UERJ – Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática Aplicada
Disciplina: Otimização Combinatória
Professor: Marcos Roboredo

2015 – 2
Lista de exercícios nº 1(GABARITO)

1)

a) $x_2 - x_1 \geq 1$

b) $x_1 + 2x_2 \leq 6$ e $x_1 + 2x_2 \geq 3$

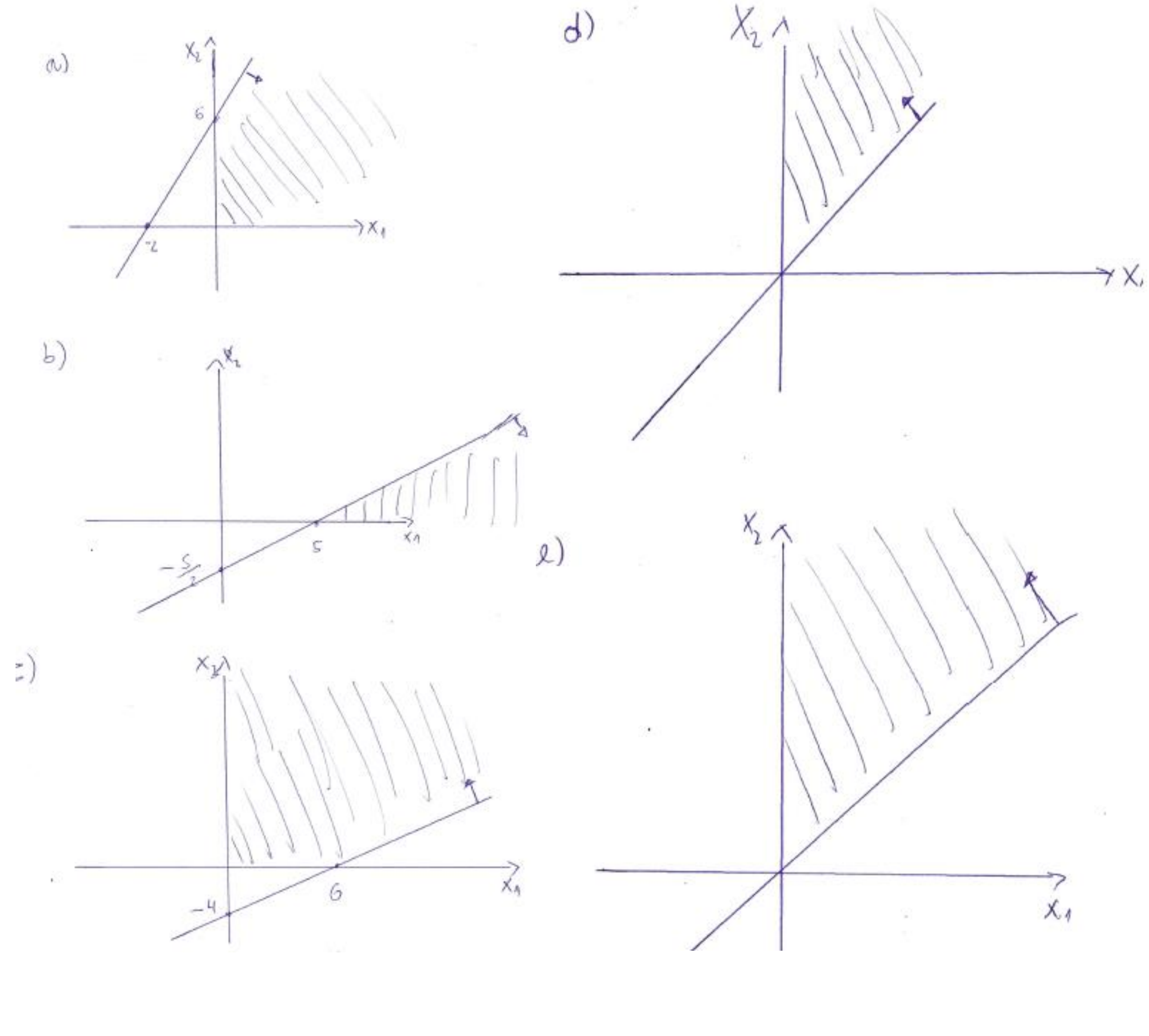
c) $x_2 - x_1 \geq 0$

d) $x_1 + x_2 \geq 3$

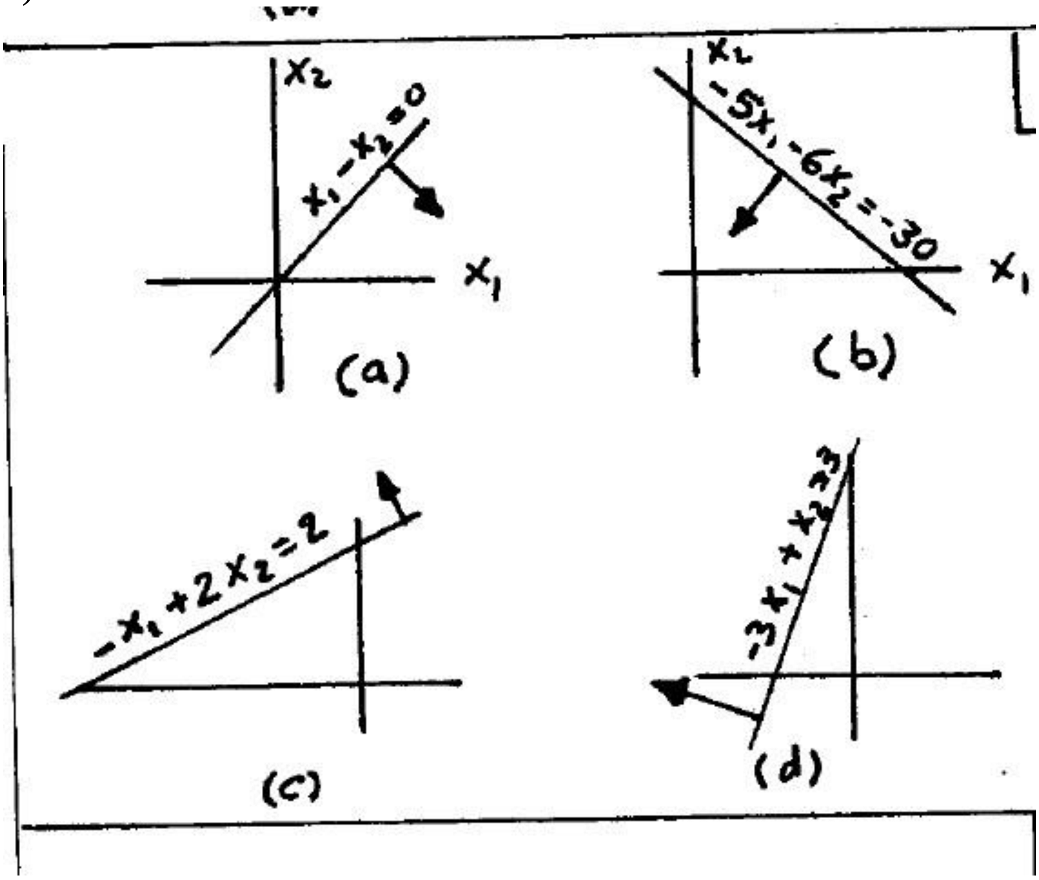
2) $x_1 = 3$ e $x_2 = 1{,}5$

3) M_1: 4 ton/dia e M_2: 0 ton/dia

4)



5)



6)

Variáveis:

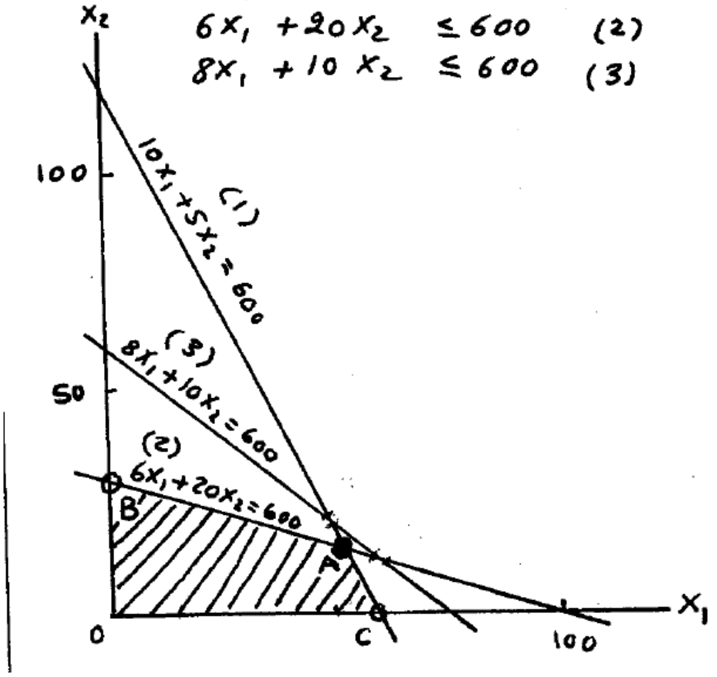
x_1 → quantidade produzida diariamente do produto 1.
x_2 → quantidade produzida diariamente do produto 2.

Modelo e gráfico:

Maximize $z = 2x_1 + 3x_2$

s.t.

$$10x_1 + 5x_2 \le 600 \quad (1)$$
$$6x_1 + 20x_2 \le 600 \quad (2)$$
$$8x_1 + 10x_2 \le 600 \quad (3)$$



Solução ótima:

$x_1 = 52{,}94$, $x_2 = 14{,}12$ e $z = 148{,}24$

7)

Variáveis:

x_1 → número de unidades de A.

x_2 → número de unidades de B.

Modelo e gráfico:

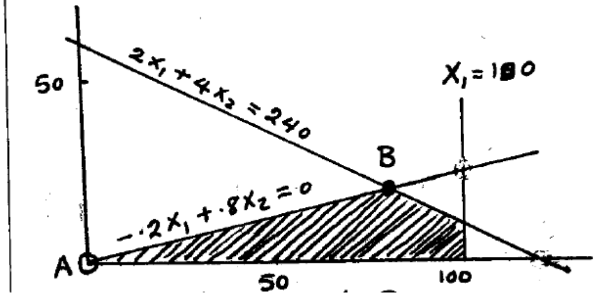
Maximize $z = 20x_1 + 50x_2$

$$\frac{x_1}{x_1 + x_2} \ge .8 \quad \text{or} \quad -.2x_1 + .8x_2 \le 0$$

$$x_1 \le 100$$

$$2x_1 + 4x_2 \le 240$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$



Solução ótima:

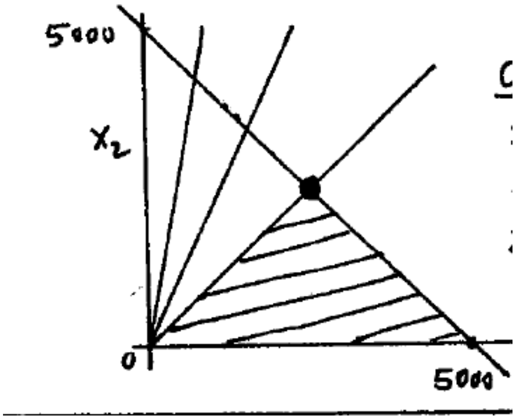
$x_1 = 80$, $x_2 = 20$ e $z = 2600$

8) Variáveis:

x_1 → Capital Investido em A.
x_2 → Capital Investido em B.

