

ИНСТИТУТ ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ
НАУК

На правах рукописи

СУКИН ИВАН АНДРЕЕВИЧ

МНОЖЕСТВА РЕАЛИЗУЕМЫХ РЕЖИМОВ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ
СИСТЕМ И задачи синтеза систем разделения и теплообмена

Специальность 05.13.01 — Системный анализ, управление и обработка
информации.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:

профессор, доктор

технических наук

А.М. ЦИРЛИН

Научный консультант:

кандидат

технических наук

А.А. Ахременков

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. Методология оптимизационной термодинамики и построение множеств достижимости систем в классе необратимых процессов	3
1.1 Термодинамика как научная дисциплина	3
1.2 Основные понятия термодинамики	4
1.2.1 Примеры термодинамических процессов	7
1.3 Оптимизационная термодинамика	8
1.3.1 Постановки задач оптимизационной термодинамики	8
1.3.2 Методология оптимизационной термодинамики	9
1.3.3 Некоторые результаты оптимизационной термодинамики	12
1.4 Общие особенности уравнений термодинамических балансов	14
1.4.1 Область реализуемости в канонической форме	16
1.4.2 Заключение	19
1.4.3 Задача об оптимальной организации теплообменных систем	20
ГЛАВА 2. Множество реализуемых режимов колонны бинарной ректи- фикации	23
2.0.4 Термическое разделение смесей и бинарная ректификация	23
2.1 Краткий обзор работ по оптимизации процесса ректификации	23
2.2 Математическая модель процесса ректификации двухкомпонент- ной смеси	25
2.3 Множество достижимости колонны бинарной ректификации	27
2.3.1 Термодинамические балансы бинарной ректификации и связь между затратами теплоты и производительностью колонны	28
2.3.2 Необратимые потери энергии	30

2.3.3	Параметризация зависимости производительности колонны от затрат теплоты с учетом необратимости	34
2.4	Кинетические коэффициенты процесса бинарной ректификации . .	36
2.4.1	Коэффициенты теплопереноса	36
2.4.2	Коэффициент массопереноса	36
ГЛАВА 3. Множество реализуемых режимов каскада из двух колонн бинарной ректификации и оптимальная последовательность разделения трехкомпонентной смеси		38
3.1	Математическая модель процесса ректификации трехкомпонентной смеси	38
3.1.1	Условия согласованности.	41
3.2	Выбор порядка разделения трехкомпонентной смеси	42
3.2.1	Условия превалирования одного из порядков разделения	46
ГЛАВА 4. Множество реализуемых режимов и выбор последовательности разделения для механических систем		48
ГЛАВА 5. Условия термодинамической реализуемости процессов теплообмена		58
5.1	Введение	58
5.2	Особенности систем охлаждения и связь показателей системы с производством энтропии	60
5.3	Условия минимальной диссипации	62
5.4	Система охлаждения платы суперкомпьютера	67
5.5	Минимизация затрат энергии на создание потоков в теплообменных системах с учетом термодинамической реализуемости	69
5.6	Условия термодинамической реализуемости теплообмена	71
5.6.1	Предельные возможности двухпоточного теплообменника	71
5.6.2	Условие минимума затрат энергии на организацию теплообмена.	77

5.7	Задача синтеза системы охлаждения суперкомпьютеров	78
5.7.1	Эффективность перехода на "влажное"охлаждение	83
5.8	Выводы	85

ВВЕДЕНИЕ

Диссертация посвящена разработке методов построения множеств реализуемых режимов для термодинамических систем, состоящих из одного или нескольких взаимосвязанных аппаратов. С использованием этих методов построены конкретные алгоритмы проектирования некоторых технологических процессов, таких как ректификация двух- и многокомпонентных смесей, системы теплообмена.

Решение задачи построения множества реализуемых режимов термодинамических систем стало возможным с появлением оптимизационной термодинамики, или, как ее часто называют за рубежом, термодинамики при конечном времени. Она рассматривает оптимальные в том или ином смысле необратимые термодинамические процессы. В классической термодинамике, имеющей дело только с обратимыми процессами, границы области реализуемости в плоскости затраты – выпуск представляют собой прямые $g = \eta q$, где g — производительность, q — затраты, η — обратимый коэффициент полезного действия системы.

При учете ограничений на кинетику процессов, интенсивность потоков тепло- и массопереноса область допустимых режимов оказывается нелинейной, а в ряде случаев ограниченной сверху. Знание этой области позволяет не только обоснованно выбрать режим процесса, но, что особенно существенно, учесть ограничение на возможности каждого аппарата при расчете системы аппаратов, связанных общими потоками.

В работе рассмотрена общая методология проектирования термодинамических систем с учетом областей реализуемости каждого из составляющих их процессов. Подробнее рассмотрены каскады колонн бинарной ректификации для разделения многокомпонентных смесей и системы теплообмена.

Реализована программная поддержка решения задач проектирования таких систем.

ГЛАВА 1

МЕТОДОЛОГИЯ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ И ПОСТРОЕНИЕ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ СИСТЕМ В КЛАССЕ НЕОБРАТИМЫХ ПРОЦЕССОВ

1.1 Термодинамика как научная дисциплина

Термодинамика как наука занимает особое положение среди остальных областей знания, что обуславливает ее методы и получаемые результаты. Она является универсальной феноменологической дисциплиной, имеющей дело с явлением, процессом в целом, без углубления в его внутренние механизмы. Это обстоятельство позволяет решать с помощью методов термодинамики широкий класс задач, относящихся к организации различных физических процессов.

Все процессы в термодинамике рассматривают как процессы преобразования энергии. В таком виде могут быть представлены явления самой разной природы: физические процессы, такие как теплоперенос и массоперенос, процессы, происходящие при протекании химических реакций и др. Универсальность термодинамики позволяет использовать единый аппарат для описания всех систем преобразования энергии. При этом внутренние свойства таких процессов описываются законами конкретной науки, полученными в ходе аналитического или эмпирического исследования.

Основным объектом изучения в термодинамике является макросистема — система, состоящая из большого числа индивидуально неуправляемых элементов. При этом система в пространстве ее усредненных макропеременных остается управляемой. Такая специфика макросистем обуславливает широкое применение методов усредненной оптимизации для решения задач проектирования.

1.2 Основные понятия термодинамики

Координата и потенциал. Двумя важнейшими понятиями в термодинамике являются координата и потенциал. Координатой называют величину, изменение которой свидетельствует о том, что в рассматриваемой системе происходит изучаемое взаимодействие (теплообмен, массообмен, совершение механической работы, деформация, химическая реакция). К примеру, координатой деформационного взаимодействия является объем, координатой химического взаимодействия — степень полноты реакции.

Потенциал — это величина, различие в значениях которой является причиной взаимодействия. Для деформации это давление, для химического взаимодействия — химические потенциалы реагентов, для теплопереноса — температура.

Экстенсивные и интенсивные переменные. Переменные, характеризующие термодинамические системы, можно разделить на два класса: интенсивные и экстенсивные. Первые (температура, давление...) не изменяются при объединении двух идентичных подсистем, а вторые (объем, число молей, внутренняя энергия, энтропия...) увеличиваются в два раза.

Равновесие. О термодинамической системе или ее подсистеме говорят, что она находится в состоянии равновесия, если величины потенциалов каждого рода по ее объему равны. Если каким-либо образом изменить потенциал системы в некоторой точке (внести в нее вещество, энергию, изменить давление), в ней начнет протекать процесс, сопровождающийся выравниванием значений потенциалов. Это процесс, который требует определенного времени, называют релаксацией. Отметим, что термодинамические переменные и связи между ними (уравнения состояния) имеют смысл лишь для равновесных систем.

Если различие потенциалов в подсистеме мало, внешние условия изменяются медленно, а скорость их изменения значительно меньше скорости

процесса релаксации подсистемы, то в каждый момент времени ее состояние будет мало отличаться от равновесного. Такие процессы называют квазиравновесными, время их протекания бесконечно велико. Чаще всего можно считать, что равновесные процессы обратимы, то есть подсистему можно вернуть из конечного состояния в начальное так, что переменные, характеризующие ее состояние будут принимать тот же ряд значений, что и при прямом процессе, но в обратном порядке, а обмен веществом или энергией с другими подсистемами имеет ту же величину, что и в прямом процессе, но обратный знак. Некоторые реальные процессы (теплообмен, массообмен, обратимые реакции) можно проводить бесконечно близко к обратимым, в то время как другие (смешение жидкостей или газов) — нельзя, поскольку для проведения их в обратном порядке придется затратить дополнительную работу. Равновесные процессы рассматриваются в классической термодинамике.

В реальности все процессы протекают с некоторой конечной, а не бесконечно малой скоростью. Состояние подсистем при это значительно отличается от равновесного, а сами процессы являются необратимыми. При рассмотрении таких процессов обычно принято исходить из предположения, что каждую подсистему можно разбить на бесконечно малые области, в рамках которых состояние системы равновесно, а взаимодействие внутри подсистемы в целом рассматривается как взаимодействие этих бесконечно малых областей. Это предположение называется гипотезой локального равновесия. Рассмотрением неравновесных процессов занимается неравновесная термодинамика.

Методы оптимизационной термодинамики или термодинамики при конечном времени расположены на границе между равновесной и неравновесной термодинамикой. Они рассматривают систему как неравновесную совокупность равновесных подсистем. Это позволяет избежать чрезмерного усложнения математического аппарата, необходимого для описания системы, но в то же время учесть необратимость процессов, возникающих за счет различия переменных каждой из равновесных подсистем.

Открытые системы. Открытой системой в термодинамике называется система, которая обменивается с окружением и материальными и энергетическими потоками.

Состоянию равновесия в такой системе соответствует неизменность во времени интенсивных переменных (однако от подсистемы к подсистеме их значения могут меняться). Для функционирования открытой системы в стационарном режиме она должна содержать не менее двух резервуаров — систем, интенсивные переменные которых можно считать постоянными, несмотря на обмен потоками вещества и энергии с окружением. Примером резервуара является „мировой океан“.

Замкнутые и изолированные системы. Если термодинамическая система не может обмениваться с окружением материальными потоками, ее называют замкнутой, а если она не обменивается и энергией, то изолированной. Равновесие в изолированной системе при наличии контакта между ее подсистемами соответствует равенству значений интенсивных переменных отдельных подсистем.

Уравнения состояния. В состоянии равновесия система характеризуется только частью переменных, которые называются независимыми. Остальные переменные находятся через независимые из уравнений состояния. Эти уравнения получают как обработкой эмпирических экспериментальных наблюдений над системой, так и на основе моделирования свойств составляющих систему элементов.

Термодинамические балансы. Термодинамические балансы устанавливают связь между потоками по каждому из веществ, а также энергетическими потоками. Первый тип уравнений называют материальным балансом, а второй — энергетическим. Балансовые уравнения соответствуют законам сохранения материи и энергии. Третье балансовое соотношение — энтропийный баланс. Он выражает тот факт, что энтропия, выходящая из системы, в стационарном случае, равна энтропии, поступающей в систему с потоками сырья

и энергии, плюс энтропии, возникающей в системе, если внутри нее происходят необратимые процессы. Последнее слагаемое всегда неотрицательно. Термодинамические балансы выделяют в пространстве потоков область, называемую областью реализуемости или достижимости (также область реализуемых или достижимых режимов). Если мы можем сказать о возникающей энтропии σ (производстве энтропии или диссипации), только то, что оно неотрицательно, то граница области реализуемости соответствует обратимым процессам. Если же возможно найти некоторую минимально-возможную при тех или иных условиях диссипацию, то границу можно уточнить, как это показано ниже.

1.2.1 Примеры термодинамических процессов Непосредственный тепловой контакт двух тел. Рассмотрим теплового контакта двух тел, изолированных от внешней среды с различными начальными температурами T_1 и T_2 . Через достаточно большое время их температуры выравниваются до некоторого среднего значения. Чтобы вернуть систему в начальное состояние, необходимо охладить одно тело и нагреть второе. При этом должна извне быть затрачена некоторая работа A , что приведет к изменению состояния окружения. Это свидетельствует о том, что процесс непосредственного теплового контакта необратим.

Тепловой контакт двух тел через идеальную тепловую машину. Пусть в вышеприведенной системе тела контактируют через идеальную тепловую машину. В ней нет потерь на трение, и она получает тепло от горячего тела при температуре газа в цилиндре сколь угодно близкой к температуре нагревателя, а отдает тепло при температуре газа сколь угодно близкой к температуре холодильника. Продолжительность процесса при этом неограничена, а машина будет извлекать работу до тех пор, пока температуры тел не выравняются. Общая температура системы окажется ниже, чем при непосредственном контакте, а полученной работы хватит для того, чтобы вернуть

систему в исходное состояние за неограниченное время. Процесс контакта через посредника — идеальную тепловую машину обратим.

1.3 Оптимизационная термодинамика

1.3.1 Постановки задач оптимизационной термодинамики

Каждая неизолированная термодинамическая система обменивается с окружением энергетическими и материальными потоками. Механизм функционирования системы (кинетика тепло и массообмена, химических реакций и пр.) устанавливает связь между входящими и выходящими потоками. Из выходящих потоков можно выделить или сформировать целевой поток. Его интенсивность представляет собой производительность системы. Входящие потоки формируют поток затрат. Для тепловой машины целевой поток — мощность. Поток затрат — теплота, отбираемая от горячего источника.

Задача 1. О максимально возможной производительности. Задача о такой форме цикла тепловой машины, получающей теплоту от источника бесконечной емкости с температурой T_+ и отдающей теплоту источнику с температурой T_- , при которой мощность машины была бы максимальной.

Мощность тепловой машины оказывается ограниченной сверху. В связи с этим возникает вопрос о том, для каких систем интенсивность целевого потока ограничена сверху, а для каких, увеличивая поток затрат, можно сделать производительность сколь угодно большой.

Задача 2. Задача о максимальном значении целевого потока системы из двух или более резервуаров и рабочего тела, контактирующего в стационарном режиме или поочередно с каждым из резервуаров и вырабатывающего целевой поток. Также ставится вопрос о нахождении КПД такой системы.

Задача 3. Аналогична задаче 2, но вместо резервуаров (источников бесконечной емкости) используются источники конечной емкости. Это задача о получении максимальной работы в замкнутой термодинамической системе за

фиксированное время.

Задача 4. Задача о минимуме прироста энтропии и соответствующей организации термодинамических процессов при заданной средней интенсивности потоков (процессы минимальной диссипации).

Задача 5. Задача о построении области реализуемости процесса в пространстве, по осям которого отложены интенсивности потоков. Решение этой задачи показывает, какими могут быть требования к системе и как эти требования связаны с ограничениями на кинетические коэффициенты и продолжительность процесса.

В данной работе получены решения задач 4 и 5 для процессов теплообмена и разделения смесей.

1.3.2 Методология оптимизационной термодинамики Первым шагом в решении задач, приведенных выше и им подобных, является составление балансовых соотношений по веществу, энергии и энтропии, с включением в последний из балансов величины производства энтропии σ . В любой реальной системе при наложенных на нее естественных ограничениях на размеры поверхностей и интенсивность потоков $\sigma \geq \sigma_{min}$, что сужает множество реализуемости.

На втором шаге из балансовых уравнений получают зависимость между каким-либо показателем эффективности системы (например, целевым потоком) и диссипацией σ .

Третьим шагом является решение задачи о такой организации процессов, для которой диссипация минимальна при заданных ограничениях. В сложной системе диссипация аддитивно зависит от диссипации в каждой подсистеме. Оптимальная организация процессов в сложной системе сводится к согласованию друг с другом отдельных процессов минимальной диссипации.

При составлении термодинамических балансов входящие потоки считают положительными, а выходящие отрицательными. Различают диффузионные

и конвективные потоки. Конвективные потоки создаются с использованием затрат энергии (вентиляторами, насосами и пр.). Диффузионный поток, в отличие от конвективного, зависит от различия между интенсивными переменными системы в точке, куда он входит или откуда выходит и интенсивными переменными окружения. Диффузионные потоки в дальнейшем выделяются индексом d .

