

ИНСТИТУТ ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ
НАУК

На правах рукописи

СУКИН ИВАН АНДРЕЕВИЧ

МНОЖЕСТВА РЕАЛИЗУЕМЫХ РЕЖИМОВ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ
СИСТЕМ И ВЫБОР ПОРЯДКА РАЗДЕЛЕНИЯ
МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ

Специальность 05.13.01 — Системный анализ, управление и обработка
информации.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:

профессор, доктор
технических наук

А.М. ЦИРЛИН

Научный консультант:

кандидат
технических наук

А.А. Ахременков

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. Методология оптимизационной термодинамики и построение множеств достижимости систем в классе необратимых процессов	3
1.1 Термодинамика как научная дисциплина	3
1.2 Основные понятия термодинамики	4
1.2.1 Координата и потенциал	4
1.2.2 Экстенсивные и интенсивные переменные	4
1.2.3 Равновесие	4
1.2.4 Открытые системы	6
1.2.5 Замкнутые системы	6
1.2.6 Уравнения состояния	6
1.2.7 Термодинамические балансы	6
1.2.8 Примеры процессов в термодинамических системах	7
1.3 Оптимизационная термодинамика	8
1.3.1 Постановки задач оптимизационной термодинамики	8
1.3.2 Методология оптимизационной термодинамики	9
1.3.3 Основные результаты оптимизационной термодинамики	11
ГЛАВА 2. Множество реализуемых режимов колонны бинарной ректи- фикации	16
2.1 Термическое разделение смесей и бинарная ректификация	16
2.2 Математическая модель процесса ректификации двухкомпонент- ной смеси	16
2.3 Существующие результаты	18
2.4 Множество достижимости колонны бинарной ректификации	20

2.4.1	Термодинамические балансы бинарной ректификации и связь между затратами теплоты и производительностью колонны. . . .	20
2.4.2	Необратимые потери энергии	23
2.4.3	Параметризация зависимости производительности колонны от затрат теплоты с учетом необратимости	27
2.5	Кинетические коэффициенты процесса бинарной ректификации . .	28
2.5.1	Коэффициенты теплопереноса	28
2.5.2	Коэффициент массопереноса	29
ГЛАВА 3. Множество реализуемых режимов каскада из двух колонн бинарной ректификации и оптимальная последовательность разделения трехкомпонентной смеси		31
3.1	Математическая модель процесса ректификации трехкомпонентной смеси	31
3.1.1	Условия согласованности.	34
3.2	Выбор порядка разделения трехкомпонентной смеси	35
3.2.1	Условия превалирования одного из порядков разделения	39
ГЛАВА 4. Множество реализуемых режимов систем нетермического разделения смесей		41
4.1	Математическая модель процесса нетермического разделения многокомпонентной смеси	41
4.2	Множество достижимости процесса нетермического разделения смеси	42
ГЛАВА 5. Множество реализуемых режимов процессов теплообмена		43
5.1	Математическая модель процесса теплообмена	43
5.2	Множество достижимости процесса двухпоточного теплообмена . .	44

ВВЕДЕНИЕ

Диссертация посвящена разработке методов построения множеств реализуемых режимов для термодинамических систем, состоящих из заданного числа аппаратов. С использованием этих методов построены конкретные алгоритмы управления некоторыми технологическими процессами, такими как ректификация двух- и многокомпонентных смесей, система охлаждения суперкомпьютера.

Имеющее действительный практический интерес решение задачи построения множества реализуемых режимов стало возможным с появлением оптимизационной термодинамики, или, как ее часто называют за рубежом, термодинамики при конечном времени. Она рассматривает оптимальные в том или ином смысле необратимые термодинамические процессы. В классической термодинамике, имеющей дело только с обратимыми процессами, границы области реализуемости представляют собой прямые $g = \eta q$, где g — производительность, q — затраты, η — коэффициент полезного действия системы.

Для рассматриваемых в работе процессов приведены математические модели и рассмотрены способы построения областей достижимости. Для процесса ректификации с использованием полученных результатов приведены алгоритмы расчета и уточнения по результатам измерений параметров, определяющих множество достижимости.

Полученные результаты могут быть использованы для проектирования многоаппаратных термодинамических систем и методов автоматического управления такими системами.

ГЛАВА 1

МЕТОДОЛОГИЯ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ И ПОСТРОЕНИЕ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ СИСТЕМ В КЛАССЕ НЕОБРАТИМЫХ ПРОЦЕССОВ

1.1 Термодинамика как научная дисциплина

Термодинамика как наука занимает особое положение среди остальных областей знания, что обуславливает ее методы и получаемые результаты. Она является универсальной феноменологической дисциплиной, имеющей дело с явлением, процессом в целом, без углубления в его внутренние механизмы. Это обстоятельство позволяет решать с помощью методов термодинамики широкий класс задач, относящихся к организации различных физических процессов.

Все процессы в термодинамике рассматриваются как процессы преобразования энергии. В таком виде могут быть представлены явления самой разной природы: физические процессы, такие как теплоперенос и массоперенос, процесс, происходящие во время химических реакций, микроэкономические процессы. Универсальность термодинамики позволяет использовать единый аппарат для описания всех систем преобразования энергии. При этом внутренние (технологические) свойства таких процессов описываются законами конкретной науки, эмпирического исследования.

Основным объектом изучения в термодинамике является макросистема — система, состоящая из большого числа индивидуально неуправляемых элементов. При этом система в целом остается управляемой. Такая специфика макросистем обуславливает широкое применение методов усредненной оптимизации для решения задач управления.

1.2 Основные понятия термодинамики

1.2.1 Координата и потенциал Двумя важнейшими понятиями в термодинамике являются координата и потенциал. Координатой называют величину, изменение которой свидетельствует о том, что в рассматриваемой системе происходит изучаемое взаимодействие (теплообмен, массообмен, совершение механической работы, деформация, химическая реакция). К примеру, координатой деформационного взаимодействия является объем, координатой химического взаимодействия — степень полноты реакции.

Потенциал — это величина, различие в значениях которой является причиной взаимодействия. Для деформации это давление, для химического взаимодействия — химические потенциалы реагентов, для теплопереноса — температура.

1.2.2 Экстенсивные и интенсивные переменные Переменные, характеризующие термодинамические системы, можно разделить на два класса: интенсивные и экстенсивные. Первые (температура, давление) не изменяются при объединении двух идентичных подсистем, а вторые (объем, число молей) увеличиваются в два раза.

1.2.3 Равновесие О термодинамической системе или ее подсистеме говорят, что она находится в состоянии равновесия, если величины потенциалов каждого рода по ее объему равны. Если каким-либо образом изменить потенциал системы в некоторой точке (внести в нее вещество, энергию, изменить давление), в ней начнет происходить некоторый процесс, сопровождающийся выравниванием значений потенциалов. Это процесс называется релаксацией и требует определенного времени.

Если различие потенциалов в подсистеме мало, внешние условия изменяются медленно, а скорость их изменения значительно меньше скорости релаксации подсистемы, поэтому в каждый момент времени ее состояние будет

мало отличаться от равновесного. Такие процессы называют равновесными, время их протекания бесконечно велико. Чаще всего можно считать, что равновесные процессы обратимы, то есть подсистему можно вернуть из конечного состояния в начальное так, что переменные, характеризующие ее состояние будут принимать тот же ряд значений, что и при прямом процессе, но в обратном порядке, а обмен веществом или энергией с другими подсистемами имеет ту же величину, что и в прямом процессе, но обратный знак. Некоторые реальные процессы (теплообмен, массообмен, обратимые реакции) можно проводить бесконечно близко к обратимым, в то время как другие (смешение жидкостей или газов) — нельзя, поскольку для проведения их обратном порядке придется затратить дополнительную работу. Равновесные процессы рассматриваются в классической термодинамике.

В реальности все процессы протекают с некоторой конечной, а не бесконечно малой скоростью. Состояние подсистем при это значительно отличается от равновесного, а сами процессы являются необратимыми. При рассмотрении таких процессов обычно принято исходить из предположения, что каждую подсистему можно разбить на бесконечно малые области, в рамках которых состояние системы равновесно, а взаимодействие внутри подсистемы в целом рассматривается как взаимодействие этих бесконечно малых областей. Это предположение называется гипотезой локального равновесия. Рассмотрением неравновесных процессов занимается неравновесная термодинамика.

Методы оптимизационной термодинамики или термодинамики при конечном времени расположены на границе между равновесной и неравновесной термодинамикой. Они рассматривают систему как неравновесную совокупность равновесных подсистем. Это позволяет избежать чрезмерного усложнения математического аппарата, необходимого для описания системы, но в то же время получить необратимые оценки параметров.

1.2.4 Открытые системы Открытой системой в термодинамике называется система, которая обменивается с окружением материальными и энергетическими потоками.

Состоянию равновесия в такой системе соответствует неизменность во времени интенсивных переменных (однако от подсистемы к подсистеме их значения могут меняться). Для функционирования открытой системы в стационарном режиме она должна содержать не менее двух резервуаров — систем, интенсивные переменные которых можно считать постоянными.

1.2.5 Замкнутые системы Термодинамическая система может быть изолирована от окружения по всем или только по некоторым видам потоков. Такой тип систем называется замкнутыми системами. Равновесие в полностью изолированной замкнутой системе при наличии контакта между ее подсистемами соответствует равенству значений интенсивных переменных отдельных подсистем.

1.2.6 Уравнения состояния В состоянии равновесия система характеризуется только частью переменных, которые называются независимыми. Остальные переменные находятся через независимые из уравнения состояния. Эти уравнения получают как обработкой эмпирических экспериментальных наблюдений над системой, так и на основе моделирования свойств составляющих систему элементов.

1.2.7 Термодинамические балансы Термодинамические балансы устанавливают связь между потоками по каждому из веществ, а также энергетическими потоками. Первый тип баланса называется материальным балансом, а второй — энергетическим. Балансовые уравнения соответствуют законам сохранения. Эти уравнения выделяют в пространстве потоков область, называемую областью реализуемости или достижимости (также область ре-

ализуемых или достижимых режимов).

