Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №2

Вариант 2

Выполнил:

Брагин Роман Андреевич

P3216

Проверила:

Селина Елена Георгиевна

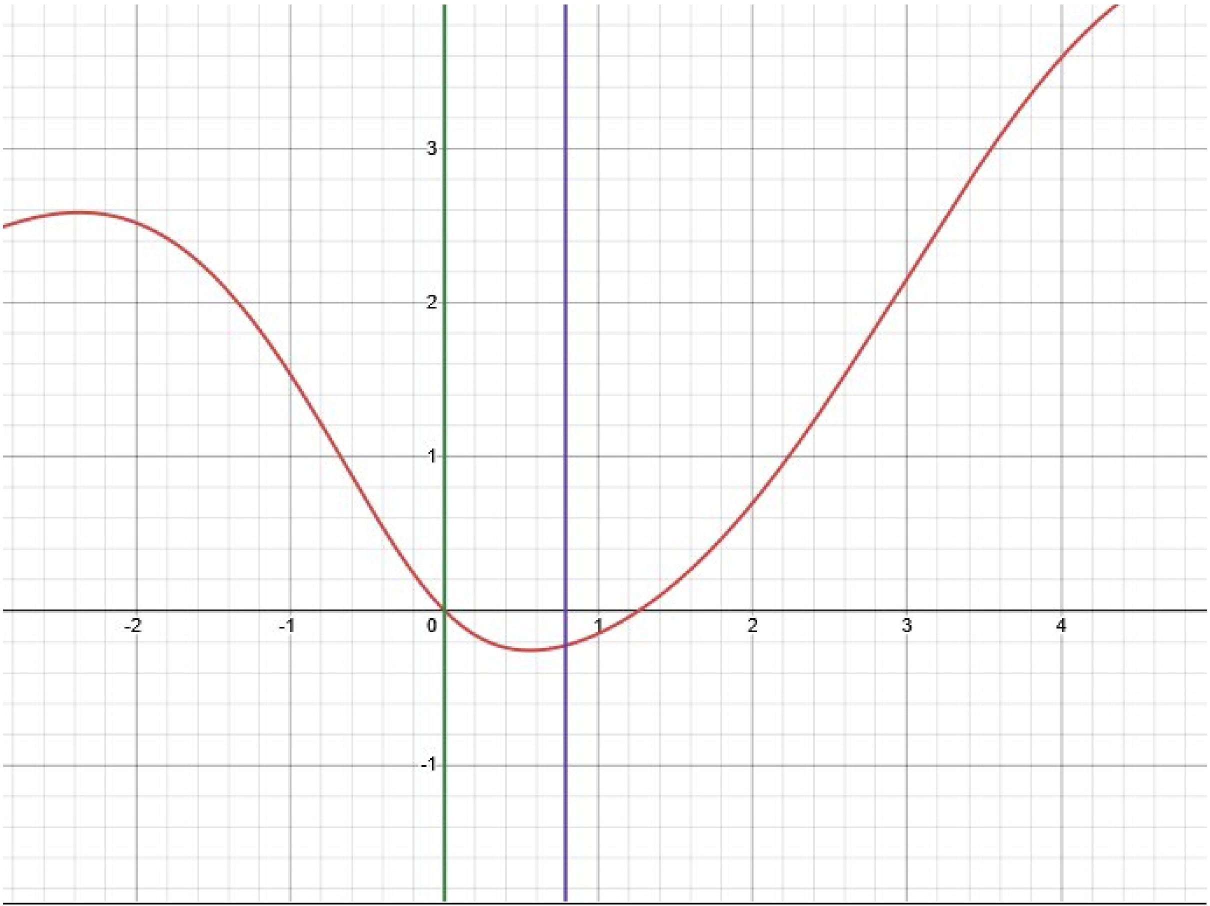
г. Санкт-Петербург, 2025

Цель работы:

Решить задачу тремя методами: методом половинного деления, методом золотого сечения, методом хорд и методом Ньютона.

По 3–5 шагов каждого метода выполнить вручную + написать программу по каждому методу на одном из языков программирования.

