# 一、环境准备

1. 安装Python
   在Python的官网上 https://www.python.org/ 下载Python的安装包进行安装
2. 安装Anaconda
   在Anaconda的官网上 https://www.anaconda.com/ 下载安装包

# 二、基础回顾

**1. 导数**

我们知道导数的定义如下：

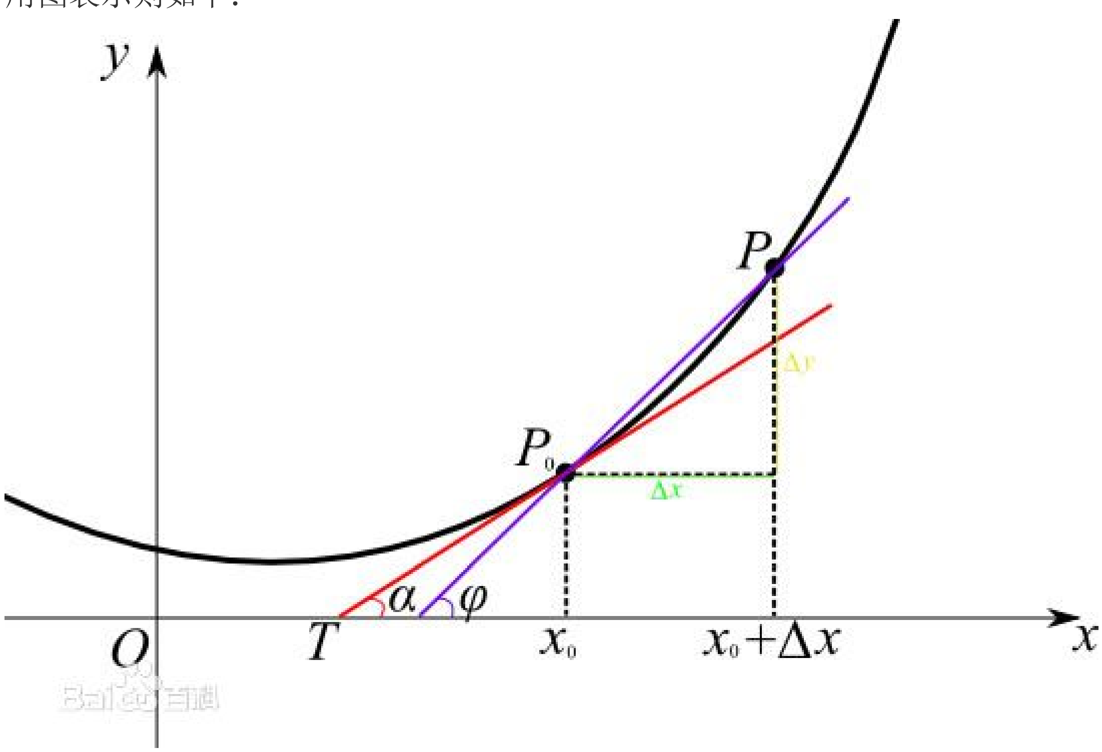
$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$=\frac{\delta(y)}{\delta(x)}$

反映的是函数y=f(x)在某一点处沿x轴正方向的变化率/变化趋势。直观地看，也就是在x轴上某一点处，如果f'(x)>0，说明f(x)的函数值在x点沿x轴正方向是趋于增加的；如果f'(x)<0，说明f(x)的函数值在x点沿x轴正方向是趋于减少的。

从物理的角度看，对二维坐标系，若横轴为时间t，纵轴为运动距离s的话，导数则是该时刻的瞬时速率。

用图表示则如下：




上图中的Δy、dy等符号的意义及关系如下：

$\Delta x$:x的变化量；
dx:x的变化量$\Delta x$趋于0时，则记作微元dx；
$\Delta y$:$\Delta y=f(x0+\Delta x)-f(x0)$，是函数的增量；
dy:$dy=f'(x0)dx$，是切线的增量；
当$\Delta x\to 0$时，dy与$\Delta y$都是无穷小，dy是$\Delta y$的主部，即$\Delta y=dy+o(\Delta x)$.

