UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

FLUIDOS

DFAT

FÍSICA TEÓRICA E EXPERIMENTAL II

Fluidos

- O QUE ENTENDE-SE POR FLUIDOS?
  - Substância que não resiste a força tangencial (tensão de cisalhamento).
    - Forma do recipiente que o contém.

Fluidos

- Fluido ideal
  - Não viscoso – desprezamos o atrito
  - Estacionário – a velocidade é a mesma
  - Incompressível – a densidade é a mesma
  - Irrotacional – não existe rotação (turbilhões)

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
UERJ

Grandezas fundamentais

- Densidade (d) e massa específica (μ)
- Pressão (p)
- Vazão (Q)

Densidade e massa específica

$$d = \frac{m}{V} \longleftrightarrow \mu = \frac{m}{V}$$

Unidade: $\frac{kg}{m^3}$

$$\frac{g}{cm^3} \longrightarrow \frac{10^{-3}kg}{10^{-6}m^3} \longrightarrow 10^3\,\frac{kg}{m^3}$$

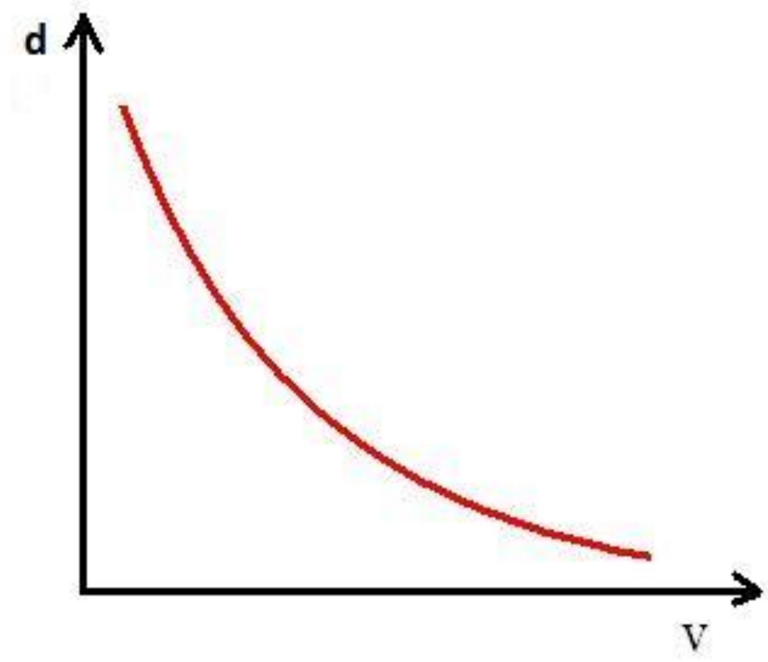
$$1\ g/cm^3 = 10^3 kg/m^3$$

Densidade e massa específica

- Relação gráfica (para uma massa constante)

$$d = \frac{m}{V}$$

$$\downarrow d = \frac{cte}{\uparrow V}$$



Densidade e massa específica

- Observação:

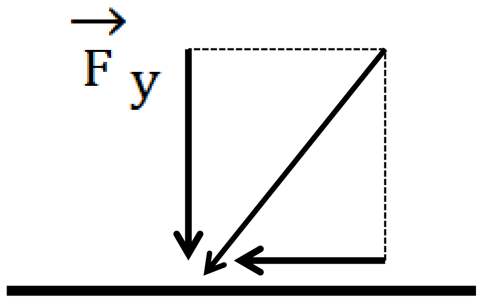
  "se o volume varia com a temperatura, a densidade também vai variar com a temperatura"

Pressão

- Pressão

$$p = \frac{|\vec{F}|}{A}$$

Unidade: $\frac{N}{m^2} = Pa \text{ (pascal)}$

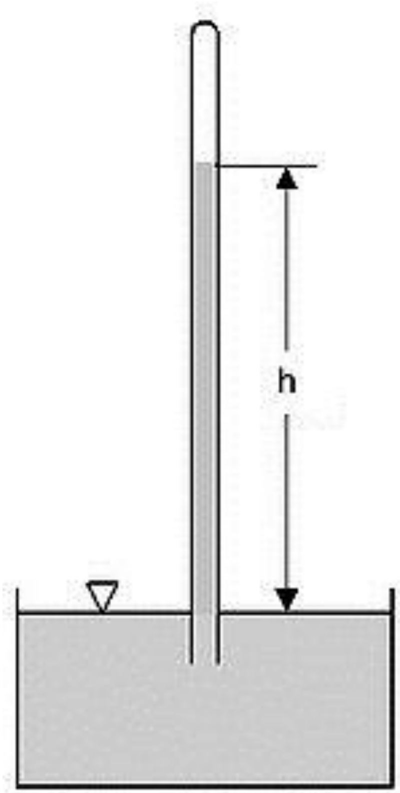


$$p = \frac{|\vec{F_y}|}{A}$$

Pressão

Pressão atmosférica

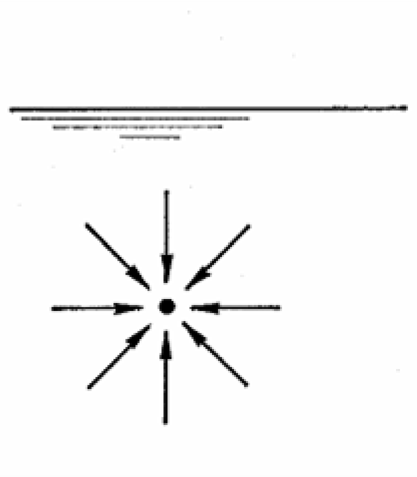
- Experimento de Torricelli

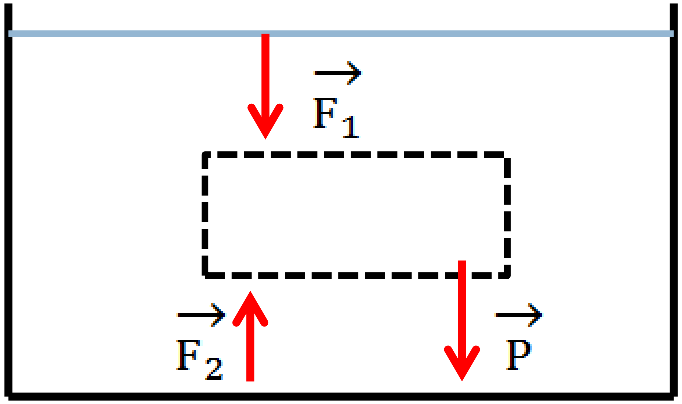


$$h = 76\text{cm Hg}$$

$$p_0 = 1\,\text{atm} = 10^5\text{Pa} = 76\text{cmHg}$$

Princípio de Stevin





$$mg + F_1 = F_2$$

$$mg = F_2 - F_1$$

$$\frac{mg}{A} = \frac{F_2}{A} - \frac{F_1}{A}$$

$$\frac{mg}{A} = p_2 - p_1$$

Princípio de Stevin

$m = \mu . V$

$$\frac{mg}{A} = p_2 - p_1$$

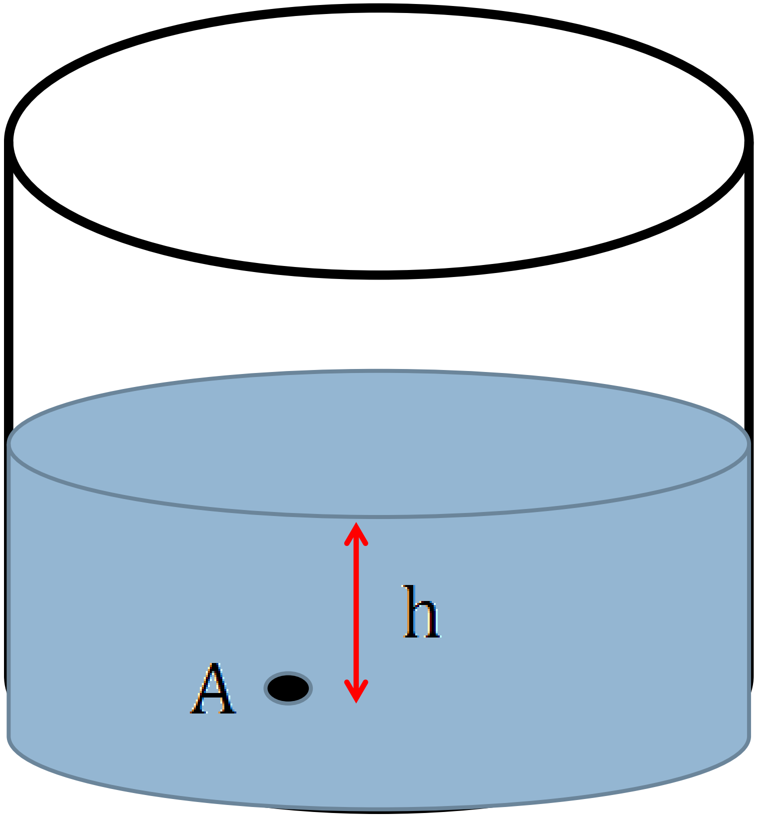
$$\frac{\mu . V . g}{A} = p_2 - p_1$$

$$\frac{\mu . \cancel{A} . \mathbf{h} . g}{\cancel{A}} = p_2 - p_1$$

$$\mu g h = p_2 - p_1$$

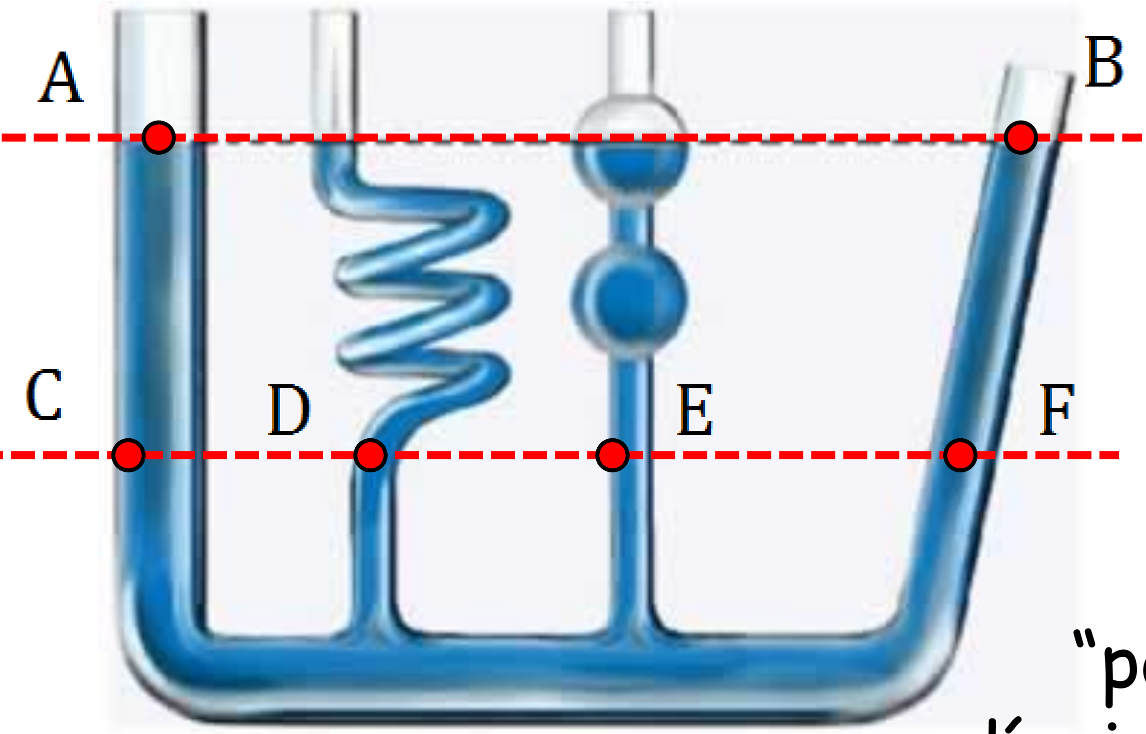
$$\boxed{p_2 = p_1 + \mu g h}$$

Princípio de Stevin



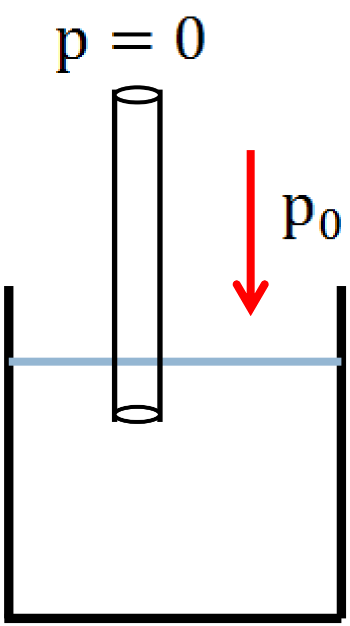
$$p = \mu g h$$

Princípio de Stevin



"pontos de um mesmo líquido, em um mesmo nível horizontal suportam a mesma pressão"

Observação - I



$$p = \mu g h$$

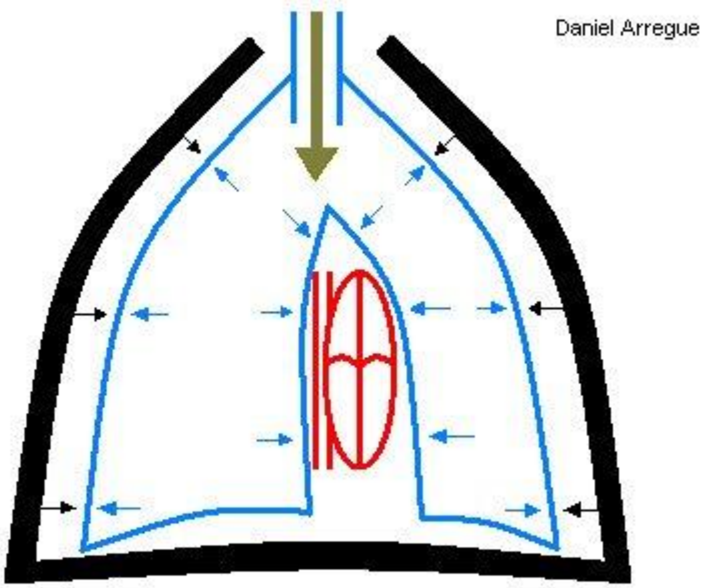
$$1.10^5 = 1.10^3.9{,}81.h$$

$$1.10^5 = 1.10^3.10.h$$

$$\boxed{h = \frac{10^5}{10^4} = 10\text{m}}$$

Observação II

Observação - II



$$p = \mu g h$$

$$p = 0{,}02 \text{ atm}$$

$$0{,}02.10^5 = 1.10^3.10.h$$

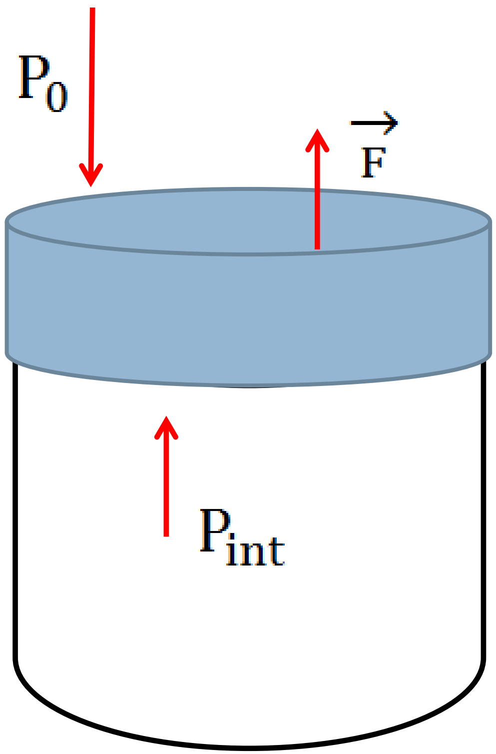
$$h = \frac{0{,}02.10^5}{10^4} = 0{,}02.10$$

$$\boxed{h = 0{,}2 \text{ m} = 20 \text{ cm}}$$

Exemplo

- Um recipiente hermético e parcialmente evacuado tem uma tampa com uma superfície de área igual a $77 cm^2$ e massa desprezível. Se a força necessária para remover a tampa é de 480N e a pressão atmosférica é $1,0 \times 10^5$ Pa, qual é a pressão do ar no interior do recipiente antes de ele ser aberto?