Решение вручную:



Исходная функция

$$f(x) = ln(1 + x^2) - sin(x), [a,b] = [0, \frac{\pi}{4}], \varepsilon\ =\ 0.03$$

Метод деления отрезка пополам

1 итерация:

$x_1 = (a + b - \varepsilon)/2 = (0 + \pi/4 - 0.03)/2 = 0.3777$

$x_2 = (a + b + \varepsilon)/2 = (0 + \pi/4 + 0.03)/2 = 0.4077$

$f(x_1) = -0.23$

$f(x_2) = -0.42$

$f(x_1) > f(x_2)$, следовательно а = x_2 = 0.4077

b − a = 0.785 − 0.4077 = 0.3773, 2ε = 0.06

0.3773 > 0.06 ⇒переходим к следующей итерации

<u>2 итерация:</u>

$x_1 = (a + b - \varepsilon)/2$ = (0 +0.4077 − 0.03)/2 =0.1888

$x_2 = (a + b + \varepsilon)/2$ = (0 + 0.4077 + 0.03)/2 =0.2188

$f(x_1) = -0.238$

$f(x_2) = -0.244$

$f(x_1) > f(x_2)$, следовательно а =x_1 = 0.1888

b − a = 0.4077 − 0.1888 = 0.2189 , 2ε = 0.06

0.2189 > 0.06 ⇒ переходим к следующей итерации

<u>3 итерация:</u>

$x_1 = (a + b - \varepsilon)/2$ = (0.1888 +0.4077 − 0.03)/2 = 0.2833

$x_2 = (a + b + \varepsilon)/2$ = (0.1888 + 0.4077 + 0.03)/2 = 0.3133

$f(x_1) = -0.253$

$f(x_2) = -0.255$

$f(x_1) > f(x_2)$, следовательно а =x_1 = 0.2833.

b − a = 0.4077 − 0.2833 = 0.1244 ,2ε = 0.06

0.1244 > 0.06 ⇒переходим к следующей итерации

<u>4 итерация:</u>

$x_1 = (a + b - \varepsilon)/2$ = (0.2833 +0.4077 − 0.03)/2 = 0.3305

$x_2 = (a + b + \varepsilon)/2$ = (0.2833 + 0.4077 + 0.03)/2 = 0.3605

$f(x_1) = -0.256$

$f(x_2) = -0.258$

$f(x_1) > f(x_2)$, следовательно а =x_1 = 0.3305

b − a = 0.4077 − 0.3305 = 0.0772 ,2ε = 0.06

0.0772 > 0.06 ⇒переходим к следующей итерации

5 итерация:

$x_1 = (a + b - \varepsilon)/2$ = (0.3305 +0.4077 − 0.03)/2 = 0.3541

$x_2 = (a + b + \varepsilon)/2$ = (0.3305 + 0.4077 + 0.03)/2 = 0.3841

$f(x_1)$ = −0.228

$f(x_2)$ = -0.2371

$f(x_1) < f(x_2)$ b $= x_2$ = 0.3841

b − a = 0.3841 − 0.3305 =0.0536 ,2ε = 0.06

0.0536 < 0.06 ⇒ завершаем алгоритм

Тогда $x_{min} = \frac{0.3841 - 0.3305}{2} = 0.0268$, $f(x_{min}) = -0.026$

Метод золотого сечения

$$f(x) = ln(1 + x^2) - sin(x), [a,b] = [0, \frac{\pi}{4}], \varepsilon = 0.03$$

наш отрезок $[0, \frac{\pi}{4}] = [0,0.785]$

Коэффициент получим $\varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0.618$ и $1 - 0.618 = 0.382$

1 итерация:

$x_1 = a + \varphi \cdot (b - a)$ = 0 + 0.382 · (0.785 − 0) = 0.300

$x_2 = a + \varphi \cdot (b - a)$ = 0 + 0.618 · (0.785 − 0) = 0.485

$f(x_1)$ = −0.209

$f(x_2)$ = −0.255

$f(x_1) > f(x_2)$, то новый отрезок: [0.300, 0.785]

∣ b − a ∣ = 0.785−0.300 = 0.485 > 0.03, следовательно переходим к следующей итерации

2 итерация:

$x_1 = a + \varphi \cdot (b - a)$ = 0.300 + 0.382 · (0.785 − 0.300) = 0.485

$x_2 = a + \varphi \cdot (b - a)$ = 0.300 + 0.618 · (0.785 − 0.300) = 0.600

$f(x_1)$ = −0.255

$f(x_2)$ = −0.257

$f(x_1) > f(x_2)$, то новый отрезок: [0.485, 0.785]

∣ b − a ∣ = 0.785 − 0.485 = 0.300 > 0.03, следовательно переходим к следующей итерации

<u>3 итерация:</u>

$x_1 = a + \varphi \cdot (b - a)$ = 0.485 + 0.382 · (0.785 − 0.485) = 0.600

$x_2 = a + \varphi \cdot (b - a)$ = 0.485 + 0.618 · (0.785 − 0.485) = 0.671

$f(x_1)$ = −0.257

$f(x_2)$ = −0.250

$f(x_1) < f(x_2)$, то новый отрезок: [0.485, 0.671]

∣ b − a ∣ = 0.671− 0.485 = 0.186 > 0.03, следовательно переходим к следующей итерации

