

CAPÍTULO 36

1. (a) Podemos usar a Eq. 36-3 para calcular a distância entre o primeiro mínimo ($m_1 = 1$) e o quinto mínimo ($m_2 = 5$):

$$\Delta y = D \Delta \sin \theta = D \Delta \left(\frac{m\lambda}{a} \right) = \frac{D\lambda}{a} \Delta m = \frac{D\lambda}{a} (m_2 - m_1).$$

Explicitando a largura a da fenda, obtemos

$$a = \frac{D\lambda(m_2 - m_1)}{\Delta y} = \frac{(400 \text{ mm})(550 \times 10^{-6} \text{ mm})(5 - 1)}{0,35 \text{ mm}} = 2,5 \text{ mm}.$$

(b) Para $m = 1$,

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{a} = \frac{(1)(550 \times 10^{-6} \text{ mm})}{2,5 \text{ mm}} = 2,2 \times 10^{-4} \Rightarrow \theta = \sin^{-1}(2,2 \times 10^{-4}) = 2,2 \times 10^{-4} \text{ rad}.$$

2. De acordo com a Eq. 36-3,

$$\frac{a}{\lambda} = \frac{m}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin 45,0^\circ} = 1,41.$$

3. (a) Como a onda que incide na lente é uma onda plana, a imagem está em foco no plano focal da lente, situado a uma distância de 70 cm da lente. Assim, se a imagem está em foco na tela, a tela está a 70 cm da lente.

(b) As ondas que saem da lente fazendo um ângulo θ com o eixo da lente interferem para produzir um mínimo de intensidade, se $a \sin \theta = m\lambda$, em que a é a largura da fenda, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro. A distância na tela entre o centro da figura de difração e o primeiro mínimo é dada por $y = D \tan \theta$, em que D é a distância entre a lente e a tela. Para as condições do problema,

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{a} = \frac{(1)(590 \times 10^{-9} \text{ m})}{0,40 \times 10^{-3} \text{ m}} = 1,475 \times 10^{-3}.$$

Assim, $\theta = 1,475 \times 10^{-3} \text{ rad}$ e

$$y = (0,70 \text{ m}) \tan(1,475 \times 10^{-3} \text{ rad}) = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m} = 1,0 \text{ mm}.$$

4. (a) De acordo com as Eqs. 36-3 e 36-12, quanto menor o comprimento de onda, menor o ângulo de difração. Isso significa que os efeitos de difração são menores para menores comprimentos de onda.

(b) Usando a Eq. 36-3, com $m = 1$, para calcular o valor de 2θ (a largura angular do máximo central de difração), obtemos

$$2\theta = 2 \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{a} \right) = 2 \sin^{-1} \left(\frac{0,50 \text{ m}}{5,0 \text{ m}} \right) = 11^\circ.$$

(c) Um cálculo semelhante para $\lambda = 0,010 \text{ m}$ nos dá $2\theta = 0,23^\circ$.

5. (a) A condição para um mínimo em uma figura de difração de uma fenda é

$$a \sin \theta = m\lambda,$$

em que a é a largura da fenda, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro. Como, para $\lambda = \lambda_a$ e $m = 1$, o ângulo θ é o mesmo que para $\lambda = \lambda_b$ e $m = 2$,

$$\lambda_a = 2\lambda_b = 2(350 \text{ nm}) = 700 \text{ nm}.$$

(b) Seja m_a o número inteiro associado a um mínimo da figura de difração produzida por uma luz de comprimento de onda λ_a e seja m_b o número inteiro associado a um mínimo da figura de difração produzida por uma luz de comprimento de onda λ_b . Um mínimo de uma das figuras de difração coincide com um mínimo da outra se os ângulos de difração forem iguais, o que significa que $m_a \lambda_a = m_b \lambda_b$. Como $\lambda_a = 2\lambda_b$, os mínimos coincidem se $2m_a = m_b$. Assim, um mínimo sim um mínimo não, os mínimos da figura de difração produzida por uma luz de comprimento de onda λ_b coincidem com um mínimo da figura de difração produzida por uma luz de comprimento de onda λ_a . Fazendo $m_a = 2$, obtemos $m_b = 4$.

(c) Fazendo $m_a = 3$, obtemos $m_b = 6$.

6. (a) $\theta = \sin^{-1}(1,50 \text{ cm}/2,00 \text{ m}) = 0,430^\circ$.

(b) No caso do mínimo de difração de ordem m , $a \sin \theta = m\lambda$. Explicitando a largura a da fenda, obtemos

$$a = \frac{m\lambda}{\sin \theta} = \frac{2(441 \text{ nm})}{\sin 0,430^\circ} = 0,118 \text{ mm}.$$

7. A condição para um mínimo da figura de difração de uma fenda é

$$a \sin \theta = m\lambda,$$

em que a é a largura da fenda, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro. Como o ângulo θ é medido em relação ao centro da figura de difração, para a situação descrita no enunciado temos $m = 1$ e $\theta = 1,20^\circ/2 = 0,60^\circ$. Assim,

$$a = \frac{m\lambda}{\sin \theta} = \frac{633 \times 10^{-9} \text{ m}}{\sin 0,60^\circ} = 6,04 \times 10^{-5} \text{ m} = 60,4 \text{ } \mu\text{m}.$$

8. Se y é a distância entre o primeiro mínimo e o eixo central, temos

$$\sin \theta = \frac{y}{\sqrt{D^2 + y^2}} = \frac{\lambda}{a},$$

o que nos dá

$$y = \frac{D}{\sqrt{(a/\lambda)^2 - 1}} = \frac{D}{\sqrt{(af/v_s)^2 - 1}} = \frac{100 \text{ m}}{\sqrt{[(0,300 \text{ m})(3000 \text{ Hz})/(343 \text{ m/s})]^2 - 1}} = 41,2 \text{ m}.$$

9. **PENSE** A condição para um mínimo de intensidade de uma figura de difração de uma fenda é dada por $a \sin \theta = m\lambda$, em que a é a largura da fenda, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro.

FORMULE Para determinar a posição angular do primeiro mínimo de um lado do máximo central, fazemos $m = 1$:

$$\theta_1 = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{a}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{589 \times 10^{-9} \text{ m}}{1,00 \times 10^{-3} \text{ m}}\right) = 5,89 \times 10^{-4} \text{ rad}.$$

Se D é a distância entre a fenda e a tela, a distância na tela entre o máximo central e o primeiro mínimo é

$$y_1 = D \tan \theta_1 = (3,00 \text{ m}) \tan(5,89 \times 10^{-4} \text{ rad}) = 1,767 \times 10^{-3} \text{ m}.$$

Para determinar a posição angular do segundo mínimo, fazemos $m = 2$:

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{2(589 \times 10^{-9} \text{ m})}{1,00 \times 10^{-3} \text{ m}}\right) = 1,178 \times 10^{-3} \text{ rad}.$$

ANALISE A distância entre o máximo central e o segundo mínimo é

$$y_2 = D \tan \theta_2 = (3,00 \text{ m}) \tan(1,178 \times 10^{-3} \text{ rad}) = 3,534 \times 10^{-3} \text{ m}.$$

A distância entre os dois mínimos é

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 3,534 \text{ mm} - 1,767 \text{ mm} = 1,77 \text{ mm}.$$

APRENDA Os ângulos θ_1 e θ_2 calculados anteriormente são muito pequenos. Para pequenos ângulos, $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ e a distância entre dois mínimos de difração vizinhos é dada aproximadamente por

$$\Delta y = D(\tan \theta_{m+1} - \tan \theta_m) \approx D(\theta_{m+1} - \theta_m) = \frac{D\lambda}{a}.$$

Para os valores do problema, $D = 3,00$, $\lambda = 589 \text{ nm}$ e $a = 1,00 \text{ mm}$, essa aproximação nos dá

$$\Delta y = \frac{(3,00 \text{ m})(589 \times 10^{-9} \text{ m})}{1,00 \times 10^{-3} \text{ m}} = 1,77 \times 10^{-3} \text{ m} = 1,77 \text{ mm},$$

uma resposta igual à obtida anteriormente.

10. Como $y = m\lambda L/a$, temos

$$\Delta y = \Delta \left(\frac{m\lambda L}{a} \right) = \frac{\lambda L}{a} \Delta m = \frac{(632,8 \text{ nm})(2,60)}{1,37 \text{ mm}} [10 - (-10)] = 24,0 \text{ mm}.$$

11. De acordo com a Eq. 36-4,

$$\Delta \phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) (\Delta x \sin \theta) = \left(\frac{2\pi}{589 \times 10^{-6} \text{ mm}} \right) \left(\frac{0,10 \text{ mm}}{2} \right) \sin 30^\circ = 266,7 \text{ rad},$$

o que equivale a $266,7 \text{ rad} - 84\pi \text{ rad} = 2,8 \text{ rad} = 160^\circ$.

12. (a) Como a inclinação da reta da Fig. 36-38 é $12 \text{ rad}/1 = 12$ e, de acordo com a Eq. 36-6, esta inclinação é igual a $\pi a/\lambda$, temos

$$a = \frac{12\lambda}{\pi} = \frac{12(610 \text{ nm})}{\pi} = 2330 \text{ nm} \approx 2,33 \mu\text{m}.$$

(b) Considerando o parâmetro m da Eq. 36-3 uma variável contínua apenas para efeito de cálculo, temos

$$m_{\text{máx}} = \frac{a}{\lambda} (\sin \theta)_{\text{máx}} = \frac{a}{\lambda} = \frac{2330 \text{ nm}}{610 \text{ nm}} \approx 3,82.$$

Existem, portanto, três mínimos de cada lado do máximo central, o que nos dá um total de seis mínimos.

(c) Fazendo $m = 1$ na Eq. 36-3 e explicitando θ , obtemos

$$\theta = \sin^{-1} \frac{\lambda}{a} = \sin^{-1} \frac{610 \text{ nm}}{2330 \text{ nm}} = \sin^{-1}(0,262) = 15,2^\circ.$$

(d) Fazendo $m = 3$ na Eq. 36-3 e explicitando θ , obtemos

$$\theta = \sin^{-1} \frac{3\lambda}{a} = \sin^{-1} \frac{3(610 \text{ nm})}{2330 \text{ nm}} = \sin^{-1}(0,7854) = 51,8^\circ.$$

13. (a) $\theta = \sin^{-1} (0,011 \text{ m}/3,5 \text{ m}) = 0,18^\circ$.

(b) De acordo com a Eq. 36-6,

$$\alpha = \left(\frac{\pi a}{\lambda} \right) \sin \theta = \frac{\pi(0,025 \text{ mm}) \sin 0,18^\circ}{538 \times 10^{-6} \text{ mm}} = 0,46 \text{ rad}.$$

(c) De acordo com a Eq. 36-5,

$$\frac{I(\theta)}{I_m} = \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 = 0,93.$$

14. (a) Como $\theta = \tan^{-1}(y/D) = \tan^{-1}(15 \text{ cm}/300 \text{ cm}) = 2,86^\circ$, a Eq. 36-6 nos dá

$$\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = \frac{\pi(6000 \text{ nm}) \sin 2,86^\circ}{500 \text{ nm}} = 1,883 \text{ rad}.$$

Assim,

$$\frac{I_p}{I_m} = \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 = 0,256.$$

(b) Considerando o parâmetro m da Eq. 36-3 uma variável contínua apenas para efeito de cálculo, temos

$$m = \frac{a \sin \theta}{\lambda} = \frac{(6000 \text{ nm}) \sin 2,86^\circ}{500 \text{ nm}} \approx 0,60,$$

o que mostra que o ponto P está situado entre o máximo central e o primeiro mínimo, que corresponde a $m = 1$ na Eq. 36-3.

15. PENSE A largura dos máximos de intensidade de uma figura de difração de uma fenda depende da razão a/λ , em que a é a largura da fenda e λ é o comprimento de onda.

FORMULE A intensidade da figura de difração de uma fenda é dada por

$$I = I_m \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}$$

em que I_m é a intensidade máxima e $\alpha = (\pi a/\lambda) \sin \theta$. O ângulo θ é medido em relação a uma perpendicular ao plano do anteparo.

ANALISE (a) Para que $I = I_m/2$, devemos ter

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} \alpha^2.$$

(b) Vamos calcular $\sin^2 \alpha$ e $\alpha^2/2$ para $\alpha = 1,39$ rad e comparar os resultados. Para ter certeza de que 1,39 rad está mais próximo do valor correto de α do que qualquer outro valor com três algarismos significativos, vamos experimentar também 1,38 rad e 1,40 rad. Os resultados são os seguintes:

$$\sin^2(1,39 \text{ rad}) = 0,96767; (1,39 \text{ rad})^2/2 = 0,96605; \text{diferença} = 0,00162$$

$$\sin^2(1,38 \text{ rad}) = 0,96404; (1,38 \text{ rad})^2/2 = 0,95220; \text{diferença} = 0,01184$$

$$\sin^2(1,40 \text{ rad}) = 0,97111; (1,40 \text{ rad})^2/2 = 0,98000; \text{diferença} = -0,00889$$

Estes resultados confirmam que $\alpha = 1,39$ é a melhor solução com três algarismos significativos.

(c) Como $\alpha = (\pi a/\lambda) \sin \theta$,

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{\alpha \lambda}{\pi a} \right).$$

Como $\alpha/\pi = 1,39/\pi = 0,442$,

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{0,442 \lambda}{a} \right).$$

A separação angular dos dois pontos de meia intensidade, um de cada lado do centro da figura de difração, é

$$\Delta\theta = 2\theta = 2 \sin^{-1} \left(\frac{0,442\lambda}{a} \right).$$

(d) Para $a/\lambda = 1,0$,

$$\Delta\theta = 2 \sin^{-1} (0,442/1,0) = 0,916 \text{ rad} = 52,5^\circ.$$

(e) Para $a/\lambda = 5,0$,

$$\Delta\theta = 2 \sin^{-1} (0,442/5,0) = 0,177 \text{ rad} = 10,1^\circ.$$

(f) Para $a/\lambda = 10$,

$$\Delta\theta = 2 \sin^{-1} (0,442/10) = 0,0884 \text{ rad} = 5,06^\circ.$$

APRENDA Como mostra a Fig. 36-8, quanto mais larga a fenda, mais estreito é o mínimo central de difração.

