

**2015 – 1**  
**Lista de exercícios nº 3**

1) Considere o seguinte conjunto de restrições:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 7 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 &\geq 10 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

Resolva o problema para cada uma das seguintes f.o. utilizando o método duas fases :

- a)  $\text{Max } z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3$
- b)  $\text{Min } z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3$
- c)  $\text{Max } z = x_1 + 2x_2 + x_3$

2) Resolva a fase I do PPL abaixo e mostre que este problema é inviável

$$\begin{aligned}\text{Max } z &= 2x_1 + 5x_2 \\ \text{s. a. } 3x_1 + 2x_2 &\geq 6 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

3) Considere o modelo da empresa Toyco que fabrica trens, caminhões e carros de brinquedo, dado em sala no dia 08/05/15.

- a) Suponha que qualquer tempo adicional para a operação 1 que ultrapasse sua capacidade atual de 430 minutos/dia tenha de ser na base da hora extra a \$50/hora. O custo por hora inclui mão de obra e operação da máquina. É economicamente vantajoso usar horas extras na operação 1?
- b) Suponha que o operador da Operação 2 concorde em trabalhar 2 horas extras por dia a \$45 por hora. Além disso, o custo da operação em si é \$10 por hora. Qual é o efeito dessa atividade sobre a receita diária?
- c) É necessário fazer horas extras na operação 3?
- d) Suponha que a disponibilidade diária da operação 1 seja aumentada para 440 minutos. Qualquer hora extra utilizada que ultrapasse a capacidade máxima atual custará \$40 a hora. Determine a nova solução ótima, incluindo a receita líquida associada.
- e) Suponha que a disponibilidade da operação 2 seja reduzida em 15 minutos por dia e que o custo por hora da operação durante o horário normal seja de \$30. É vantajoso reduzir a disponibilidade da operação 2?

4) Uma empresa produz três produtos: A, B e C. O volume de vendas de A é no mínimo 50% do total das vendas dos 3 produtos. Contudo, a empresa não pode vender mais do que 75 unidades de A por dia. Os três produtos usam uma mesma matéria prima, cuja disponibilidade máxima é 240 lb. As taxas de utilização da matéria prima são 2 lb por unidade de A, 4 lb por unidade de B e 3 lb por unidade de C. Os preços unitários de A, B e C são respectivamente \$20, \$50 e \$35.

- (a) Determine o mix ótimo de produtos para empresa
- (b) Determine o preço dual do recurso da matéria prima e sua faixa permissível. Se houver um aumento de 120 lb na quantidade de matéria prima disponível, determine a solução ótima e a variação na receita total usando o preço dual.

- (c) Use o preço dual para avaliar o efeito de uma variação de mais ou menos 10 unidades na demanda máxima do produto A.

## GABARITO

1)

- a) Sol ótima:  $x_1 = \frac{45}{7}$ ,  $x_2 = \frac{4}{7}$ ,  $z = \frac{102}{7}$   
b) Sol ótima:  $x_1 = 3$ ,  $x_3 = 4$ ,  $z = -14$   
c) Sol ótima:  $x_1 = \frac{45}{7}$ ,  $x_2 = \frac{4}{7}$ ,  $z = \frac{53}{7}$   
d) Sol ótima:  $x_1 = \frac{45}{7}$ ,  $x_2 = \frac{4}{7}$ ,  $z = \frac{148}{7}$

2) Fase 1:

$$\text{Min } r = R_1$$

$$\text{s. a. } 3x_1 + 2x_2 - S_1 + R_1 = 6$$

$$2x_1 + x_2 + S_2 = 2$$

$$x_1, x_2, S_1, S_2, R_1 \geq 0$$

Resolvendo este PPL, vamos obter na sol ótima  $R_1 = 2$ . Como  $R_1 \neq 0$ , temos que o PPL original é inviável.

- 3) (a) Sim, porque a receita adicional por min = \$1 (para até 10 minutos de horas extras) é maior do que o custo adicional de \$0,83/min.  
(b) Receita adicional é \$2/min (para até 400 minutinhos de horas extras) = \$240 para 2 horas. Custo adicional para 2 horas = \$110. Receita líquida = \$130  
(c) Não, seu preço dual é zero porque o recurso já é abundante.  
(d)  $D_1 = 10 \text{ min}$ . Preço dual = \$1/min para  $D_1 \leq 10$ .  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 105$ ,  $x_3 = 230$ , receita líquida =  $(\$1350 + 1 \times 10) - (40/60 \times 10) = \$1353,33$ .  
(e)  $D_2 = -15$ . Preço dual = \$2/min para  $D_2 \geq -20$ . Decréscimo na receita = \$30. Decréscimo no custo = \$7.50. Não recomendada

4)

a)  $x_1 = x_2 = 40$ ,  $x_3 = 0$ ,  $z = 2800$

b) preço dual pedido:  $35/3$

faixa permissível:  $-240 \leq D_3 \leq 210$ .

$D_3 = 120$  está dentro da faixa permissível. A nova solução será:

$$x_1 = x_2 = 60, x_3 = 0, \quad z = 4200$$

c) + ou - 10 unidades estão na faixa permissível para D2 mas não causam efeito pois o preço dual é zero