<u>Метод хорд</u>

$$f(x) = ln(1 + x^2) - sin(x), [a,b] = [0, \frac{\pi}{4}], \varepsilon = 0.03$$

наш отрезок $[0, \frac{\pi}{4}] = [0,0.785]$

<u>1 итерация:</u>

$$f'(x) = \frac{2x}{1 + x^2} - cos(x)$$

$$\tilde{x} = a - \frac{f'(a)}{f'(a) - f'(b)} \cdot (a - b)$$

$$= 0.785 - \frac{-0.275}{-0.275 - (-1)} \cdot (0.785 - 0) = 0.612$$

$$f'(\tilde{x}) = -0.028$$

$|f'(\tilde{x})|$ = 0.028 >0.03 следовательно итерация происходит дальше

$f'(\tilde{x})$ = $-$ 0.028 < 0, следовательно a = $\tilde{x}$ = 0.612

<u>2 итерация:</u>

$$\tilde{x} = 0.612 - \frac{(-0.028)(0.612-0.785)}{-0.028-(-0.275)} = 0.558$$

$$f'(\tilde{x}) = -0.003$$

$|f'(\tilde{x})|$ = 0.003 >0.03 следовательно итерация происходит дальше

$f'(\tilde{x})$ = $-$ 0.028 < 0, следовательно a = $\tilde{x}$ = -0.003

<u>3 итерация:</u>

$$\tilde{x} = 0.612 - \frac{(-0.003)(0.558-0.785)}{-0.003-(-0.275)} = 0.549$$

$$f'(\tilde{x}) = -0.0002$$

$|f'(\tilde{x})|$ = 0.0002 < 0.03 следовательно итерация происходит дальше

Значит $x_{min} = 0.549, f(x_{min}) = -0,25$

```
package main


import (
  "fmt"
  "math"
)
const epsilon = 0.03
func f(x float64) float64 {
  return math.Log(1+x*x) - math.Sin(x)
}
func df(x float64) float64 {
  return (2*x)/(1+x*x) - math.Cos(x)
}
func ddf(x float64) float64 {
  return (2*(1-x*x))/math.Pow(1+x*x, 2) + math.Sin(x)
}
func bisectionMethod(a, b float64) float64 {
  for math.Abs(b-a) > 2*epsilon {
    x1 := (a + b - epsilon) / 2
```

```
    x2 := (a + b + epsilon) / 2
    if f(x1) > f(x2) {
      a = x1
    } else {
      b = x2
    }
  }
  return (a + b) / 2
}

func goldenSectionMethod(a, b float64) float64 {
  phi := (1 + math.Sqrt(5)) / 2
  x1 := b - (b-a)/phi
  x2 := a + (b-a)/phi
  for math.Abs(b-a) > epsilon {
    if f(x1) > f(x2) {
      a = x1
    } else {
      b = x2
    }
    x1 = b - (b-a)/phi
    x2 = x1
  }
  return (a + b) / 2
}
func chordMethod(a, b float64) float64 {
  for math.Abs(b-a) > epsilon {
    c := a - df(a)*(b-a)/(df(b)-df(a))
    if math.Abs(df(c)) < epsilon {
      return c
    }
    if df(a)*df(c) < 0 {
      b = c
    } else {
      a = c
    }
```

```
  }
  return (a + b) / 2
}
func newtonMethod(x0 float64) float64 {
  x := x0
  for math.Abs(df(x)) > epsilon {
    x = x - df(x)/ddf(x)
  }
  return x
}
func main() {
  a := 0.0
  b := math.Pi / 4
  xBisection := bisectionMethod(a, b)
  xGolden := goldenSectionMethod(a, b)
  xChord := chordMethod(a, b)
  xNewton := newtonMethod((a + b) / 2)
  fmt.Printf("Метод половинного деления: x = %.5f, f(x) = %.5f\n", xBisection, f(xBisection))
  fmt.Printf("Метод золотого сечения: x = %.5f, f(x) = %.5f\n", xGolden, f(xGolden))
  fmt.Printf("Метод хорд: x = %.5f, f(x) = %.5f\n", xChord, f(xChord))
  fmt.Printf("Метод Ньютона: x = %.5f, f(x) = %.5f\n", xNewton, f(xNewton))
}
```

Вывод программы

Метод половинного деления: x = 0.54614, f(x) = -0.25836

Метод золотого сечения: x = 0.55941, f(x) = -0.25842

Метод хорд: x = 0.57343, f(x) = -0.25822

Метод Ньютона: x = 0.54001, f(x) = -0.25825

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы я освоил основные методы поиска минимума функции: метод Ньютона, метод половинного деления, метод хорд и метод золотого сечения. Все изученные алгоритмы были успешно реализованы на языке программирования GoLang. В результате проведенных вычислений минимум заданной функции на указанном интервале был найден с требуемой точностью, что подтвердило правильность выполнения работы.