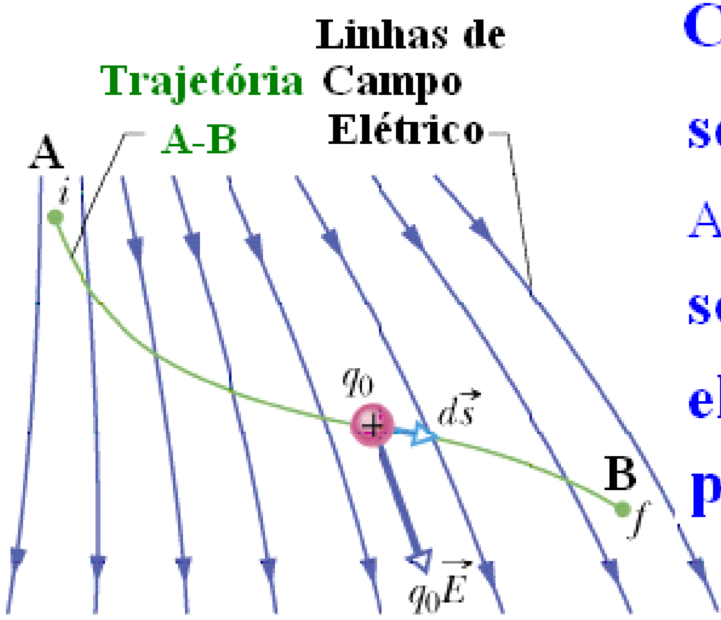
Capítulo 3 POTENCIAL ELÉTRICO

Neste capítulo abordaremos os seguintes tópicos:

- **Energia Potencial Elétrica**
- **Potencial Elétrico**
- **Superfícies Equipotenciais**
- **Potencial Produzido por uma Carga Pontual**
- **Potencial Produzido por um Grupo de Cargas Pontuais**
- **Gradiente do Potencial**
- **Energia Potencial Elétrica de um Sistema de Cargas Pontuais**

ENERGIA POTENCIAL ELÉTRICA



Considere uma carga elétrica q_o que se move da posição inicial no ponto A para uma posição final no ponto B, sob a ação do campo elétrico $\vec{E}$. A força elétrica exercida sobre a carga é dada por:

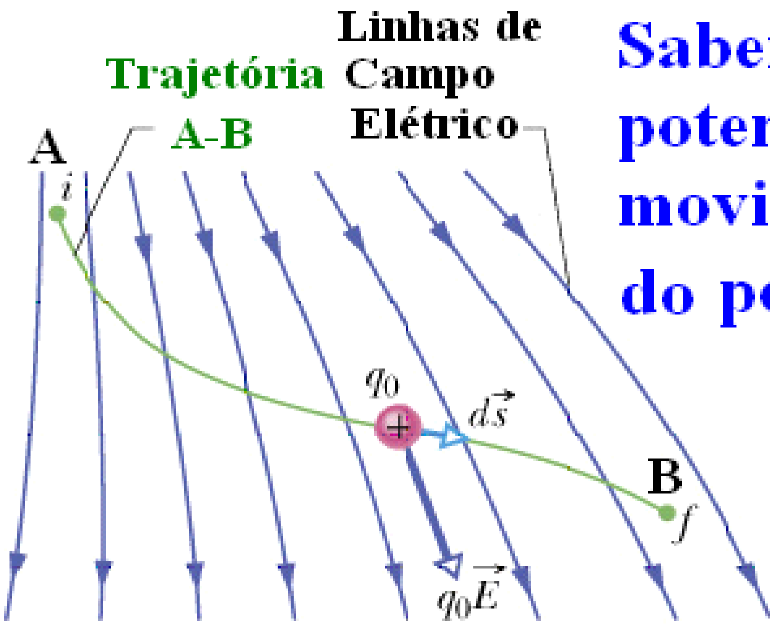
$$\boxed{\vec{F} = q_o\vec{E}}$$

Então a variação da energia potencial da carga pode ser escrita como:

$$\boxed{\Delta U = -\int_i^f \vec{F}\cdot d\vec{s} = -q_o\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s}}$$

Unidade SI: Joule (J)

POTENCIAL ELÉTRICO



Sabemos que a variação da energia potencial elétrica da carga q_o que se movimenta sob a ação do campo $\vec{E}$ do ponto A para o ponto B é :

$$\Delta U = U_f - U_i = -W = -q_o \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

ΔU depende do valor de q_o.