Будем использовать следующие обозначения: j — индекс потока, c_j , v_j — внутренняя энергия и объем одного моля соответствующего потока, P_j — давление, $h_j = c_j + P_j v_j$ — мольная энтальпия, h_{dj} — мольная энтальпия диффузионного потока, q_j — j -й поток тепла, N_α — мощность, производимая системой. Общий вид балансовых соотношений будет в этом случае следующим:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_j g_j h_j + \sum_j q_{dj} + \sum_j q_j - N_\alpha, \quad (1.3.1)$$

$$\frac{dN_i}{dt} = \sum_j g_j x_{ij} + \sum_j g_{dj} x_{dj} + \sum_\nu \alpha_{i\nu} W_\nu, \quad i = 1, \dots, n. \quad (1.3.2)$$

$$\frac{dS}{dt} = \sum_j g_j s_j + \sum_j \frac{q_{dj} - \sum_i g_{dj} \mu_{di}}{T_{dj}} + \sum_{i\nu} \frac{\mu_{i\nu} n_{i\nu}}{T_\nu} + \sum_j \frac{q_j}{T_j} + \sigma. \quad (1.3.3)$$

Здесь $n_{i\nu} = -\alpha_{i\nu} W_\nu$ — интенсивность образования i -го вещества в ν -й реакции, T_ν — температура ν -й реакции. При отсутствии диффузионных потоков можно записать:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_j g_j h_j + \sum_j q_j - N_\alpha, \quad (1.3.4)$$

$$\frac{dN_i}{dt} = \sum_j g_j x_{ij} + \sum_\nu \alpha_{i\nu} W_\nu, \quad (1.3.5)$$

$$\frac{dS}{dt} = \sum_j g_j s_j + \sum_j \frac{q_j}{T_j} + \sum_{i\nu} \frac{\mu_{i\nu} n_{i\nu}}{T_\nu} + \sigma. \quad (1.3.6)$$

В число тепловых потоков включены также потоки тепла, выделяющиеся или поглощаемые при химических реакциях. Эти потоки зависят от скорости реакций.

В стационарном режиме, когда $dE/dt = dN_i/dt = dS/dt = 0$, записанные выше уравнения из дифференциальных превращаются в конечные соотношения. Для циклического процесса балансы можно записать в среднем за время работы установки. В начале и в конце цикла состояние системы одинаково, поэтому общее изменение энергии, вещества и энтропии за цикл равно нулю.

Для систем, состоящих из нескольких равновесных подсистем, балансовые соотношения имеют вид:

$$\dot{E}_0 = \sum_i \dot{E}_i,$$

$$\dot{N}_0 = \sum_i \dot{N}_i,$$

$$\dot{S}_0 = \sum_i \dot{S}_i,$$

где i — номер подсистемы, а индекс 0 относится к системе в целом. Элементарные значения \dot{E}_i , \dot{N}_i , \dot{S}_i определяются соотношениями (1.3.1)–(1.3.3).

Тепловая машина. Проиллюстрируем получение термодинамических балансов на примере тепловой машины. Для тепловой машины в стационарном режиме вышеприведенные уравнения термодинамических балансов имеют вид:

$$q^+ - q^- - P = 0,$$

$$\frac{q^+}{T^+} - \frac{q^-}{T^-} + \sigma = 0,$$

где P — генерируемая мощность, q^+ — поток теплоты, отдаваемый нагревателем, q^- — поток теплоты, принимаемый холодильником. В качестве основного показателя эффективности тепловой машины берется ее КПД:

$$\eta = \frac{P}{q^+} = \frac{1 - T^-/T^+}{1 + T^- \sigma / P}. \quad (1.3.7)$$

Как видно из соотношения (1.3.7) с ростом σ эффективность системы монотонно падает. Случай $\sigma = 0$ соответствует обратимому процессу.

1.3.3 Некоторые результаты оптимизационной термодинамики
Процессы минимальной диссипации. В обобщенной формулировке задачи о минимальной диссипации рассматривают контакт двух тел, характеризующихся своими экстенсивными переменными Y и интенсивными u . Различие интенсивных переменных в системе приводит к появлению потока обмена J . Прирост энтропии за время L равен интегралу от произведения потока J на движущую силу X , которая, как и поток, зависит от интенсивных переменных. J и X при этом всегда имеют одинаковый знак. Величина диссипации будет равна средней скорости прироста энтропии. Интенсивные переменные сами зависят от экстенсивных в силу уравнения состояния. Будем предполагать, что интенсивную переменную второй системы u_2 можно оптимальным образом изменять, а u_1 меняется под влиянием потока обмена, при этом среднее значение потока задано. Задачу тогда можно записать в виде:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{L} \int_0^L J(u_1, u_2) X(u_1, u_2) dl \rightarrow \min_{u_2 \in V} \quad (1.3.8)$$

при условиях

$$\frac{du_1}{dl} = \varphi(u_1, u_2), \quad u_1(0) = u_{10}, \quad (1.3.9)$$

$$\frac{1}{L} \int_0^L J(u_1, u_2) dl = \bar{J}. \quad (1.3.10)$$

L при этом может быть как фиксированным, так и подлежащим оптимальному выбору.

В рамках оптимизационной термодинамики получены условия оптимальности этой задачи для скалярного потока, а так же для векторных потоков, характеризующихся кинетикой Онсагера[11][12].

Область реализуемости технологической системы Будем обозначать целевой поток (производительность) каждого аппарата системы через g_i , а поток затрат через q_i . Ограничения, наложенные на размеры аппаратов (поверхности тепло и массопереноса), через уравнения кинетики и термодинамические балансы при каждом фиксированном значении q_i ограничивают g_i . Естественнo предположить, что для технологической схемы целевой поток g_0 монотонно зависит от g_i , $i = 1, 2, \dots$, а поток затрат q_0 от затрат для каждого из процессов q_i . Задача о построении области реализуемости технологической системы в плоскости затраты—выпуск сводится к тому, чтобы при каждом значении $q_0(q_1, q_2, \dots)$ найти максимально – возможное значение целевого потока $g_0(g_1, g_2, \dots)$. При этом множества реализуемости каждого из процессов формируют ограничения вида $g_i \leq g_{imax}(q_i)$. Формально

$$g_0(g_1, g_2, \dots) \rightarrow \max, \quad (1.3.11)$$

$$\text{при условиях } q_0(q_1, q_2, \dots) = C, \quad g_i \leq g_{imax}(q_i), \quad i = 1, 2, \dots$$

Таким образом мы имеем семейство задач нелинейного программирования для разных значений C .

Во многих случаях важно до решения этой непростой задачи выяснить качественный характер области реализуемости, а именно ограничено ли сверху значение целевого потока или оно монотонно растет с ростом q_0 . Для ответа на этот вопрос полезно следующее утверждение:

Если производительность i – го процесса монотонно зависит от потока вырабатываемой механической, электрической мощности, или мощности разделения, а поток затрат монотонно зависит от потока теплоты, то область реализуемых режимов в плоскости производительность—затраты

ограничена сверху. Если же производительность определяется потоком теплоты, а затраты — механической или электрической мощностью, то производительность монотонно возрастает с ростом затрат.

Чтобы доказать это утверждение остановимся подробнее на особенностях уравнений термодинамических балансов.

1.4 Общие особенности уравнений термодинамических балансов

Эти уравнения для открытой стационарной системы имеют вид (см. (1.3.4)–(1.3.6))

$$\begin{aligned} \sum_j g_j h_j + \sum_i q_i - p &= 0, \\ \sum_j g_j x_{kj} + \sum_\nu \alpha_{k\nu} W_\nu &= 0 \quad k = 1, \dots, n, \\ \sum_j g_j s_j + \sum_i \frac{q_i}{T_i} - \sigma &= 0. \end{aligned} \tag{1.4.1}$$

Коэффициенты в уравнениях (1.4.1) зависят от внешних факторов и от параметров самой системы: коэффициентов тепло- и массопереноса, интенсивных переменных (температуры, давления, концентрации и др.).

В уравнениях (1.4.1), характеризующих открытую термодинамическую систему, первые $(n+1)$ -но уравнения (энергетический и материальный балансы) линейны относительно потоков энергии и вещества, поступающих и покидающих систему. В последнее уравнение входит производство энтропии в системе σ , которое зависит от структуры системы, степени ее неоднородности по интенсивным переменным отдельных подсистем и нелинейно зависит от интенсивности потоков. Именно степень неоднородности определяет внутри-системные потоки обмена.

Производство энтропии при обмене энергией и веществом между ν -ой и μ -ой подсистемами равно скалярному произведению вектора потоков (обозначим его $g_{\nu\mu}$, включив в него и поток энергии) на вектор движущих сил

$\delta_{\mu\nu}(y_\nu, y_\mu)$, являющийся причиной возникновения этого потока [?]. Так, для обмена теплотой поток пропорционален разности температур (ньютоновский теплообмен)

$$g_{\nu\mu} = \alpha_{\nu\mu}(T_\nu - T_\mu) \quad (1.4.2)$$

или для закона теплообмена Фурье поток пропорционален разности обратных значений температур

$$g_{\nu\mu} = \bar{\alpha}_{\nu\mu} \left(\frac{1}{T_\mu} - \frac{1}{T_\nu} \right) = \frac{\bar{\alpha}_{\nu\mu}(T_\nu - T_\mu)}{T_\nu T_\mu}. \quad (1.4.3)$$

Причиной возникновения потока теплоты является различие температур подсистем. Причем поток всегда направлен от тела с большей температурой к телу с меньшей.

Движущая сила при теплообмене представляет собой разность обратных степеней температур [?]

$$f_{\nu\mu} = \left(\frac{1}{T_\mu} - \frac{1}{T_\nu} \right). \quad (1.4.4)$$

Для случая (1.4.3)

$$\sigma = g_{\nu\mu} f_{\nu\mu} = \bar{\alpha}_{\nu\mu} \left(\frac{1}{T_\mu} - \frac{1}{T_\nu} \right)^2 = \frac{g_{\nu\mu}^2}{\bar{\alpha}_{\nu\mu}}. \quad (1.4.5)$$

Аналогичное выражение получим для ньютоновского теплообмена, с той разницей, что $\bar{\alpha}_{\nu\mu} = \frac{\alpha_{\nu\mu}}{T_\nu T_\mu}$ окажется функцией температур.

Та же ситуация имеет место для потоков массопереноса, где движущая сила определена разностью химических потенциалов подсистем.

Следует помнить, что знак потока совпадает со знаком движущей силы, поэтому σ всегда неотрицательно и равно нулю только при нулевом потоке обмена.

Во многих случаях поток пропорционален движущей силе. Например, в изотермических условиях поток вещества пропорционален разности химических потенциалов, а движущей силой является эта разность. Для векторного потока кинетику, при которой вектор потоков пропорционален вектору движущих сил, а матрица коэффициентов удовлетворяет условиям взаимности

(коэффициенты, расположенные симметрично относительно главной диагонали одинаковы), называют кинетикой Онсагера. Для этого случая σ представляет собой положительно определенную квадратичную форму, зависящую от потоков внутрисистемного обмена, которые через уравнения энергетического и материального баланса линейно связаны с внешними потоками.

Если разница интенсивных переменных подсистем мала, то зависимость потоков от движущей силы может быть линеаризована, поэтому во всех случаях $\sigma(g)$ равна нулю для $g = 0$ вместе со своим градиентом.

В силу сказанного естественной аппроксимацией производства энтропии является квадратичная зависимость от потоков вещества и энергии.

$$\sigma_{\mu,\nu} = g_{\nu\mu} \delta_{\mu\nu}(y_\nu, y_\mu) = \frac{g_{\nu\mu}^2}{\alpha_{\mu\nu}}.$$

Если интенсивность потоков стремится к нулю или коэффициенты переноса сколь угодно велики, то $\sigma_{min} = 0$ и граница области реализуемости соответствует обратимым процессам. При отсутствии химических реакций эта граница линейна. В том случае, когда интенсивность одного или нескольких потоков задана (это приводит к ненулевым потокам между подсистемами), $\sigma_{min} \geq 0$, область реализуемости сужается. При этом может измениться и ее качественный характер, так как функция σ_{min} нелинейно зависит от интенсивности потоков.

Ниже с учетом особенностей системы (1.4.1) рассмотрим общие свойства области реализуемости и ее границы.

1.4.1 Область реализуемости в канонической форме Будем предполагать, что термодинамическая система, имеет ненулевую производительность (интенсивность целевого потока) и ограниченные размеры, а значит ограниченные коэффициенты переноса. Говорить об общих особенностях можно потому, что множество реализуемости в пространстве потоков вещества и энергии определяется уравнением энтропийного баланса, в которое с

постоянными коэффициентами входят потоки энтропии на входе и выходе системы, линейно зависящие от потоков вещества и энергии, и минимально возможное производство энтропии в системе $\sigma_{min}(g, q)$, которое является положительно-определенной выпуклой вниз функцией потоков вещества и энергии, зависит от коэффициентов переноса и стремится к нулю при интенсивности потоков, стремящейся к нулю.

Пусть число компонентов во входных и выходных потоках равно n . Тогда общее число уравнений (1.4.1) равно $n + 2$, так как к уравнениям материального баланса добавлены балансы по энергии и энтропии. Число переменных (потоков вещества и энергии на входе и на выходе системы) гораздо больше, так как каждое вещество может входить в несколько потоков.

Для исследования общих особенностей области реализуемости, обозначим как материальные, так и энергетические потоки через g_i . Выделим „целевой поток“, характеризующий возможности системы (мощность тепловой машины, хладопроизводительность обратного цикла, расход разделяемой смеси, ...) и обозначим его через g_1 . Поток затрат обозначим через g_2 . Им может быть один из потоков, входящих в балансовые соотношения, или линейная комбинация g_i . Минимальное производство энтропии будем аппроксимировать квадратичной функцией потоков вида $\sigma_{min} = \sum d_{ij} g_i g_j + d_0$.

Перепишем уравнения (1.4.1) в общей, канонической, форме

$$\sum_i a_{ij} g_i = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n + 1, \quad (1.4.6)$$

$$\sum_i b_i g_i - \sigma_{min}(g) \geq 0. \quad (1.4.7)$$

Границе области реализуемости соответствует замена в последнем соотношении знака неравенства на равенство. Из системы линейных уравнений материального и энергетического баланса для невырожденного случая исключим $(n + 1)$ -но переменное (будем исключать потоки с большими значениями индексов), если число переменных окажется большим, то зафиксируем

значения всех переменных кроме g_1 и g_2 , и подставим в условие энтропийного баланса. Оно для точек границы области реализуемости примет форму

$$-c_1 g_1 + c_2 g_2 - \sigma_{min}(g_1, g_2) = 0. \quad (1.4.8)$$

Здесь за положительное направление принято направление потока, поступающего в систему. Целевой поток g_1 покидает систему, а поток g_2 в нее входит, так что $c_i > 0, i = 1, 2$ и область реализуемости расположена в первом квадранте плоскости g_1, g_2 .

Производство энтропии имеет вид квадратичной формы

$$\sigma = d_{11} g_1^2 + d_{22} g_2^2 + d_{12} g_1 g_2 + d_0. \quad (1.4.9)$$

Здесь d_0 - производство энтропии за счет потоков, величина которых фиксирована. Если число неизвестных в системе меньше или равно n , то d_0 равно нулю. Вид границы области реализуемости существенно зависит от природы целевого потока и потока затрат рассматриваемого процесса.

Рассмотрим два частных случая:

- а) Целевым потоком является механическая работа или работа разделения, а потоком затрат теплота. Примерами таких систем являются тепловая машина, колонна ректификации, и пр.
- б) Целевым потоком является поток теплоты или массы, а затрачивается в системе некоторая мощность. Примерами такой системы являются холодильный цикл или цикл теплового насоса с приводом от компрессора.

Так как интенсивность некоторых потоков может быть фиксирована, то в общем случае $d_0 > 0$.

Рассмотрим подробнее каждый из приведенных случаев.

Целевым потоком является механическая работа или работа разделения. В этом случае изменение интенсивности потока g_1 не влияет на

производство энтропии, поэтому в (1.4.9) $d_{11} = d_{12} = 0$. Баланс по энтропии (1.4.8) перепишется в форме

$$-c_1 g_1 + c_2 g_2 - d_0 - d_{22} g_2^2 = 0 \quad (1.4.10)$$

или

$$g_1 = \frac{1}{c_1} (c_2 g_2 - d_0 - d_{22} g_2^2), \quad (1.4.11)$$

причем все коэффициенты в (1.4.11) неотрицательны. Характер зависимости $g_1(g_2)$, соответствующий равенству (1.4.11), показан на рис. 1.1.

Рис. 1.1: Характер зависимости $g_1(g_2)$ в случае, когда целевым потоком является механическая работа или работа разделения.

ВАНЯ, НА РИСУНКАХ НАДО ВМЕСТО z ОТЛОЖИТЬ ПО ОСЯМ g .

Целевым потоком является поток теплоты или массы. Затрачивается в системе механическая или электрическая мощность. В этом случае в выражении (1.4.9) $d_{22} = d_{12} = 0$, так как изменение потока затрат не влияет на σ . Балансовое соотношение (1.4.8) примет форму

$$-c_1 g_1 + c_2 g_2 - d_{11} g_1^2 - d_0 = 0 \quad (1.4.12)$$

или

$$g_2 = \frac{1}{c_2} (d_{11} g_1^2 + c_1 g_1 + d_0). \quad (1.4.13)$$

Характер зависимости $g_1(g_2)$, соответствующий этому выражению, показан на рис. 1.2.