Для рассмотрения необратимых процессов к двум вышеуказанным балансам необходимо добавить еще одно балансовое уравнение для фактора, характеризующего необратимость процесса. Этим фактором является энтропия. В уравнение энтропийного баланса входит величина σ , называемая диссипацией или производством энтропии. Производство энтропии всегда неотрицательно, при этом нулевое значение σ соответствует обратимым процессам. Неравенство $\sigma \geq 0$ формирует дополнительное ограничение на область реализуемости процесса.

1.2.8 Примеры процессов в термодинамических системах
Непосредственный тепловой контакт двух тел. Рассмотрим теплового контакта двух тел, изолированных от внешней среды с различными начальными температурами T_1 и T_2 . Через достаточно большое время их температуры выравниваются до некоторого среднего значения. Чтобы вернуть систему в начальное состояние, необходимо охладить одно тело и нагреть второе. При этом должна быть затрачена некоторая работа A , что приведет к изменению состояния окружения. Это свидетельствует о том, что процесс непосредственного теплового контакта необратим.

Тепловой контакт двух тел через идеальную тепловую машину. Пусть в вышеприведенной системе тела контактируют через идеальную тепловую машину. В ней нет потерь на трение, и она получает тепло от горячего тела при температуре газа в цилиндре сколь угодно близкой к температуре нагревателя, а отдает тепло при температуре газа сколь угодно близкой к температуре холодильника. Продолжительность процесса при этом неограничена, а машина будет извлекать работу до тех пор, пока температуры тел не выровняются. Общая температура системы окажется ниже, чем при непосредственном контакте, а полученной работы хватит для того, чтобы вернуть систему в исходное состояние за неограниченное время. Процесс контакта че-

рез посредника — идеальную тепловую машину обратим.

1.3 Оптимизационная термодинамика

1.3.1 Постановки задач оптимизационной термодинамики

Каждая неизолированная термодинамическая система обменивается с окружением энергетическими и материальными потоками. Механизм функционирования системы (кинетика тепло и массообмена, химических реакций и пр.) устанавливает связь между входящими и выходящими потоками. Из выходящих потоков можно выделить или сформировать целевой поток. Его интенсивность представляет собой производительность системы. Входящие потоки формируют поток затрат. Для тепловой машины целевой поток — мощность. Поток затрат — теплота, отбираемая от горячего источника.

Задача 1. О максимально возможной производительности. Задача о такой форме цикла тепловой машины, получающей теплоту от источника бесконечной емкости с температурой T_+ и отдающей теплоту источнику с температурой T_- , при которой мощность машины была бы максимальной. Также возникает вопрос о том, для каких систем производительность ограничена сверху, а для каких, увеличивая поток затрат, можно сделать производительность сколь угодно большой.

Задача 2. Задача о максимальном значении целевого потока системы из двух или более резервуаров и рабочего тела, контактирующего в стационарном режиме или поочередно с каждым из резервуаров и вырабатывающего целевой поток. Также ставится вопрос о нахождении КПД такой системы.

Задача 3. Аналогична задаче 2, но вместо резервуаров (источников бесконечной емкости) используются источники конечной емкости. Это задача о получении максимальной работы в замкнутой термодинамической системе за фиксированное время. Она совпадает с задачей о вычислении эксергии системы в том случае, когда продолжительность процесса не ограничена.

Задача 4. Задача о минимуме прироста энтропии и соответствующей организации термодинамических процессов при заданной средней интенсивности потоков (процессы минимальной диссипации).

Задача 5. Задача о построении области реализуемости процесса в пространстве, по осям которого отложены интенсивности потоков. Решение этой задачи показывает, какими могут быть требования к системе и как эти требования связаны с ограничениями на кинетические коэффициенты и продолжительность процесса.

В данной работе получены решения задач 4 и 5 для процессов теплообмена и разделения смесей.

1.3.2 Методология оптимизационной термодинамики Первым шагом в решении задач, приведенных выше и им подобных является составление балансовых соотношений по веществу, энергии и энтропии, с включением в последний из балансов величины производства энтропии σ . В любой реальной системе при наложенных на нее естественных ограничениях на размеры поверхностей и интенсивность потоков $\sigma \geq \sigma_{min}$, что сужает множество реализуемости.

На втором шаге из балансовых уравнений получают зависимость между каким-либо показателем эффективности системы (например, целевым потоком) и диссипацией σ .

Третьим шагом является решение задачи о такой организации процессов, для которой диссипация минимальна при заданных ограничениях. В сложной системе диссипация аддитивно зависит от диссипации в каждой подсистеме. Оптимальная организация процессов в сложной системе сводится к согласованию друг с другом отдельных процессов минимальной диссипации.

При составлении термодинамических балансов входящие потоки считают положительными, а выходящие отрицательными. Различают диффузионные и конвективные потоки. Диффузионный поток, в отличие от конвективного,

зависит от различия между интенсивными переменными системы в точке, куда он входит или откуда выходит и интенсивными переменными окружения. Диффузионные потоки в дальнейшем выделяются индексом d .

Будем использовать здесь следующие обозначения: j — индекс потока, c_j , v_j — внутренняя энергия и объем одного моля соответствующего потока, P_j — давление, $h_j = c_j + P_j v_j$ — мольная энтальпия, h_{dj} — мольная энтальпия диффузионного потока, q_j — j -й поток тепла, N_α — мощность, производимая системой. Общий вид балансовых соотношений будет в этом случае следующим:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_j g_j h_j + \sum_j q_{dj} + \sum_j q_j - N_\alpha, \quad (1.3.1)$$

$$\frac{dN_i}{dt} = \sum_j g_j x_{ij} + \sum_j g_{dj} x_{dj} + \sum_\nu \alpha_{i\nu} W_\nu, \quad (1.3.2)$$

$$\frac{dS}{dt} = \sum_j g_j s_j + \sum_j \frac{q_{dj} - \sum_i g_{dj} \mu_{di}}{T_{dj}} + \sum_{i\nu} \frac{\mu_{i\nu} n_{i\nu}}{T_\nu} + \sum_j \frac{q_j}{T_j} + \sigma. \quad (1.3.3)$$

Здесь $n_{i\nu} = -\alpha_{i\nu} W_\nu$ — интенсивность образования i -го вещества в ν -й реакции, T_ν — температура ν -й реакции. При условии отсутствия диффузионных потоков можно записать:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_j g_j h_j + \sum_j q_j - N_\alpha, \quad (1.3.4)$$

$$\frac{dN_i}{dt} = \sum_j g_j x_{ij} + \sum_\nu \alpha_{i\nu} W_\nu, \quad (1.3.5)$$

$$\frac{dS}{dt} = \sum_j g_j s_j + \sum_j \frac{q_j}{T_j} + \sum_{i\nu} \frac{\mu_{i\nu} n_{i\nu}}{T_\nu} + \sigma. \quad (1.3.6)$$

В число тепловых потоков включены также потоки тепла, выделяющиеся или поглощаемые при химических реакциях. Эти потоки зависят от скорости реакций.

В стационарном режиме, когда $dE/dt = dN_i/dt = dS/dt = 0$, записанные выше уравнения из дифференциальных превращаются в конечные соотношения. Для циклического процесса балансы можно записать в среднем за время

работы установки. В начале и в конце цикла состояние системы одинаково, поэтому общее изменение энергии, вещества и энтропии за цикл равно нулю.

Для замкнутых систем, состоящих из нескольких равновесных подсистем балансовые соотношения имеют вид:

$$\dot{E}_0 = \sum_i \dot{E}_i,$$

$$\dot{N}_0 = \sum_i \dot{N}_i,$$

$$\dot{S}_0 = \sum_i \dot{S}_i,$$

где i — номер подсистемы, а индекс 0 относится к системе в целом. Элементарные значения \dot{E}_i , \dot{N}_i , \dot{S}_i определяются соотношениями (1.3.1)–(1.3.3).

Тепловая машина. Для тепловой машины вышеприведенные уравнения термодинамических балансов имеют вид:

$$q^+ - q^- - P = 0,$$

$$\frac{q^+}{T^+} - \frac{q^-}{T^-} + \sigma = 0,$$

где P — генерируемая мощность, q^+ — поток теплоты отдаваемый нагревателем, q^- — поток теплоты, принимаемый холодильником. В качестве основного показателя эффективности тепловой машины берется ее КПД:

$$\eta = \frac{P}{q^+} = \frac{1 - T^-/T^+}{1 + T^-\sigma/P}. \quad (1.3.7)$$

Как видно из соотношения (1.3.7) с ростом σ эффективность системы монотонно падает. Случай $\sigma = 0$ соответствует обратимому процессу.

1.3.3 Основные результаты оптимизационной термодинамики

Процессы минимальной диссипации В обобщенной формулировке задачи о минимальной диссипации рассматривают контакт двух тел, характеризующихся своими экстенсивными переменными Y и интенсивными u .

Различие интенсивных переменных в системе приводит к появлению потока обмена J . Прирост энтропии за время L равен интегралу от произведения потока J на движущую силу X , которая, как и поток, зависит от интенсивных переменных. J и X при этом всегда имеют одинаковый знак. Величина диссипации будет равна средней скорости прироста энтропии. Интенсивные переменные сами зависят от экстенсивных в силу уравнения состояния. Будем предполагать, что интенсивную переменную второй системы u_2 можно оптимальным образом изменять, а u_1 меняется под влиянием потока обмена, а среднее значение потока задано. Задачу тогда можно записать в виде:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{L} \int_0^L J(u_1, u_2) X(u_1, u_2) dl \rightarrow \min_{u_2 \in V} \quad (1.3.8)$$

при условиях

$$\frac{du_1}{dl} = \varphi(u_1, u_2), \quad u_1(0) = u_{10}, \quad (1.3.9)$$

$$\frac{1}{L} \int_0^L J(u_1, u_2) dl = \bar{J}. \quad (1.3.10)$$

L при этом может быть как фиксированным, так и подлежащим оптимальному выбору.