Definimos o potencial elétrico V como uma grandeza independende do valor de q_o :

$$\boxed{\Delta V = \frac{\Delta U}{q_o} = -\frac{W}{q_o}}$$

Onde:

***UNIDADE DE V NO SI*: VOLT(V)**

$$\boxed{\Delta V = V_f - V_i \rightarrow V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

Podemos definir o valor do potencial V em um ponto de referência, que pode ser o infinito. Então:

$$\boxed{V_i = V_\infty = 0}$$

Consideramos como posição final um determinado ponto P, que tem potencial V_P :

$$\boxed{V_P = -\frac{W_\infty}{q_o} = -\int_\infty^P \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

O potencial depende somente das coordenadas do ponto *P* e do campo elétrico.

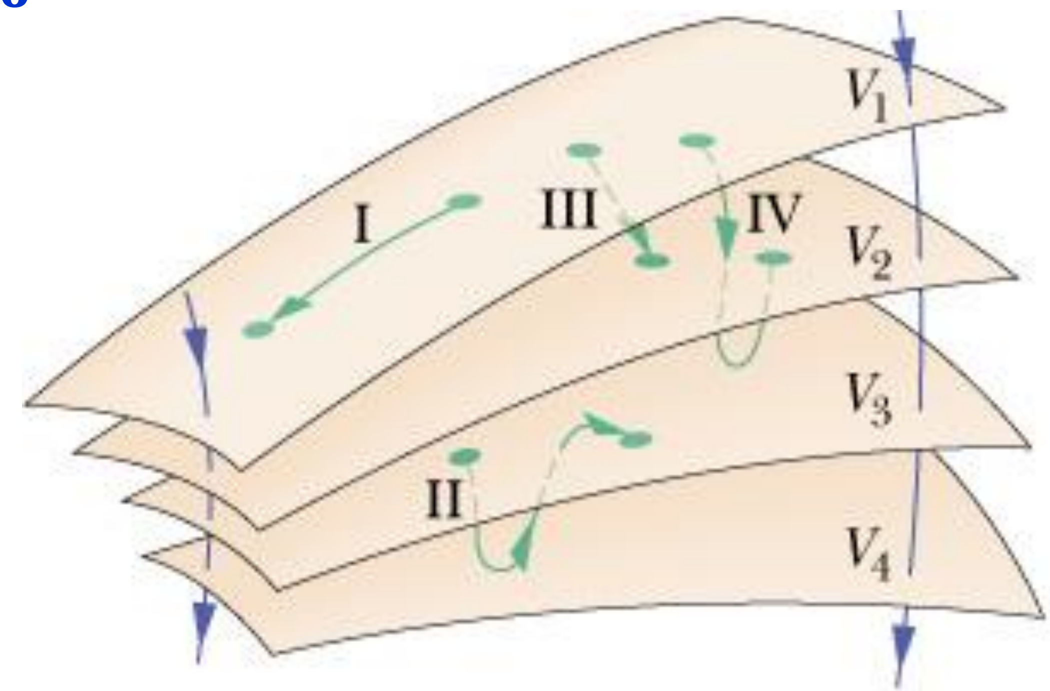
Potencial elétrico é uma propriedade do campo elétrico, que não depende da presença de um corpo carregado; é medida em volts (joules por coulomb).

