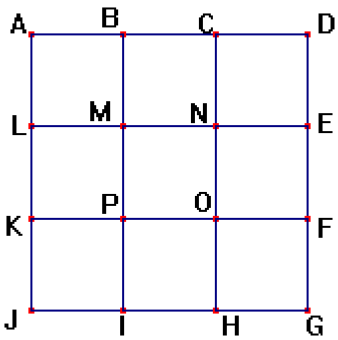
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
LISTA DE EXERCÍCIOS DE
GEOMETRIA ANALÍTICA E CÁLCULO VETORIAL
PROF.ª MARA DE CARVALHO DE SOUSA - 2008

VETORES

1)A figura abaixo é constituída de nove quadrados congruentes (de mesmo tamanho). Decidir se é verdadeira ou falsa cada uma das seguintes afirmações:



a) $\vec{AB} = \vec{OF}$

b) $\vec{AM} = \vec{PH}$

c) $\vec{BC} = \vec{OP}$

d) $\vec{BL} = -\vec{MC}$

e) $\vec{DE} = -\vec{ED}$

f) $\vec{AO} = \vec{MG}$

g) $\vec{KN} = \vec{FI}$

h) $\vec{AC} \,//\, \vec{HI}$

i) $\vec{JO} \,//\, \vec{LD}$

j) $\vec{AJ} \,//\, \vec{FG}$

k) $\vec{AB} \perp \vec{EG}$

l) $\vec{AM} \perp \vec{BL}$

m) $\vec{PE} \perp \vec{EC}$

n) $\vec{PN} \perp \vec{NB}$

o) $\vec{PN} \perp \vec{AM}$

p) $|\vec{AC}| = |\vec{FP}|$

q) $|\vec{IF}| = |\vec{MF}|$

r) $|\vec{AJ}| = |\vec{AC}|$

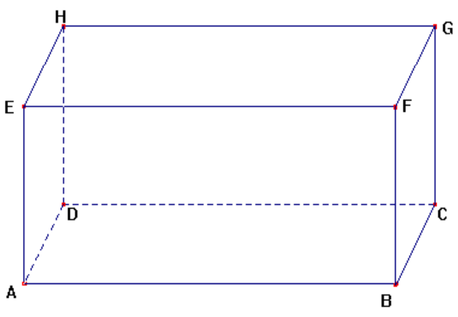
s) $|\vec{AO}| = 2|\vec{NP}|$

t) $|\vec{AM}| = |\vec{BL}|$

RESP: a)V b)V

k)V l)V m)F n)V o)V p)V q)V r)F s)V t)V

2) A figura a baixo representa um paralelepípedo retângulo. Decidir se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações abaixo:



a) $\vec{DH} = \vec{BF}$

b) $\vec{AB} = -\vec{HG}$

c) $\vec{AB} \perp \vec{CG}$

d) $\vec{AF} \perp \vec{BC}$

e) $|\vec{AC}| = |\vec{HF}|$

f) $|\vec{AG}| = |\vec{DF}|$

g) $\vec{BG} \,//\, \vec{ED}$

h) $\vec{AB}, \vec{BC}$ e $\vec{CG}$ são coplanares

i) $\vec{AB}, \vec{FG}$ e $\vec{EG}$ são coplanares

j) $\vec{EG}, \vec{CB}$ e $\vec{HF}$ são coplanares

k) $\vec{AC}, \vec{DB}$ e $\vec{FG}$ são coplanares

l) $\vec{AB}, \vec{BG}$ e $\vec{CF}$ são coplanares

m) $\vec{AB}, \vec{DC}$ e $\vec{CF}$ são coplanares

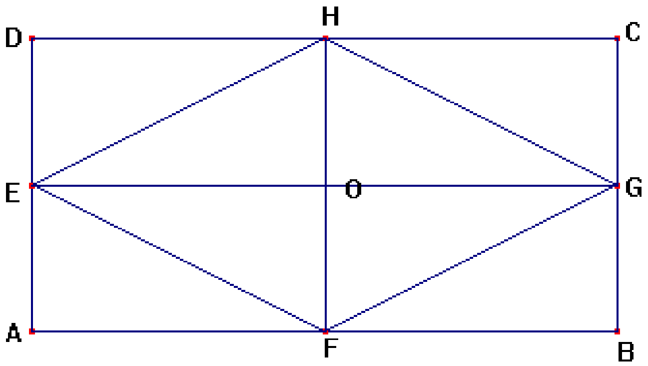
n) $\vec{AE}$ é ortogonal ao plano ABC

o) $\vec{AB}$ é ortogonal ao plano BCG

p) $\vec{DC}$ é paralelo ao plano HEF.

RESP: a)V b)F c) V d)V e)V f)V g)F h)F i)V j)V k)V l)F m)V n)V o)V p)V

3) A figura abaixo representa um losango EFGH inscrito no retângulo ABCD, sendo O, o ponto de interseção das diagonais desse losango. Decidir se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações:



a) $\overrightarrow{EO} = \overrightarrow{OG}$
b) $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CH}$
c) $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{HG}$
d) $|C - O| = |O - B|$
e) $|H - O| = |H - D|$
f) $H - E = O - C$
g) $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$
h) $|\overrightarrow{OA}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{DB}|$
i) $\overrightarrow{AF} \parallel \overrightarrow{CD}$
j) $\overrightarrow{GF} \parallel \overrightarrow{HG}$
k) $\overrightarrow{AO} \parallel \overrightarrow{OC}$
l) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OH}$
m) $\overrightarrow{EO} \perp \overrightarrow{CB}$
n) $\overrightarrow{AO} \perp \overrightarrow{HF}$
o) $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{FE}$

RESP: a)V b)F c)V d)V e)F f)F g)V h)V i)V j)F k)V l)V m)V n)F o)V

4)Com base na figura do exercício1, determinar os vetores abaixo, expressando-os com origem no ponto A:

a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$
c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC}$
d) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AK}$
e) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{EO}$
f) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BL}$
g) $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AN}$
h) $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OE}$
i) $\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{NP}$
j) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CB}$
k) $\overrightarrow{LP} + \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NF}$
l) $\overrightarrow{BL} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{PB}$

RESP: a) $\overrightarrow{AN}$ b) $\overrightarrow{AD}$ c) $\overrightarrow{AB}$ d) $\overrightarrow{AO}$ e) $\overrightarrow{AM}$ f) $\overrightarrow{AK}$ g) $\overrightarrow{AH}$ h) $\overrightarrow{AI}$ i) $\overrightarrow{AC}$ j) $\overrightarrow{AC}$ k) $\overrightarrow{AE}$ l) $\vec{0}$

5)Com base na figura do exercício 2, determinar os vetores abaixo, expressando-os com origem no ponto A:

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CG}$
b) $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DE}$
c) $\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{EH}$
d) $\overrightarrow{EG}-\overrightarrow{BC}$
e) $\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{EH}$
f) $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{FB}$

g) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$
h) $\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{FH}$

RESP: a) $\overrightarrow{AF}$ b) $\overrightarrow{AE}$ c) $\overrightarrow{AH}$ d) $\overrightarrow{AB}$ e) $\overrightarrow{AH}$ f) $\overrightarrow{AF}$ g) $\overrightarrow{AG}$ h) $\overrightarrow{AD}$

6) Com base na figura do exercício 3, determinar os vetores abaixo, expressando-os com origem no ponto A:

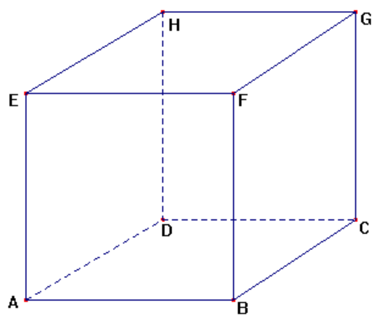
a) $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CH}$
b) $\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{FG}$
c) $2\overrightarrow{AE}+2\overrightarrow{AF}$
d) $\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{EF}$
e) $\overrightarrow{EO}+\overrightarrow{BG}$
f) $2\overrightarrow{OE}+2\overrightarrow{OC}$
g) $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{EH}$
h) $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FG}$

i) $\overrightarrow{OG}-\overrightarrow{HO}$
j) $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FO}+\overrightarrow{AO}$

RESP: a) $\overrightarrow{AE}$ b) $\overrightarrow{AC}$ c) $\overrightarrow{AC}$ d) $\overrightarrow{AB}$ e) $\overrightarrow{AO}$ f) $\overrightarrow{AD}$ g) $\overrightarrow{AH}$ h) $\overrightarrow{AD}$

i) $\overrightarrow{AO}$ j) $\overrightarrow{AC}$

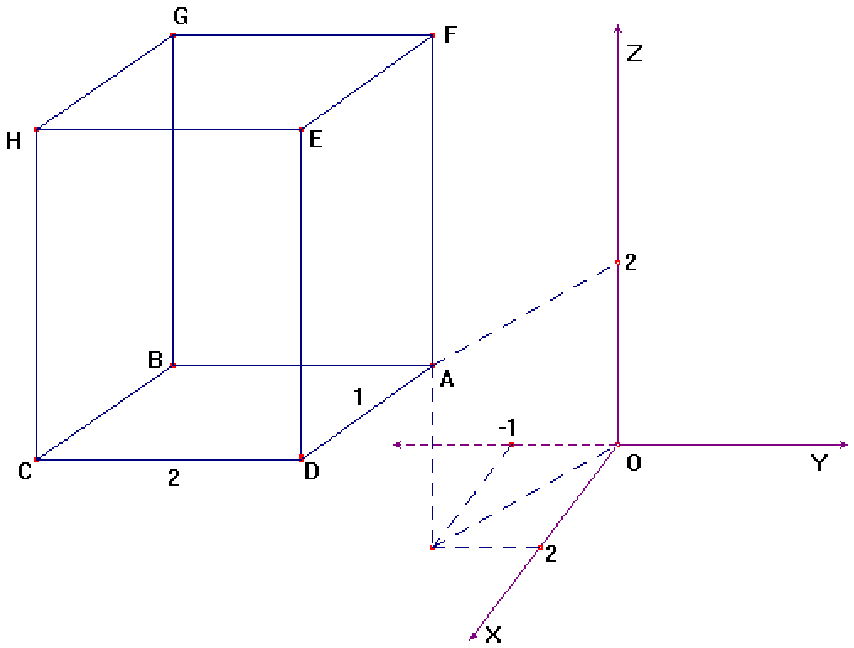
7)Determine as somas que se pedem:



a) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DH}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{AG}$
b) $\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BF}$
c) $\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{BC}$
d) $\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{BH}$
e) $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GC}$

RESP: a) $\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{EF}$ c) $2\overrightarrow{BG}$ d) $2\overrightarrow{BG}$ e) $\overrightarrow{AC}$.

