Содержание(задачи)

Билет 1. Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до напряжения U=400 В…

Билет 1.

**Дано:**

$U = 400$ В

$\varepsilon = 5$

$h = 1{,}2$ см

**Найти:**

$\sigma$ - ? $\sigma'$ - ?

**Решение:**

- $h = 1{,}2$ см $= 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ м.
- $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \sigma = E\varepsilon_0 = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 U}{d}$;

$d = h$

$$\sigma = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 10^{2}}{1{,}2 \cdot 10^{-2}} = 1{,}77 \cdot 10^{-6} \left(\frac{Кл}{м^2}\right)$$

$\sigma = 1{,}77 \ \dfrac{мкКл}{м^2}$

- $\sigma' = \dfrac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} \cdot \sigma$

$$\sigma' = \frac{5-1}{5} \cdot 1{,}77 \cdot 10^{-6} = 1{,}416 \cdot 10^{-6} \left(\frac{Кл}{м^2}\right)$$

$\sigma' = 1{,}416 \ \dfrac{мкКл}{м^2}$

**Ответ:** $\sigma = 1{,}77 \ \dfrac{мкКл}{м^2}$

$\sigma' = 1{,}416 \ \dfrac{мкКл}{м^2}$

Билет 2. Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка с магнитным моментом p=1,5…

Билет 2.

Дано:

$H = 150 \frac{A}{м}$

$p_m = 1{,}5\ А \cdot м^2$

Найти:

$R$ - ? $I$ - ?

Решение:

• $H = \frac{I}{2R} \Leftrightarrow I = 2RH$ (1)

$p_m = I \cdot \pi \cdot R^2$; (2)

• Подставим в (2) из (1):

$p_m = 2RH \cdot \pi \cdot R^2 = 2\pi H R^3$;

$R = \sqrt[3]{\frac{p_m}{2\pi H}} = \sqrt[3]{\frac{1{,}5}{2 \cdot \pi \cdot 150}} \approx 11{,}68 (см)$

• Найдём $I$ из (1):

$I = 2RH = 2 \cdot 0{,}1168 \cdot 150 \approx 35 (A)$

Ответ: $R = 11{,}68$ см

$I = 35$ A.

Билет 3. На экране наблюдается интерференционная картина в результате наложения лучей от двух…

Билет 3.

**Дано:**

$\lambda = 600$ нм

$n = 1,6$

$d = 4$ мкм

**Найти:**

$m$ - ?

**Решение:**

$d = 4$ мкм $= 4 \cdot 10^{-6}$ м.

$\lambda = 600$ нм $= 6 \cdot 10^{-7}$ м.

• При внесении стеклянной пластинки оптическая разность хода между лучами изменится:

$$\Delta = nd - d = (n-1)d,$$ где

$n$ - пок-ль преломления

$d$ - толщина пластинки.

Но с другой стороны, внесение пластинки приведёт к смещению интерф. картины на "$m$" полос, т.е. доп. разность хода равна $m \cdot \lambda$:

Значит:

$$d(n-1) = m\lambda$$

$$m = \frac{d(n-1)}{\lambda} = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot (1,6-1)}{6 \cdot 10^{-7}} = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-1}}{6 \cdot 10^{-7}} = 4.$$

**Ответ:** интерф. картина сместится на 4 полосы

Билет 4. Потенциал поля внутри заряженного шара зависит от расстояния до его центра как…

Билет 4.

**Дано:**

$\varphi = ar^4 + br^2 + c$,

где $a, b, c$ – const

**Найти:**

$\rho(r)$ – ?

(внутри шара)

**Решение:**

• $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$;

•

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\cdot\varphi + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\cdot\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(a(x^2+y^2+z^2)^2 + b(x^2+y^2+z^2) + c\right) = 12ax^2 + 4ay^2 + 4az^2 + 2b$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(a(x^2+y^2+z^2)^2 + b(x^2+y^2+z^2) + c\right) = 12az^2 + 4ay^2 + 4ax^2 + 2b$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(a(x^2+y^2+z^2)^2 + b(x^2+y^2+z^2) + c\right) = 12ay^2 + 4ax^2 + 4az^2$$

• $$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\cdot\varphi + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi = 20a(x^2+y^2+z^2) + 6b = 20ar^2 + 6b$$

$$20ar^2 + 6b = -\frac{\rho}{\varepsilon_0};$$

$$\rho(r) = -\varepsilon_0\cdot(20ar^2 + 6b)$$

Ответ: $-\varepsilon_0\cdot(20ar^2 + 6b) = \rho(r)$

Билет 5. Металлический шар радиусом R=15 см несёт заряд Q=20 нКл. Шар окружен слоем парафина…

Билет 5.

**Дано:**

$R = 15$ см

$Q = 20$ нКл

$\varepsilon = 2$

$d = 5$ см

**Найти:**

$W - ?$

**Решение:**

• Т.к. поле, созданное заряж. шаром неоднородно, то энергия распределена в слое диэлектрика неравномерно;

Выразим энергию в элементарном сфер. слое диэлектрика объемом $dV$: $dW = \omega dV$, где $\omega$ – объемная плотн. энергии.

$$W = \int \omega dV = 4\pi \cdot \int_R^{R+d} \omega r^2 dr \quad (1)$$

где $r$ – радиус элементарного сфер. слоя; $dr$ – его толщина.

• $\omega = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$, где $E$ – напряженность поля.