Exemplo



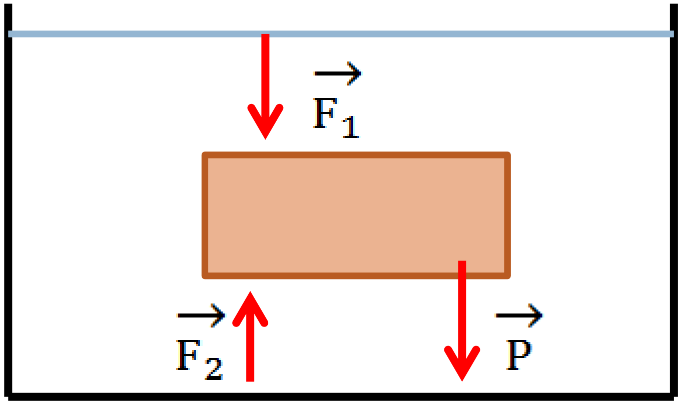
$$P_{int}.A + F = P_0.A$$

$$P_{int} = \frac{P_oA - F}{A} \rightarrow P_{int} = P_o - \frac{F}{A}$$

$$P_{int} = 1.10^5 - \frac{480}{77.10^{-4}}$$

$$\boxed{P_{int} = 3{,}8.10^4\ {}^{N}\!/_{m^2}}$$

Princípio de Arquimedes



$$F_2 - F_1 = \text{força}$$

$$F_2 - F_1 = E$$

$$p_2 . A - p_1 . A = E$$

$$(p_2 - p_1) . A = E$$

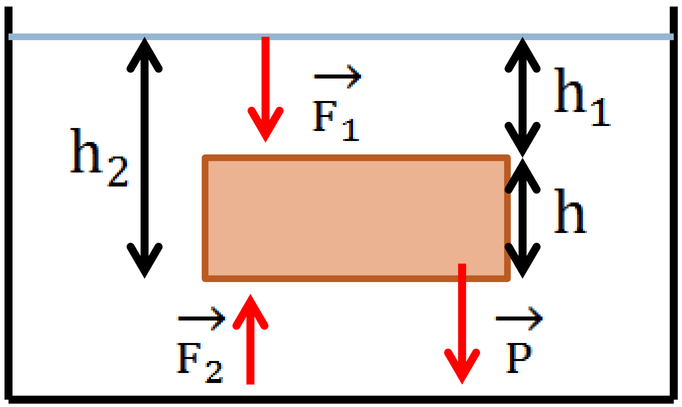
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
UERJ

Princípio de Arquimedes

$$(p_2 - p_1).A = E$$

$$(\mu.g.h_2 - \mu.g.h_1).A = E$$

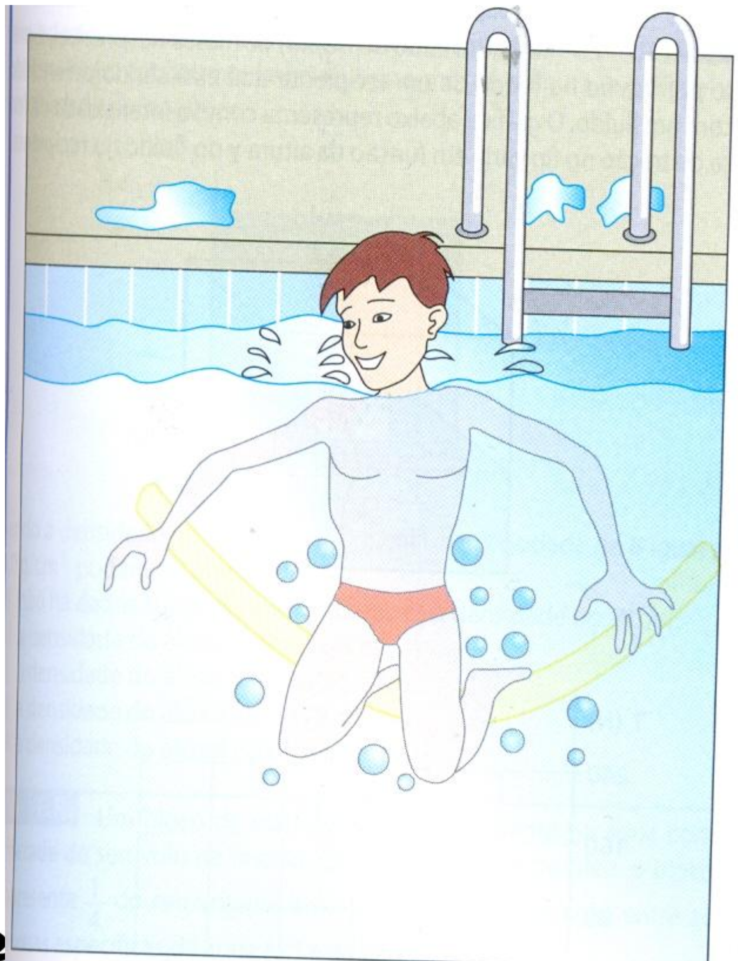
$$(h_2 - h_1)\mu.g.A = E$$

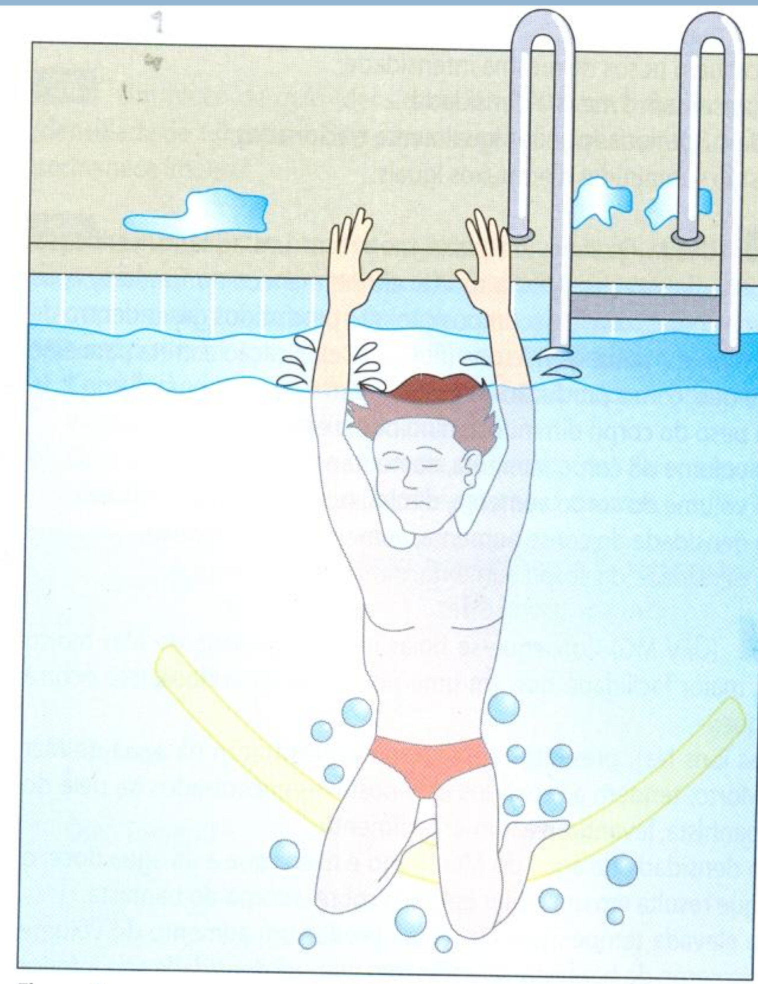


$$V = A.h$$

$$h.\mu.g.A = E$$

$$\boxed{E = \mu.g.V_{sub}}$$

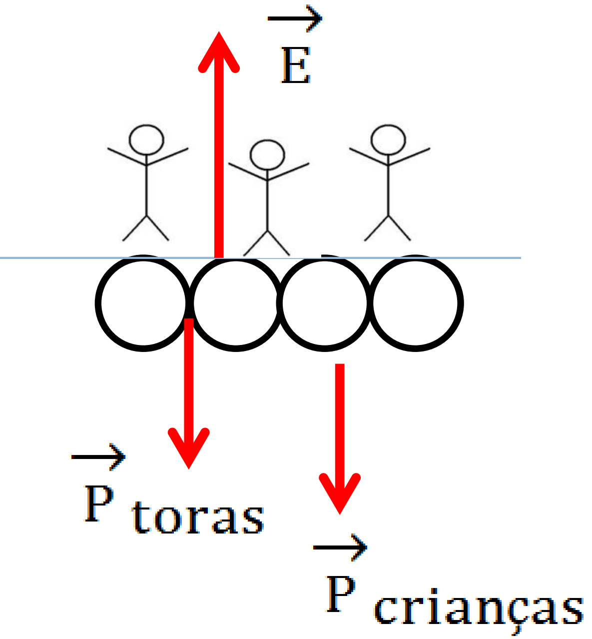




Exemplo

- Três crianças, cada uma pesando 356N, fazem uma jangada com toras de 0,30m de diâmetro e 1,80m de comprimento. Quantas toras são necessárias para mantê-las flutuando em água doce? Suponha que a densidade das toras é de $800 Kg/m^3$.

Exemplo



$$P_c + P_t = E \rightarrow 3.356 + \mathbf{n}.d.V.g = \mu g V_{sub}$$

$$V_{tora} = \pi r^2 L = 3{,}14 . 0{,}15^2 . 1{,}8$$

$$V_{tora} = \mathbf{0{,}127 m^3}$$

$$1068 + \mathbf{n}. 800.9{,}8.0{,}127 = 1000.9{,}8.0{,}127.\mathbf{n}$$

Exemplo

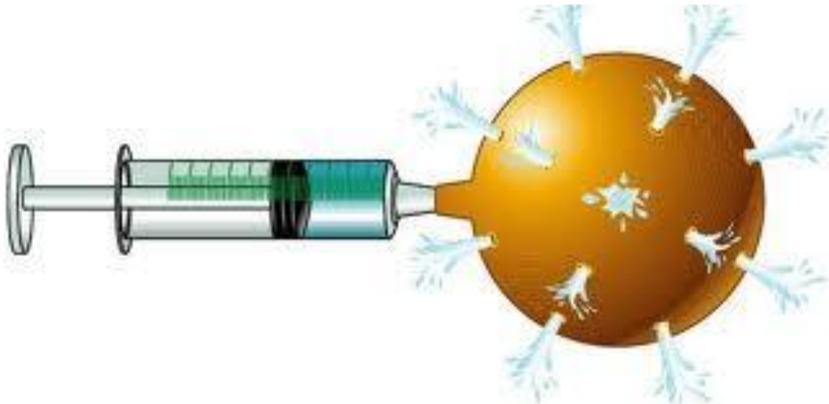
$$1068 + \mathbf{n}.800.9{,}8.0{,}127 = 1000.9{,}8.0{,}127.\mathbf{n}$$

$$1068 + \mathbf{n}.995{,}68 = 1244{,}6.\mathbf{n}$$

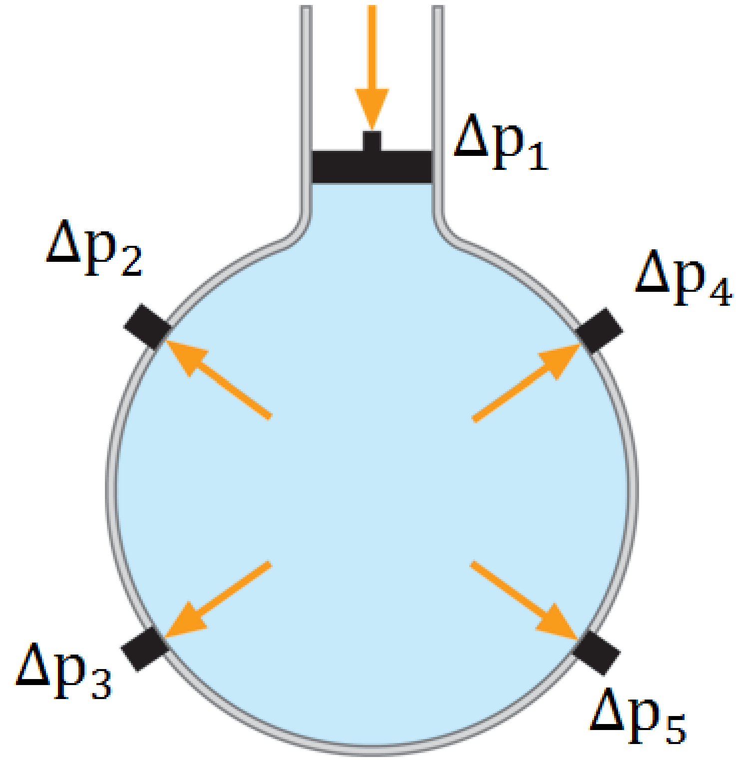
$$1068 = 248{,}92.\mathbf{n} \longrightarrow \mathbf{n} = 4{,}3$$