В рамках оптимизационной термодинамики были получены условия оптимальности для этой задачи, а так же для других потоков, характеризующихся кинетикой Онзагера[11][12].

Формы областей реализуемости Предположим, что термодинамическая система организована так, что достигается минимальная диссипация. Тогда подстановка значения производства энтропии σ_{min} в уравнение энтропийного баланса выделяет в пространстве потоков область реализуемости. В рамках оптимизационной термодинамики для подобной системы получен важный результат, касающийся формы границы области реализуемости:

Если производительность системы монотонно зависит от потока вырабатываемой механической, электрической мощности, или мощности разделения, а поток затрат монотонно зависит от потока теплоты, то область реализуемых режимов в плоскости производительность–затраты ограничена сверху. Если же производительность определяется потоком теплоты, а затраты — механической или электрической мощностью, то производительность монотонно возрастает с ростом затрат.

Это утверждение позволяет разделить процессы на два типа: к первому относятся тепловые машины, ректификация, абсорбционные холодильники; ко второму — компрессионные холодильники, тепловые насосы, электрические обогреватели.

Задача о максимальной работе Рассмотрим неоднородную термодинамическую систему, состоящую из нескольких подсистем (резервуаров или подсистем конечной емкости), интенсивные переменные которых в начальный момент времени отличаются друг от друга. Также в системе имеется рабочее тело, которое может устанавливать контакт с каждой из подсистем. Функция $U(t)$ равна единице при наличии контакта и нулю при его отсутствии. На кинетические коэффициенты наложены некоторые ограничения. Задача состоит в такой организации контактов рабочего тела с подсистемами, чтобы за заданное время τ извлечь максимальную работу из системы. Извлеченная работа равна изменению внутренней энергии системы, а поскольку начальное состояние известно, то задача сводится к максимальному уменьшению внутренней энергии за ограниченное время. Состояние рабочего тела в начале и в конце процесса обычно предполагают одинаковым.

В рамках оптимизационной термодинамики при решении этой задачи введены два утверждения:

Утверждение 1: В системе, состоящей из резервуаров и рабочего тела с заданным начальным состоянием, для любых законов тепло- и массопере-

носа максимуму извлеченной за время τ работы соответствует процесс, для которого:

- Вектор интенсивных переменных u и функций контакта U на интервале $(0, \tau)$ кусочно–постоянен, причем число значений, которые он принимает, не превосходит $r + m + 2$, где r — число условий, наложенных на конечное состояние подсистем, m — размерность вектора концентраций;
- В начале и в конце процесса интенсивные переменные рабочего тела изменяются скачкообразно до некоторых оптимальных значений, соответствующих оптимальным давлениям;
- Энтропия системы растет на интервале $(0, \tau)$ как кусочно–линейная функция.

В зависимости от заданных граничных условий максимальная работа может быть больше или меньше нуля. В последнем случае она соответствует минимуму затраченной работы.

При наличии в системе подсистем конечной емкости, задача о максимальной работе становится задачей оптимального управления с целочисленными переменными $U(t)$. При этом верно:

Утверждение 2: На каждом интервале постоянства функции контакта между рабочим телом и подсистемой конечной емкости закон изменения вектора $u(t)$ интенсивных переменных рабочего тела в оптимальном процессе должен удовлетворять условиям минимальной диссипации.

Оптимальная организация теплообменных систем Еще одной важной задачей оптимизационной термодинамики является вопрос об оптимальной организации теплообменных систем. Для таких систем был получен следующий результат:

В многопоточных системах теплообмена с заданными температурами, водяными эквивалентами горячих потоков, суммарным коэффициентом теплообмена и тепловой нагрузкой для линейного закона теплообме-

на минимуму производства энтропии соответствует такая организация, при которой в каждой точке системы отношение m абсолютных температур греющего и нагреваемого потоков одинаково, как и температура \bar{T} холодных потоков на выходе системы.

При этом справедливо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{T} = \frac{\sum_i T_{i0} W_i - \bar{q}}{\sum_i W_i}, \\ q^*(T_{i0}) = W_i(T_{i0} - \bar{T}), \\ \alpha^*(T_{i0}) = \frac{\bar{\alpha} W_i (\ln T_{i0} - \ln \bar{T})}{\sum_i W_i (\ln T_{i0} - \ln \bar{T})}, m = 1 - \frac{1}{\bar{\alpha}} \sum_i W_i (\ln T_{i0} - \ln \bar{T}), \\ \bar{\sigma}^* = \alpha^* \frac{(1 - m)^2}{m}, \\ \alpha^*(T_{i0}) = q^*(T_{i0}) = W_i = 0, \quad T_{i0} \leq \bar{T}, \end{array} \right.$$

где T_{i0} , W_i — температура и водяной эквивалент i -го горячего потока, q — тепловой поток, σ — производство энтропии, $\bar{\alpha}$ — суммарный коэффициент теплообмена для системы. Последнее равенство говорит о том, что горячие потоки, температура которых не превышает \bar{T} , должны быть исключены из системы.

ГЛАВА 2

МНОЖЕСТВО РЕАЛИЗУЕМЫХ РЕЖИМОВ КОЛОННЫ БИНАРНОЙ РЕКТИФИКАЦИИ

2.1 Термическое разделение смесей и бинарная ректификация

Процессы разделения смесей — важный класс процессов, рассматриваемых в термодинамике. Существует два основных вида разделения: механическое и термическое. К первому виду относится разделение при помощи центрифуг и мембран, когда поток затрат является потоком механической энергии, а ко второму — перегонка и ректификация, в которых потоком затрат является поток тепла. В работе [1] показано, что граница области реализуемости систем термического разделения с учетом необратимости теплопереноса имеет форму параболы.

2.2 Математическая модель процесса ректификации двухкомпонентной смеси

Простота процесса бинарной ректификации позволяет использовать для его описания более точную математическую модель чем для процессов разделения смесей из большего числа компонентов.

Смесь. В этой и последующих главах будет предполагаться, что объектом разделения является зеотропная смесь близкая к идеальному раствору (для нее выполняется первый закон Рауля о том, что парциальное давление насыщенного пара компонента раствора прямо пропорционально его мольной доле в растворе, причём коэффициент пропорциональности равен давлению насыщенного пара над чистым компонентом). В случае бинарной ректификации смесь состоит из двух компонентов с условными номерами 0 и 1, называемыми, соответственно, низкокипящим и высококипящим. Компоненты обладают следующими технологическими параметрами: концентрация

x_i , температура кипения T_i , мольная теплота парообразования r_i . Технологические параметры каждого компонента имеют соответствующий индекс. Из физического смысла величин следуют условия:

$$x_0 + x_1 = 1,$$

$$T_0 < T_1$$

Колонна. Колонна бинарной ректификации, являющаяся элементарным аппаратом в системе разделения смесей во всех рассматриваемых случаях представляется моделью с тремя основными технологическими параметрами: коэффициентами теплопереноса в кубе β_B , в дефлегматоре β_D и коэффициентом массопереноса k .

Процесс.

В задаче рассматривается модель насадочной колонны бинарной ректификации, в которой учтены два основных источника необратимости: теплообмен при подаче тепла в куб и при его отборе из дефлегматора и массоперенос между паром и флегмой по высоте колонны. К этой модели близка и тарельчатая колонна при достаточно большом числе тарелок. Отметим, что эффективный коэффициент массопереноса, если его находят по данным действующей колонны, косвенно учитывает внутреннюю диффузию, смешение на тарелках и пр. Коэффициенты теплопереноса косвенно характеризуют размеры аппарата и отдельных его элементов. Эффективный коэффициент массопереноса для каждого конкретного случая может быть вычислен по данным измерений на реальной колонне с помощью процедуры, которая будет приведена в дальнейшем.

При рассмотрении процесса ректификации сделаны следующие основные допущения:

1. Массообмен эквимольный;
2. В каждом сечении по высоте колонны давления и температуры потоков пара и жидкости близки друг к другу (от сечения к сечению они

изменяются);

3. Эффекты диффузии между соседними сечениями пренебрежимо малы;
4. Теплота выходящих потоков передается потокам, поступающим в колонну, причем необратимостью этого теплообмена можно пренебречь;
5. Поток разделяемой смеси в форме жидкости подается при температуре кипения в то сечение колонны, состав флегмы в котором совпадает с составом этого потока.

Доля отбора ε зависит от составов входного и выходных потоков. Из материального баланса по низкокипящему получим

$$\varepsilon = \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B}. \quad (2.2.1)$$

Если предположить, что жидкая фаза близка по своим свойствам к идеальным растворам, а паровая — к идеальным газам, то в условиях равновесия концентрации низкокипящего компонента в паре и в растворе связаны друг с другом соотношением (см. [15])

$$y^0(x) = \frac{\alpha x}{1 + (\alpha - 1)x}, \quad (2.2.2)$$

где y — концентрация низкокипящего компонента в паре, $\alpha = \frac{P_1^0(T)}{P_2^0(T)} > 1$ — коэффициент относительной летучести, P_i^0 — давление насыщенного пара над чистым i -м компонентом ($i=1$ для низкокипящего).

Мы не будем ниже останавливаться на особенностях разделения азеотропных смесей, но отметим, что для моноазеотропных смесей предложенный ниже подход может быть использован, если в качестве квазикомпонента фигурирует смесь с составом, соответствующим азеотропной точке.

2.3 Существующие результаты

Задачам оптимальной организации процесса ректификации посвящено огромное число исследований (см. [15], [16], [17], [18], [19], [20] и др.). При

этом (см. [16], стр.540) методы расчета «базируются на диаграммах фазового равновесия и материальном балансе процесса ректификации, но совершенно игнорируют его кинетику и гидродинамическую обстановку в аппаратах. Для восполнения этого пробела введены коэффициенты полезного действия, которые не поддаются точному теоретическому определению, а могут быть приближенно вычислены по эмпирическим формулам или заимствованы из практики».

