

2015 – 1
 Lista de exercícios nº 1(GABARITO)

1)

a) $x_2 - x_1 \geq 1$

b) $x_1 + 2x_2 \leq 6$ e $x_1 + 2x_2 \geq 3$

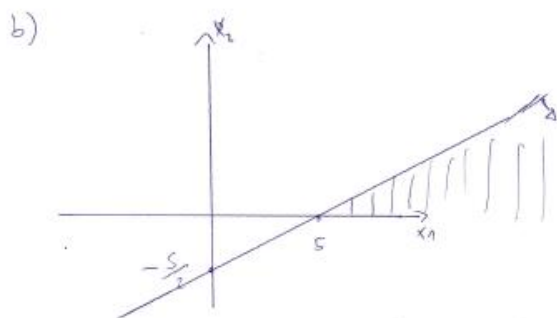
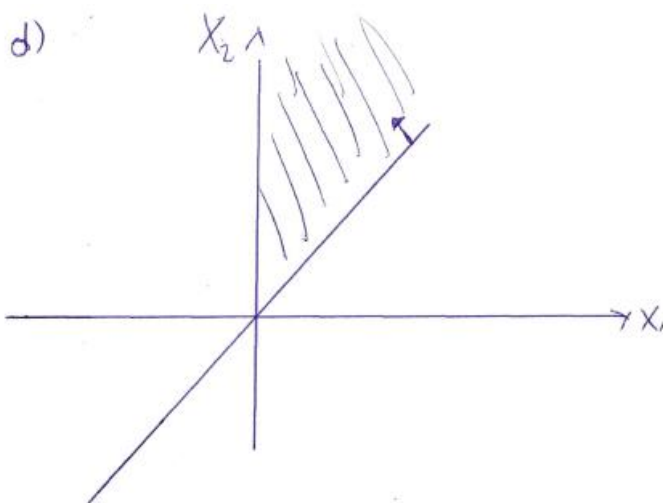
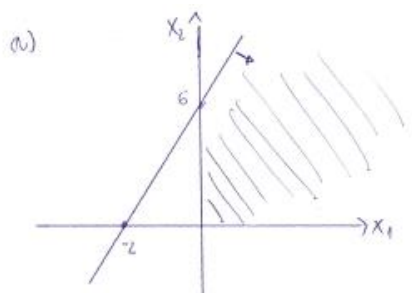
c) $x_2 - x_1 \geq 0$

d) $x_1 + x_2 \geq 3$

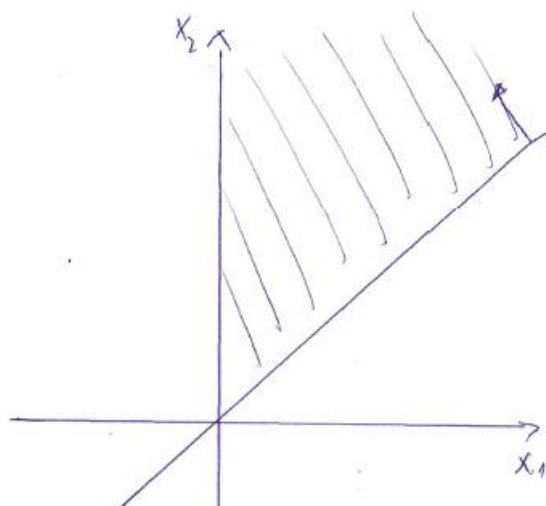
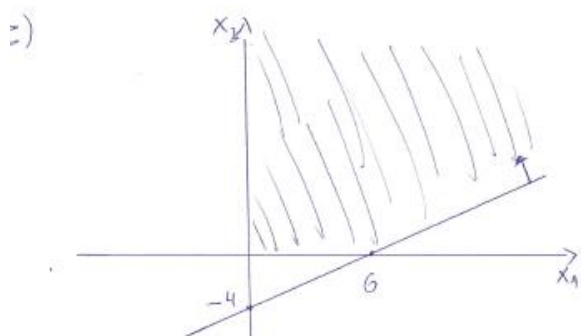
2) $x_1 = 3$ e $x_2 = 1,5$

