imagem é $i = \frac{pf}{p-f} = \frac{(22 \text{ cm})(-14 \text{ cm})}{22 \text{ cm} (-14 \text{ cm})} = -8,6 \text{ cm}.$
- (b) A ampliação lateral é m = -i/p = -(8.6 cm)/(22 cm) = +0.39.
- (c) O fato de a distância da imagem ser negativa significa que a imagem é virtual (V).
- (d) O fato de que a ampliação lateral é positiva significa que a imagem é não invertida (NI).
- (e) O objeto e a imagem estão do mesmo lado (M).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-16*c*. A lente é divergente e forma uma imagem virtual, não invertida, do mesmo lado da lente que o objeto.

56. Como a lente é divergente (D), a distância focal é negativa: f = -31 cm.

- (a) De acordo com a Eq. 34-9, i = pf/(p f) = -8.7 cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = +0.72.
- (c) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).
- 57. PENSE No caso de uma lente convergente (C), a distância focal é positiva.

FORMULE A distância do objeto p, a distância da imagem i e a distância focal f estão relacionadas pela Eq. 34-9:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}.$$

O valor de i é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais. A ampliação lateral correspondente é m = -i/p. O valor de m é positivo para imagens não invertidas e negativo para imagens invertidas.

ANALISE Neste caso, f = +20 cm e p = +45,0 cm.

- (a) A distância da imagem é $i = \frac{pf}{p-f} = \frac{(45 \text{ cm})(20 \text{ cm})}{45 \text{ cm} 20 \text{ cm}} = +36 \text{ cm}.$
- (b) A ampliação lateral é m = -i/p = -(36 cm)/(45 cm) = -0.80.
- (c) O fato de que a distância da imagem é positiva significa que a imagem é real (R).
- (d) O valor negativo da ampliação lateral significa que a imagem é invertida (I).
- (e) A imagem está do outro lado da lente (O).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-16*a*. A lente é convergente e forma uma imagem real e invertida do outro lado da lente.

- **58.** (a) Combinando as Eqs. 34-9 e 34-10, obtemos i = -63 cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = +2,2.
- (c) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).
- **59. PENSE** Como r_1 é positivo e r_2 é negativo, a lente é do tipo biconvexo. Vamos usar a equação do fabricante de lentes para analisar o problema.

FORMULE A equação do fabricante de lentes (Eq. 34-10) é a seguinte:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

em que f é a distância focal, n é o índice de refração, r_1 é o raio de curvatura da primeira superfície encontrada pelos raios luminosos, e r_2 é o raio de curvatura da segunda superfície. A distância do objeto p, a distância da imagem i e a distância focal f estão relacionadas pela Eq. 34-9:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}.$$

ANALISE Neste caso, $r_1 = +30$ cm, $r_2 = -42$ cm, n = 1,55 e p = +75 cm.

(a) A distância focal é

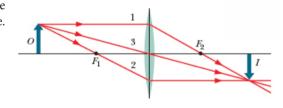
$$f = \frac{r_1 r_2}{(n-1)(r_2 - r_1)} = \frac{(+30 \text{ cm})(-42 \text{ cm})}{(1,55-1)(-42 \text{ cm} - 30 \text{ cm})} = +31,8 \text{ cm}.$$

e, portanto, a distância da imagem é

$$i = \frac{pf}{p-f} = \frac{(75 \text{ cm})(31,8 \text{ cm})}{75 \text{ cm} - 31,8 \text{ cm}} = +55 \text{ cm}.$$

- (b) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = -(55 cm)/(75 cm) = -0.74.
- (c) O fato de que a distância da imagem é positiva significa que a imagem é real (R).
- (d) O fato de a ampliação lateral ser negativa significa que a imagem é invertida (I).
- (e) A imagem está do outro lado da lente (O).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-16a. A lente é convergente e forma uma imagem real e invertida do outro lado da lente.



- **60.** (a) Combinando as Eqs. 34-9 e 34-10, obtemos i = -26 cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = +4,3.
- (c) O fato de que i < 0 significa que a imagem é virtual (V).
- (d) O fato de que m > 0 significa que a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).
- **61.** (a) Combinando a Eq. 34-9 com a Eq. 34-10, obtemos i = -18 cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = +0.76.
- (c) O fato de que i < 0 significa que a imagem é virtual (V).
- (d) O fato de que m > 0 significa que a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).

5 1

$$f = \frac{r_1 r_2}{(n-1)(r_2 - r_1)} = +30$$
 cm.

Como f > 0, a lente é convergente (C). De acordo com a Eq. 34-9,

$$i = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{p}} = \frac{1}{\frac{1}{30 \text{ cm}} - \frac{1}{10 \text{ cm}}} = -15 \text{ cm}.$$

- (b) De acordo com a Eq. 34-6, m = -i/p = -(-15 cm)/(10 cm) = +1.5.
- (c) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).
- O diagrama de raios é semelhante ao da Fig. 34-16b do livro.
- **63.** (a) Combinando as Eqs. 34-9 e 34-10, obtemos i = -30 cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = +0.86.
- (c) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).
- **64.** (a) De acordo com a Eq. 34-10,

$$f = \frac{1}{n-1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)^{-1} = -120 \text{ cm}.$$

Como f < 0, a lente é divergente (D). De acordo com a Eq. 34-9,

$$i = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{p}} = \frac{1}{\frac{1}{-120 \text{ cm}} - \frac{1}{10 \text{ cm}}} = -9.2 \text{ cm}.$$

- (b) De acordo com a Eq. 34-6, m = -i/p = -(-9.2 cm)/(10 cm) = +0.92.
- (c) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).
- O diagrama de raios é semelhante ao da Fig. 34-16c do livro.
- **65.** (a) De acordo com a Eq. 34-10,

$$f = \frac{1}{n-1} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2} \right)^{-1} = -30 \text{ cm}.$$

Como f < 0, a lente é divergente (D). De acordo com a Eq. 34-9, temos

$$i = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{p}} = \frac{1}{\frac{1}{-30 \text{ cm}} - \frac{1}{10 \text{ cm}}} = -7.5 \text{ cm}.$$

- (b) De acordo com a Eq. 34-6, m = -i/p = -(-7.5 cm)/(10 cm) = +0.75.
- (c) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).
- O diagrama de raios é semelhante ao da Fig. 34-16c do livro.
- **66.** (a) Combinando a Eq. 34-9 com a Eq. 34-10, obtemos i = -9.7 cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = +0.54.
- (c) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).
- **67.** (a) Combinando a Eq. 34-9 com a Eq. 34-10, obtemos i = +84 cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = -1,4.
- (c) Como i > 0, a imagem é real (R).
- (d) Como m < 0, a imagem é invertida (I).
- (e) Como a imagem é real, é formada do lado oposto da lente (O).
- **68.** (a) Como a imagem é real, a lente é convergente (C).
- (b) Como i = d p e i/p = 1/2,

$$p = \frac{2d}{3} = \frac{2(40,0 \text{ cm})}{3} = 26,7 \text{ cm}.$$

(c) A distância focal é

$$f = \left(\frac{1}{i} + \frac{1}{p}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{d/3} + \frac{1}{2d/3}\right)^{-1} = \frac{2d}{9} = \frac{2(40, 0 \text{ cm})}{9} = 8,89 \text{ cm}.$$

- **69.** (a) Como f > 0, a lente é convergente (C).
- (d) De acordo com a Eq. 34-9,

$$i = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{p}} = \frac{1}{\frac{1}{10 \text{ cm}} - \frac{1}{5,0 \text{ cm}}} = -10 \text{ cm}.$$

- (e) De acordo com a Eq. 34-6, m = -(-10 cm)/(5.0 cm) = +2.0.
- (f) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (g) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (h) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).
- **70.** (a) O fato de que m < 1 e a imagem é não invertida significa que a lente é divergente (D) (veja a Fig. 34-16).
- (b) Como a lente é divergente, f = -20 cm.
- (d) De acordo com a Eq. 34-9, i = -5.7 cm.

- (e) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = +0.71.
- (f) O fato de que i < 0 significa que a imagem é virtual (V).
- (h) Como a imagem é virtual significa que é formada do mesmo lado da lente (M).
- **71.** (a) De acordo com a Eq. 34-7, i = -mp = -(0.25)(16 cm) = -4.0 cm. De acordo com a Eq. 34-9, f = -5.3 cm, o que significa que a lente é divergente (D).
- (b) Como foi visto no item (a), f = -5.3 cm.
- (d) Como foi visto no item (a), i = -4.0 cm.
- (f) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (g) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (h) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente.
- **72.** (a) De acordo com a Eq. 34-7, i = +4.0 cm. Nesse caso, de acordo com a Eq. 34-9, f = +3.2 cm, o que significa que a lente é convergente (C).
- (b) Como foi visto no item (a), f = +3.2 cm.
- (d) Como foi visto no item (a), i = +4.0 cm.
- (f) Como i > 0, a imagem é real (R).
- (g) Como m < 0, a imagem é invertida (I).
- (h) Como a imagem é real, é formada do lado oposto da lente (O).
- **73.** (a) De acordo com a Eq. 34-6, i = -mp = +5.0 cm; de acordo com a 34-9, f = +3.3 cm, o que significa que a lente é convergente (C).
- (b) Como foi visto no item (a), f = +3.3 cm.
- (d) Como foi visto no item (a), i = +5.0 cm.
- (f) Como i > 0, a imagem é real (R).
- (g) Como m < 0, a imagem é invertida (I).
- (h) Como a imagem é real, é formada do lado oposto da lente (O).
- O diagrama de raios é semelhante ao da Fig. 34-16a do livro.
- **74.** (b) Como a lente é convergente, f = +10 cm.
- (d) De acordo com a Eq. 34-9,

$$i = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{p}} = \frac{1}{\frac{1}{10 \text{ cm}} - \frac{1}{20 \text{ cm}}} = +20 \text{ cm}.$$

- (e) De acordo com a Eq. 34-6, m = -20/20 = -1.0.
- (f) Como i > 0, a imagem é real (R).
- (g) Como m < 0, a imagem é invertida (I).
- (h) Como a imagem é real, é formada do outro lado da lente (O).
- 75. PENSE Como a imagem está do mesmo lado da lente, deve ser uma imagem virtual.

FORMULE A distância do objeto p, a distância da imagem i e a distância focal f estão relacionadas pela Eq. 34-9:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}.$$

O valor de i é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais. A ampliação lateral correspondente é m = -i/p. O valor de m é positivo para imagens não invertidas e negativo para imagens invertidas.

ANALISE (a) Como a imagem é virtual, a distância da imagem i é negativa. Substituindo i = fp/(p - f) em m = -i/p, obtemos

$$m = -\frac{i}{p} = -\frac{f}{p-f}.$$

O fato de que a ampliação é menor que 1,0 indica que f é negativa. Isso significa que a lente é divergente (D).