Energia potencial elétrica é a energia de um objeto carregado na presença de um campo elétrico externo (ou, mais precisamente, a energia do sistema formado por um objeto e um campo elétrico externo); é medida em joules.

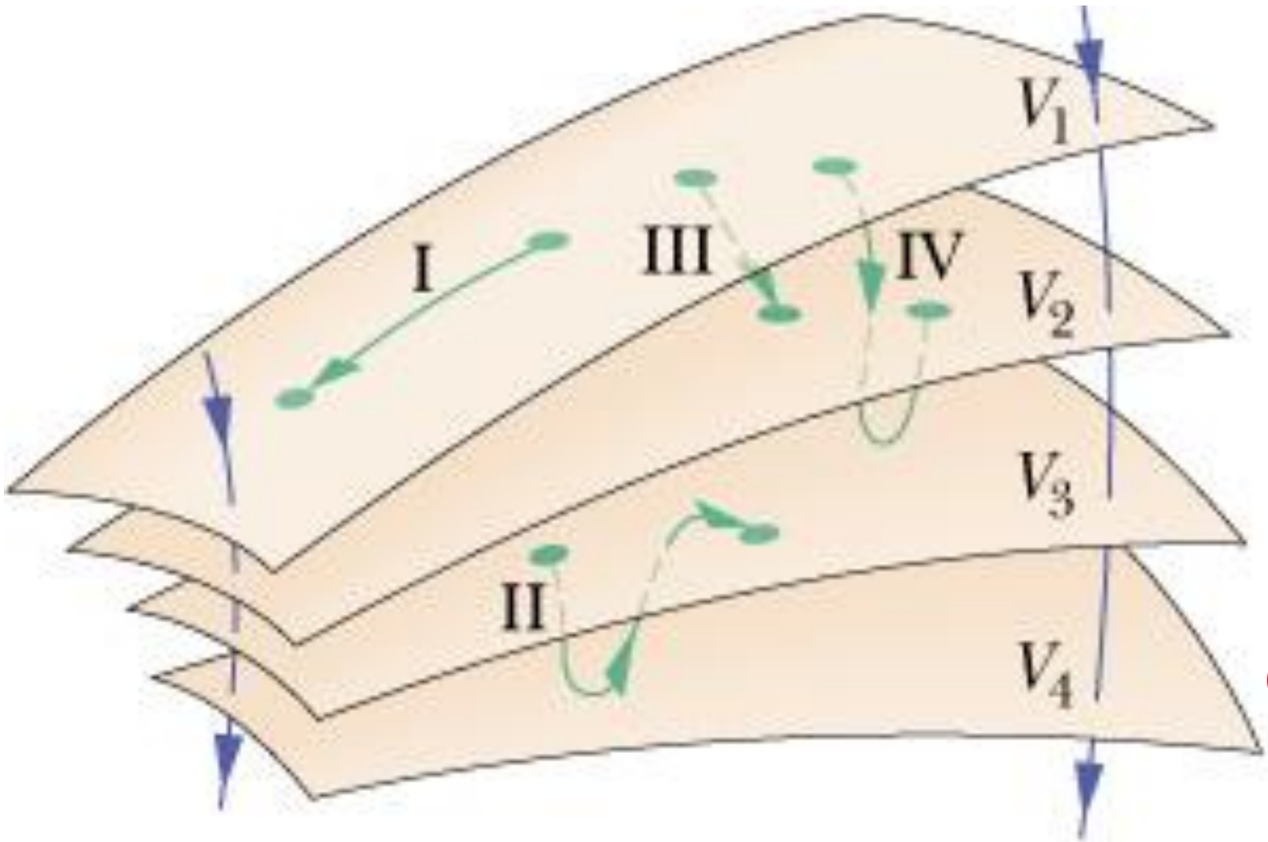
SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS

Em uma região determinada do espaço, quando um conjunto de pontos vizinhos tem o mesmo valor de potencial elétrico, dizemos que formam uma superfície equipotencial.