1.4.2 Заключение Области реализуемости для всего разнообразия необратимых термодинамических систем, преобразующих один вид энергии в другой, могут быть представлены в двух стандартных формах обобщенной

Рис. 1.2: Характер зависимости $g_1(g_2)$ в случае, когда целевым потоком является поток теплоты или массы, а затрачивается в системе некоторая мощность.

параболической функции и параметризованы. Конкретные типы такой параметризации определяются тем, что механическая или электрическая мощность не влияют на производство энтропии. Если эта мощность является целевым потоком, то энтропийный баланс порождает границу области реализуемости первого, а если потоком затрат, то – второго типа, что и доказывает приведенное выше утверждение.

Параметризация границы дает возможность восстановления области реализуемости по ограниченному числу данных о процессе, полученных на основании термодинамических закономерностей и экспериментальных исследований, как это будет использовано в дальнейшем.

В системах теплообмена потоком затрат можно считать затраты на создание поверхности контакта, а производительностью — тепловую нагрузку. Как показано ниже, эти системы также можно отнести ко второму типу.

1.4.3 Задача об оптимальной организации теплообменных систем В рамках обратимой термодинамики задачи оптимизации теплообменных систем трудно было сформулировать, так как целью систем является передача теплового потока с заданной или возможно большей интенсивностью, а она сопряжена с необратимостью. Оптимизационная термодинамика рассматривает задачу о передаче заданного теплового потока (тепловой нагрузки) при ограниченном коэффициенте теплообмена, характеризующемся поверхностью контакта, с минимальной диссипацией.

Минимуму диссипации соответствует минимум потерь эксергии или, как показано ниже, при фиксированных параметрах потоков минимум поверхности контакта. Получена оценка снизу для диссипации и показано, что эту оценку можно достичь для теплообменника с двумя потоками (см []).

Оценке снизу производства энтропии в многопоточной системе соответствуют следующие условия:

В многопоточных системах теплообмена с заданными температурами, водяными эквивалентами горячих потоков, суммарным коэффициентом теплообмена и тепловой нагрузкой для линейного закона теплообмена минимуму производства энтропии соответствует такая организация, при которой в каждой точке контакта отношение m абсолютных температур греющего и нагреваемого потоков одинаково, как и температура \bar{T} холодных потоков на выходе системы.

При этом справедливо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{T} = \frac{\sum_i T_{i0} W_i - \bar{q}}{\sum_i W_i}, \\ q^*(T_{i0}) = W_i(T_{i0} - \bar{T}), \\ \alpha^*(T_{i0}) = \frac{\bar{\alpha} W_i (\ln T_{i0} - \ln \bar{T})}{\sum_i W_i (\ln T_{i0} - \ln \bar{T})}, m = 1 - \frac{1}{\bar{\alpha}} \sum_i W_i (\ln T_{i0} - \ln \bar{T}), \\ \bar{\sigma}^* = \alpha^* \frac{(1 - m)^2}{m}, \\ \alpha^*(T_{i0}) = q^*(T_{i0}) = W_i = 0, \quad T_{i0} \leq \bar{T}, \end{array} \right.$$

где T_{i0} , W_i — температура и водяной эквивалент i -го горячего потока, q — тепловой поток, σ — производство энтропии, $\bar{\alpha}$ — суммарный коэффициент теплообмена для системы. Последнее равенство говорит о том, что горячие потоки, температура которых не превышает \bar{T} , должны быть исключены из системы.

Достижимость полученной оценки для систем с несколькими горячими и

холодными потоками возможна не для всех структур теплообменных систем. Для тех систем, для которых эти соотношения нельзя реализовать, оценка минимальной диссипации может служить показателем того, насколько реальная система термодинамически совершенна.

ГЛАВА 2

МНОЖЕСТВО РЕАЛИЗУЕМЫХ РЕЖИМОВ КОЛОННЫ БИНАРНОЙ РЕКТИФИКАЦИИ

2.0.4 Термическое разделение смесей и бинарная ректификация Процессы разделения смесей — важный класс процессов, рассматриваемых в термодинамике. Существует два основных вида разделения: механическое и термическое. К первому виду относится разделение при помощи центрифуг и мембран, когда поток затрат является потоком механической энергии, а ко второму — перегонка и ректификация, в которых потоком затрат является поток теплоты. В работе [1] показано, что граница области реализуемости систем термического разделения с учетом необратимости теплопереноса имеет форму выпуклой вверх и ограниченной параболы (граница первого типа).

2.1 Краткий обзор работ по оптимизации процесса ректификации

Задачам оптимальной организации процесса ректификации посвящено огромное число исследований (см. [15], [16], [17], [18], [19], [20] и др.). При этом (см. [16], стр.540) методы расчета «базируются на диаграммах фазового равновесия и материальном балансе процесса ректификации, но совершенно игнорируют его кинетику и гидродинамическую обстановку в аппаратах. Для восполнения этого пробела введены коэффициенты полезного действия, которые не поддаются точному теоретическому определению, а могут быть приближенно вычислены по эмпирическим формулам или заимствованы из практики».

Очень важным при расчете колонны, как это показано далее, является учет необратимости процесса теплообмена при подаче теплоты в куб и отборе ее в дефлегматоре.

Для выбора последовательности разделения многокомпонентных смесей используют без какого бы то ни было обоснования эвристические правила (см.[20] стр. 289), например: «В первую очередь надо отделять самый легколетучий компонент» или «В первую очередь надо отделять компонент с наибольшей концентрацией».

Затраты энергии на разделения зависят от температур кипения компонентов, составов потоков на входе и на выходе процесса. Эти составы определяют обратимую изотермическую работу разделения, которая не зависит от того, в каком порядке разделяют смесь. Таким образом при учете только обратимых факторов порядок разделения определен температурами кипения компонентов. Учет необратимости позволяет оценить влияние порядка разделения как на затраты теплоты при теплообмене, так и на потери теплоты в процессе массопереноса и выбрать последовательность разделения, соответствующий минимуму суммарных затрат теплоты в каскаде колонн.

В [5], [13] учет необратимости процесса сделан через кинетику тепло- и массообмена, что позволяет проследить влияние кинетических факторов на предельные возможности колонны (производительность, расход теплоты), найти оценку неизбежных необратимых затрат энергии и организовать процесс разделения так, чтобы эти затраты были возможно меньше. Однако в этих работах необратимость массопереноса учитывалась в алгоритмической форме, что не позволяло в явном виде представить зависимость предельной производительности от расхода теплоты и кинетических факторов. Ниже такая зависимость получена и показано, что на ее базе может быть предложен алгоритм для выбора последовательности разделения трехкомпонентных смесей.

В АНУ, ЗДЕСЬ НАДО ДАТЬ подробнее ОБЗОР ПО ПРОЦЕССАМ РЕКТИФИКАЦИИ (МОГУ ПРИНЕСТИ КНИГУ ГЕЛЬПЕРИНА). РАССКАЗАТЬ ОБ ИХ ВАЖНОСТИ И БЕЗ ФОРМУЛ О ПРИНЦИПЕ ДЕЙСТВИЯ КОЛОННЫ. о ЗАКОНАХ ЭКВИМОЛЯРНОГО ОБМЕНА...ГЛАВНОЕ -

ПОБОЛЬШЕ ССЫЛОК С ОЧЕНЬ КОРОТКОЙ ЗАПИСЬЮ О ТОМ, ЧТО ТАМ РАССМОТРЕНО. В ТОМ ЧИСЛЕ ПОИЩИТЕ В ИНТЕРНЕТЕ АЛЕКСАНДРА БАЛУНОВА И В.П. МАЙКОВА.

2.2 Математическая модель процесса ректификации двухкомпонентной смеси

Свойства смеси. В этой и последующих главах будет предполагаться, что объектом разделения является зеотропная смесь близкая к идеальному раствору (для нее выполняется первый закон Рауля о том, что парциальное давление насыщенного пара компонента раствора прямо пропорционально его мольной доле в растворе, причём коэффициент пропорциональности равен давлению насыщенного пара над чистым компонентом). В случае бинарной ректификации смесь состоит из двух компонентов с условными номерами 0 и 1, называемыми, соответственно, низкокипящим и высококипящим. Компоненты обладают следующими технологическими параметрами: концентрация x_i , температура кипения T_i , мольная теплота парообразования r_i . Технологические параметры каждого компонента имеют соответствующий индекс. Из физического смысла величин следуют условия:

$$x_0 + x_1 = 1,$$

$$T_0 < T_1$$

Колонна. Колонна бинарной ректификации, являющаяся элементарным аппаратом в системе разделения смесей во всех рассматриваемых случаях представляется моделью с тремя основными параметрами, характеризующими кинетику процессов тепло и массопереноса: коэффициентами теплопереноса в кубе β_B , в дефлегматоре β_D и коэффициентом массопереноса k .

Процесс.

В задаче рассматривается модель насадочной колонны бинарной ректификации, в которой учтены два основных источника необратимости: тепло-

обмен при подаче тепла в куб и при его отборе из дефлегматора и массоперенос между паром и флегмой по высоте колонны. К этой модели близка и тарельчатая колонна при достаточно большом числе тарелок. Отметим, что эффективный коэффициент массопереноса, если его находят по данным действующей колонны, косвенно учитывает внутреннюю диффузию, смешение на тарелках и пр. Коэффициенты теплопереноса связаны с размерами теплообменников в кубе и дефлегматоре. Эффективный коэффициент массопереноса для каждого конкретного случая может быть вычислен по данным измерений на реальной колонне.

При рассмотрении процесса ректификации сделаны следующие основные допущения:

1. Массообмен эквимольный;
2. В каждом сечении по высоте колонны давления и температуры потоков пара и жидкости близки друг к другу (от сечения к сечению они изменяются);
3. Эффекты диффузии между соседними сечениями пренебрежимо малы;
4. Теплота выходящих потоков передается потокам, поступающим в колонну, причем необратимостью этого теплообмена можно пренебречь;
5. Поток разделяемой смеси в форме жидкости подается при температуре кипения в то сечение колонны, состав флегмы в котором совпадает с составом этого потока.

Доля отбора в дефлегматоре ε зависит от составов входного и выходных потоков. Из материального баланса по низкокипящему получим

$$\varepsilon = \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B}. \quad (2.2.1)$$

Если предположить, что жидкая фаза близка по своим свойствам к идеальным растворам, а паровая — к идеальным газам, то в условиях равновесия

концентрации низкокипящего компонента в паре и в растворе связаны друг с другом соотношением (см. [15])

$$y^0(x) = \frac{\alpha x}{1 + (\alpha - 1)x}, \quad (2.2.2)$$

где y — концентрация низкокипящего компонента в паре, $\alpha = \frac{P_1^0(T)}{P_2^0(T)} > 1$ — коэффициент относительной летучести, P_i^0 — давление насыщенного пара над чистым i -м компонентом ($i=1$ для низкокипящего).

Мы не будем ниже останавливаться на особенностях разделения азеотропных смесей, но отметим, что для моноазеотропных смесей предложенный ниже подход может быть использован, если в качестве квазикомпонента фигурирует смесь с составом, соответствующим азеотропной точке.

2.3 Множество достижимости колонны бинарной ректификации

Так как целью исследования является получение оценок сверху возможностей колонны, допущения, упрощающие расчет и расширяющие применимость результатов, сделаны так, чтобы каждое из них не увеличивало необратимость процессов. Только в этом случае можно утверждать, что показатели реальной колонны не превосходят найденных. Полученные таким образом оценки гораздо ближе к истине, чем те, что построены на базе обратимых процессов. Кроме того, такой показатель, как предел производительности колонны с заданными коэффициентами тепло и массопереноса с использованием обратимых оценок получить вообще нельзя.

В этом разделе мы запишем соотношения, определяющие множество допустимых режимов ректификации бинарной смеси, и покажем, что границу этой области можно параметризовать квадратичной функцией. Приведем связь коэффициентов параметризации (*характеристических коэффициентов*) с составом смеси и кинетическими константами.

2.3.1 Термодинамические балансы бинарной ректификации и связь между затратами теплоты и производительностью колонны

Запишем уравнения энергетического и энтропийного балансов, предполагая, что смеси близки к идеальным растворам и теплотой смешения можно пренебречь:

$$q_+ - q_- + g_F h_F - g_F \varepsilon h_D - g_F (1 - \varepsilon) h_B = 0, \quad (2.3.1)$$

$$g_F s_F - g_F \varepsilon s_D - g_F (1 - \varepsilon) s_B + \frac{q_+}{T_B} - \frac{q_-}{T_D} + \sigma = 0. \quad (2.3.2)$$

Здесь $\sigma > 0$ – производство энтропии в колонне.

Из условий (2.3.1), (2.3.2) после исключения q_- получим

$$q_+ = g_F \frac{T_B}{T_B - T_D} \left[(s_F T_D - h_F) - \varepsilon (s_D T_D - h_D) - (1 - \varepsilon) (s_B T_D - h_B) \right] + \sigma \frac{T_B T_D}{T_B - T_D} = q_+^0 + \sigma \frac{T_B T_D}{T_B - T_D}. \quad (2.3.3)$$

Первое слагаемое в правой части этого выражения, которое обозначено через q_+^0 , представляет собой затраты теплоты в обратимом процессе, когда коэффициенты тепло- и массообмена (размеры колонны) сколь угодно велики. Оно зависит только от параметров входных и выходных потоков и пропорционально производительности g_F , второе – соответствует диссипативным затратам энергии.

Потоки сырья и продуктов, поступающие и покидающие колонну, имеют температуры T_F, T_D и T_B соответственно. При этом температура потока сырья T_F должна быть равна температуре потока флегмы в том сечении колонны, куда этот поток подают. Обозначим через C_F, C_D, C_B теплоемкости потоков сырья, верхнего продукта и кубового остатка. Поток сырья прежде чем попасть в колонну обычно проходит через регенеративный теплообменник, в котором контактирует с потоком продукта, выходящим из куба колонны. При этом температура потока сырья на входе в теплообменник близка к T_D , в теплообменнике (для простоты его предполагают „обратимым“) вы-

полнено уравнение теплового баланса

$$C_B(1 - \varepsilon)(T_B - T_D) = C_F(T_F - T_D),$$

так что поток кубового остатка покидает его при температуре T_D .

Включим регенеративный теплообменник в состав системы, предполагая, что необратимые потери в нем малы. Тогда можно считать, что все внешние потоки имеют одинаковую температуру близкую к температуре T_D . Это допущение несколько занижает затраты энергии на разделение, но существенно упрощают анализ системы. В частности, в этом случае $q_+ = q_- = q$.

С учетом того обстоятельства, что разность $(h - T_D s)$ для каждого из потоков равна мольной свободной энергии, т.е. химическому потенциалу μ смеси при $T = T_D$, получим связь теплового потока с производительностью в форме

$$q = g_F \frac{T_B}{T_B - T_D} \left[\varepsilon \mu(T_D, x_D) + (1 - \varepsilon) \mu(T_D, x_B) - \mu(T_D, x_F) \right] + \sigma \frac{T_B T_D}{T_B - T_D}. \quad (2.3.4)$$

Каждый из химических потенциалов имеет вид

$$\mu_i(T, P, x_i) = \mu_{i0}(P, T) + RT \ln x_i, \quad i = D, B, F. \quad (2.3.5)$$

Так как химические потенциалы в каждом сечении колонны соответствуют одним и тем же температуре и давлению, их разность для паровой фазы

$$\mu_1(T, y^0) - \mu_1(T, y) = RT \ln \frac{y^0}{y},$$

$$\mu_2(T, 1 - y) - \mu_2(T, 1 - y^0) = RT \ln \frac{1 - y}{1 - y^0}.$$

Правую часть равенства (2.3.4) можно выразить через составы потоков

$$q = g_F \frac{T_B}{T_B - T_D} \left[A_F - \varepsilon A_D - (1 - \varepsilon) A_B \right] + \frac{\sigma T_D T_B}{T_B - T_D} = \frac{p_0}{\eta_K} + \frac{\sigma T_D}{\eta_K}. \quad (2.3.6)$$

Здесь $A_i = -RT_D \left[x_i \ln x_i + (1 - x_i) \ln(1 - x_i) \right]$ ($i = F, D, B$) – обратимая работа разделения одного моля i -го потока на чистые компоненты, а выражение,

стоящее в квадратных скобках, представляет собой обратимую работу разделения Гиббса одного моля потока сырья с концентрацией x_F на потоки с концентрациями x_B и x_D при температуре T_D . Обозначим ее как A_G . Величина $\eta_K = (1 - T_D/T_B)$ – аналог КПД Карно. Приравнявая в (2.3.6) производство энтропии нулю, получим обратимую оценку $q^0 = \frac{g_F A_G}{\eta_K}$ затрат теплоты в процессе ректификации. Обратимый процесс ректификации можно представить как идеальную тепловую машину, работающую между резервуарами с температурами T_B и T_D и вырабатывающую мощность разделения $p^0 = g_F A_G$.