5 toras

Princípio de Pascal



$$\Delta p = \text{constante}$$

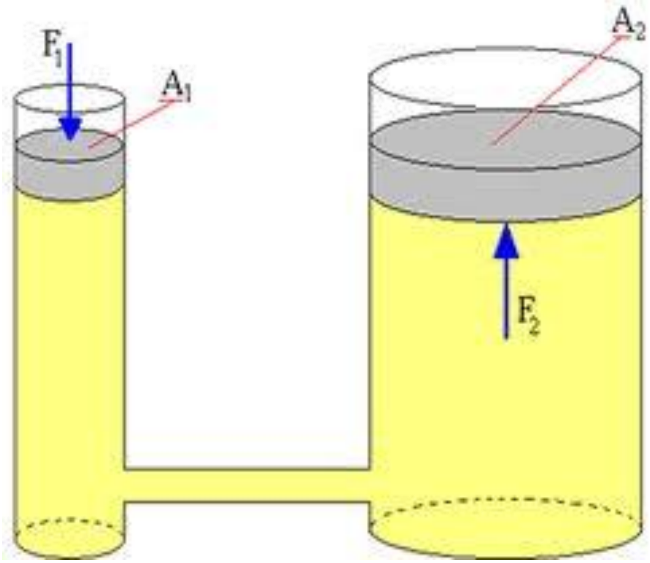


$$\Delta p_1 = \Delta p_2 = \Delta p_3 = \Delta p_4 = \Delta p_5$$

Princípio de Pasal

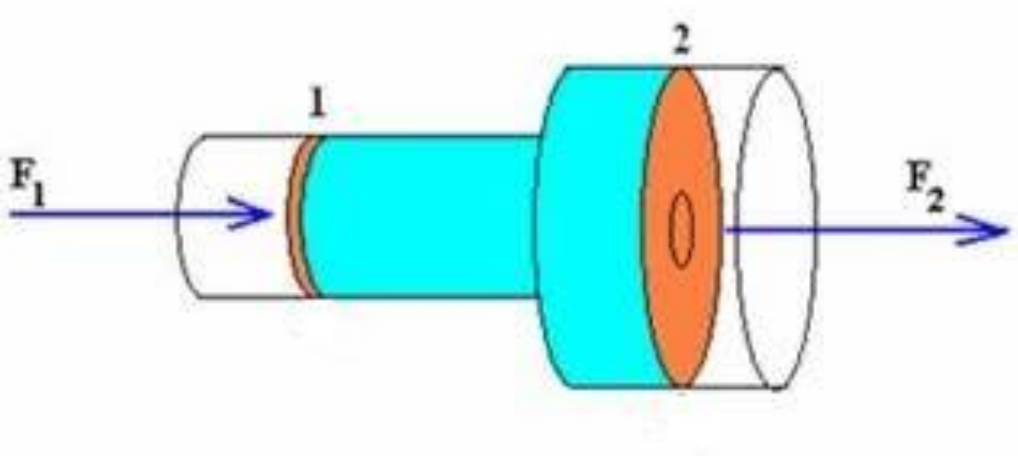
- Prensa hidráulica

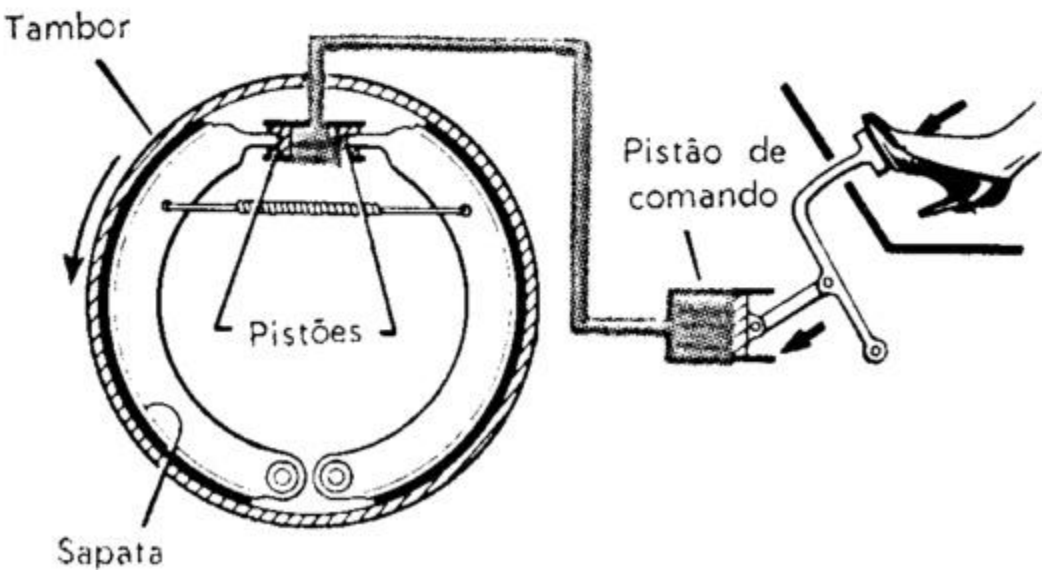
$$\Delta p_1 = \Delta p_2 \longrightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$



"quanto maior a área maior será a força transferida"