3) M_1 : 4 ton/dia e M_2 : 0 ton/dia

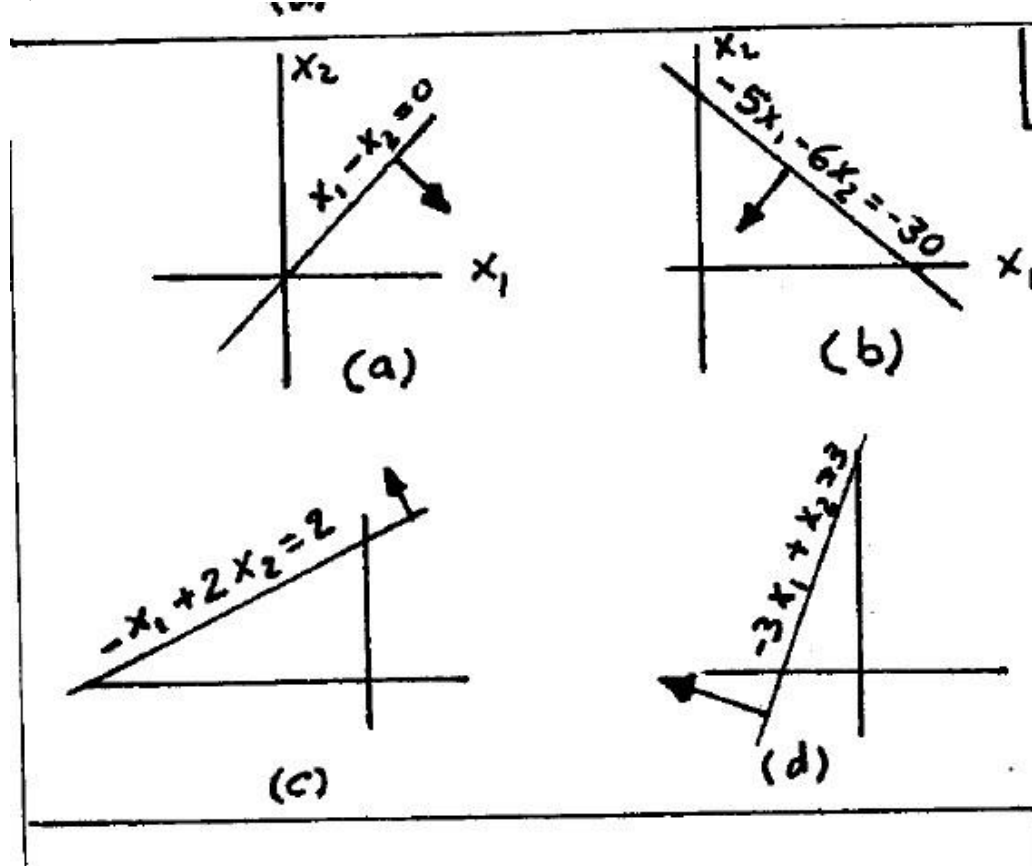
4)



e)



5)



6)

Variáveis:

x_1 → quantidade produzida diariamente do produto 1.

x_2 → quantidade produzida diariamente do produto 2.

Modelo e gráfico:

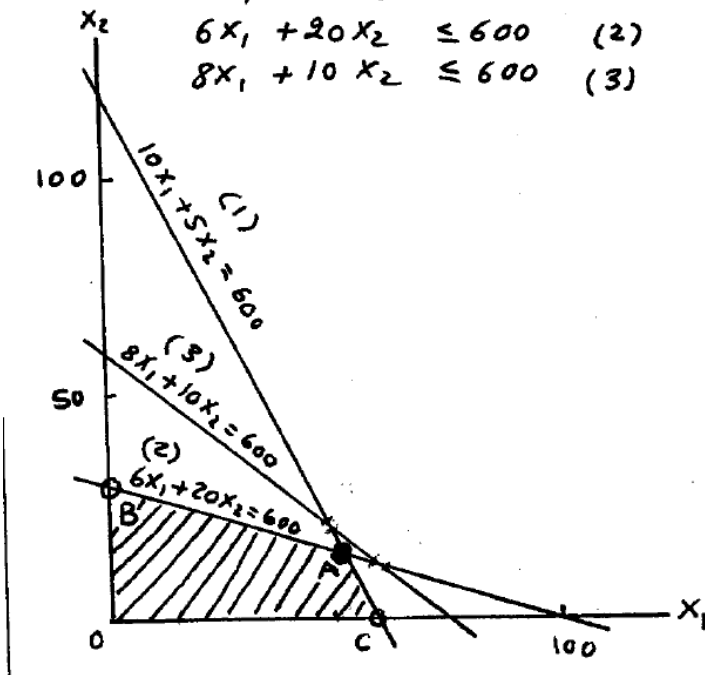
Maximize $Z = 2x_1 + 3x_2$

s.t.

$$10x_1 + 5x_2 \leq 600 \quad (1)$$

$$6x_1 + 20x_2 \leq 600 \quad (2)$$

$$8x_1 + 10x_2 \leq 600 \quad (3)$$



Solução ótima:

$$x_1 = 52,94, x_2 = 14,12 \text{ e } z = 148,24$$

7)

Variáveis:

$x_1 \rightarrow$ número de unidades de A.

