Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №3

Вариант 2

Выполнил:

Брагин Роман Андреевич

P3216

Проверила:

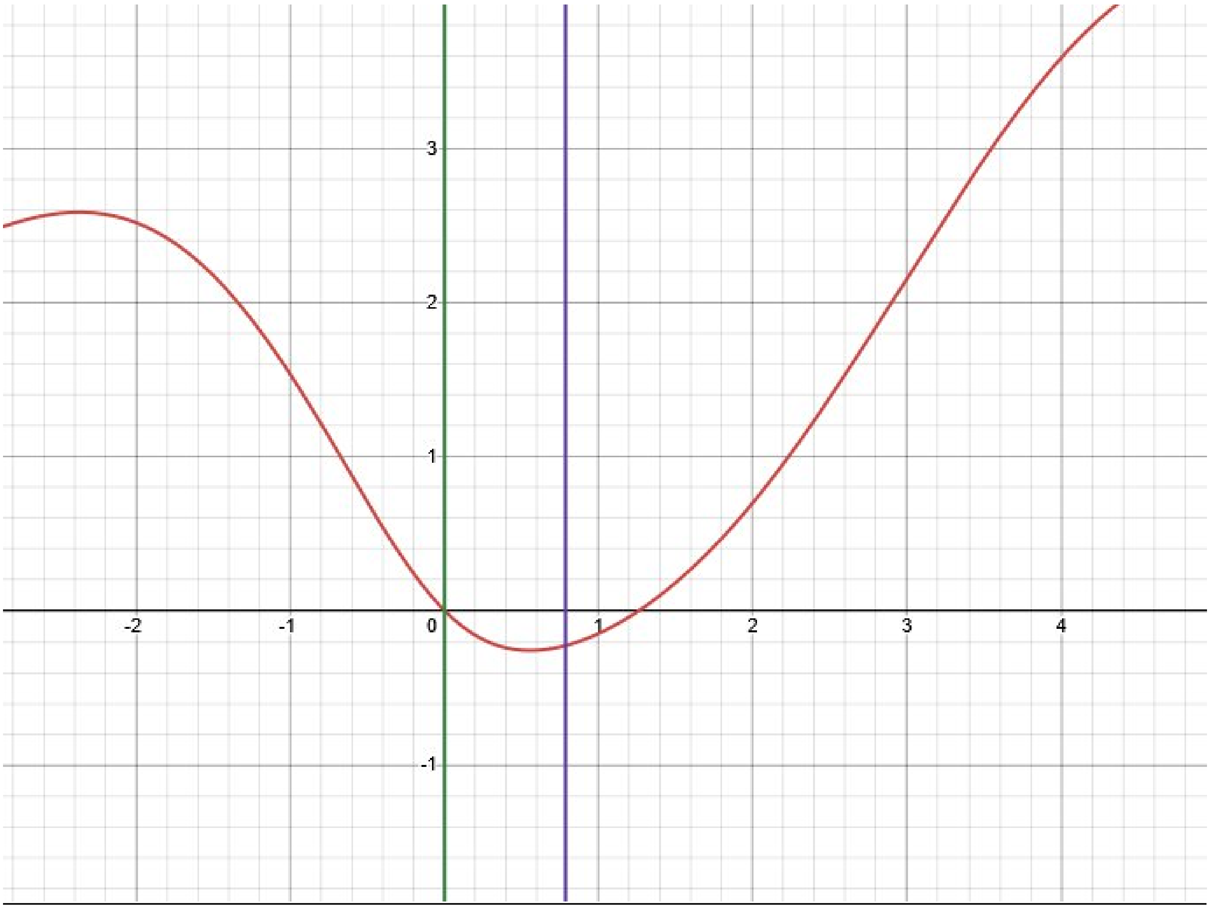
Селина Елена Георгиевна

г. Санкт-Петербург, 2025

Цель работы:

Решить задачу методом Квадратичной аппроксимации. По 3–5 шагов каждого метода выполнить вручную + написать программу по каждому методу на одном из языков программирования.