очень важным при расчете колонны, как это показано далее, является учет необратимости процесса теплообмена при подаче теплоты в куб и отборе ее в дефлегматоре.

Для выбора последовательности разделения многокомпонентных смесей используют без какого бы то ни было обоснования эвристические правила (см.[20] стр. 289), например: «В первую очередь надо отделять самый легколетучий компонент» или «В первую очередь надо отделять компонент с наибольшей концентрацией».

Затраты энергии на разделения зависят от температур кипения компонентов, составов потоков на входе и на выходе процесса. Эти составы определяют обратимую изотермическую работу разделения, которая не зависит от того, в каком порядке разделяют смесь. Таким образом при учете только обратимых факторов порядок разделения определен температурами кипения компонентов. Учет необратимости позволяет оценить влияние порядка разделения как на затраты теплоты при теплообмене, так и на потери теплоты в процессе массопереноса и выбрать последовательность разделения, соответствующий минимуму суммарных затрат теплоты в каскаде колонн.

В [5], [13] учет необратимости процесса сделан через кинетику тепло- и массообмена, что позволяет проследить влияние кинетических факторов на предельные возможности колонны (производительность, расход теплоты), найти оценку неизбежных необратимых затрат энергии и организовать процесс разделения так, чтобы эти затраты были возможно меньше. Однако в

этих работах необратимость массопереноса учитывалась в алгоритмической форме, что не позволяло в явном виде представить зависимость предельной производительности от расхода теплоты и кинетических факторов. Ниже такая зависимость получена и показано, что на ее базе может быть предложен алгоритм для выбора последовательности разделения трехкомпонентных смесей.

2.4 Множество достижимости колонны бинарной ректификации

Мы используем оценки сверху возможностей колонны, поэтому допущения, упрощающие расчет и расширяющие применимость результатов, сделаны так, чтобы каждое из них не увеличивало необратимость процессов. Только в этом случае можно утверждать, что показатели реальной колонны не превосходят найденных. Полученные таким образом оценки гораздо ближе к истине, чем те, что построены на базе обратимых процессов. Кроме того, такой показатель, как предел производительности колонны с заданными коэффициентами тепло и массопереноса с использованием обратимых оценок получить вообще нельзя.

В этом разделе мы запишем соотношения, определяющие множество допустимых режимов ректификации бинарной смеси, и покажем, что границу этой области можно параметризовать квадратичной функцией. Приведем связь коэффициентов параметризации (*характеристических коэффициентов*) с составом смеси и кинетическими константами.

2.4.1 Термодинамические балансы бинарной ректификации и связь между затратами теплоты и производительностью колонны.

Запишем уравнения энергетического и энтропийного балансов, предполагая, что смеси близки к идеальным растворам и теплотой смешения можно пренебречь:

$$q_+ - q_- + g_F h_F - g_F \varepsilon h_D - g_F (1 - \varepsilon) h_B = 0, \quad (2.4.1)$$

$$g_F s_F - g_F \varepsilon s_D - g_F (1 - \varepsilon) s_B + \frac{q_+}{T_B} - \frac{q_-}{T_D} + \sigma = 0. \quad (2.4.2)$$

Здесь $\sigma > 0$ – производство энтропии в колонне.

Из условий (2.4.1), (2.4.2) после исключения q_- получим

$$q_+ = g_F \frac{T_B}{T_B - T_D} \left[(s_F T_D - h_F) - \varepsilon (s_D T_D - h_D) - \right. \\ \left. - (1 - \varepsilon) (s_B T_D - h_B) \right] + \sigma \frac{T_B T_D}{T_B - T_D} = q_+^0 + \sigma \frac{T_B T_D}{T_B - T_D}. \quad (2.4.3)$$

Первое слагаемое в правой части этого выражения, которое обозначено через q_+^0 , представляет собой затраты теплоты в обратимом процессе, когда коэффициенты тепло- и массообмена (размеры колонны) сколь угодно велики. Оно зависит только от параметров входных и выходных потоков и пропорционально производительности g_F , второе – соответствует диссипативным затратам энергии.

Потоки сырья и продуктов, поступающие и покидающие колонну, имеют температуры T_F, T_D и T_B соответственно. При этом температура потока сырья T_F должна быть равна температуре потока флегмы в том сечении колонны, куда этот поток подают. Обозначим через C_F, C_D, C_B теплоемкости потоков сырья, верхнего продукта и кубового остатка. Поток сырья прежде чем попасть в колонну обычно проходит через регенеративный теплообменник, в котором контактирует с потоком продукта, выходящим из куба колонны. При этом температура потока сырья на входе в теплообменник близка к T_D , в теплообменнике (для простоты его предполагают „обратимым“) выполнено уравнение теплового баланса

$$C_B (1 - \varepsilon) (T_B - T_D) = C_F (T_F - T_D),$$

так что поток кубового остатка покидает его при температуре T_D .

Включим регенеративный теплообменник в состав системы, предполагая, что необратимые потери в них малы. Тогда можно считать, что все внешние потоки имеют одинаковую температуру близкую к температуре T_D . Это до-

пущение несколько занижает затраты энергии на разделение, но существенно упрощают анализ системы. В частности, в этом случае $q_+ = q_- = q$.

С учетом того обстоятельства, что разность $(h - T_D s)$ для каждого из потоков равна мольной свободной энергии, т.е. химическому потенциалу μ смеси при $T = T_D$, получим связь теплового потока с производительностью в форме

$$q = g_F \frac{T_B}{T_B - T_D} \left[\varepsilon \mu(T_D, x_D) + (1 - \varepsilon) \mu(T_D, x_B) - \mu(T_D, x_F) \right] + \sigma \frac{T_B T_D}{T_B - T_D}. \quad (2.4.4)$$

Каждый из химических потенциалов имеет вид

$$\mu_i(T, P, x_i) = \mu_{i0}(P, T) + RT \ln x_i, \quad i = D, B, F. \quad (2.4.5)$$

Так как химические потенциалы в каждом сечении колонны соответствуют одним и тем же температуре и давлению, их разность для паровой фазы

$$\mu_1(T, y^0) - \mu_1(T, y) = RT \ln \frac{y^0}{y},$$

$$\mu_2(T, 1 - y) - \mu_2(T, 1 - y^0) = RT \ln \frac{1 - y}{1 - y^0}.$$

Правую часть равенства (2.4.4) можно выразить через составы потоков

$$q = g_F \frac{T_B}{T_B - T_D} \left[A_F - \varepsilon A_D - (1 - \varepsilon) A_B \right] + \frac{\sigma T_D T_B}{T_B - T_D} = \frac{p_0}{\eta_K} + \frac{\sigma T_D}{\eta_K}. \quad (2.4.6)$$

Здесь $A_i = -RT_D \left[x_i \ln x_i + (1 - x_i) \ln(1 - x_i) \right]$ ($i = F, D, B$) – обратимая работа разделения одного моля i -го потока на чистые компоненты, а выражение, стоящее в квадратных скобках, представляет собой обратимую работу разделения Гиббса одного моля потока сырья с концентрацией x_F на потоки с концентрациями x_B и x_D при температуре T_D . Обозначим ее как A_G . Величина $\eta_K = (1 - T_D/T_B)$ – аналог КПД Карно. Приравнявая в (2.4.6) производство энтропии нулю, получим обратимую оценку $q^0 = \frac{g_F A_G}{\eta_K}$ затрат теплоты в процессе ректификации. Обратимый процесс ректификации можно представить как идеальную тепловую машину, работающую между резервуарами с температурами T_B и T_D и вырабатывающую мощность разделения $p^0 = g_F A_G$.

Разрешим уравнение (2.4.6) относительно g_F и представим его в форме

$$g_F = q \frac{\eta_K}{A_G} - \sigma(q, g_F) \frac{T_D}{A_G}. \quad (2.4.7)$$

Далее найдем оценку снизу для второго слагаемого в этом равенстве.

2.4.2 Необратимые потери энергии

Необратимость теплообмена. Пусть потоки теплоты в кубе и дефлегматоре пропорциональны разности температур

$$q = rV = \beta_B(T_+ - T_B) = \beta_D(T_D - T_-). \quad (2.4.8)$$

Здесь V – поток пара, выходящий из куба, r – мольная теплота парообразования.

Производство энтропии за счет тепловых процессов в кубе и дефлегматоре равно

$$\sigma_q = q \left[\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_+} + \frac{1}{T_-} - \frac{1}{T_D} \right] = q^2 \left[\frac{1}{\beta_B T_B T_+} + \frac{1}{\beta_D T_D T_-} \right], \quad (2.4.9)$$

где β_B и β_D – коэффициенты теплопередачи, пропорциональные поверхностям теплообмена, T_B и T_D – температуры жидкости в кубе и дефлегматоре, которые предполагаем известными,

При заданном тепловом потоке температуры T_+ и T_- зависят от выбранных значений перепадов температур в кубе и дефлегматоре и при подстановке в (2.4.9) определяют σ_q .

Необратимость массопереноса. Для подсчета производства энтропии в процессе массопереноса будем использовать модель, соответствующую насадочной колонне, с противоточным движением потоков пара и жидкости в режиме, близком к вытеснению. Величина потока пара $V = \frac{q}{r}$ при эквимолярном массопереносе не изменяется и связана с потоком флегмы L равенствами:

для верхней части колонны

$$L_D = \frac{q}{r} - g_D, \quad (2.4.10)$$

для нижней части

$$L_B = \frac{q}{r} + g_B. \quad (2.4.11)$$

С учетом того, что для бинарной ректификации концентрации высококипящего компонента в жидкостном и паровом потоках равны $1 - x$ и $1 - y$ соответственно, а движущая сила процесса определяется разницей текущей концентрации $y(x)$ и равновесной концентрации $y^0(x)$, производство энтропии, связанное с массопереносом, выражается через потоки и химические потенциалы как

$$\begin{aligned} \sigma_g = \int_{x_B}^{x_D} \frac{1}{T(x)} \{ & g_1(y, y^0) [\mu_1(T, y^0) - \mu_1(T, y)] + \\ & + g_2(1 - y, 1 - y^0) [\mu_2(T, 1 - y) - \mu_2(T, 1 - y^0)] \} dx, \end{aligned} \quad (2.4.12)$$

где g_j и μ_j ($j=1,2$) — потоки массообмена и химические потенциалы компонентов.

