Лабораторная работа 6

Модель эпидемии

Греков Максим Сергеевич

Содержание

List of Figures

1 Цель работы

Рассмотреть простейшую модель эпидемии.

Повысить навыки работы с открытым программным обеспечением для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем - OpenModelica.

Построить графики изменения числа особей в каждой из выделенных групп для двух случаев.

2 Описание задачи

2.1 Обозначения

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы:

- Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$.
- Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$.
- А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

2.2 Закон изменения параметра S(t)

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S,\ I(t) > I^* \\ 0,\ I(t) \leq I^* \end{cases}$$

2.3 Закон изменения параметра I(t)

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \ I(t) > I^* \\ -\beta I, \ I(t) \leq I^* \end{cases}$$

2.4 Закон изменения параметра R(t)

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \beta I.$$

Постоянные пропорциональности α , β- это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

2.5 Начальные условия

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия.

Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно.

Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

3 Постановка задачи

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $(N = 15089)$ в момент начала эпидемии $(t = 0)$ число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 95$.

А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 45$.

Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случаях: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

4 Решение задачи

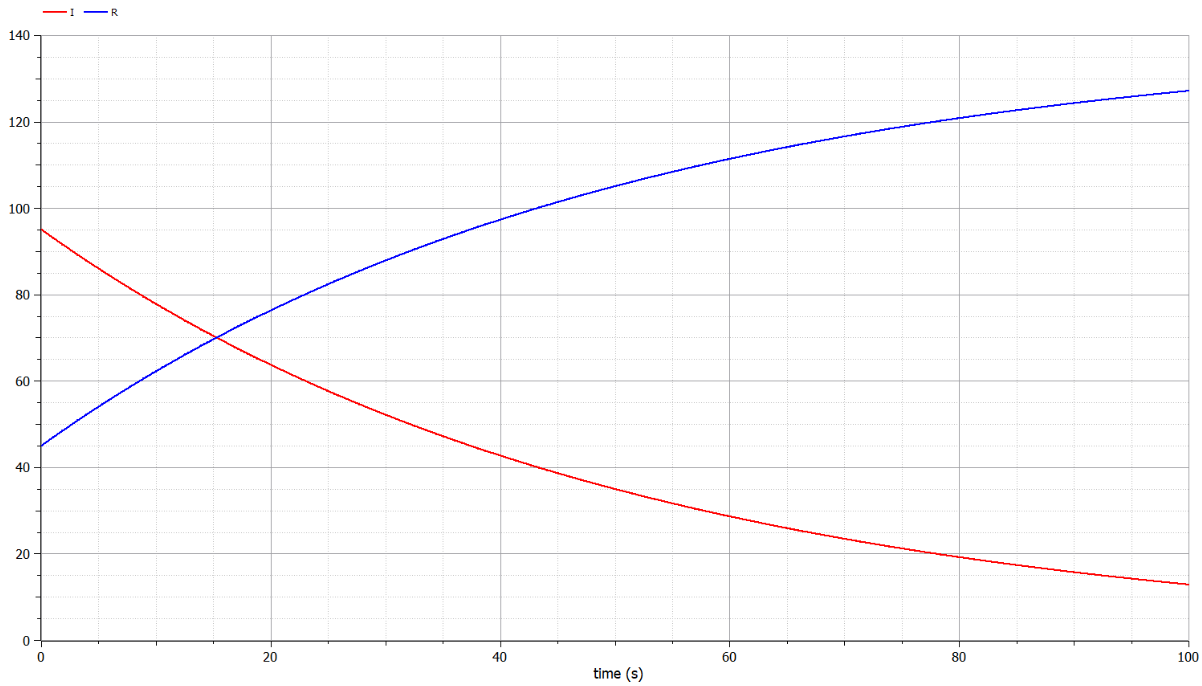

Figure 4.1: График изменения числа особей для первого случая (I(t) и R(t)).