• В нашем случае $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$;

$$\Downarrow \quad \omega = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0\varepsilon r^4} \quad \text{(подставим в (1)):}$$

• $$W = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \int_R^{R+d} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+d}\right) = \frac{Q^2 d}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R(R+d)};$$

$$W = \frac{(20\cdot10^{-9})^2 \cdot 5\cdot10^{-2}}{8\cdot\pi\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\cdot2\cdot15\cdot10^{-4}\cdot20} \approx 1{,}5 \text{ мкДж}.$$

Ответ: 1,5 мкДж

Билет 6. Свет падает нормально на дифракционную решетку шириной L=6,5 см. Исследуемый спектр…

Билет 6.

Дано:

$L = 6,5$ см

$\lambda = 672,8$ нм

$\delta\lambda = 0,02$ нм

$m = 3$

Найти:

$n$ - ?

Решение:

- $L = 6,5 \text{ см} = 6,5 \cdot 10^{-2}$ м

$\lambda = 672,8 \cdot 10^{-9}$ м $= 6,728 \cdot 10^{-7}$ м.

$\delta\lambda = 0,02$ нм $= 2 \cdot 10^{-11}$ м.

- $R = \dfrac{\lambda}{\delta\lambda} = mN$

$N = L \cdot n$;

$\dfrac{\lambda}{\delta\lambda} = mLn$;

$$n = \frac{\lambda}{\delta\lambda \cdot Lm} = \frac{6,728 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-11} \cdot 3 \cdot 6,5 \cdot 10^{-2}} =$$

$$= 1,73513 \cdot 10^{5} \approx 1,74 \cdot 10^{5} \left(\frac{1}{м}\right)$$

$n = 174 \; \dfrac{1}{мм}$

Ответ: $174 \; \dfrac{1}{мм}$;

Билет 7. По проводнику круглого сечения радиуса r и удельным сопротивлением ρ течет ток I…

7

Дано:

$r$

$\rho$

$I$

$t, l$

$\Phi_S - ?$

Решение:

$\bar{S} = [\bar{E}, \bar{H}]$

$\sigma \bar{E} = \bar{j} \Rightarrow E = \frac{j}{\sigma} = \rho j = \frac{\rho I}{\pi r^2}$ — пл-дь сеч-я провода

Внутри проводника имеется магн. поле $H$.

$\oint H dl = I, \quad H \cdot 2\pi r = I$

$H = \frac{I}{2\pi r} \qquad S = EH = \frac{\rho I^2}{2\pi^2 r^3}$

$\Phi_S = \int_S S dS = \frac{\rho I^2}{2\pi^2 r^3} \cdot 2\pi r l = \frac{\rho I^2 l}{\pi r^2} = \frac{I^2 \rho l}{S}$

пл-дь бок пов-ти провода

$\Phi_S = \frac{\rho l}{S} I^2 = R I^2$

Билет 8. Четыре равных точечных заряда Q расположены в вершинах квадрата со стороной b…

8 Дано:

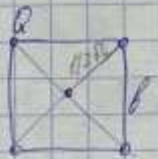
$Q$

$b$

$W$ - ?

$П_5$ - ?

Решение:




$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$$

$$W = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 + 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right) =$$

$$= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b}\left(4 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) =$$

$$= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b}\left(\frac{4\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$П_5 = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) =$$

$$= \frac{4Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{Q^2}{2\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 b}$$

Билет 9. Докажите, что разрешающая способность дифракционной решетки не может превысить…

9 Дано:

$l$

$\lambda$

$R \le \frac{l}{\lambda}$

Решение:

$\alpha$ - угол набл-я дифракции


$R = mN$ число щелей, порядок спектра

$R = \frac{Nd\sin\alpha}{\lambda} = \frac{l\sin\alpha}{\lambda}$ $\le 1$ $\quad a+b = d\sin\alpha = m\lambda$ период решетки

$R \le \frac{l}{\lambda}$

Билет 10. В центре шара из однородного диэлектрика с проницаемостью ε=2,5 и радиусом…

... и внутри шара

Дано:

$\varepsilon = 2.5$

$R = 10$ см

$q_0 = 50$ мкКл

$\sigma'$ – ?

$\rho'$ – ?

Решение:

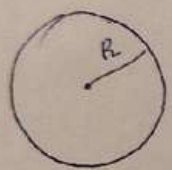
До поляризации объём диэлектрика был эл. нейтрален, значит, должен остаться таким и после

$q'_s = -q'_V$ . $q'_s = \oint\!\!\oint_S \sigma' dS$

$P = \sigma'$ $\quad q'_V = \iiint_V \rho' dV$

$$\oint\!\!\oint_S P\,dS = -\iiint_V \rho' dV$$

$$P = D - \varepsilon_0 E = \varepsilon\varepsilon_0 E - \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E(\varepsilon - 1) = \frac{q(\varepsilon-1)}{\varepsilon 4\pi r^2}$$



$dS = 4\pi r\,dr$

$dV = \frac{4}{3}\pi r^2 dr$

$$\oint\!\!\oint_S P\,dS = PS = \frac{\cancel{\varepsilon_0} q(\varepsilon-1)\cancel{4\pi r^2}}{\varepsilon \cancel{4\pi r^2}\cancel{\varepsilon_0}} = q\frac{(\varepsilon-1)}{\varepsilon} = \sigma' S$$

$$\sigma' S = -\rho' V = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho' = q\frac{(\varepsilon-1)}{\varepsilon}; \quad \rho' = -\frac{3q(\varepsilon-1)}{4\pi\varepsilon r^3}$$

Ответ: $\sigma' = \dfrac{q(\varepsilon-1)}{\varepsilon 4\pi r^2} =$

$$\rho' = -\frac{3q(\varepsilon-1)}{\varepsilon 4\pi r^3}$$

Билет 11. Плоская световая волна, длина волны которой….