Разрешим уравнение (2.3.6) относительно g_F и представим его в форме

$$g_F = q \frac{\eta_K}{A_G} - \sigma(q, g_F) \frac{T_D}{A_G}. \quad (2.3.7)$$

Далее найдем оценку снизу для второго слагаемого в этом равенстве.

2.3.2 Необратимые потери энергии

Необратимость теплообмена. Пусть потоки теплоты в кубе и дефлегматоре пропорциональны разности температур

$$q = rV = \beta_B(T_+ - T_B) = \beta_D(T_D - T_-). \quad (2.3.8)$$

Здесь V – поток пара, выходящий из куба, r – мольная теплота парообразования.

Производство энтропии за счет тепловых процессов в кубе и дефлегматоре равно

$$\sigma_q = q \left[\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_+} + \frac{1}{T_-} - \frac{1}{T_D} \right] = q^2 \left[\frac{1}{\beta_B T_B T_+} + \frac{1}{\beta_D T_D T_-} \right], \quad (2.3.9)$$

где β_B и β_D – коэффициенты теплопередачи, пропорциональные поверхностям теплообмена, T_B и T_D – температуры жидкости в кубе и дефлегматоре, которые предполагаем известными,

При заданном тепловом потоке температуры T_+ и T_- зависят от выбранных значений перепадов температур в кубе и дефлегматоре и при подстановке в (2.3.9) определяют σ_q .

Необратимость массопереноса. Для подсчета производства энтропии в процессе массопереноса будем использовать модель, соответствующую насадочной колонне, с противоточным движением потоков пара и жидкости в режиме, близком к вытеснению. Величина потока пара $V = \frac{q}{r}$ при эквимолярном массопереносе не изменяется и связана с потоком флегмы L равенствами:

для верхней части колонны

$$L_D = \frac{q}{r} - g_D, \quad (2.3.10)$$

для нижней части

$$L_B = \frac{q}{r} + g_B. \quad (2.3.11)$$

С учетом того, что для бинарной ректификации концентрации высококипящего компонента в жидкостном и паровом потоках равны $1 - x$ и $1 - y$ соответственно, а движущая сила процесса определяется разницей текущей концентрации $y(x)$ и равновесной концентрации $y^0(x)$, производство энтропии, связанное с массопереносом, выражается через потоки и химические потенциалы как

$$\begin{aligned} \sigma_g = \int_{x_B}^{x_D} \frac{1}{T(x)} \{ & g_1(y, y^0) [\mu_1(T, y^0) - \mu_1(T, y)] + \\ & + g_2(1 - y, 1 - y^0) [\mu_2(T, 1 - y) - \mu_2(T, 1 - y^0)] \} dx, \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

где g_j и μ_j ($j=1,2$) — потоки массообмена и химические потенциалы компонентов.

Выражение (2.3.12) с учетом вида химических потенциалов (2.3.5) и эквимолярности массообмена ($g_1(y, y^0) = -g_2(1 - y, 1 - y^0) = g$) переписывается в

форме

$$\sigma_g = R \int_{x_B}^{x_D} g(y, y^0) \ln \frac{y^0(1-y)}{y(1-y^0)} dx. \quad (2.3.13)$$

Здесь принято, что поток разделяемой смеси g_F в форме жидкости подается при температуре кипения в то сечение колонны, состав флегмы в котором совпадает с составом этого потока, так что производство энтропии при смешении флегмы с потоком смеси пренебрежимо мало.

Массообменная составляющая производства энтропии определяется формой равновесной и рабочей линий. Первая из них зависит от свойств разделяемой смеси (коэффициента относительной летучести α (см. (2.2.2)), а вторая зависит от $V = \frac{q}{r}$. Из уравнений материального баланса по низкокипящему для верха и низа колонны получим

$$\frac{q}{r}y(x) - g_D x_D - x L_D = 0, \quad (2.3.14)$$

$$L_B x - \frac{q}{r}y(x) - g_B x_B = 0. \quad (2.3.15)$$

С учетом (2.3.10), (2.3.11) имеем для верха и низа колонны после замены $g_D = g_F \varepsilon$, $g_B = g_F(1 - \varepsilon)$ рабочие линии

$$y^D(x, \frac{q}{r}, g_F) = \left(1 - \frac{g_F \varepsilon r}{q}\right) x + \frac{x_D g_F \varepsilon r}{q}, \quad (2.3.16)$$

$$y^B(x, \frac{q}{r}, g_F) = \left(1 + \frac{g_F(1 - \varepsilon)r}{q}\right) x - \frac{x_B g_F(1 - \varepsilon)r}{q}. \quad (2.3.17)$$

Из этих равенств следует, что $y^D(x_D) = x_D$, $y^B(x_B) = x_B$, $y^D(x_F) = y^B(x_F) = y_F$, а $y_F - x_F = \frac{g_D r}{q}(x_D - x_F)$.

Подстановка выражений (2.3.16), (2.3.17) в равенство (2.3.13) определяет для заданного закона массопереноса $\sigma_g(q, g_F)$. При этом подсчитывают сумму интегралов на интервалах от x_B до x_F , когда $y(x) = y^B(x, \frac{q}{r}, g_F)$, и от x_F до x_D , когда $y(x) = y^D(x, \frac{q}{r}, g_F)$, что возможно лишь численно.

Для получения результатов в аналитической форме найдем оценку σ_g снизу, приняв закон массопереноса пропорциональным движущей силе

$$g(y, y^0) = k \frac{[\mu_1(T, y^0) - \mu_1(T, y)]}{T}, \quad (2.3.18)$$

Тогда после исключения разности химических потенциалов через поток $g(y, y^0)$ равенство (2.3.13) примет форму

$$\sigma_g(q, g_F) = \frac{2}{k} \int_{x_B}^{x_D} g^2(y, y^0) dx. \quad (2.3.19)$$

Здесь множитель 2 связан с учетом эквимольного потока высококипящего компонента.

Введем в рассмотрение среднее значение потока

$$\bar{g} = \frac{1}{x_D - x_B} \int_{x_B}^{x_D} g(y, y^0) dx \quad (2.3.20)$$

и с использованием (2.3.19) найдем оценку снизу для σ_g . Действительно, справедливо равенство

$$\int_{x_B}^{x_D} [g(y, y^0) - \bar{g}]^2 dx = \frac{k\sigma_g}{2} + (x_D - x_B)\bar{g}^2 - 2\bar{g} \int_{x_B}^{x_D} g(y, y^0) dx. \quad (2.3.21)$$

Левая часть этого равенства неотрицательна, а третье слагаемое в правой части равно удвоенному значению второго. С учетом этого, разрешив равенство (2.3.21) относительно σ_g , получим искомую оценку в форме

$$\sigma_g \geq \frac{2(x_D - x_B)\bar{g}^2}{k}. \quad (2.3.22)$$

Неравенство превращается в равенство в том случае, когда поток массопереноса мало изменяется по высоте колонны, а значит левая часть в (2.3.21), близка к нулю.

Расход пара по высоте колонны постоянен и для общего количества низкокипящего, перешедшего из жидкости в пар, имеем условие материального

баланса

$$\int_{x_B}^{x_D} g(y, y^0) dx = V[y^D(x_D) - y^B(x_B)] = \frac{q}{r}(x_D - x_B), \quad (2.3.23)$$

откуда $\bar{g} = \frac{q}{r}$, а

$$\sigma_g \geq \frac{2(x_D - x_B)q^2}{kr^2}. \quad (2.3.24)$$

Правую часть этого равенства будем использовать для оценки необратимости массопереноса.

2.3.3 Параметризация зависимости производительности колонны от затрат теплоты с учетом необратимости Подстановка суммарного производства энтропии в выражение (2.3.7) позволяет получить оценку для производительности бинарной ректификации

$$g_F \leq bq - aq^2, \quad (2.3.25)$$

при этом характеристические коэффициенты зависят от кинетики процессов, состава и свойств разделяемых веществ как

$$a = \left[\frac{1}{\beta_B T_B T_+} + \frac{1}{\beta_D T_D T_-} + \frac{2(x_D - x_B)}{kr^2} \right] \frac{T_D}{A_G}, \quad (2.3.26)$$

$$b = \frac{T_B - T_D}{T_B A_G} = \frac{\eta_k}{A_G}. \quad (2.3.27)$$

Подчеркнем, что форма границы реализуемых режимов колонны бинарной ректификации определяется всего двумя параметрами, каждый из которых зависит от свойств разделяемой смеси и режима колонны. Будем называть параметр b – *обратимым КПД*, а параметр a – *коэффициентом необратимости*. Первый из них зависит только от свойств разделяемой смеси и составов потоков, а второй – так же и от кинетики процесса.

Максимально целесообразные затраты теплоты и предельная производительность определены через характеристические параметры. Производитель-

ность максимальна при

$$q^0 = \frac{b}{2a} \quad (2.3.28)$$

и достигает значения

$$g_F^m = \frac{b^2}{4a}. \quad (2.3.29)$$

Участок от нуля до теплового потока, равного q^0 , образует рабочую часть границы области реализуемых режимов колонны. Дальнейшее увеличение потока теплоты в силу роста диссипации приводит к уменьшению производительности. На рабочем участке расход тепла

$$q = \frac{b}{2a} - \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{g_F}{a}}. \quad (2.3.30)$$

Легко видеть, что КПД колонны с учетом необратимости $\eta = \frac{g_F}{q}$ для режима с предельной производительностью не зависит от необратимых факторов и равен $0,5b$ (половине обратимого КПД). От этих факторов зависит само значение предельной производительности и соответствующих ей затрат теплоты. Это обстоятельство соответствует тому известному факту, что значение КПД цикла необратимой тепловой машины в режиме максимальной мощности (КПД Новикова–Курзона–Альбурна), не зависит от кинетики теплообмена, но значение предельной мощности машины от нее зависит.

В выражение (2.3.26) входит эффективный коэффициент массопереноса k , который будем предполагать известным. Ниже приведена формула, позволяющая найти величину k по результатам измерений на действующей колонне.

Температура греющего пара T_+ несколько выше температуры в кубе T_B , а температура охлаждающей воды в дефлегматоре T_- – несколько ниже T_D . Их можно выразить через тепловой поток и коэффициенты теплопереноса, но для получения оценок можно приравнять эти температуры к T_B и T_D соответственно, пренебрегая различием, составляющим от 7 до 15 градусов (погрешность для проведенных расчетов составила от двух до пяти процентов).

2.4 Кинетические коэффициенты процесса бинарной ректификации

2.4.1 Коэффициенты теплопереноса Коэффициенты теплопереноса в дефлегматоре и в кубе прямо пропорциональны площади соответствующих элементов колонны и служат фактором, ограничивающим линейные размеры аппарата. Поскольку увеличение размеров колонны до бесконечности невозможно, то и β_B с β_D должны иметь конечные значения. Будем считать, что эти величины известны.

2.4.2 Коэффициент массопереноса В (2.3.26) фигурирует эффективный коэффициент массопереноса. Ясно, что он зависит от конструкции колонны, типа контактных устройств, коэффициента относительной летучести компонентов. Для потока массопереноса в форме (2.3.18) и химических потенциалах вида (2.3.5) выражение (2.3.23) примет вид

$$Rk \left[\int_{x_B}^{x_F} \ln \frac{y^0}{y^B} dx + \int_{x_F}^{x_D} \ln \frac{y^0}{y^D} dx \right] = \frac{q}{r} [y^D(x_D) - y^B(x_B)], \quad (2.4.1)$$

где $y^0(x, \alpha)$, $y^D(x)$, $y^B(x)$ определяются выражениями (2.2.2), (2.3.16), (2.3.17) соответственно и зависят от составов входного и выходных потоков (x_F , x_B , x_D), потока пара $V = \frac{q}{r}$ и нагрузки g_F , R — универсальная газовая постоянная.

Сумму интегралов в левой части равенства (2.4.1) можно переписать следующим образом:

$$\int_{x_B}^{x_F} \ln \frac{y^0}{y^B} dx + \int_{x_F}^{x_D} \ln \frac{y^0}{y^D} dx = \int_{x_B}^{x_D} \ln y^0 dx - \int_{x_B}^{x_F} \ln y^B dx - \int_{x_F}^{x_D} \ln y^D dx. \quad (2.4.2)$$

Первый из интегралов, стоящих в правой части равенства, равен

$$I_1 = x_D \ln \left(\frac{\alpha x_D}{1 + (\alpha - 1)x_D} \right) - x_B \ln \left(\frac{\alpha x_B}{1 + (\alpha - 1)x_B} \right) - \ln \left(\frac{1 + (\alpha - 1)x_D}{1 + (\alpha - 1)x_B} \right), \quad (2.4.3)$$

второй равен

$$I_2 = \frac{x_B(1 - \ln x_B) - \left(\frac{g_B}{V}(x_F - x_B) + x_F\right) \left(1 - \ln \left(\frac{g_B}{V}(x_F - x_B) + x_F\right)\right)}{\frac{g_B}{V} + 1}, \quad (2.4.4)$$

где $g_B = g_F(1 - \varepsilon)$.

Третий интеграл в (2.4.2)

$$I_3 = \frac{x_D(1 - \ln x_D) - \left(\frac{g_D}{V}(x_D - x_F) + x_F\right) \left(1 - \ln \left(\frac{g_D}{V}(x_D - x_F) + x_F\right)\right)}{\frac{g_D}{V} - 1}, \quad (2.4.5)$$

где $g_D = g_F\varepsilon$. Значение ε в этом и предыдущем выражении определяется в соответствии с (2.2.1), а $V = q/r$.

В том случае, когда можно принять $y^D(x_D) = x_D$, а $y^B(x_B) = x_B$, вычисление интегралов (2.4.2), приводит к равенству

$$k = \frac{q(x_D - x_B)}{Rr(I_1 - I_2 - I_3)}, \quad (2.4.6)$$

где I_1 , I_2 , I_3 определяются выражениями (2.4.3), (2.4.4) и (2.4.5) соответственно и зависят только от параметров x_B , x_F , x_D , α , q , r , g_F .

Все переменные, входящие в правую часть равенства (2.4.6), известны, так что оно может быть использовано для вычисления эффективного коэффициента массопереноса в действующей колонне.

ВАНЯ, ЗДЕСЬ НАДО СДЕЛАТЬ НЕСКОЛЬКО ПРИМЕРОВ РАСЧЕТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЛАБА, ИЛИ МАТКАДА. МОЖЕТ БЫТЬ ПОДСЧИТАТЬ ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИЗМЕНЕНИЯ КАКОГО-ТО ПАРАМЕТРА. ВАЖНО ПОКАЗАТЬ, ЧТО ПОЛУЧЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОЛЕЗНЫ.

ГЛАВА 3

МНОЖЕСТВО РЕАЛИЗУЕМЫХ РЕЖИМОВ КАСКАДА ИЗ ДВУХ КОЛОНН БИНАРНОЙ РЕКТИФИКАЦИИ И ОПТИМАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РАЗДЕЛЕНИЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ СМЕСИ

3.1 Математическая модель процесса ректификации трехкомпонентной смеси

Задачи проектирования каскада можно решать с использованием характеристических параметров, найдя предварительно их значения по формулам (2.3.26), (2.3.27). Эти значения уточняют по результатам измерений на действующей колонне (см. ниже).

Процесс ректификации является очень энергоемким, поэтому естественно выбирать последовательность разделения по условию минимума затрат теплоты при заданной производительности и составах потоков. Далее для упрощения записи мы будем предполагать четкое разделение в каждой колонне.

Рассматривая кинетику массопереноса для смесей из нескольких компонентов, нужно, вообще говоря, учесть влияние каждого из компонентов на поток массопереноса из жидкости в пар и обратно для остальных (см. [18]). Такое взаимное влияние вытекает и из уравнений Онсагера, в которых поток каждого компонента является линейной комбинацией движущих сил для всех компонентов смеси. Однако наибольшее влияние на кинетику массопереноса и наибольший вклад в производство энтропии оказывает разница физических свойств наиболее трудно разделяемых компонентов с минимальной относительной летучестью. Такие компоненты в [16], [17] и др. названы *ключевыми*. Допущение о ключевых компонентах позволяет свести задачу разделения многокомпонентной смеси к задаче разделения бинарной, в которой роль лег-

колетучего играет смесь тех компонентов, температуры кипения которых ниже или равны температуре кипения низкокипящего ключевого компонента, а роль высококипящего — смесь всех остальных.