8)A figura abaixo representa um paralelepípedo retângulo de arestas paralelas aos eixos coordenados e de medidas 2,1 e 3. Determinar as coordenadas dos vértices deste sólido, sabendo que A (2, –1,2).



RESP: B(2, –3,2), C(3, –3,2) , D(3, –1,2), E(3, –1,5), F(2, –1,5), G(2, –3,5) e H(3, –3,5)

9) Determine x para que se tenha $\overline{AB} = \overline{CD}$, sendo A (x,1), B(4,x+3), C(x,x+2) e D(2x,x+6). **RESP:** x=2

10) Escreva o vetor (7,–1), como a soma de dois vetores, um paralelo ao vetor (1,–1) e outro paralelo ao vetor (1,1). **RESP:** x = 3 e y = 4

11) Dados A(–1,–1) e B(3,5), determinar C, tal que

a) $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$. **RESP:** a) x = 1 e y = 2 b) $x = \frac{5}{3}$ e y =3

12) Dados os vetores $\vec{a}$ =(2,–1) e $\vec{b}$ =(1,3) , determinar um vetor $\vec{x}$, tal que:

a) $\frac{2}{3}\vec{x} + \frac{1}{2}\left[2(\vec{x} + \vec{a}) - \vec{b}\right] = \frac{a+x}{2}$ b) $4\vec{a} - 2\vec{x} = \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{x+a}{2}$

RESP: a) $\vec{x} = \left(-\frac{3}{7}, \frac{12}{7}\right)$ b) $\vec{x} = \left(\frac{52}{9}, -\frac{33}{9}\right)$

13) Dados os vetores $\vec{a}$ =(–1,1,2) e $\vec{b}$ =(2,0,4), determine o vetor $\vec{v}$, tal que:

a) $\frac{2v}{3} - \left[2(\vec{v} + \vec{a}) - \vec{b}\right] = \frac{a-v}{2}$ b) $\frac{2}{3}\vec{v} - \left[2(\vec{v} + \vec{a}) - \vec{b}\right] = \frac{b}{4} - \frac{v-a}{2}$

RESP: a) $\vec{v} = \left(\frac{27}{5}, -3, -\frac{6}{5}\right)$ b) $\vec{v} = \left(\frac{24}{5}, -3, -\frac{12}{5}\right)$

14) Sendo A(1, –1,3) e B(3,1,5), até que ponto se deve prolongar o segmento AB, no sentido de A para B, para que seu comprimento quadruplique de valor?

RESP: (9,7,11)

15) Sendo A(–2,1,3) e B(6, –7,1) extremidades de um segmento, determinar:

a)os pontos C , D e E, nesta ordem, que dividem o segmento AB em quatro partes de mesmo comprimento;

b) os pontos F e G, nesta ordem que dividem o segmento AB em três partes de mesmo comprimento.

RESP: a)$C\left(0,-1,\frac{5}{2}\right)$, $D(2,-3,2)$ e $E\left(4,-5,\frac{3}{2}\right)$; b) $F\left(\frac{2}{3},-\frac{5}{3},\frac{7}{3}\right)$ e $G\left(\frac{10}{3},-\frac{13}{3},\frac{5}{3}\right)$.

16)Dadas as coordenadas, x=4, y=–12, de um vetor $\vec{v}$ do $\Re^3$, calcular sua terceira coordenada z, de maneira que $\|\vec{v}\| = 13$. **RESP:** z=$\pm$ 3

17)Sejam os pontos M(1,–2,–2) e P(0,–1,2), determine um vetor $\vec{v}$ colinear à $\overrightarrow{PM}$ e tal que $|\vec{v}| = \sqrt{3}$. **RESP:** $\vec{v} = \left(\pm\frac{1}{\sqrt{6}},\mp\frac{1}{\sqrt{6}},\mp\frac{4}{\sqrt{6}}\right)$

18)Achar um vetor $\vec{x}$ de módulo igual a 4 e de mesmo sentido que o vetor $\vec{v}=6\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k}$.

RESP: $\vec{x} = \left(\frac{24}{7},-\frac{8}{7},-\frac{12}{7}\right)$

19) No triângulo ABC, os vértices A (1,2), B(–2,3) e C(0,5):

a) determinar a natureza do triângulo;

b) calcular o comprimento da mediana AM. Sendo M o ponto médio do lado BC.

RESP: a) isósceles b) $\|\overrightarrow{AM}\| = 2\sqrt{2}$

20) Sejam $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ e $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Determine um versor dos vetores abaixo:

a) $\vec{a} + \vec{b}$ B) $2\vec{a} - 3\vec{b}$ c) $5\vec{a} + 4\vec{b}$

RESP: a) $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{43}}(3,3,-5)$ b) $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{17}}(-4,1,0)$ c) $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{894}}(13,14,-23)$

21) Determine um vetor da mesma direção de $\vec{v}=2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ e que:

a) tenha norma (módulo) igual a 9;

b) seja o versor de $\vec{v}$;

c) tenha módulo igual a metade de $\vec{v}$.

RESP: a) $\vec{w} = 6$ (6,–3,6) b) $\vec{u} = \frac{1}{3}(2,-1,2)$ c) $\vec{p} = \frac{1}{2}(2,-1,2)$

22) Num paralelogramo ABCD sabe-se que A (1,3,–2) e que as diagonais são $\overline{AC}$ =(4,2,–3) e $\overline{BD}$ =(–2,0,1).Calcule as coordenadas dos outros três vértices.

RESP: C(5,5,–5) ,B(4,4,–4) e D(2,4,–3)

23)Sabendo que A (1,–1), B(5,1) e C(6,4) são vértices de um paralelogramo,determinar o quarto vértices de cada um dos três paralelogramos possíveis de serem formados.

RESP: (2,2), (0,−4), e (10,6)

24) Dados os vetores u =(3,2), v =(2,4) e w =(1,3), exprimir w como a combinação linear de u e v. **RESP:**

$$\vec{w} = -\frac{1}{4}\vec{u} + \frac{7}{8}\vec{v}$$

25) Dados os vetores a =(3,–2,1), b =(–1,1,–2) e c =(2,1,–3), determinar as coordenadas do vetor v =(11,–6,5) na base $\beta = \{a, b, c\}$. **RESP:**

$v = 2a - 3b + c$

26)Escreva o vetor v =(4,–1,0) , na base $\beta = \{v_1, v_2, v_3\}$,sendo v_1 =(1,0,0) , v_2 =(3,2,1) e v_3 =(–1,–1,1). **RESP:** $\vec{v} = \frac{16}{3}\vec{v}_1 - \frac{1}{3}\vec{v}_2 + \frac{1}{3}3\vec{v}_3$

27)Dois vetores a =(2,–3,6) e b =(–1,2,–2), tem uma mesma origem. Calcular as coordenadas do vetor c sobre a bissetriz do ângulo formado pelos vetores a e b ,sabendo que $||c|| = 3\sqrt{42}$. **RESP:** c =($\mp$ 3, $\pm$ 15, $\pm$ 12)

28) Dados os vetores a =(1,–1,0), b =(3,–1,1), c =(2,2,1) e d =(4,–3,1). Determinar o vetor v =(x,y,z), tal que : ($\bar{v} + a$) // b e ($\bar{v} + c$) // d . **RESP:** v =(–10,4,–3)

PRODUTO DE VETORES

PRODUTO ESCALAR

29) Sendo u = (2,3,1) e v = (1,4, 5) . Calcular:

a) $u \bullet v$ b) ($u - v$) c)($u + v$)^2 d) (3 u – 2 v)^2 e) (2 u -3 v)•(u +2 v)

RESP: a) 19 b)18 c)94 d)66 e) –205 f)–28

30)Sendo $\vec{a}$=(2,–1,1), $\vec{b}$=(1,–2,–2) e $\vec{c}$=(1,1,–1). Calcular um vetor $\vec{v}$=(x,y,z), tal que $\vec{v} \bullet \vec{a} = 4$, $\vec{v} \bullet \vec{b} = -9$ e $\vec{v} \bullet \vec{c} = 5$. **RESP:** $\vec{v}$=(3,4,2)

31)Sejam os vetores $\vec{a}$=(1,–m,–3), $\vec{b}$=(m+3,4–m,1) e $\vec{c}$=(m,–2,7). Determinar m para que $\vec{a} \bullet \vec{b} = (\vec{a} + \vec{b}) \bullet \vec{c}$. **RESP:** m=2

32) Determinar a, de modo que o ângulo Â do triângulo ABC, seja 60^0. Dados: A(1,0,2), B(3,1,3) e C(a+1,–2,3). **RESP:** –1 ou $\frac{13}{5}$

33) Dados os pontos A (4,0,1), B(5,1,3) C(3,2,5) e D(2,1,3). Determine:

a) se eles foram alguma figura. Em caso afirmativo, qual?

b) O ângulo entre as retas paralelas aos vetores $\overrightarrow{BD}$ e $\overrightarrow{AC}$.

RESP: a) Paralelogramo b) $\alpha = \arccos \frac{\sqrt{21}}{21} = 102^0 36' 44,22''$.

34) Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ formam um ângulo de 60^0. Sabe-se que $||\vec{u}||=8$ e $||\vec{v}||=5$, calcule:

a) $||\vec{u}+\vec{v}||$ b) $||\vec{u}-\vec{v}||$ c) $||2\vec{u}+3\vec{v}||$ d) $||4\vec{u}-5\vec{v}||$

RESP: a) $\sqrt{129}$ b)7 c) $\sqrt{721}$ d) $\sqrt{849}$

35) Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ formam um ângulo de 150^0, sabe-se que $||\vec{a}||=\sqrt{3}$ e que $||\vec{b}||=\sqrt{2}$, Calcule:

a) $||\vec{a}+\vec{b}||$ b) $||\vec{a}-\vec{b}||$ c) $||3\vec{a}+2\vec{b}||$ d) $||5\vec{a}-4\vec{b}||$

RESP: a) $\sqrt{5-3\sqrt{2}}$ b) $\sqrt{5+3\sqrt{2}}$ c) $\sqrt{35-18\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{107+60\sqrt{2}}$

36)Determinar o valor de x para que os vetores $\vec{v}_1 = x\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ e $\vec{v}_2 = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, sejam ortogonais. **RESP:** x=–4

37)Determine um vetor unitário ortogonal aos vetores $\vec{a}$=(2,6,–1) e $\vec{b}$=(0,–2,1).

RESP: $\vec{c} = \left(\mp\frac{2}{3}, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{2}{3}\right)$

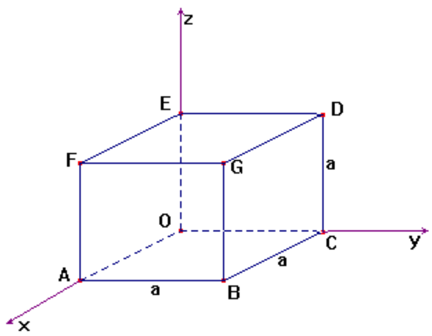
38)Dados $\vec{a}$=(2,1,–3) e $\vec{b}$=(1,–2,1), determinar o vetor $\vec{v} \perp \vec{a}$, $\vec{v} \perp \vec{b}$ e $||\vec{v}||=5$.

RESP: $\vec{v} = \pm\frac{5\sqrt{3}}{3}(1,1,1)$

39)Dados dois vetores $\vec{a}$ =(3,–1,5) e $\vec{b}$ =(1,2,–3), achar um vetor $\vec{x}$, sabendo-se que ele é perpendicular ao eixo OZ , e que verifica as seguintes relações: $\vec{x} \bullet \vec{a}$ =9, e $\vec{x} \bullet \vec{b}$ =–4.

RESP: $\vec{x}$ =(2,–3,0)

40)Seja o cubo de aresta *a* representado na figura abaixo. Determinar:



a) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$

b) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD}$

c) $\overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{OB}$

d) $|\overrightarrow{OB}|$ e $|\overrightarrow{OG}|$

e) $\overrightarrow{EG} \cdot \overrightarrow{CG}$

f) $(\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{AB})\overrightarrow{OG}$

g)o ângulo agudo entre a diagonal do cubo e uma aresta;

h)o ângulo agudo formado por duas diagonais do cubo.

RESP: a)0 b)0 c)0 d) $a\sqrt{2}$ e $a\sqrt{3}$ e)a^2 f) (a^3, a^3, a^3)

g) $\text{arc cos}\,\frac{\sqrt{3}}{3} \cong 54^0 44'$ h) $\text{arc cos}\,\frac{1}{3} \cong 70^0 31'$

41)Calcule o ângulo formado pelas medianas traçadas pelos vértices dos ângulos agudos de um triângulo retângulo isósceles. **RESP:** θ =arc cos $\frac{4}{5}$,θ $\cong 36^0$ 52'11,6''

42)Um vetor $\vec{v}$ forma ângulos agudos congruentes com os semi-eixos coordenados positivos. Calcule suas coordenadas sabendo que $\|\vec{v}\| = 3$. **RESP:** $\vec{v} = \sqrt{3}(1,1,1)$.

43)Um vetor unitário $\vec{v}$ forma com o eixo coordenado OX um ângulo de 60^0 e com os outros dois eixos OY e OZ ângulos congruentes. Calcule as coordenadas de $\vec{v}$.

RESP: $\vec{v} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$ ou $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$

44) O vetor $\vec{v} = (-1, -1, -2)$ forma um ângulo de 60^0 com o vetor $\overrightarrow{AB}$, onde A (0,3,4) e B(m, –1,2). Calcular o valor de m. **RESP:** m=–34 ou m=2

45)Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ formam um ângulo $\theta = \frac{\pi}{6}$, calcular o ângulo entre os vetores $\vec{p} = \vec{a}+\vec{b}$ e $\vec{q} = \vec{a}-\vec{b}$, sabendo que $||\vec{a}|| = \sqrt{3}$ e $||\vec{b}|| = 1$. **RESP:** $\cos\theta = \frac{2\sqrt{7}}{7}$, $\theta \cong 40^0 53'36,2''$

46) Dados $\vec{u}$ =(2,–3,–6) e $\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j} - 4\vec{k}$, determine:

a) a projeção algébrica de $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$ (norma do vetor projeção de $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$);

b) 0 vetor projeção de $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$. **RESP:** a)6 b) $\frac{6}{7}(2,-3,-6)$

47)Decomponha o vetor $\vec{v}$ =(–1,2,–3) em dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, tais que $\vec{a} // \vec{w}$ e $\vec{b} \perp \vec{w}$, com $\vec{w}$ =(2,1,–1). **RESP:** $\vec{a} = \left(1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ e $\vec{b} = \left(-2, \frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$

48)São dados os vetores $\vec{v}_1$ = (1,1,1), $\vec{v}_2$ =(–1,2,3) e $\vec{v}_3$ =(26,6,8). Decompor o vetor $\vec{v}_3$ em dois vetores $\vec{x}$ e $\vec{y}$ ortogonais entre si, sendo $\vec{x}$ simultaneamente ortogonal a $\vec{v}_1$ e a $\vec{v}_2$. **RESP:** $\vec{x}$ =(1,–4,3) e $\vec{y}$ =(25,10,5)

49)São dados $\vec{v}_1$ =(3,2,2) e $\vec{v}_2$ =(18,–22,–5), determine um vetor $\vec{v}$, que seja ortogonal à $\vec{v}_1$ e a $\vec{v}_2$, tal que forme com o eixo OY um ângulo obtuso e que $||\vec{v}||$=28. **RESP:** $\vec{v}$ =(–8,–12,24)

50)Os vértices de um triângulo são M(1,1,2) ,N(5,1,3) e Q(–3,9,3). Calcule as coordenadas do vetor $\overline{MH}$, onde H é o pé da altura relativa ao lado NQ. **RESP:** $\overline{MH}$ =(2,2,1)

PRODUTO VETORIAL

51) Dados os vetores $\vec{u}$ =(–1,3,2), $\vec{v}$ =(1,5,–2) e $\vec{w}$ =(-7,3,1). Calcule as coordenadas dos vetores:

a) $\vec{u} \times \vec{v}$ b) $\vec{v} \times \vec{w}$ c) $\vec{v} \times (\vec{u} \times \vec{w})$

d) $(\vec{v}\times\vec{u})\times\vec{w}$ e) $(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}+\vec{w})$ f) $(\vec{u}-\vec{w})\times\vec{w}$

RESP: a)(–16,0,8) b)(11,13,38) c)(64,–12,2) d)(–24,–72,48) e)(24,0,64) f)(–3,–13,18)

52)Determinar o vetor $\vec{x}$, paralelo ao vetor ao vetor $\vec{w}$ =(2,–3,0) e tal que $\vec{x}\times\vec{u}=\vec{v}$, onde $\vec{u}$ =(1,–1,0) e $\vec{v}$ =(0,0,2). **RESP:** $\vec{x}$ =(4.–6,0)

53) Determinar o vetor $\vec{v}$, sabendo que ele é ortogonal ao vetor $\vec{a}$ =(2,–3,1) e ao vetor $\vec{b}$ =(1,–2,3) e que satisfaz a seguinte condição; $\vec{v}\bullet(\vec{i}+2\vec{j}-7\vec{k})=10$. **RESP:** $\vec{v}=(7,5,1)$

54)Determinar $\vec{v}$, tal que $\vec{v}$ seja ortogonal ao eixo dos y e que $\vec{u}=\vec{v}\times\vec{w}$,sendo $\vec{u}=(1,1,-1)$ e $\vec{w}=(2,-1,1)$. **RESP:** $\vec{v}$ =(1,0,1)

55) Dados os vetores $\vec{v}_1$=(0,1,–1), $\vec{v}_2$=(2,0,0) e $\vec{v}_3$=(0,2,–3).Determine um vetor $\vec{v}$, tal que $\vec{v}\,//\,\vec{v}_3$ e $\vec{v}\times\vec{v}_1=\vec{v}_2$. **RESP:** $\vec{v}$ =(0,4,–6)

56)Determine um vetor unitário ortogonal aos vetores $\vec{v}_1$=(–1,–1,0) e $\vec{v}_2$=(0,–1–1). **RESP:**

$$\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(1,-1,1)$$

57) Ache $\vec{u}$ tal que $\|\vec{u}\|=3\sqrt{3}$ e $\vec{u}$ é ortogonal a $\vec{v}$ =(2,3,–1) e a $\vec{w}$ =(2,–4,6). Dos $\vec{u}$ encontrados, qual forma ângulo agudo com o vetor (1,0,0). **RESP:** $\vec{u}=(3,-3,-3)$

58)São dados os vetores $\vec{v}_1$ = (1,1,1), $\vec{v}_2$=(–1,2,3) e $\vec{v}_3$=(26,6,8). Decompor o vetor $\vec{v}_3$ em dois vetores $\vec{x}$ e $\vec{y}$ ortogonais entre si, sendo $\vec{x}$ simultaneamente ortogonal a $\vec{v}_1$ e a $\vec{v}_2$. **RESP:** $\vec{x}$ =(1,–4,3) e $\vec{y}$ =(25,10,5)

59) Dado o vetor $\vec{v}_1$=(3,0,–1).Determine o vetor $\vec{v}$ =(x,y,z), sabendo-se que $\vec{v}$ é ortogonal ao eixo OX, que $\|\vec{v}\times\vec{v}_1\|=6\sqrt{14}$, e que $\vec{v}\bullet\vec{v}_1$=–4. **RESP:** $\vec{v}=(0,\pm 6,\ 4)$

60) São dados $\vec{v}_1$=(3,2,2) e $\vec{v}_2$=(18,–22,–5), determine um vetor $\vec{v}$, que seja ortogonal à $\vec{v}_1$ e a $\vec{v}_2$, tal que forme com o eixo OY um ângulo obtuso e que $\|\vec{v}\|$=28.