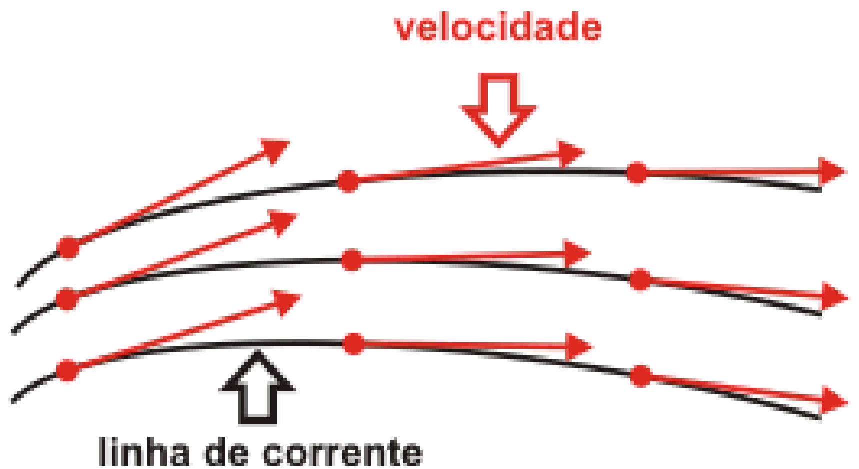
Princípio de Pascal

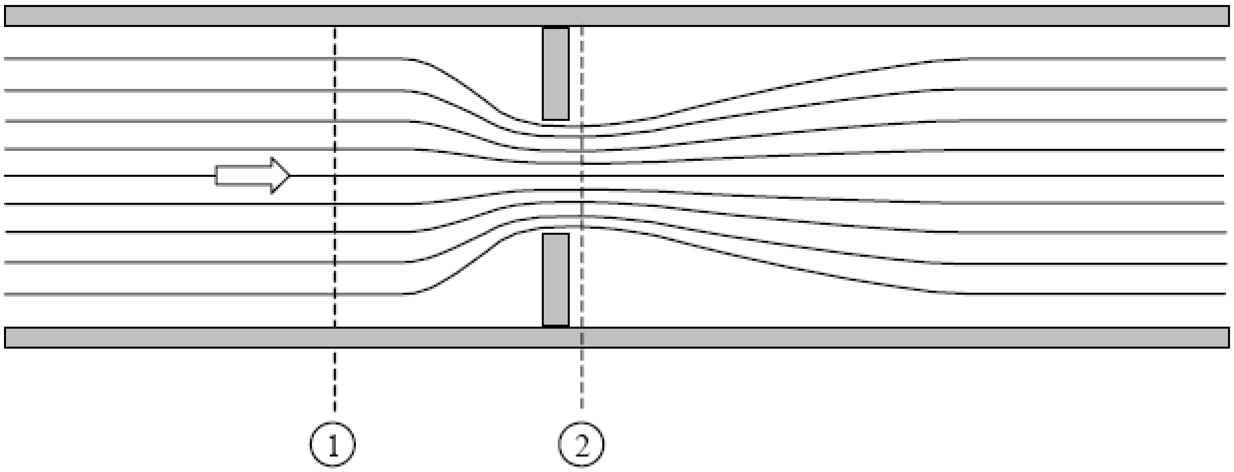




Princípio de Pascal

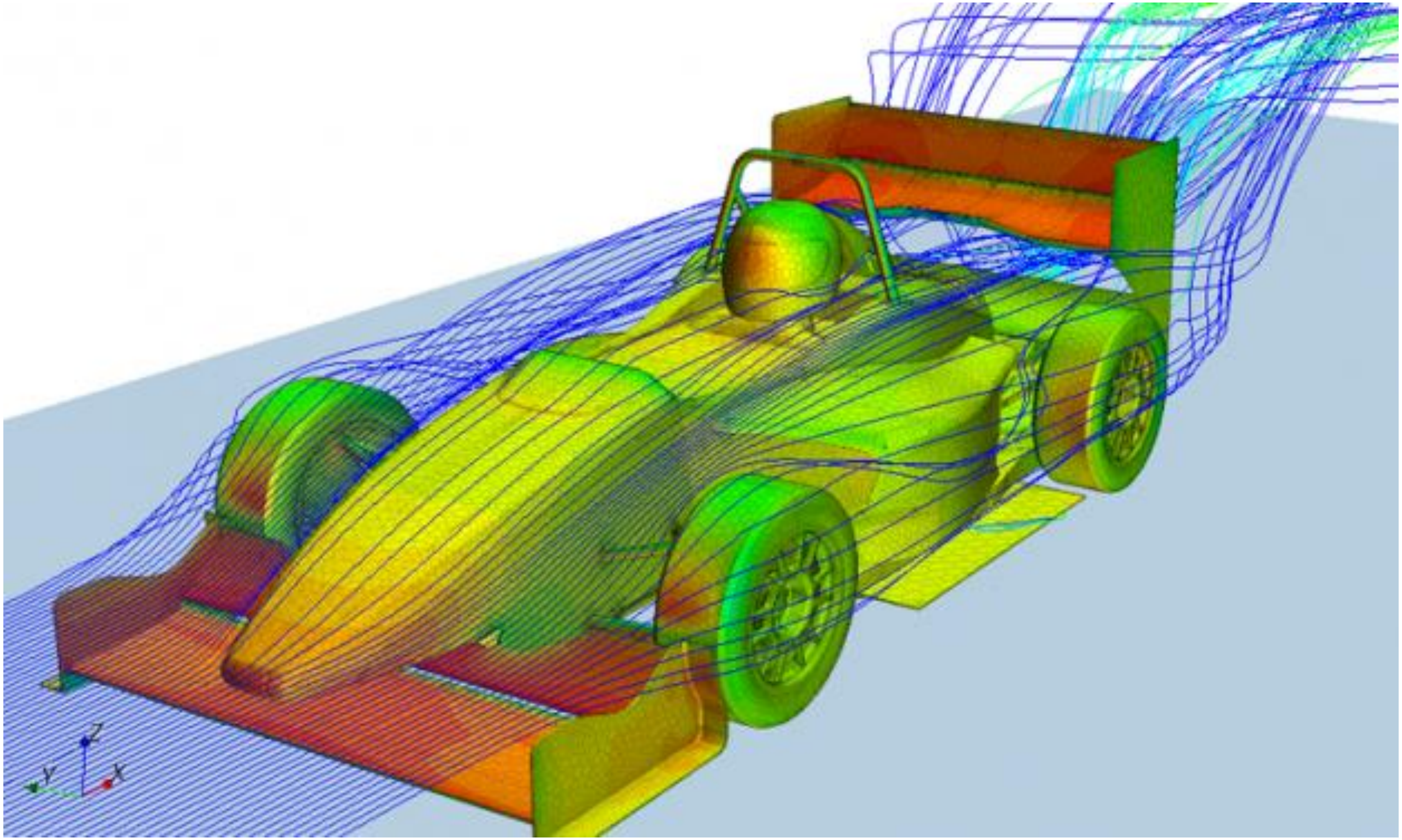
Linhas de corrente



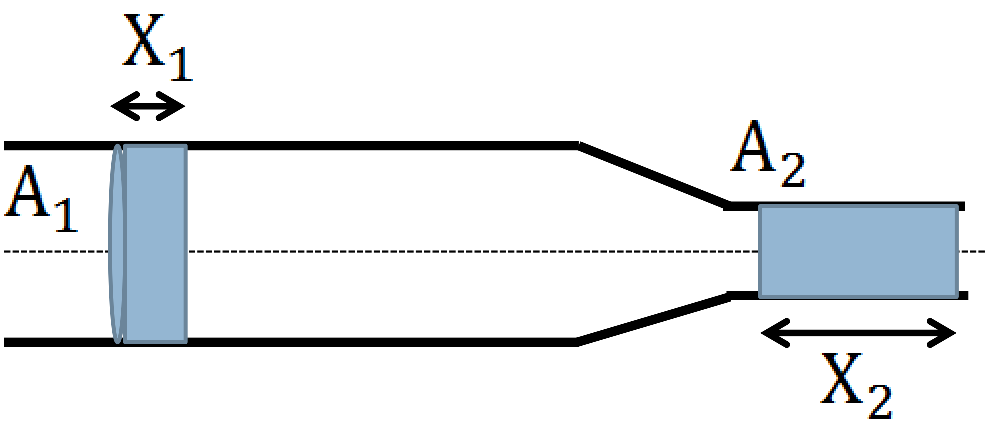


UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
UERJ

Linha de corrente



Vazão

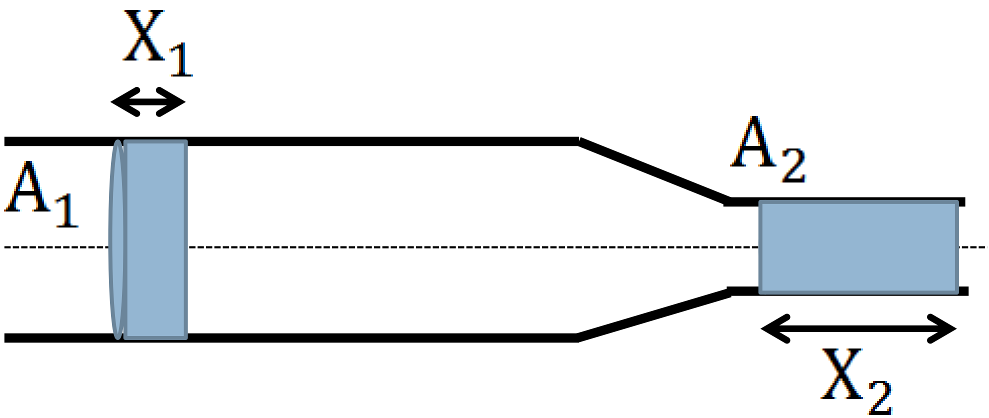


$$V = A.X$$

$$Q = \frac{V}{\Delta t}$$

$$Q = \frac{A.X}{\Delta t} \longrightarrow \boxed{Q = A.v}$$

Equação da continuidade

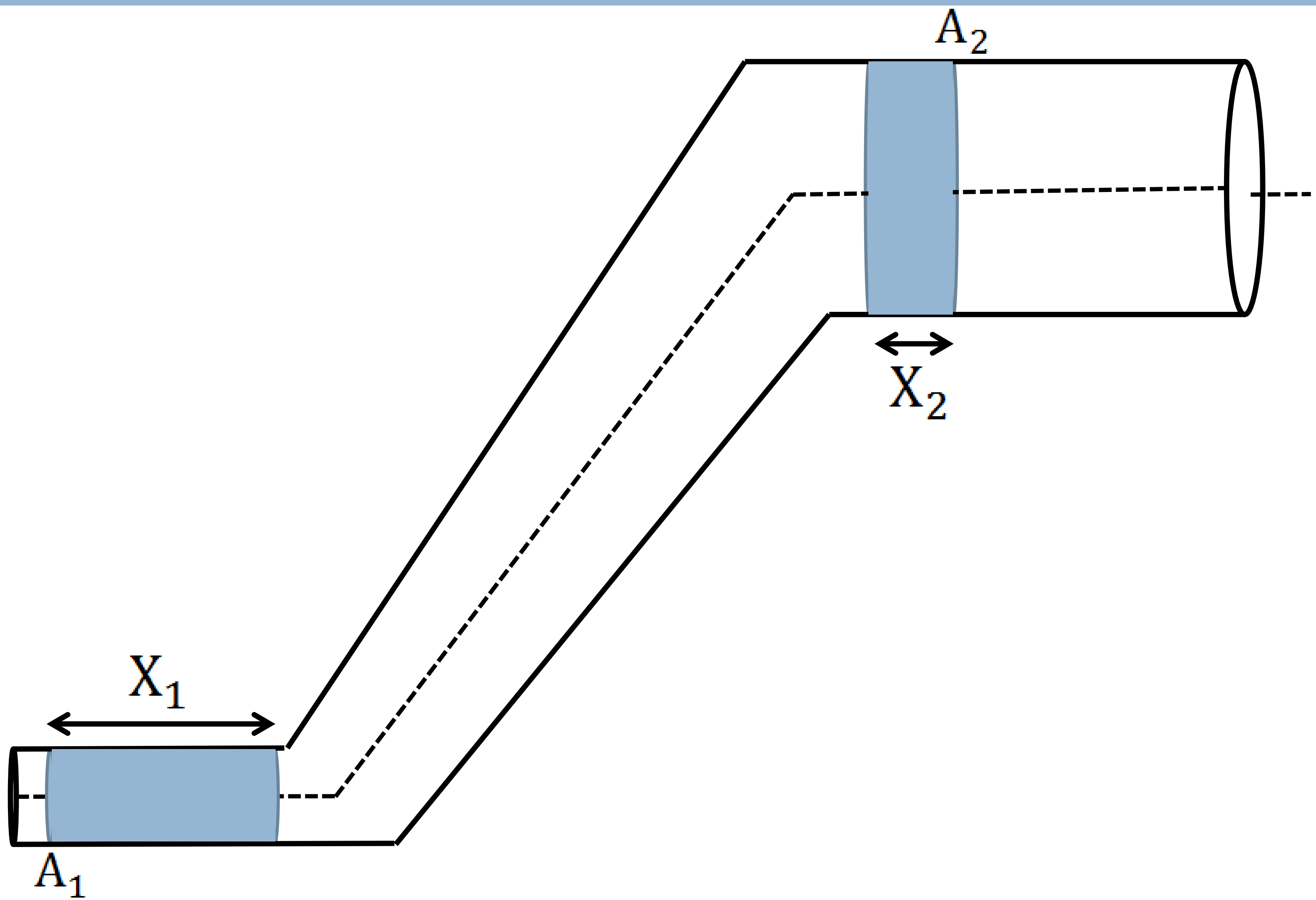


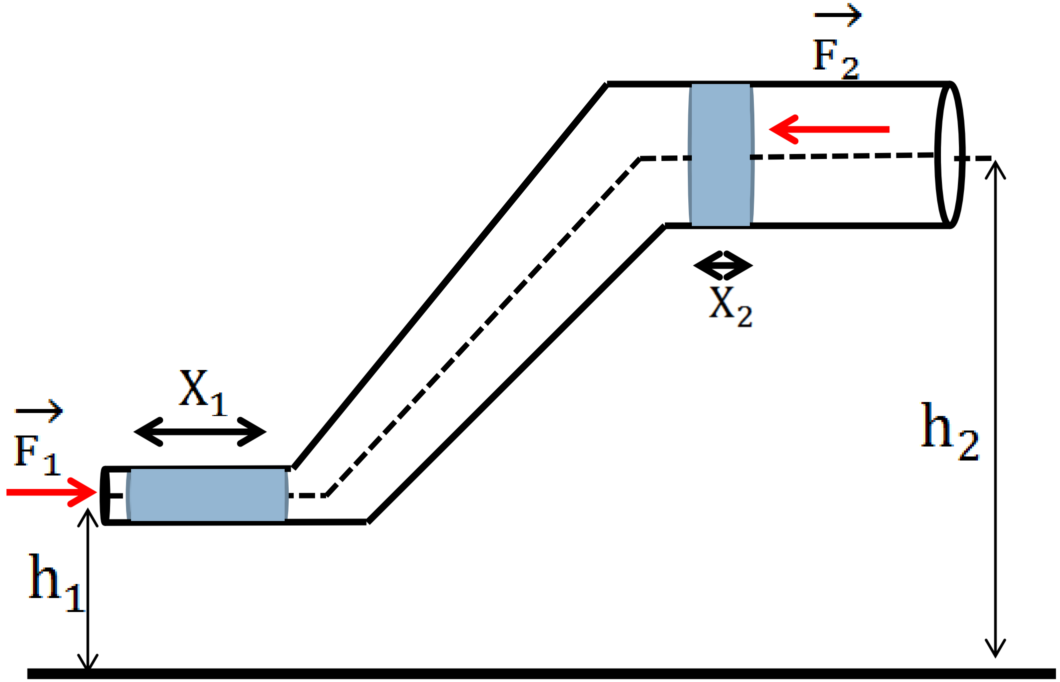
$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 . v_1 = A_2 . v_2 \longrightarrow \boxed{A . v = \text{cte}}$$

Equação da continuidade

Equação de Bernoulli





$$\Delta W_{resultante} = \Delta E_c$$

$$W_r = W_{F_1} - W_{F_2} - W_{Peso}$$

$$F_1 x_1 - F_2 x_2 - mg(h_2 - h_1) = \frac{m}{2}({v_2}^2 - {v_1}^2)$$

$$A_1 x_1 = V$$

$$m = \mu V$$

$$p_1 A_1 x_1 - p_2 A_2 x_2 - mg(h_2 - h_1) = \frac{m}{2}({v_2}^2 - {v_1}^2)$$

$$p_1\cancel{V} - p_2\cancel{V} - \mu\cancel{V}g(h_2 - h_1) = \frac{\mu\cancel{V}}{2}(v_2{}^2 - v_1{}^2)$$

$$p_1 - p_2 - \mu g(h_2 - h_1) = \frac{\mu}{2}(v_2{}^2 - v_1{}^2)$$

$$p_1 - p_2 - \mu g h_2 + \mu g h_1 = \frac{\mu}{2}v_2{}^2 - \frac{\mu}{2}v_1{}^2$$

$$p_1 + \frac{\mu}{2}v_1{}^2 + \mu g h_1 = p_2 + \frac{\mu}{2}v_2{}^2 + \mu g h_2$$

Equação de Bernoulli

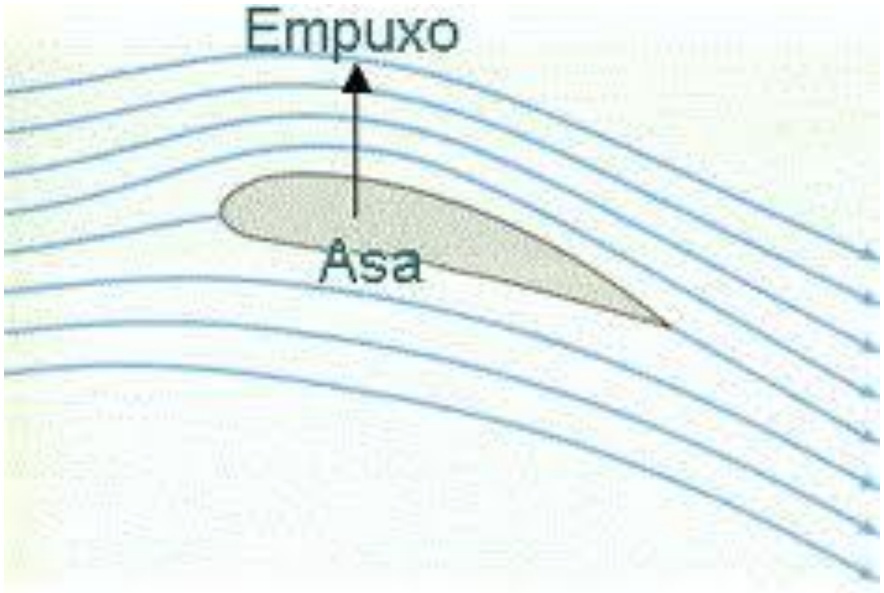
$$p_1 + \frac{\mu}{2} v_1^{\,2} + \mu g h_1 = p_2 + \frac{\mu}{2} v_2^{\,2} + \mu g h_2$$

- Imaginemos um fluxo no mesmo nível

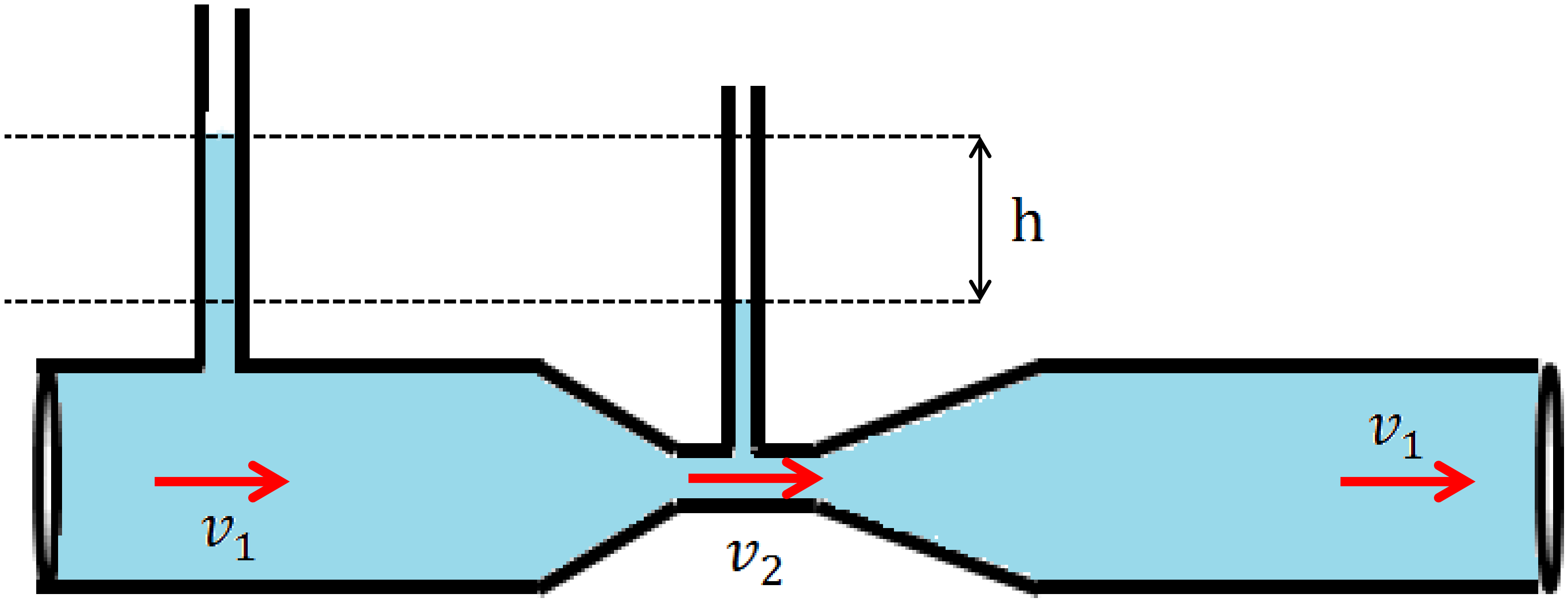
$$p_1 + \frac{\mu}{2} v_1^{\,2} = p_2 + \frac{\mu}{2} v_2^{\,2}$$

"quanto maior a velocidade, menor será a pressão"

Equação de Bernoulli



Tubo de Venturi



$$p_1 + \frac{\mu}{2} v_1^2 + \mu \cancel{g} h_1 = p_2 + \frac{\mu}{2} v_2^2 + \mu \cancel{g} h_2$$

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO UERJ

Tubo de Venturi

$$p_1 + \frac{\mu}{2}v_1^2 = p_2 + \frac{\mu}{2}v_2^2$$

$$\frac{\mu}{2}v_1^2 - \frac{\mu}{2}v_2^2 = p_2 - p_1$$

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2}$$

$$\frac{\mu}{2}(v_1^2 - v_2^2) = \Delta p$$

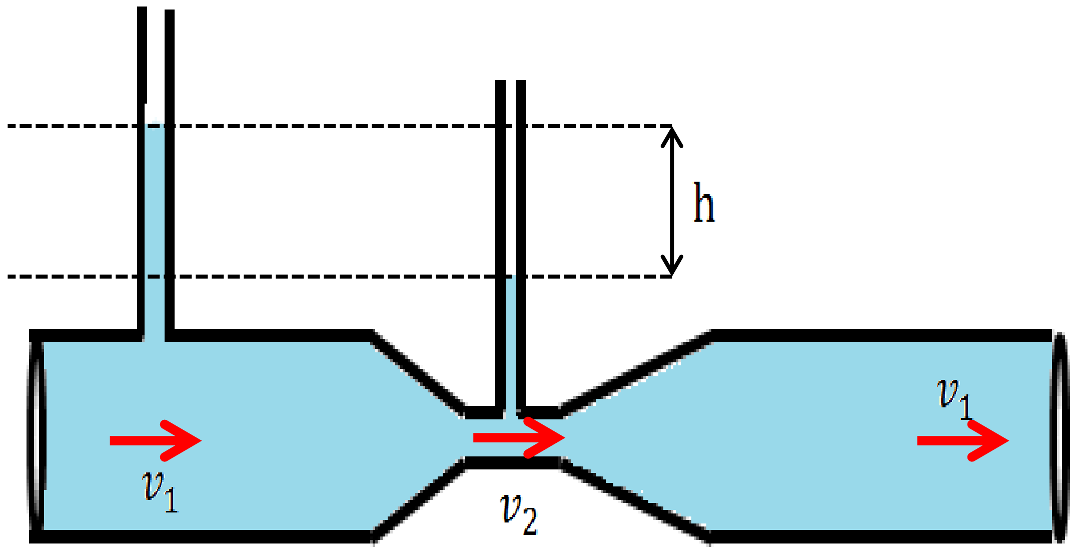
$$\left(v_1^2 - \left(\frac{v_1^2 . A_1^2}{A_2^2}\right)\right) = \frac{2\Delta p}{\mu}$$

$$v_1^2\left(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2}\right) = \frac{2\Delta p}{\mu}$$

$$v_1^2\left(\frac{A_2^2 - A_1^2}{A_2^2}\right) = \frac{2\Delta p}{\mu}$$

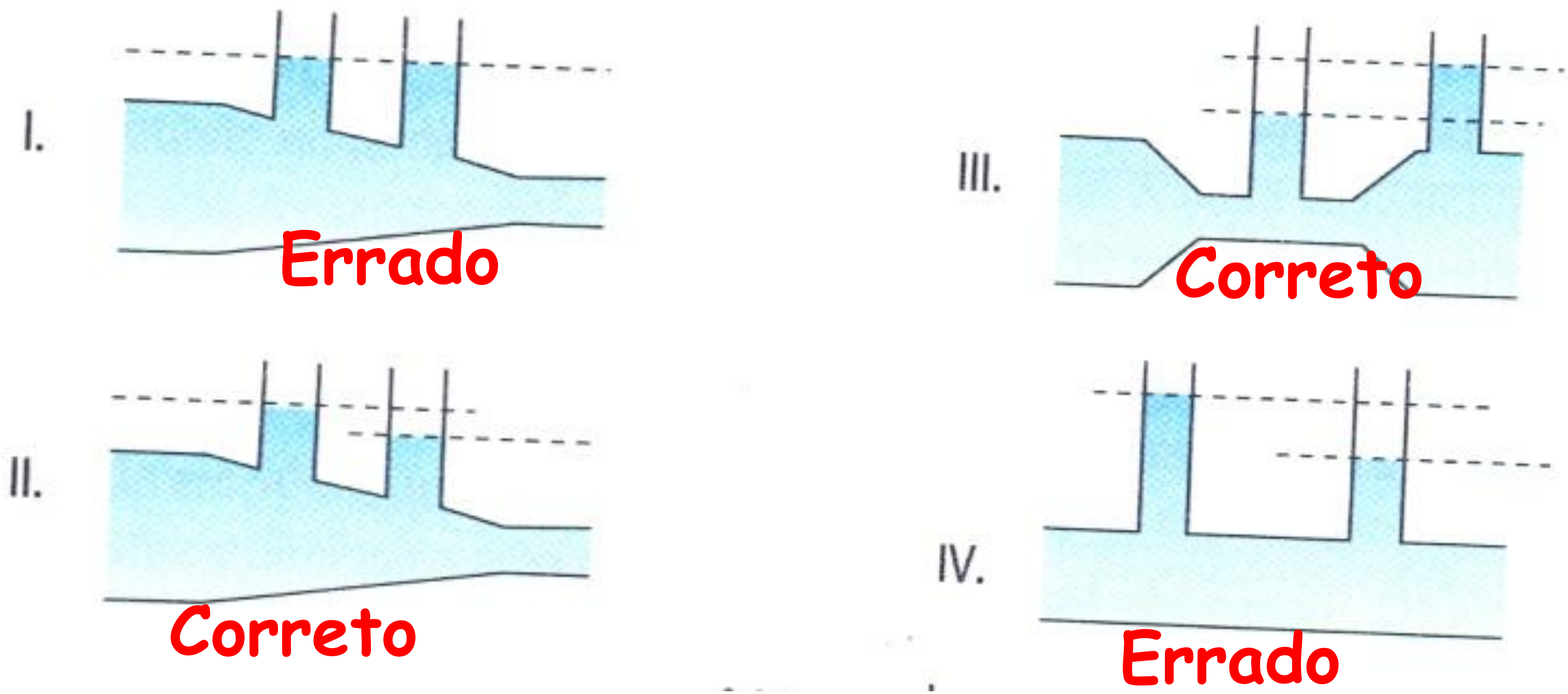
$$v_1^2 = \frac{2\Delta p A_2^2}{\mu(A_2^2 - A_1^2)}$$