Пусть компоненты смеси упорядочены так, что температура кипения для компонента с концентрацией x_2 самая высокая. Введем обозначения для характеристических коэффициентов каждой из колонн при каждом из порядков разделения:

- Прямого, когда в первой колонне отделяют нулевой компонент, а во второй разделяют первый и второй. Соответствующие этому случаю характеристические коэффициенты в параметрическом представлении каждой колонны будем снабжать индексом 1. Например, b_{11} — обратимый КПД при прямом порядке разделения для первой колонны.
 - Обратного, когда на первой ступени отделяют второй компонент, а оставшуюся смесь делят во второй колонне. Соответственно b_{21} — обратимый КПД при обратном порядке разделения для первой колонны.
- На первом этапе нужно найти значения $a_{ij}, b_{ij}, i = 1, 2; j = 1, 2$ по формулам (2.3.26), (2.3.27). Конкретизируем эти выражения с учетом того, что для четкого разделения они несколько упрощаются.

Рассмотрим исходную смесь с концентрациями веществ x_0, x_1, x_2 , где x_0 — концентрация низкокипящего, а x_2 — высококипящего. Пусть известны относительные летучести α_{01} и α_{12} , а также мольные теплоты парообразования низкокипящего r_0 и среднекипящего r_1 . Мольная теплота парообразования смеси из низкокипящего и среднекипящего будет определяться как среднее взвешенное $r_{01} = (r_0 x_0 + r_1 x_1) / (x_0 + x_1)$. Соответствующие температуры кипения веществ смеси, выраженные в кельвинах, будем обозначать как T_0, T_1 и T_2 .

В случае прямого порядка разделения, когда сначала отделяют низкокипящий компонент, каскад колонн характеризуется следующими параметрами:

- Коэффициент массопереноса для первой колонны k_{11} ;

- Коэффициент массопереноса для второй колонны k_{12} ;
- Коэффициенты теплопереноса для первой колонны, в кубе и дефлегматоре, соответственно β_{11}^B , β_{11}^D ;
- Коэффициенты теплопереноса для второй колонны β_{12}^B , β_{12}^D ;

Выражения для характеристических параметров для первой колонны зависят от параметров смеси и кинетических коэффициентов как:

$$b_{11} = -\frac{T_1 - T_0}{RT_0 T_1 [x_0 \ln x_0 + (1 - x_0) \ln (1 - x_0)]}, \quad (3.1.1)$$

$$a_{11} = -\left[\frac{1}{\beta_{11}^B T_1^2} + \frac{1}{\beta_{11}^D T_0^2} + \frac{2}{k_{11} r_0^2} \right] \frac{1}{R [x_0 \ln x_0 + (1 - x_0) \ln (1 - x_0)]}. \quad (3.1.2)$$

Для второй колонны:

$$b_{12} = -\frac{T_2 - T_1}{RT_1 T_2 \left(\frac{x_1}{1-x_0} \ln \frac{x_1}{1-x_0} + \frac{x_2}{1-x_0} \ln \frac{x_2}{1-x_0} \right)}, \quad (3.1.3)$$

$$a_{12} = -\left[\frac{1}{\beta_{12}^B T_2^2} + \frac{1}{\beta_{12}^D T_1^2} + \frac{2}{k_{12} r_1^2} \right] \frac{1}{R \left(\frac{x_1}{1-x_0} \ln \frac{x_1}{1-x_0} + \frac{x_2}{1-x_0} \ln \frac{x_2}{1-x_0} \right)}. \quad (3.1.4)$$

Для обратного порядка разделения, когда в первую очередь отделяется высококипящий компонент, колонны характеризуются параметрами:

- Коэффициент массопереноса для первой колонны k_{21} ;
- Коэффициент массопереноса для второй колонны k_{22} ;
- Коэффициенты теплопереноса для первой колонны, в кубе и дефлегматоре, соответственно β_{21}^B , β_{21}^D ;
- Коэффициенты теплопереноса для второй колонны β_{22}^B , β_{22}^D ;

Выражение для характеристических коэффициентов b и a при этом для первой колонны:

$$b_{21} = -\frac{T_2 - T_1}{RT_2 T_1 [(x_0 + x_1) \ln (x_0 + x_1) + x_2 \ln x_2]}, \quad (3.1.5)$$

$$a_{21} = -\left[\frac{1}{\beta_{21}^B T_2^2} + \frac{1}{\beta_{21}^D T_1^2} + \frac{2}{k_{21} r_{01}^2} \right] \frac{1}{R [(x_0 + x_1) \ln (x_0 + x_1) + x_2 \ln x_2]}. \quad (3.1.6)$$

Для второй колонны:

$$b_{22} = -\frac{T_1 - T_0}{RT_1T_0\left(\frac{x_0}{1-x_2}\ln\frac{x_0}{1-x_2} + \frac{x_1}{1-x_2}\ln\frac{x_1}{1-x_2}\right)}, \quad (3.1.7)$$

$$a_{22} = -\left[\frac{1}{\beta_{22}^B T_1^2} + \frac{1}{\beta_{22}^D T_0^2} + \frac{2}{k_{22} r_0^2}\right] \frac{1}{R\left(\frac{x_0}{1-x_2}\ln\frac{x_0}{1-x_2} + \frac{x_1}{1-x_2}\ln\frac{x_1}{1-x_2}\right)}. \quad (3.1.8)$$

Проанализируем зависимость производительности каскада от суммарных затрат теплоты с использованием параметризованного представления для каждого порядка разделения.

Максимальная производительность каскада равна максимальной производительности первой колонны:

$$g_F^* = \frac{b_{i1}^2}{4a_{i1}}. \quad (3.1.9)$$

В качестве первой целесообразно выбрать колонну, для которой максимальная производительность больше (значение коэффициента необратимости меньше), так как на нее поступает весь поток смеси.

3.1.1 Условия согласованности. Колонны должны быть согласованы таким образом, чтобы максимальной производительности первой колонны по исходной смеси, соответствовала допустимая производительность второй по поступающему на нее двухкомпонентному потоку. Это для прямого и обратного порядка разделения приводит к неравенствам (условиям согласованности каскада):

- для прямого порядка разделения

$$\frac{b_{12}^2}{(1-x_0)a_{12}} \geq \frac{b_{11}^2}{a_{11}}, \quad (3.1.10)$$

- для обратного порядка разделения

$$\frac{b_{22}^2}{(1-x_2)a_{22}} \geq \frac{b_{21}^2}{a_{21}}. \quad (3.1.11)$$

Так как рост максимальной производительности требует увеличения размеров колонны или поверхностей теплообмена, то в оптимальном случае максимальной производительности первой колонны по исходной смеси должна соответствовать максимальная производительность второй колонны по поступающему на нее потоку двухкомпонентной смеси. В этом случае неравенства (3.1.10), (3.1.11) превращаются в равенства, которые будем называть *условиями полной согласованности*.

Из условий полной согласованности следуют соотношения:

$$a_{12} = a_{11} \frac{b_{12}^2}{b_{11}^2(1 - x_0)}, \quad a_{22} = a_{21} \frac{b_{21}^2}{b_{22}^2(1 - x_2)}. \quad (3.1.12)$$

3.2 Выбор порядка разделения трехкомпонентной смеси

Запишем расчетные соотношения для прямого порядка разделения. Выражения для обратного порядка получаются аналогично.

Первоначально найдем обратимый КПД системы из двух колонн, для чего рассмотрим две обратимых колонны с производительностями:

$$g_F = b_{11}q_1 \quad (3.2.1)$$

и

$$g_F(1 - x_0) = b_{12}q_2. \quad (3.2.2)$$

Из этих равенств получим обратимую оценку производительности каскада в зависимости от суммарного потока теплоты q

$$g_F = \frac{b_{11}b_{12}(q_1 + q_2)}{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)}. \quad (3.2.3)$$

Таким образом, обратимый КПД каскада:

$$b^I = \frac{b_{11}b_{12}}{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)} \quad (3.2.4)$$

для прямого и

$$b^{II} = \frac{b_{21}b_{22}}{b_{22} + b_{21}(1 - x_2)} \quad (3.2.5)$$

для обратного порядка разделения.

Если потоки, поступающие на каждую колонну, значительно меньше, чем предельно возможные, то порядок разделения, соответствующий минимальным затратам теплоты, определяется сравнением обратимых КПД каскада. Так как значения b_{ij} зависят от составов поступающей смеси и температур кипения ключевых компонентов при каждом порядке разделения, то при малых нагрузках прямой порядок разделения предпочтительнее, если выполнено неравенство

$$\frac{b_{11}b_{12}}{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)} > \frac{b_{21}b_{22}}{b_{22} + b_{21}(1 - x_2)}. \quad (3.2.6)$$

При выражении коэффициентов b_{ij} через характеристики исходной смеси и порядок разделения в соответствии с (3.1.1)– (3.1.8) неравенство (3.2.6) примет вид:

$$\frac{T_1}{T_0} + \frac{T_1}{T_2} > 2. \quad (3.2.7)$$

Так что в случае, когда температуры кипения нулевого и первого компонентов сильно отличаются друг от друга, а первого и второго – слабо, при малых нагрузках прямой порядок разделения предпочтительнее.

В общем случае необходимо учитывать коэффициенты необратимости. С использованием равенства (2.3.30) получим

$$q_{i1} = \frac{b_{i1} - \sqrt{b_{i1}^2 - 4a_{i1}g_F}}{2a_{i1}} \quad (3.2.8)$$

и

$$q_{i2} = \frac{b_{i2} - \sqrt{b_{i2}^2 - 4a_{i2}g_F(1 - x^i)}}{2a_{i2}}. \quad (3.2.9)$$

Здесь i – порядок разделения (прямой – $i = 1$, $x^i = x_0$, обратный – $i = 2$, $x^i = x_2$).

Для заданной производительности и рассчитанных значений характеристических коэффициентов эти выражения позволяют найти расход теплоты на каждую колонну и выбрать порядок разделения, при котором суммарные затраты теплоты меньше. Очевидно, что оптимальный порядок разделения

зависит от состава исходной смеси, температур кипения и теплот парообразования компонентов, от кинетики массопереноса по высоте и теплообмена в кубе и дефлегматоре (см. Пример).

На рис. 3.1 изображен концентрационный симплекс, каждой точке которого соответствует состав трехкомпонентной смеси. Концентрации x_0 и x_2 – координаты этой точки, а $x_1 = 1 - x_0 - x_2$. Каждая из трех показанных на рисунке кривых соответствует заданной производительности, с ростом которой кривые приближаются к оси ординат. Правее выбранной кривой предпочтителен прямой порядок разделения.

Рис. 3.1: Разбиение концентрационного симплекса на области, в которых предпочтителен прямой либо обратный порядок разделения, с учетом необратимости.

Особенно простые выражения получаются для области реализуемости каскада в том случае, когда колонны полностью согласованы. В этом случае после подстановки в (3.2.9) вместо a_{12} выражения (3.1.12) оно примет форму

$$q_2(g_F) = \frac{b_{11}(1 - x_0) \left(b_{11} - \sqrt{b_{11}^2 - 4a_{11}g_F} \right)}{2a_{11}b_{12}}, \quad (3.2.10)$$

откуда следует, что

$$q_2(g_F) = q_1(g_F)(1 - x_0) \frac{b_{11}}{b_{12}}. \quad (3.2.11)$$

Зависимость суммарных затрат теплоты $q = q_1 + q_2$ от производительности каскада

$$q(g_F) = q_1(g_F) \left[1 + \frac{b_{11}}{b_{12}}(1 - x_0) \right] = q_1(g_F) \frac{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)}{b_{12}}. \quad (3.2.12)$$

Здесь $q_1(g_F) =$. ВАНЯ. ВПИШИТЕ ЭТО ВЫРАЖЕНИЕ ИЛИ СОШЛИТЕСЬ.

Учитывая (3.2.4), получим для полностью согласованных колонн

$$q_1 = q \frac{b^I}{b_{11}}. \quad (3.2.13)$$

Подставляя выражение (3.2.13) в (3.2.8), запишем искомую зависимость g_F от $q = q_1 + q_2$ для прямого порядка разделения в форме:

$$g_F = \frac{b_{11}b_{12}}{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)}(q_1 + q_2) - \frac{a_{11}b_{12}}{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)}(q_1 + q_2)^2, \quad (3.2.14)$$

Так что коэффициент необратимости каскада

$$a^I = \frac{a_{11}b_{12}}{b_{12} + b_{11}(1 - x_0)} \quad (3.2.15)$$

Для обратного порядка:

$$g_F = \frac{b_{21}b_{22}}{b_{22} + b_{21}(1 - x_2)}(q_1 + q_2) - \frac{a_{21}b_{22}}{b_{22} + b_{21}(1 - x_2)}(q_1 + q_2)^2. \quad (3.2.16)$$

$$a^{II} = \frac{a_{21}b_{22}}{b_{22} + b_{21}(1 - x_2)} \quad (3.2.17)$$

При выполнении условий полной согласованности производительность каскада максимальна в точке, соответствующей максимальной производительности каждой из колонн. Суммарный расход теплоты при этом равен

$$q^* = \frac{1}{2} \left(\frac{b_{i1}}{a_{i1}} + \frac{b_{i2}}{a_{i2}} \right), \quad i = 1, 2. \quad (3.2.18)$$

Значение максимальной производительности каскада равно максимальной производительности первой колонны

$$g_F^* = \frac{b_{i1}^2}{4a_{i1}}, \quad i = 1, 2. \quad (3.2.19)$$

КПД, соответствующий предельной производительности, как и в случае бинарной ректификации, равен половине обратимого КПД каскада.

3.2.1 Условия превалирования одного из порядков разделения

В некоторых случаях можно обойтись без вычисления затрат теплоты по формулам (3.2.8), (3.2.9). Прямой порядок разделения заведомо выгоднее обратного при одновременном соблюдении двух неравенств: (3.2.6) и

$$\frac{b_{11}^2 b_{12}}{a_{11} [b_{12} + b_{11}(1 - x_0)]} \geq \frac{b_{21}^2 b_{22}}{a_{21} [b_{22} + b_{21}(1 - x_2)]}. \quad (3.2.20)$$

При этом одно из неравенств должно быть строгим.

Первое из неравенств означает, что обратимый КПД для прямого порядка не меньше, чем для обратного, а второе соответствует такому же соотношению для предельных производительностей. Границы множеств достижимости имеют вид, показанный на рис. 3.2. Когда знаки неравенств противополо-

Рис. 3.2: Превалирование прямого порядка разделения над обратным.

жные, обратный порядок разделения заведомо лучше прямого.

Если неравенства (3.2.20) имеют различные знаки, то оптимальный порядок разделения зависит от производительности. Граница области реализуемости каскада представляет собой в этом случае максимум из границ, построенных для каждого порядка разделения:

$$g_F = \max(g_{F1}, g_{F2}), \quad (3.2.21)$$

где g_{Fi} — зависимость производительности каскада от затрат теплоты для i -го порядка разделения. Вид границ рабочей области множеств достижимости

каскада для этого случая изображен на рис. 3.3.

ВАНЯ ПОДУМАЙТЕ, КАКИЕ РАСЧЕТЫ СДЕЛАТЬ ПО ЭТИ ФОРМУЛАМ И КАКИЕ РИСУНКИ ПОСТРОИТЬ. ИНТЕРЕСНО, КАК ДАЛЕКИ ДРУГ ОТ ДРУГА УСЛОВИЯ ЗАВЕДОМОГО ПРЕВАЛИРОВАНИЯ?

РИСУНОК И ПОДПИСЬ НЕ СООТВЕТСТВУЮТ ДРУГ ДРУГУ

Рис. 3.3: Вид множества реализуемости, при котором оптимальный порядок разделения зависит от нагрузки.

Порядок разделения для производительности, меньшей предельной для обратного порядка разделения, оказывается более экономным. Если же требуется производительность, большая g_{F2}^{max} , то следует выбирать прямой порядок.

ГЛАВА 4

МНОЖЕСТВО РЕАЛИЗУЕМЫХ РЕЖИМОВ И ВЫБОР ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ РАЗДЕЛЕНИЯ ДЛЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Ректификация является примером процесса разделения, в котором потоком затрат является теплота. Однако, существуют способы разделения смесей, такие как мембраны и центрифуги, использующие для разделения механическую энергию.

Оценку снизу для затрат энергии дает работа разделения в обратимом процессе [?], [?] A^0 , равная приросту свободной энергии смеси. Обратимая работа зависит от количества разделяемой смеси, ее состава и составов конечных продуктов. Для смесей, близких к идеальным газам или идеальным растворам, свободная энергия (энергия Гиббса) одного моля i -го компонента в j -ом потоке равна его химическому потенциалу

$$\mu_{ij}(T, P_j, x_{ij}) = \mu_i^0(T, P_j) + RT \ln x_{ij}. \quad (4.0.1)$$

Здесь R, T — универсальная газовая постоянная и абсолютная температура смеси; x_{ij} — концентрация i -го компонента в j -ом потоке в мольных долях; $\mu_i^0(T, P_j)$ — химический потенциал i -ой компоненты в чистом виде, известный для большинства веществ; P_j — давление в j -ом потоке. Обратимая работа разделения одного моля смеси, состоящей из n веществ с концентрациями $x_{i0} (i = 1, \dots, n)$, равна [?] разности химических потенциалов продуктов разделения и исходной смеси.