**2. 导数公式**

[1]

$$\frac{\delta(f(x)g(x))}{\delta x}=f(x)g'(x)+f'(x)g(x)$$

[2]

$$\frac{\delta(f(g(x))}{\delta x}=f'(g(x))'g'(x)$$

[3]

$$\frac{\delta(f(x)+g(x))}{\delta x}=f'(x)+g'(x)$$

按照上述的公式，即可得到基本上所有可导函数的导数。关于上面几个式子的证明，如果感兴趣，可以网上搜索导数公式的证明。

**3. 常见函数的导数**

常见的初等函数导数公式如下：

1.$c' = 0$

2.$(x^n)' = nx^{n-1}$
(1).$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
(2).$(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$

3.$(\sin x)' = \cos x$

4.$(\cos x)' = -\sin x$

5.$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

6.$(\log_a x)' = \frac{\log_a e}{x}$

7.$(a^x)' = a^x \ln a$
(1). $(e^x)' = e^x$

8.$(\tan x)' = \sec^2 x$

9.$(\cot x)' = -\csc^2 x$

10.$(\sec x)' = \sec x \tan x$

11.$(\csc x)' = -\csc x \cot x$

12.$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

13.$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

14.$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$

15.$(arccotx)' = -\frac{1}{1+x^2}$

---

搭配导数公式和常见函数的导数，基本上就能够计算出大多数的导数。特殊函数的导数可以再讨论。

练习题：求下列函数式的导数
1)$y = 3x^2 + 5x + 8$

2)$y = \frac{1}{1+e^{-x}}$

3)$y = \frac{1}{1+e^{-2x^2}}$

4)$y=ln(\frac{1}{1+e^{-x}})$

5)$y=\frac{2x^2}{1+x}$

**4. 向量和矩阵**
向量的定义：向量是既有大小，又有方向的量。
最直观的在二维坐标系里面，x轴和y轴代表平面两个垂直的方向，如$\vec{a}=\left[1,2\right]^T$ 表示$\vec{a}=1*\vec{i_x}+2*\vec{i_y}$,其中$\vec{i_x}$和$\vec{i_y}$分别是单位x和y方向上的单位向量，分别表示指向x轴和y轴的正方向，但是其长度为1。前面的表示$\vec{a}=\left[1,2\right]^T$是简写，一般会将单位方向向量省去。
在三维坐标系里面，x、y、z轴代表的是空间上三个互相垂直的方向，如：
$\vec{a}=\left[1,2,3\right]^T$表示$\vec{a}=1*\vec{i_x}+2*\vec{i_y}++3*\vec{i_z}$
将这个概念拓展到多维，任意维度的向量表示为:
$\vec{a}=\left[a_1,a_2,a_3,\ldots\ldots,a_n\right]^T$
其中$a_i$是在$i$方向上的坐标。

矩阵则可看做是由一系列向量组成。如矩阵

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 3 & 6 & 8\\ 6 & 7 & 10 & 12\end{bmatrix}_{3\times4}$$

矩阵A是一个$3\times4$的矩阵，可以说由3个行向量组成，或者4个列向量组成。

第一个列向量为:
$$\vec{c_1}=\begin{bmatrix}1\\2\\6\end{bmatrix}$$

第一个行向量为：
$\vec{r_1}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4\end{bmatrix}$

**5. 矩阵运算与向量运算**
矩阵乘法的定义：
矩阵的乘法，是左边矩阵的行的每个元素与右边矩阵的列的每个对应元素相乘，然后相加。
如:
$A=\begin{bmatrix}1 & 2\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}$,有
$A*B=1*3+2*4=\begin{bmatrix}11\end{bmatrix}$

矩阵运算的公式:
1)矩阵乘以一个常数，是对矩阵的每个元素乘以该常数

如：
$3*A=\begin{bmatrix}3*1 & 3*2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 6\end{bmatrix}$

2)满足加法交换律和结合律
$A+B=B+A$
$(A+B)+C=A+(B+C)$

3)满足乘法结合律和分配律
$ABC=A(BC)$
$A(B\pm C)=AB\pm AC$
$(\lambda A)B=\lambda(AB)$

4)矩阵的转置
矩阵的转置就是将矩阵的行变为列，列变为行，在运算可行的条件下，满足以下性质：
$(A')'=A$
$(AB)'=B'A'$
$(A+B)'=A'+B'$
$(\lambda A)'=\lambda A'$

5）矩阵的求导
矩阵求导的法则不能直接照搬函数的求导法则，因为矩阵较为复杂。关于矩阵的求导有以下公式：

$d(A\pm B)=dA\pm dB$

$d(AB)=(dA)B+A(dB)$

$d(A)^T=(dA)^T$

$d(A\cdot B)=dA\cdot B+A\cdot dB$ 其中点乘表示逐元素乘法

$df(A)=f'(A)\cdot dA$ 其中$f'(A)$是对$A$中的每个元素都求导

以上就是后面课程所需要用到的一些基本知识，如果后续有用到更多的内容，就进行再补充。