(b) A distância focal é f = -10 cm.

- (d) A distância da imagem é $i = \frac{pf}{p-f} = \frac{(5,0 \text{ cm})(-10 \text{ cm})}{5,0 \text{ cm} (-10 \text{ cm})} = -3,3 \text{ cm}.$
- (e) A ampliação lateral é m = -i/p = -(-3.3 cm)/(5.0 cm) = +0.67.
- (f) O fato de que a distância da imagem i é um número negativo significa que a imagem é virtual (V).
- (g) O fato de que a ampliação lateral é positiva significa que a imagem é não invertida (NI).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-16*c*. A lente é divergente e forma uma imagem virtual e não invertida, do mesmo lado da lente que o objeto.

76. (a) De acordo com a Tabela 34-8, a ampliação é positiva e maior que 1. Examinando as Figs. 34-15 e 34-16 do livro, vemos que isso só será possível se a lente for convergente (C) e se p < f.

- (b) Como a lente é convergente, f = 10 cm.
- (d) De acordo com a Eq. 34-9,

$$i = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{p}} = \frac{1}{\frac{1}{10 \text{ cm}} - \frac{1}{5,0 \text{ cm}}} = -10 \text{ cm}.$$

- (e) A ampliação é m = -i/p = +2,0.
- (f) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (g) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (h) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).

77. PENSE O fato de que a ampliação lateral m é positiva significa que a imagem é não invertida. Além disso, como m > 1, a imagem é maior que o objeto.

FORMULE A distância do objeto p, a distância da imagem i e a distância focal f estão relacionadas pela Eq. 34-9:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}.$$

O valor de i é positivo para imagens reais e negativo para imagens virtuais. A ampliação lateral correspondente é m = -i/p. O valor de m é positivo para imagens não invertidas e negativo para imagens invertidas.

ANALISE (a) Combinando as Eqs. 34-7 e 34-9, obtemos

$$f = \frac{p}{1 - 1/m} = \frac{16 \text{ cm}}{1 - 1/1,25} = 80 \text{ cm}.$$

Como o valor de f é positivo, a lente é convergente (C).

- (b) Como foi visto em (a), f = +80 cm.
- (d) A distância da imagem é i = -mp = -(1,25)(16 cm) = -20 cm.
- (e) A ampliação lateral é m = +1,25.
- (f) O fato de que a distância de imagem i é um número negativo significa que a imagem é virtual (V).
- (g) O fato de que a ampliação lateral é positiva significa que a imagem é não invertida (NI).
- (h) A imagem está do mesmo lado que o objeto (M).

APRENDA A situação deste problema é a mesma da Fig. 34-16b. A lente é convergente. Quando o objeto está mais próximo da lente que o ponto focal (p < f), a imagem é virtual, não invertida, e está do mesmo lado da lente que o objeto.

- **78.** (a) De acordo com a Tabela 34-8, o valor absoluto da ampliação é 0,5 e a imagem é não invertida (NI). Isso significa que m = +0,5. Usando a Eq. 34-6 e o valor conhecido de p, obtemos i = -5,0 cm, que mostra que se trata de uma imagem virtual. A Eq. 34-9 nos dá a distância focal: f = -10 cm. Como a distância focal é negativa, trata-se de uma lente divergente (D).
- (b) Como foi visto no item (a), f = -10 cm.
- (d) Como foi visto no item (a), i = -5.0 cm.
- (e) Como foi visto no item (a), m = +0.5.
- (f) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (h) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).
- **79.** (a) Como *m* > 1, a lente é convergente (C). (Veja a Fig. 34-15.)
- (b) Como a lente é convergente, f = +20 cm.
- (d) De acordo com a Eq. 34-9, i = -13 cm.
- (e) De acordo com a Eq. 34-7, m = -i/p = +1,7.
- (f) Como i < 0, a imagem é virtual (V).
- (g) Como m > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (h) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente (M).
- **80.** (a) De acordo com a Eq. 34-9, a posição da imagem da lente 1 (cuja distância focal, já que se trata de uma lente convergente, é $f_1 = +15$ cm) é $i_1 = -30$ cm. Esta imagem serve de objeto para a lente 2 (cuja distância focal é $f_2 = +8$ cm), com $p_2 = d i_1 = 10$ cm (-30 cm) = 40 cm. Assim, de acordo com a Eq. 34-9 (aplicada à lente 2), $i_2 = +10$ cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-11, $M = m_1 m_2 = (-i_1/p_1)(-i_2/p_2) = i_1 i_2/p_1 p_2 = -0.75$.
- (c) Como $i_2 > 0$, a imagem é real (R).
- (d) Como M < 0, a imagem é invertida (I).
- (e) Como a imagem é real, é formada do lado oposto da lente 2 (O).
- **81.** (a) De acordo com a Eq. 34-9, a posição da imagem da lente 1 (cuja distância focal, já que se trata de uma lente convergente, é $f_1 = +8$ cm) é $i_1 = 24$ cm. Esta imagem serve de objeto para a lente 2 (cuja distância focal é $f_2 = +6$ cm), com $p_2 = d i_1 = 32$ cm -24 cm -24 cm. Assim, de acordo com a Eq. 34-9 (aplicada à lente 2), $i_2 = +24$ cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-11, $M = m_1 m_2 = (-i_1/p_1)(-i_2/p_2) = i_1 i_2/p_1 p_2 = +6.0$.
- (c) Como $i_2 > 0$, a imagem é real (R).

- (d) Como M > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é real, é formada do lado oposto da lente 2 (O).

82. (a) De acordo com a Eq. 34-9, a posição da imagem da lente 1 (cuja distância focal, já que se trata de uma lente divergente, é $f_1 = -6$ cm) é $i_1 = -3.4$ cm. Esta imagem serve de objeto para a lente 2 (cuja distância focal é $f_2 = +6$ cm), com $p_2 = d - i_1 = 12$ cm -(-3.4 cm) = 15.4 cm. Assim, de acordo com a Eq. 34-9 (aplicada à lente 2), $i_2 = +9.8$ cm.

- (b) De acordo com a 34-11, M = -0.27.
- (c) Como $i_2 > 0$, a imagem é real (R).
- (d) Como M < 0, a imagem é invertida (I).
- (e) Como a imagem é real, é formada do lado oposto da lente 2 (O).
- 83. PENSE Em um sistema de duas lentes, a imagem formada pela lente 1 se comporta como objeto para a lente 2.

FORMULE Para analisar um sistema de duas lentes, ignoramos inicialmente a lente 2 e usamos os métodos tradicionais para determinar a imagem produzida pela lente 1. A distância do objeto p_1 , a distância da imagem i_1 e a distância focal f_1 estão relacionadas pela equação

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{i_1} \, .$$

Em seguida, ignoramos a lente 1 e tratamos a imagem formada pela lente 1 como objeto para a lente 2. A distância do objeto p_2 é a distância entre a lente 2 e a posição da imagem produzida pela lente 1. A posição da imagem final, i_2 , é obtida resolvendo a equação

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{i_2}$$

em que f_2 é a distância focal da lente 2.

ANALISE (a) Como a lente 1 é convergente, $f_1 = +9$ cm e a distância da imagem é

$$i_1 = \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1} = \frac{(20 \text{ cm})(9 \text{ cm})}{20 \text{ cm} - 9 \text{ cm}} = 16,4 \text{ cm}.$$

Essa imagem serve de objeto para a lente 2 (cuja distância focal é $f_2 = +5$ cm) com uma distância do objeto dada por $p_2 = d - i_1 = -8.4$ cm. O sinal negativo significa que o "objeto" está atrás da lente 2. Resolvendo a equação das lentes delgadas, obtemos

$$i_2 = \frac{p_2 f_2}{p_2 - f_2} = \frac{(-8.4 \text{ cm})(5.0 \text{ cm})}{-8.4 \text{ cm} - 5.0 \text{ cm}} = 3.13 \text{ cm}.$$

- (b) A ampliação lateral total é $M = m_1 m_2 = (-i_1/p_1)(-i_2/p_2) = i_1 i_2/p_1 p_2 = -0.31$.
- (c) O fato de que a distância da imagem (final) é positiva significa que a imagem é real (R).
- (d) O fato de a ampliação lateral ser negativa significa que a imagem é invertida (I).
- (e) A imagem está do outro lado da lente 2 (O).

APRENDA Como este cálculo envolve um valor negativo para p_2 (e talvez outras considerações "pouco intuitivas"), vale a pena explicar com mais detalhes a linha de raciocínio usada para chegar à solução: a lente 1 faz os raios convergirem para uma imagem (que não chega a se formar, por causa da presença da lente 2) que seria real, invertida, e estaria 8,4 cm atrás da lente 2. O que a lente 2 faz, em essência, é acentuar a convergência dos raios, fazendo com que a imagem se forme mais perto da lente 1 que se a lente 2 não estivesse presente.

84. (a) De acordo com a Eq. 34-9, a posição da imagem da lente 1 (cuja distância focal, já que se trata de uma lente convergente, é $f_1 = +12.0$ cm) é $i_1 = +60$ cm. Esta imagem serve de objeto para a lente 2 (cuja distância focal é $f_2 = +10$ cm), com $p_2 = d - i_1 = 67$ cm -60 cm = 7 cm. Assim, de acordo com a Eq. 34-9 (aplicada à lente 2), $i_2 = -23$ cm.