В дальнейшем мы будем рассматривать непрерывные процессы разделения, производительность которых определена потоком разделяемой смеси g_0 , а температура и давление разделяемой смеси совпадают с температурой и давлением продуктов разделения. В этом случае обратимой работе соответ-

ствуется мощность разделения в обратимом процессе при неполном разделении

$$p^0 = Rg_0T \left[\sum_{j=1}^m \gamma_j \sum_{i=1}^n x_{ji} \ln x_{ji} - \sum_{i=1}^n x_{i0} \ln x_{i0} \right] = g_0B_1 \quad (4.0.2)$$

и

$$p^0 = -Rg_0T \sum_{i=1}^n x_{i0} \ln x_{i0} = g_0B \quad (4.0.3)$$

при разделении на чистые компоненты.

Говорить об обратимой мощности при ненулевых потоках можно лишь в том случае, когда коэффициенты переноса сколь угодно велики, а значит производство энтропии сколь угодно мало.

Обратимая мощность разделения обладает тем несомненным достоинством, что она дает оценку снизу мощности разделения, не зависящую от кинетики и организации процесса. Она зависит только от производительности (линейно) и составов потоков на входе и на выходе системы. Недостатки обратимых оценок являются следствием их универсальности: они занижены и не позволяют судить о совершенстве организации процесса, так как зависят только от составов потоков на его входе и выходе. Они не позволяют решать такие задачи как выбор порядка разделения, распределение коэффициентов переноса между стадиями процесса, влияние ограниченных коэффициентов переноса, предельно-возможная производительность.

Чтобы ставить и решать подобные задачи, нужно учесть влияние необратимости, приводящей к дополнительным затратам мощности $\Delta p > 0$. При заданной производительности и составах потоков именно минимуму Δp соответствует оптимальная организация процесса. В свою очередь, необратимые затраты в процессе, где входной и выходные потоки имеют одинаковую температуру, пропорциональны производству энтропии σ , так что оптимальной организации соответствует процесс минимальной диссипации [?]-[?].

Необратимые потери зависят не только от коэффициентов переноса, косвенно характеризующих размеры аппарата, но и от того, какой вид энергии затрачивают на разделение. Для процессов, использующих механиче-

скую энергию (мембранные процессы, центрифугирование, короткоцикловая абсорбция и др.), необратимость связана главным образом с кинетикой массообмена. Для процессов разделения, использующих тепловую энергию (ректификация, выпарка, сушка, абсорбционно-десорбционные циклы с изменением температуры раствора и пр.), необратимые потери связаны не только с массово и с теплообменом, сопровождающим преобразование тепловой энергии в работу разделения.

Для того, чтобы рекомендации, полученные на основе анализа необратимых затрат мощности, имели общий характер и сравнительно простую форму, введем для механических систем некоторые упрощающие предположения:

1. Температуры и давления входного потока g_0 и выходных потоков $g_j (j = 1, \dots, m)$ совпадают. Это допущение предполагает, что существует система регенерации и энергия, затраченная на изменение температуры и давления разделяемой смеси, может быть использована или возвращена поступающему потоку. Оно позволяет выделить только ту мощность, которая тратится на разделение.

2. Потоки массопереноса пропорциональны движущей силе, т.е. линейно зависят от разности химических потенциалов. Для i -го вещества, переходящего из потока g_0 в поток g_j ,

$$g_{ij} = \alpha_{ij} \frac{\Delta\mu_{ij}}{T}, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m. \quad (4.0.4)$$

Здесь α_{ij} — эффективный (учитывающий площадь контакта) коэффициент массопереноса при выделении i -го компонента в j -ый поток, $\frac{\Delta\mu_{ij}}{T}$ — отнесенная к температуре разность химических потенциалов i -го компонента смеси в потоке сырья и j -ом потоке (движущая сила процесса массообмена)

$$\Delta\mu_{ij} = \mu_{i0}(T, P_0, x_{i0}) - \mu_{ij}(T, P_j, x_{ij}). \quad (4.0.5)$$

3. При разделении многокомпонентных смесей поток определяется коэффициентом массопереноса и разностью химических потенциалов в смеси и в

отделяемом потоке одной из компонент, наиболее близкой по свойству, используемому для разделения, к веществам, остающимся в исходной смеси. Такие компоненты названы в [?] *ключевыми*.

4. Система реализует четкое разделение, т.е. на каждой стадии смесь делится на два потока так, что они не содержат общей компоненты. Четкое разделение возможно лишь в редких случаях, но приближенно это допущение как правило выполнено.

При сделанных допущениях разделение бинарной смеси на отдельные компоненты происходит в одну, а смеси из n компонент – в $(n - 1)$ стадию.

Рассмотрим задачи о выборе последовательности разделения и распределении поверхности контакта между отдельными ступенями, соответствующем минимальным затратам энергии для механических систем разделения. Полученные результаты позволяют найти предельные возможности систем и оценить степень совершенства действующей системы, сравнивая ее показатели с предельными.

Разделение смеси в механических системах

В механических системах разделение связано с различием свойств компонент смеси (размеров молекул или частиц, плотности, электрического заряда и пр.). Эти различия приводят к тому, что компоненты по разному взаимодействуют с мембраной или абсорбентом, по разному ведут себя в силовом, электрическом или магнитном поле. Будем предполагать, что свойство, используемое для разделения компонентов, можно количественно измерить и упорядочить компоненты смеси по возрастанию или убыванию этого свойства.

Бинарные и псевдобинарные смеси. Разделение бинарной смеси на две компоненты или псевдобинарной на два потока реализуется на одной стадии. Необратимые затраты мощности на разделение зависят от того, какую

из компонент отделяют, они определены свойствами отделяемой компоненты. При этом нужно учесть различие концентраций и зависимость коэффициентов масссопереноса от выбора отделяемой компоненты. Эти затраты равны производству энтропии σ , умноженному на температуру T . В свою очередь, σ в процессе необратимого масссопереноса может быть подсчитано, как произведение потока на движущую силу.

Поток масссопереноса определен разностью химических потенциалов первого (отделяемого) компонента в смеси и в отделяемом потоке. Он связан с расходом смеси и с концентрацией отделяемого компонента в ней как $g = g_0 x_{10}$. С другой стороны, он пропорционален движущей силе с коэффициентом масссопереноса α , пропорциональным поверхности контакта: $g = \alpha \Delta\mu$. Выражая движущую силу через поток и коэффициент масссопереноса, получим необратимые затраты мощности в форме

$$\Delta p = T\sigma = Tg \frac{\Delta\mu}{T} = \frac{Tg^2}{\alpha} = \frac{Tg_0^2 x_{10}^2}{\alpha}. \quad (4.0.6)$$

Выражение (4.0.6) справедливо при $0 \leq x_{10} < 1$.

Коэффициент масссопереноса зависит от размеров аппарата и удельного коэффициента масссопереноса δ как $\alpha = S\delta$, где S — эффективная площадь контакта. Будем называть отношение $X_i = \frac{x_{i0}}{\sqrt{\delta_i}}$ — приведенной концентрацией i -го компонента в смеси. В этих обозначениях необратимая мощность

$$\Delta p = \frac{Tg^2}{\alpha} = \frac{Tg_0^2}{S} X_1^2. \quad (4.0.7)$$

Целесообразно в качестве отделяемой выбирать компоненту с минимальным значением X_i . Будем называть ее минимальной приведенной концентрацией разделения бинарной смеси и обозначать как X_2^* . Случай, когда одну из компонент отделить сложно, соответствует, близкому к нулю значению δ , а значит сколь угодно большой приведенной концентрации.

Удельный коэффициент масссопереноса при разделении многокомпонентной смеси по границе между ν -ой и $(\nu - 1)$ -ой компонентой обозначим как $\delta_{\nu-}$,

а между ν -ой и $(\nu+1)$ -ой, как $\delta_{\nu+}$. Пусть смесь разделяют на два потока, первый из которых содержит компоненты с номерами от $i = 1$ до $i = \nu$, а второй от $i = \nu+1$ до $i = n$. Так как процесс массопереноса определяется свойствами ключевого компонента, то можно ввести приведенные концентрации потоков

$$X_{1\nu} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_{i0}}{\sqrt{\delta_{\nu+}}}, \quad X_{\nu n} = \frac{\sum_{i=\nu+1}^n x_{i0}}{\sqrt{\delta_{(\nu+1)-}}}. \quad (4.0.8)$$

Если состав потоков фиксирован и их дальнейшее разделение не предусмотрено, то в качестве отделяемого целесообразно выбрать поток, у которого приведенная концентрация меньше, при этом необратимые потери мощности имеют вид (4.0.7) с той разницей, что вместо приведенной концентрации компоненты в этом выражении фигурирует приведенная концентрация потока.

Смеси из трех компонент. Случай смеси из трех компонент позволяет проследить, как влияет на необратимые затраты мощности порядок разделения, кроме того для многокомпонентных смесей часто требуется выделение одной промежуточной по своим физическим свойствам компоненты, что с учетом допущения о ключевых компонентах сводит задачу выделения к разделению трехкомпонентной смеси. На рис. 2 приведена схема двухстадийного разделения трехкомпонентной смеси.

ВАНЯ, СМ. РИС.V2.eps

При разделении смеси в две и большее число стадий возникает задача распределения эффективной поверхности контакта S между стадиями. Естественно распределять ее так, чтобы минимизировать суммарные необратимые потери. Формально эта задача примет вид

$$\Delta p = Tg_0^2 \left(\frac{X_1^2}{S_1} + \frac{X_2^2}{S_2} \right) \Rightarrow \min / S_1 + S_2 = S. \quad (4.0.9)$$

Искомые переменными являются S_1 и S_2 , а X_1 и X_2 -приведенные концентрации отделяемой компоненты (потока) на первой и второй стадии.

Решение задачи нелинейного программирования (4.0.9) приводит к соотношениям для оптимальных поверхностей контакта и соответствующих им

минимальных необратимых затрат мощности

$$S_i = S \frac{X_i}{\sum_j X_j}, \quad \Delta p = \frac{Tg_0^2}{S} (\sum_j X_j)^2 = g_0^2 D, \quad i, j = 1, 2. \quad (4.0.10)$$

Таким образом минимуму необратимых потерь соответствует минимум суммы приведенных концентраций компонент (потоков), отделяемых на каждой стадии.

Форма границы области реализуемости. Если такой минимум найден, то условие (4.0.10) определяет форму границы множества реализуемости механических систем разделения. Затраты мощности не могут быть меньше суммы обратимой мощности разделения

$$p^0 = -Rg_0T \sum_{i=1}^n x_i \ln x_i = bg_0 \quad (4.0.11)$$

и минимальных необратимых потерь

$$\Delta p = \frac{Tg_0^2}{S} (\sum_j X_j)^{2*} = g_0^2 D^*, \quad i, j = 1, 2.$$

Так что минимальные затраты мощности связаны с производительностью параболической зависимостью

$$p^* = bg_0 + g_0^2 D^*. \quad (4.0.12)$$

Это граница области реализуемости второго типа.

Алгоритм выбора последовательности разделения трехкомпонентной смеси. Алгоритм выбора оптимального порядка разделения (в обозначениях рис.2) сводится к следующему:

1. Находят и запоминают приведенные концентрации X_{12}^* и X_{23}^* при разделении на второй стадии бинарных смесей A, B и B, C .

2. Первому случаю соответствует на первой стадии деление $AB + C$, а второму $A + BC$. Для каждого из них находят приведенную концентрацию и складывают с находящимися в памяти значениями для второй стадии. Минимум суммы соответствует оптимальному порядку разделения. Этот минимум

будем называть *минимальной приведенной концентрацией разделения трех-компонентной смеси* X_{123}^* .

Одновременно по формуле (4.0.10) выбирают эффективные поверхности контакта, а по (4.0.9) оценивают минимальные необратимые затраты мощности.

При выделении из многокомпонентной смеси вещества с промежуточными свойствами роль приведенных концентраций компонент А и С играют приведенные концентрации потоков, содержащих компоненты смеси, отличающиеся по разделяющему свойству от выделяемого вещества в большую и в меньшую сторону.

Пример. Рассмотрим механическую систему разделения смеси из трех компонент с концентрациями $x_{10} = 0.3$, $x_{20} = 0.5$, $x_{30} = 0.2$. Удельные коэффициенты массопереноса равны: $\delta_1 = 2$ моль²/сДжм², $\delta_{2-} = 10$ моль²/сДжм², $\delta_{2+} = 5$ моль²/сДжм², $\delta_3 = 8$ моль²/сДжм². Эффективная площадь контакта $S = 50$ м². Необходимо выбрать оптимальный порядок разделения смеси и распределить эффективную поверхность контакта между стадиями, то есть найти S_1 , S_2 , где $S = S_1 + S_2$.

Определим, какую из компонент необходимо отделять на первой ступени. Для каждого варианта найдем минимальную приведенную концентрацию X^* . Первоначально рассмотрим два варианта, в которых на каждой ступени отделяемой является компонента с меньшим индексом. В первом варианте первоначально отделяют первую компоненту, а на следующей ступени разделяют вторую и третью; во втором варианте – отделяют сначала смесь из первой и второй компоненты от третьей с последующим разделением получившейся смеси. Для первого и второго вариантов разделения минимальные приведенные концентрации равны соответственно:

$$X_{\nu=1}^* = \frac{0.3}{\sqrt{2}} + \min\left[\frac{0.5}{\sqrt{5}}; \frac{0.2}{\sqrt{8}}\right] \approx 0.283,$$

$$X_{\nu=2}^* = \frac{0.8}{\sqrt{5}} + \min\left[\frac{0.3}{\sqrt{2}}; \frac{0.5}{\sqrt{10}}\right] \approx 0.516.$$

Для двух других вариантов отделяемыми являются компоненты с большим индексом. Эдесь можно либо первоначально отделить третью компоненту с последующим разделением получившейся смеси первой и второй, либо (второй вариант) сначала отделить смесь второй и третьей компонент от первой, а затем вторую и третью. Имеем следующие минимальные приведенные концентрации для каждого из вариантов:

$$X_{\mu=1}^* = \frac{0.2}{\sqrt{8}} + \min\left[\frac{0.5}{\sqrt{10}}; \frac{0.3}{\sqrt{2}}\right] \approx 0.229,$$

$$X_{\mu=2}^* = \frac{0.7}{\sqrt{10}} + \min\left[\frac{0.2}{\sqrt{8}}; \frac{0.5}{\sqrt{5}}\right] \approx 0.292.$$

Таким образом,

$$\min[\min(X_{\nu=1}^*, X_{\nu=2}^*); \min(X_{\mu=1}^*, X_{\mu=2}^*)] \approx 0.229 = X_{13}^*.$$

На первой стадии целесообразно отделять третью компоненту, а на второй – вторую компоненту, так как $\frac{0.5}{\sqrt{10}} < \frac{0.3}{\sqrt{2}}$.

Эффективные поверхности контакта между стадиями пропорциональны приведенной концентрации отделяемого потока:

$$S_1 = S \frac{\frac{0.2}{\sqrt{8}}}{\frac{0.2}{\sqrt{8}} + \frac{0.5}{\sqrt{10}}}, \quad S_2 = S \frac{\frac{0.5}{\sqrt{10}}}{\frac{0.2}{\sqrt{8}} + \frac{0.5}{\sqrt{10}}}.$$

Минимальные необратимые затраты мощности на разделение определены выражением (4.0.10).

И РАВНЫ

Разница в необратимых потерях при изменении отделяемой компоненты (вторую от первой или первую от второй) связана с возможностью изменения способа разделения (использование электрических полей вместо мембраны, например). В дальнейшем мы будем предполагать, что способ разделения выбран, а значит оптимально требуется найти только границу разделения (обозначим ее ν). Для трехкомпонентной смеси ν принимает значения 1, когда

первоначально отделяют первый компонент, и 2, когда первоначально отделяют третий компонент. Оптимальное значение ν в рассмотренном примере равно двум.

Разделение многокомпонентной смеси в механических системах

Для многокомпонентной смеси в задаче (4.0.9) фигурирует большее число слагаемых, но оптимальное распределение площадей контакта приводит к соотношениям, аналогичным (4.0.10).

Для расчета оптимального порядка разделения будем следовать логике динамического программирования [?]. А именно находим приведенные концентрации $X_{k,k+1}$, $k = 1, \dots, n - 1$ при разделении каждой пары соседних компонентов (1,2), (2,3), ..., (n-1,n). Их общее число равно (n-1).

Затем рассмотрим все возможные сочетания из трех компонентов и для каждого из них найдем с оптимальным выбором границы разделения минимальную приведенную концентрацию $X^*_{k,k+2}$, $k = 1, 2, \dots, n - 2$.