RESP: $\vec{v}$ =(–8,–12,24)

61)Sendo $\vec{v}_1=(-2,1,-1)$ e $\vec{v}_2=(0,y,z)$, calcule y e z de modo que $|\vec{v}_1\times\vec{v}_2| = 4\sqrt{3}$ e que o vetor $\vec{v}=\vec{v}_1\times\vec{v}_2$ faça ângulos congruentes com os eixos OX e OY. **RESP:** $(0,\pm 2,\pm 2)$

62) Resolva os sistemas abaixo:

a) $\begin{cases} \vec{x}\times(2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k})=0 \\ \vec{x}\cdot(4\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k})=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \vec{v}\times(-\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k})=8\vec{i}+8\vec{k} \\ \vec{v}\cdot(2\vec{i}+\vec{k})=2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \vec{v}\cdot(3,-1,2)=-2 \\ \vec{v}\times(2,3,0)=3\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k} \end{cases}$

RESP: a)(4,6,-2) b)(2,4,–2) c)(1,3,–1)

63) Dados os vetores $\vec{u}=(1,-1,1)$ e $\vec{v}=(2,-3,4)$, calcular:

a) A área do paralelogramo de determinado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$;

b)a altura do paralelogramo relativa à base definida pelo vetor $\vec{u}$.

RESP: a)A= $\sqrt{6}$u.a. b) $h=\sqrt{2}$u.c.

64)Dados os vetores $\vec{u}=(2,1,-1)$ e $\vec{v}=(1,-1,\alpha)$, calcular o valor de α para que a área do paralelogramo determinado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$ seja igual a $\sqrt{62}$ u.a.(unidades de área).

RESP: $\alpha=3$

65) A área de um triângulo ABC é igual a $\sqrt{6}$. Sabe-se que A(2,1,0), B(–1,2,1) e que o vértice C pertence ao eixo OY. Calcule as coordenadas de C.

RESP: (0,3,0) ou $\left(0,\frac{1}{5},0\right)$

66)Os vértices de um triângulo ABC são os pontos A (0,1,–1), B(–2,0,1) e C(1,–2,0). Determine a altura relativa ao lado BC. **RESP:** $h=\frac{3\sqrt{35}}{7}$ u.c.

67) Determine a área do triângulo ABD, obtido pela projeção do vetor $\overrightarrow{BA}$ sobre o vetor $\overrightarrow{BC}$, onde A (5,1,3), B(–3,9,3) e C(1,1,2). **RESP:** $A=\frac{128\sqrt{2}}{9}$ua

68) Calcule a distância do ponto P(–2,1,2) à reta determinada pelos pontos M(1,2,1) e N(0,–1,3). **RESP:** d= $\frac{3\sqrt{35}}{7}$ u.c.

PRODUTO MISTO

69)Qual é o valor de x para que os vetores $\vec{a}$ =(3,–x,–2), $\vec{b}$ =(3,2,x) e $\vec{c}$ =(1,–3,1) sejam coplanares. **RESP:** x=14 ou x=–2

70)Determinar o valor de k para que os pontos A(0,0,3),B(1,2,0), C(5,–1,–1) e D(2,2,k) sejam vértices de uma mesma face de um poliedro. **RESP:** k=– 1

71)Determinar o valor de x de modo que o volume do paralelepípedo gerado pelos vetores $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$ e $\vec{w} = x\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, seja unitário. **RESP:** x=–5 ou x= –3

72)Sejam os vetores $\vec{u}$ =(1,1,0), $\vec{v}$ =(2,0,1) e $\vec{w}_1 = 3\vec{u} - 2\vec{v}$, $\vec{w}_2 = \vec{u} + 3\vec{v}$ e $\vec{w}_3 = i + j - 2k$. Determinar o volume do paralelepípedo definido por $\vec{w}_1$, $\vec{w}_2$ e $\vec{w}_3$. **RESP:** V=44 u.v.

73)Dado um tetraedro de volume 5 e de vértices A (2,1,–1), B(3,0,1) e C(2,–1,3). Calcular as coordenadas do quarto vértice D, sabendo-se que se acha sobre o eixo OY.

RESP: D (0,–7,0) ou D(0,8,0)

74)São dados os pontos A(1, –2,3), B(2, –1, –4), C(0,2,0) e D(–1,m,1), calcular o valor de m para que seja de 20 unidades o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$. **RESP:** m=6 ou m=2

75)Determine sobre o eixo OX um ponto P, tal que, o volume do tetraedro PABC seja o dobro do volume do tetraedro POBC. Dados: O (0,0,0) ,A(1,0,0) , B(0,1,0) e C(0,0,1).

RESP: (–1,0,0) ou

$\left(\frac{1}{3},0,0\right)$

76)Sendo $\vec{u}$ =(1,1,0), $\vec{v}$ =(2,1,3) e $\vec{w}$ =(0,2,–1). Calcular a área do triângulo ABC e o volume do tetraedro ABCD, onde B=A+ $\vec{u}$. C=A+ $\vec{v}$ e D=A+ $\vec{w}$.

RESP: S= $\frac{\sqrt{19}}{2}$ ua ,V= $\frac{5}{6}$ uv

77)Determine a altura do tetraedro ABCD, onde A(1,3,1), B(0,–2,4) ,C(2,1,–3) e D(0,–6,0).

RESP:

$h = \frac{4\sqrt{6}}{11}$ u.c.

78)Determine a distância do ponto D(2,3,3) ao plano determinado pelos pontos A(3,3,1) ,

B(1,1,–3) e C(–1,–3,0). **RESP:** $\frac{5\sqrt{174}}{58}$

u.c.

79)Os vértices de um tetraedro são M (0,3,4), N(–1,2,2) e Q(2,–1,2) e P é um ponto pertencente ao eixo coordenado OZ. Calcule:

a)as coordenadas do ponto P de modo que o tetraedro MNPQ tenha volume igual a 1 uv;

b)a área e o perímetro da face NMQ;

c)os ângulos internos da face MNQ;

d)calcule a altura do tetraedro MNPQ, relativa à face MNQ.

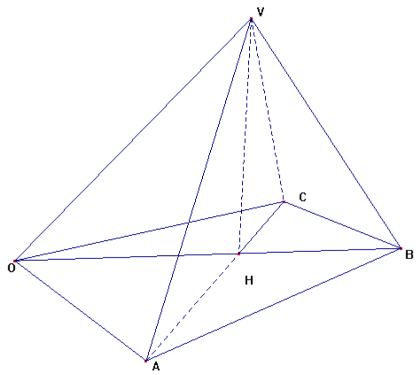
RESP: a)P(0,0,0) ou P(0,0,2) b)S= $3\sqrt{3}$ u.a., 2p= $3\sqrt{6}+3\sqrt{12}$ u.c.

c)α =30^0, β =90^0, γ =60^0 d) $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ u.c.

80)A figura abaixo representa uma pirâmide de base quadrada OABC em que as coordenadas são O(0,0,0), B(4,2,4) e C(0,6,6), e o vértice V é eqüidistante dos demais, determine:

a) as coordenadas do vértice D;

b) as coordenadas cartesianas do ponto V, considerando que o volume da pirâmide é igual a 72 u.v. **RESP:** a)D(–4,4,2) b) V(–2, –1,7)



81)São dados no espaço os pontos A(2,–1,0), B(1,–2,1) e C(1,0,2), determine o ponto D, tal que $\overline{O}D$, $\overline{O}A\times\overline{O}B$ e $\overline{O}A\times\overline{O}C$ sejam coplanares, $\overline{O}D\bullet\overline{O}B$ = –28 e que o volume do tetraedro OABD seja igual a 14. **RESP:** D(0,0,–28) ou D(12,24,8)

RETA NO $\mathbb{R}^3$

82) Estabelecer as equações vetoriais, paramétricas, simétricas e reduzidas das retas nos seguintes casos:

a)determinada pelo ponto A(1,–2,1) e pelo vetor v =(3,1,4);

b)determinada pelos pontos A(2,-1,3) e B(3,0,–2) ;

c)possui o ponto A(1,–2,3) e é paralela à reta definida pelo ponto B(2,0,1) e pelo vetor diretor $\vec{v}$ =(2,–2,3);

d)possui o ponto M (1,5,–2) e é paralela à reta determinada pelos pontos A(5,–2,3) e B(–1,–4,3);

e)possui o ponto A(2,1,0) e é paralela à reta de equação $r: \frac{x+2}{-5} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{2}$;

f)possui o ponto A(–6,7,9) e é paralela ao vetor $\vec{v}$ = (–2,0,–2);

g)possui o ponto A(0,0,4) e é paralela ao vetor $\vec{v}$ =(8,3,0);

h)possui o ponto A(2, –2,1) e é paralela ao eixo OX ;

i)possui o ponto A(8,0,–11) e é paralela ao eixo OZ.