Выражение (2.4.12) с учетом вида химических потенциалов (2.4.5) и эквимолярности массообмена ($g_1(y, y^0) = -g_2(1 - y, 1 - y^0) = g$) перепишется в форме

$$\sigma_g = R \int_{x_B}^{x_D} g(y, y^0) \ln \frac{y^0(1 - y)}{y(1 - y^0)} dx. \quad (2.4.13)$$

Здесь принято, что поток разделяемой смеси g_F в форме жидкости подается при температуре кипения в то сечение колонны, состав флегмы в котором совпадает с составом этого потока, так что производство энтропии при смешении флегмы с потоком смеси пренебрежимо мало.

Массообменная составляющая производства энтропии определяется формой равновесной и рабочей линий. Первая из них зависит от свойств разделяемой смеси (коэффициента относительной летучести α (см. (2.2.2)), а вторая

зависит от $V = \frac{q}{r}$. Из уравнений материального баланса по низкокипящему для верха и низа колонны получим

$$\frac{q}{r}y(x) - g_D x_D - x L_D = 0, \quad (2.4.14)$$

$$L_B x - \frac{q}{r}y(x) - g_B x_B = 0. \quad (2.4.15)$$

С учетом (2.4.10), (2.4.11) имеем для верха и низа колонны после замены $g_D = g_F \varepsilon$, $g_B = g_F(1 - \varepsilon)$ рабочие линии

$$y^D(x, \frac{q}{r}, g_F) = \left(1 - \frac{g_F \varepsilon r}{q}\right) x + \frac{x_D g_F \varepsilon r}{q}, \quad (2.4.16)$$

$$y^B(x, \frac{q}{r}, g_F) = \left(1 + \frac{g_F(1 - \varepsilon)r}{q}\right) x - \frac{x_B g_F(1 - \varepsilon)r}{q}. \quad (2.4.17)$$

Из этих равенств следует, что $y^D(x_D) = x_D$, $y^B(x_B) = x_B$, $y^D(x_F) = y^B(x_F) = y_F$, а $y_F - x_F = \frac{g_D r}{q}(x_D - x_F)$.

Подстановка выражений (2.4.16), (2.4.17) в равенство (2.4.13) определяет для заданного закона массопереноса $\sigma_g(q, g_F)$. При этом подсчитывают сумму интегралов на интервалах от x_B до x_F , когда $y(x) = y^B(x, \frac{q}{r}, g_F)$, и от x_F до x_D , когда $y(x) = y^D(x, \frac{q}{r}, g_F)$, что возможно лишь численно.

Для получения результатов в аналитической форме найдем оценку σ_g снизу, приняв закон массопереноса пропорциональным движущей силе

$$g(y, y^0) = k \frac{[\mu_1(T, y^0) - \mu_1(T, y)]}{T}, \quad (2.4.18)$$

Тогда после исключения разности химических потенциалов через поток $g(y, y^0)$ равенство (2.4.13) примет форму

$$\sigma_g(q, g_F) = \frac{2}{k} \int_{x_B}^{x_D} g^2(y, y^0) dx. \quad (2.4.19)$$

Здесь множитель 2 связан с учетом эквимольного потока высококипящего компонента.

Введем в рассмотрение среднее значение потока

$$\bar{g} = \frac{1}{x_D - x_B} \int_{x_B}^{x_D} g(y, y^0) dx \quad (2.4.20)$$

и с использованием (2.4.19) найдем оценку снизу для σ_g . Действительно, справедливо равенство

$$\int_{x_B}^{x_D} [g(y, y^0) - \bar{g}]^2 dx = \frac{k\sigma_g}{2} + (x_D - x_B)\bar{g}^2 - 2\bar{g} \int_{x_B}^{x_D} g(y, y^0) dx. \quad (2.4.21)$$

Левая часть этого равенства неотрицательна, а третье слагаемое в правой части равно удвоенному значению второго. С учетом этого, разрешив равенство (2.4.21) относительно σ_g , получим искомую оценку в форме

$$\sigma_g \geq \frac{2(x_D - x_B)\bar{g}^2}{k}. \quad (2.4.22)$$

Неравенство превращается в равенство в том случае, когда поток массопереноса мало изменяется по высоте колонны, а значит левая часть в (2.4.21), близка к нулю.

Расход пара по высоте колонны постоянен и для общего количества низкипящего, перешедшего из жидкости в пар, имеем условие материального баланса

$$\int_{x_B}^{x_D} g(y, y^0) dx = V[y^D(x_D) - y^B(x_B)] = \frac{q}{r}(x_D - x_B), \quad (2.4.23)$$

откуда $\bar{g} = \frac{q}{r}$, а

$$\sigma_g \geq \frac{2(x_D - x_B)q^2}{kr^2}. \quad (2.4.24)$$

Правую часть этого равенства будем использовать для оценки необратимости массопереноса.

2.4.3 Параметризация зависимости производительности колонны от затрат теплоты с учетом необратимости Подстановка суммарного производства энтропии в выражение (2.4.7) позволяет получить оценку для производительности бинарной ректификации

$$g_F \leq bq - aq^2, \quad (2.4.25)$$

при этом характеристические коэффициенты зависят от кинетики процессов, состава и свойств разделяемых веществ как

$$a = \left[\frac{1}{\beta_B T_B T_+} + \frac{1}{\beta_D T_D T_-} + \frac{2(x_D - x_B)}{kr^2} \right] \frac{T_D}{A_G}, \quad (2.4.26)$$

$$b = \frac{T_B - T_D}{T_B A_G} = \frac{\eta_k}{A_G}. \quad (2.4.27)$$

Подчеркнем, что форма границы реализуемых режимов колонны бинарной ректификации определяется всего двумя параметрами, каждый из которых зависит от свойств разделяемой смеси и режима колонны. Будем называть параметр b – *обратимым КПД*, а параметр a – *коэффициентом необратимости*. Первый из них зависит только от свойств разделяемой смеси и составов потоков, а второй – так же и от кинетики процесса.

Максимально целесообразные затраты теплоты и предельная производительность определены через характеристические параметры. Производительность максимальна при

$$q^0 = \frac{b}{2a} \quad (2.4.28)$$

и достигает значения

$$g_F^m = \frac{b^2}{4a}. \quad (2.4.29)$$

Участок от нуля до теплового потока, равного q^0 , образует рабочую часть границы области реализуемых режимов колонны. Дальнейшее увеличение потока теплоты в силу роста диссипации приводит к уменьшению производительности. На рабочем участке расход тепла

$$q = \frac{b}{2a} - \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{g_F}{a}}. \quad (2.4.30)$$

Легко видеть, что КПД колонны с учетом необратимости $\eta = \frac{g_F}{q}$ для режима с предельной производительностью не зависит от необратимых факторов и равен $0,5b$ (половине обратимого КПД). От этих факторов зависит само значение предельной производительности и соответствующих ей затрат теплоты. Это обстоятельство соответствует тому известному факту, что значение КПД цикла необратимой тепловой машины, соответствующего максимуму ее мощности (КПД Новикова–Курзона–Альбурна), не зависит от кинетики теплообмена, но предельная мощность машины от нее зависит.

В выражение (2.4.26) входит эффективный коэффициент массопереноса k , который будем предполагать известным. В приложении приведена формула, позволяющая найти величину k по результатам измерений на действующей колонне.

Температура греющего пара T_+ несколько выше температуры в кубе T_B , а температура охлаждающей воды в дефлегматоре T_- – несколько ниже T_D . Их можно выразить через тепловой поток и коэффициенты теплопереноса, но для получения оценок можно приравнять эти температуры к T_B и T_D соответственно, пренебрегая различием, составляющим от 7 до 15 градусов (погрешность для проведенных расчетов составила от двух до пяти процентов).

2.5 Кинетические коэффициенты процесса бинарной ректификации

2.5.1 Коэффициенты теплопереноса Коэффициенты теплопереноса в дефлегматоре и в кубе прямо пропорциональны площади соответствующих элементов колонны и служат фактором, ограничивающим линейные размеры аппарата. Поскольку увеличение размеров колонны до бесконечности невозможно, то и β_B с β_D должны иметь конечные значения. Будем считать, что эти величины известны.

2.5.2 Коэффициент массопереноса В (2.4.26) фигурирует эффективный коэффициент массопереноса. Ясно, что он зависит от конструкции колонны, типа контактных устройств, коэффициента относительной летучести компонентов. Для потока массопереноса в форме (2.4.18) и химических потенциалах вида (2.4.5) выражение (2.4.23) примет вид

$$Rk \left[\int_{x_B}^{x_F} \ln \frac{y^0}{y^B} dx + \int_{x_F}^{x_D} \ln \frac{y^0}{y^D} dx \right] = \frac{q}{r} [y^D(x_D) - y^B(x_B)], \quad (2.5.1)$$

где $y^0(x, \alpha)$, $y^D(x)$, $y^B(x)$ определяются выражениями (2.2.2), (2.4.16), (2.4.17) соответственно и зависят от составов входного и выходных потоков (x_F , x_B , x_D), потока пара $V = \frac{q}{r}$ и нагрузки g_F , R — универсальная газовая постоянная.