16. Considere a explicação de Huygens do fenômeno de difração. Na presença do objeto A , apenas as ondas secundárias de Huygens que passam pelo furo chegam ao ponto P . Suponha que essas ondas produzem em campo elétrico resultante \vec{E}_A . Na presença do objeto B , a luz que foi bloqueada pelo objeto A chega ao ponto P , e a luz que passou pelo furo do objeto A é bloqueada. Suponha que, nesse caso, o campo elétrico resultante é \vec{E}_B . A soma $\vec{E}_A + \vec{E}_B$ é a resultante das ondas que chegam ao ponto P na ausência do objeto A e do objeto B . Como o ponto P está na região de sombra geométrica, essa soma é zero. Assim, $\vec{E}_A = -\vec{E}_B$, e, como a intensidade é proporcional ao quadrado do campo elétrico, a intensidade no ponto P é a mesma quando A está presente e quando B está presente.

17. (a) De acordo com a Eq. 36-5, a intensidade da figura de difração de uma fenda é dada por

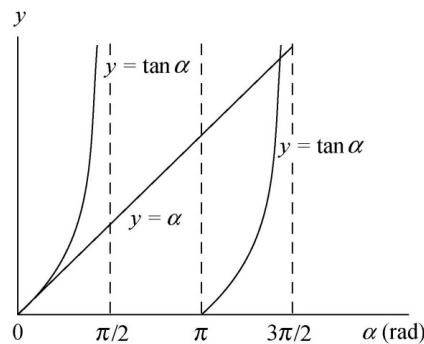
$$I = I_m \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2},$$

em que α é dado pela Eq. 36-6. Para determinar os valores de α para os quais a intensidade é máxima, derivamos a intensidade I em relação a α e igualamos o resultado a zero, o que nos dá

$$\frac{dI}{d\alpha} = 2I_m \frac{\sin \alpha}{\alpha^3} (\alpha \cos \alpha - \sin \alpha) = 0.$$

A derivada se anula nos pontos em que $\sin \alpha = 0$ e $\alpha \neq 0$, ou seja, nos pontos em que $\alpha = m\pi$, em que m é um número inteiro, mas esses são os pontos em que a intensidade I é mínima. A derivada também se anula nos pontos em que $\alpha \cos \alpha - \sin \alpha = 0$, ou seja, nos pontos em que $\tan \alpha = \alpha$. Esses são os pontos em que a intensidade I é máxima.

(b) Os valores de α que satisfazem a relação $\tan \alpha = \alpha$ podem ser obtidos numericamente em uma calculadora ou em um computador e são ligeiramente menores que os valores de $(m + 1/2)\pi$ rad. Também podem ser determinados graficamente, a partir de um desenho como o da figura a seguir, no qual as funções $y = \tan \alpha$ e $y = \alpha$ são plotadas no mesmo gráfico. As interseções da reta $y = \alpha$ com a curva $y = \tan \alpha$ são as soluções; a menor solução é $\alpha = 0$.



(c) Escrevendo os máximos na forma $\alpha = (m + 1/2)\pi$ rad, os valores de m são dados por $m = \alpha/\pi - 0,500$. Para $\alpha = 0$, $m = -0,500$.

(d) O segundo menor valor de α é 4,493 rad.

(e) Para $\alpha = 4,493$, $m = 4,493/\pi - 0,500 = 0,930$.

(f) O terceiro menor valor de α é 7,725 rad.

(g) Para $\alpha = 7,725$, $m = 7,725/\pi - 0,500 = 1,96$.

18. Usando a notação do Exemplo 36.03 “Pinturas pontilhistas e a difração da pupila”, a maior distância é

$$L = \frac{D}{\theta_R} = \frac{D}{1,22\lambda/d} = \frac{(5,0 \times 10^{-3} \text{ m})(4,0 \times 10^{-3} \text{ m})}{1,22(550 \times 10^{-9} \text{ m})} = 30 \text{ m}.$$

19. (a) Usando a notação do Exemplo 36.03 “Pinturas pontilhistas e a difração da pupila”,

$$L = \frac{D}{1,22\lambda/d} = \frac{2(50 \times 10^{-6} \text{ m})(1,5 \times 10^{-3} \text{ m})}{1,22(650 \times 10^{-9} \text{ m})} = 0,19 \text{ m} = 19 \text{ cm}.$$

(b) Como o comprimento de onda da luz azul é menor que o da luz vermelha, e a distância máxima é inversamente proporcional ao comprimento de onda, a distância seria maior.

20. Usando a notação do Exemplo 36.03 “Pinturas pontilhistas e a difração da pupila”, a distância mínima é

$$D = L\theta_R = L \left(\frac{1,22\lambda}{d} \right) = (6,2 \times 10^3 \text{ m}) \frac{(1,22)(1,6 \times 10^{-2} \text{ m})}{2,3 \text{ m}} = 53 \text{ m}.$$

21. **PENSE** Podemos usar o critério de Rayleigh para estimar a distância pedida no enunciado do problema.

FORMULE Se L é a distância do observador aos objetos, a menor distância D entre os objetos para a qual eles podem ser resolvidos é $D = L\theta_R$, em que θ_R é medido em radianos.

ANALISE (a) De acordo com a Eq. 36-14, $\theta_R = 1,22\lambda/d$, em que λ é o comprimento de onda e d é o diâmetro da abertura. Assim,

$$D = \frac{1,22 L \lambda}{d} = \frac{1,22(8,0 \times 10^{10} \text{ m})(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{5,0 \times 10^{-3} \text{ m}} = 1,1 \times 10^7 \text{ m} = 1,1 \times 10^4 \text{ km}.$$

Como essa distância é maior que o diâmetro de Marte, não é possível observar detalhes da superfície do planeta a olho nu.

(b) Nesse caso, $d = 5,1 \text{ m}$ e

$$D = \frac{1,22(8,0 \times 10^{10} \text{ m})(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{5,1 \text{ m}} = 1,1 \times 10^4 \text{ m} = 11 \text{ km}.$$

APRENDA De acordo com o critério de Rayleigh, dois objetos podem ser resolvidos se a separação angular entre eles, do ponto de vista do observador, for maior que $\theta_R = 1,22\lambda/d$.

22. (a) Usando a notação do Exemplo 36.03 “Pinturas pontilhistas e a difração da pupila”, a menor dimensão é

$$D = L\theta_R = L \left(\frac{1,22\lambda}{d} \right) = \frac{(400 \times 10^3 \text{ m})(1,22)(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{(0,005 \text{ m})} \approx 50 \text{ m}.$$

(b) De acordo com o critério de Rayleigh, o astronauta não poderia ver com clareza a Grande Muralha da China [veja o resultado do item (a)].

(c) Os sinais de vida inteligente seriam, na melhor das hipóteses, ambíguos na parte da Terra iluminada pelo Sol. Ao passar pelo lado oposto da Terra, porém, o astronauta veria claramente os efeitos da iluminação artificial.

23. PENSE Este problema envolve o uso do critério de Rayleigh para determinar as condições nas quais os faróis de um carro podem ser resolvidos.

FORMULE De acordo com o critério de Rayleigh, a menor separação para a qual duas fontes pontuais podem ser resolvidas é aquela em que o máximo central de uma das fontes coincide com o primeiro mínimo da figura de difração da outra fonte. Assim, a separação angular das fontes, em radianos, deve ser pelo menos $\theta_R = 1,22\lambda/d$, em que λ é o comprimento de onda e d é o diâmetro da abertura.

ANALISE (a) No caso dos faróis do problema,

$$\theta_R = \frac{1,22(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{5,0 \times 10^{-3} \text{ m}} = 1,34 \times 10^{-4} \text{ rad},$$

ou $1,3 \times 10^{-4}$ rad, com dois algarismos significativos.

(b) Se L é a distância dos faróis ao olho quando os faróis mal podem ser resolvidos, e D é a distância entre os faróis, $D = L\theta_R$. Assim,

$$L = \frac{D}{\theta_R} = \frac{1,4 \text{ m}}{1,34 \times 10^{-4} \text{ rad}} = 1,0 \times 10^4 \text{ m} = 10 \text{ km}.$$

APRENDA A distância calculada, 10 km, excede em muito a capacidade de resolução da visão humana. Na prática, a resolução depende de outros fatores, como a diferença de brilho entre os objetos e o ambiente, a turbulência do ar e a acuidade visual de cada um.

24. Usando a Eq. 36-12 com $\theta = 2,5^\circ/2 = 1,25^\circ$, temos

$$d = \frac{1,22\lambda}{\sin \theta} = \frac{1,22(550 \text{ nm})}{\sin 1,25^\circ} = 31 \mu\text{m}.$$

25. Usando a notação do Exemplo 36.03 “Pinturas pontilhistas e a difração da pupila”, a distância mínima é

$$D = L\theta_R = L \left(1,22 \frac{\lambda}{d} \right) = (3,82 \times 10^8 \text{ m}) \frac{(1,22)(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{5,1 \text{ m}} = 50 \text{ m}.$$

26. Usando a notação do Exemplo 36.03 “Pinturas pontilhistas e a difração da pupila”, temos

$$\frac{D}{L} = \theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{d} \Rightarrow d = \frac{1,22\lambda L}{D}.$$

(a) De acordo com essa equação,

$$d = \frac{1,22(550 \times 10^{-9} \text{ m})(400 \times 10^3 \text{ m})}{0,85 \text{ m}} = 0,32 \text{ m}.$$

(b) De acordo com a equação anterior,

$$d = \frac{1,22(550 \times 10^{-9} \text{ m})(400 \times 10^3 \text{ m})}{0,10 \text{ m}} = 2,7 \text{ m}.$$

(c) Os satélites militares não usam grandes aberturas, comparáveis à do Telescópio Espacial Hubble; em vez disso, recorrem a técnicas sofisticadas de filtragem e processamento digital para melhorar a qualidade das imagens.

27. Usando a notação do Exemplo 36.03 “Pinturas pontilhistas e a difração da pupila”, temos

$$L = \frac{D}{\theta_R} = \frac{D}{1,22\lambda/d} = \frac{(5,0 \times 10^{-2} \text{ m})(4,0 \times 10^{-3} \text{ m})}{1,22(0,10 \times 10^{-9} \text{ m})} = 1,6 \times 10^6 \text{ m} = 1,6 \times 10^3 \text{ km}.$$

28. A Eq. 36-14 nos dá $\theta_R = 1,22\lambda/d$, em que, em nosso caso, $\theta_R \approx D/L$, com $D = 60 \mu\text{m}$, e L é a distância que procuramos. Se $d = 3,00 \text{ mm} = 3000 \mu\text{m}$ é o diâmetro da pupila do observador,

$$L = \frac{Dd}{1,22\lambda} = \frac{(60 \mu\text{m})(3000 \mu\text{m})}{1,22(0,55 \mu\text{m})} = 2,7 \times 10^5 \mu\text{m} = 27 \text{ cm}.$$

29. (a) De acordo com a Eq. 36-14, a separação angular é

$$\theta_R = \frac{1,22\lambda}{d} = \frac{(1,22)(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{0,76 \text{ m}} = 8,8 \times 10^{-7} \text{ rad}.$$

(b) Usando a notação do Exemplo 36.03 “Pinturas pontilhistas e a difração da pupila”, a distância entre as estrelas é

$$D = L\theta_R = \frac{(10 \text{ anos-luz})(9,46 \times 10^{12} \text{ km/ano-luz})(0,18)\pi}{(3600)(180)} = 8,4 \times 10^7 \text{ km}.$$

(c) O diâmetro do primeiro anel escuro é

$$d = 2\theta_R L = \frac{2(0,18)(\pi)(14 \text{ m})}{(3600)(180)} = 2,5 \times 10^{-5} \text{ m} = 0,025 \text{ mm}.$$

30. De acordo com a Fig. 36-42a, o diâmetro D' do disco na retina é

$$D' = D \frac{L'}{L} = (2,00 \text{ mm}) \frac{2,00 \text{ cm}}{45,0 \text{ cm}} = 0,0889 \text{ mm}.$$

O ângulo mostrado na Fig. 36-42b é

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{D'/2}{x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0,0889 \text{ mm}/2}{6,00 \text{ mm}} \right) = 0,424^\circ.$$

Como este ângulo corresponde ao primeiro mínimo da figura de difração, $\sin \theta = 1,22\lambda/d$, em que λ é o comprimento de onda e d é o diâmetro do defeito. Assim, temos

$$d = \frac{1,22\lambda}{\sin \theta} = \frac{1,22(550 \text{ nm})}{\sin(0,424^\circ)} = 9,06 \times 10^{-5} \text{ m} \approx 91 \mu\text{m}.$$

31. **PENSE** Podemos usar o critério de Rayleigh para calcular a largura angular do máximo central.

FORMULE O primeiro mínimo está em uma posição angular θ , medida em relação ao centro da figura de difração, tal que $\sin \theta = 1,22\lambda/d$, em que λ é o comprimento de onda e d é o diâmetro da antena. Se f é a frequência, o comprimento de onda é

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}}{220 \times 10^9 \text{ Hz}} = 1,36 \times 10^{-3} \text{ m}.$$

ANALISE (a) Assim, temos

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{1,22\lambda}{d} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{1,22(1,36 \times 10^{-3} \text{ m})}{55,0 \times 10^{-2} \text{ m}} \right) = 3,02 \times 10^{-3} \text{ rad}.$$

A largura angular do máximo central é o dobro desse valor, ou seja, $6,04 \times 10^{-3} \text{ rad}$ ($0,346^\circ$).

(b) Para $\lambda = 1,6 \text{ cm}$ e $d = 2,3 \text{ m}$,

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{1,22(1,6 \times 10^{-2} \text{ m})}{2,3 \text{ m}} \right) = 8,5 \times 10^{-3} \text{ rad}.$$

A largura angular do máximo central é $1,7 \times 10^{-2} \text{ rad}$ ($0,97^\circ$).