Mostramos na figura ao lado um conjunto de superfícies equipotenciais. O trabalho realizado pelo campo elétrico $\vec{E}$ que move a carga q entre dois pontos que tem uma diferença de potencial ΔV é dado por:



$$\boxed{W = -q\,\Delta V}$$



$$\boxed{W = -q\Delta V}$$

Quando uma carga é deslocada entre pontos de uma superfície equipotencial, temos que $\Delta V = 0$ e o trabalho executado pelo campo elétrico é igual a zero.

Trajetória I: $W_{\mathrm{I}} = 0$ porque $\Delta V = 0$

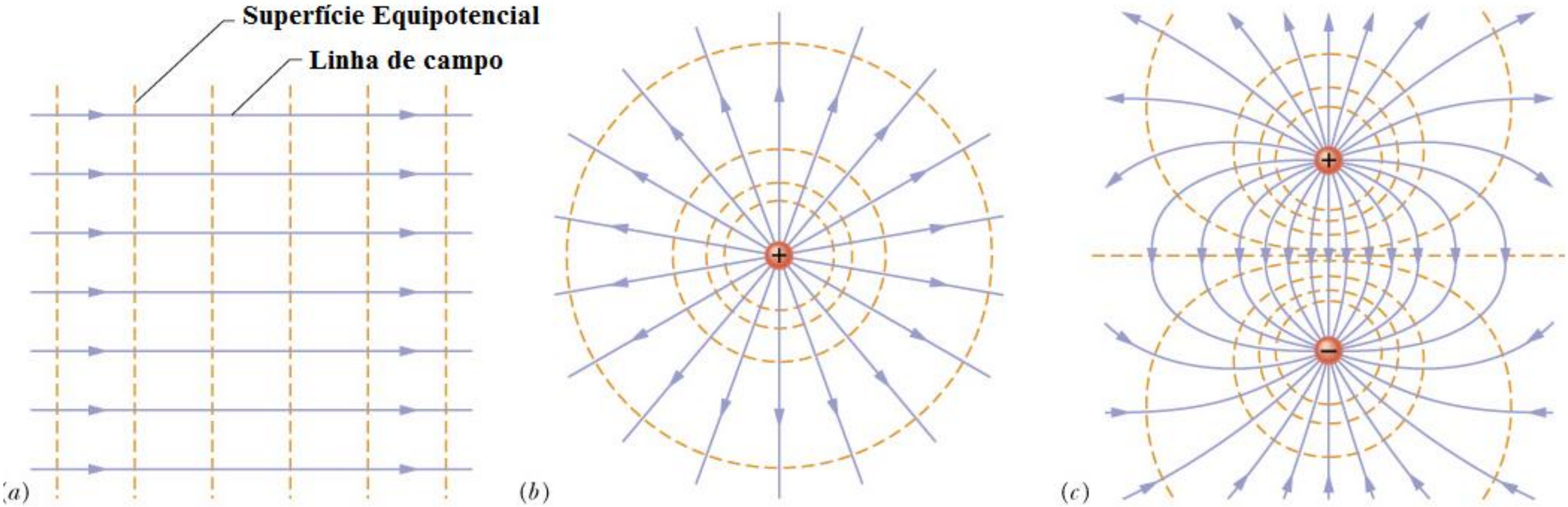
Trajetória II: $W_{\mathrm{II}} = 0$ porque $\Delta V = 0$