Tubo de Venturi

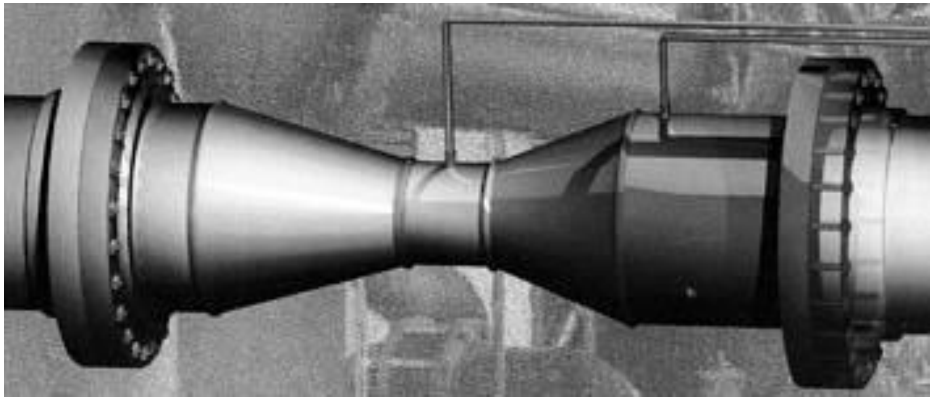


$$v_1 = \sqrt{\frac{2\Delta p A_2{}^2}{\mu(A_2{}^2 - A_1{}^2)}}$$

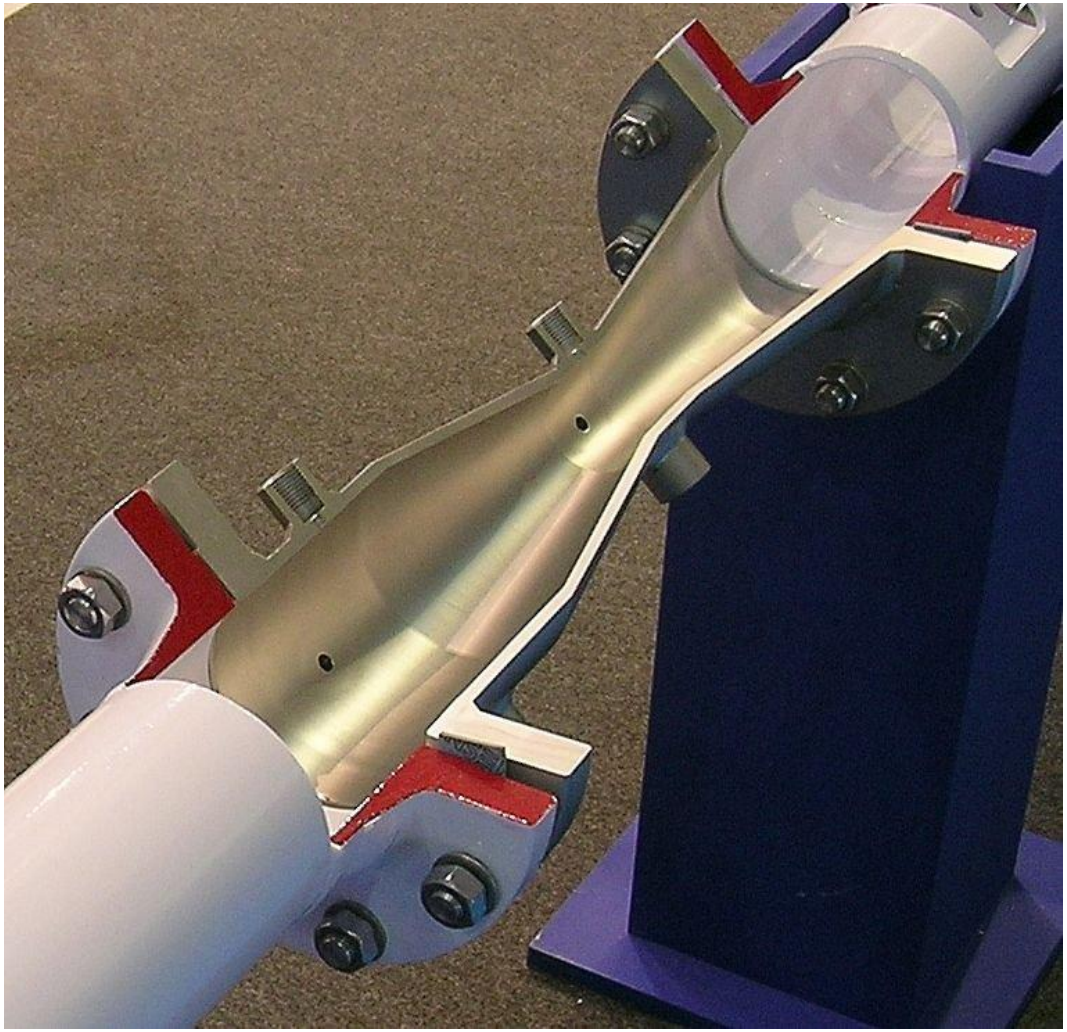
Tubo de Venturi



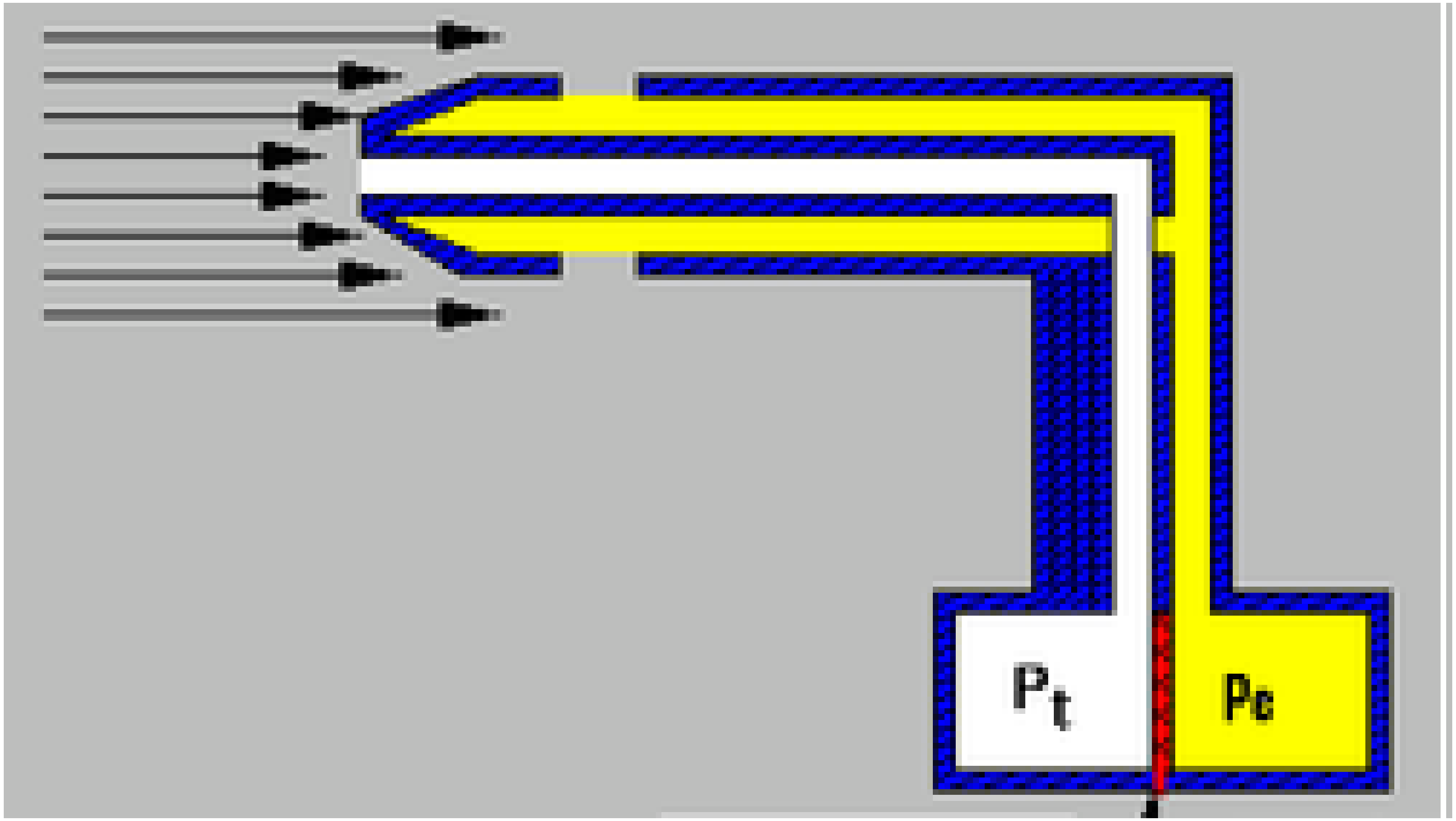
Tubo de Venturi



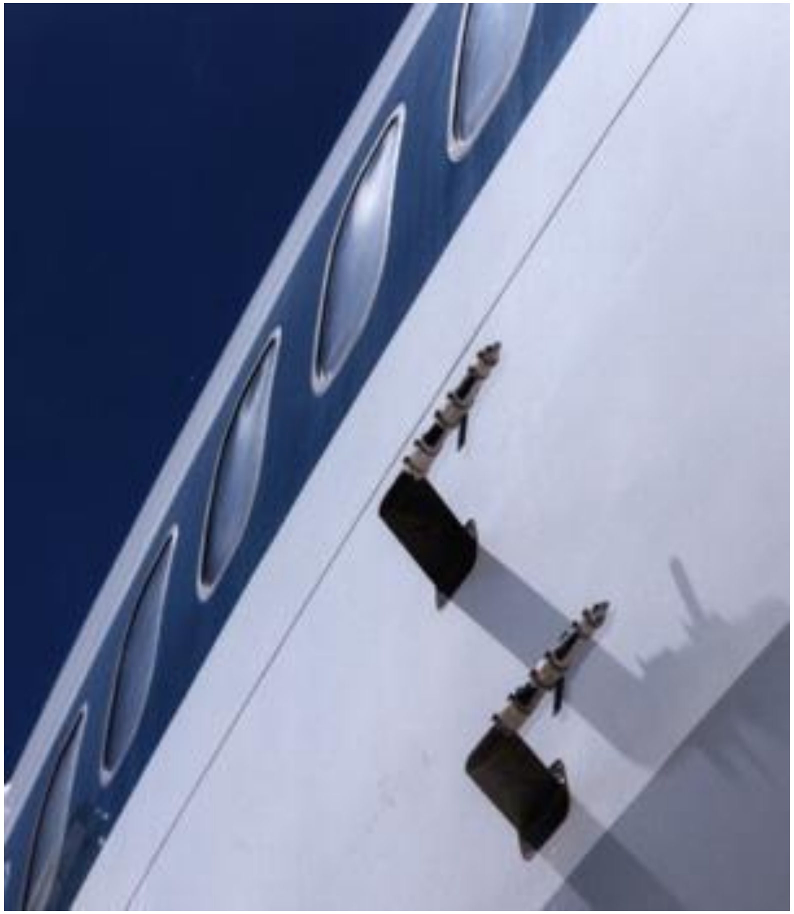
Tubo de Venturi



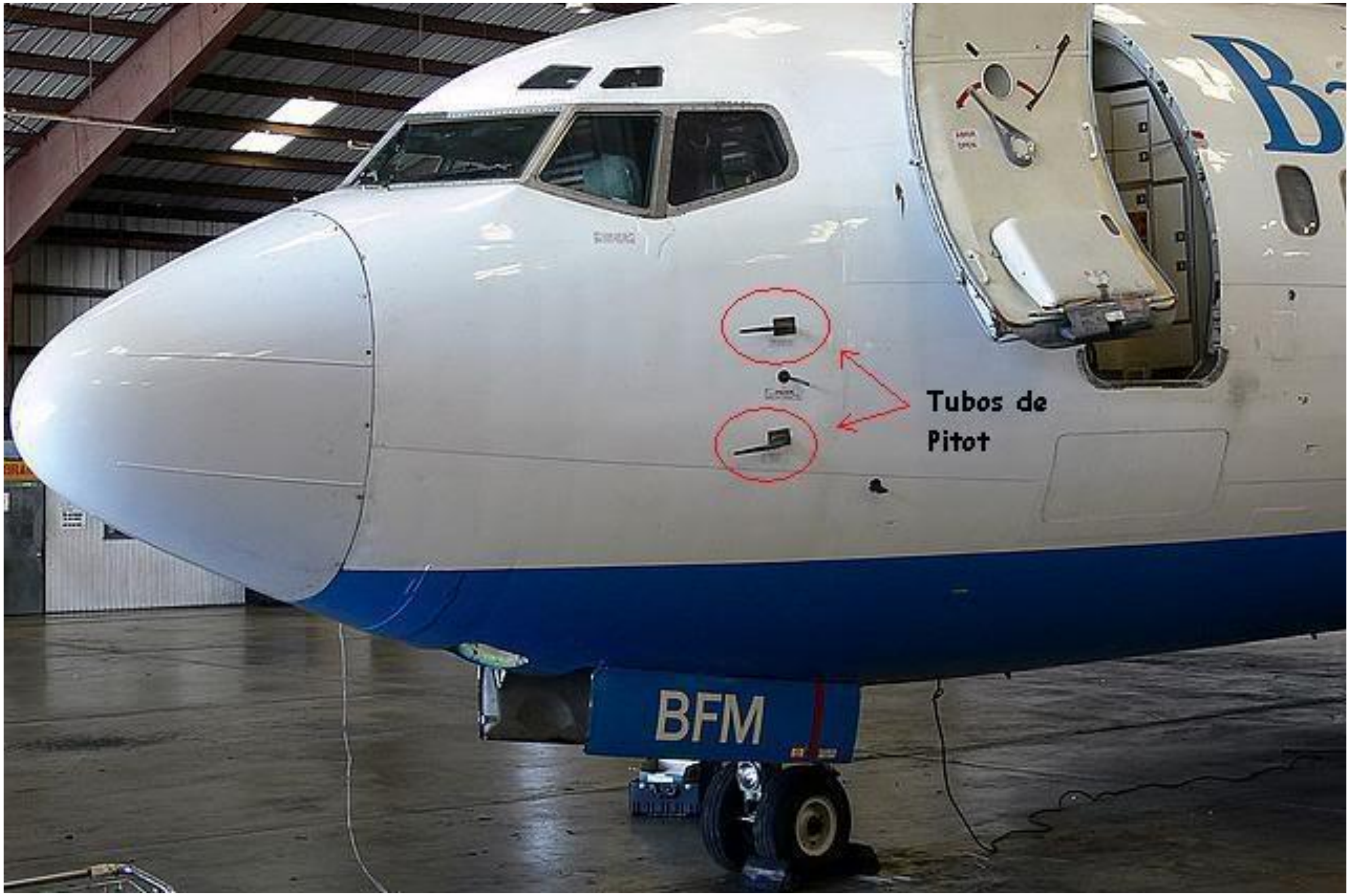
Tubo de Pitot

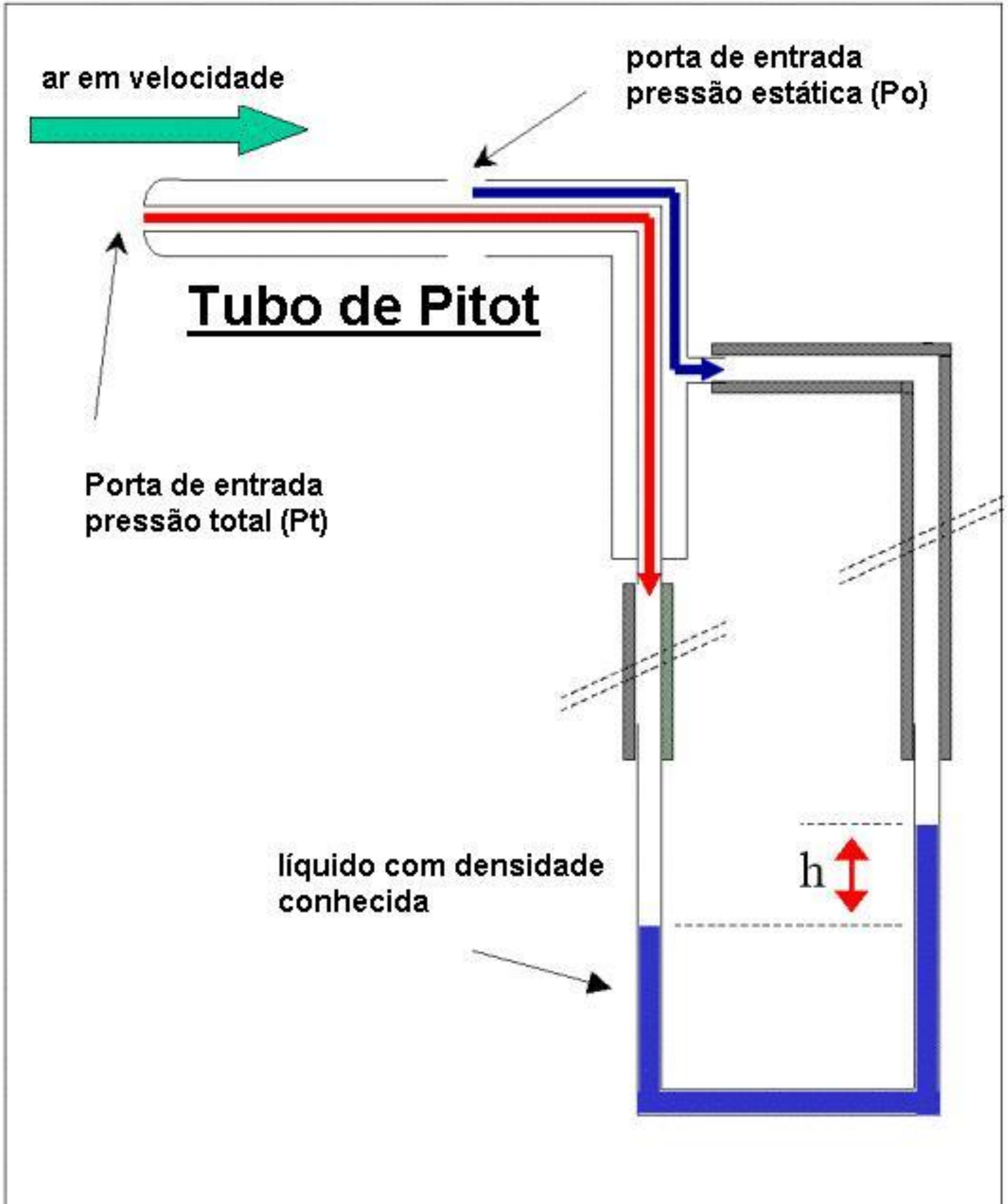


Tubo de Pitot



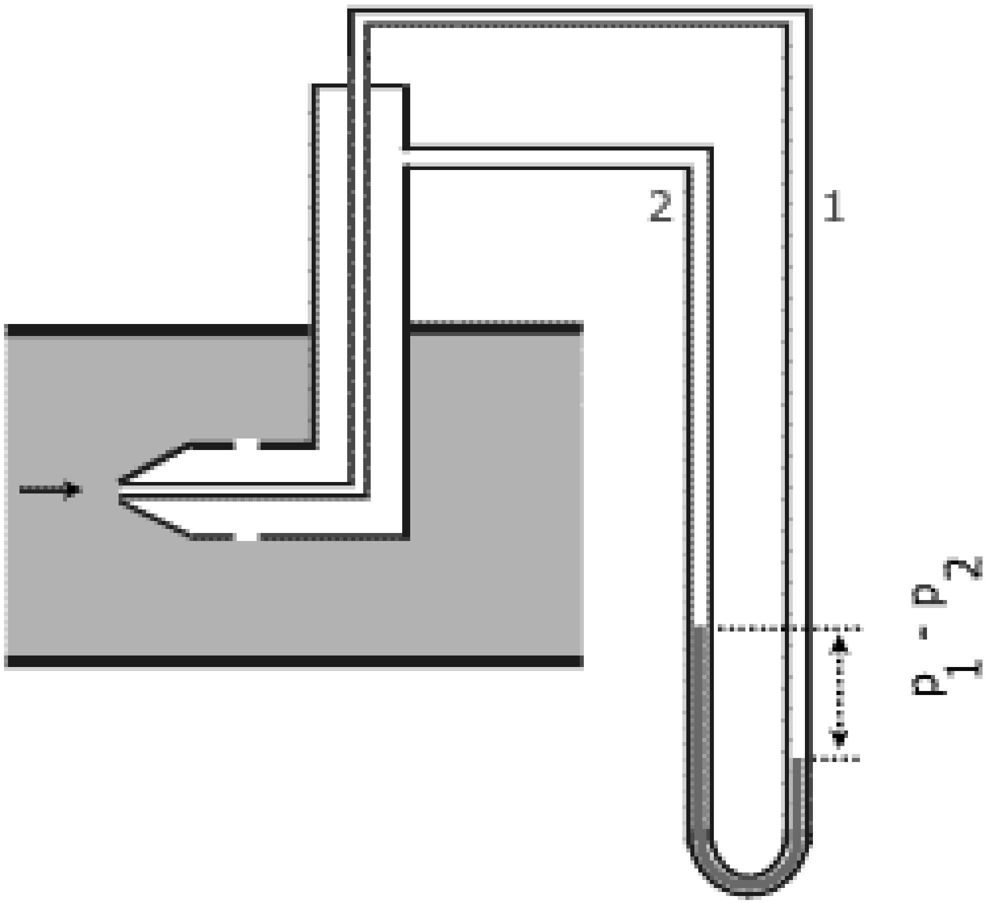
Tubo de Pitot



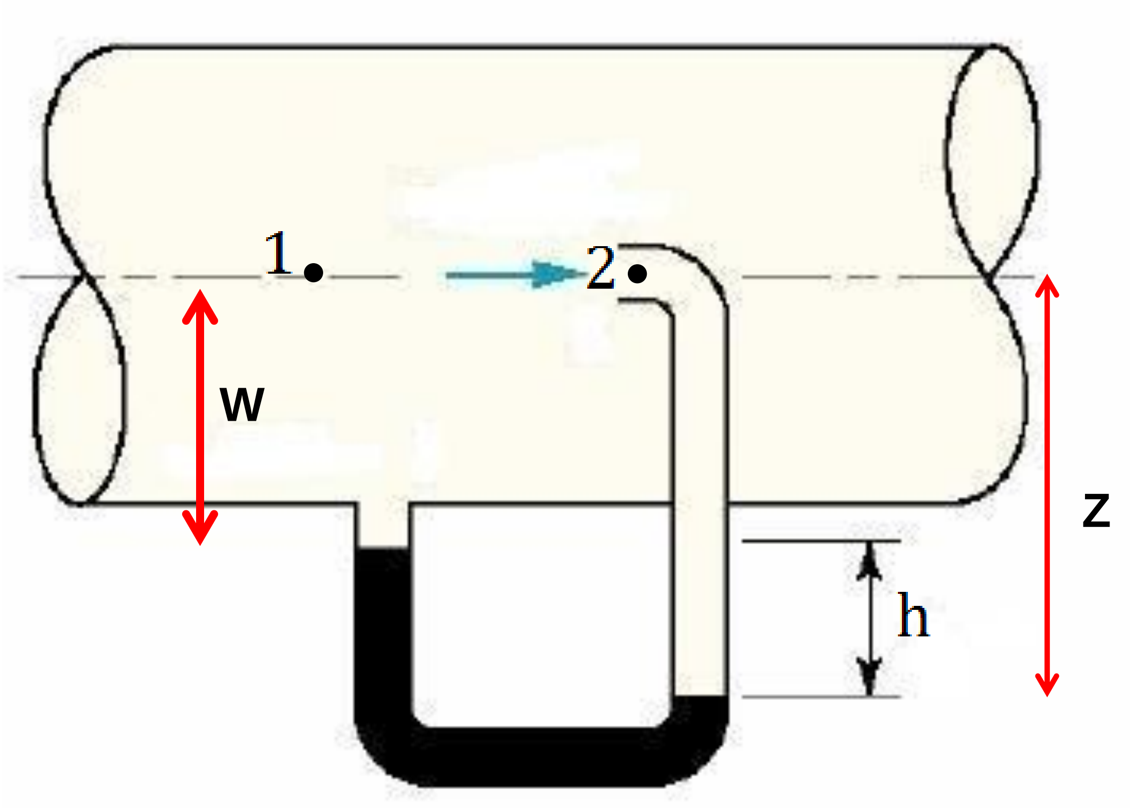


ar em velocidade
porta de entrada
pressão estática (Po)
Tubo de Pitot
Porta de entrada
pressão total (Pt)
líquido com densidade
conhecida
h

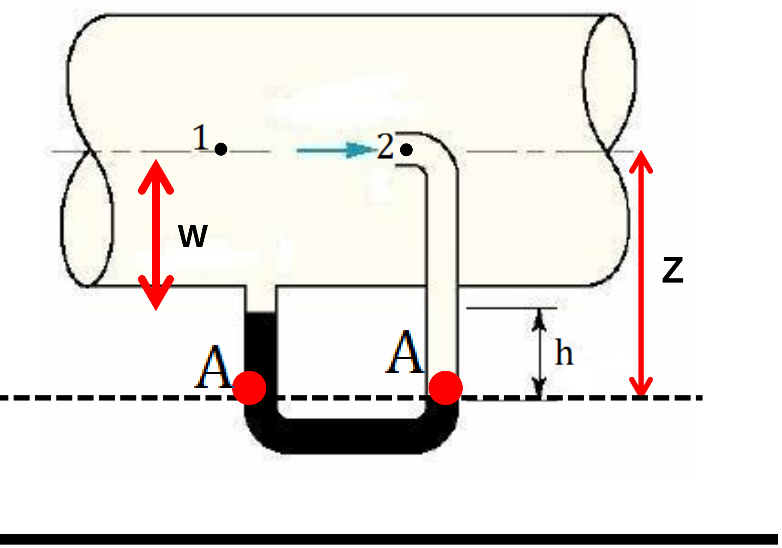
Tubo Pitot



