Лабораторная работа 2

Задача о погоне

Греков Максим Сергеевич

Содержание

# Цель работы

Рассмотреть задачу о погоне.

Освоить базовые навыки работы с высокоуровневым языком программирования, созданным для математических вычислений - Julia.

Научиться с помощью него решать ДУ, строить графики, что позволит проектировать математичесие модели.

# Выполнение лабораторной работы

## Постановка задачи

### Задача о погоне

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19,1 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5,2 раза больше скорости браконьерской лодки.

Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

## Решение задачи

1. Принимем за = 0, = 0 - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров (), а полярная ось проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 1) нахождения катера береговой охраны.

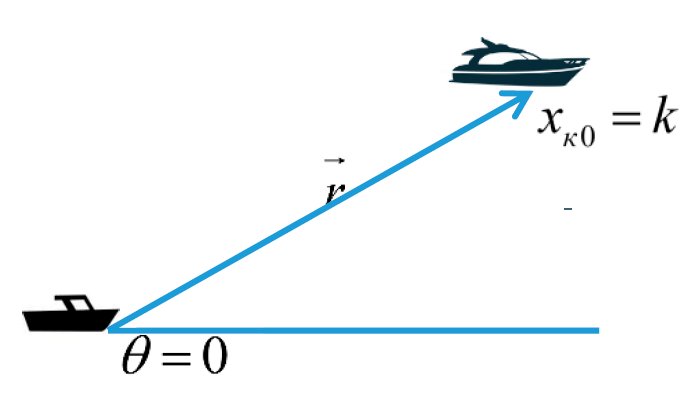


Figure 1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

1. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
2. Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (во втором случае ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:

Отсюда мы найдем два значения и , задачу будем решать для двух случаев.

1. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость.

Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса

Так как = , то .

Из рисунка (учитывая, что радиальная скорость равна ) видно (рис. 2), что .

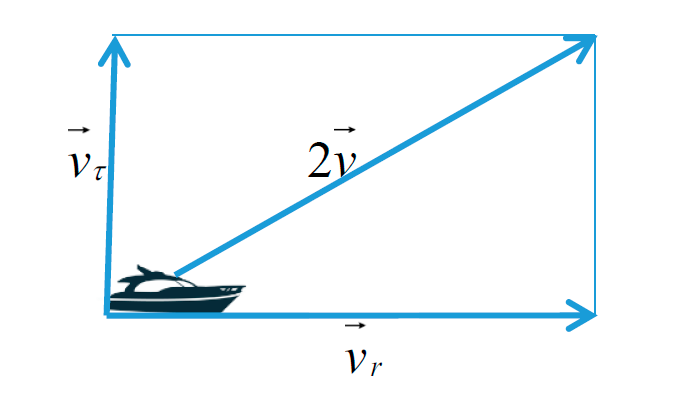


Figure 2: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

1. Решение задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

С начальными условиями и .

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению

При написании программы на языке программирования Julia, получили следующие результаты:

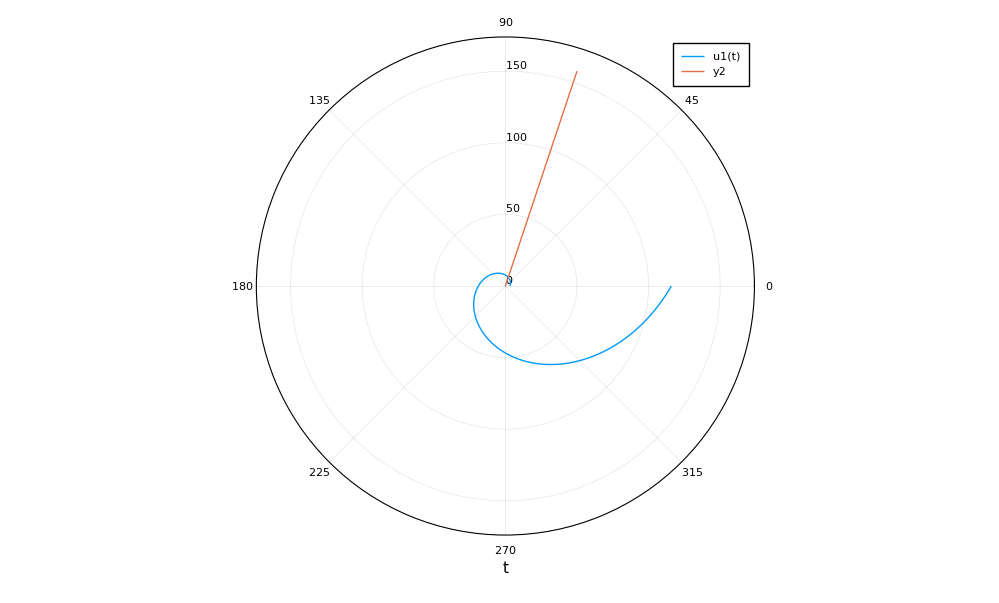


Figure 3: График: 1 случай

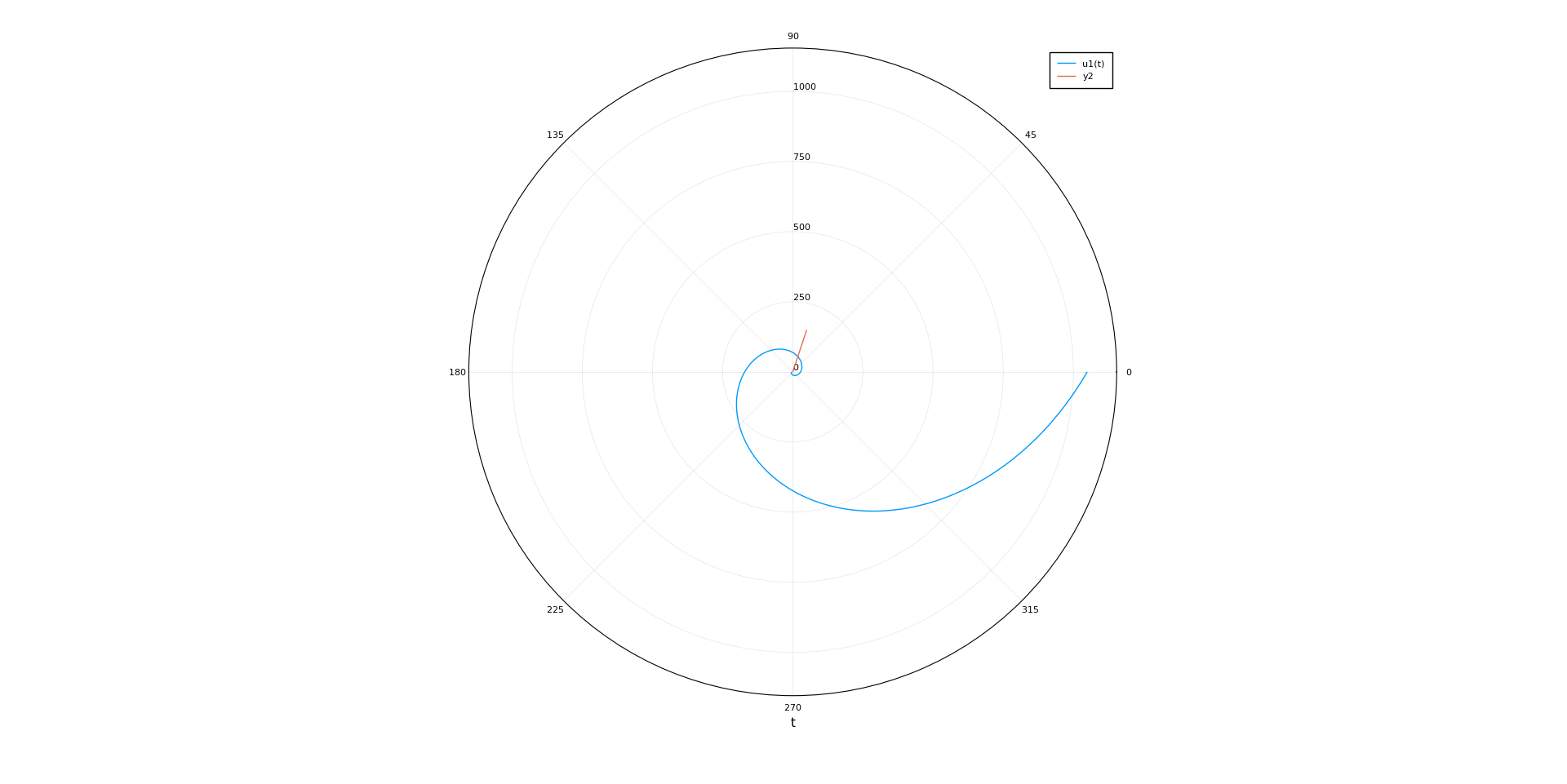


Figure 4: График: 2 случай

# Вывод

Рассмотрели задачу о погоне.

Освоили базовые навыки работы с высокоуровневым языком программирования, созданным для математических вычислений - Julia.

Научились с помощью него решать ДУ, строить графики.