Решение вручную:



Исходная функция

$$f(x) = ln(1 + x^2) - sin(x), [a,b] = [0, \frac{\pi}{4}], \varepsilon \ = \ 0.03$$

Итерация 1

Выбираем три начальные точки:

$$x_1 = 0, x_2 = \frac{\pi}{8} = \ 0.3927, x_3 = \frac{\pi}{4} = \ 0.7854$$

Вычисляем значения функции:

$$y_1 = \ f(0) = 0$$

$$y_2 = \ f(0.3927) \ = \ -0.3376$$

$$y_3 = \ f(0.7854) \ = \ -0.1823$$

Минимальное значение функции:

$$F_{min} = min(y_1, y_2, y_3) = -0.3376$$

Используем формулу для вершины параболы:

$$\underline{x} = \frac{1(x_2^2 - x_3^2)y_1 + (x_3^2 - x_1^2)y_2 + (x_1^2 - x_2^2)y_3}{2(x_2 - x_3)y_1 + (x_3 - x_1)y_2 + (x_1 - x_2)y_3}$$

Вершина:

$$\underline{x} = 0.4654$$

Вычисляем $f(\underline{x})$:

$$f(0.4654) = -0.3571$$

Проверяем точность:

$$\left|\frac{y_2 - f(\underline{x})}{f(\underline{x})}\right| = 0.0545$$

$$\left|\frac{x_2 - \underline{x}}{\underline{x}}\right| = 0.0156$$

Так как критерии остановки не выполнены (0.0545> 0.03), продолжаем итерации.

Итерация 2

Выбираем три новые точки:

$$x_1 = 0.3927, x_2 = 0.4654, x_3 = \frac{\pi}{4} = 0.7854$$

Вычисляем значения функции:

$$y_1 = f(0.3927) = -0.3376$$

$$y_2 = f(0.4654) = -0.3571$$

$$y_3 = f(0.7854) = -0.1823$$

Минимальное значение функции:

$$F_{min} = min(y_1, y_2, y_3) = -0.3571$$

Используем формулу для вершины параболы:

$$\underline{x} = \frac{1(x_2^2 - x_3^2)y_1 + (x_3^2 - x_1^2)y_2 + (x_1^2 - x_2^2)y_3}{2(x_2 - x_3)y_1 + (x_3 - x_1)y_2 + (x_1 - x_2)y_3}$$

Вершина:

$$\underline{x} = 0.53$$

Вычисляем $f(\underline{x})$:

$$f(0.5229) = -0.3621$$

Проверяем точность:

$$\left|\frac{y_2 - f(\underline{x})}{f(\underline{x})}\right| = 0.0138$$

$$\left|\frac{x_2 - \underline{x}}{\underline{x}}\right| = 0.011$$

Условие (0.0138< 0.03), удовлетворяет критерию.

Вывод

Приближённое значение минимума: $x_{min} = 0.53$, $f(x_{min}) = -0,3$

```
package main


import (
  "fmt"
  "math"
)


const (
  eps = 0.1
)


func f(x float64) float64 {
  return math.Log(1+x*x) - math.Sin(x)
}


func quadraticApproximationMethod(x1, x2, x3, eps1, eps2, dx float64) float64 {
  for {
    // шаг 3 и 4
    if (x2-x1)*(x3-x2) < 0 {
      x2 = x1 + dx
```

```
    if f(x1) < f(x2) {
      x3 = x1 - dx
    } else {
      x3 = x1 + 2*dx
    }
  }

  // шаг 5
  f1, f2, f3 := f(x1), f(x2), f(x3) // вычисление значений функции в точках

  // шаг 6 7
  num := (x2-x1)*(x2-x1)*(f2-f3) - (x2-x3)*(x2-x3)*(f2-f1) // вычисление вершины параболы
  den := (x2-x1)*(f2-f3) - (x2-x3)*(f2-f1)
  if den == 0 {
    x1 = x2
    continue
  }
  xBar := x2 - 0.5*num/den
  fBar := f(xBar)

  // проверка условий завершения итераций
  if math.Abs(fBar-f2)/fBar < eps1 && math.Abs(xBar-x2)/xBar < eps2 {
    return xBar
  }

  // шаг 8
  if xBar >= x1 && xBar <= x3 {
    // Если хотя бы одно условие не выполняется, выбрать наименьшую точку и две точки по обе стороны от нее
    if f(xBar) < f2 {
      x1, x2, x3 = x1, xBar, x2
    } else {
      x1, x2, x3 = x2, xBar, x3
    }
  } else {
    // Если xBar вышел за границы, начинаем новую итерацию с x1 = xBar
    x1 = xBar
```

```
    }
  }
}

func main() {
  x := quadraticApproximationMethod(0, 0.5, 1, eps, eps, 0.01)
  fmt.Printf("Квадратичная аппроксимация: x ≈ %.6f, f(x) = %.6f\n", x, f(x))
}
```

Выводы

Метод квадратичной аппроксимации: x = 0.55673, f(x) = -0.25843

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы я освоил основные методы поиска минимума функции: метод Ньютона, метод половинного деления, метод хорд и метод золотого сечения. Все изученные алгоритмы были успешно реализованы на языке программирования GoLang. В результате проведенных вычислений минимум заданной функции на указанном интервале был найден с требуемой точностью, что подтвердило правильность выполнения работы.