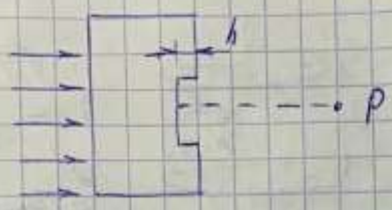
11 Дано:

$\lambda$

$I_0$

$h - ?$ $(I_{min})$

Решение:




$$\delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi h(n-1)}{\lambda}$$

$$\Delta = h(n-1)$$

$I_p = I_{min}$, если

Вклад в амплитуду волны внутр. полузоны =

$$\frac{2\pi a_0 e^{-ikb}}{b}\int_0^{\sqrt{b\lambda/2}} e^{-ik\rho^2/2b}\rho\, d\rho = \frac{2\pi a_0 e^{-ikb\sqrt{b\lambda/4}}}{b}\int_0^{1} e^{-ikx/bcb} =$$

$$= \frac{2\pi a_0 e^{-ikb}}{b}\left(e^{-ik\lambda/4} - 1\right)\frac{-i\lambda}{b}$$

$\frac{A_1}{2}(1+i)e^{i\delta}$ Вклад ост. амплитуды апертуры

$\Sigma$ двух частей при $\delta = 0$ равна $A_1$ $\frac{A_1}{2}(1-i)$

Полная амплитуда: $\frac{A_1}{2}(1+i)e^{i\delta} + \frac{A}{2}(1-i)$

$$I = I_0[(1+i)e^{i\delta} + (1-i)][(1-i)e^{-i\delta} + (1+i)] =$$

$$= I_0[2 + 2 + (1-i)^2 e^{-i\delta} + (1+i)^2 e^{i\delta}] = I_0[4 - 2ie^{-i\delta} + 2ie^{i\delta}] =$$

$$= I_0(4 - 4\sin\delta)$$

$I_0 = \frac{A_1^2}{4}$ - инт-ть пад. света, которая совп-ет с инт-ю, обусл. апертурой беск-й протяж-ти (без угл-й), тогда $I$ явл-ся $m$, когда $\sin\delta = 1$

или $\delta = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$

$$h = \frac{\lambda}{n-1}\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{2\pi}\right) = \frac{\lambda}{n-1}\left(\frac{1}{4} + k\right)$$

Решение:

$\lambda$ ... $mN$

№11

Дано:
$\lambda, I_0, n$

$h$[redacted] $-?$
(для $I_{min}$)

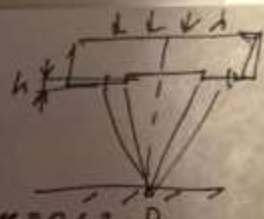
Решение:

1) Условие минимума для $I$:

$I = I_0(4 - 4\sin\delta)$

при $\sin\delta = 1$ — минимум $I$.

$I_{min} = 0$.



2) Т.к. $\sin\delta = 1$, то $\delta = \frac{\pi}{2} + 2m\pi$, $m = 0, 1, 2 \ldots$

3) $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)h$

$$h = \frac{\frac{\pi}{2} + 2m\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}(n-1)} = \frac{\lambda}{n-1}\left(m + \frac{1}{4}\right)$$

Ответ: $\frac{\lambda}{n-1}\left(m + \frac{1}{4}\right)$

№12

$\varepsilon$

Дано:
$\sigma, \varepsilon, d$

Решение:

1) $E = \frac{U}{d} = \frac{U_m \cos\omega t}{d} =$

Дано:
$\lambda; I_0$
$I_{min}; n=1$

$h$ при $I_{min}$

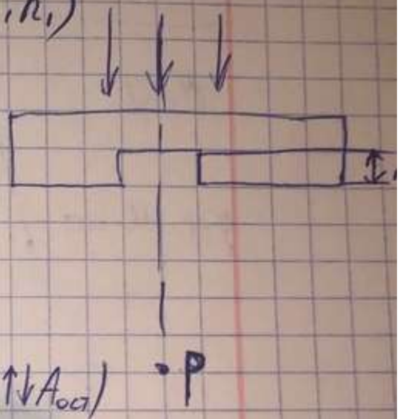
# Билет №11

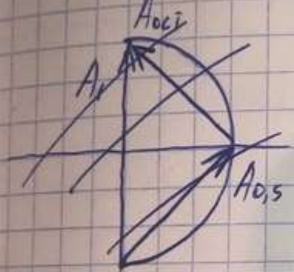
1) Р-ть фаз волн равна:

$$\delta = k\Delta L = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot(n_2h_2 - n_1h_1)$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}h(n-1)$$

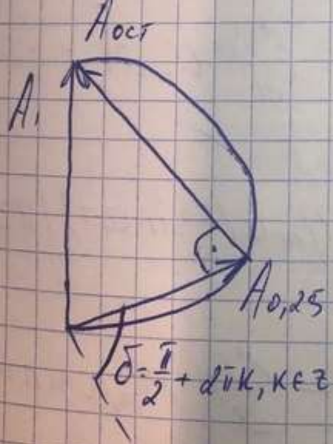
$$h = \frac{\delta\cdot\lambda}{2\pi(n-1)}$$




$$\delta = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k\in Z\ (A_{0,25}\uparrow\downarrow A_{ост})$$

$$h = \frac{\lambda(\frac{\pi}{2}+2\pi k)}{2\pi(n-1)} = \frac{\lambda(k+\frac{\pi}{4})}{n-1},\ k\in Z$$