Tubo de Pitot



Tubo de Pitot



$$p_1 + \frac{\mu}{2}v_1^{\,2} + \cancel{\mu g h_1} = p_2 + \frac{\mu}{2}\cancel{v_2}^{\,2} + \cancel{\mu g h_2}$$

$$\boxed{\frac{\mu v_1^{\,2}}{2} = p_2 - p_1} \quad eq_1$$

$$p_A = p_1 + \mu g w + \mu_{Hg} g h$$

$$p_A = p_2 + \mu g z$$

Tubo de Pitot

$$p_1 + \mu g w + \mu_{Hg} g h = p_2 + \mu g z$$

$$\mu g w + \mu_{Hg} g h - \mu g z = p_2 - p_1$$

$$-h$$

$$\mu g(w - z) + \mu_{Hg} g h = p_2 - p_1$$

$$-\mu g h + \mu_{Hg} g h = p_2 - p_1$$

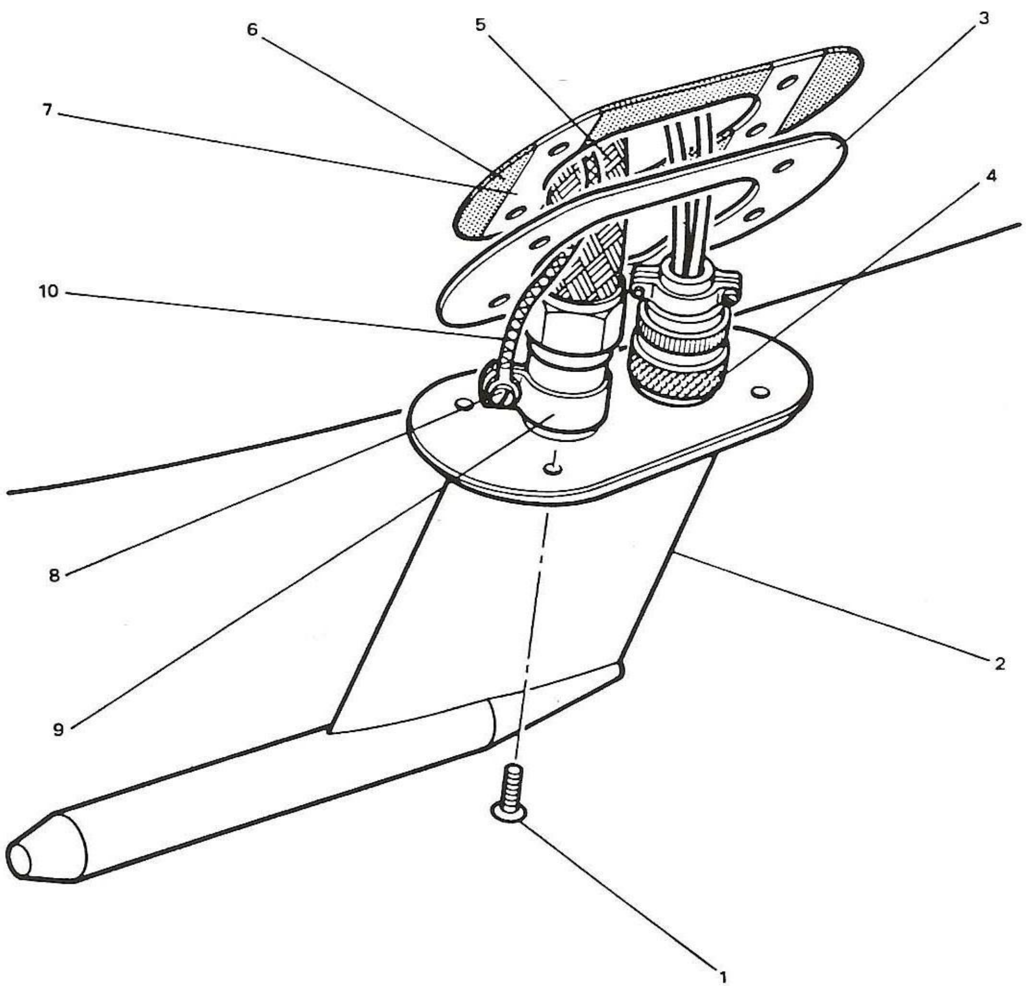
$$\boxed{gh(\mu_{Hg} - \mu) = p_2 - p_1} \quad eq_2$$

$$eq_2 \longrightarrow eq_1$$

$$gh(\mu_{Hg} - \mu) = \frac{\mu {v_1}^2}{2}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh(\mu_{Hg} - \mu)}{\mu}}$$