APRENDA Usando a aproximação para pequenos ângulos, obtemos a seguinte expressão para largura angular:

$$2\theta \approx 2 \left(\frac{1,22\lambda}{d} \right) = \frac{2,44\lambda}{d}.$$

32. (a) De acordo com a Eq. 36-12:

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{1,22\lambda}{d} \right) = \sin^{-1} \left[\frac{1,22(v_s/f)}{d} \right] = \sin^{-1} \left[\frac{(1,22)(1450 \text{ m/s})}{(25 \times 10^3 \text{ Hz})(0,60 \text{ m})} \right] = 6,8^\circ.$$

(b) Para $f = 1,0 \times 10^3 \text{ Hz}$, temos

$$\frac{1,22\lambda}{d} = \frac{(1,22)(1450 \text{ m/s})}{(1,0 \times 10^3 \text{ Hz})(0,60 \text{ m})} = 2,9 > 1.$$

Como $\sin \theta$ não pode ser maior que 1, nesse caso não existe um mínimo.

33. De acordo com a Eq. 36-14, temos

$$\theta_R = \frac{1,22\lambda}{d} = \frac{D}{L},$$

em que o raciocínio que leva à segunda igualdade é o mesmo do Exemplo 36.03 “Pinturas pontilhistas e a difração da pupila”.

(a) De acordo com a equação anterior,

$$D = \frac{1,22\lambda L}{d} = \frac{1,22(1,40 \times 10^{-9} \text{ m})(2000 \times 10^3 \text{ m})}{0,200 \times 10^{-3} \text{ m}} = 17,1 \text{ m}.$$

(b) Densidade de energia é igual a potência por unidade de área. Supondo que o laser se comporta como uma fonte isotrópica, a área no caso é a área da superfície de uma esfera, que é proporcional ao quadrado do raio. Assim, a razão r das densidades de energia é igual à razão das distâncias: $r = (d/D)^2 = 1,37 \times 10^{-10}$.

34. (a) Como $\theta = 1,22\lambda/d$, quanto maior o comprimento de onda, maior é o raio do primeiro mínimo (e maior é o raio do segundo máximo). Assim, os dois anéis são vermelhos (a cor da luz visível com maior comprimento de onda).

(b) O diâmetro aproximado das gotas é

$$d = \frac{1,22\lambda}{\theta} \approx \frac{1,22(7 \times 10^{-7} \text{ m})}{1,5(0,50^\circ)(\pi/180^\circ)/2} = 1,3 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,13 \text{ mm}.$$

35. As franjas claras são observadas para ângulos θ dados por $d \sin \theta = m\lambda$, em que m é um número inteiro. Neste caso, temos $d = 11a/2$ e, portanto,

$$a \sin \theta = 2m\lambda/11.$$

O primeiro mínimo da figura de difração é observado para um ângulo θ_1 dado por $a \sin \theta_1 = \lambda$ e o segundo é observado para um ângulo θ_2 dado por $a \sin \theta_2 = 2\lambda$, em que a é a largura da fenda. Devemos contar os valores de m para os quais $\theta_1 < \theta < \theta_2$ ou, o que é equivalente, os valores de m para os quais $\sin \theta_1 < \sin \theta < \sin \theta_2$. Isto significa que $1 < (2m/11) < 2$. Os valores de m que estão neste intervalo são $m = 6, 7, 8, 9$ e 10 . Assim, existem cinco franjas claras entre o primeiro e o segundo mínimos da envoltória.

36. Usando o mesmo raciocínio do Exemplo 36.05, “Experimento de dupla fenda levando em conta os efeitos de difração”, obtemos

$$\frac{d}{a} = \frac{0,30 \times 10^{-3} \text{ m}}{46 \times 10^{-6} \text{ m}} = 6,52,$$

que interpretamos como significando que o primeiro mínimo de difração acontece a uma distância do centro da figura de interferência um pouco maior que o máximo correspondente a $m = 6$ da figura de interferência. Isto significa que a envoltória central inclui o máximo central da figura de interferência (correspondente a $m = 0$) e seis máximos laterais de cada lado, o que nos dá um total de $6 + 1 + 6 = 13$ franjas claras entre os dois mínimos de primeira ordem da figura de difração.

37. Usando o mesmo raciocínio do Exemplo 36.05 “Experimento de dupla fenda levando em conta os efeitos de difração”, obtemos $n = 2(d/a) - 1 = 2(2a/a) - 1 = 3$.

38. De acordo com o enunciado, a envoltória central de difração contém a franja clara central de interferência (correspondente a $m = 0$ na Eq. 36-25) e dez franjas laterais de cada lado. Como a décima primeira franja lateral de interferência não está contida na envoltória central, concluímos que o primeiro mínimo da envoltória de difração (que satisfaz a relação $\sin \theta = \lambda/a$) coincide com a décima primeira franja lateral de interferência, que corresponde a $m = 11$ na Eq. 36-25, o que nos dá

$$d = \frac{m\lambda}{\sin \theta} = \frac{11\lambda}{\lambda/a} = 11a \Rightarrow \frac{d}{a} = 11.$$

39. (a) Como o primeiro mínimo da figura de difração é observado para $\theta = 5,00^\circ$, temos

$$a = \frac{\lambda}{\sin \theta} = \frac{0,440 \mu\text{m}}{\sin 5,00^\circ} = 5,0 \mu\text{m}.$$

(b) Como a quarta franja lateral clara da figura de interferência está ausente, $d = 4a = 4(5,05 \mu\text{m}) = 20 \mu\text{m}$.

(c) No caso da franja de interferência com $m = 1$,

$$\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = \frac{\pi(5,05 \mu\text{m}) \sin 1,25^\circ}{0,440 \mu\text{m}} = 0,787 \text{ rad}$$

e, portanto, a intensidade da franja é

$$I = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 = (7,0 \text{ mW/cm}^2) \left[\frac{\sin(0,787 \text{ rad})}{0,787} \right]^2 = 5,7 \text{ mW/cm}^2,$$

o que está de acordo com a Fig. 36-45.

No caso da franja de interferência com $m = 2$,

$$\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = \frac{\pi(5,05 \mu\text{m}) \sin 2,50^\circ}{0,440 \mu\text{m}} = 1,57 \text{ rad}$$

e, portanto, a intensidade da franja é

$$I = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 = (7,0 \text{ mW/cm}^2) \left[\frac{\sin(1,57 \text{ rad})}{1,57} \right]^2 = 2,8 \text{ mW/cm}^2,$$

o que também está de acordo com a Fig. 36-45.

40. (a) Como a inclinação da reta da Fig. 36-45 é $(80 \text{ rad})/1 = 80$ e, de acordo com a Eq. 36-20, essa inclinação é igual a $\pi d/\lambda$, temos

$$d = \frac{80\lambda}{\pi} = \frac{80(435 \text{ nm})}{\pi} = 11.077 \text{ nm} \approx 11,1 \mu\text{m}.$$

(b) Considerando o parâmetro m da Eq. 36-25 uma variável contínua apenas para efeito de cálculo, temos

$$m_{\text{máx}} = \frac{d}{\lambda} (\sin \theta)_{\text{máx}} = \frac{d}{\lambda} = \frac{11,077 \text{ nm}}{435 \text{ nm}} \approx 25,5,$$

o que mostra que existem 25 franjas claras secundárias de um dos lados do máximo central. Isso significa que, incluindo o máximo central, existem 51 franjas claras de interferência (supondo, como é dito no enunciado, que nenhum dos máximos de interferência é totalmente eliminado por um mínimo de difração).

(c) O menor ângulo para o qual existe um máximo é o ângulo correspondente ao máximo central: $\theta = 0^\circ$.

(d) Fazendo $m = 25$ na Eq. 35-25, obtemos

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{m\lambda}{d} \right) = \sin^{-1} \left[\frac{(25)(435 \text{ nm})}{11,077 \text{ nm}} \right] = 79,0^\circ.$$

41. (a) Como o ângulo correspondente ao ponto P é

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{D} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0,700 \text{ m}}{4,00 \text{ m}} \right) = 9,93^\circ = 0,173 \text{ rad},$$

a Eq. 36-20 nos dá

$$\beta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} = \frac{\pi (24,0 \mu\text{m}) \sin 9,93^\circ}{0,600 \mu\text{m}} = 21,66 \text{ rad}.$$

Assim, de acordo com a Eq. 36-21,

$$\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = \frac{\pi (12,0 \mu\text{m}) \sin 9,93^\circ}{0,600 \mu\text{m}} = 10,83 \text{ rad},$$

o que, de acordo com a Eq. 36-19, nos dá

$$\frac{I}{I_m} = (\cos \beta)^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 = [\cos (21,66 \text{ rad})]^2 \left[\frac{\sin (10,83 \text{ rad})}{10,83} \right]^2 = 7,43 \times 10^{-3}.$$

(b) Considerando o parâmetro m da Eq. 35-25 uma variável contínua apenas para efeito de cálculo, temos

$$m = \frac{d \sin \theta}{\lambda} = \frac{(24,0 \mu\text{m}) \sin 9,93^\circ}{0,600 \mu\text{m}} \approx 6,9.$$

Isso mostra que o ponto P está entre o sexto mínimo de interferência (que corresponde a $m = 6,5$) e o sétimo máximo secundário (que corresponde a $m = 7$).

(c) Considerando o parâmetro m da Eq. 36-3 uma variável contínua apenas para efeito de cálculo, temos

$$m = \frac{a \sin \theta}{\lambda} = \frac{(12,0 \mu\text{m}) \sin 9,93^\circ}{0,600 \mu\text{m}} \approx 3,4,$$

o que mostra que o ponto P está entre o terceiro mínimo de difração (que corresponde a $m = 3$) e o quarto mínimo de difração (que corresponde a $m = 4$). Os máximos não estão exatamente a meio caminho entre os mínimos (veja o Problema 36-17), e sua localização é considerada na resposta.

42. (a) Usando o mesmo raciocínio do Exemplo 36.05 “Experimento de dupla fenda levando em conta os efeitos de difração”, fazemos a posição da quarta franja clara secundária da figura de interferência coincidir com o primeiro mínimo da figura de difração, o que nos dá

$$\sin \theta = \frac{4\lambda}{d} = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow \frac{d}{a} = 4.$$

(b) Todas as franjas claras de interferência que coincidem com um mínimo de difração são eliminadas. Isso acontece para

$$\sin \theta = \frac{m_1 \lambda}{d} = \frac{m_2 \lambda}{a} = \frac{m_1 \lambda}{4a},$$

o que nos dá $m_1 = 4m_2$, em que $m_2 = 1, 2, 3, \dots$. Assim, as franjas claras eliminadas são a 4ª, a 8ª, a 12ª, e assim por diante, ou seja, todas as franjas claras secundárias múltiplas de 4.

43. PENSE No caso de fendas relativamente largas, a interferência da luz proveniente de duas fendas produz franjas claras cuja intensidade varia de franja para franja porque as intensidades são modificadas pela difração da luz que passa pelas fendas.

FORMULE As posições angulares θ das franjas de interferência claras são dadas por $d \sin \theta = m\lambda$, em que d é a distância entre as fendas, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro. O primeiro mínimo de difração acontece para um ângulo θ_1 dado por $a \sin \theta_1 = \lambda$, em que a é a largura da fenda. Como o pico de difração vai de $-\theta_1$ a $+\theta_1$, devemos contar o número de valores de m para os quais $-\theta_1 < \theta < +\theta_1$, ou, o que é equivalente, o número de valores de m para os quais

$$-\sin \theta_1 < \sin \theta < +\sin \theta_1.$$

A intensidade das franjas na tela é dada por

$$I = I_m (\cos^2 \beta) \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

em que $\alpha = (\pi a/\lambda) \sin \theta$, $\beta = (\pi d/\lambda) \sin \theta$, e I_m é a intensidade no centro da figura de interferência.

ANALISE (a) De acordo com a condição anterior, $-1/a < m/d < 1/a$, ou $-d/a < m < +d/a$. Como

$$d/a = (0,150 \times 10^{-3} \text{ m}) / (30,0 \times 10^{-6} \text{ m}) = 5,00,$$

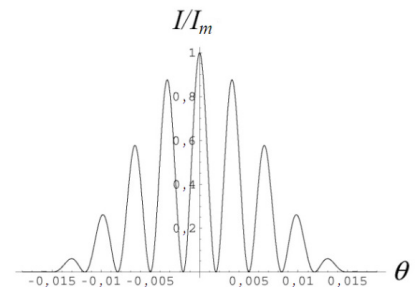
os valores de m são $m = -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$ e $+4$, ou seja, existem 9 franjas.

(b) No caso da terceira franja de interferência clara, $d \sin \theta = 3\lambda$ e, portanto, $\beta = 3\pi$ rad e $\cos^2 \beta = 1$. Além disso, $\alpha = 3\pi a/d = 3\pi/5,00 = 0,600\pi$ rad e

$$\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 = \left(\frac{\sin 0,600\pi}{0,600\pi} \right)^2 = 0,255.$$

A razão de intensidades é $I/I_m = 0,255$.

APRENDA A expressão da intensidade contém dois fatores: (1) o fator de interferência $\cos^2 \beta$ associado à interferência de dupla fenda e (2) o fator de difração $[(\sin \alpha)/\alpha]^2$ associado à difração de uma fenda de largura a . No limite $a \rightarrow 0$, $(\sin \alpha)/\alpha \rightarrow 1$, e recuperamos a Eq. 35-22 para a interferência de duas fendas muito estreitas separadas por uma distância d . Por outro lado, para $d = 0$ ou, o que é equivalente, $\beta = 0$, recuperamos a Eq. 36-5 para a difração de uma fenda de largura a . A figura ao lado mostra um gráfico da intensidade relativa em função de θ .