$x_2 \rightarrow$ número de unidades de B.

Modelo e gráfico:

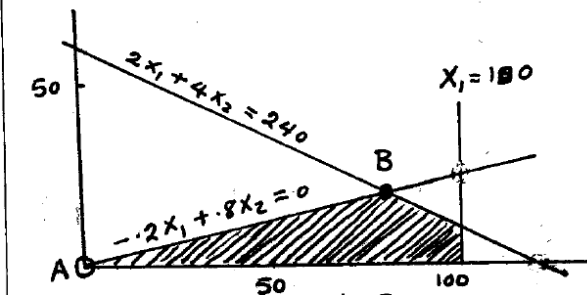
Maximize $Z = 20x_1 + 50x_2$

$$\frac{x_1}{x_1 + x_2} \geq 0,8 \quad \text{ou} \quad -0,2x_1 + 0,8x_2 \leq 0$$

$$x_1 \leq 100$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 240$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



Solução ótima:

$$x_1 = 80, x_2 = 20 \text{ e } z = 2600$$

8) Variáveis:

$x_1 \rightarrow$ Capital Investido em A.

$x_2 \rightarrow$ Capital Investido em B.

Modelo e gráfico:

$$\text{Max } z = 0,05x_1 + 0,08x_2$$

S.a.

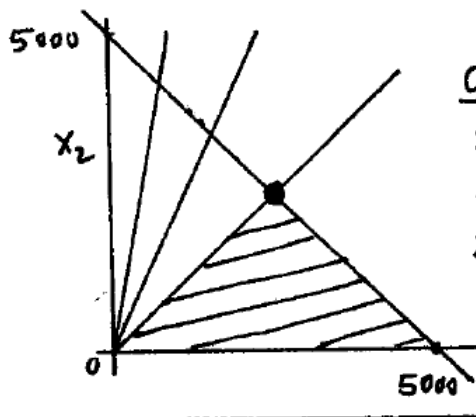
$$x_1 \geq 0,25(x_1 + x_2)$$

$$x_2 \leq 0,5(x_1 + x_2)$$

$$x_1 \geq 0,5x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 5000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



Solução ótima:

$$x_1 = 2500, x_2 = 2500 \text{ e } z = 325$$

9) Variáveis:

$x_1 \rightarrow$ quantidade produzida diariamente do chapéu 1.

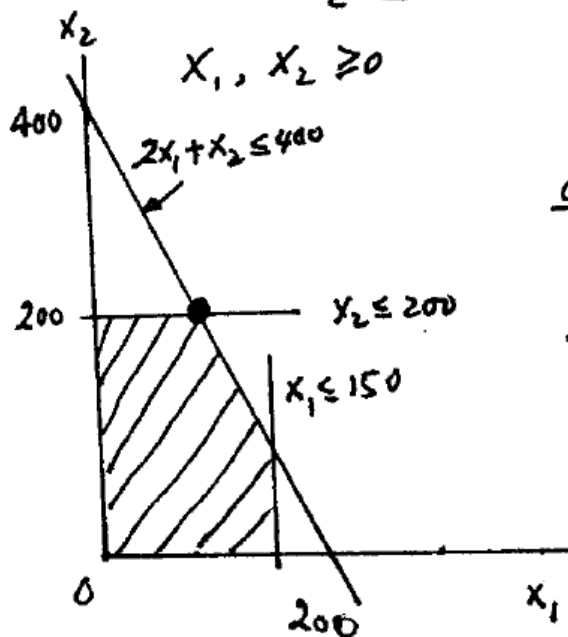
$x_2 \rightarrow$ quantidade produzida diariamente do chapéu 2.

$$\text{Maximize } Z = 8x_1 + 5x_2$$

$$\text{s.t. } 2x_1 + x_2 \leq 400$$

$$x_1 \leq 150$$

$$x_2 \leq 200$$



Solução ótima

$$x_1 = 100, x_2 = 200 \text{ e } z = 1800$$

10) Variáveis:

$x_1 \rightarrow$ minutos no rádio.