Trajetória III: $W_{\mathrm{III}} = q\,\Delta V = q\,(V_2 - V_1)$

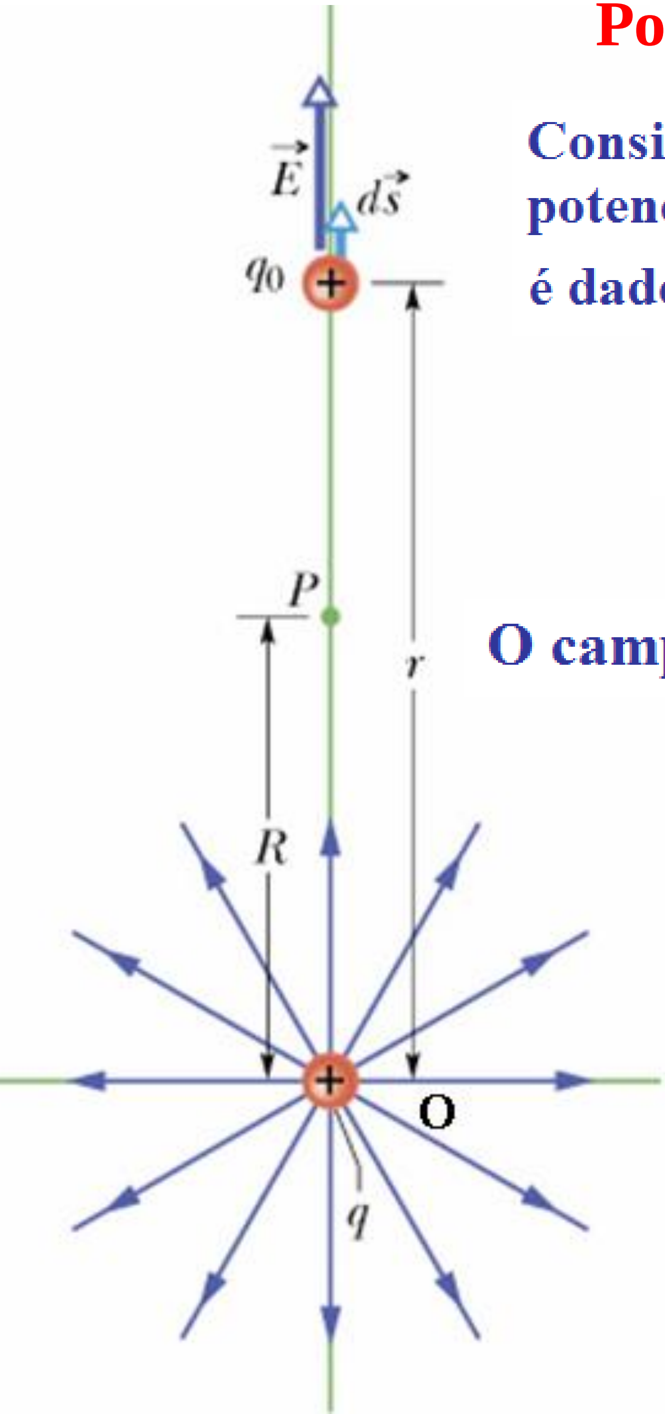
Trajetória IV: $W_{\mathrm{IV}} = q\,\Delta V = q\,(V_2 - V_1)$

Exemplos de superfícies equipotenciais e as linhas de campo elétrico correspondentes

Campo elétrico uniforme **Carga pontual** **Dipolo Elétrico**



Potencial produzido por uma carga pontual



Considere uma carga pontual q colocada na origem. O potencial V_P no ponto P a uma distância R da origem é dado por:

$$\boxed{V_f - V_i = -\int_i^f E\, ds \cos 0 = -\int_R^\infty E\, dr}$$

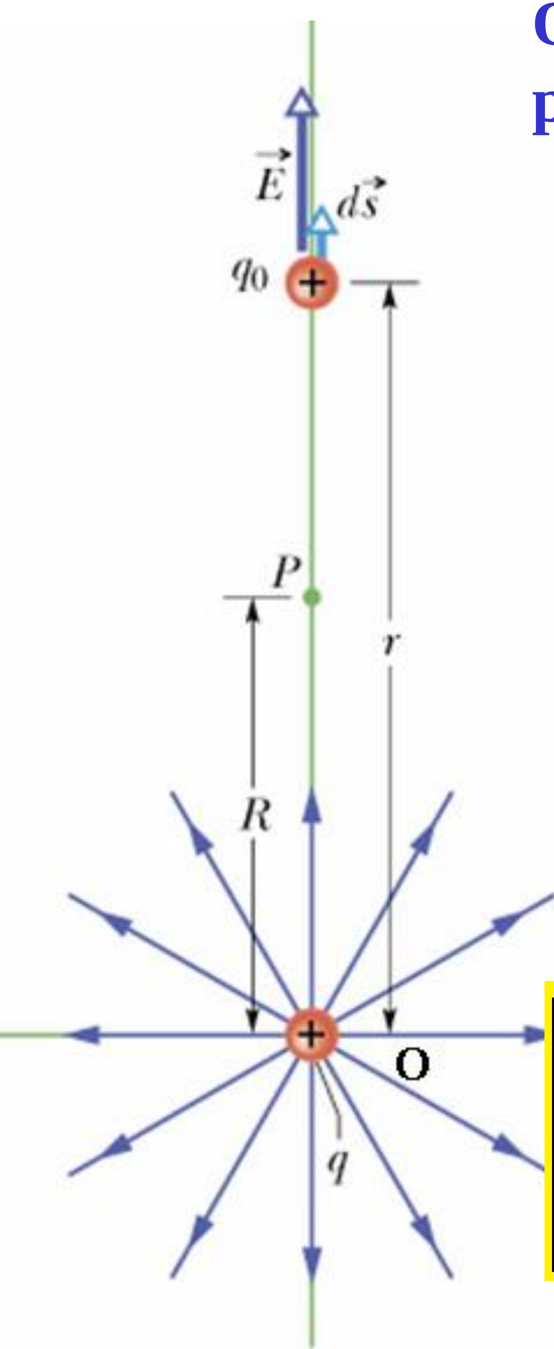
O campo elétrico gerado por q é dado por:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$$

Então: $V_\infty - V_R = -\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_o}\displaystyle\int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[-\frac{1}{r}\right]_R^\infty$

$$\boxed{V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{R}}$$

O potencial elétrico produzido a uma distância *r* pela partícula *q* é dado por:

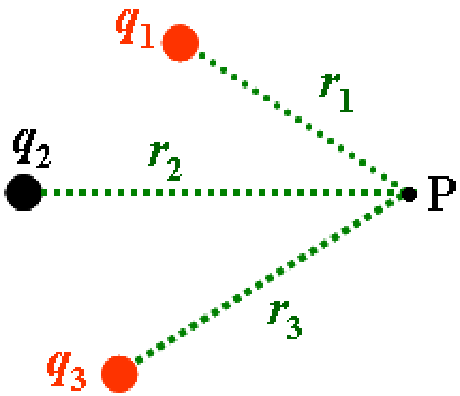


$$\boxed{V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}}$$

A carga pontual positiva *q* produz um campo elétrico *E* e um potencial elétrico *V* no ponto *P*. O potencial é obtido quando deslocamos a carga de prova q_0 do ponto *P* até o infinito.

Uma partícula carregada positivamente gera um potencial elétrico positivo, e uma partícula com carga negativa produz um potencial elétrico negativo.

Potencial produzido por um grupo de cargas pontuais



$$\boxed{V = V_1 + V_2 + V_3}$$

Considere o sistema de três cargas da figura ao lado.
O potencial elétrico *V* gerado pelo sistema no ponto P é calculado com o uso do *Princípio da Superposição:*

1. Determinamos os potenciais V_1, V_2 e V_3 gerados por cada carga no ponto P:

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r_1}, \quad V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{r_2}, \quad V_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_3}{r_3}$$

2. Somamos os três termos:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{r_2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_3}{r_3}$$

A equação acima pode ser generalizada para *n* cargas:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{r_2} + \ldots + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_n}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{1}^{n}\frac{q_i}{r_i}}$$