- (b) De acordo com a Eq. 34-11, M = -13.
- (c) Como i_2 < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como M < 0, a imagem é invertida (I).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente 2 (M).
- **85.** (a) De acordo com a Eq. 34-9, a posição da imagem da lente 1 (cuja distância focal, já que se trata de uma lente convergente, é $f_1 = +6$ cm) é $i_1 = -12$ cm. Esta imagem serve de objeto para a lente 2 (cuja distância focal é $f_2 = -6$ cm), com $p_2 = d i_1 = 8,0$ cm -(-12 cm) = 20 cm. Assim, de acordo com a Eq. 34-9 (aplicada à lente 2), $i_2 = -4,6$ cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-11, M = +0.69.
- (c) Como i_2 < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como M > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente 2 (M).
- **86.** (a) De acordo com a Eq. 34-9, a posição da imagem da lente 1 (cuja distância focal, já que se trata de uma lente convergente, é $f_1 = +8.0$ cm) é $i_1 = +24$ cm. Esta imagem serve de objeto para a lente 2 (cuja distância focal é $f_2 = -8$ cm), com $p_2 = d i_1 = 30$ cm -24 cm = 6 cm. Assim, de acordo com a Eq. 34-9 (aplicada à lente 2), $i_2 = -3.4$ cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-11, M = -1,1.
- (c) Como $i_2 < 0$, a imagem é virtual (V).
- (d) Como M < 0, a imagem é invertida (I).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado a lente 2 (M).
- 87. (a) De acordo com a Eq. 34-9, a posição da imagem da lente 1 (cuja distância focal, já que se trata de uma lente divergente, é $f_1 = -12.0$ cm) é $i_1 = -7.5$ cm. Esta imagem serve de objeto para a lente 2 (cuja distância focal é $f_2 = -10$ cm), com $p_2 = d i_1 = 10$ cm (-7.5 cm) = 17.5 cm. Assim, de acordo com a Eq. 34-9 (aplicada à lente 2), $i_2 = -5.5$ cm.
- (b) De acordo com a Eq. 34-11, M = +0.12.
- (c) Como i_2 < 0, a imagem é virtual (V).
- (d) Como M > 0, a imagem é não invertida (NI).
- (e) Como a imagem é virtual, é formada do mesmo lado da lente 2 (M).
- 88. De acordo com a Eq. 34-15, o diâmetro mínimo da ocular é

$$d_{\rm oc} = \frac{d_{\rm ob}}{m_a} = \frac{75 \text{ mm}}{36} = 2.1 \text{ mm}.$$

89. PENSE O microscópio composto que aparece na Fig. 34-20 é formado por uma objetiva e uma ocular; é usado para observar pequenos objetos que estão muito próximos da objetiva.

FORMULE Sejam f_{ob} a distância focal da objetiva e f_{oc} a distância focal da ocular. A distância entre as duas lentes é

$$L = s + f_{\rm ob} + f_{\rm oc},$$

em que s é o comprimento do tubo. A ampliação lateral da objetiva é

$$m = -\frac{i}{p} = -\frac{s}{f_{\text{ob}}}$$

e a ampliação angular da ocular é $m_{\theta} = (25 \text{ cm})/f_{\text{oc}}$.

ANALISE (a) O comprimento do tubo é

$$s = L - f_{ob} - f_{oc} = 25.0 \text{ cm} - 4.00 \text{ cm} - 8.00 \text{ cm} = 13.0 \text{ cm}.$$

(b) Vamos determinar o valor de p usando a equação $(1/p) + (1/i) = (1/f_{ob})$. A distância da imagem é

$$i = f_{ob} + s = 4.00 \text{ cm} + 13.0 \text{ cm} = 17.0 \text{ cm}$$

e, portanto,

$$p = \frac{if_{\text{ob}}}{i - f_{\text{ob}}} = \frac{(17,0 \text{ cm})(4,00 \text{ cm})}{17,0 \text{ cm} - 4,00 \text{ cm}} = 5,23 \text{ cm}.$$

(c) A ampliação lateral da objetiva é

$$m = -\frac{i}{p} = -\frac{17,0 \text{ cm}}{5,23 \text{ cm}} = -3,25.$$

(d) A ampliação angular da ocular é

$$m_{\theta} = \frac{25 \text{ cm}}{f_{\text{oc}}} = \frac{25 \text{ cm}}{8,00 \text{ cm}} = 3,13.$$

(e) A ampliação total do microscópio é

$$M = mm_{\theta} = (-3,25)(3,13) = -10,2.$$

APRENDA A objetiva produz uma imagem real I do objeto em um ponto mais próximo da ocular do que o ponto focal ($i > f_{oc}$). A imagem I serve de objeto para a ocular, que produz uma imagem virtual I' vista pelo observador.

90. (a) A nova distância entre a lente e o filme é

$$i = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{5,0 \text{ cm}} - \frac{1}{100 \text{ cm}}\right)^{-1} = 5,3 \text{ cm}.$$

- (b) A variação da distância entre a lente e o filme é 5,3 cm − 5,0 cm = 0,30 cm = 3,0 mm.
- **91. PENSE** Este problema envolve a visão humana. A córnea e o cristalino são modelados como uma única lente, que forma uma imagem na retina.

FORMULE Quando o olho está relaxado, a lente focaliza objetos distantes na retina, que está a uma distância i da lente. Fazendo $p = \infty$ na equação das lentes delgadas, obtemos 1/i = 1/f, em que f é a distância focal da lente efetiva do olho no estado relaxado. Isso nos dá i = f = 2,50 cm. Quando o olho focaliza objetos mais próximos, a distância da imagem i permanece a mesma, mas a distância do objeto e a distância focal mudam.

ANALISE (a) Se p é a nova distância do objeto e f' é a nova distância focal,

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f'}.$$

Fazendo i = f e explicitando f', obtemos

$$f' = \frac{pf}{f+p} = \frac{(40,0 \text{ cm})(2,50 \text{ cm})}{40,0 \text{ cm} + 2,50 \text{ cm}} = 2,35 \text{ cm}.$$

(b) Considere a equação do fabricante de lentes

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

em que r_1 e r_2 são os raios de curvatura das duas superfícies da lente, e n é o índice de refração do material da lente. No caso da lente da Fig. 34-46, r_1 e r_2 têm aproximadamente o mesmo valor absoluto, mas r_1 é positivo e r_2 é negativo. Como a distância focal diminui, a combinação $(1/r_1)$ – $(1/r_2)$ deve aumentar. Para isso, basta diminuir o valor absoluto dos dois raios.

APRENDA Quando observamos um objeto próximo do olho, a lente fica mais espessa (o raio de curvatura diminui) e a distância focal diminui.

92. De acordo com a Fig. 34-20, no caso da imagem intermediária, p = 10 mm e

$$i = (f_{ob} + s + f_{oc}) - f_{oc} = 300 \text{ m} - 50 \text{ mm} = 250 \text{ mm};$$

logo,

$$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{i} + \frac{1}{p} = \frac{1}{250 \text{ mm}} + \frac{1}{10 \text{ mm}} \Rightarrow f_{ob} = 9,62 \text{ mm}$$

e

$$s = (f_{ob} + s + f_{oc}) - f_{ob} - f_{oc} = 300 \text{ mm} - 9,62 \text{ mm} - 50 \text{ mm} = 240 \text{ mm}.$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 34-14,

$$M = -\frac{s}{f_{\text{ob}}} \frac{25 \text{ cm}}{f_{\text{oc}}} = -\left(\frac{240 \text{ mm}}{9,62 \text{ mm}}\right) \left(\frac{150 \text{ mm}}{50 \text{ mm}}\right) = -125.$$

93. (a) Sem a lente de aumento, $\theta = h/P_p$ (veja a Fig. 34-19). Com a lente de aumento, fazendo

$$i = -|i| = -P_n$$

obtemos

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{i} = \frac{1}{f} + \frac{1}{|i|} = \frac{1}{f} + \frac{1}{P_p}.$$

Assim,

$$m_{\theta} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{h/p}{h/P_p} = \frac{1/f + 1/P_p}{1/P_p} = 1 + \frac{P_p}{f} = 1 + \frac{25 \text{ cm}}{f}.$$

Para f = 10 cm, temos

$$m_{\theta} = 1 + \frac{25 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 3.5.$$

(b) Para analisar o caso em que a imagem aparece no infinito, fazemos $i=-|i|\to -\infty$, o que nos dá 1/p+1/i=1/p=1/f e

$$m_{\theta} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{h/p}{h/P_p} = \frac{1/f}{1/P_p} = \frac{P_p}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{f}.$$

Para f = 10 cm,

$$m_{\theta} = \frac{25 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 2.5.$$

94. De acordo com a Eq. 34-9, 1/p + 1/i = c, em que c é uma constante (1/f). De acordo com o gráfico da Fig. 34-47, para $p = p_1 = 15$ cm, $i = i_1 = -10$ cm. Assim, para $p = p_2 = 70$ cm, temos

$$1/(15 \text{ cm}) + 1/(-10 \text{ cm}) = 1/(70 \text{ cm}) + 1/i_2$$

o que nos dá $i_2 = -21$ cm.

- 95. Como a distância focal de uma lente convergente é positiva, $f_1 = +8.0$ cm, $f_2 = +6.0$ cm e $f_3 = +6.0$ cm. Aplicamos a Eq. 34-9 separadamente a cada lente, "transportando" os resultados de um cálculo para o outro com o auxílio das relações $p_2 = d_{12} i_1$ e $p_3 = d_{23} i_2$. Usamos a Eq. 34-7 para calcular as ampliações laterais das lentes e a relação $M = m_1 m_2 m_3$ (uma generalização da Eq. 34-11) para calcular a ampliação lateral do sistema. Os resultados para as distâncias das imagens intermediárias são $i_1 = 24$ cm e $i_2 = -12$ cm. Os resultados finais são os seguintes:
- (a) $i_3 = +8.6$ cm.
- (b) m = +2.6.
- (c) A imagem é real (R).
- (d) A imagem é não invertida (NI).
- (e) A imagem é formada do lado oposto da lente 3 (O).
- **96.** Como a distância focal de uma lente convergente é positiva e a distância focal de uma lente divergente é negativa, $f_1 = -6$ cm, $f_2 = +6$ cm e $f_3 = +4$ cm. Aplicamos a Eq. 34-9 separadamente a cada lente, "transportando" os resultados de um cálculo para o outro com o auxílio das relações $p_2 = d_{12} i_1$ e $p_3 = d_{23} i_2$. Usamos a Eq. 34-7 para calcular as ampliações laterais das lentes e a relação $M = m_1 m_2 m_3$ (uma generalização da Eq. 34-11) para calcular a ampliação lateral do sistema. Os resultados para as distâncias das imagens intermediárias são $i_1 = -2.4$ cm e $i_2 = 12$ cm. Os resultados finais são os seguintes:
- (a) $i_3 = -4.0$ cm.
- (b) m = -1,2.
- (c) A imagem é virtual (V).
- (d) A imagem é invertida (I).
- (e) A imagem é formada do mesmo lado da lente (M).
- **97.** Como a distância focal de uma lente convergente é positiva, $f_1 = +6.0$ cm, $f_2 = +3.0$ cm e $f_3 = +3.0$ cm. Aplicamos a Eq. 34-9 separadamente a cada lente, "transportando" os resultados de um cálculo para o outro com o auxílio das relações $p_2 = d_{12} i_1$ e $p_3 = d_{23} i_2$. Usamos a Eq. 34-7 para calcular as ampliações laterais das lentes e a relação $M = m_1 m_2 m_3$ (uma generalização da Eq. 34-11) para calcular a ampliação lateral do sistema. Os resultados para as distâncias das imagens intermediárias são $i_1 = 9$ cm e $i_2 = 6$ cm. Os resultados finais são os seguintes:
- (a) $i_3 = +7.5$ cm.
- (b) m = -0.75.
- (c) A imagem é real (R).
- (d) A imagem é invertida (I).
- (e) A imagem é formada do lado oposto da lente 3 (O).
- 98. Como a distância focal de uma lente convergente é positiva, $f_1 = +6.0$ cm, $f_2 = +6.0$ cm e $f_3 = +5.0$ cm. Aplicamos a Eq. 34-9 separadamente a cada lente, "transportando" os resultados de um cálculo para o outro com o auxílio das relações $p_2 = d_{12} i_1$ e $p_3 = d_{23} i_2$. Usamos a Eq. 34-7 para calcular as ampliações laterais das lentes e a relação $M = m_1 m_2 m_3$ (uma generalização da Eq. 34-11) para calcular a ampliação lateral do sistema. Os resultados para as distâncias das imagens intermediárias são $i_1 = -3.0$ cm e $i_2 = 9.0$ cm. Os resultados finais são os seguintes:
- (a) $i_3 = +10$ cm.
- (b) m = +0.75.