44. De acordo com a Eq. 36-25, os máximos de difração obedecem à relação $d \sin \theta = m\lambda$. Neste caso, como o ângulo entre os máximos correspondentes a $m = 1$ e $m = -1$ é 26° , o ângulo θ correspondente a $m = 1$ é $\theta = 26^\circ/2 = 13^\circ$. Assim, a distância efetiva entre as ranhuras é

$$d = \frac{m\lambda}{\sin \theta} = \frac{(1)(550 \text{ nm})}{\sin 13^\circ} = 2,4 \mu\text{m} \approx 2 \mu\text{m}.$$

45. A distância entre ranhuras vizinhas é

$$d = 20,0 \text{ mm}/6000 = 0,00333 \text{ mm} = 3,33 \mu\text{m}.$$

(a) Sabemos que $d \sin \theta = m\lambda$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Como $|m|\lambda/d > 1$ para $|m| \geq 6$, o maior valor de θ corresponde a $|m| = 5$, o que nos dá

$$\theta = \sin^{-1}(|m|\lambda/d) = \sin^{-1}\left[\frac{5(0,589\mu\text{m})}{3,33\mu\text{m}}\right] = 62,1^\circ.$$

(b) O segundo maior valor de θ corresponde a $|m| = 4$, o que nos dá

$$\theta = \sin^{-1}(|m|\lambda/d) = \sin^{-1}\left[\frac{4(0,589\mu\text{m})}{3,33\mu\text{m}}\right] = 45,0^\circ.$$

(c) O terceiro maior valor de θ corresponde a $|m| = 3$, o que nos dá

$$\theta = \sin^{-1}(|m|\lambda/d) = \sin^{-1}\left[\frac{3(0,589\mu\text{m})}{3,33\mu\text{m}}\right] = 32,0^\circ.$$

46. A posição angular do máximo de difração de ordem m é dada por $m\lambda = d \sin \theta$. Para que o máximo de quinta ordem seja observado, é preciso que

$$\sin \theta|_{m=5} = 5\lambda/d \leq 1,$$

o que nos dá

$$\lambda \leq \frac{d}{5} = \frac{1,00\text{nm}/315}{5} = 635\text{nm}.$$

Assim, o maior comprimento de onda para o qual as linhas de quinta ordem podem ser observadas é $\lambda = 635\text{ nm}$.

47. PENSE As linhas de difração ocorrem em ângulos θ tais que $d \sin \theta = m\lambda$, em que d é o espaçamento das ranhuras, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro.

FORMULE O espaçamento das ranhuras é dado por

$$d = 1/(400\text{ mm}^{-1}) = 2,5 \times 10^{-3}\text{ mm}.$$

Note que, para uma dada ordem, a linha associada a um comprimento de onda maior é produzida em um ângulo maior que a linha associada a um comprimento de onda menor. Tomamos λ como o maior comprimento de onda do espectro visível (700 nm) e determinamos o maior valor inteiro de m para o qual θ é menor que 90° . Em outras palavras, determinamos o maior valor inteiro de m para o qual $m\lambda < d$.

ANALISE Como

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{2,5 \times 10^{-6}\text{ m}}{700 \times 10^{-9}\text{ m}} \approx 3,57,$$

esse valor é $m = 3$. Existem três ordens completas de cada lado da ordem $m = 0$. A segunda e a terceira ordens se superpõem parcialmente.

APRENDA A condição $\theta = \sin^{-1}(m\lambda/d)$ mostra que, para uma dada rede de difração, a posição angular das linhas depende do comprimento de onda da luz que está sendo usada.

48. (a) Chamando de M o maior valor de m , devemos ter $M\lambda = a \sin \theta < d$, o que nos dá $M < d/\lambda = 900\text{ nm}/600\text{ nm} = 1,5$ e, portanto $M = 1$. Assim, são observados três máximos, correspondentes a $m = -1, 0$ e 1 .

(b) De acordo com a Eq. 36-28, temos

$$\Delta\theta_{\text{ml}} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta} = \frac{d \sin \theta}{Nd \cos \theta} = \frac{\tan \theta}{N} = \frac{1}{N} \tan \left[\sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{d} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{1000} \tan \left[\sin^{-1} \left(\frac{600 \text{ nm}}{900 \text{ nm}} \right) \right] = 0,051^\circ.$$

49. PENSE Os máximos de uma rede de difração ocorrem em ângulos θ dados por $d \sin \theta = m\lambda$, em que d é o espaçamento das ranhuras, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro.

FORMULE Se duas linhas são vizinhas, os números de ordem correspondentes diferem de uma unidade. Seja m o número de ordem da linha com $\sin \theta = 0,2$, e seja $m + 1$ o número de ordem da linha com $\sin \theta = 0,3$. Nesse caso,

$$0,2d = m\lambda, \quad 0,3d = (m + 1)\lambda.$$

ANALISE (a) Subtraindo a primeira equação da segunda, obtemos $0,1d = \lambda$, o que nos dá

$$d = \lambda/0,1 = (600 \times 10^{-9} \text{ m})/0,1 = 6,0 \times 10^{-6} \text{ m}.$$

(b) Os mínimos da figura de difração de uma fenda ocorrem em ângulos θ dados por $a \sin \theta = m\lambda$, em que a é a largura da fenda. Como os máximos de quarta ordem estão ausentes, eles devem coincidir com um desses ângulos. Se a é a menor largura para a qual os máximos dessa ordem estão ausentes, o ângulo deve ser dado por $a \sin \theta = \lambda$. Como o ângulo também é dado por $d \sin \theta = 4\lambda$,

$$a = d/4 = (6,0 \times 10^{-6} \text{ m})/4 = 1,5 \times 10^{-6} \text{ m}.$$

(c) Em primeiro lugar, fazemos $\theta = 90^\circ$ e determinamos o maior valor de m para o qual $m\lambda < d \sin \theta$. Essa é a ordem mais alta que é difratada em direção à tela. A condição é a mesma que $m < d/\lambda$ e, como

$$d/\lambda = (6,0 \times 10^{-6} \text{ m})/(600 \times 10^{-9} \text{ m}) = 10,0,$$

a maior ordem observada é a ordem $m = 9$. Como a quarta e a oitava ordens estão ausentes, as ordens observáveis são $m = 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7$ e 9 . Assim, o maior valor do número de ordem é $m = 9$.

(d) De acordo com o resultado obtido no item (c), o segundo maior valor do número de ordem é $m = 7$.

(e) De acordo com o resultado obtido no item (c), o terceiro maior valor do número de ordem é $m = 6$.

APRENDA Os máximos de interferência acontecem para $d \sin \theta = m\lambda$, enquanto a condição para os mínimos de difração é $a \sin \theta = m'\lambda$. Assim, um máximo de interferência de ordem m pode coincidir com um mínimo de difração de ordem m' . O valor de m é dado por

$$\frac{d \sin \theta}{a \sin \theta} = \frac{m\lambda}{m'\lambda} \Rightarrow m = \left(\frac{d}{a} \right) m'.$$

Como $m = 4$ corresponde a $m' = 1$, concluímos que $d/a = 4$. Assim, $m = 8$ corresponde ao segundo mínimo de difração ($m' = 2$).

50. Vamos usar a Eq. 36-25. Para $m = \pm 1$,

$$\lambda = \frac{d \sin \theta}{m} = \frac{(1,73 \mu\text{m}) \sin(\pm 17,6^\circ)}{\pm 1} = 523 \text{ nm},$$

para $m = 2$,

$$\lambda = \frac{(1,73 \mu\text{m}) \sin(37,3^\circ)}{2} = 524 \text{ nm},$$

para $m = -2$,

$$\lambda = \frac{(1,73 \mu\text{m}) \sin(-37,1^\circ)}{-2} = 522 \text{ nm},$$

para $m = 3$,

$$\lambda = \frac{(1,73 \mu\text{m}) \sin(65,2^\circ)}{3} = 523 \text{ nm}$$

e para $m = -3$,

$$\lambda = \frac{(1,73 \mu\text{m}) \sin(-65,0^\circ)}{-3} = 523 \text{ nm}.$$

O valor médio de λ é $(523 + 523 + 524 + 522 + 523 + 523)/6 = 523 \text{ nm}$.

51. (a) Como $d = (1,00 \text{ mm})/180 = (1,00 \times 10^{-3} \text{ m})/180$, a Eq. 36-25 nos dá

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{m\lambda}{d} \right) = \sin^{-1} (180 \times 10^{-3} \text{ m})(2)\lambda.$$

Assim,

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \sin^{-1} [(180 \text{ mm})(2)\lambda_1] = \sin^{-1} [(180 \times 10^{-3} \text{ m})(2)(400 \times 10^{-9} \text{ m})] = \sin^{-1}(0,144) \\ &= 8,3^\circ, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_2 &= \sin^{-1} [(180 \text{ mm})(2)\lambda_2] = \sin^{-1} [(180 \times 10^{-3} \text{ m})(2)(500 \times 10^{-9} \text{ m})] = \sin^{-1}(0,180) \\ &= 10,4^\circ \end{aligned}$$

e, portanto, $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 10,4^\circ - 8,3^\circ = 2,1^\circ$.

(b) De acordo com a Eq. 36-25, a condição para que dois máximos se superponham é $m_1\lambda_1 = m_2\lambda_2$, o que pode ser escrito na forma $m_2/m_1 = \lambda_2/\lambda_1 = (500 \text{ nm})/(400 \text{ nm}) = 5/4$, o que nos dá $m_1 = 5$ e $m_2 = 4$. Assim,

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{m_1\lambda_1}{d} \right) = \sin^{-1} \left[\frac{5(4,0 \times 10^{-4} \text{ mm})}{0,0056 \text{ mm}} \right] = \sin^{-1}(0,36) = 21^\circ.$$

(c) Como $\lambda_2 > \lambda_1$, as posições angulares são maiores para λ_2 e, portanto, só é necessário realizar o cálculo para esse comprimento de onda. Considerando o parâmetro m da Eq. 36-25 uma variável contínua apenas para efeito de cálculo, temos

$$m_{\text{máx}} = \frac{d \sin 90^\circ}{\lambda_2} = \frac{d}{\lambda_2} = \frac{0,0056 \text{ mm}}{5,0 \times 10^{-4} \text{ mm}} \approx 11,2,$$

o que mostra que a maior ordem, para a qual os máximos associados aos dois comprimentos de onda estão presentes na figura de difração, é a ordem correspondente a $m = 11$.

52. Como a rede possui 160 ranhuras/mm, o espaçamento das ranhuras é

$$d = \frac{10^{-3} \text{ m}}{160} = 6,25 \times 10^{-6} \text{ m}.$$

(a) Para resolver este item, temos que calcular o valor de θ para vários valores de m e de λ a partir da Eq. 36-25. Para $m = 2$ e $\lambda = 460 \text{ nm}$, por exemplo, temos

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{m\lambda}{d} \right) = \sin^{-1} \left[\frac{2(460 \times 10^{-9} \text{ m})}{6,25 \times 10^{-6} \text{ m}} \right] = \sin^{-1}(0,1472) = 8,46^\circ.$$

Procedendo de forma análoga, obtemos $11,81^\circ$ para $m = 2$ e $\lambda = 640$ nm, $12,75^\circ$ para $m = 3$ e $\lambda = 460$ nm, e $17,89^\circ$ para $m = 3$ e $\lambda = 640$ nm. A primeira superposição acontece quando calculamos o ângulo para $m = 4$ e $\lambda = 460$ nm; o resultado é $17,12^\circ$, um ângulo menor que o calculado para $m = 3$ e $\lambda = 460$ nm. Assim, a menor ordem que se superpõe a outra ordem é a terceira, que se superpõe à quarta.

(b) Como as posições angulares são maiores para maiores comprimentos de onda, só é necessário realizar o cálculo para o maior comprimento de onda do feixe original. Considerando o parâmetro m da Eq. 36-25 uma variável contínua apenas para efeito de cálculo, temos

$$m_{\text{máx}} = \frac{d \sin 90^\circ}{640 \times 10^{-9} \text{ m}} = \frac{6,25 \times 10^{-6} \text{ m}}{640 \times 10^{-9} \text{ m}} = 9,8,$$

o que mostra que a maior ordem para a qual todos os comprimentos de onda estão presentes é a nona ordem.

(c) Para $m = 9$ e $\lambda = 460$ nm, a Eq. 36-25 nos dá

$$\theta = \sin^{-1} \left[\frac{9(460 \times 10^{-9} \text{ m})}{6,25 \times 10^{-6} \text{ m}} \right] = \sin^{-1}(0,662) = 41,5^\circ.$$

(d) Para $m = 9$ e $\lambda = 640$ nm, a Eq. 36-25 nos dá

$$\theta = \sin^{-1} \left[\frac{9(640 \times 10^{-9} \text{ m})}{6,25 \times 10^{-6} \text{ m}} \right] = \sin^{-1}(0,922) = 67,2^\circ.$$

(e) Considerando o parâmetro m da Eq. 36-25 uma variável contínua apenas para efeito de cálculo, temos

$$m_{\text{máx}} = \frac{d \sin 90^\circ}{460 \times 10^{-9} \text{ m}} = \frac{6,25 \times 10^{-6} \text{ m}}{460 \times 10^{-9} \text{ m}} = 13,6,$$

o que mostra que a maior ordem para a qual a luz de 460,0 nm aparece é a correspondente a $m = 13$. Assim, temos

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{m\lambda}{d} \right) = \sin^{-1} \left[\frac{13(460 \times 10^{-9} \text{ m})}{6,25 \times 10^{-6} \text{ m}} \right] = \sin^{-1}(0,957) = 73,1^\circ.$$

53. No ponto da tela correspondente à borda interna do furo, $\tan \theta = 5,0 \text{ cm}/30 \text{ cm}$, o que nos dá $\theta = 9,46^\circ$. Além disso, sabemos que o espaçamento d das ranhuras é $1,0 \text{ mm}/350 = 1,0 \times 10^6 \text{ nm}/350$.

(a) De acordo com a Eq. 36-25, temos

$$m = \frac{d \sin \theta}{\lambda} = \frac{(1,0 \times 10^6 \text{ nm}/350)(0,1644)}{\lambda} = \frac{470 \text{ nm}}{\lambda}.$$

Como, para a luz branca, $\lambda > 400$ nm, o único número inteiro possível é $m = 1$. Assim, na borda do furo, $\lambda = 470$ nm. Este é o menor comprimento de onda da luz que passa pelo furo.