Сумму интегралов в левой части равенства (2.5.1) можно переписать следующим образом:

$$\int_{x_B}^{x_F} \ln \frac{y^0}{y^B} dx + \int_{x_F}^{x_D} \ln \frac{y^0}{y^D} dx = \int_{x_B}^{x_D} \ln y^0 dx - \int_{x_B}^{x_F} \ln y^B dx - \int_{x_F}^{x_D} \ln y^D dx. \quad (2.5.2)$$

Первый из интегралов, стоящих в правой части равенства, равен

$$I_1 = x_D \ln \left(\frac{\alpha x_D}{1 + (\alpha - 1)x_D} \right) - x_B \ln \left(\frac{\alpha x_B}{1 + (\alpha - 1)x_B} \right) - \ln \left(\frac{1 + (\alpha - 1)x_D}{1 + (\alpha - 1)x_B} \right), \quad (2.5.3)$$

второй равен

$$I_2 = \frac{x_B(1 - \ln x_B) - \left(\frac{g_B}{V}(x_F - x_B) + x_F \right) \left(1 - \ln \left(\frac{g_B}{V}(x_F - x_B) + x_F \right) \right)}{\frac{g_B}{V} + 1}, \quad (2.5.4)$$

где $g_B = g_F(1 - \varepsilon)$.

Третий интеграл в (2.5.2)

$$I_3 = \frac{x_D(1 - \ln x_D) - \left(\frac{g_D}{V}(x_D - x_F) + x_F \right) \left(1 - \ln \left(\frac{g_D}{V}(x_D - x_F) + x_F \right) \right)}{\frac{g_D}{V} - 1}, \quad (2.5.5)$$

где $g_D = g_F \varepsilon$. Значение ε в этом и предыдущем выражении определяется в соответствии с (2.2.1), а $V = q/r$.

В том случае, когда можно принять $y^D(x_D) = x_D$, а $y^B(x_B) = x_B$, вычисление интегралов (2.5.2), приводит к равенству

$$k = \frac{q(x_D - x_B)}{Rr(I_1 - I_2 - I_3)}, \quad (2.5.6)$$

где I_1, I_2, I_3 определяются выражениями (2.5.3), (2.5.4) и (2.5.5) соответственно и зависят только от параметров $x_B, x_F, x_D, \alpha, q, r, g_F$.

Все переменные, входящие в правую часть равенства (2.5.6), известны, так что оно может быть использовано для вычисления эффективного коэффициента массопереноса в действующей колонне.

ГЛАВА 3

МНОЖЕСТВО РЕАЛИЗУЕМЫХ РЕЖИМОВ КАСКАДА ИЗ ДВУХ КОЛОНН БИНАРНОЙ РЕКТИФИКАЦИИ И ОПТИМАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РАЗДЕЛЕНИЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ СМЕСИ

3.1 Математическая модель процесса ректификации трехкомпонентной смеси

Задачи проектирования каскада можно решать с использованием характеристических параметров, найдя предварительно их значения по формулам (2.4.26), (2.4.27). Эти значения уточняют по результатам измерений на действующей колонне (см. ниже).

Процесс ректификации является очень энергоемким, поэтому естественно выбирать последовательность разделения по условию минимума затрат теплоты при заданной производительности и составах потоков. Далее для упрощения записи мы будем предполагать четкое разделение в каждой колонне.

Рассматривая кинетику массопереноса для смесей из нескольких компонентов, нужно, вообще говоря, учесть влияние каждого из компонентов на поток массопереноса из жидкости в пар и обратно для остальных (см. [18]). Такое взаимное влияние вытекает и из уравнений Онзагера, в которых поток каждого компонента является линейной комбинацией движущих сил для всех компонентов смеси. Однако наибольшее влияние на кинетику массопереноса и наибольший вклад в производство энтропии оказывает разница физических свойств наиболее трудно разделяемых компонентов с минимальной относительной летучестью. Такие компоненты в [16], [17] и др. названы *ключевыми*. Допущение о ключевых компонентах позволяет свести задачу разделения многокомпонентной смеси к задаче разделения бинарной, в которой роль лег-

колетучего играет смесь тех компонентов, температуры кипения которых ниже или равны температуре кипения низкокипящего ключевого компонента, а роль высококипящего — смесь всех остальных.

Пусть компоненты смеси упорядочены так, что температура кипения для компонента с концентрацией x_2 самая высокая. Введем обозначения для характеристических коэффициентов каждой из колонн при каждом из порядков разделения:

- Прямого, когда в первой колонне отделяют нулевой компонент, а во второй разделяют первый и второй. Соответствующие этому случаю характеристические коэффициенты в параметрическом представлении каждой колонны будем снабжать индексом 1. Например, b_{11} — обратимый КПД при прямом порядке разделения для первой колонны.
 - Обратного, когда на первой ступени отделяют второй компонент, а оставшуюся смесь делят во второй колонне. Соответственно b_{21} — обратимый КПД при обратном порядке разделения для первой колонны.
- На первом этапе нужно найти значения $a_{ij}, b_{ij}, i = 1, 2; j = 1, 2$ по формулам (2.4.26), (2.4.27). Конкретизируем эти выражения с учетом того, что для четкого разделения они несколько упрощаются.

Рассмотрим исходную смесь с концентрациями веществ x_0, x_1, x_2 , где x_0 — концентрация низкокипящего, а x_2 — высококипящего. Пусть известны относительные летучести α_{01} и α_{12} , а также мольные теплоты парообразования низкокипящего r_0 и среднекипящего r_1 . Мольная теплота парообразования смеси из низкокипящего и среднекипящего будет определяться как среднее взвешенное $r_{01} = (r_0 x_0 + r_1 x_1) / (x_0 + x_1)$. Соответствующие температуры кипения веществ смеси, выраженные в кельвинах, будем обозначать как T_0, T_1 и T_2 .

В случае прямого порядка разделения, когда сначала отделяют низкокипящий компонент, каскад колонн характеризуется следующими параметрами:

- Коэффициент массопереноса для первой колонны k_{11} ;

- Коэффициент массопереноса для второй колонны k_{12} ;
- Коэффициенты теплопереноса для первой колонны, в кубе и дефлегматоре, соответственно β_{11}^B , β_{11}^D ;
- Коэффициенты теплопереноса для второй колонны β_{12}^B , β_{12}^D ;

Выражения для характеристических параметров для первой колонны зависят от параметров смеси и кинетических коэффициентов как:

$$b_{11} = -\frac{T_1 - T_0}{RT_0 T_1 [x_0 \ln x_0 + (1 - x_0) \ln (1 - x_0)]}, \quad (3.1.1)$$

$$a_{11} = -\left[\frac{1}{\beta_{11}^B T_1^2} + \frac{1}{\beta_{11}^D T_0^2} + \frac{2}{k_{11} r_0^2} \right] \frac{1}{R [x_0 \ln x_0 + (1 - x_0) \ln (1 - x_0)]}. \quad (3.1.2)$$

Для второй колонны:

$$b_{12} = -\frac{T_2 - T_1}{RT_1 T_2 \left(\frac{x_1}{1-x_0} \ln \frac{x_1}{1-x_0} + \frac{x_2}{1-x_0} \ln \frac{x_2}{1-x_0} \right)}, \quad (3.1.3)$$

$$a_{12} = -\left[\frac{1}{\beta_{12}^B T_2^2} + \frac{1}{\beta_{12}^D T_1^2} + \frac{2}{k_{12} r_1^2} \right] \frac{1}{R \left(\frac{x_1}{1-x_0} \ln \frac{x_1}{1-x_0} + \frac{x_2}{1-x_0} \ln \frac{x_2}{1-x_0} \right)}. \quad (3.1.4)$$

Для обратного порядка разделения, когда в первую очередь отделяется высококипящий компонент, колонны характеризуются параметрами:

- Коэффициент массопереноса для первой колонны k_{21} ;
- Коэффициент массопереноса для второй колонны k_{22} ;
- Коэффициенты теплопереноса для первой колонны, в кубе и дефлегматоре, соответственно β_{21}^B , β_{21}^D ;
- Коэффициенты теплопереноса для второй колонны β_{22}^B , β_{22}^D ;

Выражение для характеристических коэффициентов b и a при этом для первой колонны:

$$b_{21} = -\frac{T_2 - T_1}{RT_2 T_1 [(x_0 + x_1) \ln (x_0 + x_1) + x_2 \ln x_2]}, \quad (3.1.5)$$

$$a_{21} = -\left[\frac{1}{\beta_{21}^B T_2^2} + \frac{1}{\beta_{21}^D T_1^2} + \frac{2}{k_{21} r_{01}^2} \right] \frac{1}{R [(x_0 + x_1) \ln (x_0 + x_1) + x_2 \ln x_2]}. \quad (3.1.6)$$

Для второй колонны:

$$b_{22} = -\frac{T_1 - T_0}{RT_1T_0\left(\frac{x_0}{1-x_2}\ln\frac{x_0}{1-x_2} + \frac{x_1}{1-x_2}\ln\frac{x_1}{1-x_2}\right)}, \quad (3.1.7)$$

$$a_{22} = -\left[\frac{1}{\beta_{22}^B T_1^2} + \frac{1}{\beta_{22}^D T_0^2} + \frac{2}{k_{22} r_0^2}\right] \frac{1}{R\left(\frac{x_0}{1-x_2}\ln\frac{x_0}{1-x_2} + \frac{x_1}{1-x_2}\ln\frac{x_1}{1-x_2}\right)}. \quad (3.1.8)$$

Проанализируем зависимость производительности каскада от суммарных затрат теплоты с использованием параметризованного представления для каждого порядка разделения.

Максимальная производительность каскада равна максимальной производительности первой колонны:

$$g_F^* = \frac{b_{i1}^2}{4a_{i1}}. \quad (3.1.9)$$

В качестве первой целесообразно выбрать колонну, для которой максимальная производительность больше (значение коэффициента необратимости меньше), так как на нее поступает весь поток смеси.