Далее перейдем к сочетанию из четырех компонентов, причем

$$X^*_{k,k+3} = \min_{\nu=1,2,3} [X^*_{k,k+\nu} + X^*_{\nu,k+3}], \quad k = 1, 2, \dots, n - 3. \quad (4.0.13)$$

Здесь $\nu = 1$ соответствует первоначальному отделению k -го компонента, $X^*_{k+1,k+3}$ найдено на предыдущей стадии расчетов. Значение $\nu = 2$ соответствует первоначальному отделению смеси k -го и $(k+1)$ -го компонентов от смеси $(k+2)$ -го и $(k+3)$ -го, а второе слагаемое в (4.0.13) – сумма приведенных концентраций для каждой из этих бинарных смесей.

Процесс расчета заканчивается, когда число компонент достигнет n .

Пример.

ГЛАВА 5

УСЛОВИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗУЕМОСТИ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА

5.1 Введение

Параметры теплообменных систем (тепловая нагрузка, коэффициент теплопередачи, температуры контактирующих потоков и их водяные эквиваленты) связаны друг с другом уравнениями энергетического и энтропийного балансов. В последнее из этих уравнений входит производство энтропии σ , которое при ненулевом потоке передаваемой теплоты q заведомо больше нуля, а в необратимом случае больше минимального положительного значения σ_{min} .

Для любого теплообменника, в котором потоки несжимаемы, производство энтропии σ может быть выражено через вектор водяных эквивалентов потоков W и вектор их температур T на входе и на выходе системы как:

$$\sigma = \sum_i W_i \ln \frac{T_{if}}{T_{i0}} \quad i = 1, \dots, n. \quad (5.1.1)$$

Здесь i – индекс потока, T_{if} и T_{i0} – температуры потока на выходе и на входе в теплообменную систему.

Неравенство

$$\sigma(W, T) \geq \sigma_{min}(q, \alpha)$$

является условием термодинамической реализуемости теплообменной системы. Коэффициент теплопередачи α зависит от скорости контактирующих потоков, а значит от затрат энергии на прокачивание потоков. В ряде случаев эти затраты могут быть весьма значительны и их нужно учитывать при проектировании систем.

Для простейшего двухпоточного теплообменника производство энтропии ограничено снизу, если фиксирован его коэффициент теплообмена α и тепловая нагрузка q , причем эта граница при некоторых условиях может быть

достигнута [21]. Для многопоточных систем общего вида нижняя граница для $\sigma(W, T)$ так же существует.

ЗДЕСЬ ДОЛЖЕН БЫТЬ ОБЗОР ПО МЕТОДАМ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕПЛООБМЕННЫХ СИСТЕМ.

Ниже эти вопросы рассмотрены подробнее.

Расчету систем теплообмена посвящена обширная литература (см. [22, 23, 24, 25, 26, 27, 28]) и др. В большинстве своем эти работы основаны на эвристических алгоритмах, а значит не позволяют получить количественные показатели, характеризующие возможности усовершенствования проектируемой системы. В работе [29] получена оценка снизу для диссипации в системах многопоточного теплообмена с заданной тепловой нагрузкой и суммарным коэффициентом теплообмена, а так же организация системы, к которой нужно стремиться для реализации этой оценки. Показано, что для законов теплообмена, линейных относительно разности температур, нижняя граница может быть достигнута, если посредством распределения поверхности и тепловой нагрузки между теплообменниками, выбора входных температур и водяных эквивалентов удалось выполнить два условия:

- отношение абсолютных температур контактирующих потоков (устройств) в каждой точке должно быть одинаково;
- температуры потоков, покидающих теплообменник, должны быть одинаковы.

К сожалению, в ряде случаев удовлетворить этим требованием невозможно, например, когда температуры охлаждаемых устройств постоянны, а температура потока хладагента изменяется. Но и в этих случаях найденная оценка может служить показателем термодинамического совершенства системы.

5.2 Особенности систем охлаждения и связь показателей системы с производством энтропии

Ниже мы остановимся подробнее на системах охлаждения, в которых один поток хладагента контактирует с рядом охлаждаемых устройств. (см. Рис.). Для каждого i -го охлаждаемого устройства задан отбираемый тепловой поток q_i и рабочая температура T_i , требуется передать от охлаждаемых устройств к хладагенту некоторый суммарный поток теплоты q так, чтобы поверхность охлаждения (размеры системы) и расход хладагента g не превышали некоторого значения, при этом температура хладагента на входе в систему T_0 была не ниже заданной. Последнее условие связано с тем, что сам хладагент охлаждается в системе, контактируя с окружающим воздухом или жидкостью и его охлаждение до температуры более низкой, чем температура окружающей среды, требует больших затрат энергии.

Задачи, аналогичные рассмотренным, возникают применительно к системам, целью которых является не охлаждение, а подогрев некоторого комплекса устройств. Ниже для определенности мы будем рассматривать системы охлаждения. Такие задачи в химической технологии возникают при утилизации тепла, глубоком охлаждении потока в криогенных системах и пр.

Оптимальная организация системы предполагает:

- распределение ограниченной поверхности контакта между отдельными охлаждаемыми устройствами;
- выбор последовательности контактов хладагента с охлаждаемыми устройствами;
- выбор значений T_0 , расхода хладагента g , суммарной поверхности теплообмена.

Прежде чем переходить к решению этих задач проанализируем связь между переменными, характеризующими систему, и производством энтропии (диссипацией) σ . Эта связь показывает, что улучшение естественных показа-

телей функционирования системы монотонно связано с σ . Это позволяет формулировать задачу оптимальной организации системы теплообмена как задачу о минимуме диссипации.

Будем считать заданными тепловые нагрузки и рабочие температуры охлаждающих устройств $q_i, T_i, i = 1, 2, \dots, n$, а так же предполагать, что хладагент поступает и выходит из системы одним потоком с температурой на входе T_0 , на выходе T_f и водяным эквивалентом $W = gC$. Таким образом, мы предполагаем теплоемкость хладагента C неизменной. Внутри системы поток хладагента может разветвляться и перемешиваться.

Запишем уравнения термодинамических балансов системы [30].

—Энергетический баланс

$$W(T_f - T_0) = \sum_{i=1}^n q_i = q, \quad (5.2.1)$$

—Энтропийный баланс

$$W \ln \frac{T_f}{T_0} = \sigma = \sum_{i=1}^n q_i \left(\frac{1}{T_{si}} - \frac{1}{T_i} \right). \quad (5.2.2)$$

Здесь T_{si} - эффективная абсолютная температура хладагента при контакте с i -ой охлаждаемой системой. При фиксированной тепловой нагрузке q

$$T_f = T_0 + \frac{q}{W} \quad (5.2.3)$$

и условие (5.2.2) примет вид

$$W \ln \left(1 + \frac{q}{T_0 W} \right) = \sigma. \quad (5.2.4)$$

Рост σ приводит либо к росту водяного эквивалента хладагента при заданной его входной температуре T_0 , либо к уменьшению его температуры T_0 при заданном значении водяного эквивалента W . И то и другое нежелательно, так как хладагент в свою очередь поступает во внешний теплообменник, где охлаждается (обычно потоком воздуха в радиаторе либо в градирне) от

температуры T_f до T_0 . Чем больше W или чем ниже T_0 , тем больше энергии надо затратить во внешнем теплообменнике. Так что минимизация σ является естественным критерием качества организации системы.

Как следует из (5.2.2), величина σ целиком определяется значениями температур T_{si} , от которых зависят тепловые потоки q_i и движущие силы.

5.3 Условия минимальной диссипации

Пусть тепловые потоки пропорциональны разности температур

$$q_i = \alpha_i(T_i - T_{si}), \quad (5.3.1)$$

где α_i - коэффициент теплообмена, пропорциональный поверхности контакта s_i i -го охлаждаемого устройства с хладагентом.

Так как коэффициент пропорциональности между α_i и s_i одинаков для всех i , ограничения на суммарную площадь эквивалентны ограничению на сумму α_i , так что

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = \alpha. \quad (5.3.2)$$

Из равенства (5.3.1) следует, что

$$T_{si} = T_i - \frac{q_i}{\alpha_i}, \quad (5.3.3)$$

$$\sigma = \sum_{i=1}^n q_i \left(\frac{\alpha_i}{T_i \alpha_i - q_i} - \frac{1}{T_i} \right) = \sum_{i=1}^n \sigma_i(\alpha_i, T_i). \quad (5.3.4)$$

Найдем минимум σ по $\alpha_i > 0$, при условии (5.3.2). Функция Лагранжа этой задачи сепарабельна

$$L = \sum_i (\sigma_i(\alpha_i, T_i) + \lambda^2 \alpha_i). \quad (5.3.5)$$

Условие ее стационарности по α_i приводит к выражению

$$\frac{q_i^2}{(T_i \alpha_i - q_i)^2} = \lambda^2, i = 1, 2, \dots, n, \quad (5.3.6)$$

или

$$q_i(1 + \lambda) = T_i \alpha_i \Rightarrow \alpha_i^* = \frac{q_i}{T_i}(1 + \lambda). \quad (5.3.7)$$

С учетом ограничения (5.3.2), получим для распределения поверхностей контакта соотношения

$$\alpha_i^* = \alpha \frac{\frac{q_i}{T_i}}{\sum_{j=1}^n \frac{q_j}{T_j}}. \quad (5.3.8)$$

Это условие приводит к эквивалентному требованию для температур хладагента, которые соответствуют оптимальному распределению поверхности

$$T_{si} = T_i \left(1 - \frac{\sum_{j=1}^n \frac{q_j}{T_j}}{\alpha} \right) = T_i m(\alpha), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (5.3.9)$$

Таким образом, мы получили условия организации процесса охлаждения, к реализации которых следует стремиться.

Отметим, что если эти условия удастся выполнить, то в любой точке контакта отношение температур $\frac{T_{si}}{T_i}$ постоянно и равно

$$m(\alpha) = 1 - \frac{1}{\alpha} \sum_{j=1}^n \frac{q_j}{T_j} < 1, \quad (5.3.10)$$

что соответствует принципам организации оптимального теплообмена, полученным в [29].

Найдем минимум σ , соответствующий условиям (5.3.8), (5.3.9). Для этого подставим в равенство (5.2.2) $T_{si} = T_i m(\alpha)$, получим

$$\sigma_{min} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{T_i} \left(\frac{1}{m(\alpha)} - 1 \right). \quad (5.3.11)$$

Величины диссипации меньшей чем σ_{min} невозможно достичь, поэтому неравенство

$$W \ln \left(1 + \frac{q}{T_0 W} \right) \geq \sigma_{min}. \quad (5.3.12)$$

выделяет реализуемые системы охлаждения. Граница множества реализуемости соответствует равенству в (5.3.12), которое с учетом вида $m(\alpha)$, примет

форму

$$W \ln \left(1 + \frac{q}{T_0 W} \right) = \frac{\left(\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{T_i} \right)^2}{\alpha - \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{T_i}}. \quad (5.3.13)$$

При фиксированных значениях q_i и T_i величина $\alpha_{min}(W)$ равна

$$\alpha_{min}(W) = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{T_i} + \frac{\left(\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{T_i} \right)^2}{W \ln \left(1 + \frac{q}{T_0 W} \right)}. \quad (5.3.14)$$

Отметим, что $\alpha_{min}(W)$ при $W \rightarrow \infty$ предел выражения (5.3.14) после раскрытия неопределенности равен

$$\alpha_{min} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{T_i} + \frac{T_0}{q} \left(\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{T_i} \right)^2. \quad (5.3.15)$$

На (рис.5.1) приведена зависимость $\alpha_{min}(W)$ для следующих данных

$$q_1 = 200 \text{ ВТ}, q_2 = 220 \text{ ВТ}, T_0 = 293 \text{ К}, T_1 = 323 \text{ К}, T_1 = 310 \text{ К}, W = [30, 55]$$

Для реализуемых систем охлаждения значения α лежат выше построенной кривой (заштрихованная область). В том частном случае, когда температуры охлаждаемых систем одинаковы ($T_1 = T_2 = \dots = T_n = T$), температуры хладагента так же должны быть одинаковы и равны $T_s = Tm(\alpha)$.

Выясним, к чему приводят полученные условия для различных структур движения хладагента.

Последовательная структура (рис.5.2). Условие минимальной диссипации в предположении, что эффективная температура контакта T_{si} равна средней из входной и выходной температур хладагента, примет форму

$$\frac{T_{s1}}{T_1} = \frac{T_{s2}}{T_2} = m(\alpha), \quad (5.3.16)$$

или

$$\frac{T_0 + \frac{q_1}{2W}}{T_1} = \frac{T_0 + \frac{q_1}{W} + \frac{q_2}{2W}}{T_2} = 1 - \frac{1}{\alpha} \left(\frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} \right). \quad (5.3.17)$$

Выразим $T_0(W)$, $\alpha(W)$ из равенств (5.3.17)

$$T_0(W) = \frac{T_1 T_2}{2(T_2 - T_1)W} \left(\frac{2q_1 + q_2}{T_2} - \frac{q_1}{T_1} \right), \quad (5.3.18)$$

$$\alpha(W) = \frac{q_1 + T_1 \frac{q_2}{T_2}}{T_1 - T_0(W) - \frac{q_1}{2W}}. \quad (5.3.19)$$

При этом $T_2 > T_1$, и при их сближении $W^* \rightarrow \infty$. Значения α_i^* выбирают по условию (5.3.8).

ВАНЯ, ПРОВЕРЬ ПОЖАЛУЙСТА ЭТИ ФОРМУЛЫ.

На (рис.5.3), (рис.5.4) приведен график зависимости $T_0(W)$, $\alpha(W)$ для следующих данных

$$q_1 = 200\text{Вт}, q_2 = 220\text{Вт}, T_1 = 323\text{К}.$$

В том случае, когда хладагент проходит последовательно k охлаждаемых устройств $T_1 < T_2 < T_3 \dots$, температуры контакта имеют вид

$$T_{si} = \left(T_0 + \frac{1}{W} \sum_{j=1}^{i-1} q_j \right) \left(1 + \frac{q_i}{2W} \right), i = 1, 2, \dots, k, \quad (5.3.20)$$

а условия минимума диссипации (5.3.17) примут форму k равенств

$$\frac{T_{s1}}{T_1} = \frac{T_{s2}}{T_2} = \dots = \frac{T_{sk}}{T_k} = m(\alpha) = 1 - \frac{1}{\alpha} \sum_{j=1}^k \frac{q_j}{T_j}, \quad (5.3.21)$$

удовлетворить которым при $k > 3$ выбором T_0 , α и W невозможно. Это означает, что нужно использовать параллельную схему контакта.

НАСКОЛЬКО ЖЕ ХУЖЕ ПОЛУЧАЕТСЯ ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СХЕМЕ, ЕСЛИ ВСЕ ТАКИ БОЛЬШЕ 3-Х????

Параллельная структура (рис.5.5). Схема с параллельным контактом дает большие возможности удовлетворить требованиям минимальной диссипации, чем схема (рис.5.2), так как здесь можно выбирать каждый из водяных эквивалентов W_i .

Для k параллельных охлаждаемых устройств аналог условий (5.3.21) имеет вид

$$\begin{cases} \frac{T_0}{T_1} \left(1 + \frac{q_1}{2W_1}\right) = \frac{T_0}{T_2} \left(1 + \frac{q_2}{2W_2}\right) = \dots = \frac{T_0}{T_k} \left(1 + \frac{q_k}{2W_k}\right) = 1 - \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^k \frac{q_i}{T_i}, \\ \sum_{i=1}^k W_i = W. \end{cases} \quad (5.3.22)$$

Таким образом $(k + 3)$ искоемых переменных связаны друг с другом $(k + 1)$ -м уравнением, число степеней свободы равно двум. В случае, когда любые две температуры охлаждаемых устройств одинаковы ($T_1 = T_2$), единственным способом удовлетворить условия минимальной диссипации является использование параллельной структуры контакта. При этом

$$1 + \frac{q_1}{2W_1} = 1 + \frac{q_2}{2W_2} = \frac{T}{T_0} \left(1 + \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^k \frac{q_i}{T_i}\right). \quad (5.3.23)$$

Откуда следует, что нужно выбирать водяной эквивалент пропорциональным тепловому потоку

$$W_i = r q_i.$$

Коэффициент пропорциональности r из (5.3.23) равен:

ВАНЯ, ПОСЧИТАЙ И ВПИШИ

Отметим, что из условий (5.3.22) следует, что все температуры хладагента на выходе из зон контакта T_{pi} должны быть одинаковы и равны T_f , что так же соответствует принципам организации оптимального теплообмена [29].

