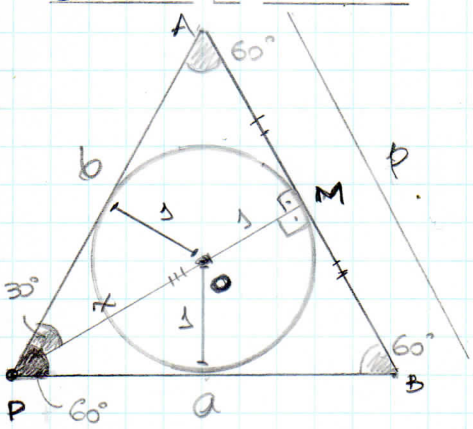
LUGAR GEOMÉTRICO E PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO

1. (PUC-SP). Uma circunferência de raio unitário tangencia os lados de um ângulo de 60°. A distância entre o centro da circunferência e o vértice do ângulo é igual a:

A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ ~~D~~. 4 E. $\sqrt{5}$

Desenho e análise:



Considerações:

- a e b são retas tangentes à circunferência.
- Prolongando a reta $\overline{PO}$, é possível encontrar o ponto médio $\hat{M}$ de uma reta p, traçada entre dois pontos: $\hat{A}$ e $\hat{B}$.
- $\overline{PM}$ é uma mediana do triângulo PAB!
- Os triângulos $\hat{P}MA$ e $\hat{P}MB$ são congruentes pelo critério Lado-ângulo-Lado. $\hat{A}$ e $\hat{B}$ só podem ter a medida de 60°.
- ΔPAB é equilátero!

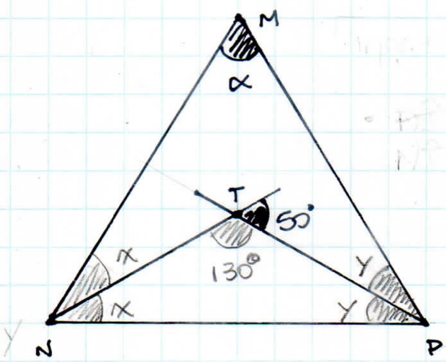
Solução:

- Propriedade do BARICENTRO: Proporção de 2 : 1 da mediana.

$\overline{PO} = x$, $\overline{MO} = 1$ $\Rightarrow$ $\frac{2}{1} = \frac{x}{1}$ $\Rightarrow$ $\boxed{x = 2}$ D

2. (MACK). Se na figura, T é o incentro do triângulo MNP, a medida do ângulo α é ?

A. 45° B. 50° C. 60° D. 70° ~~E~~. 80°



Considerações:

- Incentro é formado pelas bissetrizes dos ângulos;
- $N\hat{T}P + 50° = 180°$ $\Rightarrow$ $N\hat{T}P = 130°$
- O exercício não diz se é triângulo isósceles ou equilátero.
- $\boxed{2x + 2y + \alpha = 180°}$

Solução:

$x + y + 130° = 180°$

$x + y = 50°$

- $2x + 2y + \alpha = 180°$

$2.(\underbrace{x + y}_{50°}) + \alpha = 180°$

$2 \cdot 50° + \alpha = 180°$

$100° + \alpha = 180°$

$\boxed{\alpha = 80°}$

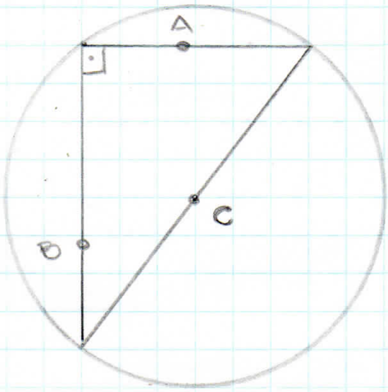
E

· LUGAR GEOMÉTRICO E PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO

3. (UNESP) - Sejam A, B e C pontos distintos no interior de um círculo, sendo C o centro do mesmo. Se construirmos um triângulo inscrito no círculo com um lado passando por A, o outro por B e o outro por C, podemos afirmar que este triângulo:

A. é acutângulo
B. é retângulo
C. é obtusângulo
D. não é isósceles
E. pode ser equilátero

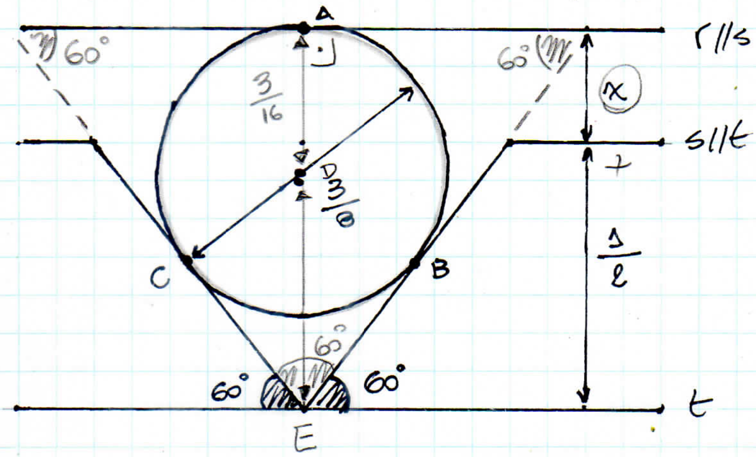
Solução:



Se um dos lados cruza o ponto C, centro da circunferência, então este lado será o diâmetro do círculo.

Logo, é possível afirmar que esse triângulo é retângulo.

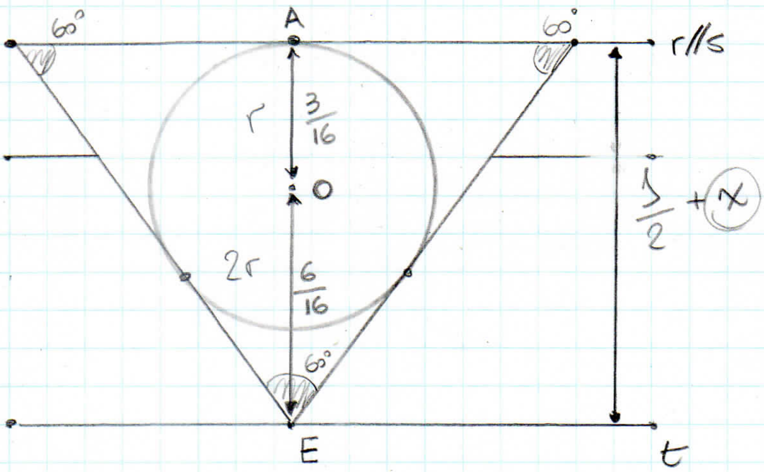
4. (FUVEST) · Na figura abaixo, A, B e C são pontos de tangência. Então, x vale:



Considerações:

- $d = 2r \Rightarrow \frac{3}{8} = 2.r \Rightarrow \boxed{r = \frac{3}{16}}$
- A distância da reta t à reta r//s é igual para toda a extensão das retas.
- A mediana do triângulo equilátero é igual a $x + 1/2$.

Solução:



- Propriedade do baricentro: (2:1)

$\overline{EO} = 2.r$; $r = 3/16$

$\overline{EO} = 6/16$

$\overline{EA} = 6/16 + 3/16 = 9/16$

$$\frac{9}{16} = \frac{1}{2} + x$$

$$\frac{9}{16} - \frac{8}{16} = x$$

E

$$\boxed{x = \frac{1}{16}}$$

· LUGAR GEOMÉTRICO E PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO

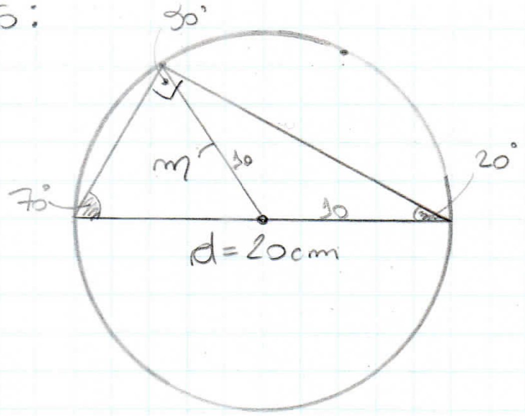
5 · (FUVEST) · A HIPOTENUSA DE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO MEDE 20 cm. E UM DOS ÂNGULOS, 20°.