3.1.1 Условия согласованности. Колонны должны быть согласованы таким образом, чтобы максимальной производительности первой колонны по исходной смеси, соответствовала допустимая производительность второй по поступающему на нее двухкомпонентному потоку. Это для прямого и обратного порядка разделения приводит к неравенствам (условиям согласованности каскада):

- для прямого порядка разделения

$$\frac{b_{12}^2}{(1-x_0)a_{12}} \geq \frac{b_{11}^2}{a_{11}}, \quad (3.1.10)$$

- для обратного порядка разделения

$$\frac{b_{22}^2}{(1-x_2)a_{22}} \geq \frac{b_{21}^2}{a_{21}}. \quad (3.1.11)$$

Так как рост максимальной производительности требует увеличения размеров колонны или поверхностей теплообмена, то в оптимальном случае максимальной производительности первой колонны по исходной смеси должна соответствовать максимальная производительность второй колонны по поступающему на нее потоку двухкомпонентной смеси. В этом случае неравенства (3.1.10), (3.1.11) превращаются в равенства, которые будем называть *условиями полной согласованности*.

Из условий полной согласованности следуют соотношения:

$$a_{12} = a_{11} \frac{b_{12}^2}{b_{11}^2(1 - x_0)}, \quad a_{22} = a_{21} \frac{b_{21}^2}{b_{22}^2(1 - x_2)}. \quad (3.1.12)$$

3.2 Выбор порядка разделения трехкомпонентной смеси

Запишем расчетные соотношения для прямого порядка разделения. Выражения для обратного порядка получаются аналогично.

Первоначально найдем обратимый КПД системы из двух колонн, для чего рассмотрим две обратимых колонны с производительностями:

$$g_F = b_{11}q_1 \quad (3.2.1)$$

и

$$g_F(1 - x_0) = b_{12}q_2. \quad (3.2.2)$$

Из этих равенств получим обратимую оценку производительности каскада в зависимости от суммарного потока теплоты q

$$g_F = \frac{b_{11}b_{12}(q_1 + q_2)}{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)}. \quad (3.2.3)$$

Таким образом, обратимый КПД каскада:

$$b^I = \frac{b_{11}b_{12}}{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)} \quad (3.2.4)$$

для прямого и

$$b^{II} = \frac{b_{21}b_{22}}{b_{22} + b_{21}(1 - x_2)} \quad (3.2.5)$$

для обратного порядка разделения.

Если потоки, поступающие на каждую колонну, значительно меньше, чем предельно возможные, то порядок разделения, соответствующий минимальным затратам теплоты, определяется сравнением обратимых КПД каскада. Так как значения b_{ij} зависят от составов поступающей смеси и температур кипения ключевых компонентов при каждом порядке разделения, то при малых нагрузках прямой порядок разделения предпочтительнее, если выполнено неравенство

$$\frac{b_{11}b_{12}}{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)} > \frac{b_{21}b_{22}}{b_{22} + b_{21}(1 - x_2)}. \quad (3.2.6)$$

При выражении коэффициентов b_{ij} через характеристики исходной смеси и порядок разделения в соответствии с (3.1.1)– (3.1.8) неравенство (3.2.6) примет вид:

$$\frac{T_1}{T_0} + \frac{T_1}{T_2} > 2. \quad (3.2.7)$$

Так что в случае, когда температуры кипения нулевого и первого компонентов сильно отличаются друг от друга, а первого и второго – слабо, при малых нагрузках прямой порядок разделения предпочтительнее.

В общем случае необходимо учитывать коэффициенты необратимости. С использованием равенства (2.4.30) получим

$$q_{i1} = \frac{b_{i1} - \sqrt{b_{i1}^2 - 4a_{i1}g_F}}{2a_{i1}} \quad (3.2.8)$$

и

$$q_{i2} = \frac{b_{i2} - \sqrt{b_{i2}^2 - 4a_{i2}g_F(1 - x^i)}}{2a_{i2}}. \quad (3.2.9)$$

Здесь i – порядок разделения (прямой – $i = 1$, $x^i = x_0$, обратный – $i = 2$, $x^i = x_2$).

Для заданной производительности и рассчитанных значений характеристических коэффициентов эти выражения позволяют найти расход теплоты на каждую колонну и выбрать порядок разделения, при котором суммарные затраты теплоты меньше. Очевидно, что оптимальный порядок разделения

зависит от состава исходной смеси, температур кипения и теплот парообразования компонентов, от кинетики массопереноса по высоте и теплообмена в кубе и дефлегматоре (см. Пример).

На рис. 3.1 изображен концентрационный симплекс, каждой точке которого соответствует состав трехкомпонентной смеси. Концентрации x_0 и x_2 – координаты этой точки, а $x_1 = 1 - x_0 - x_2$. Каждая из трех показанных на рисунке кривых соответствует заданной производительности, с ростом которой кривые приближаются к оси ординат. Правее выбранной кривой предпочтителен прямой порядок разделения.

Рис. 3.1. Разбиение концентрационного симплекса на области, в которых предпочтителен прямой либо обратный порядок разделения, с учетом необратимости.

Особенно простые выражения получаются для области реализуемости каскада в том случае, когда колонны полностью согласованы. В этом случае после подстановки в (3.2.9) вместо a_{12} выражения (3.1.12) оно примет форму

$$q_2(g_F) = \frac{b_{11}(1 - x_0) \left(b_{11} - \sqrt{b_{11}^2 - 4a_{11}g_F} \right)}{2a_{11}b_{12}}, \quad (3.2.10)$$

откуда следует, что

$$q_2(g_F) = q_1(g_F)(1 - x_0) \frac{b_{11}}{b_{12}}. \quad (3.2.11)$$

Зависимость суммарных затрат теплоты $q = q_1 + q_2$ от производительности каскада

$$q(g_F) = q_1 \left[1 + \frac{b_{11}}{b_{12}}(1 - x_0) \right] = q_1 \frac{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)}{b_{12}}. \quad (3.2.12)$$

Учитывая (3.2.4) получим для полностью согласованных колонн

$$q_1 = q \frac{b^I}{b_{11}}. \quad (3.2.13)$$

Подставляя выражение (3.2.13) в (3.2.8), запишем искомую зависимость g_F от $q = q_1 + q_2$ для прямого порядка разделения в форме:

$$g_F = \frac{b_{11}b_{12}}{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)}(q_1 + q_2) - \frac{a_{11}b_{12}}{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)}(q_1 + q_2)^2, \quad (3.2.14)$$

Так что коэффициент необратимости каскада

$$a^I = \frac{a_{11}b_{12}}{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)} \quad (3.2.15)$$

Для обратного порядка:

$$g_F = \frac{b_{21}b_{22}}{b_{22} + b_{21}(1 - x_2)}(q_1 + q_2) - \frac{a_{21}b_{22}}{b_{22} + b_{21}(1 - x_2)}(q_1 + q_2)^2. \quad (3.2.16)$$

$$a^{II} = \frac{a_{21}b_{22}}{b_{22} + b_{21}(1 - x_2)} \quad (3.2.17)$$

При выполнении условий полной согласованности производительность каскада максимальна в точке, соответствующей максимальной производительности каждой из колонн. Суммарный расход теплоты при этом равен

$$q^* = \frac{1}{2} \left(\frac{b_{i1}}{a_{i1}} + \frac{b_{i2}}{a_{i2}} \right), \quad i = 1, 2. \quad (3.2.18)$$

Значение максимальной производительности каскада равно максимальной производительности первой колонны

$$g_F^* = \frac{b_{i1}^2}{4a_{i1}}, \quad i = 1, 2. \quad (3.2.19)$$

КПД, соответствующий предельной производительности, как и в случае бинарной ректификации, равен половине обратимого КПД каскада.

3.2.1 Условия превалирования одного из порядков разделения

В некоторых случаях можно обойтись без вычисления затрат теплоты по формулам (3.2.8), (3.2.9). Прямой порядок разделения заведомо выгоднее обратного при одновременном соблюдении двух неравенств – (3.2.6) и

$$\frac{b_{11}^2 b_{12}}{a_{11} [b_{12} + b_{11}(1 - x_0)]} \geq \frac{b_{21}^2 b_{22}}{a_{21} [b_{22} + b_{21}(1 - x_2)]} \quad (3.2.20)$$

При этом одно из неравенств должно быть строгим.

Первое из неравенств означает, что обратимый КПД для прямого порядка не меньше, чем для обратного, а второе соответствует такому же соотношению для предельных производительностей. Границы множеств достижимости имеют вид, показанный на рис. 3.2. Когда знаки неравенств противополо-

Рис. 3.2. Превалирование прямого порядка разделения над обратным.

ложные, обратный порядок разделения заведомо лучше прямого.

Если неравенства (3.2.20) имеют различные знаки, то оптимальный порядок разделения зависит от производительности. Граница области реализуемости каскада представляет собой в этом случае максимум из границ, построенных для каждого порядка разделения:

$$g_F = \max(g_{F1}, g_{F2}), \quad (3.2.21)$$

где g_{Fi} — зависимость производительности каскада от затрат теплоты для i -го порядка разделения. Вид границ рабочей области множеств достижимости

каскада для этого случая изображен на рис. 3.3

Рис. 3.3. Вид множества реализуемости, при котором оптимальный порядок разделения зависит от нагрузки.

Порядок разделения для производительности, меньшей предельной для обратного порядка разделения, оказывается более экономным. Если же требуется производительность, большая g_{F2}^{max} , то следует выбирать прямой порядок.

ГЛАВА 4

МНОЖЕСТВО РЕАЛИЗУЕМЫХ РЕЖИМОВ СИСТЕМ НЕТЕРМИЧЕСКОГО РАЗДЕЛЕНИЯ СМЕСЕЙ

4.1 Математическая модель процесса нетермического разделения многокомпонентной смеси

Ректификация является примером процесса разделения, в котором потоком затрат является тепло. Однако, существуют нетермические способы разделения смесей, такие как мембраны и центрифуги, использующие для разделения механическую энергию.