RESP: a) P=(1,–2,1) +m(3,1,4) , $\begin{cases} x = 1+3m \\ y = -2+m \\ z = 1+4m \end{cases}$, $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{4}$, $\begin{cases} x = 3y+7 \\ z = 4y+9 \end{cases}$

b) P=(2,–1,3) +m(1,2,–5) , $\begin{cases} x = 2+m \\ y = -1+m \\ z = 3-5m \end{cases}$, $x-3 = y = \frac{z+2}{-5}$, $\begin{cases} y = x-3 \\ z = -5x+1 \end{cases}$;

c) P=(1,–2,3) +m(2,–2,3) , $\begin{cases} x = 1+2m \\ y = -2-2m \\ z = 3+3m \end{cases}$, $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{x-3}{3}$, $\begin{cases} x = -y-1 \\ z = \frac{3}{2}y \end{cases}$;

d) P=(1,5,–2) +m(3,1,0) , $\begin{cases} x = 1+3m \\ y = 5+m \\ z = -2 \end{cases}$, $\frac{x-1}{3} = y-5 \,;\, z = -2$;

e) P=(2,1,0) =m(–5,3,2) , $\begin{cases} x = 2-5m \\ y = 1+3m \\ z = 2m \end{cases}$, $\frac{x-2}{-5} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$, $\begin{cases} x = \frac{-5z+4}{2} \\ y = \frac{3z+2}{2} \end{cases}$;

f) P=(–6,7,9) =m(1,0,1) , $\begin{cases} x = -6+m \\ y = 7 \\ z = 9+m \end{cases}$, $x+6 = z-9\,;\, y = 7$;

g) P=(0,0,4) +m(8,3,0) , $\begin{cases} x = 8m \\ y = 3m \\ z = 4 \end{cases}$, $\frac{x}{8} = \frac{y}{3}\,;\, z = 4$;

h) P=(2,–2,1) = m(1,0,0) , $\begin{cases} y = -2 \\ z = 1 \end{cases}$;

i) P=(8,0,–11) =m(0,0,1) , $\begin{cases} x = 8 \\ y = 0 \end{cases}$.

83) Determine as equações simétricas da reta que passa pelo baricentro do triângulo de vértices A(3,4,–1), B(1,1,0) e c(2,4,4) e é paralela à reta suporte do lado AB do triângulo. **RESP:** $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

84) Os vértices de um triângulo são O (0,0,0) , A(3,4,0) e B(1,2,2). Forme as equações reduzidas da bissetriz interna do ângulo A$\hat{O}$B e determine sua interseção com o lado AB.

RESP: $\begin{cases} x = \frac{7}{5}z \\ y = \frac{7}{5}z \end{cases}$ e $P\left(\frac{7}{4}, \frac{11}{4}, \frac{5}{4}\right)$.

85) Os pontos de trisseção do segmento A(4,3,0) e B(–2,–3,3) são M e N. Unindo-os ao ponto P(0,–1,0), obtêm-se as retas PM e PN . Calcule o ângulo formado pelas mesmas.

RESP: θ = arc cos $\frac{1}{3}$,$\theta \cong 70^0\ 31'43{,}6''$

86) A reta $r: \frac{x-2}{4} = \frac{+4}{5} = \frac{z}{3}$, forma um ângulo de 30^0 com a reta determinada pelos pontos A(0,–5,–2) e B(1,n–5,0). Calcular o valor de n. **RESP:** n=7 ou 1

87) Determine as equações da reta r definida pelos pontos A (2,–1,4) e B= $r_1 \cap r_2$, com

$$r_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{-2} \quad e \quad r_2: \begin{cases} x = 3m \\ y = 1 + 2m \\ z = 2 + m \end{cases}.$$

RESP: $\begin{cases} y = -x + 1 \\ z = x + 2 \end{cases}$

88) Determinar as equações paramétricas da reta t, que é perpendicular a cada uma das retas:

a) $s: \frac{x-3}{2} = \frac{-2y}{4} = z + 3$ e $r: x = \frac{2y-44}{10} = \frac{z+8}{-2}$, e que passa pelo ponto P(2,3,5);

b) $s: \frac{x-2}{2} = \frac{2y}{-4} = 3z + 3$ e $r: x + 4 = \frac{2-y}{-2} = \frac{z}{-3}$, e que passa pelo ponto P(2,–3,1);

c) $r: \begin{cases} y = -2x - 3 \\ z = 10x + 1 \end{cases}$ e $s: \begin{cases} x = \frac{2y-1}{2} \\ z = \frac{-6y+2}{2} \end{cases}$, e que passa pelo ponto P(3,–3,4).

RESP: a)t: $\begin{cases} x = 2 - m \\ y = 3 + 5m \\ z = 5 + 12m \end{cases}$ b)t: $\begin{cases} x = 2 + 4m \\ y = -3 + 7m \\ z = 1 + 6m \end{cases}$ c) t: $\begin{cases} x = 3 - 4m \\ y = -3 + 13m \\ z = 4 + 3m \end{cases}$

80)Estabeleça as equações, em função de x, da reta traçada pela interseção de r:P=(–6,1,0)+m(1,–1,1), com a reta $s: \begin{cases} x = 3z - 2 \\ y = z + 5 \end{cases}$, e que forma ângulos agudos congruentes com os eixos coordenados.

RESP: $t: \begin{cases} y = x + 1 \\ z = x + 6 \end{cases}$

90) São dadas as retas $r:\begin{cases} x = z+1 \\ y = 2z-1 \end{cases}$ e $s:\begin{cases} x = z+3 \\ y = z-5 \end{cases}$ e o ponto A(3,–2,1). Calcule as coordenadas dos pontos P e Q pertencentes, respectivamente a r e a s, de modo que A seja o ponto médio do segmento PQ. **RESP:** P(1, –1,0) e Q(5,3,2)

91) Determine o ponto O', simétrico de da origem O dos eixos coordenados, em relação ã reta $r: \frac{x-2}{-1} = y+1 = \frac{z-4}{-2}$. **RESP:** $O'\left(\frac{1}{3},\frac{5}{3},\frac{2}{3}\right)$

92) Determine as coordenadas de A' simétrico de A (4,0,3), em relação a reta $s: \frac{x+1}{2} = y+1 = \frac{z+2}{4}$. **RESP:** $A'\left(-\frac{2}{21},\frac{20}{21},\frac{101}{21}\right)$

93) Estabeleça as equações paramétricas da reta traçada pelo ponto A(–1, 4,5) e que é perpendicular à reta r; P=(–2,1,1) + m(1,–1,2). **RESP:** $r:\begin{cases} x = -1 \\ y = 4+2m \\ z = 5+m \end{cases}$

94)Determine uma equação da reta r que passa pelo ponto A(2,–1,3), e é perpendicular à reta $s: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-1}$. **RESP:** P= (2,–1,3)+m(–13,3,–33)

95)Estabeleça as equações da reta s, traçada pelo ponto P(–1,–3,1), que seja concorrente com a reta $r:\begin{cases} x = 3z-1 \\ y = 2z-2 \end{cases}$ e seja ortogonal ao vetor $\vec{v} = (2,0,-1)$.

RESP: $s: x+1 = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{2}$

PLANO

96) Determinar a equação geral dos planos nos seguintes casos:

a) passa pelo ponto D(1,–1,2) e é ortogonal ao vetor $\vec{v}$ =(2,–3,1);

b)possui o ponto A(1,–2,1) e é paralelo aos vetores $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ e $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$;

c) passa pelos pontos A(–2,1,0) , B(–1,4,2) e C(0,–2,2);

d) passa pelos pontos P(–2,1,0),Q(–1,4,2) e R(0,–2,2);

e)passa pelos pontos A(2,1,5), B(–3,–1,3) e C(4,2,3);

f) passa pelo ponto E(1,2,2) e contém os vetores $\vec{v}$ =(2,–1,1) e $\vec{w}$ =(–3,1,–2);

g) possui o ponto P(2,–1,3) e é paralelo ao plano XOZ;

h) contém as retas $r: \frac{x-7}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-2}$ e $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}$;

i) contém as retas $r: \frac{x}{2} = y+1 = z+3$ e $s: \frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$;

j) que contém as retas $r: \begin{cases} x = -3+t \\ y = -t \\ z = 4 \end{cases}$ e $s: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-2}, z = 0$;

k)contém as retas $r \begin{cases} y = 2x+3 \\ z = 3x-1 \end{cases}$ e $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$;

l) passa pela reta $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z-1$ e é paralelo à reta $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{4}$

RESP: a)π :2x–3y+z–7=0 b)π :x–y–z=0 c)π :12x+2y–9z+22=0

d) π :12x+2y–9z+22=0 e)π :6x–14y–z+7=0 f)π :x+y–z–5=0

g)π :y+1=0 h) π :2x–16y–13z+31= 0 i)π :y–z–2=0

j)π :4x+4y+3z=0 k)π :11x+2y–5z–11=0 l)π :3x–2y–2z–1=0

97) Determine a equação da reta interseção dos planos, nos seguintes casos:

a) $\begin{cases} x+2y-z-1=0 \\ x+y+1=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x-y+z-3=0 \\ x+3y+2z+4=0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x-2y-z-8=0 \\ 2x+3y+13=0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x-2y-z-1=0 \\ x+2y-z-7=0 \end{cases}$

RESP: a)r:P=(-3,2,0)+m(-1,1,1)   b) $x=y-2=\frac{z-1}{-2}$

c) $r:\frac{x+\frac{2}{7}}{3}=\frac{y+\frac{29}{7}}{-2}=\frac{z}{7}$ d) $\frac{x}{2}=y+4=\frac{z-7}{4}$

98)Forme a equação do plano que possui um ponto M(-2,1,3) e que é perpendicular à reta $r:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=-z$.   **RESP:** π :2x+ 3y-z +4=0

99)Dado o ponto P(5,2,3)e o plano π :2x+y+z-3=0,determinar:

a) a equação paramétrica da reta que passa por P e é perpendicular a π ;

b) a projeção ortogonal de P sobre π ;

c) o ponto P' simétrico de P em relação a π ;

d) a distância de P ao plano π .

RESP: a) $r\begin{cases} x=5+2t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$ b) I(1,0,1)   c)P'(-3, -2, -1)   d) $d=2\sqrt{6}$

100)Forme a equação do plano mediador do segmento A(1,2,-3) e B(3,2,5)

RESP: π :x+4z-6=0

101)Determinar a equação do plano que contém os pontos A (1,-2,2) e B(-3,1,-2) e é perpendicular ao plano π : 2x+y-z+8-0.   **RESP:** π :x-12y-10z-5=0

102) Um plano π , traçado por P(3,3,-1) intercepta os semi-eixos coordenados positivos OX,OY e OZ, respectivamente nos pontos A,B, e C, tais que $||\overrightarrow{OA}||=2||\overrightarrow{OB}||$ e $||\overrightarrow{OA}||=3||\overrightarrow{OC}||$ .Estabeleça a equação geral de π .   **RESP:** π ;x+2y+3z-6=0

103)Determine a equação do plano que contém a reta interseção dos planos π_1: 3x–2y–z-1=0 e π_2: x +2y-z-7=0 e que passa pelo ponto M(2,0,-1).