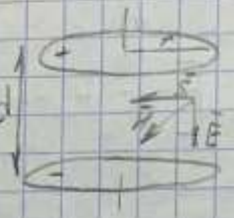
Билет 12. Пространство между обкладками плоского конденсатора, имеющим форму круглых…

12 Дано: Решение:

$\sigma, \varepsilon, d, r$

$U = U_0 \cos\omega t$

$H(r) - ?$




$$\begin{cases} \oint \bar{H} d\bar{l} = \int \bar{j} d\bar{S} + \int \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} d\bar{S} \quad (*) \\ \bar{j} = \sigma \bar{E} \end{cases}$$

ур. Максвелла

$$\bar{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \bar{E} \; ; \quad E = \frac{U}{d} = \frac{U_0 \cos\omega t}{d}$$

$$D = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U_0 \cos\omega t}{d}$$

$$j = \frac{\sigma U_0 \cos\omega t}{d} \; ; \quad \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{d} U_0 \omega(-\sin\omega t)$$

$(*)$

$$H \cdot 2\pi r = \frac{\sigma U_0 \cos\omega t}{d} \pi r^2 + \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{d} U_0 \omega(-\sin\omega t)\pi r^2$$

$$H = \frac{U_0 r}{2d}(\sigma \cos\omega t - \varepsilon\varepsilon_0 \omega \sin\omega t)$$

Билет 13. Магнитный поток через неподвижный контур с сопротивлением R изменяется в…

## Билет №13

Условие:

Магнитный поток через неподвижный контур с сопротивлением $R$ изменяется в течение времени $\tau$ по закону $\Phi = at(t-\tau)^2$, где $a$ − const. Найти $Q$, выделив-ся за это время.

Дано:

$\Phi = at(t-\tau)^2$

$R, \tau$; $a = const$

$Q - ?$

Решение:

$$dQ = \frac{\varepsilon^2}{R} dt$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = at(2\tau - 2t) - a(-\tau + t)^2 = 3at^2 - 4at\tau + a\tau^2$$

Итак, $dQ = \dfrac{(3at^2 - 4at\tau + a\tau^2)^2}{R} dt$

$$Q = \int_0^\tau \frac{(3at^2 - 4at\tau + a\tau^2)^2}{R} dt = \frac{1}{R}\int_0^\tau (9t^4a^2 - 24t^3a^2\tau + 22t^2a^2\tau^2 - 8ta^2\tau^3 + a^2\tau^4)dt =$$

$$= \left.\frac{a^2t(27t^4 - 90\tau t^3 + 110\tau^2t^2 - 60\tau^3t + 15\tau^4)}{15R}\right|_0^\tau =$$

$$= \frac{2a^2\tau^5}{15R}$$

Ответ: $Q = \dfrac{2}{15}\dfrac{a^2\tau^5}{R}$

Билет 14. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен диэлектриком…

## Билет №14.

**Условие:**

Зазор между обкладками конденсатора заполнен диэлектриком, проницаемость к-го линейно растёт в $\perp$ обкладкам направлении от $\varepsilon_1$ до $\varepsilon_2$. Площадь каждой обкладки $S$, расстояние между обкладками $l$. Найти ёмкость конденсатора.

**Дано:**

$\varepsilon_1; \varepsilon_2$

$S; l$

$C - ?$

**Решение:**

По т. Гаусса: $S \cdot D = q \Rightarrow D = \frac{q}{S}$

$$E = \frac{D}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{S\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$\varepsilon = r\,\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{l} + \varepsilon_1$$

$$\varepsilon - \varepsilon_1 = r\,\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{l}$$

$$r = \frac{(\varepsilon - \varepsilon_1)\cdot l}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \Rightarrow dr = \frac{l}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}\,d\varepsilon$$

$$U = \int E\,dr = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \left(\frac{q}{S\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{l}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}\right) d\varepsilon =$$

$$= \frac{ql}{S\varepsilon_0(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} \cdot \ln\varepsilon \Big|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} = \frac{ql \ln\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}{S\cdot\varepsilon_0(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{S\varepsilon_0(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{l \cdot \ln\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

**Ответ:** $C = \frac{S\cdot\varepsilon_0(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{l \cdot \ln\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$

Билет 15. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено последовательно…

Билет № 15.

Условие:

Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено последовательно двумя диэлектрическими слоями 1 и 2 толщиной $d_1$ и $d_2$ и проницаемости $\varepsilon_1$ и $\varepsilon_2$. Площадь каждой обкладки равна S. Найти плотность $\sigma^*$ связанных зарядов на границе раздела слоёв, если напряжение на конденсаторе равно U и электрическое поле направлено от слоя 1 к слою 2.

Дано:

$d_1, d_2$

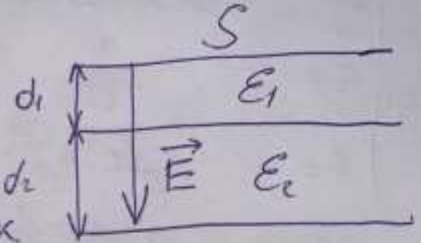
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$

$S, U$

$\sigma^* - ?$

Решение:

Напряжение на конденсаторах:




$U = E_1 d_1 + E_2 d_2$, т.к.