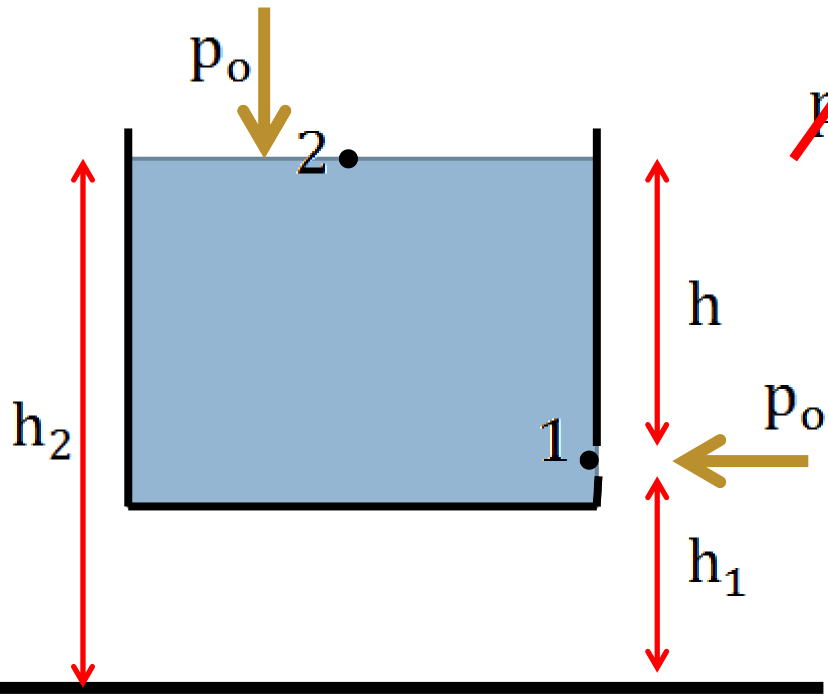
Tubo de Pitot



Equação de Torricelli

- Considere um tanque cheio de água, cuja área da base é muito maior que a área de um orifício em sua lateral. Determine a velocidade de escoamento do fluido pelo orifício no instante que o mesmo é destampado.

Equação de Torricelli



$$\cancel{p_1} + \frac{\cancel{\mu}}{2} v_1{}^2 + \cancel{\mu} g h_1 = \cancel{p_2} + \frac{\cancel{\mu}}{2} v_2{}^2 + \cancel{\mu} g h_2$$

$$\frac{v_1{}^2}{2} + gh_1 = \frac{v_2{}^2}{2} + gh_2$$

$$\frac{v_1{}^2}{2} - \frac{v_2{}^2}{2} = gh_2 - gh_1$$

$$\frac{v_1{}^2}{2} - \frac{v_2{}^2}{2} = g(h_2 - h_1)$$

Equação de Torricelli

$$\frac{v_1{}^2}{2} - \frac{v_2{}^2}{2} = g(h_2 - h_1)$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$A_1 \ll A_2$$

$$v_1 \gg v_2$$

$$\frac{v_1{}^2}{2} = gh$$

$$\boxed{v_1 = \sqrt{2gh}}$$

Equação de Torricelli

- "A velocidade de escoamento depende da altura da coluna de líquido."

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

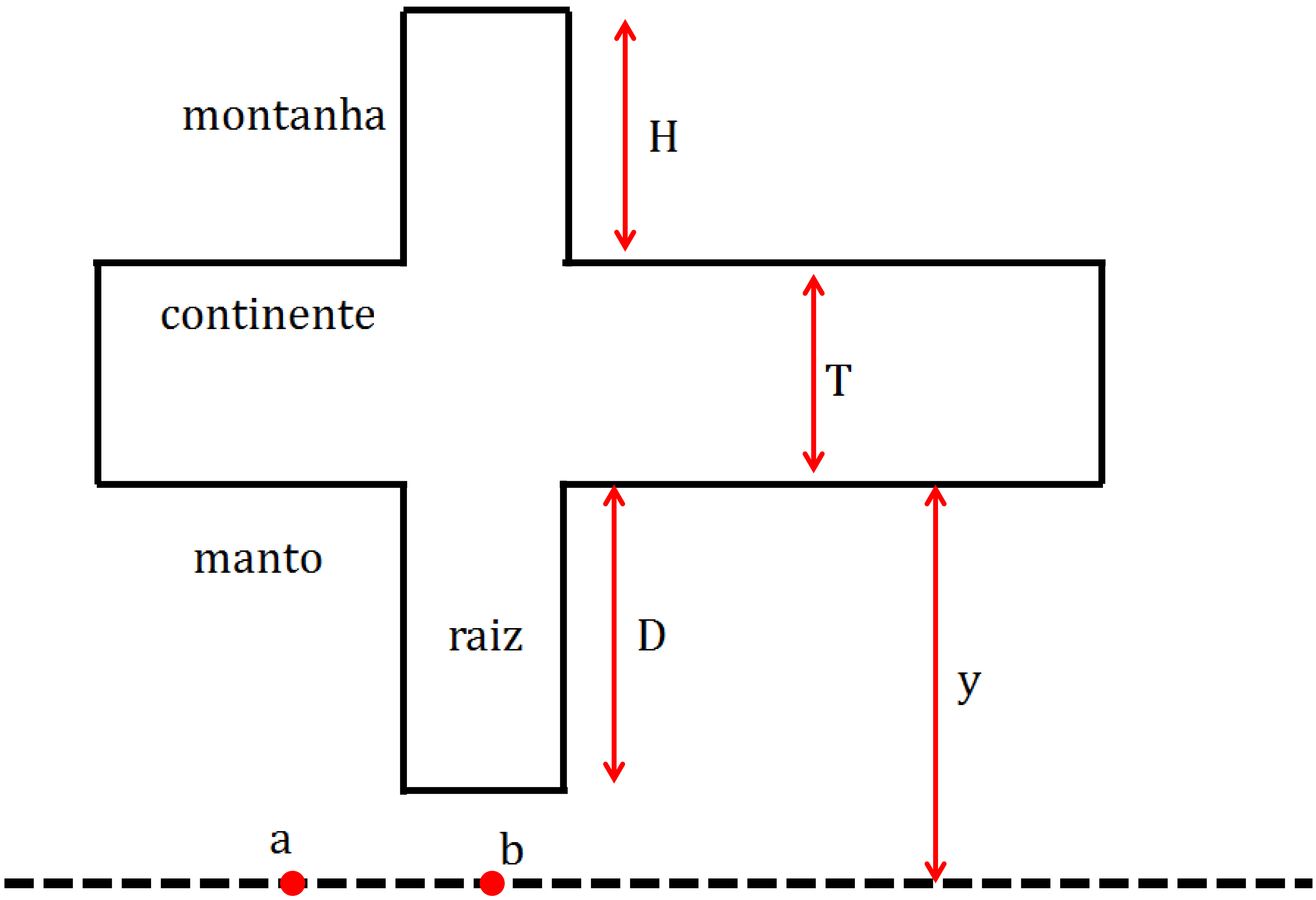
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO UERJ

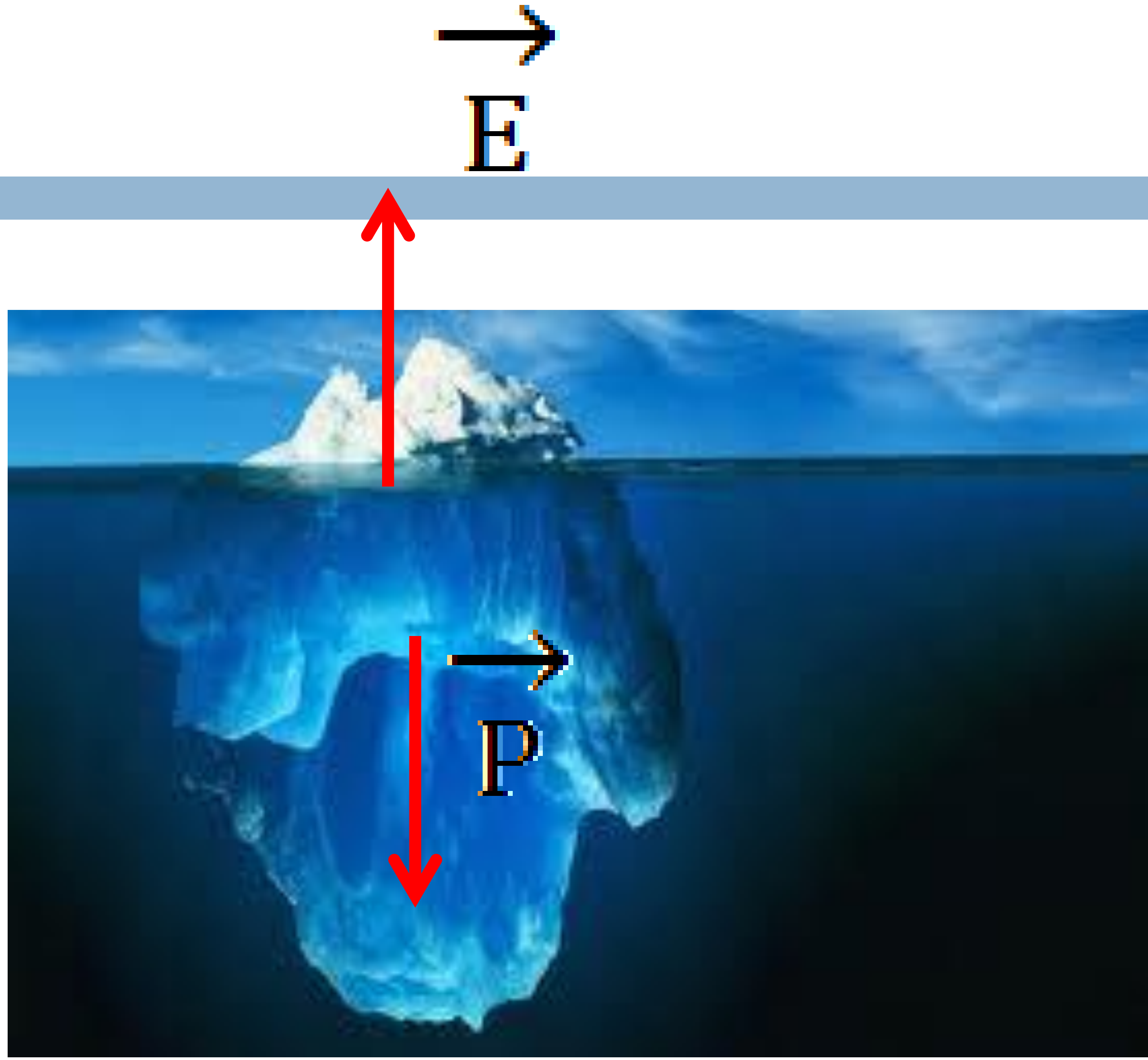
Exercício 4

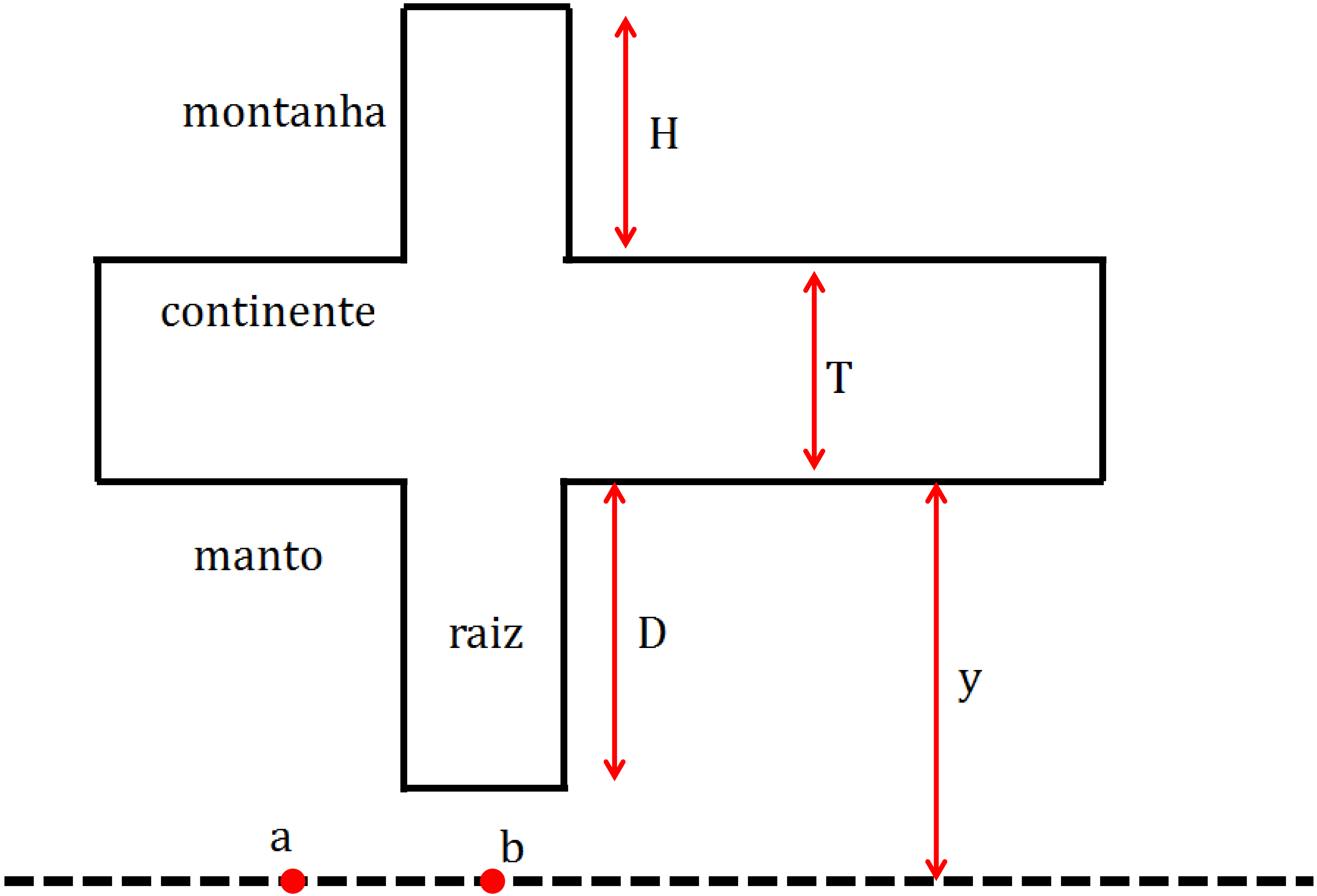
Ao se analisar certas características geológicas, é muitas vezes apropriado supor que a pressão em um dado nível de compressão horizontal, a uma grande profundidade na Terra, é a mesma ao longo de uma vasta região e é igual à pressão devida a força gravitacional sobre o material acima deste nível. Assim a pressão sobre o nível de compensação é dada pela fórmula da pressão em um fluido. Esse modelo requer, por exemplo, que as montanhas tenham raízes de rochas continentais se estendendo para dentro do manto mais denso.