- (c) A imagem é real (R).
- (d) A imagem é não invertida (NI).
- (e) A imagem é formada do lado oposto da lente 3 (O).
- **99.** Uma vez que a distância focal de uma lente convergente é positiva e a distância focal de uma lente divergente é negativa, $f_1 = -6.0$ cm, $f_2 = -16$ cm e $f_3 = +8.0$ cm. Aplicamos a Eq. 34-9 de forma separada a cada lente, "transportando" os resultados de um cálculo para o outro, com o auxílio das relações $p_2 = d_{12} i_1$ e $p_3 = d_{23} i_2$. Utilizamos a Eq. 34-7 para calcular as ampliações laterais das lentes, e a relação $M = m_1 m_2 m_3$ (uma generalização da Eq. 34-11) para calcular a ampliação lateral do sistema. Os resultados para as distâncias das imagens intermediárias são $i_1 = -4.0$ cm e $i_2 = -6.86$ cm. Os resultados finais são os seguintes:
- (a) $i_3 = +24.2$ cm.
- (b) m = -0.58.
- (c) A imagem é real (R).
- (d) A imagem é invertida (I).
- (e) A imagem é formada do lado oposto da lente 3 (O).
- **100.** Como a distância focal de uma lente convergente é positiva e a distância focal de uma lente divergente é negativa, $f_1 = +6.0$ cm, $f_2 = -4.0$ cm e $f_3 = -12$ cm. Aplicamos a Eq. 34-9 separadamente a cada lente, "transportando" os resultados de um cálculo para o outro com o auxílio das relações $p_2 = d_{12} i_1$ e $p_3 = d_{23} i_2$. Usamos a Eq. 34-7 para calcular as ampliações laterais das lentes, e a relação $M = m_1 m_2 m_3$ (uma generalização da Eq. 34-11) para calcular a ampliação lateral do sistema. Os resultados para as distâncias das imagens intermediárias são $i_1 = -12$ cm e $i_2 = -3.33$ cm. Os resultados finais são os seguintes:
- (a) $i_3 = -5.15 \text{ cm} \approx -5.2 \text{ cm}$.
- (b) $m = +0.285 \approx +0.29$.
- (c) A imagem é virtual (V).
- (d) A imagem é não invertida (NI).
- (e) A imagem é formada do mesmo lado da lente 3 (M).
- 101. PENSE Este problema envolve a conversão da equação das lentes delgadas da forma gaussiana para a forma newtoniana.

FORMULE A forma gaussiana da equação das lentes delgadas é (1/p) + (1/i) = (1/f), em que p é a distância do objeto, i é a distância da imagem e f é a distância focal. Para converter a equação para a forma newtoniana, vamos fazer p = f + x, em que x tem um valor positivo, se o objeto está mais distante da lente que o ponto focal, e negativo, se o objeto está mais próximo da lente que o ponto focal. Além disso, vamos fazer i = f + x', em que x' tem um valor positivo, se a imagem está mais distante da lente que o ponto focal, e negativo, se a imagem está mais próxima da lente que o ponto focal.

ANALISE Explicitando i na forma gaussiana da equação, obtemos

$$i = \frac{fp}{p - f}.$$

Fazendo p = f + x, temos

$$i = \frac{f(f+x)}{x}.$$

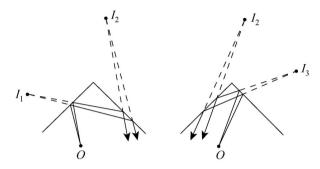
Fazendo i = f + x', obtemos

$$x' = i - f = \frac{f(f+x)}{x} - f = \frac{f^2}{x}$$

o que nos dá $xx' = f^2$.

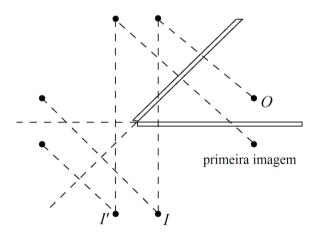
APRENDA A forma newtoniana é equivalente à forma gaussiana e pode ser mais conveniente para resolver alguns tipos de problemas que envolvem lentes delgadas.

102. (a) Para $\theta = 90^\circ$, existem três imagens: duas são formadas por reflexões em apenas um dos espelhos, e a terceira é formada por reflexões sucessivas nos dois espelhos. As posições das imagens são mostradas nos dois diagramas adiante. O diagrama da esquerda mostra a imagem I_1 formada por reflexões no espelho da esquerda. Está à mesma distância do espelho que o objeto O, em uma reta perpendicular ao espelho passando pelo objeto. A imagem I_2 é formada pela luz refletida nos dois espelhos.



Podemos considerar I_2 como a imagem do prolongamento de I_1 formada pelo espelho da direita. I_2 está à mesma distância do prolongamento do espelho da direita que I_1 , em uma reta perpendicular ao prolongamento do espelho passando por I_1 . O diagrama da direita mostra a imagem I_3 , formada por reflexões no espelho da direita. Está à mesma distância do espelho que o objeto O, em uma reta perpendicular ao espelho passando pelo objeto. Como mostra o digrama, a luz que é refletida primeiro no espelho da direita e depois no espelho da esquerda forma uma imagem em I_2 , o mesmo ponto onde é formada uma imagem pela luz que é refletida primeiro no espelho da esquerda e depois no espelho da direita.

(b) Para $\theta=45^\circ$, temos duas imagens no segundo espelho: uma causada pelo próprio objeto e outra pela imagem do objeto no primeiro espelho. A partir dessas duas imagens, podemos construir duas novas imagens, I e I', atrás do primeiro espelho. Prolongando o plano do segundo espelho, podemos encontrar outras duas imagens de I e I' simetricamente dispostas em relação ao prolongamento do plano do primeiro espelho. Este fato mostra que não existem outras imagens, já que essas imagens finais são "reflexos mútuos". A construção das imagens é mostrada no diagrama a seguir. Resumindo, o número de imagens neste caso é 1+2+2+2=7.



(c) Para $\theta = 60^\circ$, temos duas imagens no segundo espelho causadas pelo objeto e sua primeira imagem; a partir dessas imagens, podemos construir duas novas imagens, I e I', atrás do primeiro espelho. As imagens I e I' são "reflexos mútuos" no sentido de que são simétricas em relação ao prolongamento do plano do segundo espelho; isso mostra que não existem novas imagens. Resumindo, o número de imagens neste caso é 1 + 2 + 2 = 5.

Para $\theta=120^\circ$, temos duas imagens, I_1' e I_2 , atrás do segundo espelho e seu prolongamento, causadas pelo objeto e sua primeira imagem (que vamos chamar de I_1). Nenhuma outra imagem pode ser construída a partir de I_1' e I_2 , já que as imagens I_1' e I_2 são "reflexos mútuos". Esta construção tem a desvantagem de não levar em conta a posição do observador em relação aos espelhos. Neste caso em particular, o número de imagens que podem ser vistas varia de 1 a 3, dependendo das posições do objeto e do observador.

- (d) O menor número de imagens que podem ser vistas para $\theta = 120^{\circ}$ é 1. Se, por exemplo, o observador está alinhado com o objeto e I_2 , pode ver apenas uma imagem (I_1). Um observador próximo de um dos espelhos em geral consegue ver duas imagens, I_1 e I_2 .
- (e) O maior número de imagens que podem ser vistas para $\theta = 120^{\circ}$ é 3. Isso acontece quando o observador está razoavelmente afastado dos dois espelhos e aproximadamente equidistante dos espelhos.
- 103. PENSE Duas lentes em contato podem ser tratadas como uma única lente com uma distância focal efetiva.

FORMULE Vamos supor que um objeto está a uma grande distância da lente composta e calcular a distância da imagem i. Como a imagem está no ponto focal, i = f, em que f é a distância focal efetiva da lente composta. A imagem final é produzida pelas duas lentes, com a imagem da primeira lente servindo de objeto para a segunda. No caso da primeira lente, $(1/p_1) + (1/i_1) = (1/f_1)$, em que f_1 é a distância focal da primeira lente e i_1 é a distância da imagem formada pela primeira lente. Como $p_1 = \infty$, $i_1 = f_1$. No caso da segunda lente, $(1/p_2) + (1/i_2) = (1/f_2)$, em que p_2 é a distância do objeto, i_2 é a distância da imagem e f_2 é a distância focal. Se a espessura das lentes pode ser desprezada, a distância do objeto da segunda lente é $f_2 = -i_1$. O sinal negativo deve ser usado porque a imagem formada pela primeira lente está do outro lado da segunda lente se f_1 for positivo. Isso significa que o objeto da segunda lente é virtual e a distância do objeto é negativa. Se f_1 for negativo, a imagem formada pela primeira lente está do mesmo lado da segunda lente que o objeto da primeira lente, e f_2 é positiva.

ANALISE Na equação das lentes delgadas, substituímos p_2 por $-f_1$ e i_2 por f para obter

$$-\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f} = \frac{1}{f_2}$$

o que nos dá

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{f_1 + f_2}{f_1 f_2}.$$

Assim, a distância focal efetiva do sistema é

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} \, .$$

APRENDA O recíproco da distância focal, 1/f, é conhecido como potência da lente, uma grandeza usada pelos oculistas para especificar o poder de aumento dos óculos. De acordo com essa demonstração, quando duas lentes estão em contato, a potência efetiva do conjunto é a soma das potências das duas lentes.