Введем следующие обозначения:

- g_0 — поток исходной смеси;
- x_i — концентрация i -го компонента в исходной смеси;
- x_{ij} — концентрация i -го компонента в j -ом потоке ($x_{ij} = 1$ при разделении на чистые компоненты).

Обратимая оценка мощности разделения в данном случае будет иметь вид:

$$p^0 = -Rg_0T \sum_{i=1}^n x_i \ln x_i = bg_0. \quad (4.1.1)$$

В необратимом случае возникают дополнительные затраты мощности $\Delta p > 0$. Введем обозначения:

- $d_{\nu-}$ — удельное сопротивление разделению смеси по сечению $\nu - 1$;
- $d_{\nu+}$ — удельное сопротивление разделению смеси по сечению ν ;
- S_j — эффективная площадь контакта на j -ой стадии разделения;
- $\alpha_{j\nu} = S_j/d_{j\nu}$ — коэффициент массопереноса;
- $g_{j\nu}$ — потоки массопереноса;
- $\Delta\mu_{j\nu}$ — разность химических потенциалов.

4.2 Множество достижимости процесса нетермического разделения смеси

Поток массопереноса пропорционален движущей силе:

$$g_{j\nu} = \alpha_{j\nu} \frac{\Delta\mu_{j\nu}}{T}.$$

Необратимые затраты мощности на j -ой ступени будут равны

$$\Delta p_j = T \sum_{\nu} g_{j\nu} \frac{\Delta\mu_{j\nu}}{T} = T \sum_{\nu} \frac{g_{j\nu}^2}{\alpha_{j\nu}} = g_0^2 T \sum_{\nu} \frac{\left(\sum_i x_{ji\nu} \right)^2}{\alpha_{j\nu}},$$

где $x_{ji\nu}$ — концентрация i -го компонента в потоке $g_{j\nu}$. Затраты мощности при этом можно переписать в форме:

$$\Delta p_j = \frac{g_0^2 T}{S_j} \left[\left(\sum_{i=1}^{\nu} x_i \right)^2 d_{\nu+} + \left(\sum_{i=\nu+1}^n d_{(\nu+1)-} \right) \right]. \quad (4.2.1)$$

Легко видеть, что суммарные необратимые затраты мощности можно параметризовать в виде:

$$\Delta p = a g_0^2,$$

а итоговая мощность разделения равна

$$p = b g_0 - a g_0^2. \quad (4.2.2)$$

В пространстве $g_0 - p^0$ эта кривая представляет собой повернутую на девяносто градусов параболу.

Уравнение границы области реализуемости системы нетермического разделения (4.2.2) позволяет поставить задачу поиска оптимального распределения поверхностей контакта S_j , которая в общем случае имеет лишь численное решение перебором с возвратом. Для смесей из небольшого числа компонентов (2–4), может быть получено аналитическое решение.

ГЛАВА 5

МНОЖЕСТВО РЕАЛИЗУЕМЫХ РЕЖИМОВ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА

5.1 Математическая модель процесса теплообмена

Параметры теплообменных систем (тепловая нагрузка, коэффициент теплопереноса, температуры контактирующих потоков и их водяные эквиваленты) связаны друг с другом уравнениями энергетического и энтропийного балансов. В последнее из этих уравнений входит производство энтропии σ , которое при ненулевом потоке передаваемой теплоты q заведомо больше нуля, а в необратимом случае больше минимального положительного значения σ_{min}

Для любого теплообменника производство энтропии σ может быть выражено через вектор водяных эквивалентов потоков W и вектор их температур T на входе и на выходе системы. Неравенство

$$\sigma(W, T) \geq \sigma_{min}(q, \alpha)$$

является условием термодинамической реализуемости теплообменной системы. Коэффициент теплопереноса α зависит от скорости контактирующих потоков, а значит от затрат энергии на охлаждение. В ряде случаев эти затраты могут быть весьма значительны.

Для многопоточных теплообменных систем с заданным суммарным коэффициентом теплообмена $\bar{\alpha}$ и с суммарной тепловой нагрузкой \bar{q} производство энтропии так же ограничено снизу. Для них условия минимума производства энтропии требуют такого распределения поверхностей теплообмена, чтобы в каждом теплообменнике были выполнены условия термодинамической согласованности[21], причем отношение абсолютных температур холодного и горячего потоков t было одинаково для всех теплообменников, как и температуры горячих потоков на выходе из системы.

5.2 Множество достижимости процесса двухпоточного теплообмена

Пусть температуры греющих потоков на входе в систему T_{i0} и их водяные эквиваленты равны W_i . Тогда минимально возможное производство энтропии в системе

$$\bar{\sigma}_{min} = \bar{\alpha} \frac{(1 - m)^2}{m}, \quad (5.2.1)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} m = 1 - \frac{1}{\bar{\alpha}} \sum_{i=1}^k W_i (\ln T_{i0} - \ln \bar{T}), \\ \bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^k T_{i0} W_i - \bar{q}}{\sum_{i=1}^k W_i}. \end{array} \right. \quad (5.2.2)$$

Если заданы температуры нагреваемых потоков T_{i-} на входе в систему и их водяные эквиваленты W_{i-} , то нижняя граница для производства энтропии может быть найдена как

$$\bar{\sigma}_{min}^- = \bar{\alpha} \frac{(n - 1)^2}{n}, \quad (5.2.3)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} n = 1 + \frac{1}{\bar{\alpha}} \sum_{i=1}^k W_{i-} (\ln \bar{T}_- - \ln T_{i-}), \\ \bar{T}_- = \frac{\sum_{i=1}^k T_{i-} W_{i-} + \bar{q}}{\sum_{i=1}^k W_{i-}}. \end{array} \right. \quad (5.2.4)$$

Фактическое производство энтропии в системе, где давления потоков мало изменяются, может быть выражено через водяные эквиваленты и температуры потоков как

$$\sigma = \sum_{\nu=1}^M W_{\nu} \ln \frac{T_{\nu \text{ВХ}}}{T_{\nu \text{ВЫХ}}}. \quad (5.2.5)$$

Условие термодинамической реализуемости теплообменной системы примет вид

$$\sum_{\nu=1}^M W_{\nu} \ln \frac{T_{\nu \text{ВХ}}}{T_{\nu \text{ВЫХ}}} \geq \bar{\sigma}_{min}. \quad (5.2.6)$$

Здесь суммирование в левой части равенства ведется по всем потокам, как греющим так и нагреваемым, $\bar{\sigma}_{min}$ соответствует большему из значений, подсчитанных по формулам (5.2.1), (5.2.3).

Исходя из неравенства, описывающего область реализуемости системы многопоточного теплообмена (5.2.6) можно также поставить задачу оптимального распределения поверхностей контакта, значения которых входят в выражения для коэффициентов теплообмена α .

ЛИТЕРАТУРА

1. Григоревский И. [вставить пункт с диссертацией]
2. Novikov I.I., *The efficiency of atomic power stations*, J. Nuclear Energy, **II 7**, (1958) 25–128
3. Curzon F.L., Ahlburn B., *Efficiency of a Carnot engine at maximum power output*, Amer. J. Physics, **43**, (1975) 22–24
4. Rozonoer L.I., Tsirlin A.M., *Optimal control of thermodynamical systems*, Automatics and Telemechanics, **1, 2, 3**, (1983), in Russian
5. Berry R.S., Kazakov V.A., Sieniutycz S., Szwast Z., Tsirlin A.M., *Thermodynamic Optimization of Finite Time Processes*, (Wiley, Chichester 1999)
6. Tsirlin A.M., *Techniques of the average optimization and its applications*, (Moscow, Fizmatlit 1997), in Russian
7. Salamon P., Hoffman K.H., Schubert S., Berry R.S., Andresen B., *What conditions make minimum entropy production equivalent to maximum power production?*, J. Non-Equilibrium Thermodyn., **26**, (2001)
8. Andresen B., Salamon P., Berry R.S. *Thermodynamics in finite time*, Phys. Today, **62**, (1984)
9. Andresen B., Salamon P., Berry R.S., *Thermodynamics in finite time: extremals for imperfect heat engines*, J. Chem. Phys., **64 4**, (1977), 1571–1577
10. Andresen B., *Finite-time thermodynamics*, (Copenhagen, 1983)
11. Tsirlin A.M., Mironova V.A., Amelkin S.A., Kazakov V.A., *Finite-time thermodynamics: Conditions of minimal dissipation for thermodynamic process with given rate*, Physical Review, **58 1**, (1998)
12. Tsirlin A.M., Kazakov V.A., *Maximal work problem in finite-time thermodynamics*, Physical Review, **1**, (2000)

13. Tsirlin A.M., Grigorevsky I.N., *Thermodynamical estimation of the limit capacity of irreversible binary distillation*, J. Non-Equilibrium Thermodynamics, **35**, (2010), 213–233
14. Tsirlin A.M., *Mathematical models and optimal processes in macrosystems*, (Moscow, Science 2006), in Russian
15. *Плановский А.Н., Николаев П.И.* Процессы и аппараты химической и нефтехимической технологии. Учебник для вузов. М.: Химия, 1987.
16. *Гельперин Н.И.* Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: Химия, 1981.
17. *Александров И.А.* Ректификационные и абсорбционные аппараты. М.: Химия. 1978.
18. *Петлюк Ф.Б., Серафимов Л.А.* Многокомпонентная ректификация. Теория и расчет. М.:Химия, 1983.
19. *Павлов К.Ф., Романков П.Г., Носков А.А.* Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. Ленинград: Химия, 1976.
20. *Кафаров В.В., Мешалкин В.П., Перов В.Л.* Математические основы автоматизированного проектирования химических производств. М.: Химия, 1979.
21. Цирлин А.М., *Необратимые оценки предельных возможностей термодинамических и микроэкономических систем.* — М.: Наука, 2003 — 349 с.