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \Rightarrow E_2 = \frac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2}$$

$$U = E_1 d_1 + \frac{\varepsilon_1 E_1 d_2}{\varepsilon_2} = E_1\left(d_1 + \frac{\varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2}\right) = E_1\left(\frac{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2}\right)$$

$$E_1 = \frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2} \text{ и } E_2 = \frac{\varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$$

$\sigma_1'$ в первом диэлектрике:

$$\sigma_1' = \varkappa_1 \varepsilon_0 E_1 = (\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_0 E_1 = \frac{(\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_0 \varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$$

$\sigma_2'$ во втором диэлектрике:

$$\sigma_2' = \varkappa_2 \varepsilon_0 E_2 = (\varepsilon_2 - 1)\varepsilon_0 E_2 = \frac{(\varepsilon_2 - 1)\varepsilon_0 \varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$$

На границе: $\sigma^* = \sigma_1' - \sigma_2' = \dfrac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\varepsilon_0 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$

Ответ: $\sigma^* = \dfrac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\varepsilon_0 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$

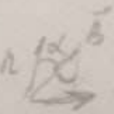
Билет 16. Два однородных изотропных магнетика с магнитными проницаемостями…

3. $\mu_1$; $\mu_2$

$B_1$; $\alpha = \angle \bar{B}_1, \bar{n}$

---

$i'$ — ? (поверх. плот. молекул. токов на границе раздела)



1) $i'_{пов} = J_{2\tau} - J_{1\tau}$

2) $B_\tau = B_1 \sin\alpha = \mu_0 H_\tau \rightarrow H_\tau = \dfrac{B_1 \sin\alpha}{\mu_0}$

3) $J_{\tau 1} = \chi H_\tau = (\mu_1 - 1) H_\tau$

4) $J_{\tau 2} = (\mu_2 - 1) H_\tau$

$B_{n1} = B_{n2}$ $\cos\alpha B_1 = \mu_0 \mu_1 H_1 \ldots = \mu_0 \mu_2 H_2$

1') $i'_{пов} = \dfrac{B_1 \sin\alpha}{\mu_0} (\mu_2 - 1 - \mu_1 + 1) = \dfrac{B_1 \sin\alpha}{\mu_0} (\mu_2 - \mu_1)$

$J = \chi H = (\mu - 1) H_1$

Билет 17. На тонкой нити длиной l=8 см равномерно распределён заряд Q=350 мкКл…

Ч №17.16

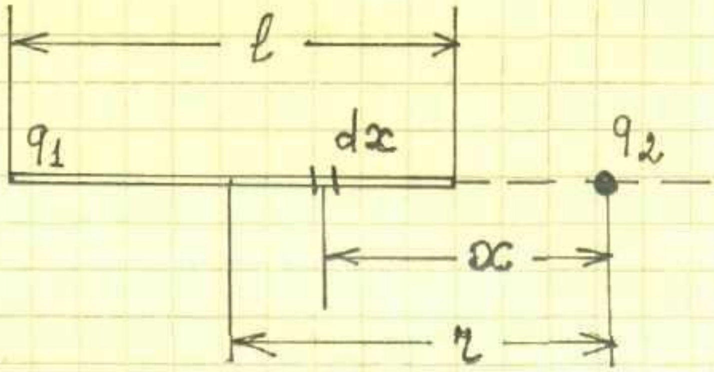
$l = 8{,}0$ см

$q_1 = 350$ мкКл

$F = 120$ мкН

$r = 6{,}0$ см

$q_2$




Заряд на элементе длины $dx$ проволоки равен:

$$dq = \frac{q_1}{l}\,dx;$$

Со стороны этого заряда на заряд $q_2$ действует сила:

$$dF_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l}\,\frac{dx}{x^2}$$

Для определения силы, с которой действует весь заряд на проволоке $q_1$ на заряд $q_2$ следует осуществить интегрирование:

$$F_{21} = \int\limits_{r-\frac{l}{2}}^{r+\frac{l}{2}} \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l}\,\frac{dx}{x^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l}\int\limits_{r-\frac{l}{2}}^{r+\frac{l}{2}} \frac{dx}{x^2} =$$

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l}\left(-\frac{1}{x}\Big|_{r-\frac{l}{2}}^{r+\frac{l}{2}}\right) = \frac{q_1 q_2}{\pi\varepsilon_0(4r^2 - l^2)};$$

Отсюда: (с учётом, что $F_{21} = F$)

$$\boxed{q_2 = \frac{\pi\varepsilon_0 F(4r^2 - l^2)}{q_1};\quad q_2 = 76\cdot 10^{-15}\ \text{Кл}}$$

Билет 18. На поверхности стекла находится пленка воды.  На нее падает свет с…

**Дано:**

$\lambda = 6{,}8 \cdot 10^{-7}$ м;

$n = 1{,}33$

$\alpha = 30^\circ$

$\Delta t = 15$ мин $= 0{,}25$ ч.

$\dfrac{\Delta d}{\Delta t}$ – ?

**Решение:**

Разность оптических длин путей двух интерферирующих лучей при условии, что оба луча отражаются от оптически более плотной среды:

$$\Delta = 2dn\cos\beta$$

$\beta$ – угол преломления. По закону преломления:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \; ; \quad \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} \; ; \quad \cos\beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}} .$$

Получаем: $\Delta = 2dn\sqrt{1 - \dfrac{\sin^2\alpha}{n^2}} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$ .

Условие максимумов интерференции: $\Delta = m\lambda$; $m = 1, 2$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = m\lambda$$

Выразим $d$: $d = \dfrac{m\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$ .

За время $\Delta t$ толщина пленки уменьшается на величину $\Delta d$ и наблюдается максимум интерференции предыдущего порядка $m-1$, т.е.:

$$d - \Delta d = \frac{(m-1)\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} .$$

Найдем $\Delta d$: $\Delta d = \dfrac{m\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} - \dfrac{(m-1)\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} = \dfrac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$

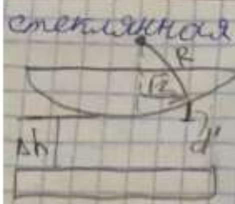
Получаем: $\dfrac{\Delta d}{\Delta t} = \dfrac{\lambda}{2\Delta t\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$ .

