

Efeito Renda e Substituição

EPS5222

Ex 1.

Assuma que a função de utilidade de um consumidor seja

$$U = X^{0,5}Y^{0,5}$$

e que o Orçamento seja igual a R\$ $M = 20$.

Considere também que os preços dos bens X e Y sejam $P_X = 5$ R\$/produto e $P_Y = 2$ R\$/produto.

Se o preço do bem X aumentar para 10 R\$/produto, calcule os efeitos total, substituição e de renda ocorridos pela mudança do preço.

Passo 1. Maximizar a utilidade sujeito aos preços originais e ao orçamento original

Resolvemos o problema de maximização:

$$\max U(X, Y)$$

$$\text{s.a. : } P_X X + p_Y Y = M$$

A restrição orçamentária pode ser rescrita como:

$$5X + 2Y = 20$$

Resolvendo pelos multiplicadores de Lagrange, obtemos:

$$X = 2$$

$$Y = 5$$

$$\text{Utilidade} = 3.1623$$

Passo 2. Maximizar a utilidade sujeita a nova restrição orçamentária ($P_X = 10$)

A nova restrição orçamentária será então:

$$10X + 2Y = 20$$

Resolvemos novamente o problema de maximização utilizando esta nova condição ($P_X = 10$).

O resultado agora é:

$$X = 1$$

$$Y = 5$$

Isto é, o Efeito Total (E_t) da mudança de preço levou a uma redução do consumo do bem X (de 2 unidades a 1 unidade) e o consumo do bem Y permanece sem mudança.

Passo 3. Encontrar o Efeito Substituição

Para encontrar o efeito substituição (E_s) devemos primeiro encontrar as derivadas parciais $\frac{\partial U}{\partial X}$ e $\frac{\partial U}{\partial Y}$.

$$MU_X = \frac{\partial U}{\partial X} = 0,5X^{-0,5}Y^{0,5}$$

$$MU_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = 0,5X^{0,5}Y^{-0,5}$$

Lembrando que a condição de maximização de utilidade é:

$$\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y}$$

como o preço de X agora é $P_X = 10$ resolvemos a equação:

$$\frac{0,5X^{-0,5}Y^{0,5}}{10} = \frac{0,5X^{0,5}Y^{-0,5}}{2}$$

O resultado: $Y = 5X$

Por fim, como a função de utilidade é

$$U = X^{0,5}Y^{0,5}$$

substituindo o valor de $U = 3,1622$ e de $Y = 5X$ obtemos:

$$X = 1,4$$

$$Y = 7$$

Portanto, o efeito substituição pelo incremento do preço será:

Consumo do bem X: $1,4 - 2 = -0,6$

Consumo do bem Y: $7 - 5 = 2$

Passo 4. Encontrar o Efeito Renda

Para encontrar o efeito renda (E_r), podemos subtrair o Efeito Substituição do Efeito Total, pois:

$$E_t = E_s + E_r$$

Para o Bem X e Bem Y:

	$P_X = 5$ $P_Y = 2$ (a)	$P_X = 10$ $P_Y = 2$ (b)	E_t (b-a)	E_s (c-a)	E_r (b-c)
Unidades do Bem X	2	1	$1 - 2 = -1$	$1,4 - 2 = -0,6$	$1 - 1,4 = -0,4$
Unidades do Bem Y	5	5	$5 - 5 = 0$	$7 - 5 = 2$	$5 - 7 = -2$