Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №6
Работа с LaTeX
Вариант 42

Выполнил:
Студент группы P3116
Брагин Роман Андреевич
Проверил:
доцент факультета ПИиКТ
Авксентьева Елена Юрьевна

г. Санкт-Петербург, 2023 г

12	13	14	15	23
24	25	34	35	45
123	124	125	134	135
145	234	235	245	345

Таблица 1:

этому

$$-\frac{1}{3}\sum M_{i,j,k,l} + \frac{2}{3}M_{1,2,3,4,5} \leq 0.$$

Теперь уже легко получить требуемый ответ. Из (7)следует, что

$$\sum M_{i,j} \geq 2\sum M_i - 3M2 \geq$$
$$\geq (5 \cdot \tfrac{1}{2}) - 3 = 2.$$

Но так как общее число число «попарных пересечений заплат»M_{ij}
равно 10, то хоть одно из них не меньше чем

$$2 : 10 = \frac{1}{5}$$

что и требовалось доказать!

Нетрудно видеть, что равенство здесь будет иметь место лишь тогда, когда $S = M$, то есть когда кафтан весь покрыт заплатами, когда все $M_i = ^1/_2$, все M_{ij} одинаковы (и равны $^1/_5$) и когда все $M_{i,j,k,l} = 0$. На рисунке 1 приведена схема покрытия кафтана заплатами, где прямоугольник - это кафтан и цифры на отдельных квадратиках указывают, какими заплатками покрыты соответствующие участки кафтана.Это схема показывает, что - $^1/_5$ - точная оценка. То, что на ней заплаты состоят из отдельных кусков, не должно вас смущать - в задаче $M185$ важна только площадь заплаты, а не ее форма.
Теперь мы можем сформулировать общую задачу, частным случаем которой является задача $M185$:

Формулировка общей задачи ;
случай двух зарплат

На кафтане M площади 1 имеется n заплат $M_1, M_2, ..., M_n$, площадь каждой из которой не меньше известного нам числа α; требуется оценить площадь наибольшего из пересечений M_{ij} заплат.

Другими словами, для каждой конфигурации из n заплат на кафтане мы находим максимальное по площади пересечения M_{ij}, а потом отыскиваем минимум этого максимума M_{ij} по всем возможным конфигурациям этих заплат *).Такого рода «минимаксные»(то есть связанные с нахожнением минимума некоторых максимумов) задачи играют в современной математике очень большую роль.

Искомое число min max M_{ij} зависит, разумеется, от заданного числа α, то есть является функцией от α, так как оно зависит также и от числа n заплат, то мы обозначим эту функцию через $f_n(\alpha)$ (где очевидно, $0 \leq \alpha \leq 1$, а , $n \geq 2$).Решение задачи M185 сводится к доказательству равенства

$$f_n(\tfrac{1}{2}) = \tfrac{1}{5}$$

общая задача требует доказать формулу, выражающую $f_n(\alpha)$ через α и n.

Для того чтобы понять, какого ответа можно ожидать в этой общей задаче, мы начинаем с (совсем простого!) случая n = 2. Итак, мы считаем,что на кафтане M площади 1 имеются две заплаты M_1 и M_2площадь каждой из которых не меньше α; нам надо указать наименьшую возможную площадь $f_2(\alpha)$ пересечения M_{12} этих двух заплат.

Ясно, что если $\alpha \leq^1 /_2$,то заплаты могут вовсе не пересечься (рис. 2,α); если же $\alpha \geq^1 /_2$, то наименьшая возможная площадь $f_2(\alpha)$ пересечения M_{12} заплат равна 2α-1 (рис. 2,δ).

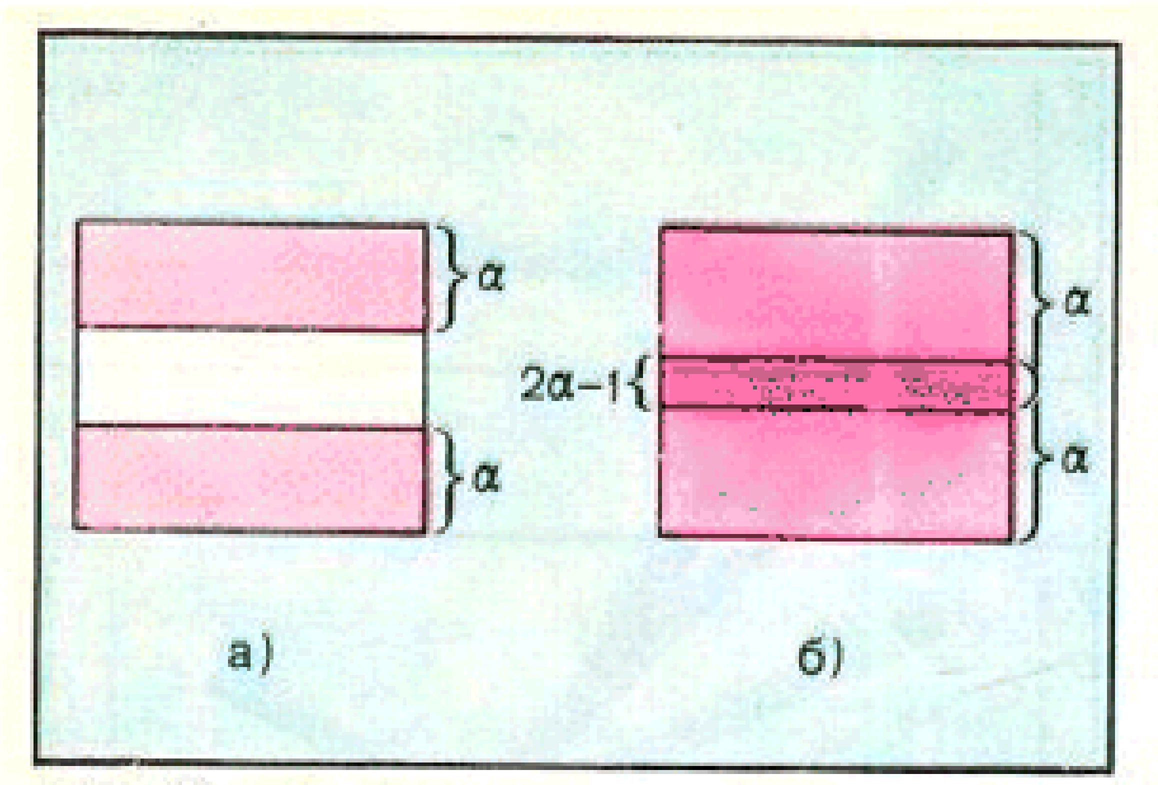

Рис. 1: Enter Caption

Ссылка на статью