$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{6{,}8 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 0{,}25 \cdot \sqrt{1{,}33^2 - (\sin 30^\circ)^2}} = 1{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{м/час} = 1{,}1\ \text{мкм/час}$$



**Ответ:** $\dfrac{\Delta d}{\Delta t} = 1{,}1$ мкм/час .

Билет 19. Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны R=40 см…



$$m\lambda = 2(\Delta h + d') + \frac{\lambda}{2} \quad | :2$$

$$d' = \left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} - \Delta h$$

$$d' = \frac{r_1^2}{2R} - \Delta h$$

Аналогично выразим $r_2$

$$r_2 = \sqrt{R^2 - (R-d')^2} = \sqrt{R^2 - R^2 + 2Rd' + \cancel{d'^2}}$$

$$r_2 = \sqrt{r_1^2 - 2R\Delta h} = 1{,}5 \text{ мм}$$

№20 Свет падает нормально на

$L = 6{,}5$ см

$\lambda = 672{,}8$ нм

$\delta\lambda = 0{,}02$ нм

$m = 3$

$d$-? $n$-?

Разрешающая способность решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = 33640$$

$$R = mN \Rightarrow N = 11213$$

$$Nd = L \Rightarrow d = 5{,}8 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$n = \frac{N}{L} = \frac{11213}{65 \text{ мм}} = 172$$

0,005 мм

№21

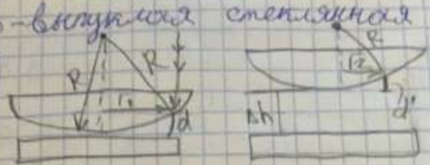
№19 Плоско-выпуклая стеклянная

$R = 0{,}4$ м

$r_1 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ м

$\Delta h = 5 \cdot 10^{-6}$ м

$r_2$ - ?



Запишем для 1 случая формулу разности хода лучей

$$\begin{cases} \Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} \leftarrow \text{доп. разность хода из-за оптически более плотной среды} \\ \Delta = m\lambda \end{cases}$$

предположим, что кольцо светлое

Выразим $d$ для 1 случая:

$$R^2 = r_1^2 + (R-d)^2$$

$$0 = r_1^2 - 2Rd + d^2 \leftarrow \text{очень мало}$$

$$d = \frac{r_1^2}{2R}$$

$$\frac{r_1^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \Rightarrow m = \frac{1}{2} + \frac{r_1^2}{R\lambda} \quad N$$

этот номер кольца сохраняется и во 2 случае

2 случай:

$$\begin{cases} \Delta = 2(\Delta h + d') + \frac{\lambda}{2} \\ \Delta = m\lambda \end{cases}$$

Билет 20.  На вершине сферической поверхности плоско-выпуклой стеклянной линзы…

Оптическая разность хода двух лучей: $\Delta_1 = 2h$

Условие максимума для светлого кольца:

$$\Delta_2 = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

учитывает доп. разность хода из-за оптически более плотной среды и отражения в противофазе

$$\Delta_1 = \Delta_2 \Rightarrow \frac{r_k^2 - r_0^2}{R} = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$r_6 = \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda R + r_0^2}$$

$$k = 6$$

№6 На вершине сферической поверхности

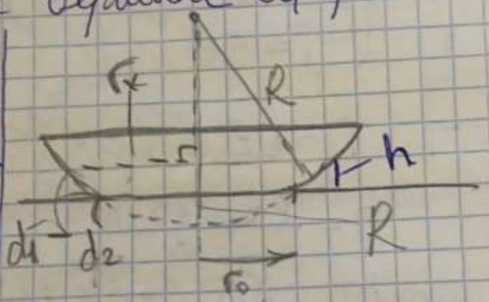
$r_0 = 3$ мм

$R = 150$ см

$k = 6$

$\lambda = 655$ нм

$r_k - ?$




Из геометрических построений:

$$R^2 = r_k^2 + (R - d_1)^2 \qquad R^2 = r_0^2 + (R - d_2)^2$$

$$R^2 = r_k^2 + R^2 - 2Rd_1 - d_1^2 \qquad R^2 = r_0^2 + R^2 - 2Rd_2 - d_2^2$$

Поскольку $d_1$ и $d_2$ очень малы, то и $d_1 = \frac{r_k^2}{2R}$ ; $d_2 = \frac{r_0^2}{2R}$

$$h = d_1 - d_2 = \frac{r_k^2 - r_0^2}{2R}$$

Билет 21. Два длинных прямых провода одинакового сечения a расположены в воздухе…

**Решение:**

Предположим заряд одного провода на единицу длины равен $q_l$ а второго соответственно - $q_l$. Будем считать ввиду того, что b>>a, что суммарное поле проводов есть поле двух заряженных нитей

$$E(r) = \frac{q_l}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot r} + \frac{q_l}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot(b-r)}$$

$$E(r) = \frac{q_l\cdot b}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r\cdot(b-r)}$$

Разность потенциалов

$$U = \int E(r)\,dr$$

$$U = \frac{q_l\cdot b}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\int_a^{b-a}\frac{1}{r\cdot(b-r)}\,dr$$

$$U = \frac{q_l\cdot b}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\left(2\cdot\frac{\ln(b-a)-\ln(a)}{b}\right)$$

$$U = \frac{q_l}{\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\ln\left(\frac{b}{a}-1\right)$$

$$U = \frac{q_l}{\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\ln\left(\frac{b}{a}-1\right)$$

Удельная емкость

$$C_l = \frac{q_l}{U}$$

$$C_l = \frac{\pi\cdot\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}-1\right)}$$

$$C_l = 7.147\times10^{-12} \qquad \text{Ф/м}$$

Билет 22. Какой должна быть минимальная толщина воздушного слоя между двумя плоскими…

Дано:

$\lambda_0 = 640$ нм

$d_{min}$ — ?