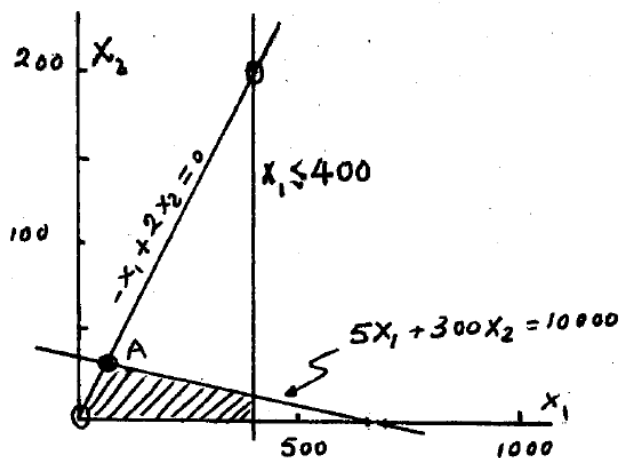
$x_2 \rightarrow$ minutos na TV.

$$\text{Maximize } z = x_1 + 25x_2$$

$$\text{s.t. } 15x_1 + 300x_2 \leq 10,000$$

$$\frac{x_1}{x_2} \geq 2 \text{ or } -x_1 + 2x_2 \leq 0$$

$$x_1 \leq 400, x_1, x_2 \geq 0$$



Solução ótima:

$$x_1 = 60,61, x_2 = 30,3 \text{ e } z = 818,18$$

11) a) Variáveis:

$x_i \rightarrow$ proporção executada do projeto i

Modelo:

$$\text{Max } z = 32,4x_1 + 35,8x_2 + 17,75x_3 + 14,8x_4 + 18,2x_5 + 12,35x_6$$

$$\text{s.a. } 10,5x_1 + 8,3x_2 + 10,2x_3 + 7,2x_4 + 12,3x_5 + 9,2x_6 \leq 60$$

$$14,4x_1 + 12,6x_2 + 14,2x_3 + 10,5x_4 + 10,1x_5 + 7,8x_6 \leq 70$$

$$2,2x_1 + 9,5x_2 + 5,6x_3 + 7,5x_4 + 8,3x_5 + 6,9x_6 \leq 35$$

$$2,4x_1 + 3,1x_2 + 4,2x_3 + 5,0x_4 + 6,3x_5 + 5,1x_6 \leq 20$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 6$$

$$x_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, 6$$

Solução ótima: $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1; x_5 = 0,84; x_6 = 0; z = 116,06$

b) Nova restrição: $x_2 \leq x_6$

Nova solução ótima: $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_6 = 1; x_5 = 0,03; z = 113,68$

c) Seja s_i o quanto de recurso não foi utilizado no ano i e poderá ser utilizado no ano seguinte. O novo modelo é:

$$\text{Max } z = 32,4x_1 + 35,8x_2 + 17,75x_3 + 14,8x_4 + 18,2x_5 + 12,35x_6$$

$$\text{s.a. } 10,5x_1 + 8,3x_2 + 10,2x_3 + 7,2x_4 + 12,3x_5 + 9,2x_6 + s_1 \leq 60$$

$$14,4x_1 + 12,6x_2 + 14,2x_3 + 10,5x_4 + 10,1x_5 + 7,8x_6 + s_2 - s_1 \leq 70$$

$$2,2x_1 + 9,5x_2 + 5,6x_3 + 7,5x_4 + 8,3x_5 + 6,9x_6 + s_3 - s_2 \leq 35$$

$$2,4x_1 + 3,1x_2 + 4,2x_3 + 5,0x_4 + 6,3x_5 + 5,1x_6 + s_3 \leq 20$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 6$$

$$x_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, 6$$

Nova solução ótima: $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 1; x_6 = 0,71; s_1 = 4,96; s_2 = 7,62; s_3 = 4,62; z = 113,68$

12) Variáveis:

$x_i \rightarrow$ Dólares alocados na escolha i

$$\text{Max } z = \text{mínimo}\{-3x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 15x_4, 5x_1 - 3x_2 + 9x_3 + 4x_4, 3x_1 - 9x_2 - 10x_3 - 8x_4\}$$

$$\text{S.a } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

O problema pode ser convertido para programação linear criando uma variável auxiliar y :

$$\text{Max } z = y$$

$$y \leq -3x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 15x_4$$

$$y \leq 5x_1 - 3x_2 + 9x_3 + 4x_4$$

$$y \leq 3x_1 - 9x_2 - 10x_3 - 8x_4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, y \geq 0$$

13) $x_i \rightarrow$ número de unidades produzidas no mês i

$I_i \rightarrow$ número de unidades deixadas em estoque no final do mês i

$$\text{Min } z = 50x_1 + 45x_2 + 55x_3 + 48x_4 + 52x_5 + 50x_6 + 8I_1 + 8I_2 + 8I_3 + 8I_4 + 8I_5 + 8I_6$$

$$\text{s.a } x_1 - I_1 = 100$$

$$I_1 + x_2 - I_2 = 250$$

$$I_2 + x_3 - I_3 = 190$$

$$I_3 + x_4 - I_4 = 140$$

$$I_4 + x_5 - I_5 = 220$$

$$I_5 + x_6 - I_6 = 110$$

$$x_1, I_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 6$$