(b) Na borda externa do furo, $\tan \theta' = 6,0 \text{ cm}/30 \text{ cm}$, o que nos dá $\theta' = 11,31^\circ$. Assim, o maior comprimento de onda da luz que passa pelo furo é

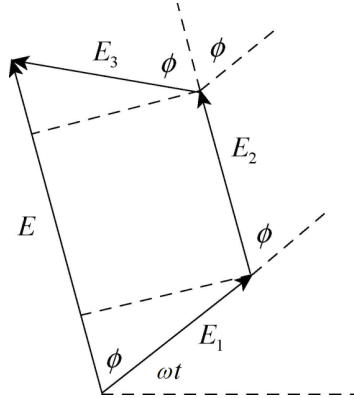
$$\lambda' = d \sin \theta' = \left(\frac{1,0 \times 10^6 \text{ nm}}{350} \right) \sin(11,31^\circ) = 560 \text{ nm}.$$

54. Como a largura das fendas é muito menor que o comprimento de onda da luz, o pico central da figura de difração se espalha por toda a tela, e a envoltória de difração pode ser ignorada. Considere três ondas, cada uma proveniente de uma fenda. Como o espaçamento das fendas é uniforme, a diferença de fase entre as ondas provenientes da primeira e segunda fendas é igual à dife-

rença de fase entre as ondas provenientes da segunda e terceira fendas. Assim, os campos elétricos das ondas na posição da tela podem ser escritos na forma

$$\begin{aligned}E_1 &= E_0 \sin(\omega t) \\E_2 &= E_0 \sin(\omega t + \phi) \\E_3 &= E_0 \sin(\omega t + 2\phi)\end{aligned}$$

em que $\phi = (2\pi d/\lambda) \sin \theta$, d é a distância entre fendas vizinhas e λ é o comprimento de onda. O diagrama fasorial é mostrado na figura que se segue.



O campo resultante é

$$E = E_0 \cos \phi + E_0 \cos \phi = E_0 (1 + 2 \cos \phi).$$

Como a intensidade de uma onda é proporcional ao quadrado do campo elétrico, temos

$$I = AE_0^2 (1 + 2 \cos \phi)^2,$$

em que A é uma constante de proporcionalidade. Para $\phi = 0$, a intensidade tem o valor máximo, $I_m = 9AE_0^2$. Fazendo $A = I_m/9E_0^2$ na equação anterior, obtemos

$$I = \frac{I_m}{9} (1 + 2 \cos \phi)^2 = \frac{I_m}{9} (1 + 4 \cos \phi + 4 \cos^2 \phi).$$

55. PENSE Se uma rede de difração mal consegue resolver dois comprimentos de onda cuja média é $\lambda_{\text{méd}}$ e cuja separação é $\Delta\lambda$, a resolução da rede é definida como $R = \lambda_{\text{méd}}/\Delta\lambda$.

FORMULE De acordo com a Eq. 36-32, a resolução de uma rede também pode ser expressa pela equação $R = Nm$, em que N é o número de ranhuras da rede e m é a ordem das linhas.

ANALISE Como $\lambda_{\text{méd}}/\Delta\lambda = Nm$,

$$N = \frac{\lambda_{\text{méd}}}{m\Delta\lambda} = \frac{656,3 \text{ nm}}{(1)(0,18 \text{ nm})} = 3,65 \times 10^3 \text{ ranhuras}.$$

APRENDA Quanto maior o valor de N (quanto maior o número de ranhuras), maior a resolução de uma rede de difração.

56. (a) Como $R = \lambda/\Delta\lambda = Nm$, temos

$$N = \frac{\lambda}{m\Delta\lambda} = \frac{(415,496 \text{ nm} + 415,487 \text{ nm})/2}{2(415,96 \text{ nm} - 415,487 \text{ nm})} = 23.100.$$

(b) Como o espaçamento das ranhuras é $d = (4,0 \times 10^7 \text{ nm})/23.100 = 1732 \text{ nm}$, a posição angular dos máximos de segunda ordem é

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{m\lambda}{d} \right) = \sin^{-1} \left[\frac{(2)(415,5 \text{ nm})}{1732 \text{ nm}} \right] = 28,7^\circ.$$

57. (a) Note que $d = (76 \times 10^6 \text{ nm})/40.000 = 1900 \text{ nm}$. Para os máximos de primeira ordem, $\lambda = d \sin \theta$, o que nos dá

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{d} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{589 \text{ nm}}{1900 \text{ nm}} \right) = 18^\circ.$$

Fazendo $m = d \sin \theta / \lambda$ na Eq. 36-30, obtemos

$$D = \tan \theta / \lambda = \tan 18^\circ / 589 \text{ nm} = 5,5 \times 10^{-4} \text{ rad/nm} = 0,032^\circ/\text{nm}.$$

(b) Para $m = 1$, a resolução é $R = Nm = 40.000m = 40.000 = 4,0 \times 10^4$.

(c) Para $m = 2$, $\theta = \sin^{-1}(2\lambda/d) = \sin^{-1}(1178 \text{ nm}/1900 \text{ nm}) = 38^\circ$, e o valor correspondente da dispersão é $D = (\tan \theta)/\lambda = \tan 38^\circ / 589 \text{ nm} = 0,076^\circ/\text{nm}$.

(d) Para $m = 2$, a resolução é $R = Nm = 40.000m = 2 \times 40.000 = 8,0 \times 10^4$.

(e) Para $m = 3$, $\theta = \sin^{-1}(3\lambda/d) = 68^\circ$, e o valor correspondente da dispersão é $D = \tan 68^\circ / 589 \text{ nm} = 0,24^\circ/\text{nm}$.

(f) Para $m = 3$, a resolução é $R = Nm = 40.000m = 3 \times 40.000 = 1,2 \times 10^5$.

58. (a) Como $R = \lambda/\Delta\lambda = Nm$, temos

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{Nm} = \frac{500 \text{ nm}}{(600/\text{mm})(5,0 \text{ mm})(3)} = 0,056 \text{ nm} = 56 \text{ pm}.$$

(b) Considerando o parâmetro m da Eq. 36-25 uma variável contínua apenas para efeito de cálculo, temos

$$m_{\text{máx}} = \frac{d}{\lambda} (\sin \theta)_{\text{máx}} = \frac{d}{\lambda} = \frac{1}{(600/\text{mm})(500 \times 10^{-6} \text{ mm})} = 3,3,$$

o que mostra que nenhuma ordem acima da terceira pode ser observada.

59. De acordo com as Eqs. 36-31 e 36-32, temos

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_{\text{méd}}}{Nm} = \frac{600 \text{ nm}}{(1000 \text{ linhas/cm})(2,0 \text{ cm})(2)} = 0,15 \text{ nm}.$$

60. De acordo com as Eqs. 36-31 e 36-32, temos

$$N = \frac{\lambda_{\text{méd}}}{m\Delta\lambda} = \frac{(589,6 \text{ nm} + 589,0 \text{ nm})/2}{2(589,6 \text{ nm} - 589,0 \text{ nm})} = 491.$$

61. (a) De acordo com a Eq. 36-25, temos

$$d = \frac{m\lambda_{\text{méd}}}{\sin \theta} = \frac{3(589,3 \text{ nm})}{\sin 10^\circ} = 1,0 \times 10^4 \text{ nm} = 10 \mu\text{m}.$$

(b) A largura da rede é

$$L = Nd = \left(\frac{R}{m} \right) d = \frac{\lambda_{\text{méd}} d}{m\Delta\lambda} = \frac{(589,3 \text{ nm})(10 \mu\text{m})}{3(589,59 \text{ nm} - 589,00 \text{ nm})} = 3,3 \times 10^3 \mu\text{m} = 3,3 \text{ mm}.$$

62. (a) De acordo com as Eqs. 36-28, 36-32 e 36-25, temos

$$\Delta\theta_{\text{ml}} R = \left(\frac{\lambda}{N d \cos \theta} \right) N m = \frac{m \lambda}{d \cos \theta} = \frac{d \sin \theta}{d \cos \theta} = \tan \theta.$$

(b) Como se trata da primeira ordem, $m = 1$, e o ângulo correspondente, θ_1 , satisfaz à relação $d \sin \theta_1 = m \lambda = \lambda$, o que nos dá $\sin \theta_1 = \lambda/d$. Assim, o produto pedido é

$$\begin{aligned} \tan \theta_1 &= \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_1}} = \frac{1}{\sqrt{(1/\sin \theta_1)^2 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{(d/\lambda)^2 - 1}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(900 \text{ nm}/600 \text{ nm})^2 - 1}} = 0,89. \end{aligned}$$

63. Seja λ_1 o menor comprimento de onda e seja θ a posição angular da linha associada a λ_1 . Seja λ_2 o maior comprimento de onda e seja $\theta + \Delta\theta$ a posição angular da linha associada a λ_2 . Se o espectro cobre um ângulo $\Delta\theta$, temos

$$\lambda_1 = d \sin \theta \quad \text{e} \quad \lambda_2 = d \sin(\theta + \Delta\theta).$$

Como

$$\sin(\theta + \Delta\theta) = \sin \theta \cos \Delta\theta + \cos \theta \sin \Delta\theta$$

e

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta},$$

temos

$$\lambda_2 = d(\sin \theta \cos \Delta\theta) + d(\cos \theta \sin \Delta\theta) = \lambda_1 \cos \Delta\theta + \sqrt{d^2 - \lambda_1^2} \sin \Delta\theta.$$

Explicitando d , obtemos

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{\frac{(\lambda_2 - \lambda_1 \cos \Delta\theta)^2 + (\lambda_1 \sin \Delta\theta)^2}{\sin^2 \Delta\theta}} \\ &= \sqrt{\frac{[(680 \text{ nm}) - (430 \text{ nm}) \cos 20^\circ]^2 + [(430 \text{ nm}) \sin 20^\circ]^2}{\sin^2 20^\circ}} \\ &= 914 \text{ nm} = 9,14 \times 10^{-4} \text{ mm}. \end{aligned}$$

Isso significa que existem $1/d = 1/(9,14 \times 10^{-4} \text{ mm}) = 1,09 \times 10^3$ ranhuras por mm.

64. Fazendo $m = 1$ na Eq. 36-34, obtemos

$$\theta_{\min} = \sin^{-1} \left(\frac{m \lambda}{2d} \right) = \sin^{-1} \left[\frac{(1)(30 \text{ pm})}{2(0,30 \times 10^3 \text{ pm})} \right] = 2,9^\circ.$$

65. No caso do primeiro feixe, $2d \sin \theta_1 = \lambda_A$; no caso do segundo, $2d \sin \theta_2 = 3\lambda_B$.

(a) O valor de d pode ser calculado a partir da segunda relação:

$$d = \frac{3\lambda_B}{2 \sin \theta_2} = \frac{3(97 \text{ pm})}{2 \sin 60^\circ} = 1,7 \times 10^2 \text{ pm}.$$

(b) Uma vez conhecido o valor de d , o valor de λ_A pode ser conhecido a partir da primeira relação:

$$\lambda_A = 2d \sin \theta_1 = 2(1,7 \times 10^2 \text{ pm})(\sin 23^\circ) = 1,3 \times 10^2 \text{ pm}.$$

66. O comprimento de onda dos raios X é

$$\lambda = 2d \sin \theta = 2(39,8 \text{ pm}) \sin 30,0^\circ = 39,8 \text{ pm}.$$

67. (a) Na Fig. 36-46, o ângulo do pico mais intenso é aproximadamente $0,75^\circ$. De acordo com a Eq. 36-34, temos

$$\lambda_1 = 2d \sin \theta_1 = 2(0,94 \text{ nm}) \sin(0,75^\circ) = 0,025 \text{ nm} = 25 \text{ pm}.$$

Este pico é produzido pelo menor comprimento de onda.

(b) Na Fig. 36-46, o ângulo do segundo pico mais intenso é aproximadamente $1,15^\circ$. De acordo com a Eq. 36-34, temos

$$\lambda_2 = 2d \sin \theta_2 = 2(0,94 \text{ nm}) \sin 1,15^\circ = 0,038 \text{ nm} = 38 \text{ pm}.$$

Este pico é produzido pelo maior comprimento de onda.

Nota: Como o feixe contém apenas dois comprimentos de onda, os outros picos devem ser produzidos por difrações de ordem maior que 1. Para verificar se isso é verdade, podemos calcular a posição dos picos de segunda ordem produzidos pelos dois comprimentos de onda. No caso do menor comprimento de onda, temos

$$\theta'_2 = \sin^{-1} \frac{2\lambda_2}{2d} = \sin^{-1} \frac{0,038 \text{ nm}}{0,94 \text{ nm}} = \sin^{-1}(0,040) = 2,32^\circ,$$

que corresponde à posição do quarto pico mais intenso.

68. De acordo com a Eq. 36-34, temos

$$\frac{2d \sin \theta_2}{2d \sin \theta_1} = \frac{2\lambda}{\lambda} \Rightarrow \sin \theta_2 = 2 \sin \theta_1.$$

Assim, para $\theta_1 = 3,4^\circ$, obtemos $\theta_2 = 6,8^\circ$. Note que $\theta_2 \approx \theta_1$ porque os ângulos envolvidos são pequenos (para ângulos pequenos, $\theta_2/\theta_1 \approx \sin \theta_2 / \sin \theta_1$).

69. De acordo com a Eq. 36-34,

$$d = \frac{m\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{2(0,12 \times 10^{-9} \text{ m})}{2 \sin 28^\circ} = 2,56 \times 10^{-10} \text{ m} \approx 0,26 \text{ nm}.$$

70. De acordo com a Eq. 36-34, $2d \sin \theta = \lambda$. Como o ângulo de incidência nos planos refletos é $\theta = 63,8^\circ - 45,0^\circ = 18,8^\circ$ e a distância interplanar é $d = a_0/\sqrt{2}$, temos

$$a_0 = d\sqrt{2} = \frac{\lambda\sqrt{2}}{2 \sin \theta} = \frac{(0,260 \text{ nm})\sqrt{2}}{2 \sin 18,8^\circ} = 0,570 \text{ nm}.$$

71. **PENSE** A posição dos máximos de difração é dada pela lei de Bragg.

FORMULE Sabemos que as reflexões obedecem à condição de Bragg: $2d \sin \theta = m\lambda$, em que θ é o ângulo entre os raios incidentes e os planos refletos, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro. Explicitando θ , obtemos

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{m\lambda}{2d} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{(0,125 \times 10^{-9} \text{ m})m}{2(0,252 \times 10^{-9} \text{ m})} \right) = 0,2480m.$$

ANALISE (a) Para $m = 2$, a equação anterior nos dá $\theta = 29,7^\circ$. O cristal deve girar de um ângulo $\phi = 45^\circ - 29,7^\circ = 15,3^\circ$ no sentido horário.

(b) Para $m = 1$, a equação anterior nos dá $\theta = 14,4^\circ$. O cristal deve girar de um ângulo $\phi = 45^\circ - 14,4^\circ = 30,6^\circ$ no sentido horário.