$\Delta_{min} = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$ — условие мин. интерференции

$$2d + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$$

$$2d = m\lambda_0$$

$$d = \frac{m}{2}\lambda_0, \quad m_{min} = 1$$

$$d_{min} = \frac{\lambda_0}{2}$$

стекло темное

$\Delta_{max} = \pm m\lambda_0$ — условие макс. интерфер.

$$2d + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0$$

$$2d = m\lambda_0 - \frac{\lambda_0}{2}$$

$$d = \lambda_0\left(\frac{m}{2} - \frac{1}{4}\right)$$

$$m_{min} = 1$$

$$d_{min} = \frac{\lambda_0}{4}$$

стекло светлое

Билет 23. Сила тока в проводнике сопротивлением R=20 Ом нарастает в течение времени…

Лист 8.

1 Дано:

$R = 20$ Ом

$\Delta t = 2$ с

$I_1 = 0{,}0$ А

$I_{кон} = 6{,}0$ А

$Q_1|_{t=1с}$ — ?

$Q_2|_{t=2с}$ — ?

$\frac{Q_1}{Q_2}$ — ?

Решение:

З-н Джоуля-Ленца: $dQ = I^2 R\,dt$

$I = kt$, k - коэфф. пропорц.; $k = \frac{\Delta I}{\Delta t}$ - приращение

$\int dQ = \int k^2 R t^2 dt \Rightarrow Q = \int_{t_1}^{t_2} k^2 R t^2 dt = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt$

$k = \frac{6}{2} = 3$

За 1-ю секунду $t_1 = 0$ с, $t_2 = 1$ с

$Q_1 = \frac{1}{3} k^2 R t^3 \Big|_0^1 = 3 \cdot 20 = 60$ Дж

За 2-ю сек. $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с

$Q_2 = \frac{1}{3} k^2 R t^3 \Big|_1^2 = 3 \cdot 20 \cdot (8-1) = 420$ Дж

$\frac{Q_2}{Q_1} = 7$

Билет 24. С помощью дифракционной решетки с периодом d=20 мкм требуется разрешить…

**31.23.** С помощью дифракционной решетки с периодом $d$=20 мкм требуется разрешить дублет натрия ($\lambda_1$ = 589,0 нм и $\lambda_2$ = 589,6 нм) в спектре второго порядка. При какой наименьшей длине $l$ решетки это возможно?

Дано:
$d=20\cdot10^{-6}$ м
$\lambda_1 = 589\cdot10^{-9}$ м
$\lambda_2 = 589{,}6\cdot10^{-3}$ м

$l$ - ?

Решение:

$$d=\frac{l}{N}\ ,\quad R=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=kN$$

$$k=2\ ,\quad N=\frac{\lambda}{k\cdot\Delta\lambda}\ ,\quad l=\frac{d\cdot\lambda}{k\cdot\Delta\lambda}=10^{-2}\ м$$

Ответ: $10^{-2}$

Билет 27. Ток, текущий по длинному прямому соленоиду, радиус сечения которого R…

**3.236** Ток, проходящий по обмотке длинного прямого соленоида радиусом $R$, изменяют так, что магнитное поле внутри соленоида растет со временем по закону $B = At^2$, где $A$ — некоторая постоянная. Определите плотность тока смещения как функцию расстояния $r$ от оси соленоида. Постройте график зависимости $j_{см}(r)$.

| Дано | Решение |
|---|---|
| $R$<br>$B = At^2$<br>$A = \text{const}$<br>$j_{см}(r)$ — ? | $j_{см} = \frac{\partial D}{\partial t}$,<br>$\oint_L \mathbf{E}\, d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}$,<br>$B = At^2$, $\frac{\partial B}{\partial t} = 2At$; |

$r < R$, $2\pi r E = \pi r^2 \cdot 2At$, $E = Atr$, $j_{см} = -\varepsilon_0 Ar$;

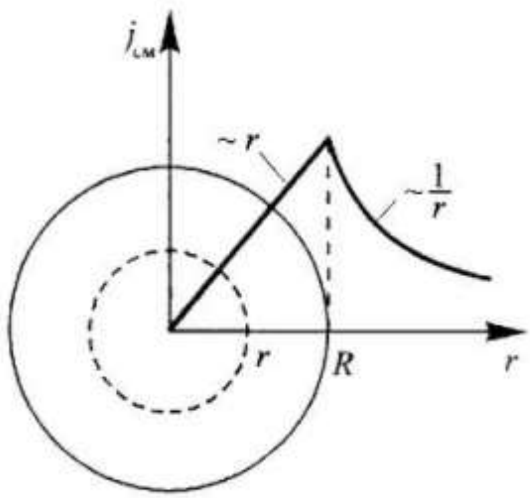
$r > R$, $2\pi r E = \pi R^2 \cdot 2At$, $E = \frac{R^2 At}{r}$, $j_{см} = \frac{\varepsilon_0 AR^2}{r}$;

$r = R$, $E = AtR$, $j_{см} = \varepsilon_0 AR$.

**Ответ** $j_{см} = -\varepsilon_0 Ar$ ($r < R$);

$j_{см} = \frac{\varepsilon_0 AR^2}{r}$ ($r > R$);

$j_{см} = \varepsilon_0 AR$ ($r = R$).