RESP: π :9x+2y-5z-13=0

104)Determinar as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto A(-1,0,0) e é paralela a cada uma dos planos π_1: 2x–y–z+1=0 e π_2:x+3y+z+5=0.

RESP: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -3t \\ x = 7t \end{cases}$

105)Determinar equação geral do plano π ,que passa ponto A(4, 1, 0) e é perpendicular aos planos π_1: 2x –y –4z– 6 = 0 e π_2: x + y + 2z -3 = 0. **RESP:** π :2x–8y+ 3z=0

106)Determinar a equação do plano que contém o ponto A(3,–2,–1) e a reta

$$\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ 2x + y - z + 7 = 0 \end{cases}.$$

RESP: π :2x+3y+x+1=0

107) Determinar a equação do plano π , que passa pelo ponto P(2,5,3) e é perpendicular à reta r, interseção dos planos π_1: x–2y+z–1=0 e π_2:3x+2y–3z+5=0.

RESP: π : 2x+3y+4z–31=0

108)Determinar a equação do plano que passa pela reta $r:\begin{cases} 3x + 2y + 5z + 6 = 0 \\ x + 4y + 3z + 4 = 0 \end{cases}$, é paralelo à reta $s: \frac{x-1}{3} = \frac{y-5}{3} = \frac{z+1}{-3}$. **RESP:** π :3x+2y+5z+6=0

109)Dados os planos π_1:2x+y–3z+1=0, π_2:x+y+z+1=0 e π_3:x–2y+z+5=0, ache uma equação do plano que contém $\pi_1 \cap \pi_2$ e é perpendicular a π_3. **RESP:** π :x + y + z +1=0

110)Calcule o volume do tetraedro, cujas faces são os planos coordenados e o plano π :5x+4y–10z–20=0. **RESP:** $V_T = \frac{20}{3}$ u.v.

111)Determine o ponto A', simétrico de A (1,4,2) em relação ao plano π : x–y+z–2 =0.

RESP: R: A'(3,2,4)

112) Determine uma equação da reta t, simétrica de $r: x-3=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$, em relação ao plano π :2x+y–z+2=0. **RESP:** $s:\frac{x-1}{-7}=y+2=\frac{z-2}{2}$

113) Dado o plano π_1:2x+5y+3z+3=0 e a reta AB, sendo A (1,1,1) e B(2,2,2), determina a equação do plano que passa pelo ponto onde a reta AB fura o plano π_1 e é paralelo ao plano π_2:x–3=0. **RESP:** π : $x+\frac{3}{10}=0$

114) Considere as retas r:P=(1,1,0)+t(0,1,1) e $s:\frac{x-1}{2}=y=z$. Seja A o ponto onde *s* fura o plano π :x–y+z=2, e B e C ,respectivamente, os pontos onde *r* fura os planos XOZ e XOY,respectivamente. Calcule a área de triângulo ABC. **RESP:** S=$\frac{\sqrt{3}}{2}$ua

115)Determinar a equação simétrica da reta r, que passa pelo ponto M(2,–4,–1), e pelo meio do segmento de reta $s:\begin{cases}3x+4y+5z-26=0\\3x-3y-2z-5=0\end{cases}$,compreendido entre os planos π_1:5x+3y–4z+11=0 e π_2: 5x+3y–4z–41=0. **RESP:** $r:\frac{x-2}{2}=\frac{y+5}{5}=\frac{z+1}{3}$

116) Dados o ponto P(1,3–1), o plano π :x+z=2 e a reta s:P=(2,0,0)+m(1,0,1), obtenha uma equação da reta r que passa por P, é paralela a π e dista 3 da reta s.

RESP: r:P=(1,3,–1)+m(–1,0,1)

COORDENADAS POLARES E TRANSFORMAÇÕES LINEARES

117)Dois dos vértices de um triângulo eqüilátero são os pontos A(0 , 75 ^{0}) e B(3, 180 ^{0}). Ache as coordenadas polares do terceiro vértice.

RESP: C(3,120 ^{o}) e C'(3, -240^0) ou C'(3,-120^0)

118)Lado de um hexágono mede 4 u.c. Determine as coordenadas polares dos vértices deste hexágono quando seu centro coincidir com o pólo do sistema e um de seus vértices pertencerem ao eixo polar.

RESP: A (4, 0^o) , B(4,60^0) , C(4,120^0), D(4,180^0) ,E(4,240^0) e F(4,300^0)

119)Determine as coordenadas polares dos vértices de um quadrado ABCD, sabendo-se que o pólo é o ponto O'(1,2), que o eixo polar é paralelo ao eixo OX e que tem o mesmo sentido deste. Sendo dados as coordenadas cartesianas dos vértices: A (4,2), B(7,5), C(4.8) e D(1,5). **RESP:** A (3,0^0) , $B\left(3\sqrt{5}, 26^o 30'\right)$, C($3\sqrt{5}$,63,5^0), D(3,90^0)

120)Num sistema de coordenadas polares são dados os dois vértices $A\left(3, -\frac{4\pi}{9}\right)$ e $B\left(5, \frac{3\pi}{4}\right)$ do paralelogramo ABCD e o ponto de interseção das diagonais coincide com o pólo. Achar as coordenadas polares dos outros dois vértices.

RESP: $C\left(5, -\frac{\pi}{4}\right)$ e $D\left(3, \frac{4\pi}{9}\right)$

121)Determinar as coordenadas polares dos vértices do quadrado ABCD, sabendo-se que o eixo polar é a reta paralela a diagonal AC, com o mesmo sentido desta, que o pólo é o ponto médio de BC e que o lado do quadrado mede 6 cm.

RESP: A (3 $\sqrt{5}$,161^{0}30') , B(3,–135^0), C(3,45^0) e D($3\sqrt{5}$,108 ^{o}30')

122)Transformar as seguintes equações cartesianas em equações polares:

a) $x^2 + y^2 = 25$ b) $x^2 - y^2 = 4$ c) $(x^2 + y^2)^2 = 4 (x^2 - y^2)$ d) x - 3y = 0 e) $y^2 + 5x = 0$ f) xy =4 g) $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 5$ h) $(x^2 + y^2)^2 - 18 xy = 0$ i) $4y^2-20x - 25=0$ j) $12x^2 -4y^2 -24x+ 9 = 0$ k) $x^2+ y^2 -2y = 0$

Obs.: Somente considere a resposta em que $\rho > 0$.

RESP: a) $\rho = 5$ b) $\rho^2\cos2\theta = 4$ c) $\rho^2 = 4 \cos 2\theta$ d) θ = arctg 1 / 3 e) $\rho \, sen^2\theta + 5 \cos\theta = 0$ f) $\rho^2 sen 2\theta = 8$ g) $\rho^2 + 2\rho (2 \cos\theta - sen\,\theta) = 5$

h) $\rho^2 = 9 \, sen\, 2\theta$ i)$\rho = \dfrac{5}{2(1-\cos\theta)}$ j) $\rho = \dfrac{3}{2+4\cos\theta}$ k) $\rho = 2sen\theta$

123)Transformar as seguintes equações polares em equações cartesianas:

a) $\rho = 4$ b) $\theta = 1/ 4 \pi$ c) $\rho = 8 \cos\theta$ d) $\rho = 6 \, sen\,\theta + 3 \cos\theta$

e) $\rho = 15 \sec\theta$ f) $\rho\ (\text{sen}\,\theta + 3\cos\theta) = 3$ g) $\rho\ (2 - \cos\theta) = 4$

h) $2\rho = 2 + \cos 2\theta$ i) $\rho^2 = 4\cos 2\theta$ j) $\rho = 4(1 + \cos\theta)$

RESP: a) $x^2 + y^2 = 16$ b) $x = y$ c) $x^2 + y^2 - 8x = 0$ d) $x^2 + y^2 - 3x - 6y = 0$ e) $x = 15$ f) $3x - y - 3 = 0$ g) $3x^2 + 4y^2 - 8x - 16 = 0$ h) $4(x^2 + y^2)^3 = (3x^2 + y^2)^2$ i) $(x^2 + y^2)^2 = 4x^2 - 4y^2$ j) $16(x^2 + y^2) = (x^2 + y^2 - 4x)^2$

124) Transforme, em relação a um novo sistema de coordenadas de eixos paralelos aos primeiros e origem conveniente para que na nova equação não figure os termos do 1º grau, as equações:

a) $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$ b) $xy - x + 2y - 10 = 0$

c) $x^2 - 4y^2 - 2x + 8y - 7 = 0$ d) $x^2 + 4y^2 - 2x - 16y + 1 = 0$

e) $30xy + 24x - 25y - 80 = 0$ f) $3x^2 + 3y^2 - 10xy - 2x + 14y + 27 = 0$

RESP: a) $x'^2 + y'^2 = 16$, $O'(3,-1)$ b) $x'y' = 8$, $O'(-2,1)$ c) $x'^2 - 4y'^2 - 4 = 0$, $O'(1,1)$

d) $x'^2 + 4y'^2 - 16 = 0$, $O'(1,2)$ e) $x'y' = 2$, $O'\left(\frac{5}{6}, -\frac{4}{5}\right)$ f) $O'(2,1)$

$3x'^2 + 3y'^2 - 10x'y' + 32 = 0$ g) $O'\left(\frac{3}{4}, 0\right)$, $4x'^2 - 4x'y' + 4y'^2 - 1/4 = 0$

125) Transforme as equações abaixo, mediante uma rotação de eixos :

