Matemática para Computação

Métodos Diretos - Sistema triangular inferior

Resolução de sistema triangular inferior

Diz-se que um sistema $Lx = b$ é triangular inferior quando $l_{ij} = 0$ sempre que $i < j$.

Representação:

$$\begin{cases} l_{11}x_1 & & & & & = b_1 \\ l_{21}x_1 & +l_{22}x_2 & & & & = b_2 \\ l_{31}x_1 & +l_{32}x_2 & +l_{33}x_3 & & & = b_3 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ l_{n1}x_1 & +l_{n2}x_2 & +l_{n3}x_3 & + \dots & +l_{nn}x_n & = b_n \end{cases}$$

Sistema triangular inferior

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Sistema triangular inferior

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Solução:

$$\overline{x} = (1, -1, 1)^t$$

Sistema triangular inferior

Linha genérica i:

$$l_{i1}x_1 + l_{i2}x_2 + \cdots + l_{i\,i-1}x_{i-1} + l_{ii}x_i = b_i$$

resolvendo em x_i:

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} l_{i\,j}x_j}{l_{ii}}$$

Sistema triangular inferior

Algoritmo:

$$para\; i = 1 \ldots n$$

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} l_{i\,j} x_j}{l_{ii}}$$