Билет 25. Проводник длинной l имеет сопротивление R=100 Ом. Чему равно сопротивление…

25 Дано:

$l_1 = l$

$\rho_1 = \rho_2$

$R_1 = 100$ Ом

$l_2 = 3l$

$V_1 = V_2$

---

$R_2 - ?$

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l^2}{V}$$

$$S = \frac{V}{l}$$

$$R_2 = \rho \frac{l_2^2}{V} = 9 \cdot \rho \frac{l^2}{V} = 9R_1 = 900 \text{ Ом}$$

$l_2 = 3l$

Ответ: 900 Ом

Билет 26. Определить заряд Q прошедший по проводу с сопротивлением R=3 Ом…

Р е ш е н и е. Так как сила тока в проводе изменяется, то воспользоваться для подсчета заряда формулой $Q=It$ нельзя. Поэтому возьмем дифференциал заряда $dQ=I\,dt$ и проинтегрируем:

$$Q=\int_0^t I\,dt. \tag{1}$$

Выразив силу тока по закону Ома, получим

$$Q=\int_0^t \frac{U}{R}\,dt. \tag{2}$$

Напряжение $U$ в данном случае переменное. В силу равномерности нарастания оно может быть выражено формулой

$$U=U_0+kt, \tag{3}$$

где $k$ — коэффициент пропорциональности. Подставив это выражение $U$ в формулу (2), найдем

$$Q=\int_0^t\left(\frac{U_0}{R}+\frac{kt}{R}\right)dt=\frac{U_0}{R}\int_0^t dt+\frac{k}{R}\int_0^t t\,dt.$$

Проинтегрировав, получим

$$Q=\frac{U_0t}{R}+\frac{kt^2}{2R}=\frac{t}{2R}(2U_0+kt). \tag{4}$$

Значение коэффициента пропорциональности $k$ найдем из формулы (3), если заметим, что при $t=20$ с $U=4$ В:

$k=(U-U_0)/t=0{,}1$ В/с.

Подставив значения величин в формулу (4), найдем

$Q=20$ Кл.

Билет 28. Два однородных изотропных диэлектриков с проницаемостями…

28

Дано:

$\varepsilon_1$; $E_1$

$\alpha_1 = \alpha$

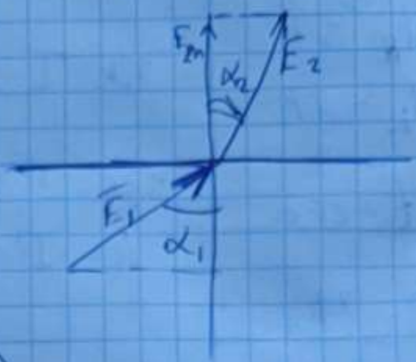
$\varepsilon_2$

$E_1$ и $\alpha_2$ − ?

Решение:

Из граничных условий находим соотн.

$$\left.\begin{aligned} E_{\tau_1} &= E_{\tau_2} \\ \frac{E_{n1}}{E_{n2}} &= \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \end{aligned}\right\} \quad \frac{tg\,\alpha_2}{tg\,\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$




$$\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

$$\alpha_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cdot tg\,\alpha_1\right)$$

$$E_1 = \frac{E_{n1}}{\sin\alpha_1}$$

$$E_2 = \frac{E_{n2}}{\sin\alpha_2} = \cancel{\frac{E_{n1}}{\sin\alpha_2}}$$

$$= \frac{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_{n1}}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\sin\alpha_1} = \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2 E_1$$

ответы

Билет 29. На длинный соленоид, имеющий диаметр сечения d=5 см и содержащий n=20 витков…

## Задача

На длинный прямой соленоид, имеющий диаметр сечения d=5см и содержащий n=20 витков на один сантиметр длины, плотно надет круговой виток из медного провода сечением S=1 мм2. Найти ток в витке, если ток в обмотке соленоида увеличивается с постоянной скоростью I'=100 A/c. Индуктивностью витка пренебречь. (Иродов №3.309)

**Дано:**

$$d = 5 \cdot 10^{-2} \quad м$$

$$n = \frac{20}{1 \cdot 10^{-2}} \quad м^{-1}$$

$$S = 1 \cdot 10^{-3 \cdot 2} \quad м^2$$

$$I' = 100 \quad A/c \qquad \rho = 1.6 \cdot 10^{-8} \quad Ом\,м$$

**Найти:**

I-?

**Решение:**

Магнитное в центре длинного соленоида:

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I \qquad (1)$$

Изменение потока через виток

$$\frac{d\Phi}{dt} = S \cdot B'$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I' \qquad (2)$$

ЭДС индукции в витке (по модулю)

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$$

$$I \cdot R = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I'$$

$$I \cdot \rho \cdot \frac{\pi \cdot d}{S} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I'$$

$$I = \frac{1}{4} \cdot \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I' \cdot d \cdot S}{\rho} \qquad (3)$$

$$I = 0.196 \quad A$$

Билет 30. Плоский воздушный конденсатор с круглыми пластинами радиуса R медленно…

30 Дано:

$R$; $I = const$

Плоск, возд. конд-ор

$\frac{dW}{dt} = \Phi_S$

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} \; ; \quad U = Ed$$

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \varepsilon_0 E^2 S d$$

$$\frac{dW}{dt} = \varepsilon_0 \overbrace{\pi R^2}^{S_{пластины}} d\, E \left( \frac{dE}{dt} \right)$$

Но $$\Phi_S = \frac{E R \varepsilon_0 dE}{2\, dt} \cdot \underbrace{2\pi R d}_{S_{бок}} = \frac{dW}{dt}$$