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 32 = 0$ b) $xy - 8 = 0$ c) $31x^2 + 10\sqrt{3}\,xy + 21y^2 - 144 = 0$

d) $6x^2 + 26y^2 + 20\sqrt{3}\,xy - 324 = 0$ e) $4x^2 + 4xy + y^2 + \sqrt{5}\,x = 1$

g) $2xy + 6x - 8y = 0$ h) $7x^2 - 6\sqrt{3}\,xy + 13y^2 - 16 = 0$

RESP: a) $x' = \pm 4$ $\theta = 45^0$ b) $x'^2 - y'^2 = 16$ $\theta = 45^0$

c) $9x'^2 + 4y'^2 - 36 = 0$ $\theta = 30^0$ d) $9x'^2 - y'^2 - 81 = 0$ $\theta = 60^0$

e) $5x'^2 + 2x' - y' = 1$, $\theta = 26{,}2^0$ g) $\theta = 45^0$, $x'^2 - y'^2 - \sqrt{2}\,x' - 7\sqrt{2}\,y' = 0$

h) $\theta = 30^0$, $x'2 + 4y'^2 - 4 = 0$

CÔNICAS

ELIPSE

126) Achar a equação de uma elipse cujos focos se encontram sobre o eixo das abscissas, e sabendo-se que:

a) a distância focal é igual a 6 e a excentricidade é $e=\frac{3}{5}$;

b) seu menor eixo é 10 e a excentricidade e $e=\frac{12}{13}$;

c) C(0,0), eixo menor igual 6, passa pelo ponto $P\left(-2\sqrt{5},2\right)$;

d) focos $F_1(3,2)$ e $F_2(3,8)$,comprimento do eixo maior 8.

e) C(0,0), $e=\frac{1}{2}$, $P\left(3,\frac{9}{2}\right)$, ponto da cônica;

f) seus vértices são $A_1(-2,2)$, $A_2(4,2)$, $B_1(1,0)$, $B_2(1,4)$;

g) vértices (7,2) e (1,2), eixo menor=2;

h) C(0,0), $P\left(\sqrt{15},-1\right)$ ponto da cônica, distância focal 8;

RESP: a) $16x^2+25y^2-400=0$ b) $25x^2+169y^2-4225=0$;

c) $x^2+4y^2-36=0$ d) $16x^2+7y^2-96x-70y+207=0$

e) $3x^2+4y^2-108=0$ f) $4x^2+9y^2-8x-36y+4=0$

g) $x^2+9y^2+8x-36y+43=0$ h) $x^2+5y^2-20=0$

127)A órbita da Terra é uma elipse, com o Sol em um dos focos. Sabendo-se que o eixo maior da elipse mede 2.999.338.000 km e que a excentricidade mede $\frac{1}{62}$. Determine a maior e a menor distância da Terra em relação a Sol.

RESP: MAD =152.083.016 km; med =147.254.984 km.

128)O centro de uma elipse coincide com a origem. O eixo maior é vertical e seu comprimento é o dobro do comprimento do eixo menor, sabendo-se que essa elipse passa pelo ponto $P\left(\frac{\sqrt{7}}{2},3\right)$, achar sua equação. **RESP:** $4x^2+y^2-16=0$

129)Uma elipse é tangente ao eixo das abscissas no ponto A(3,0) e ao eixo das ordenadas no ponto B(0,−4). Formar a equação dessa elipse, sabendo-se que seus eixos de simetria são paralelos aos eixos de coordenadas.

RESP: $9x^2+16y^2-54x+128y+193=0$

130)Achar a equação da cônica com centro C(3,1), um dos vértices A(3,−2) e excentricidade $\frac{1}{3}$. **RESP:** $9x^2+8y^2-54x-16y+17=0$

131)Determine a equação da elipse de centro C(−2,1), excentricidade 3/5 e eixo maior horizontal de comprimento 20. **RESP:** $16x^2+25y^2+64x-50y-1511=0$

132)Determine a equação da cônica de C(4,1), um foco (1,1) e excentricidade $e=\frac{1}{3}$.

RESP: $8x^2+9y^2-64x-18y-511=0$

133)Determine a equação da cônica de vértices $A_1(1,8)$ e $A_2(1,⌉ 4)$ e excentricidade $e=\frac{2}{3}$.

RESP: $9x^2+5y^2-18x-20y-151=0$

134)Determine a equação da cônica de focos (–1, –3) e (–1,5), e excentricidade $e=\frac{2}{3}$.

RESP: $9x^2+5y^2+18x-10y-166=0$

135)Determine a equação da elipse de excentricidade $\frac{3}{5}$, cujos focos são pontos da reta y –1=0 e sendo B(–2, 9) um dos extremos do seu eixo menor.

RESP: $16x^2-25y^2+64x=50y-1561=0$

136)A uma elipse de excentricidade $\frac{1}{3}$, circunscreve-se um retângulo de lados paralelos aos eixos coordenados da elipse. Calcular a área do retângulo, sabendo-se que seu perímetro vale $8(3+2\sqrt{2})m$.

RESP: $A=96\sqrt{2}\ m^2$

137)Em cada uma das equações abaixo, determinar as coordenadas dos vértices, focos, centro, excentricidade, corda focal, parâmetro e as equações das diretrizes:

a) $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$ b) $9x^2+5y^2-45=0$ c) $4x^2+y^2-1=0$

d) $25x^2+16y^2+50x+64y-311=0$ e) $16x^2+25y^2+32x-100y-284=0$

f) $4x^2+3y^2+32x+24y+64=0$ g) $4x^2+9y^2-48x+72y+144=0$

RESP: a)C(0,0), A (±10,0), B(0,±6), F(±8,0), e= 4/5, eixo maior horizontal;

b)C(0,0),A(0,±3),B(±$\sqrt{5}$,0),F(0,±2),e =2/3, eixo maior vertical;

c)C(0,0),A(0,±1),$F\left(0,\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$,B(±1/2,0),e=$\sqrt{3}$/2, eixo maior vertical;

d) C(−1,−2),A_1 (−1,2),A_2 (−1,−7), F_1(4,0), F_2(−1,−5), B_1(3,−2), B_2 (−5,−2), e =3/5, eixo maior horizontal;

e) C(−1,2), A_1(−6,2), A_2 (4,2), F_1(3,2), F_2(−4,2), B_1(−1,−2),B_2(−1,6) e =1/2, eixo maior horizontal;

f)C(-4,-4), A_1(-4,0), A_2(-4,8), F_1(-4,-2), F_2(-4,-6), $B(-4\pm2\sqrt{3},-4)$, $e=\frac{1}{2}$, eixo maior vertical;

g)C(6,-4), A_1(12,-4), A_2(0,-4), $F(6\pm2\sqrt{5},-4)$, $e=\frac{\sqrt{5}}{3}$, eixo maior horizontal;

HIPÉRBOLE

138)Determine a equação da hipérbole, nos seguintes casos:

a)de focos F(0,$\pm$ 5) e vértices A (0, $\pm$ 3);

b)que tem focos no eixo das abscissas e eixos real e imaginário 10 e 8 , respectivamente;

c) de focos F(3,4) e (3,2) e excentricidade e=2;

d)de focos F (−1,−5) e (5,−5) , eqüilátera

e)eixo real horizontal, eqüilátera, de vértices (−3,−4) e (−3,4);

f) de C0,0),que passa pelo ponto (−5,3), é eqüilátera e de eixo real horizontal;

g)que tem eixo real vertical de comprimento 8 e passa pelo ponto (6,5);

h)eixo real sobre o eixo das abscissas ,distância focal é igual a 10 e eixo imaginário 8;

i)eixo real sobre o eixo das ordenadas, as equações das assíntotas $y=\pm\frac{12}{5}x$ e distância focal 52.

j) eixo real horizontal, distância focal é igual a 6 e a excentricidade $\frac{3}{2}$;

k) eixo real paralelo ao eixo OX, centro no ponto C(−1,−3), comprimento do eixo imaginário é $4\sqrt{5}$ e excentricidade $\frac{3}{2}$;

l) C(2, – 3), eixo real vertical, passando pelos pontos (3, –1) e (–1,0)(trabalhosa);

m)centro é o ponto C(0,4), um dos focos é (0,−1) e um de seus pontos $P\left(\frac{16}{3},9\right)$.

RESP: a) $9x^2-16y^2+144=0$ b) $16x^2-25y^2-400=0$

c) $4x^2-12y^2-24x+24y+51=0$ d) $2x^2-2y^2-8x-20y-51=0$

e) $x^2-y^2+6x+25=0$ f) $x^2-y^2=16$

g) $x^2-4y^2+64=0$ h) $16x^2-9y^2-144=0$

i) $144x^2-25y^2+14400=0$ j) $5x^2-4y^2-20=0$

k) $5x^2-4y^2+10x-24y-111=0$ l) $5x^2-8y^2 20x-48y-25=0$

m) $16x^2-9y^2-128y+112=0$

139)O centro de uma cônica está na origem, seu eixo real encontra-se ao longo do eixo OY e cujas assíntotas são as retas $y=\pm\frac{1}{4}x$. Determinar a equação da cônica, se seus vértices são os pontos A(0,$\pm$ 2). **RESP:** $x^2-16y^2+64=0$

140)Determine a equação da hipérbole que tem como uma assíntota, a reta $2x+3\sqrt{2}y=0$ eixo horizontal e passa pelo ponto (3,⌉ 1). **RESP:** $2x^2-9y^2-9=0$

141)Determine a equação da hipérbole que tem como assíntotas, as retas 2x+y−3=0 e 2x−y−1=0, eixo horizontal e passa pelo ponto (4,6). **RESP:** $4x^2-y^2-8x+2y-8=0$

142)Determine a equação da hipérbole que tem como assíntotas, as retas 3x–4y+16=0 e 3x+4y–16=0, eixo vertical e que passa pelo ponto $\left(\frac{16}{3},9\right)$.

RESP: $9x^2-16y^2+128y-112=0$

143)Determinar a equação reduzida da hipérbole, cujo eixo real tem por extremos os focos da elipse $16x^2+25y^2-625=0$ e cuja excentricidade é o inverso da excentricidade da elipse dada. **RESP:** $16x^2-9y^2-225=0$

144)Os focos de uma hipérbole coincidem com os da elipse $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ Forme a equação da hipérbole, considerando-se que sua excentricidade é e= 2.

RESP: $3x^2-y^2-12=0$

145)Determine a equação da elipse de centro na origem, cujos vértices coincidem com os focos da hipérbole $64x^2-36y^2-2304=0$ e cujos focos são os vértices da hipérbole.

