DFT - IF - UERJ

Mecânica Geral

Prof: Marcelo Santos Guimarães

Lista 4

1. Dois patinadores A e B, cada um de massa M, estão em um lago congelado. O atrito entre seus patins e o gelo é desprezível. O patinador A tem nas mãos uma bola de massa m. Ele joga a bola para B e este a devolve novamente para A. Sabendo que, quando estão em repouso, são capazes de atirar a bola com velocidade horizontal de modulo V (em relação ao solo), calcule a velocidade final de cada patinador.

2. Um foguete com massa inicial M_0 é lançado verticalmente para cima. Mostre que, se o foguete ejeta matéria a uma taxa constante a, então sua altura no instante t é:

$$z = ut - \frac{uM}{a} \ln \frac{M_0}{M} - \frac{1}{2} g t^2; \quad \text{com} \quad M = M_0 - at$$

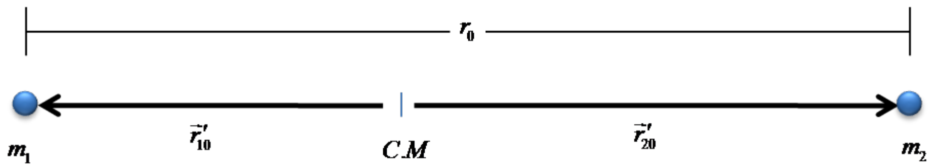
onde u é a velocidade relativa (suposta constante) do foguete em relação matéria ejetada. Mostre que se o foguete para de ejetar matéria depois de um tempo t_1, deixando uma massa final M_1, então (desde que $t_1 < \frac{u}{g} \ln \frac{M_0}{M_1}$), a altura máxima atingida é:

$$z_{max} = \frac{u}{2g} \left(\ln \frac{M_0}{M_1} \right)^2 - u t_1 \left(\frac{M_0}{(M_0 - M_1)} \ln \frac{M_0}{M_1} - 1 \right)$$

3. Um corpo, caindo verticalmente em queda livre, explode em dois pedaços iguais quando está a uma altura de 2000 m e com uma velocidade de módulo 60 m/s. Imediatamente após a explosão, um dos fragmentos move-se para baixo com 80 m/s. Ache a posição do centro de massa 10 s após a explosão.

4. Mostre que o movimento do centro de massa e o movimento interno de um sistema qualquer de partículas podem ser completamente separados (são totalmente independentes) no caso em que a força externa atuando no sistema é devido a um campo gravitacional uniforme (por exemplo, próximo a superfície da terra). Mostre em particular que existem duas leis de conservação de energia independentes.

5. Sejam duas partículas de massas m_1 e m_2, afastadas de uma distância r_0 e inicialmente em repouso como na figura. Suponha que as partículas possuem apenas interação gravitacional.
   a) Em que ponto as partículas irão colidir?
   b)Expresse a conservação de energia considerando os movimentos em relação ao centro de massa.
   c) Escreva esta equação em relação a r e $\dot{r}$ ($\vec{r} = \vec{r}_2' - \vec{r}_1'$). d) Calcule o tempo que as partículas levam para se chocar.



6. Em um experimento no qual partículas de massa m_1 colidem elasticamente com partículas estacionárias de massa m_2, deseja-se colocar contadores em uma posição onde serão detectadas partículas que perderam metade do seu momento inicial. Em qual ângulo θ_1 com o feixe incidente o contador deveria ser colocado? Para que valores da razão $\frac{m_1}{m_2}$ este problema tem uma resposta?

7. Prove que em uma colisão elástica entre duas partículas de massas m_1 e m_2, o ângulo $\theta + \alpha$ entre as duas partículas após a colisão está relacionado com o ângulo de recuo da partícula alvo α por

$$\frac{\tan(\theta + \alpha)}{\tan(\alpha)} = \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2}$$

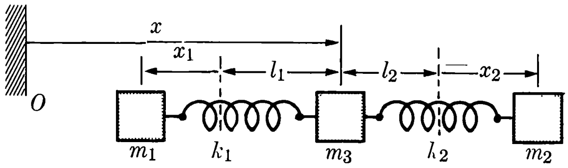
   [dica: expresse ambas as tangentes no centro de massa].
   Qual é a razão das massas se as partículas emergem formando um ângulo reto entre elas?

8. Um proton é elasticamente espalhado por um ângulo de 56^o por um núcleo que recua por um ângulo $\alpha = 60^o$. Encontre a massa atômica do núcleo e a fração de energia cinética transferida para ele.

9. Em baixas energias, protons e neutrons se comportam como esferas rígidas de massas iguais e raios de aproximadamente $1.3 \times 10^{-14}\ m$. Um feixe de neutrons com um fluxo de $3 \times 10^{10}\ \frac{\text{neutrons}}{m^2 s}$, atinge um alvo contendo 4×10^{22} protons. Um detector circular de raio 20 mm está colocado a uma distância de 0.7 m do alvo em uma direção fazendo um ângulo de 30^o com a direção do feixe. Calcule a taxa de detecção de neutrons, e de detecção de protons.

10. Escreva as equações de movimento para o sistema da figura abaixo. O comprimento das molas relaxadas é l_1 e l_2. Separe o problema em dois problemas, um envolvendo o movimento do centro de massa e outro envolvendo o "movimento

interno" descrito pelas duas coordenadas x_1 e x_2. Encontre os modos normais de vibração.



11. Três partículas de mesma massa m estão vinculadas a se moverem sobre um círculo e presas umas às outras através de molas de constante elástica k. Considere que na posição de equilíbrio as molas estejam relaxadas e que as distâncias entre as partículas sejam iguais.
a) Mostre que a energia potencial do sistema é dada por

$$V = \frac{k}{2}\left[(\xi_2 - \xi_1)^2 + (\xi_3 - \xi_2)^2 + (\xi_3 - \xi_1)^2\right]$$

onde ξ_1, ξ_2 e ξ_3 são deslocamentos das partículas 1, 2 e 3, respectivamente, em torno da posição de equilíbrio.
b) Obtenha as equações diferenciais do movimento das partículas e as frequências normais de vibração do sistema.