- **104.** (a) No espelho mais próximo do objeto, que vamos chamar de M_1 , a primeira imagem I_1 está 10 cm atrás de M_1 e, portanto, a 20 cm de distância do objeto, que vamos chamar de O. Esta é a menor distância entre o objeto e uma imagem.
- (b) Existem imagens de O e I_1 no espelho mais distante, que vamos chamar de M_2 . A imagem de O é uma imagem I_2 situada 30 cm atrás de M_2 . Como O está a 30 cm de distância de M_2 , I_2 está a uma distância de 60 cm de O. Esta é a segunda menor distância entre o objeto e uma imagem.
- (c) Existe também uma imagem I_3 que é a imagem de I_1 e está situada 50 cm atrás de M_2 , já que I_1 está a uma distância 30 cm + 20 cm = 50 cm de M_2 . Assim, I_3 está a uma distância de 80 cm de O. Além disso, temos uma imagem I_4 , que é uma imagem de I_2 e está situada 70 cm atrás de M_1 , já que I_2 está a uma distância 30 cm + 40 cm = 70 cm de M_1 . A distância entre O e I_4 também é 80 cm. Esta é a terceira maior distância entre o objeto e uma imagem.
- (d) Voltando ao espelho mais próximo M_1 , existe uma imagem I_5 que é a imagem de I_3 e está situada 90 cm atrás de M_1 , já que I_3 está a uma distância 50 cm + 40 cm = 90 cm de M_1 . A distância entre O e I_5 é 100 cm = 1,0 m. Esta é a quarta maior distância entre o objeto e uma imagem.
- **105.** (a) O "objeto" do espelho que produz a imagem da caixa está à mesma distância do espelho que a imagem (4 cm). Como este "objeto" é a imagem formada pela lente, podemos dizer que, na equação da lente, $i_1 = 10 4 = 6$ cm. Assim, para $f_1 = 2$ cm, a Eq. 34-9 nos dá

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{i_1} = \frac{1}{f_1} \implies p_1 = 3,00 \text{ cm}.$$

(b) A imagem da caixa, 4 cm atrás do espelho, serve de "objeto" (com $p_3 = 14$ cm) para a lente no percurso de volta da luz, depois de ser refletida pelo espelho. Desta vez, a Eq. 34-9 nos dá, para $f_3 = f_1 = 2$ cm,

$$\frac{1}{p_3} + \frac{1}{i_3} = \frac{1}{f_3} \implies i_3 = 2,33 \text{ cm}.$$

106. (a) Primeiro, a lente forma uma imagem real do objeto, situada a uma distância

$$i_1 = \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{2f_1}\right)^{-1} = 2f_1$$

à direita da lente, ou a uma distância

$$p_2 = 2(f_1 + f_2) - 2f_1 = 2f_2$$

do espelho. A imagem formada pelo espelho está situada a uma distância

$$i_2 = \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{2f_2}\right)^{-1} = 2f_2$$

à esquerda do espelho, ou a uma distância

$$p_1' = 2(f_1 + f_2) - 2f_2 = 2f_1$$

à direita da lente. A imagem final formada pela lente está a uma distância i'_1 à esquerda da lente, em que

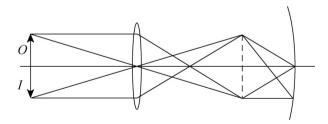
$$i'_1 = \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{p'_1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{2f_1}\right)^{-1} = 2f_1.$$

Esta é exatamente a posição do objeto.

(b) A ampliação lateral é

$$m = \left(-\frac{i_1}{p_1}\right)\left(-\frac{i_2}{p_2}\right)\left(-\frac{i_1'}{p_1'}\right) = \left(-\frac{2f_1}{2f_1}\right)\left(-\frac{2f_2}{2f_2}\right)\left(-\frac{2f_1}{2f_1}\right) = -1, 0.$$

- (c) A imagem final é real (R).
- (d) A imagem está à esquerda da lente.
- (e) A imagem é invertida, como mostra a figura a seguir.



107. PENSE Podemos determinar se uma lente é convergente ou divergente, com base na ampliação e orientação das imagens produzidas pela lente.

FORMULE Examinando os diagramas de raios da Fig. 34-16*a-c*, vemos que apenas uma lente convergente pode produzir uma imagem ampliada; a imagem produzida por uma lente divergente é sempre reduzida.

ANALISE (a) O fato de que m > +1 significa que a lente 1 é convergente (portanto, f_1 é positiva) e que a imagem é virtual (portanto, i_1 é negativa). Como $|p_1 + i_1| = 20$ cm e $i_1 = -2p_1$, a única solução possível é $p_1 = 20$ cm e $i_1 = -40$ cm. Substituindo na Eq. 34-9,

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{i_1} = \frac{1}{f_1}$$

obtemos

$$f_1 = \frac{p_1 i_1}{p_1 + i_1} = \frac{(20 \text{ cm})(-40 \text{ cm})}{20 \text{ cm} + (-40 \text{ cm})} = +40 \text{ cm},$$

que é positiva, como era previsto.

- (b) A distância do objeto é $p_1 = 20$ cm, como foi visto no item (a).
- (c) Nesse caso, 0 < m < 1, e sabemos que a lente 2 é divergente (portanto, f_2 é negativa) e que a imagem é virtual (portanto, i_2 é negativa). Como $|p_2 + i_2| = 20$ cm e $i_2 = -p_2/2$, a única solução possível é $p_2 = 40$ cm e $i_2 = -20$ cm. Substituindo na Eq. 34-9, obtemos

$$f_2 = \frac{p_2 i_2}{p_2 + i_2} = \frac{(40 \text{ cm})(-20 \text{ cm})}{40 \text{ cm} + (-20 \text{ cm})} = -40 \text{ cm},$$

que é negativa, como era previsto.

(d) A distância do objeto é $p_2 = 40$ cm, como foi visto no item (c).

APRENDA O diagrama de raios da lente 1 é semelhante ao que é mostrado na Fig. 34-16b. A lente é convergente. Com a mosca mais próxima da lente que o ponto focal ($p_1 < f_1$), temos uma imagem virtual não invertida, ampliada, do mesmo lado que o objeto. Por outro lado, o diagrama de raios da lente 2 é semelhante ao que aparece na Fig. 34-16c. A lente é divergente e forma uma imagem virtual não invertida, reduzida, do mesmo lado que o objeto.

- 108. Vamos usar a Eq. 34-10, com as convenções de sinais discutidas nos Módulos 34-6 e 34-7.
- (a) No caso da lente 1, uma lente biconvexa, temos

$$f = \left[(n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right]^{-1} = \left[(1,5-1) \left(\frac{1}{40 \text{ cm}} - \frac{1}{-40 \text{ cm}} \right) \right]^{-1} = 40 \text{ cm}.$$

- (b) Como f > 0, a lente forma uma imagem real do Sol.
- (c) No caso da lente 2, uma lente plano-convexa, temos

$$f = \left[(1,5-1) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{-40 \text{ cm}} \right) \right]^{-1} = 80 \text{ cm}.$$

- (d) Como f > 0, a lente forma uma imagem real do Sol.
- (e) No caso da lente 3, uma lente côncavo-convexa, temos

$$f = \left[(1,5-1) \left(\frac{1}{40 \text{ cm}} - \frac{1}{60 \text{ cm}} \right) \right]^{-1} = 240 \text{ cm} = 2,4 \text{ m}.$$

- (f) Como f > 0, a lente forma uma imagem real do Sol.
- (g) No caso da lente 4, uma lente bicôncava, temos

$$f = \left[(1,5-1) \left(\frac{1}{-40 \text{ cm}} - \frac{1}{40 \text{ cm}} \right) \right]^{-1} = -40 \text{ cm}.$$

- (h) Como f < 0, a imagem é virtual.
- (i) No caso da lente 5, uma lente plano-côncava, temos

$$f = \left[(1,5-1) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{40 \text{ cm}} \right) \right]^{-1} = -80 \text{ cm}.$$

- (j) Como f < 0, a imagem é virtual.
- (k) No caso da lente 6, uma lente côncavo-convexa, temos

$$f = \left[(1,5-1) \left(\frac{1}{60 \text{ cm}} - \frac{1}{40 \text{ cm}} \right) \right]^{-1} = -240 \text{ cm} = -2,4 \text{ m}.$$

- (l) Como f < 0, a imagem é virtual.
- **109.** (a) A primeira imagem pode ser obtida usando a Eq. 34-8, com $n_1 = 1$ (um valor aproximado para o índice de refração do ar), $n_2 = 8/5$ e p = 8 cm.

$$\frac{1}{p} + \frac{8}{5i} = \frac{1,6-1}{r}$$
.

Como, para uma "lente plana", $r = \infty$, temos

$$i = -64/5$$
 cm.

Em relação à segunda superfície, a imagem está a uma distância de 3 + 64/5 = 79/5 cm. Esta imagem pode ser tomada como objeto para determinarmos a imagem final, usando novamente a Eq. 34-8, com $r = \infty$, mas agora com $n_1 = 8/5$, $n_2 = 4/3$ e p' = 79/5. Temos

$$\frac{8}{79} + \frac{4}{3i'} = 0,$$

o que nos dá

$$i' = -79/6 \text{ m} \approx -13.2 \text{ cm}.$$

Isso significa que o observador parece estar a uma distância de 13,2 + 6,8 = 20 cm do peixe.

(b) Neste caso, a primeira imagem é obtida usando a Eq. 34-8, com $n_1 = 4/3$, $n_2 = 8/5$, $p_1 = 6.8$ cm e $r = \infty$, o que nos dá

$$\frac{4}{3(6,8)} + \frac{8}{5i} = 0 \implies i = -8,16 \text{ cm}.$$

Em relação à segunda superfície, esta imagem está a uma distância de 3 + 8,16 = 11,16 cm. Tomando esta imagem como objeto para determinar a imagem final, usamos novamente a Eq. 34-8, desta vez com $n_1 = 8/5$, $n_2 = 1$ e p = 3,12 cm e $r = \infty$, o que nos dá

$$\frac{8}{5(11,16)} + \frac{1}{i} = 0 \implies i = 7,0 \text{ cm}.$$

Isso significa que o peixe parece estar a uma distância de 8 + 7 = 15 cm do observador.