RESP: $16x^2+25y^2-400=0$

146)Em cada uma das equações de hipérbole abaixo, determine as coordenadas dos vértices, focos, centro a excentricidade, corda focal, parâmetro, equação das diretrizes e das assíntotas.

a) $\frac{x^2}{100}-\frac{y^2}{64}=1$

b) $9x^2-16y^2=144$

c) $4x^2-5y^2+20=0$

d) $x^2-y^2=1$

e) $x^2-4y^2+6x+24y-31=0$

f) $16x^2-9y^2-64x-18y+199=0$

g) $9x^2-4y^2-54x+8y+113=0$

h) $9x^2-4y^2+18x-24y-63=0$

RESP: a) C(0,0),A(± 10,0), $F\left(\pm 2\sqrt{41},0\right)$, $e=\frac{\sqrt{41}}{5}$,eixo real horizontal, $ass: y=\pm\frac{4}{5}$,

b)C(0,0), A(± 4,0), F(± 5,0), $e=\frac{5}{4}$, eixo real horizontal, $ass: y=\pm\frac{3}{4}x$;

c)C(0,0), A(0,± 2), F(0,± 3), $e=\frac{3}{2}$, eixo real vertical, ass; $y=\pm\frac{2\sqrt{5}}{5}x$, $y=\pm\frac{4}{3}$;

d)C(0,0), A(± 1,0), $F\left(\pm\sqrt{2},0\right)$, $e=\sqrt{2}$, eixo real horizontal, ass: y=± x;

e)C(–3,3),A_1(–1,3), A_2(–5,3), $F\left(-3\pm\sqrt{5},3\right)$, eixo real horizontal, ass_1:x–2y–9=0,ass_2:x + 2y–3=0,;

f)C(2,1),A_1(2,–3), A_2(2,–3), F_1(2,–4), F_2(2,6), eixo real vertical ,ass_1:4x–3y–5=0,ass_2:4x–3y–5=0;

g)C(3,1), A_1(3,4), A_2(3,–2), $F\left(3,1\pm\sqrt{13}\right)$, ass_1:3x–2y–1=0, ass_2:3x\=2y–5=0;

h)C(–1,–3), A_1(1,–3),A_2(–3,–3), $F\left(-1\pm\sqrt{13},-3\right)$, ass_1:3x–2y–3=0 e ass_2:2x+2y-9=0, $e=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$

<u>PARÁBOLA</u>

147)Determinar a equação da parábola:

a) de vértice V(6,−2) , cujo eixo é y +2=0 e que passa pelo ponto (8,2);

b) de foco F(3,3) e diretriz y−1=0;

c) de vértice V(0,3) e diretriz x + 5=0;

e) de foco F(3,3) e diretriz y−5=0;

g)V(3,–6),eixo de simetria paralelo ao OY, e que passa pelo ponto (–3,–10);

i) F(4,3), diretriz $y+1=0$;

k) Eixo // OY, $V\left(-\dfrac{3}{2},2\right)$passa pelo ponto M(–1,–1);

l) V(4, –1), eixo: y+1=0 e passa pelo ponto (3, –3)

n) F(3,⌉ 1) e diretriz $d:2x-1=0$;

o) V(⌉ 4,3) e F(⌉ 4,1)

p) V(1,3), eixo de simetria paralelo ao eixo dos x, passa pelo ponto P(⌉ 1,⌉ 1)

q) V(3,⌉ 2) , eixo de simetria y+2=0, passa pelo ponto P(2,2)

s) de foco F(–7,3) e diretriz x+3=0;

v) F(5,2), diretriz $x-7=0$;

RESP: a) $y^2+4y-8x+52=0$

b) $x^2-6x-4y+17=0$

c) $y^2-6x-20X+9=0$

e) $x^2-6x+4y-7=0$

g) $x^2-6x+9y+63=0$

i) $x^2-8x-8y+24=0$

k) $12x^2+36x+y+25=0$

l) $y^2+2y+4x-15=0$

n) $4y^2+8y-20x+39=0$

o) $x^2+8x+8y-8=0$

p) $y^2-6y+8x+1=0$

q) $y^2+16x+4y-44=0$

s) $y^2-6x+4y+49=0$

v) $y^2+4x-4y-20=0$

148)Determine a equação da parábola que tem eixo de simetria horizontal que passa pelos pontos A(−5,5), B(3,−3) e C(3,1). **RESP:** $y^2+4x+2y-15=0$ ***;*** V(4,-1), p=-2

149)Determine os pontos de interseção da hipérbole $x^2-4y^2-20=0$ com a parábola $y^2-3x=0$. **RESP:** $(10,\pm\sqrt{30})$ e $(2,\pm\sqrt{6})$

150)Achar a equação da parábola, cuja corda focal liga os pontos (3,5) e (3,−3).

RESP: $y^2-2y-8x+9=0$ ou $y^2-2y+8x-39=0$

151)Encontre na parábola $y^2-8x=0$ um ponto tal que sua distância à diretriz seja igual a 4. **RESP:** P(2,4) ou P(2,−4)

152)Determine a equação da parábola que tem eixo de simetria vertical e passa pelos pontos A(0,0), B(2,2,) e C(-4,20). **RESP:** $V\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$***;*** $P=\frac{1}{2}$; $x^2-x-y=0$

153)Dada uma elipse de centro na origem, distância focal 8 e comprimento do eixo maior 12 e eixo maior paralelo ao eixo OX. Considere uma parábola que tem por diretriz, a reta suporte do eixo menor da elipse e por foco, o foco à direita do cento da elipse. Determine a equação da parábola. RESP: $y^2-8x+16=0$

154)Determinar as coordenadas do vértice, foco, a equação da diretriz e o parâmetro das seguintes parábolas:

a) $y^2-6x=0$ b) $x^2-5y=0$ c) $y^2+4x=0$ d) $y^2-4x+8=0$

e) $x^2-6y-2=0$ f) $x^2-6x+9y+63=0$

j) $y^2-8y-8x+40=0$ k) $y^2-8x-6y-7=0$

RESP: a)V(0,0), $F\left(\frac{3}{2},0\right)$, d:2x+3=0, eixo de simetria horizontal,CVD;

b) V(0,0). $F\left(0,\frac{5}{4}\right)$, d: 4y+5=0, eixo de simetria vertical, CVC;

c)V(0,0), F(−1,0). d: x = 1,eixo de simetria horizontal, CVE ;

d)V(2,0), F(3,0), d:x−1=0,eixo de simetria horizontal, CVD ;

e) $V\left(0,-\frac{1}{3}\right)$, $F\left(0,\frac{7}{6}\right)$ d: 6y +11=0, eixo de simetria vertical, CVC;

f)V(3,−6), $F\left(3,-\frac{33}{4}\right)$, d:4y +15=0, eixo de simetria vertical, CVB;

i)V(4,−1), F(3,−1), d:x −5=0,eixo de simetria horizontal, CVE ;

k)V(−2,3), F(0,3), d:x +4=0,eixo de simetria horizontal, CVD;

BIBLIOGRAFIA

WINTERLE, PAULO. VETORES E GEOMETRIA ANALÍTICA. MAKRON BOOKS ,2000.
BOULOS, PAULO; CAMARGO IVAN. INTRODUÇÃO À GEOMETRIA ANALÍTICA NO ESPAÇO. MAKRON BOOKS ,1997.
FEITOSA, MIGUEL O.. CÁLCULO VETORIAL E GEOMETRIA ANALÍTICA - EXERCÍCIOS PROPOSTOS E RESOLVIDOS. EDITORA ATLAS S.A., 1989.
FRANCISCO, BLASI. EXERCÍCIOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA -.PAPIRUS LIVRARIA EDITORA,1984.
KINDLE, JOSEPH H.. PROBLEMAS E EXERCÍCIOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA NO PLANO (COLEÇÃO SCHAUM). AO LIVRO TÉCNICO S.A.,1965 .
KLÉTÉNIC. PROBLEMAS DE GEOMETRIA ANALÍTICA. LIVRARIA CULTURA BRASILEIRA EDITORA, 1980.
LEHMANN, CHARLES H., GEOMETRIA ANALÍTICA. EDITORA GLOBO, 1974.
MACHADO, ANTONIO DOS SANTOS. ALGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA. ATUAL EDITORA, 1998.
MENEZES, DARCY LEAL DE, NOÇÕES E FORMULÁRIO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NO PLANO E NO ESPAÇO.J.B. LEANDRO-EDIROE E DISTRIBUIDOR,1977.
MENNA, ZÓZIMO GONÇALVES. CURSO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NO ESPAÇO - TRATAMENTO VETORIAL. LIVROS TÉCNICOS E CIENTÍFICOS S.A., 1978.
MENNA, ZÓZIMO GONÇALVES. GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA - TRATAMENTO VETORIAL. LIVROS TÉCNICOS E CIENTÍFICOS S.A.1978
MENNA , ZÓZIMO GONÇALVES. CURSO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM TRATAMENTO VETORIAL. EDITORA CIENTÍFICA.
PINTO,HERBERT F..PROBLEMAS E EXERCÍCIOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA NO PLANO.AO LIVROTÉCNICO LTDA,1956.
RIGHETTO, ARMANDO VETORES E GEOMETRIA ANALÍTICA ÁLGEBRA LINEAR). INSTITUTO BRASILEIRO DO LIVRO CIENTÍFICO LTDA, 1985 (EDIÇÕES MAIS ANTIGAS IVAN ROSSI EDITORA).
SANTOS, NATHAN MOREIRA DOS. VETORES E MATRIZES. LIVROS TÉCNICOS E CIENTÍFCOS EDITORA, 1982.
SMITH, PERCEY F.; GALE, ARTHUR SULLIVAN NEELLEY, JOHN HAVEN. GEOMETRIA ANALÍTICA. AO LIVRO TÉCNICO. 1957.
STEINBRUCH ,ALFREDO;BASSO, DELMAR. GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA. MAKROM BOOKS 1991
STEINBRUCH , ALFREDO, WINTERLE, PAULO; GEOMETRIA NALÍTICA. MAKRO BOOKS, 1987
CORRÊS,PAULO SÉRGIO QUELELLI;ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA.INTERCIÊNCIA,2006