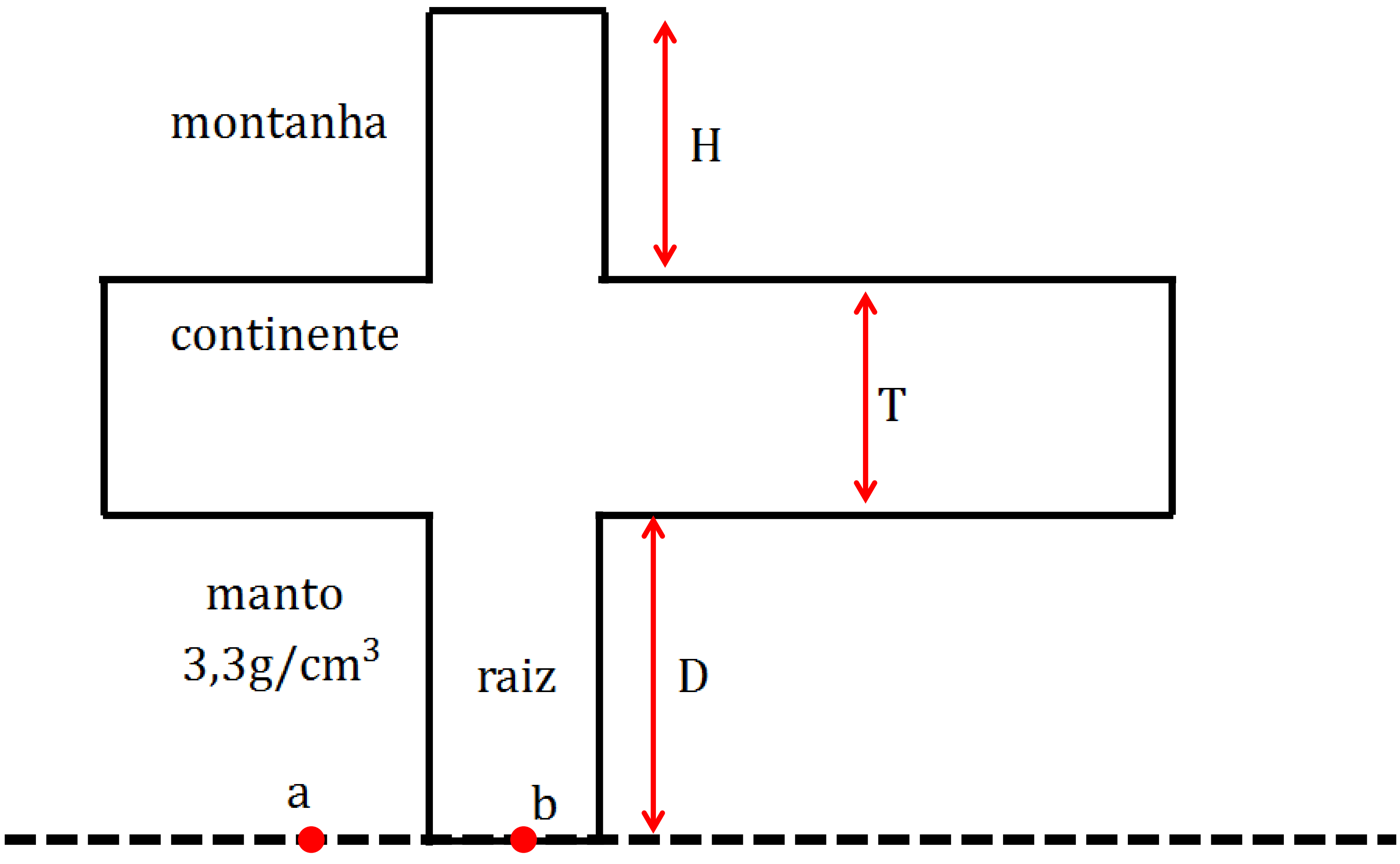
Exercício 4

Considere uma montanha de altura H=6km sobre um continente de espessura T=32km. A rocha continental tem uma densidade de 2,9 g/cm^3, e abaixo desta rocha o manto tem uma densidade de 3,3 g/cm^3. Calcule a profundidade D da raiz. (sugestão: iguale as pressões nos pontos a e b; a profundidade y do nível de compensação é cancelada.)


montanha
H
continente
T
manto
raiz
D
y
a
b

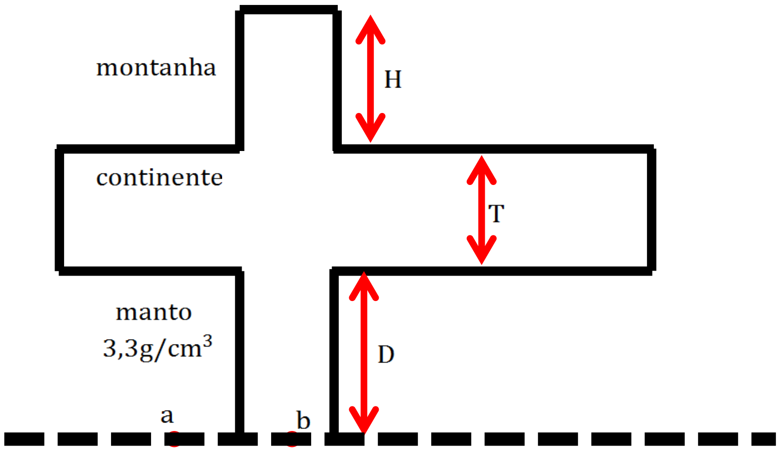

$\vec{E}$
$\vec{P}$


montanha
H
continente
T
manto
raiz
D
y
a
b



montanha
H
continente
T
manto
3,3g/cm3
raiz
D
a
b

Exercício 4



$$p_a = p_b$$

$$\cancel{p_{atm}} + \mu_c \cancel{g} h_c + \mu_m \cancel{g} h_m = \cancel{p_{atm}} + \mu_c \cancel{g} h_{Tc}$$

$$\mu_c h_c + \mu_m h_m = \mu_c h_{Tc}$$

Exercício 4

$$\mu_c h_c + \mu_m h_m = \mu_c h_{Tc}$$

$$2{,}9.10^3.32.10^3 + 3{,}3.10^3.D = 2{,}9.10^3.(38.10^3 + D)$$

$$92{,}8.10^6 + 3{,}3.10^3.D = 110{,}2.10^6 + 2{,}9.10^3.D$$

$$3{,}3.10^3.D - 2{,}9.10^3.D = 110{,}2.10^6 - 92{,}8.10^6$$

$$0{,}4.10^3.D = 17{,}4.10^6 \longrightarrow \boxed{D = 43{,}5.10^3 m}$$

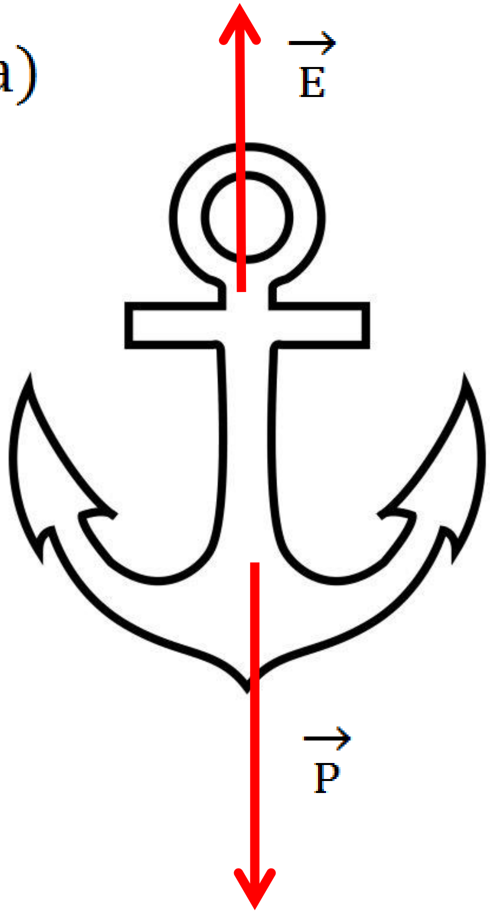
Exercício 7

Uma âncora de ferro de densidade 7870 kg/m^3 parece ser 200N mais leve na água do que no ar. Suponha que a densidade da água é de 1000kg/m^3.

a) Qual é o volume da âncora?
b) Quanto ele pesa no ar?

Exercício 7

a)



$$E = \mu_{ag}.\, g.\, V_{sub}$$

$$200 = 1000.9{,}8.\, V_{sub}$$

$$V_{sub} = 2{,}04.\, 10^{-2} m^3$$

Exercício 7

b) $$P = m_{Fe} . g$$

$$P = \mu_{Fe} . V_{sub} . g$$

$$P = 7870 . 9{,}8 . 2{,}04 . 10^{-2}$$

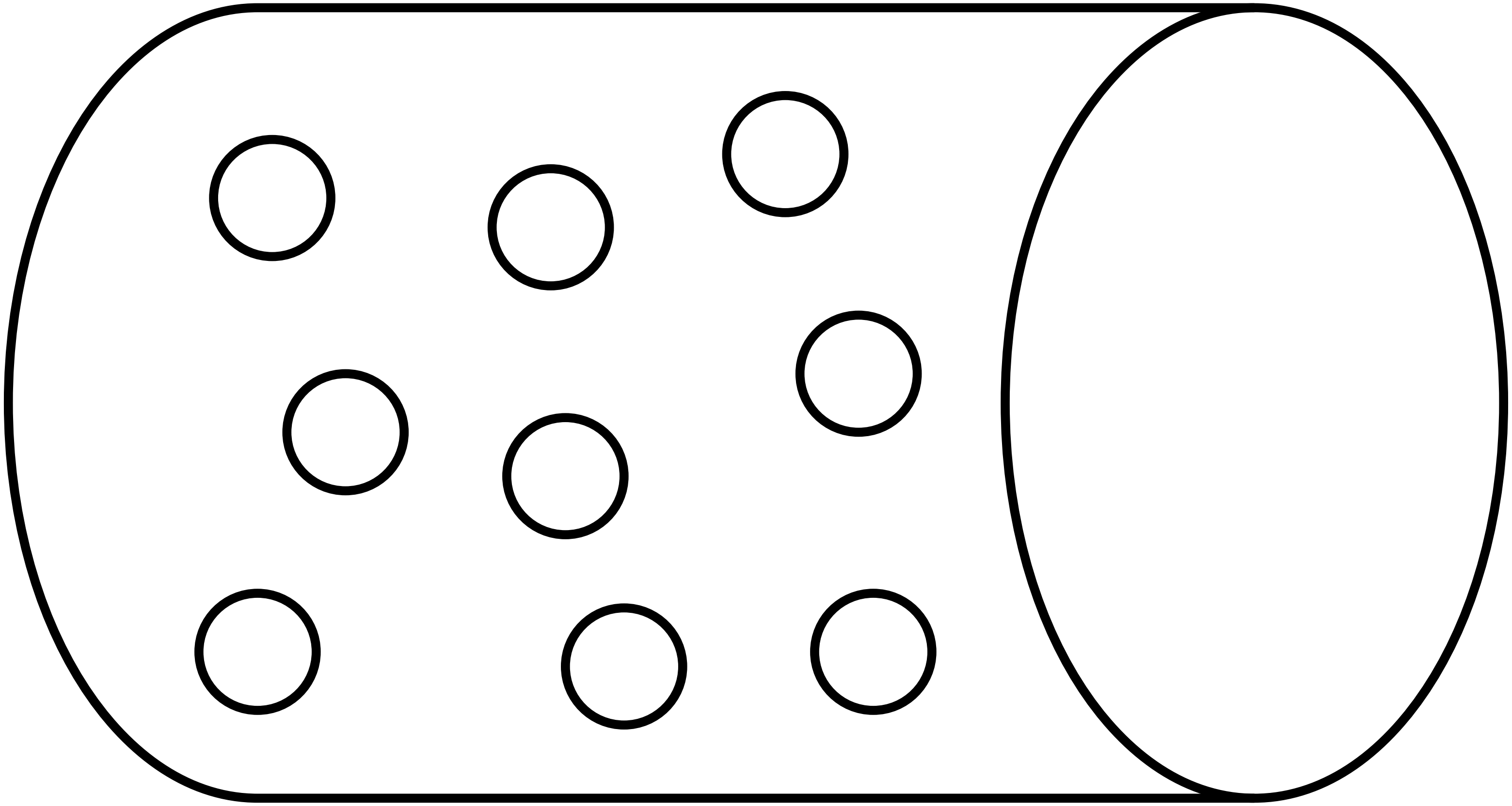
$$P = 1573 N$$

UERJ UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

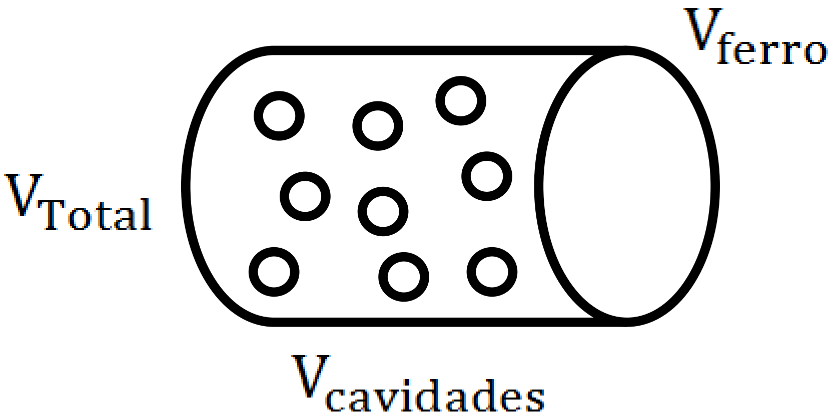
Exercício 10

Uma peça de ferro contendo certo número de cavidades pesa 6000N no ar e 4000N na água. Qual é o volume total de cavidades na peça? A densidade do ferro (ou seja, a amostra sem cavidades) é $7{,}87 g/cm^3$.

Exercício 10



Exercício 10



$$P_{total} = 6000N$$

$$P_{aparente} = 4000N$$

$$E = 2000N$$

$$V_{Total} = V_{cavidades} + V_{ferro}$$

$$\boxed{V_{Total}}$$

$$E = \mu_{ag}.g.V_{sub}$$

$$2000 = 1000.9,8.V_T$$

$$V_T = 0,2041m^3$$

Exercício 10

$$V_{ferro}$$

$$P_{ferro} = mg$$

$$6000 = \mu_F . V . g$$

$$6000 = 7870 . V_{ferro} . 9{,}8$$

$$V_{ferro} = 0{,}0778 m^3$$

$$V_{cavidades}$$

$$V_{Total} = V_{cavidades} + V_{ferro}$$

$$V_{cavidades} = 0{,}2041 - 0{,}0778$$

$$V_{cavidades} = 0{,}126 \text{ m}^3$$

Exercício 11

Uma mangueira de jardim com diâmetro interno de 1,9cm está conectada a um irrigador de gramado que consiste meramente em um recipiente com 24 furos, cada um com 0,13cm de diâmetro. Se a água tem na mangueira uma velocidade de 0,91m/s, a que velocidade ela deixa os furos do irrigador?

Exercício 11

$$Q = A.v$$

$$A_1.v_1 = A_2.v_2$$

$$A_m v_m = A_F v_F$$

$$A_m v_m = 24.A_F v_F$$

$$v_F = \frac{A_m v_m}{24.A_F}$$

$$v_F = \frac{\pi.r_m{}^2 v_m}{24.\pi.r_F{}^2}$$

Exercício 11

$$v_F = \frac{(0{,}95)^2 0{,}91}{24.(0{,}065)^2}$$

$$\boxed{v_F \cong 8{,}1\text{m/s}}$$