110. Fazendo $n_{ar} = 1$, $n_{água} = n$ e p = |R|/2 na Eq. 34-8 (e tomando cuidado para usar o sinal correto de r na equação), obtemos i = -R/(1+n), o que nos dá |i| = R/(1+n). Chamando de h o tamanho do peixe e de h' o tamanho da imagem do peixe, e usando a semelhança de triângulos, temos

$$\frac{h'}{R-|i|} = \frac{h}{R/2}$$
 \Rightarrow $\frac{h'}{h} = 2(1-\frac{1}{1+n}) = 2(1-\frac{1}{2,33}) = 1,14.$

111. (a) As lentes convergentes fazem raios luminosos paralelos convergirem para o ponto focal, e raios provenientes do ponto focal se tornarem paralelos. Para que um sistema de duas lentes se comporte como um expansor de feixe, portanto, basta que o ponto focal posterior F_1 da primeira lente coincida com o ponto focal anterior F_2 da segunda lente. Como os triângulos unidos pelo vértice no ponto focal são semelhantes, as larguras dos dois feixes obedecem à relação $W_f/f_2 = W_i/f_1$. Substituindo os valores dados, obtemos

$$W_f = \frac{f_2}{f_1} W_i = \frac{30.0 \text{ cm}}{12.5 \text{ cm}} (2.5 \text{ mm}) = 6.0 \text{ mm}.$$

(b) A área da seção reta dos feixes é proporcional a W^2 . Como a intensidade é definida como a potência P dividida pela área, temos

$$\frac{I_f}{I_i} = \frac{P/W_f^2}{P/W_i^2} = \frac{W_i^2}{W_f^2} = \frac{f_1^2}{f_2^2} \implies I_f = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 I_i = \left(\frac{12,5 \text{ cm}}{30,0 \text{ cm}}\right) (9,0 \text{ kW/m}^2) = 1,6 \text{ kW/m}^2.$$

(c) O método do item (a) pode ser adaptado para o caso em que a primeira lente do expansor de feixe é uma lente divergente; para isso, basta fazer com que o ponto focal anterior da primeira lente coincida com o ponto focal anterior da segunda lente. Neste caso, a distância entre as lentes deve ser

$$d = f_2 - |f_1| = 30.0 \text{ cm} - 26.0 \text{ cm} = 4.0 \text{ cm}.$$

112. Na Fig. 34-56, vamos chamar de A o ponto em que o raio em direção ao olho esquerdo sai da água, e de B o ponto em que o raio em direção ao olho direito sai da água. O ponto da superfície equidistante de A e B será chamado de C. A moeda está no ponto P, verticalmente abaixo de C, a uma distância d, e a imagem da moeda está no ponto V, também verticalmente abaixo de C, mas a uma distância menor d_a . Vamos chamar de θ_1 o ângulo $\angle CPA$ e de θ_2 o ângulo $\angle CVA$. Como os triângulos CPA e CVA são triângulos, temos

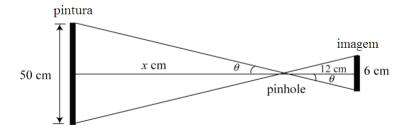
$$\tan \theta_1 = \frac{\overline{CA}}{d}$$
 e $\tan \theta_2 = \frac{\overline{CA}}{d_a}$.

Usando a Eq. 33-40 e a aproximação, válida para pequenos ângulos, de que a razão das tangentes é igual à razão dos senos, obtemos

$$\frac{\tan \theta_2}{\tan \theta_1} \approx \frac{\sec \theta_2}{\sec \theta_1} \implies \frac{\frac{\overline{CA}}{d_a}}{\frac{\overline{CA}}{d}} \approx \frac{n_1}{n_2} \implies d_a \approx \frac{n_2}{n_1} d.$$

Como $n_1 = n_{\text{água}} = n$ e $n_2 = n_{\text{ar}} \approx 1$, obtemos a relação desejada, $d_{\text{a}} = d/n$.

113. A figura mostra o arranjo visto de cima.

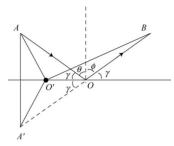


Aplicando as equações da trigonometria ao triângulo maior, obtemos

$$\tan\theta = \frac{25}{x} = \frac{3}{12}$$

o que nos dá x = 100 cm.

114. Considere o diagrama de raios que se segue.



Como $\theta + \gamma = \phi + \gamma = \pi/2$, vemos que $\theta = \phi$, ou seja, que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão. Para mostrar que AOB é a distância mínima, considere um raio incidente AO' com um raio refletido O'B, tais que o ângulo de incidência não é igual ao ângulo de reflexão. De acordo com a figura,

$$AO'B = AO' + O'B = A'O' + O'B > A'B = A'O + OB = AO + OB = AOB.$$

A desigualdade vem do fato de que a soma dos comprimentos de dois lados de um triângulo é sempre maior que o comprimento do terceiro lado.

115. Observe a Fig. 34-2 do livro. Considere dois raios de luz, r e r', que estão acima e abaixo do raio normal (o raio que refaz o percurso ao ser refletido). Os dois raios têm um ângulo de incidência igual a θ . Suponha que os dois raios atingem a extremidade superior e a extremidade inferior da pupila depois de serem refletidos. Se o raio r atinge o espelho no ponto A e o raio r' atinge o espelho no ponto B, a distância x entre A e B é dada por

$$x = 2d_0 \tan \theta$$

em que d_o é a distância do espelho ao objeto. Podemos construir um triângulo retângulo tomando como um dos vértices a imagem do objeto (o ponto I da Fig. 34-2, situado a uma distância d_o atrás do espelho). Um cateto do triângulo coincide com o raio normal (que liga o ponto I ao centro da pupila), e a hipotenusa coincide com o raio r (depois de refletido). A distância entre a pupila e o ponto I é $d_{\text{olho}} + d_o$, e o menor ângulo do triângulo é θ . Assim,

$$\tan\theta = \frac{R}{d_{\text{olho}} + d_{o}}$$

em que R é o raio da pupila (2,5 mm). Combinando essas relações, obtemos

$$x = 2d_o \frac{R}{d_{\text{olho}} + d_o} = 2(100 \text{ mm}) \frac{2.5 \text{ mm}}{300 \text{ mm} + 100 \text{ mm}} = 1,67 \text{ mm}.$$

Podemos dizer que *x* é o diâmetro de uma área circular *A* do espelho tal que todos os raios refletidos em pontos dessa área chegam ao olho. Assim,

$$A = \pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4} (1,67 \text{ mm})^2 = 2,2 \text{ mm}^2.$$

116. No caso de um objeto diante de uma lente delgada, a distância do objeto p, a distância da imagem i e a distância focal f estão relacionadas pela equação (1/p) + (1/i) = (1/f). Na situação descrita no enunciado do problema, as três grandezas são positivas, de modo que a distância x entre o objeto e a imagem é x = p + i. Fazendo i = x - p na equação das lentes delgadas e explicitando x, obtemos

$$x = \frac{p^2}{p - f}.$$

Para determinar o valor mínimo de x, derivamos x em relação a p e igualamos o resultado a zero. Como

$$\frac{dx}{dp} = \frac{p(p-2f)}{(p-f)^2},$$

o resultado é p = 2f. A distância mínima é

$$x_{\min} = \frac{p^2}{p-f} = \frac{(2f)^2}{2f-f} = 4f.$$

Sabemos que se trata de um mínimo, e não de um máximo, porque a distância da imagem *i* aumenta sem limite quando o objeto se aproxima do ponto focal.

117. (a) Se a distância do objeto é x, a distância da imagem é D - x, e a equação das lentes delgadas se torna

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{D-x} = \frac{1}{f}.$$

Multiplicando todos os termos da equação por fx(D-x), obtemos a equação $x^2-Dx+Df=0$, cujas raízes são

$$x_1 = \frac{D - \sqrt{D(D - 4f)}}{2}$$
 e $x_2 = \frac{D + \sqrt{D(D - 4f)}}{2}$.

A distância entre as duas posições do objeto é

$$d = x_2 - x_1 = \sqrt{D(D - 4f)}$$
.

(b) A razão dos tamanhos das imagens é igual à razão das ampliações laterais. Quando o objeto está no ponto $p = x_1$, o valor absoluto da ampliação lateral é

$$|m_1| = \frac{i_1}{p_1} = \frac{D - x_1}{x_1}.$$

Como $x_1 = (D - d)/2$, em que $d - \sqrt{D(D - f)}$, temos

$$|m_1| = \frac{D - (D - d)/2}{(D - d)/2} = \frac{D + d}{D - d}.$$

Quando o objeto está no ponto $p = x_2$, o valor absoluto da ampliação lateral é

$$|m_2| = \frac{I_2}{p_2} = \frac{D - x_2}{x_2} = \frac{D - (D + d)/2}{(D + d)/2} = \frac{D - d}{D + d}.$$

A razão dos tamanhos das imagens é, portanto,

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{(D-d)/(D+d)}{(D+d)/(D-d)} = \left(\frac{D-d}{D+d}\right)^2.$$

118. (a) O primeiro passo para resolver o problema é determinar a posição da imagem formada pela primeira lente. Para $p_1 = 10$ cm e $f_1 = -15$ cm, a Eq. 34-9 nos dá

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{i_1} = \frac{1}{f_1} \implies i_1 = -6.0 \text{ cm}.$$

A ampliação lateral correspondente é $m_1 = -i_1/p_1 = 0.60$. Essa imagem se comporta como objeto para a segunda lente, com $p_2 = 12 + 6.0 = 18$ cm, e $f_2 = 12$ cm. Usando novamente a Eq. 34-9, obtemos

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{i_2} = \frac{1}{f_2} \implies i_2 = 36 \text{ cm}.$$

- (b) A ampliação lateral correspondente é $m_2 = -i_2/p_2 = -2.0$, o que nos dá uma ampliação lateral total $m = m_1 m_2 = -1.2$. A altura da imagem final é, portanto, em valor absoluto, (1,2)(1,0 cm) = 1.2 cm.
- (c) O fato de que i_2 é positiva significa que a imagem final é real.
- (d) O fato de que *m* é negativa significa que a imagem final é invertida.
- 119. (a) Na ausência da lente divergente (lente 2), a imagem real formada pela lente convergente (lente 1) estaria a uma distância

$$i_1 = \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{20 \text{ cm}} - \frac{1}{40 \text{ cm}}\right)^{-1} = 40 \text{ cm}$$

à direita da lente 1. Essa imagem se comporta como um objeto para a lente 2, com $p_2 = -(40 \text{ cm} - 10 \text{ cm}) = -30 \text{ cm}$. Assim,

$$i_2 = \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{-15 \,\text{cm}} - \frac{1}{-30 \,\text{cm}}\right)^{-1} = -30 \,\text{cm}.$$

Isso significa que a imagem formada pela lente 2 está 30 cm à esquerda da lente 2.

- (b) A ampliação lateral é $m = (-i_1/p_1)(-i_2/p_2) = +1,0 > 0$. Como m é positiva, a imagem é não invertida.
- (c) Como i_2 é negativa, a imagem é virtual.
- (d) Como foi visto no item (b), a ampliação lateral é +1,0, o que significa que a imagem é do mesmo tamanho que o objeto.
- 120. (a) A distância da imagem formada pela primeira lente é

$$i_1 = \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{10 \,\mathrm{cm}} - \frac{1}{20 \,\mathrm{cm}}\right)^{-1} = 20 \,\mathrm{cm}.$$

Essa imagem se comporta como um objeto para a lente 2, com $p_2 = 30$ cm -20 cm = 10 cm. Assim,

$$i_2 = \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{12,5 \,\text{cm}} - \frac{1}{10 \,\text{cm}}\right)^{-1} = -50 \,\text{cm}.$$

Assim, a imagem final está 50 cm à esquerda da segunda lente, o que significa que está na mesma posição que o objeto.