(c) Para $m = 3$, a equação anterior nos dá $\theta = 48,1^\circ$. O cristal deve girar de um ângulo $\phi = 48,1^\circ - 45^\circ = 3,1^\circ$ no sentido anti-horário.

(d) Para $m = 4$, a equação anterior nos dá $\theta = 82,8^\circ$. O cristal deve girar de um ângulo $\phi = 82,8^\circ - 45^\circ = 37,8^\circ$ no sentido anti-horário.

APRENDA Note que não existem máximos de intensidade para $m > 4$, já que $m\lambda/2d > 1$ para $m > 4$.

72. Os comprimentos de onda satisfazem a relação

$$m\lambda = 2d \sin \theta = 2(275 \text{ pm})(\sin 45^\circ) = 389 \text{ pm}.$$

No intervalo de comprimentos de onda especificado, os valores permitidos de m são $m = 3$ e $m = 4$.

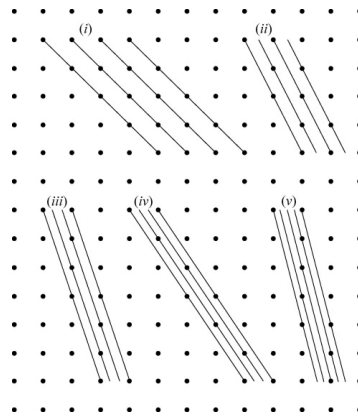
(a) O maior comprimento de onda é $389 \text{ pm}/3 = 130 \text{ pm}$.

(b) O valor do número de ordem m associado é $m = 3$.

(c) O menor comprimento de onda é $389 \text{ pm}/4 = 97,2 \text{ pm}$.

(d) O valor do número de ordem m associado é $m = 4$.

73. As famílias de planos com as cinco maiores distâncias interplanares (depois de a_0) são mostradas na figura a seguir.



(a) A segunda maior distância interplanar é $a_0/\sqrt{2} = 0,7071a_0$.

(b) A terceira maior distância interplanar é $a_0/\sqrt{5} = 0,4472a_0$.

(c) A quarta maior distância interplanar é $a_0/\sqrt{10} = 0,3162a_0$.

(d) A quinta maior distância interplanar é $a_0/\sqrt{13} = 0,2774a_0$.

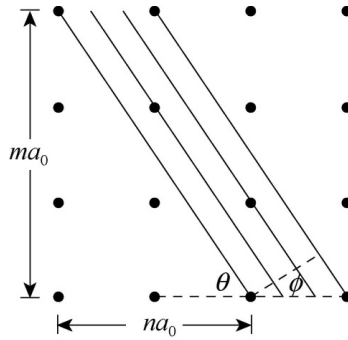
(e) A sexta maior distância interplanar é $a_0/\sqrt{17} = 0,2425a_0$.

(f) Como todo plano cristalino passa por pontos da rede, a inclinação do plano pode ser escrita como a razão de dois números inteiros. Considere uma família de planos de inclinação m/n , como mostra a figura adiante. O primeiro e o último planos mostrados no desenho passam por pontos vizinhos de uma mesma reta horizontal e são separados por $m - 1$ planos. Se h é a distância entre o primeiro plano e o último plano, a distância interplanar é $d = h/m$. Se os planos fazem um ângulo θ com a horizontal, a normal aos planos (indicada na figura por uma reta tracejada) faz com a horizontal um ângulo $\phi = 90^\circ - \theta$. A distância h é dada por $h = a_0 \cos \phi$, e a distância interplanar é $d = h/m = (a_0/m) \cos \phi$. Como $\tan \theta = m/n$, $\tan \phi = n/m$ e

$$\cos \phi = 1/\sqrt{1 + \tan^2 \phi} = m/\sqrt{n^2 + m^2}.$$

Assim,

$$d = \frac{h}{m} = \frac{a_0 \cos \phi}{m} = \frac{a_0}{\sqrt{n^2 + m^2}}.$$



74. (a) De acordo com a Eq. 36-14,

$$\theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{d} = \frac{(1,22)(540 \times 10^{-6} \text{ mm})}{5,0 \text{ mm}} = 1,3 \times 10^{-4} \text{ rad.}$$

(b) A separação linear é $D = L\theta_R = (160 \times 10^3 \text{ m})(1,3 \times 10^{-4} \text{ rad}) = 21 \text{ m}$.

75. **PENSE** Os máximos de uma rede de difração ocorrem em ângulos dados por $d \sin \theta = m\lambda$, em que d é o espaçamento das ranhuras, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro.

FORMULE O espaçamento das ranhuras é dado por

$$d = \frac{1}{200 \text{ mm}^{-1}} = 5,00 \times 10^{-3} \text{ mm} = 5,00 \times 10^{-6} \text{ m} = 5000 \text{ nm}.$$

Explicitando λ na equação $d \sin \theta = m\lambda$, obtemos

$$\lambda = \frac{d \sin \theta}{m} = \frac{(5000 \text{ nm})(\sin 30^\circ)}{m} = \frac{2500 \text{ nm}}{m},$$

em que $m = 1, 2, 3, \dots$. Na faixa da luz visível, m pode assumir os seguintes valores: $m_1 = 4$, $m_2 = 5$ e $m_3 = 6$.

(a) O maior comprimento de onda corresponde a $m_1 = 4$: $\lambda_1 = 2500 \text{ nm}/4 = 625 \text{ nm}$.

(b) O segundo maior comprimento de onda corresponde a $m_2 = 5$: $\lambda_2 = 2500 \text{ nm}/5 = 500 \text{ nm}$.

(c) O terceiro maior comprimento de onda corresponde a $m_3 = 6$: $\lambda_3 = 2500 \text{ nm}/6 = 416 \text{ nm}$.

APRENDA Como foi visto aqui, apenas três valores de m correspondem a comprimentos de onda na faixa da luz visível. Note que, se a luz incidente na rede de difração não for monocromática, será observado um *espectro*, já que os ângulos de difração são diferentes para diferentes comprimentos de onda.

76. Combinando a Eq. 36-31 ($R = \lambda_{\text{méd}}/\Delta\lambda$) com a Eq. 36-32 ($R = Nm$) e explicitando N , obtemos

$$N = \frac{\lambda_{\text{méd}}}{m\Delta\lambda} = \frac{590,2 \text{ nm}}{2(0,061 \text{ nm})} = 4,84 \times 10^3.$$

77. **PENSE** A condição para o mínimo de intensidade na figura de difração de uma fenda é dada por $a \sin \theta = m\lambda$, em que a é a largura da fenda, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro.

FORMULE De acordo com a Eq. 36-3, $a \sin \theta = m\lambda$, a largura da fenda é diretamente proporcional a m . Assim, a referência à “menor largura da fenda” sugere que devemos determinar os menores valores possíveis de m (no caso do mínimo produzido pela luz de 600 nm) e m' (no caso do mínimo produzido pela luz de 500 nm) para os quais (como o ângulo θ é o mesmo),

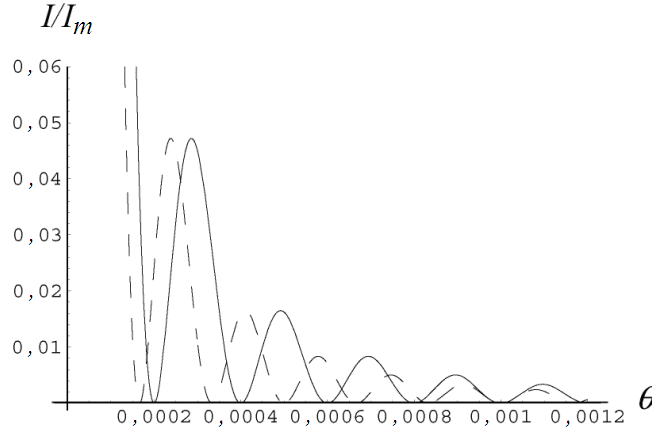
$$m\lambda = m'\lambda'$$

o que nos dá $m = 5$ e $m' = 6$.

ANALISE De acordo com a Eq. 36-3,

$$a = \frac{m\lambda}{\sin \theta} = \frac{5(600 \times 10^{-9} \text{ m})}{\sin(1,00 \times 10^{-3} \text{ rad})} = 3,00 \times 10^{-3} \text{ m}.$$

APRENDA O gráfico a seguir mostra a intensidade da difração da luz laranja (curva cheia) e da luz verde (curva tracejada) em função de θ . O ângulo $\theta = 0,001 \text{ rad}$ corresponde a $m = 5$ para a luz laranja e a $m' = 6$ para a luz verde.



78. A envoltória central de difração se estende ao intervalo $-\theta_1 < \theta < +\theta_1$, em que $\theta_1 = \sin^{-1}(\lambda/a)$. Como a posição angular dos máximos do padrão de interferência de dupla fenda é dada por

$$\theta_m = \sin^{-1}\left(\frac{m\lambda}{d}\right),$$

devemos ter

$$-\sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{a}\right) < \sin^{-1}\left(\frac{m\lambda}{d}\right) < +\sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{a}\right),$$

que, como o seno é uma função monotonicamente crescente no primeiro e no quarto quadrantes, onde estão todos esses ângulos, equivale a

$$-\frac{\lambda}{a} < \frac{m\lambda}{d} < +\frac{\lambda}{a}.$$

Escrevendo essa desigualdade na forma $-d/a < m < +d/a$, obtemos $-6 < m < +6$, o que nos dá, como m é um número inteiro, $-5 \leq m \leq +5$. Assim, existem 11 franjas claras entre os dois mínimos da primeira ordem da figura de difração.

79. PENSE Este problema trata da relação entre a resolução de uma rede de difração e as frequências envolvidas.

FORMULE Como a resolução de uma rede de difração é dada por $R = \lambda/\Delta\lambda$ e por Nm , a faixa de frequências que mal podem ser resolvidas na ordem m é $\Delta\lambda = \lambda/Nm$, em que N é o número de ranhuras da rede e λ é o comprimento de onda médio. A frequência f está relacionada ao comprimento de onda pela equação $f\lambda = c$, em que c é a velocidade da luz. Isso significa que $f = c/\lambda$ e $\Delta f/\Delta\lambda = -c/\lambda^2$, o que nos dá

$$\Delta\lambda = -\frac{\lambda^2}{c}\Delta f.$$

O sinal negativo significa que um aumento de frequência corresponde a uma diminuição de comprimento de onda, e vice-versa.

ANALISE (a) Igualando as duas expressões de $\Delta\lambda$, obtemos

$$\frac{\lambda^2}{c} \Delta f = \frac{\lambda}{Nm},$$

o que nos dá

$$\Delta f = \frac{c}{Nm\lambda}.$$

(b) A diferença entre o tempo de percurso dos dois raios extremos é $\Delta t = \Delta L/c$, em que ΔL é a diferença de percurso. Como os raios partem de fendas separadas por uma distância dada por $(N-1)d$, em que d é o espaçamento das fendas e N é o número de fendas, a diferença de percurso é $\Delta L = (N-1)d \sin \theta$ e a diferença entre o tempo de percurso é

$$\Delta t = \frac{(N-1)d \sin \theta}{c}.$$

Para $N \gg 1$, podemos usar a aproximação $t = (Nd/c) \sin \theta$.

(c) Multiplicando as expressões obtidas para Δt e Δf , obtemos

$$\Delta f \Delta t = \left(\frac{c}{Nm\lambda} \right) \left(\frac{Nd \sin \theta}{c} \right) = \frac{d \sin \theta}{m\lambda} = 1.$$

em que a relação $d \sin \theta = m\lambda$ foi usada para obter o último resultado.

APRENDA Podemos interpretar Δf como a faixa de frequências que podem ser resolvidas.

80. De acordo com a Eq. 36-14, temos

$$\theta_R = \frac{1,22\lambda}{d} = \frac{D}{L},$$

em que o raciocínio usado para chegar à segunda igualdade é o mesmo do Exemplo 36.03 “Pinturas pontilhistas e a difração da pupila”. De acordo com essa equação, temos

$$D = \frac{1,22\lambda L}{d} = \frac{1,22(500 \times 10^{-9} \text{ m})(0,250 \text{ m})}{5,00 \times 10^{-3} \text{ m}} = 3,05 \times 10^{-5} \text{ m} = 30,5 \text{ } \mu\text{m}.$$

81. Considere dois dos raios mostrados na Fig. 36-49, um logo acima do outro. A distância adicional percorrida pelo raio de baixo pode ser determinada traçando retas perpendiculares do ponto em que o raio de cima muda de direção (que será chamado de ponto P) até os raios incidente e difratado do raio de baixo. Vamos chamar de A e C os pontos onde essas retas interceptam o raio de baixo. O ponto em que o raio de baixo muda de direção será chamado de ponto B . Note que o ângulo $\angle APB$ é igual a ψ e o ângulo $\angle BPC$ é igual a θ (veja a Fig. 36-49). A diferença de percurso entre os dois raios é

$$\Delta x = |AB| + |BC| = d \sin \psi + d \sin \theta.$$

A condição para que seja formada uma franja clara é, portanto,

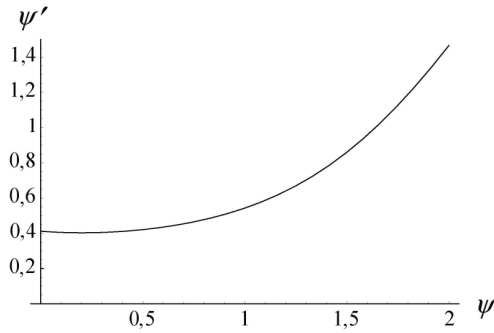
$$\Delta x = d(\sin \psi + \sin \theta) = m\lambda,$$

em que $m = 0, 1, 2, \dots$. Fazendo $\psi = 0$, obtemos a Eq. 36-25.

82. O desvio angular de um raio difratado (ângulo entre o prolongamento do raio incidente e o raio difratado) é $\psi' = \psi + \theta$. Para $m = 1$, temos

$$\psi' = \psi + \theta = \psi + \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{d} - \sin \psi \right)$$

em que $\lambda/d = (600 \times 10^{-9} \text{ m})/(1,5 \times 10^{-6} \text{ m}) = 0,40$. A figura a seguir mostra o gráfico de ψ' em função de ψ . (As duas escalas estão em radianos.)