Modelo e gráfico:

Max $z = 0{,}05x_1 + 0{,}08x_2$
S.a.
$x_1 \geq 0{,}25(x_1 + x_2)$
$x_2 \leq 0{,}5(x_1 + x_2)$
$x_1 \geq 0{,}5x_2$
$x_1 + x_2 \leq 5000$
$x_1, x_2 \geq 0$



Solução ótima:

$x_1 = 2500$, $x_2 = 2500$ e $z = 325$

9) Variáveis:

x_1 → quantidade produzida diariamente do chapéu 1.
x_2 → quantidade produzida diariamente do chapéu 2.

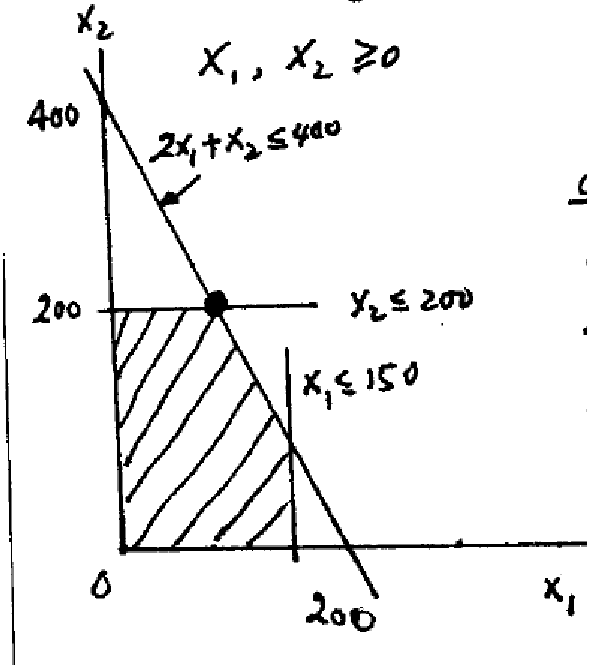
Maximize $Z = 8X_1 + 5X_2$

s.t. $2X_1 + X_2 \leq 400$

$X_1 \leq 150$

$X_2 \leq 200$

$X_1, X_2 \geq 0$



Solução ótima

$x_1 = 100$, $x_2 = 200$ e $z = 1800$

10) Variáveis:

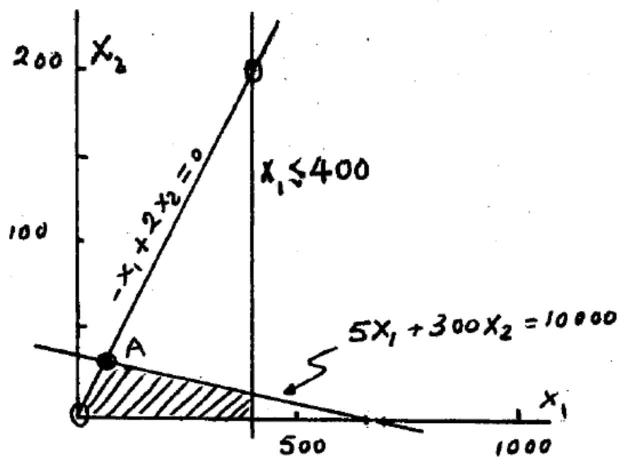
x_1 → minutos no rádio.
x_2 → minutos na TV.

Maximize $z = x_1 + 25x_2$

s.t. $15x_1 + 300x_2 \leq 10{,}000$

$\frac{x_1}{x_2} \geq 2$ or $-x_1 + 2x_2 \leq 0$

$x_1 \leq 400$, $x_1, x_2 \geq 0$



Solução ótima:

$x_1 = 60{,}61$, $x_2 = 30{,}3$ e $z = 818{,}18$

11) a) Variáveis:

$x_i \rightarrow$ proporção executada do projeto i

Modelo:

Max $z = 32{,}4x_1 + 35{,}8x_2 + 17{,}75x_3 + 14{,}8x_4 + 18{,}2x_5 + 12{,}35x_6$

s.a. $10{,}5x_1 + 8{,}3x_2 + 10{,}2x_3 + 7{,}2x_4 + 12{,}3x_5 + 9{,}2x_6 \leq 60$
$14{,}4x_1 + 12{,}6x_2 + 14{,}2x_3 + 10{,}5x_4 + 10{,}1x_5 + 7{,}8x_6 \leq 70$
$2{,}2x_1 + 9{,}5x_2 + 5{,}6x_3 + 7{,}5x_4 + 8{,}3x_5 + 6{,}9x_6 \leq 35$
$2{,}4x_1 + 3{,}1x_2 + 4{,}2x_3 + 5{,}0x_4 + 6{,}3x_5 + 5{,}1x_6 \leq 20$
$x_i \geq 0, i = 1,2,\ldots,6$
$x_i \leq 1, i = 1,2,\ldots,6$

Solução ótima: $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$; $x_5 = 0{,}84$; $x_6 = 0$; $z = 116{,}06$

b) Nova restrição: $x_2 \leq x_6$

Nova solução ótima: $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_6 = 1$; $x_5 = 0{,}03$; $z = 113{,}68$

c) Seja s_i o quanto de recurso não foi utilizado no ano i e poderá ser utilizado no ano seguinte. O novo modelo é:

Max $z = 32{,}4x_1 + 35{,}8x_2 + 17{,}75x_3 + 14{,}8x_4 + 18{,}2x_5 + 12{,}35x_6$

s.a. $10{,}5x_1 + 8{,}3x_2 + 10{,}2x_3 + 7{,}2x_4 + 12{,}3x_5 + 9{,}2x_6 + s_1 \leq 60$
$14{,}4x_1 + 12{,}6x_2 + 14{,}2x_3 + 10{,}5x_4 + 10{,}1x_5 + 7{,}8x_6 + s_2 - s_1 \leq 70$
$2{,}2x_1 + 9{,}5x_2 + 5{,}6x_3 + 7{,}5x_4 + 8{,}3x_5 + 6{,}9x_6 + s_3 - s_2 \leq 35$
$2{,}4x_1 + 3{,}1x_2 + 4{,}2x_3 + 5{,}0x_4 + 6{,}3x_5 + 5{,}1x_6 + s_3 \leq 20$
$x_i \geq 0, i = 1,2,\ldots,6$
$x_i \leq 1, i = 1,2,\ldots,6$

Nova solução ótima: $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 1$; $x_6 = 0{,}71$;$s_1 = 4{,}96$; $s_2 = 7{,}62$; $s_3 = 4{,}62$ $z = 113{,}68$

12) Variáveis:

$x_i \rightarrow$ Dólares alocados na escolha i

Max $z = mínimo\{-3x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 15x_4, 5x_1 - 3x_2 + 9x_3 + 4x_4,\ 3x_1 - 9x_2 - 10x_3 - 8x_4\}$

S.a $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500$
$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

O problema pode ser convertido para programação linear criando uma variável auxiliar y:

Max $z = y$

$y \leq -3x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 15x_4$
$y \leq 5x_1 - 3x_2 + 9x_3 + 4x_4$
$y \leq 3x_1 - 9x_2 - 10x_3 - 8x_4$
$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500$
$x_1, x_2, x_3, x_4, y \geq 0$

13) x_i → número de unidades produzidas no mês i
I_i → número de unidades deixadas em estoque no final do mês i

Min $z = 50x_1 + 45x_2 + 55x_3 + 48x_4 + 52x_5 + 50x_6 + 8I_1 + 8I_2 + 8I_3 + 8I_4 + 8I_5 + +8I_6$

s.a $x_1 - I_1 = 100$
$I_1 + x_2 - I_2 = 250$
$I_2 + x_3 - I_3 = 190$
$I_3 + x_4 - I_4 = 140$
$I_4 + x_5 - I_5 = 220$
$I_5 + x_6 - I_6 = 110$
$x_1, I_i \geq 0, i = 1,2, \dots ,6$