Universidade do Estado do Rio de Janeiro - IME - Depto. de Análise

1^a LISTA DE CÁLCULO 4 - Sequências Numéricas

Prof. Rogerio Oliveira   Data: 2 de Outubro de 2013

Questão 1 Use a **definição de limite** para provar que a sequência $\left\{\dfrac{2n}{2n+1}\right\}$ tem limite igual a 1.

Questão 2 Use a **definição de limite** para provar que a sequência $\left\{\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right\}$ tem limite igual a 0.

Questão 3 Encontre uma fórmula para o termo geral a_n da sequência, assumindo que o padrão dos primeiros termos continua.

(a) $(2, 7, 12, 17, ...)$

(b) $\left(1, -\dfrac{2}{3}, \dfrac{4}{9}, -\dfrac{8}{27}, ...\right)$

(c) $\left(-\dfrac{1}{4}, \dfrac{2}{9}, -\dfrac{3}{16}, \dfrac{4}{25}, ...\right)$

(b) $(5, 1, 5, 1, 5, 1, ...)$

Questão 4 Determine se a sequência converge ou diverge. Se ela convergir, encontre seu limite.

(a) $\{n(n-1)\}$

(b) $\left\{\dfrac{3-2n^2}{n^2-1}\right\}$

(c) $\left\{\dfrac{e^n}{n}\right\}$

(d) $\left\{\dfrac{\ln n}{n^2}\right\}$

(e) $\left\{\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}-n}\right\}$

(f) $\left\{\dfrac{n}{n+1}\mathrm{sen}(n\pi/2)\right\}$

(g) $\left\{\dfrac{\cos^2 n}{2^n}\right\}$

(h) $\{\ln(n+1) - \ln n\}$

(i) $\left\{\dfrac{n!}{2^n}\right\}$

(j) $\left\{\left(1+\dfrac{1}{3n}\right)^n\right\}$

Questão 5 Determine se a sequência dada é crescente, decrescente ou não monotônica. A sequência é limitada? Justifique suas respostas.

(a) $\left\{\dfrac{1}{5^n}\right\}$ **(b)** $\left\{\dfrac{1}{2n+3}\right\}$

(c) $\{\text{sen}(n\pi)\}$ **(d)** $\left\{\dfrac{n^3-1}{n}\right\}$

(e) $\left\{\dfrac{n}{2^n}\right\}$ **(f)** $\left\{\dfrac{n!}{3^n}\right\}$

Questão 6 Calcule o limite da sequência abaixo, justificando sua resposta.

$$\left(\sqrt{2}, \sqrt{2\sqrt{2}}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, ...\right)$$

Questão 7 Considere a sequência (a_n) definida por:

$$a_1 = \sqrt{2} \quad , \quad a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}, \ n \geq 1$$

Mostre que ela é crescente e limitada superiormente. Deduza que ela converge e calcule seu limite.

Questão 8 Considere a sequência (a_n) definida por:

$$a_1 = 2 \quad , \quad a_{n+1} = \frac{1}{3 - a_n}, \ n \geq 1$$

Mostre que ela é decrescente e $0 < a_n \leq 2$, para todo n. Deduza que ela converge e calcule seu limite.

RESPOSTAS

Questão 4

(a) Diverge. **(b)** Converge para -2.

(c) Diverge. **(d)** Converge para 0.

(e) Diverge. **(f)** Diverge.

(g) Converge para 0. **(h)** Converge para 0.

(i) Diverge. **(j)** Converge para $e^{1/3}$.

Questão 5

(a) Decrescente. Sim.

(b) Decrescente. Sim.

(c) Não monotônica. Sim.

(d) Crescente. Não.

(e) Decrescente. Sim.

(f) Crescente. Não.

Questão 6 Resposta: 2.

Questão 7 Resposta: 2.

Questão 8 Resposta: $(3-\sqrt{5})/2$.