(b) A ampliação lateral é

$$m = \left(\frac{i_1}{p_1}\right)\left(\frac{i_2}{p_2}\right) = \left(\frac{20 \text{ cm}}{20 \text{ cm}}\right)\left(\frac{-50 \text{ cm}}{10 \text{ cm}}\right) = -5.0,$$

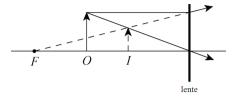
o que significa que a imagem final é cinco vezes maior que o objeto.

- (c) Como i_2 é negativa, a imagem é virtual.
- (d) Como m é negativa, a imagem é invertida.
- **121.** (a) A distância da imagem i pode ser calculada usando a Eq. 34-9: i = pf/(p f). A distância do objeto é p = 20 cm. Como a lente é divergente, a distância focal é negativa: f = -30 cm. Assim,

$$i = \frac{(20 \text{ cm})(-30 \text{ cm})}{(20 \text{ cm}) - (-30 \text{ cm})} = -12 \text{ cm}.$$

O sinal negativo indica que a imagem é virtual e está do mesmo lado da lente que o objeto.

(b) A figura a seguir mostra o diagrama de raios, desenhado em escala.



122. (a) A imagem formada pela lente convergente está a uma distância

$$i = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{0.50 \,\mathrm{m}} - \frac{1}{1.0 \,\mathrm{m}}\right)^{-1} = 1.0 \,\mathrm{m}$$

à direita da lente, ou seja, a uma distância de 2.0 m - 1.0 m = 1.0 m à esquerda do espelho. A imagem formada pelo espelho dessa imagem real está 1.0 m à direita do espelho, ou seja, a uma distância de 2.0 m + 1.0 m = 3.0 m à direita da lente. Essa imagem se comporta como um objeto para a lente, que forma outra imagem a uma distância

$$i' = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p'}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{0.50 \,\text{m}} - \frac{1}{3.0 \,\text{m}}\right)^{-1} = 0.60 \,\text{m}$$

à esquerda da lente (ou seja, a 0,40 m do cone e a 2,60 cm do espelho).

(b) A ampliação lateral é

$$m = \left(-\frac{i}{p}\right)\left(-\frac{i'}{p'}\right) = \left(-\frac{1.0 \text{ m}}{1.0 \text{ m}}\right)\left(-\frac{0.60 \text{ m}}{3.0 \text{ m}}\right) = +0.20.$$

- (c) Como i' é positiva, a imagem final é real.
- (d) A imagem está à esquerda da lente.
- (e) Como m é positiva, a imagem é não invertida.
- **123.** A situação descrita no enunciado do problema é semelhante à situação das Figs. 34-12*b* e 34-12*d*.
- (a) De acordo com a Eq. 34-8, com $n_1 = 1$ para o ar e $n_2 = 1,5$ para o vidro, temos

$$\frac{1}{p} + \frac{1,5}{i} = \frac{1,5-1}{r}$$
.

Utilizando a convenção para o sinal de r discutida no texto que se segue à Eq. 34-8, r = +6.0 cm, o que nos dá i = -90 cm para p = 10 cm. Assim, a distância entre o objeto e a imagem é 80 cm.

(b) A distância da imagem i é negativa e aumenta em valor absoluto quando p aumenta a partir de valores muito pequenos. Quando p se aproxima de um valor crítico p_0 , $i \to -\infty$. Como, quando $i \to -\infty$, $1,5/i \to 0$, a equação anterior se torna

$$\frac{1}{p_0} = \frac{1,5-1}{r} \implies p_0 = 2r.$$

Assim, o intervalo de distâncias do objeto no qual são produzidas imagens virtuais é 0 cm.

124. (a) Suponha que uma extremidade do objeto está a uma distância p do espelho e a outra extremidade está a uma distância p + L. A distância da imagem i_1 da primeira extremidade é dada por

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i_1} = \frac{1}{f}$$

em que f é a distância focal do espelho. Assim, $i_1 = fp/(p - f)$.

A distância da imagem i_2 da outra extremidade é dada por

$$i_2 = \frac{f(p+L)}{p+L-f},$$

e, portanto, o comprimento da imagem é

$$L' = i_1 - i_2 = \frac{fp}{p-f} - \frac{f(p+L)}{p+L-f} = \frac{f^2L}{(p-f)(p+L-f)}.$$

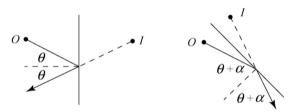
Como o objeto é curto em comparação com p-f, podemos desprezar L no denominador, o que nos dá

$$L' = L \left(\frac{f}{p - f}\right)^2.$$

(b) A ampliação lateral é dada por m = -i/p; entretanto, como i = fp/(p - f), ela também pode ser escrita na forma m = -f/(p - f). A ampliação longitudinal é

$$m' = \frac{L'}{L} = \left(\frac{f}{p-f}\right)^2 = m^2.$$

125. Na figura da esquerda, um raio de luz incide no espelho fazendo um ângulo θ com a normal. Como o ângulo de reflexão também é θ , o raio refletido faz um ângulo 2θ com o raio incidente.



Na figura da direita, o espelho sofreu uma rotação de um ângulo α , que fez com que o ângulo de incidência aumentasse para θ + α ; o raio refletido passou a fazer um ângulo $2(\theta + \alpha)$ com o raio incidente, o que significa que o raio refletido sofreu uma rotação de 2α . Se o espelho sofrer uma rotação de um ângulo α no sentido oposto, o ângulo de incidência passará a ser θ - α , e o raio refletido passará a fazer um ângulo $2(\theta - \alpha)$ com o raio incidente. Isso significa que, mais uma vez, o raio refletido sofreu uma rotação de 2α , só que no sentido oposto. No caso de α = 45° , se o raio do objeto ao espelho é o mesmo nos dois casos, a diferença entre os raios refletidos é de 90° .

126. O fato de que a imagem é invertida significa que m < 0. Assim, m = -1/2, o que, de acordo com a Eq. 34-6, nos dá i = p/2, que podemos combinar com a Eq. 34-4:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \implies \frac{1}{p} + \frac{2}{p} = \frac{1}{f}$$

o que nos dá

$$\frac{3}{30.0 \text{ cm}} = \frac{1}{f}$$
.

Assim, f = (30,0 cm)/3 = 10,0 cm. O fato de que f > 0 significa que o espelho é côncavo.

127. De acordo com a Eq. 34-3, a distância focal do espelho é f = r/2 = 12,0 cm.

(a) Se m = +3, a Eq. 34-6 nos dá i = -3p. Substituindo na Eq. 34-4, obtemos

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \implies \frac{1}{p} + \frac{1}{-3p} = \frac{1}{12 \text{ cm}}$$

e, portanto,

$$\frac{2}{3p} = \frac{1}{12 \text{ cm}}$$
.

Assim, p = 2(12 cm)/3 = 8.0 cm.

(b) Se m = -3, i = +3p. Substituindo na Eq. 34-4, obtemos

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \implies \frac{1}{p} + \frac{1}{3p} = \frac{1}{12}$$

e, portanto,

$$\frac{4}{3p} = \frac{1}{12 \text{ cm}}$$
.

Assim, p = 4(12 cm)/3 = 16 cm.

(c) Se m = -1/3, i = +p/3. Substituindo na Eq. 34-4, obtemos

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \implies \frac{1}{p} + \frac{3}{p} = \frac{1}{12 \text{ cm}}$$

e, portanto,

$$\frac{4}{p} = \frac{1}{12 \text{ cm}}.$$

Assim, p = 4(12 cm) = 48 cm.

128. Como a ampliação lateral é positiva e menor que 1, concluímos que se trata de uma lente divergente; portanto, f = -40 cm. Considerando a Eq. 46-8, i = -pm = -0.3p = -3p/10. Substituindo na Eq. 34-9, obtemos

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \implies \frac{1}{p} - \frac{10}{3p} = -\frac{1}{40 \text{ cm}},$$

o que nos dá p = 93,3 cm, i = -28,0 cm e |i| = 28,0 cm.

129. (a) Vamos mostrar com detalhes o cálculo para $\alpha = 0,500$ rad, r = 12 cm e p = 20 cm. A unidade de comprimento adotada implicitamente é o centímetro.

Distância do objeto ao ponto *x*:

$$d = p - r + x = 8 + x$$

$$y = d \tan \alpha = 4,3704 + 0,54630x.$$

Resolvendo a equação $x^2 + y^2 = r^2$, obtemos x = 8,1398.

$$\beta = \tan^{-1}(y/x) = 0.8253 \text{ rad}$$

$$\gamma = 2 \beta - \alpha = 1.151 \text{ rad.}$$

Resolvendo a equação $tan(\gamma) = y/(x + i - r)$, obtemos i = 7,799.

Os outros resultados são mostrados sem os passos intermediários:

Para α = 0,100 rad, obtemos i = 8,544 cm; para α = 0,0100 rad, obtemos i = 8,571 cm. De acordo com as Eqs. 34-3 e 34-4, i = 8,571 cm.

(b) Nesse caso, os resultados são os seguintes: (α = 0,500 rad, i = -13,56 cm), (α = 0,100 rad, i = -12,05 cm), (α = 0,0100 rad, i = -12,00 cm). De acordo com as Eqs. 34-3 e 34-4, i = -12,00 cm.

130. (a) Como m = +0,250, i = -0,25p, o que indica que a imagem é virtual (além de ser reduzida). Concluímos que o espelho é convexo e que f é negativo; consequentemente, f = -2,00 cm. Fazendo i = -0,25p = -p/4 na Eq. 34-4, obtemos

$$\frac{1}{p} - \frac{4}{p} = -\frac{3}{p} = \frac{1}{f}.$$

Assim, p = 6,00 cm, i = -1,50 cm e |i| = 1,50 cm.