83. PENSE No caso de fendas relativamente largas, devemos considerar a interferência da luz proveniente das duas fendas e a difração da luz que passa pelas fendas.

FORMULE A largura angular do máximo central de difração é dada por $-\theta_1 < \theta < +\theta_1$, em que $\theta_1 = \sin^{-1}(\lambda/a)$ é o ângulo que corresponde ao primeiro mínimo de difração. Como os ângulos correspondentes aos máximos da figura de difração de dupla fenda são dados por

$$\theta_m = \sin^{-1} \frac{m\lambda}{d}.$$

O número de máximos de interferência contidos no máximo central de difração pode ser definido como o número de valores de m para os quais a desigualdade

$$-\sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{a} \right) < \sin^{-1} \left(\frac{m\lambda}{d} \right) < +\sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{a} \right),$$

é satisfeita. Como o seno é uma função monotonicamente crescente no quarto e no primeiro quadrantes, nos quais estão todos os ângulos θ_1 , também podemos escrever

$$-\frac{\lambda}{a} < \frac{m\lambda}{d} < +\frac{\lambda}{a}.$$

A equação anterior estabelece quais são os valores permitidos de m .

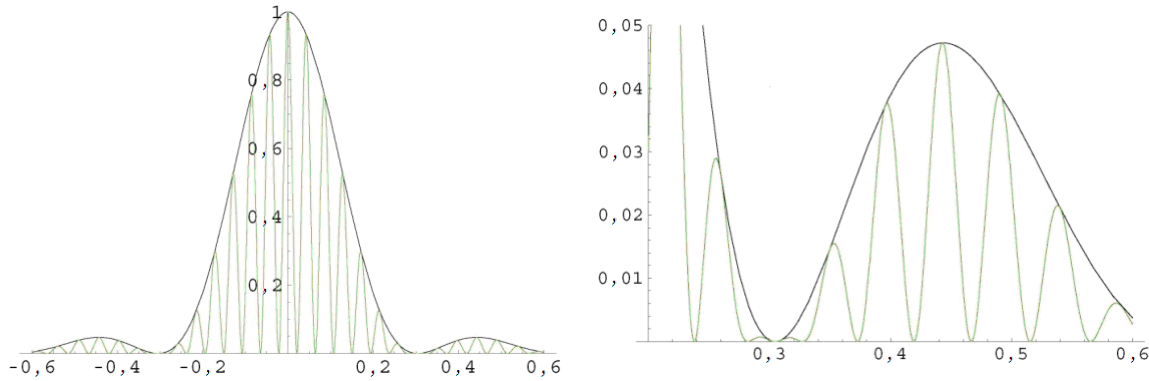
ANALISE (a) Escrevendo a equação anterior na forma $-d/a < m < +d/a$ e notando que $d/a = (14 \mu\text{m})/(2,0 \mu\text{m}) = 7$, chegamos ao resultado $-7 < m < +7$ ou (como m é um número inteiro) $-6 \leq m \leq +6$, o que nos dá 13 valores possíveis para m . Isso significa que existem 13 máximos de interferência no máximo central de difração.

(b) No caso de *uma* das envoltórias de difração de primeira ordem, os valores permitidos de m devem estar no intervalo

$$-\sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{a} \right) < \sin^{-1} \left(\frac{m\lambda}{d} \right) < +\sin^{-1} \left(\frac{2\lambda}{a} \right),$$

o que nos dá $d/a < m < 2d/a$ ou $7 < m < 14$. Como m é um número inteiro, isso significa que $8 \leq m \leq 13$, o que nos dá 6 valores possíveis para m . Se fôssemos levar em conta as duas envoltórias de primeira ordem, uma de cada lado do máximo central, o resultado seria 12, mas o enunciado do problema deixa claro que a resposta correta é 6.

APRENDA As figuras a seguir mostram a intensidade das franjas de interferência de dupla fenda em função de θ . O máximo central de difração contém 13 máximos de interferência, e os máximos de difração de primeira ordem contêm 6 máximos de interferência cada um.



84. A envoltória central de difração se estende ao intervalo $-\theta_1 < \theta < +\theta_1$, em que $\theta_1 = \sin^{-1}(\lambda/a)$. Como as posições angulares das franjas claras de interferência são dadas por

$$\theta_m = \sin^{-1} \frac{m\lambda}{d},$$

devemos ter

$$-\sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{a}\right) < \sin^{-1}\left(\frac{m\lambda}{d}\right) < +\sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{a}\right),$$

que, como o seno é uma função monotonicamente crescente no primeiro e no quarto quadrantes, onde estão todos esses ângulos, equivale a

$$-\frac{\lambda}{a} < \frac{m\lambda}{d} < +\frac{\lambda}{a}.$$

Escrevendo essa desigualdade na forma $-d/a < m < +d/a$, obtemos

$$m_{\text{máx}} < d/a < m_{\text{máx}} + 1.$$

Devido à simetria da figura de interferência, a multiplicidade dos valores de m é $2m_{\text{máx}} + 1 = 17$, o que nos dá $m_{\text{máx}} = 8$. Assim, o resultado se torna

$$8,0 < \frac{d}{a} \leq 9,0.$$

Como os mínimos de difração coincidem com os máximos de interferência, o valor de d/a é um número inteiro; assim, $d/a = 9,0$.

85. O número de linhas da rede de difração é $N = (1,8 \text{ cm})(1400/\text{cm}) = 2520$. Combinando as Eqs. 36-31 e 36-32, obtemos

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_{\text{méd}}}{Nm} = \frac{450 \text{ nm}}{(2520)(3)} = 0,0595 \text{ nm} = 59,5 \text{ pm}.$$

86. De acordo com a Eq. 36-17, temos

$$D = \frac{1,22\lambda L}{d} = \frac{1,22(500 \times 10^{-9} \text{ m})(40 \text{ m})}{4,00 \times 10^{-3} \text{ m}} = 6,1 \times 10^{-3} \text{ m} = 6,1 \text{ mm}.$$

87. De acordo com a Eq. 36-17, temos

$$L = \frac{Dd}{1,22\lambda} = \frac{(0,60 \text{ m})(0,0055 \text{ m})}{1,22(550 \times 10^{-9} \text{ m})} = 4,9 \times 10^3 \text{ m} = 4,9 \text{ km}.$$

88. De acordo com a Eq. 36-3,

$$m\lambda = a \sin \theta \Rightarrow \frac{a}{\lambda} = \frac{m}{\sin \theta} = \frac{2}{\sin 37^\circ} = 3,3.$$

89. De acordo com a Eq. 36-25, o espaçamento das linhas é

$$d = \frac{m\lambda}{\sin \theta} = \frac{2(600 \times 10^{-9} \text{ m})}{\sin 33^\circ} = 2,203 \times 10^{-6} \text{ m} = 2,203 \times 10^{-4} \text{ cm},$$

que normalmente se expressa na forma de “número de linhas por centímetro”:

$$\frac{1}{d} = 4539 \text{ linhas/cm}.$$

Como a largura da rede de difração é 3,00 cm, o número de linhas é

$$(4539 \text{ linhas/cm})(3,00 \text{ cm}) = 1,36 \times 10^4 \text{ linhas}.$$

90. Embora os ângulos neste problema não sejam muito grandes, o que permitiria usar a aproximação válida para pequenos ângulos sem cometer um erro considerável, vamos apresentar uma solução que também é válida para grandes ângulos. De acordo com a Eq. 36-3,

$$m\lambda = a \sin \theta \Rightarrow \theta = \sin^{-1} \left(\frac{m\lambda}{a} \right) = \sin^{-1} \left[\frac{2(0,42 \mu\text{m})}{5,1 \mu\text{m}} \right] = 9,48^\circ.$$

Vamos chamar de D a distância entre a fenda e a tela e de y a distância entre o centro da figura de difração e o segundo mínimo. Como D e y são os catetos de um triângulo retângulo no qual o ângulo entre D e a hipotenusa é θ , temos

$$y = D \tan \theta = (3,2 \text{ m}) \tan(9,48^\circ) = 0,534 \text{ m} = 53,4 \text{ cm}.$$

91. Se, de acordo com o enunciado, a rede de difração possui 8900 fendas em 1,20 cm, o espaçamento das fendas é $d = (1,20 \times 10^{-2} \text{ m})/8900 = 1,3 \times 10^{-6} \text{ m}$. Considerando o parâmetro m da Eq. 36-25 uma variável contínua apenas para efeito de cálculo, temos

$$m_{\text{máx}} = \frac{d \sin 90^\circ}{\lambda} = \frac{1,3 \times 10^{-6}}{500 \times 10^{-9}} \approx 2,6,$$

o que significa que existem duas ordens de cada lado do máximo central.

92. Vamos chamar de L a distância Terra-Lua. A energia do feixe de luz projetado na Lua estava concentrada em uma região circular, de diâmetro d_1 tal que $d_1/L = 2\theta_R = 2(1,22\lambda/d_0)$, em que d_0 é o diâmetro do espelho do telescópio. A fração da energia recebida pelo refletor de diâmetro d_2 deixado na Lua foi $\eta' = (d_2/d_1)^2$. A luz refletida, ao chegar de volta à Terra, tinha uma seção reta circular, de diâmetro d_3 tal que $d_3/L = 2\theta_R = 2(1,22\lambda/d_2)$. A fração da energia refletida captada pelo telescópio foi, portanto, $\eta'' = (d_0/d_3)^2$. Assim, a fração da energia inicial recebida pelo detector foi

$$\begin{aligned} \eta = \eta' \eta'' &= \left(\frac{d_0}{d_3} \right)^2 \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 = \left[\frac{d_0 d_2}{(2,44 \lambda d_{TL}/d_0)(2,44 \lambda d_{TL}/d_2)} \right]^2 = \left(\frac{d_0 d_2}{2,44 \lambda d_{TL}} \right)^4 \\ &= \left[\frac{(2,6 \text{ m})(0,10 \text{ m})}{2,44(0,69 \times 10^{-6} \text{ m})(3,82 \times 10^8 \text{ m})} \right]^4 \approx 4 \times 10^{-13}. \end{aligned}$$

93. Como estamos considerando o *diâmetro* do máximo central de difração, estamos falando do *dobro* do ângulo de Rayleigh. Usando uma notação semelhante à do Exemplo 36.03 “Pinturas pontilhistas e a difração da pupila”, temos $2(1,22\lambda/d) = D/L$, o que nos dá

$$d = 2 \frac{1,22 \lambda L}{D} = 2 \frac{(1,22)(500 \times 10^{-9} \text{ m})(3,54 \times 10^5 \text{ m})}{9,1 \text{ m}} = 0,047 \text{ m} = 4,7 \text{ cm}.$$

94. Como $d \sin \theta = (L/N) \sin \theta = m\lambda$, temos

$$\lambda = \frac{(L/N) \sin \theta}{m} = \frac{(1,0 \times 10^7 \text{ nm})(\sin 30^\circ)}{(1)(10000)} = 500 \text{ nm}.$$

95. **PENSE** Podemos usar fasores para examinar o efeito da largura da fenda sobre a intensidade do máximo central da figura de difração.

FORMULE Imagine que a fenda seja dividida em N regiões e que os raios de luz que passam por essas regiões sejam representados por fasores. Nesse caso, no máximo central da figura de difração, temos uma soma de N fasores, todos com a mesma orientação e mesma amplitude. A intensidade total da luz é proporcional a N^2 .

ANALISE Se multiplicarmos por dois a largura da fenda, ficaremos com $2N$ fasores; se esses fasores tiverem a mesma amplitude que os fasores do caso anterior, a intensidade do máximo central será proporcional a $(2N)^2$; portanto, será quatro vezes maior que no caso anterior. A energia que atinge a tela por unidade de tempo, porém, será apenas duas vezes maior. O aparente paradoxo pode ser explicado pelo fato de que o aumento da largura da fenda muda a forma da figura de difração. Quando a largura da fenda é multiplicada por dois, a largura do máximo central é dividida por dois e, com isso, a área sob a curva do máximo central é multiplicada por 2, embora a intensidade máxima seja multiplicada por 4.

APRENDA De acordo com a discussão aqui exposta, a intensidade do máximo central é proporcional a N^2 , e a energia que chega à tela é proporcional a N . Essa diferença acontece porque a largura dos máximos da figura de difração (distância entre mínimos vizinhos) é proporcional a $1/N$.

96. De acordo com a Eq. 36-3, temos

$$\lambda = \frac{a \sin \theta}{m} = \frac{(0,022 \text{ mm}) \sin 1,8^\circ}{1} = 6,91 \times 10^{-4} \text{ mm} = 691 \text{ nm}.$$

97. De acordo com a Eq. 36-17, temos

$$d = \frac{1,22 \lambda L}{D} = \frac{1,22(550 \times 10^{-9} \text{ m})(160 \times 10^3 \text{ m})}{30 \times 10^{-2} \text{ m}} = 0,358 \text{ m} \approx 36 \text{ cm}.$$

98. De acordo com a Eq. 36-17, temos

$$L = \frac{Dd}{1,22 \lambda} = \frac{(2,0 \times 10^{-2})(5,0 \times 10^{-3})}{1,22(500 \times 10^{-9})} = 164 \text{ m}.$$

99. (a) Aplicando a Eq. 36-25 aos limites do intervalo ($\lambda_1 = 700 \text{ nm}$ e $\lambda_2 = 550 \text{ nm}$), chegamos à condição $m_1 \lambda_1 = m_2 \lambda_2$ para que a extremidade inferior do espectro de ordem mais elevada esteja no limiar de se superpor à extremidade superior do espectro de ordem menos elevada. Considerando o parâmetro m_1 uma variável contínua apenas para efeito de cálculo e fazendo $m_2 = m_1 + 1$, obtemos

$$m_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{550 \text{ nm}}{700 \text{ nm} - 550 \text{ nm}} = 3,6,$$

o que significa que a superposição começa a ocorrer na quarta ordem.

(b) Se a rede possui 200 ranhuras/mm, o espaçamento das ranhuras é $d = (1/200 \text{ mm})$. Basta considerar o maior comprimento de onda do intervalo, que será o primeiro para o qual o espectro completo não estará presente. Considerando o parâmetro $m_{\text{máx}}$ uma variável contínua apenas para efeito de cálculo, temos

$$m_{\text{máx}} = \frac{d \sin 90^\circ}{\lambda} = \frac{(1/200) \text{ mm}}{7 \times 10^{-4} \text{ mm}} \approx 7,14.$$

Isso significa que a maior ordem para a qual o espectro completo está presente é a sétima ordem.