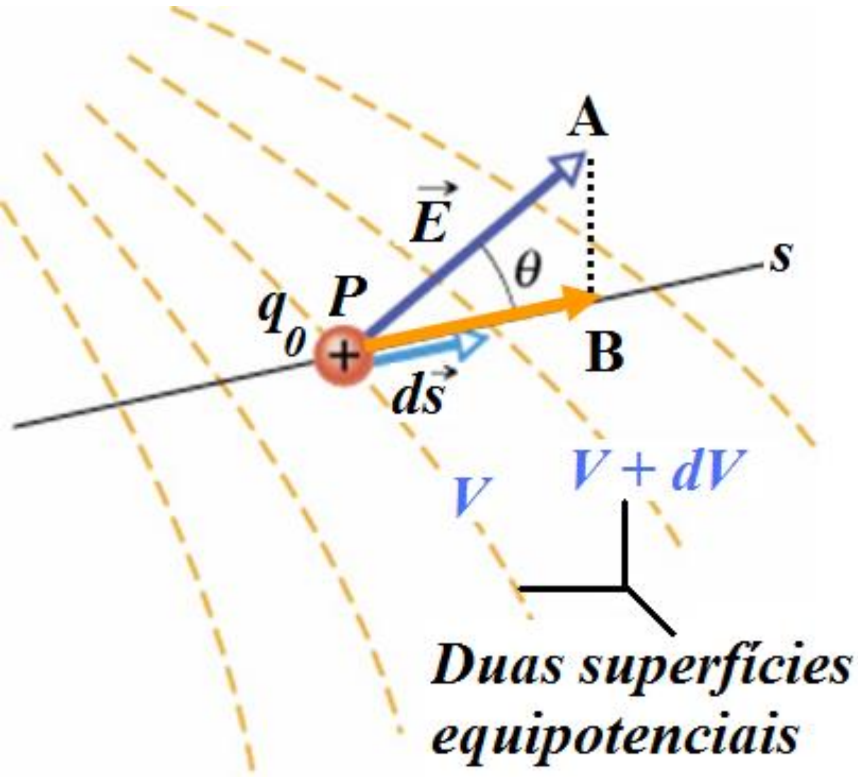
GRADIENTE DO POTENCIAL

O campo elétrico gerado em um ponto P por uma distribuição de carga pode ser determinado a partir do potencial gerado por esta distribuição.

Consideremos as duas equipotenciais *V* e *V+dV* na figura, separadas pela distância *ds*. A carga q_0 se movimenta no campo, que executa um trabalho *W* sobre a carga dado por:

$$W = -q_0\, dV \qquad \textbf{Eq.1}$$

Mas: $$W = F\, ds \cos\theta = E\, q_0\, ds \cos\theta \qquad \textbf{Eq.2}$$



Igualando as Eqs. 1 e 2:

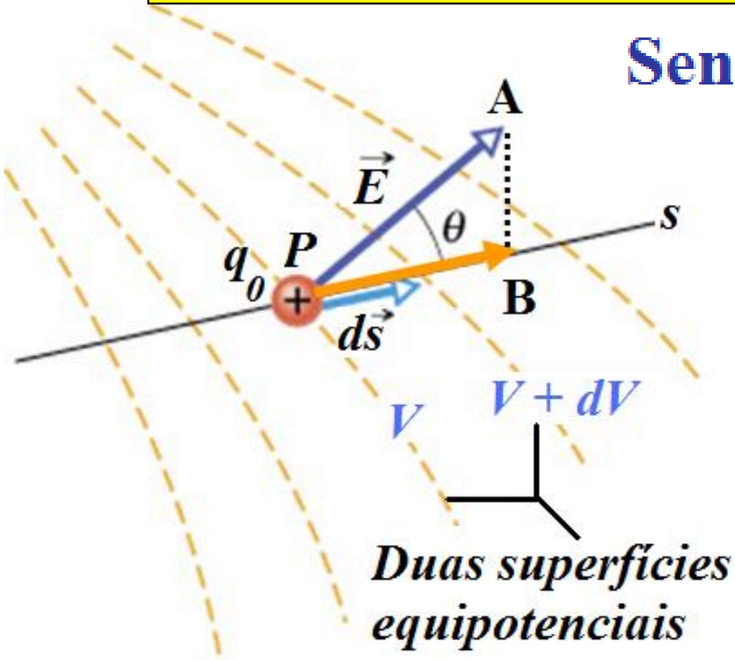
$$E\, q_0\, ds \cos\theta = -q_0\, dV$$

$$E \cos\theta = -\frac{dV}{ds}$$

Sendo $E\cos\theta$ a componente do campo na direção de *ds*:

$$\boxed{E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}}$$

A componente do campo elétrico em qualquer direção é igual ao negativo da taxa com a qual o potencial elétrico varia com a distância nesta direção.



Sendo *s* definido pelas direções x, y e z:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

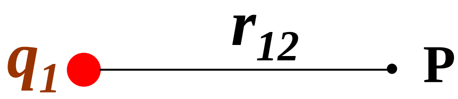
Se conhecemos a função *V(x,y,z)* determinamos as componentes do vetor campo elétrico:

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}$$

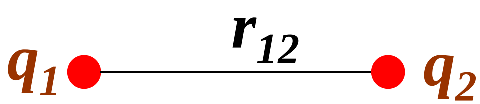
Energia potencial elétrica de um sistema de cargas pontuais

Na figura a seguir, a carga q_1 fixa no espaço gera o potencial V_1 no ponto P:



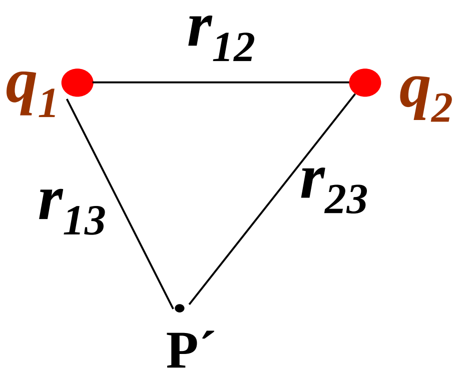
$$V_1 = k\, q_1/r_{12}$$

Uma carga q_2 é trazida, por um agente externo, do infinito até o ponto P, adquirindo uma energia potencial dada por W_2 onde:



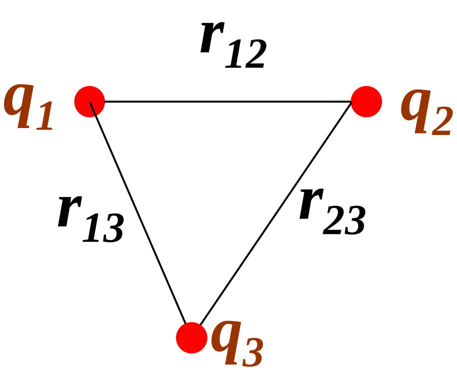
$$W_2 = q_2 V_1 = k\, q_1 q_2/r_{12}$$

O sistema de duas cargas produz, no ponto P´, o potencial V_{12} dado por:



$$V_{12} = k\, q_1/r_{13} + k\, q_2/r_{23}$$

Uma carga q_3 é trazida, por um agente externo, do infinito até o ponto P´, adquirindo uma energia potencial dada por W_3, onde:



$$W_3 = q_3\, V_{12} = k\, q_1 q_3/r_{13} + k\, q_2 q_3/r_{23}$$

Então a energia total armazenada no sistema será:

$$\boxed{U = W = k\, q_1 q_2/r_{12} + k\, q_1 q_3/r_{13} + k\, q_2 q_3/r_{23}}$$