- (b) A distância focal é negativa.
- (c) Como foi visto no item (a), a imagem é virtual.
- 131. Em primeiro lugar, podemos notar que o índice de refração é n = 1,46/1,33 = 1,1 em relação à água (escolhemos essa abordagem para podermos usar diretamente os resultados do Problema 34-112). Para um observador na água, diretamente acima da camada de tetracloreto de carbono, a profundidade aparente da moeda a partir da superfície da camada de tetracloreto de carbono é 40 mm/1,1 = 36,4 mm. Essa "moeda aparente" se comporta como um "objeto" para os raios que se propagam para cima atravessando a camada de 20 mm de água, de modo que a distância aparente entre a superfície da água e a moeda é 20 mm + 36,4 mm = 56,4 mm. Usando novamente o resultado do Problema 34-112, concluímos que, para um observador do lado de fora do tanque, olhando verticalmente para baixo, a profundidade aparente da moeda é 56,4 mm/1,33 = 42 mm abaixo da superfície da água.
- **132.** Como a esfera se comporta como um espelho convexo, a distância focal é negativa. De acordo com a Eq. 34-3, a distância focal é f = -r/2 = -d/4, em que d é o diâmetro da esfera. Vamos supor que os raios luminosos estão suficientemente próximos do eixo central para que a Eq. 34-4 possa ser aplicada.
- (a) Para p = 1.0 m, a equação 1/p + 1/i = 1/f nos dá i = -0.15 m, o que significa que a imagem parece estar *no interior* da esfera, a 0.15 m de distância da superfície.
- (b) A ampliação lateral é m = -i/p, o que nos dá m = 0.15. Assim, a altura da imagem é (0.15)(2.0 m) = 0.30 m.
- (c) O fato de que *m* é positivo significa que a imagem é não invertida (NI).
- **133.** (a) Como, nesse caso, i < 0, então i = -|i| e a Eq. 34-9 se torna 1/f = 1/p 1/|i|. Derivando essa expressão em relação ao tempo, obtemos

$$\frac{1}{p^2}\frac{dp}{dt} = \frac{1}{|i|^2}\frac{d|i|}{dt}.$$

Quando o objeto se aproxima da lente, p diminui, de modo que dp/dt < 0. De acordo com a expressão anterior, isso significa que d|i|/dt < 0, ou seja, a imagem também se aproxima da lente. Com isso, naturalmente, o ângulo θ' ocupado pela imagem aumenta e, portanto, a ampliação angular $m_{\theta} = \theta'/\theta$ também aumenta.

- (b) Quando m_{θ} atingir o maior valor que permite observar uma imagem nítida, a imagem estará no ponto próximo ($|i| = P_p$). O valor de referência para o ponto próximo é $P_p = 25$ cm.
- (c) Para $|i| = P_p$, temos

$$p = \frac{if}{i-f} = \frac{|i|f}{|i|+f} = \frac{P_n f}{P_n + f}.$$

Para pequenos ângulos, $\theta' \approx h'/|i|$ e $\theta \approx h/P_p$, o que nos dá

$$m_{\theta} \approx \frac{h'}{h} \cdot \frac{P_p}{|i|}$$

e, portanto,

$$m_{\theta} \approx \frac{h'}{h} \cdot \frac{P_p}{|i|} = \frac{|i|}{p} \cdot \frac{P_p}{|i|} = \frac{P_p}{p} = \frac{P_p}{fP_p/(f+P_p)} = \frac{f+P_p}{f} = 1 + \frac{P_p}{f} = 1 + \frac{25 \text{ cm}}{f}.$$

(d) Com base no item anterior, $m_{\theta} \approx (h'/h)(|i|/P_p)$. Como h'/h = m e $|i| = P_p$, $m_{\theta} \approx m$.

134. (a) A discussão do telescópio refrator apresentada no livro pode ser aplicada ao telescópio refletor proposto por Newton (veja a Fig. 34-59) se substituirmos a lente objetiva da Fig. 34-21 por um espelho objetivo, com a luz incidindo da direita. Newton também incluiu no projeto o espelho M', que coloca o observador e a lente objetiva fora do caminho da luz incidente. A beleza da ideia de definir lentes e espelhos em termos da distância focal é que, com isso, fica fácil, em casos como esse, aplicar os resultados obtidos para um telescópio refrator à análise de um telescópio refletor simplesmente substituindo uma lente por um espelho com a mesma distância focal. Assim, a lente convergente que serve de objetiva na Fig. 34-21 deve ser substituída (como fez Newton no telescópio mostrado na Fig. 34-59) por um espelho côncavo. Com isso, a discussão no livro que leva à Eq. 34-15 leva a uma conclusão idêntica para o telescópio de Newton: $m_{\theta} = -f_{ob}/f_{oc}$.

(b) Uma régua de um metro (perpendicular à linha de visada) a uma distância de 2000 m subtende um ângulo de

$$\theta_{\text{régua}} \approx \frac{1 \text{ m}}{2000 \text{ m}} = 0,0005 \text{ rad.}$$

Multiplicando esse valor pela distância focal do espelho, vamos obter um valor de (16,8 m) (0,0005) = 8,4 mm para o tamanho da imagem.

(c) Para r = 10 m, a Eq. 34-3 nos dá $f_{ob} = 5$ m. Substituindo esse resultado no valor absoluto da Eq. 34-15, obtemos $f_{oc} = 5/200 = 2.5$ cm.

135. (a) Fazendo $p \to \infty$ na Eq. 34-8, obtemos $i = n_2 r / (n_2 - n_1)$. Fazendo $n_1 = 1$ (para o ar) e supondo que $1 < n_2 < 2$, chegamos à conclusão de que i > 2r (a imagem se forma antes que os raios cheguem ao lado oposto da esfera). Podemos considerar essa imagem como um objeto virtual para uma segunda refração, na qual a distância do objeto é

$$2r - i = (n-2) r/(n-1),$$

em que simplificamos a notação fazendo $n_2 = n$. Substituindo p por esse valor na Eq. 34-8 e tomando cuidado com a convenção de sinal para r na equação, chegamos à distância da imagem final: i' = (0.5)(2 - n)r/(n - 1).

(b) A imagem está à direita do lado direito da esfera.

136. Vamos definir um sistema de coordenadas xyz no qual os planos xy, yz e xz coincidem com três espelhos. Suponha que um raio luminoso A incida no espelho do plano xy. Se o vetor unitário que define a orientação de A é fornecido por $\cos(\alpha)\hat{\mathbf{i}} + \cos(\beta)\hat{\mathbf{j}} + \cos(\gamma)\hat{\mathbf{k}}$, em que α , β e γ são os ângulos que o raio A faz com os eixos coordenados, depois que o raio A for refletido no espelho do plano xy, o vetor unitário se tornará $\cos(\alpha)\hat{\mathbf{i}} + \cos(\beta)\hat{\mathbf{j}} - \cos(\gamma)\hat{\mathbf{k}}$ (uma forma de explicar essa mudança é pensar que a reflexão fez o ângulo γ mudar para $\pi - \gamma$). Suponha que, em seguida, o raio incida no espelho do plano xz. Nesse caso, o vetor unitário do raio refletido será $\cos(\alpha)\hat{\mathbf{i}} - \cos(\beta)\hat{\mathbf{j}} - \cos(\gamma)\hat{\mathbf{k}}$. Finalmente, se o raio incidir no espelho do plano yz, o vetor unitário do raio refletido será $\cos(\alpha)\hat{\mathbf{i}} - \cos(\beta)\hat{\mathbf{j}} - \cos(\gamma)\hat{\mathbf{k}}$, ou seja, um vetor com a mesma direção que o raio A original e o sentido oposto.

137. Como m = -2 e p = 4,00 cm, i = 8,00 cm. Substituindo p = i por seus valores na Eq. 34-9, 1/p + 1/i = 1/f, obtemos f = 2,67 cm.

138. (a) Como m = +0,200, temos i = -0,2p, o que mostra que a imagem é virtual e menor que o objeto. Concluímos que o espelho é convexo e que f = -40,0 cm.

(b) Fazendo i = -0.2p = -p/5 na Eq. 34-4, obtemos

$$\frac{1}{p} - \frac{5}{p} = -\frac{4}{p} = \frac{1}{f}$$

o que nos dá p = -4f = -4(-40,0 cm) = 160 cm.

139. (a) O primeiro passo é determinar a posição da imagem produzida pela primeira lente. Para $p_1 = 3,00$ cm e $f_1 = +4,00$ cm, a Eq. 34-9 nos dá

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{i_1} = \frac{1}{f_1}$$
 \Rightarrow $i_1 = \frac{f_1 p_1}{p_1 - f_1} = \frac{(4,00 \text{ cm})(3,00 \text{ cm})}{3,00 \text{ cm} - 4,00 \text{ cm}} = -12,0 \text{ cm}.$

A ampliação lateral correspondente é $m_1 = -i_1/p_1 = 4$. Essa imagem se comporta como um objeto para a segunda lente, com $p_2 = 8,00 + 12,0 = 20,0$ cm, e $f_2 = -4,00$ cm. Usando novamente a Eq. 34-9, obtemos

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{i_2} = \frac{1}{f_2}$$
 $\Rightarrow i_2 = \frac{f_2 p_2}{p_2 - f_2} = \frac{(-4,00 \text{ cm})(20,0 \text{ cm})}{20,0 \text{ cm} - (-4,00 \text{ cm})} = -3,33 \text{ cm},$

ou $|i_2| = 3,33$ cm.

- (b) O fato de que i₂ é negativa significa que a imagem final é virtual (e, portanto, está à esquerda da segunda lente).
- (c) Como foi visto no item anterior, a imagem é virtual.
- (d) Como $m_2 = -i_2/p_2 = 1/6$, a ampliação lateral total é $m = m_1 m_2 = 2/3 > 0$. O fato de que m é positiva significa que a imagem é não invertida.
- **140.** O ponto distante da pessoa é 50 cm = 0,50 m. Vamos supor que a lente corretora permita que a imagem de um objeto no infinito se forme no ponto distante. Para isso, devemos ter

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-0.50 \text{ m}} = \frac{1}{-0.50 \text{ m}}$$

e, portanto, a distância focal da lente deve ser f = -0.50 m.

- (b) Como f < 0, a lente deve ser divergente.
- (c) O poder da lente é $P = \frac{1}{f} = \frac{1}{-0.50 \text{ m}} = -2.0 \text{ dioptrias}.$
- **141.** (a) Sem a lente de aumento, $\theta = h/P_v$. Com a lente de aumento, fazendo $i = -P_v$, obtemos

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{i} = \frac{1}{f} + \frac{1}{|i|} = \frac{1}{f} + \frac{1}{P_p}.$$

Assim,

$$m_{\theta} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{h/p}{h/P_p} = \frac{1/f + 1/P_p}{1/P_p} = 1 + \frac{P_p}{f} = 1 + \frac{25 \text{ cm}}{f}.$$

(b) Nesse caso, $i = -\infty$ e, portanto, 1/p = 1/f - 1/i = 1/f, e

$$m_{\theta} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{h/p}{h/P_p} = \frac{1/f}{1/P_p} = \frac{P_p}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{f}.$$

- (c) Para f = 10 cm, $m_{\theta} = 1 + (25 \text{ cm})/(10 \text{ cm}) = 3.5$.
- (d) Para f = 10 cm, $m_{\theta} = (25 \text{ cm})/(10 \text{ cm}) = 2.5$.