A · QUAL A MEDIDA DA MEDIANA RELATIVA À HIPOTENUSA? R: 10 cm//

B · QUAL A MEDIDA DO ÂNGULO FORMADO POR ESSA MEDIANA E PELA BISSETRIZ DO ÂNGULO RETO? R: 25°//

SOLUÇÃO:

(A)

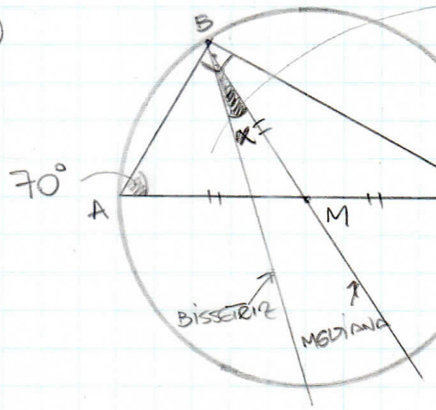


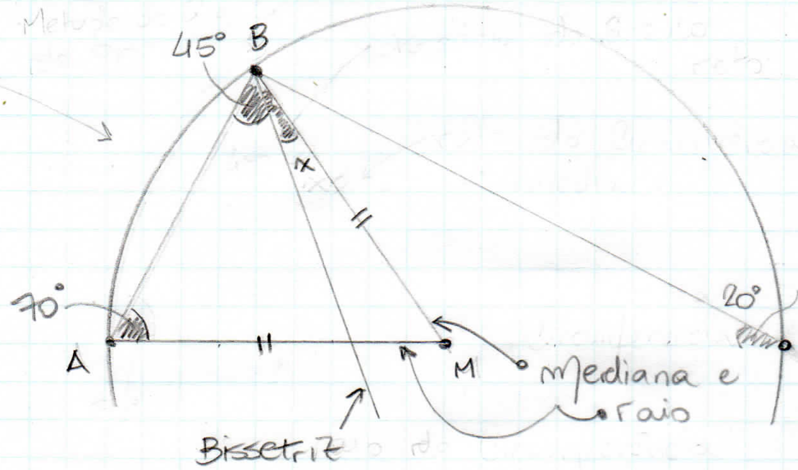
· A mediana m é igual ao raio da circunferência circunscrita.

$d = 2r \rightarrow 20 = 2r \rightarrow r = 10$ cm//

$\boxed{m = r = 10\text{ cm}}$//

(B)





· Se $\hat{A} = 70°$ e AMB é um triângulo Isósceles, então $\hat{B} = 70°$.

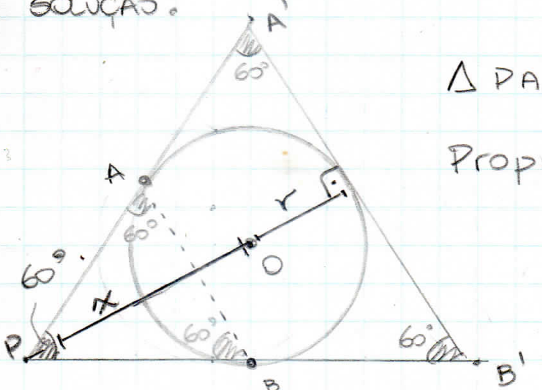
$45° + x = 70°$

$\boxed{x = 25°}$//

6 · (FUVEST). UMA CIRCUNFERÊNCIA TEM CENTRO O E RAIO r. DUAS RETAS DISTINTAS PASSAM POR UM PONTO P E SÃO TANGENTES À CIRCUNFERÊNCIA NOS PONTOS A E B. SE O TRIÂNGULO PAB É EQUILÁTERO, ENTÃO $\overline{PO}$ VALE:

A · $\frac{2}{3}r$ B · $r\sqrt{2}$ C · $2r$ D · $\frac{\pi}{3}r$ E · $\frac{3}{2}r$

SOLUÇÃO:



$\Delta PA'B'$ = equilátero!

Propriedade do baricentro:

$\frac{2}{1} \times \frac{x}{r}$ $\boxed{x = 2r}$

C//