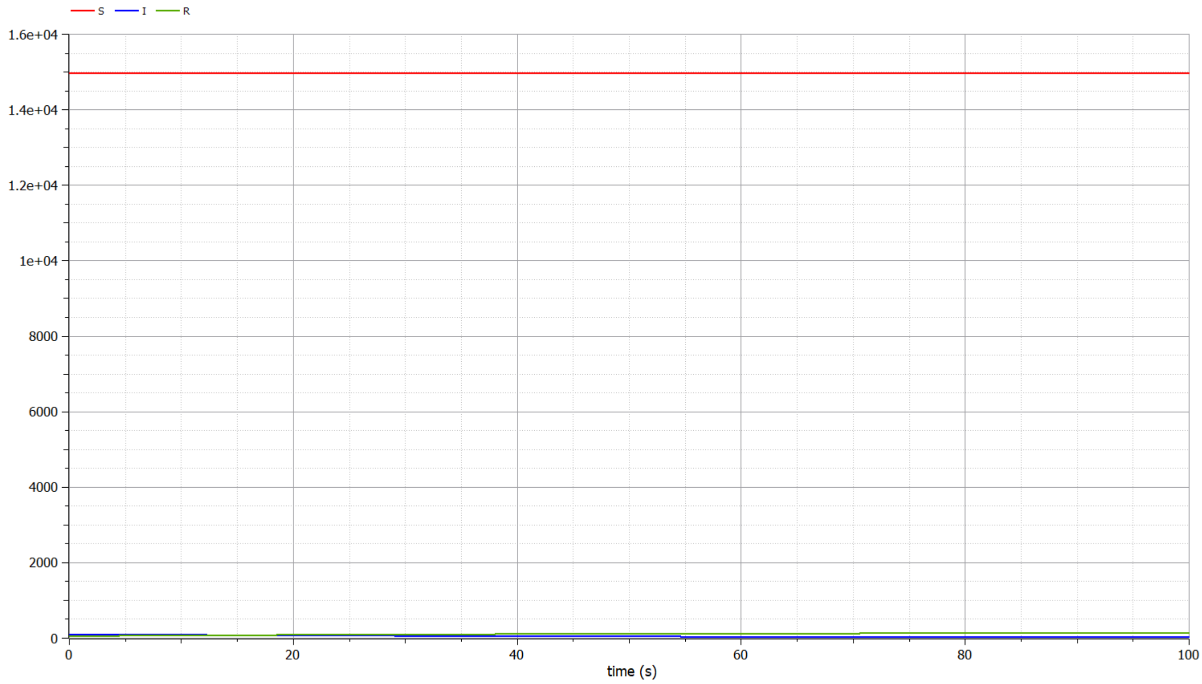

Figure 4.2: График изменения числа особей для первого случая.

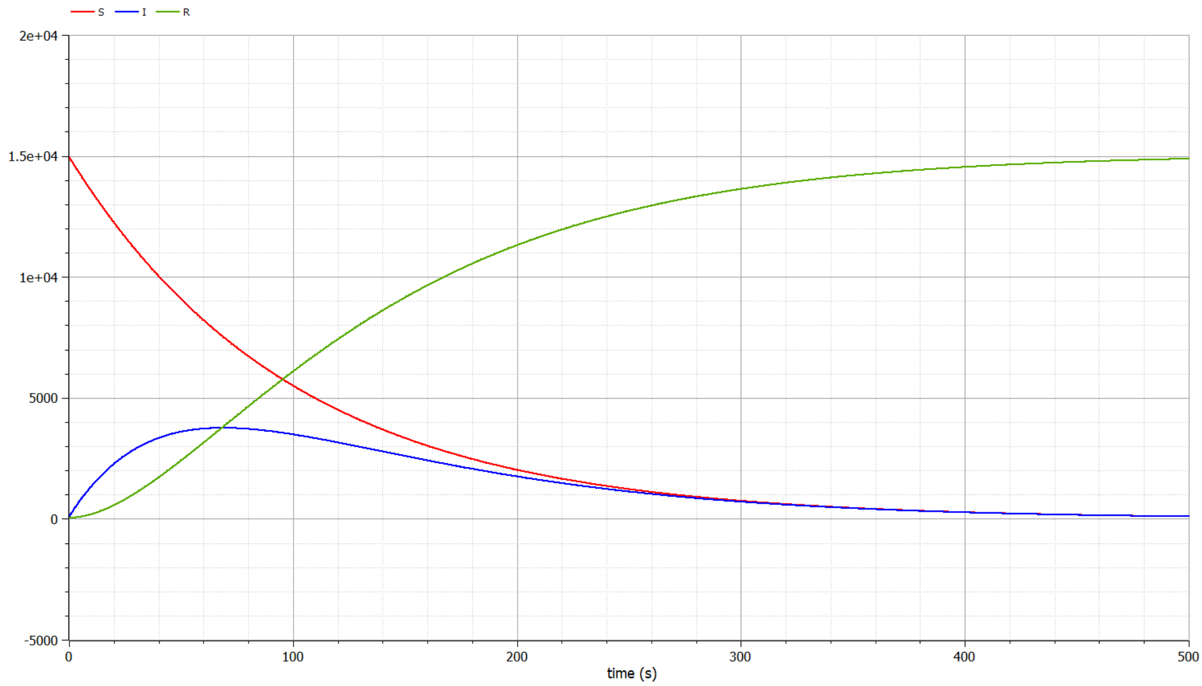

Figure 4.3: График изменения числа особей для второго случая.

5 Код программы

```
model test

parameter Integer N=15089;
parameter Real a=0.01;
parameter Real b=0.02;

Real I(start=95);
Real R(start=45);
Real S(start=N-95-45);

equation
  der(S)=0;
  der(I)=-b*I;
  der(R)=b*I;

  //der(S)=-a*S;
  //der(I)=a*S-b*I;
  //der(R)=b*I;

end test;
```

6 Вывод

Рассмотрели простейшую модель эпидемии.

Повысили навыки работы с открытым программным обеспечением для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем - OpenModelica.

Построили графики изменения числа особей в каждой из выделенных групп для двух случаев.