100. (a) Os máximos produzidos por uma rede de difração ocorrem em ângulos dados por $d \sin \theta = m\lambda$, em que d é o espaçamento das fendas, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro. Para $\theta = 30^\circ$ e $d = (1 \text{ mm})/200 = 5,0 \times 10^{-6} \text{ m}$, os comprimentos de onda dos máximos de ordem m são dados por

$$\lambda = \frac{d \sin \theta}{m} = \frac{(5,0 \times 10^{-6} \text{ m}) \sin 30^\circ}{m} = \frac{2,5 \times 10^{-6} \text{ m}}{m} = \frac{2500 \text{ nm}}{m}.$$

Os valores de m para os quais os máximos estão na faixa do espectro visível (400 – 750 nm) são $m = 4, 5$ e 6 . Os comprimentos de onda correspondentes são $\lambda_4 = (2500 \text{ nm})/4 = 625 \text{ nm}$, $\lambda_5 = (2500 \text{ nm})/5 = 500 \text{ nm}$ e $\lambda_6 = (2500 \text{ nm})/6 = 417 \text{ nm}$.

(c) Os três comprimentos de onda correspondem às cores laranja, verde e violeta, respectivamente.

101. A dispersão de uma rede de difração é dada por $D = d\theta/d\lambda$, em que θ é a posição angular da linha associada ao comprimento de onda λ . A posição angular e o comprimento de onda estão relacionados pela equação $a \sin \theta = m\lambda$, em que a é o espaçamento das fendas e m é um número inteiro. Diferenciando essa expressão, obtemos

$$a \cos \theta d\theta = m d\lambda$$

o que nos dá

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = D = \frac{m}{a \cos \theta}.$$

Como $m = (a \sin \theta)/\lambda$,

$$D = \frac{a \sin \theta}{a \lambda \cos \theta} = \frac{\tan \theta}{\lambda}.$$

102. (a) Usando a Eq. 36-3, a aproximação para pequenos ângulos $\sin \theta \approx \tan \theta \approx y/D$, em que y é a posição do mínimo em relação ao centro da figura de difração, e fazendo $m = 1$, obtemos

$$D = \frac{ya}{m\lambda} = \frac{(0,90 \text{ mm})(0,40 \text{ mm})}{4,50 \times 10^{-4} \text{ mm}} = 800 \text{ mm} = 80 \text{ cm},$$

o que significa que a distância entre a fenda e a tela é 80 cm.

(b) Explicitando y na equação anterior, obtemos $y = m\lambda D/a$. A distância entre o primeiro mínimo e o terceiro mínimo é, portanto,

$$y = \frac{(3-1)\lambda D}{a} = \frac{2(4,50 \times 10^{-4} \text{ mm})(800 \text{ mm})}{0,40 \text{ mm}} = 1,8 \text{ mm}.$$

103. (a) Queremos que $\sin \theta = m\lambda/d \leq \sin 30^\circ$, em que $m = 1, 2$ e $\lambda = 500 \text{ nm}, 600 \text{ nm}$. Isso nos dá

$$d \geq \frac{2(600 \text{ nm})}{\sin 30^\circ} = 2400 \text{ nm} = 2,4 \mu\text{m}.$$

Como estamos interessados em que a dispersão seja a maior possível e, de acordo com a Eq. 36-30, $D = m/(d \cos \theta)$, a dispersão é inversamente proporcional a d , escolhemos o menor valor possível de d , $2,4 \mu\text{m}$.

(b) Para que o máximo de terceira ordem para um comprimento de onda λ seja o primeiro mínimo da figura de difração de uma fenda, é necessário que $d \sin \theta = 3\lambda = 3(a \sin \theta)$, o que nos dá

$$a = d/3 = 2400 \text{ nm}/3 = 800 \text{ nm} = 0,80 \mu\text{m}.$$

(c) Fazendo $\sin \theta = m_{\text{máx}} \lambda_2 / d < 1$, obtemos

$$m_{\text{máx}} \leq \frac{d}{\lambda_2} = \frac{2400 \text{ nm}}{600 \text{ nm}} = 4.$$

Assim, o máximo de maior ordem produzido pela rede é o máximo de ordem 4.

104. Para $\lambda = 0,10 \text{ nm}$, temos espalhamento de ordem m e, para $\lambda' = 0,075 \text{ nm}$, temos espalhamento de ordem m' . De acordo com a Eq. 36-34, devemos ter $m\lambda = m'\lambda'$, o que sugere (buscando as menores soluções inteiras) que $m = 3$ e $m' = 4$. Usando esse resultado e fazendo $d = 0,25 \text{ nm}$ na Eq. 36-34, obtemos

$$\theta = \sin^{-1} \frac{m\lambda}{2d} = \sin^{-1} \frac{3(0,10 \text{ nm})}{2(0,25 \text{ nm})} = 37^\circ.$$

Observando a Figura 36-28, concluímos que o ângulo entre o feixe incidente e o feixe espalhado é $180^\circ - 2\theta = 106^\circ$.

105. Neste problema, devemos mostrar que, para $d = a$, a Eq. 36-19 se torna a figura de difração de uma fenda de largura $2a$ (veja as Eqs. 36-5 e 36-6):

$$I(\theta) = I_m \left(\frac{\sin(2\pi a \sin \theta / \lambda)}{2\pi a \sin \theta / \lambda} \right)^2.$$

Note nas Eqs. 36-20 e 36-21 que, para $d = a$, os parâmetros β e α são iguais, de modo que a Eq. 36-19 se torna

$$I(\theta) = I_m \left(\frac{\cos(\pi a \sin \theta / \lambda) \sin(\pi a \sin \theta / \lambda)}{\pi a \sin \theta / \lambda} \right)^2.$$

Multiplicando o numerador e o denominador por 2 e utilizando a identidade trigonométrica $\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$, obtemos uma equação igual à anterior.

106. De acordo com a Eq. 36-3, temos

$$\theta = \sin^{-1} \frac{m\lambda}{a} = \sin^{-1} \frac{3(0,5 \mu\text{m})}{2 \mu\text{m}} = 48,6^\circ.$$

Nesse caso,

$$y = D \tan \theta = 2,27 \text{ m}.$$

107. (a) O máximo de difração central ocupa o intervalo $-\theta_1 < \theta < +\theta_1$, em que

$$\theta_1 = \sin^{-1} \frac{\lambda}{a},$$

Os máximos da figura de difração de dupla fenda são dados por

$$\theta_m = \sin^{-1} \frac{m\lambda}{d},$$

e, portanto, o número de máximos de interferência contidos no máximo central de difração pode ser definido como o número de valores de m para os quais a desigualdade

$$-\sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{a} \right) < \sin^{-1} \left(\frac{m\lambda}{d} \right) < +\sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{a} \right),$$

é satisfeita. Como o seno é uma função monotonicamente crescente no quarto e no primeiro quadrantes, nos quais estão todos os ângulos de interesse, também podemos escrever

$$-\frac{\lambda}{a} < \frac{m\lambda}{d} < +\frac{\lambda}{a}.$$

Escrevendo a equação anterior na forma $-d/a < m < +d/a$, chegamos à seguinte desigualdade: $m_{\text{máx}} < d/a \leq m_{\text{máx}} + 1$. Devido à simetria do padrão, o número de valores possíveis de m é $2m_{\text{máx}} + 1 = 17$ e, portanto, $m_{\text{máx}} = 8$, e a desigualdade se torna

$$8 < \frac{d}{a} \leq 9.$$

108. Costumamos chamar informalmente de “azul” o comprimento de onda de 400 nm e de “vermelho” o comprimento de onda de 700. Com base na Eq. 36-25 ($d \sin \theta = m\lambda$), temos

$$3^{\text{a}} \text{ ordem do azul: } d \sin \theta_{\text{azul}} = 1200 \text{ nm}$$

$$2^{\text{a}} \text{ ordem do vermelho: } d \sin \theta_{\text{vermelho}} = 1400 \text{ nm}$$

Como o seno no primeiro quadrante é uma função crescente do ângulo, as equações anteriores deixam claro que $\theta_{\text{vermelho, segunda ordem}} > \theta_{\text{azul, terceira ordem}}$, o que mostra que os espectros se superpõem, qualquer que seja o valor de d .

109. Uma forma de resolver o problema é dividir a Eq. 36-25 ($d \sin \theta = m\lambda$) pela Eq. 36-3 ($a \sin \theta = m'\lambda$, supondo ângulos iguais e comprimento de ondas iguais, o que nos dá

$$\frac{d}{a} = \frac{m}{m'}.$$

Note que a distância d é medida do centro de uma fenda ao centro da outra fenda, o que, em nosso caso, significa que $d = 2a$. Assim, $m/m' = 2$, o que nos dá $m = 2m'$.

Vamos agora interpretar esse resultado. Em primeiro lugar, a divisão não é válida para $m = 0$ (que corresponde a $\theta = 0$), de modo que os comentários que se seguem não se aplicam ao máximo central. Em segundo lugar, a Eq. 36-25 fornece a posição das franjas de interferência *claras*, enquanto a Eq. 36-3 fornece a posição das franjas de difração *escuras*. Quando as posições coincidem, a franja é escura, como mostra a Fig. 36-17. Para $m' \neq 0$, a relação $m = 2m'$ significa que m é um número *par*.

110. A demonstração é semelhante à que foi usada para obter a Eq. 36-27. No primeiro mínimo após o máximo principal de ordem m , duas ondas provenientes de fendas vizinhas têm uma diferença de fase de $\Delta\phi = 2\pi m + 2\pi/N$, em que N é o número de fendas. A diferença de percurso correspondente é

$$\Delta L = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \lambda = m\lambda + \frac{\lambda}{N}.$$

Se θ_m é a posição angular do máximo de ordem m , a diferença de percurso também é dada por $\Delta L = d \sin(\theta_m + \Delta\theta)$. Assim,

$$d \sin(\theta_m + \Delta\theta) = m\lambda + \frac{\lambda}{N}.$$

Vamos usar a identidade trigonométrica

$$\sin(\theta_m + \Delta\theta) = \sin \theta_m \cos \Delta\theta + \cos \theta_m \sin \Delta\theta.$$

Como $\Delta\theta$ é pequeno, vamos usar as aproximações $\sin \Delta\theta \approx \Delta\theta$ (em radianos) e $\cos \Delta\theta \approx 1$. Isso nos dá

$$d \sin \theta_m + d \Delta\theta \cos \theta_m = m\lambda + \frac{\lambda}{N}.$$

Como $d \sin \theta_m = m\lambda$, $d \Delta \theta \cos \theta_m = \lambda/N$, e

$$\Delta \theta = \frac{\lambda}{N d \cos \theta_m}.$$

111. Como existem duas incógnitas, o comprimento de onda λ dos raios X e a distância interplanar d , os dados de espalhamento pelos mesmos planos para dois ângulos diferentes deveriam ser suficientes. Como as observações obedecem à lei de Bragg,

$$2d \sin \theta_1 = m_1 \lambda, \quad 2d \sin \theta_2 = m_2 \lambda.$$

Entretanto, não é possível obter os valores das incógnitas a partir dessas equações. Por exemplo, se determinarmos o valor de λ na primeira equação e substituirmos na segunda equação, o resultado será

$$m_2 \sin \theta_1 = m_1 \sin \theta_2,$$

uma equação que não contém a outra incógnita.

112. De acordo com a Eq. 36-25, $d \sin \theta = m\lambda$, o caso limite para uma ordem ser observada é $m\lambda/d = \sin 90^\circ = 1$. Sendo assim, podemos nos concentrar no maior comprimento de onda do espectro visível e escrever: $m_{\text{máx}} = \text{int}(d/\lambda_{\text{máx}})$, em que $\text{int}(x)$ significa o maior número inteiro menor do que x . Isso nos dá

$$m_{\text{máx}} = \text{int} \left(\frac{d}{\lambda_{\text{máx}}} \right) = \text{int} \left(\frac{(1 \text{ mm})/500}{7 \times 10^{-4} \text{ mm}} \right) = \text{int}(2,8) = 2.$$

113. Quando a diferença de fase é 0 rad (0°), ouvimos o equivalente acústico da Fig. 36-15, ou seja, as franjas claras são ouvidas como sons de alto volume, e as franjas escuras são ouvidas como sons de baixo volume. Quando a diferença de fase aumenta a partir de 0 rad, o som vai se tornando cada vez mais uniforme, até que a situação começa a se inverter; a intensidade sonora começa a ficar menor nas antigas franjas escuras e maior nas antigas franjas claras. Quando a diferença de fase chega a π rad (180°), ouvimos o “inverso” da Fig. 36-15, ou seja, com uma diferença de fase de 180° , os picos da Fig. 36-15 se transformam em vales, e os vales se transformam em picos. O processo se repete, na ordem inversa, quando a diferença de fase varia de π rad a 2π rad.

114. De acordo com a Eq. 36-25, $d \sin \theta = m\lambda$, em que d é o espaçamento das fendas, θ é a orientação do raio difratado, λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro, podemos escrever

$$d \sin(\theta + \Delta \theta) = m(\lambda + \Delta \lambda).$$

Subtraindo a primeira equação da segunda, obtemos

$$d[\sin(\theta + \Delta \theta) - \sin \theta] = m(\lambda + \Delta \lambda) - m\lambda = m\Delta \lambda.$$

Como

$$\lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \frac{\sin(\theta + \Delta \theta) - \sin(\theta)}{\Delta \theta} = \cos \theta,$$

essa expressão pode ser simplificada para

$$\cos \theta = \frac{m\Delta \lambda}{d\Delta \theta}.$$

Assim,

$$\Delta \theta = \frac{m\Delta \lambda}{d \cos \theta} = \frac{m\Delta \lambda}{d \sqrt{1 - \sin^2 \theta}} = \frac{m\Delta \lambda}{d \sqrt{1 - (m\lambda/d)^2}} = \frac{m\Delta \lambda}{\sqrt{d^2 - (m\lambda)^2}} = \frac{\Delta \lambda}{\sqrt{(d/m)^2 - \lambda^2}}.$$