Общий случай. В общем случае система охлаждения включает узлы параллельной и последовательной структуры, каждый из которых может состоять из нескольких охлаждаемых устройств. Для каждого узла последовательной структуры выполнение условий минимальной диссипации приводит к требованиям типа (5.3.17), в которых вместо температуры T_0 стоит температура хладагента на входе узла $T_{u0}(T_0, W)$. При этом в правой части стоит величина $m(\alpha)$ одна и та же для каждого охлаждаемого устройства в каждом

из узлов. Переменные T_0, α входят в условия минимальной диссипации для каждого узла, и реализовать эти условия в узле последовательной структуры можно лишь в случае, когда в нем число устройств либо узлов параллельной структуры равно двум (рис.5.6).

Условия минимальной диссипации приводят к уравнениям, общее число которых равно числу охлаждаемых устройств. Число же переменных, подлежащих выбору, равно числу параллельных ветвей (на рис.5.6 этих ветвей пять) минус число последовательно соединенных узлов (на рис.5.6 их два) и плюс три переменных (α, W, T_0) общих для всей системы. Так что для схемы (рис.5.6) число степеней свободы равно $(5+3)-5-2=1$.

5.4 Система охлаждения платы суперкомпьютера

В качестве иллюстративного примера использования полученных условий приведем расчет системы охлаждения платы суперкомпьютера. На плате имеется множество тепловыделяющих устройств, которые делятся на три группы:

1. процессоры — элементы с тепловыделением $q_2=95$ Вт, работающие при номинальной температуре $T_2=323$ К;
2. модуль памяти — элементы с тепловыделением $q_1=70$ Вт и номинальной температурой $T_1=313$ К;
3. модули питания и вспомогательные устройства — множество элементов с малым тепловыделением от 2 до 30 Вт.

На плате находятся два процессора и два модуля памяти — основные источники теплоты. Модули питания распределены по всей плате. Поскольку данные устройства невозможно выделить в одну группу для организации охлаждения, считаем, что их тепловая нагрузка равномерно распределена между процессорами и модулями памяти. Система охлаждения в этом случае состоит из двух параллельных ветвей, на каждой из которой последо-

вательно расположен модуль памяти и процессор (рис.5.7). Поскольку тепловые нагрузки и температуры модулей равны, то поток хладагента между параллельными ветвями делится поровну $W_1 = W_2 = 0.5W$, температуры на выходе параллельных ветвей одинаковы. Найдем оптимальное значение температуры хладагента и коэффициента теплопередачи, для одной ветви теплообмена по формулам (5.3.18), (5.3.19)

$$T_0^* = 288,85 \text{ K}, \quad \alpha^* = 8.47 \text{ Вт/К}, \quad \alpha_1^* = 3.9 \text{ Вт/К}, \quad \alpha_2^* = 4.57 \text{ Вт/К}.$$

Знание удельных коэффициентов теплопереноса позволяет найти оптимальные площади контакта каждого из охлаждаемых устройств с хладагентом, пропорциональные отношению мощности охлаждаемого устройства к его температуре по Кельвину.

Таким образом, при проектировании термодинамически-оптимальных систем охлаждения, следует выбирать поверхности охлаждения и структуру потоков хладагента, руководствуясь теми же двумя принципами, которые справедливы в системах многопоточного теплообмена:

- отношение абсолютных температур охлаждаемых устройств и хладагента должно быть одинаково для каждого из устройств;
- температуры потоков хладагента в точке их слияния должны быть одинаковы.

Если эти условия выполнены, то увеличить поток отбираемой теплоты можно лишь за счет увеличения общей поверхности контакта (коэффициента теплообмена), снижения температуры хладагента на входе в систему либо за счет увеличения его водяного эквивалента. Последнее связано с затратами энергии на прокачивание потоков. На учете этого фактора мы остановимся ниже.

Рис. 5.1: Зависимость минимального коэффициента теплообмена от водяного эквивалента хладагента

Рис. 5.2: Последовательная структура контакта охлаждаемых устройств с хладагентом

5.5 Минимизация затрат энергии на создание потоков в теплообменных системах с учетом термодинамической реализуемости

Параметры теплообменных систем (тепловая нагрузка, коэффициент теплопереноса, температуры контактирующих потоков и их водяные эквиваленты) связаны друг с другом уравнениями энергетического и энтропийного балансов. В последнее из этих уравнений входит производство энтропии σ , которое при ненулевом потоке передаваемой теплоты q заведомо больше нуля. В [32], [33] показано, что производство энтропии при ограниченном коэффициенте теплопереноса и заданной тепловой нагрузке не может быть сделано ниже некоторого предела. Это минимальное производство энтропии σ^* растет

Рис. 5.3: Зависимость входной температуры хладагента от водяного эквивалента потока

Рис. 5.4: Зависимость суммарного минимального коэффициента теплообмена от водяного эквивалента потока

Рис. 5.5: Параллельная структура контакта охлаждаемых устройств с хладагентом

Рис. 5.6: Узлы охлаждения с параллельной и последовательной структурой

Рис. 5.7: Структура потоков системы охлаждения платы суперкомпьютера

с ростом тепловой нагрузки и падает с ростом коэффициента теплопереноса α .

Для любого теплообменника производство энтропии σ может быть выражено через вектор водяных эквивалентов потоков W и вектор их температур T на входе и на выходе системы. Неравенство

$$\sigma(W, T) \geq \sigma_{min}(q, \alpha)$$

является условием термодинамической реализуемости теплообменной системы, подобно тому как условие: *„КПД тепловой машины не выше КПД Карно, а при заданной мощности не выше предельного КПД, найденного в [32]“* является условием термодинамической реализуемости тепловой машины.

В свою очередь α зависит от скорости контактирующих потоков, а значит от затрат энергии на охлаждение. В ряде случаев эти затраты могут быть весьма значительны. Ниже получены оценки снизу для энергии, затрачиваемой в процессах охлаждения, и показано, как можно снизить эти затраты за счет выбора структуры системы.

В качестве примера рассмотрена задача синтеза системы охлаждения суперкомпьютеров, у которых охлаждение стало одним из главных препятствий для роста вычислительных возможностей.

5.6 Условия термодинамической реализуемости теплообмена

5.6.1 Предельные возможности двухпоточного теплообменника Рассмотрим двухпоточный теплообменник и введем следующие обозначения:

W_1, W_0 – водяные эквиваленты холодного и горячего потоков, q – поток теплоты, передаваемый в теплообменнике (тепловая нагрузка), температуру T_0 будем относить к охлаждаемому, а T_1 – к нагреваемому потоку. Коэффициент теплопереноса α или обратное ему термическое сопротивление теплопереносу R зависят от удельных термических сопротивлений теплоотдачи

R_1, R_0 от холодного и горячего потоков к стенке теплообменника, от термического сопротивления теплопередачи r и от площади контакта S . При этом R_1 и R_0 зависят от скорости потоков $V_i = \frac{W_i}{C_i s_i}$, где C_i и s_i – теплоемкость и площадь сечения i -го потока, которые будем считать заданными ($i = 0; 1$)

$$\alpha(V_0, V_1) = \frac{1}{R(V_0, V_1)} = \frac{S}{R_0(V_0) + R_1(V_1) + r}. \quad (5.6.1)$$

Размерности теплоемкостей и площади сечения выбраны так, чтобы размерность скорости оказалась в м/сек.

В свою очередь, при постоянном гидродинамическом коэффициенте k_i затраты энергии e_i на перекачку каждого из потоков растут с ростом V_i . Расход потока $g_i = W_i/C_i = k_i \sqrt{\Delta p_i}$. Затраты энергии e_i равны произведению расхода на перепад давлений, так что

$$e_i = \Delta p_i g_i = \frac{W_i^3}{C_i^3 k_i^2} = \frac{V_i^3 s_i^3}{k_i^2}, \quad i = 0, 1, \quad e = e_0 + e_1. \quad (5.6.2)$$

Если площадь сечения потока, а значит и его гидравлический коэффициент, возрастает пропорционально расходу, то перепад давлений постоянен $\Delta p_i = \Delta p_i^0$ и затраты мощности пропорциональны расходу

$$e_i = \Delta p_i^0 g_i = \Delta p_i^0 \frac{W_i}{C_i}. \quad i = 0, 1, \quad e = e_0 + e_1. \quad (5.6.3)$$

В следующем разделе будет рассмотрена задача об условиях, при которых в теплообменнике с заданной тепловой нагрузкой затраты энергии на перемещение потоков теплоносителей минимальны.

Покажем, что существует граница термодинамической реализуемости теплообменных систем, которая связывает друг с другом водяные эквиваленты потоков.

Термодинамической оценкой организации двухпоточного теплообмена с заданным коэффициентом теплопереноса $\alpha(V_0, V_1)$ и тепловой нагрузкой q является необратимость процесса (производство энтропии). Это минимально

возможное производство энтропии для потока теплообмена, пропорционального разности температур равно (см. [32], [33]):

$$\sigma^* = \alpha \frac{(1-m)^2}{m}, \quad m = 1 - \frac{W_0}{\alpha} \ln \frac{T_{0\text{BX}}}{T_{0\text{BX}} - q/W_0}. \quad (5.6.4)$$

Очевидно, что $0 < m < 1$.

После исключения m получим

$$\sigma^* = \frac{W_0^2 \ln^2 \left(1 - \frac{q}{W_0 T_{0\text{BX}}}\right)}{\alpha + W_0 \ln \left(1 - \frac{q}{W_0 T_{0\text{BX}}}\right)}. \quad (5.6.5)$$

Эта оценка может быть достигнута в противоточном трубчатом теплообменнике при соблюдении так называемых *условий термодинамической согласованности* (см. [32], стр.138):

1. В каждом сечении теплообменника отношение абсолютных температур потоков должно быть одинаково и равно m . В частности, отсюда следует, что

$$\frac{T_{0\text{BX}} - q/W_0}{T_{1\text{BX}}} = m.$$

2. Отношение водяных эквивалентов потоков должно быть обратно отношению их абсолютных температур

$$W_1/W_0 = 1/m.$$

То есть водяной эквивалент горячего потока должен быть меньше, чем водяной эквивалент холодного.

Во всех остальных случаях производство энтропии больше, чем σ^* . В реальных теплообменниках m редко бывает меньше, чем 0,9, так что различие водяных эквивалентов не так уж велико.

Фактическое производство энтропии в системе с потоками жидкостей или газов при малом изменении их давления, выраженное через температуры потоков и водяные эквиваленты равно [36]

$$\sigma = W_0 \ln \frac{T_{0\text{ВЫХ}}}{T_{0\text{BX}}} + W_1 \ln \frac{T_{1\text{ВЫХ}}}{T_{1\text{BX}}}, \quad q = W_0(T_{0\text{BX}} - T_{0\text{ВЫХ}}). \quad (5.6.6)$$

Неравенство

$$\sigma \geq \sigma^*, \quad (5.6.7)$$

в котором левая и правая части зависят от входных температур потоков, их водяных эквивалентов, тепловой нагрузки теплообменника q и от суммарного коэффициента теплообмена α , ограничивает возможности теплообменных систем.

Подстановка этих зависимостей в (5.6.7) после исключения температур на выходе через входные температуры и тепловую нагрузку приводит к неравенству, справедливому для любого двухпоточного теплообменника

$$W_0 \ln \left(1 - \frac{q}{W_0 T_{0\text{ВХ}}} \right) + W_1 \ln \left(1 + \frac{q}{W_1 T_{1\text{ВХ}}} \right) \geq \frac{W_0^2 \ln^2 \left(1 - \frac{q}{W_0 T_{0\text{ВХ}}} \right)}{\alpha + W_0 \ln \left(1 - \frac{q}{W_0 T_{0\text{ВХ}}} \right)}.$$

После перенесения первого слагаемого, которое меньше нуля, из левой части неравенства в правую получим *условие термодинамической реализуемости двухпоточного теплообмена*:

$$A_1(W_1) = W_1 \ln \left(1 + \frac{q}{W_1 T_{1\text{ВХ}}} \right) \geq -\alpha \frac{W_0 \ln \left(1 - \frac{q}{W_0 T_{0\text{ВХ}}} \right)}{\alpha + W_0 \ln \left(1 - \frac{q}{W_0 T_{0\text{ВХ}}} \right)}. \quad (5.6.8)$$

При заданном значении водяного эквивалента горячего потока неравенство (5.6.8) накладывает ограничение на водяной эквивалент холодного потока, а значит на потребные для создания этого потока затраты энергии. Оно ограничивает и величину $\alpha = 1/R$. А именно

$$\alpha \geq \frac{W_0 W_1 \ln \left(1 - \frac{q}{W_0 T_{0\text{ВХ}}} \right) \ln \left(1 + \frac{q}{W_1 T_{1\text{ВХ}}} \right)}{W_0 \ln \left(1 - \frac{q}{W_0 T_{0\text{ВХ}}} \right) + W_1 \ln \left(1 + \frac{q}{W_1 T_{1\text{ВХ}}} \right)}. \quad (5.6.9)$$

На рис.1 показана зависимость величины левой части неравенства (5.6.8) $A_1(W_1)$. Она монотонно возрастает от нуля при $W_1 = 0$, стремясь с ростом водяного эквивалента к отношению $q/T_{1\text{ВХ}}$. При заданных тепловой нагрузке, коэффициенте теплопереноса и температурах горячего потока на входе и

Рис. 5.8: Монотонная зависимость водяного эквивалента холодного потока от прироста его энтропии

выходе минимальное значение прироста энтропии холодного потока $A_1(W_1)$ равно правой части неравенства (5.6.8). Зависимость, изображенная на рис.1, определяет минимальное значение W_1 при заданном значении правой части неравенства.

На рис.??????? изображена зависимость минимально – возможного коэффициента теплообмена от тепловой нагрузки $\alpha_{min}(q)$ в соответствии с неравенством (5.6.9). Эту зависимость, или обратную ей $q_{max}(\alpha)$ можно считать границей области реализуемости теплообменной системы.

Проведем аппроксимацию границы области реализуемости двухпоточного теплообменника квадратичной функцией

$$\alpha_{min} = bq + aq^2. \quad (5.6.10)$$

Коэффициент b найдем как величину производной правой части неравенства (5.6.9) по q при $q = 0$, а коэффициент a по условию совпадения вторых производных в этой точке.

При выполнении условий термодинамической согласованности неравенство (5.6.8) превращается в равенство. При заданной тепловой нагрузке выполнению условий термодинамической согласованности соответствует минимальное значение эффективного коэффициента теплообмена и обратно, при

заданном значении α им соответствует максимум q . Так как при фиксированной поверхности теплообмена рост α сопряжен с ростом скоростей потоков, а значит и энергетических затрат, то параметры теплообмена целесообразно выбирать так, чтобы хотя бы приближенно удовлетворялись условия термодинамической согласованности.

Многопоточные системы. Для многопоточных теплообменных систем с заданным суммарным коэффициентом теплообмена $\bar{\alpha}$ и с суммарной тепловой нагрузкой \bar{q} производство энтропии так же ограничено снизу [33]. Для них условия минимума производства энтропии требуют такого распределения поверхностей теплообмена, чтобы в каждом теплообменнике были выполнены условия термодинамической согласованности, причем отношение абсолютных температур холодного и горячего потоков m было одинаково для всех теплообменников, как и температуры горячих потоков на выходе из системы.

Пусть температуры греющих потоков на входе в систему T_{i0} и их водяные эквиваленты равны W_i . Тогда минимально возможное производство энтропии в системе

$$\bar{\sigma}^* = \bar{\alpha} \frac{(1 - m)^2}{m}, \quad (5.6.11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} m &= 1 - \frac{1}{\bar{\alpha}} \sum_{i=1}^k W_i (\ln T_{i0} - \ln \bar{T}), \\ \bar{T} &= \frac{\sum_{i=1}^k T_{i0} W_i - \bar{q}}{\sum_{i=1}^k W_i}. \end{aligned} \right\} \quad (5.6.12)$$

Если заданы температуры нагреваемых потоков T_{i-} на входе в систему и их водяные эквиваленты W_{i-} , то нижняя граница для производства энтропии может быть найдена как

$$\bar{\sigma}_-^* = \bar{\alpha} \frac{(n - 1)^2}{n}, \quad (5.6.13)$$

где

$$\left. \begin{aligned} n &= 1 + \frac{1}{\bar{\alpha}} \sum_{i=1}^k W_{i-} (\ln \bar{T}_- - \ln T_{i-}), \\ \bar{T}_- &= \frac{\sum_{i=1}^k T_{i-} W_{i-} + \bar{q}}{\sum_{i=1}^k W_{i-}}. \end{aligned} \right\} \quad (5.6.14)$$

Фактическое производство энтропии в системе, где давления потоков мало изменяются, может быть выражено через водяные эквиваленты и температуры потоков как

$$\sigma = \sum_{\nu=1}^M W_{\nu} \ln \frac{T_{\nu\text{ВХ}}}{T_{\nu\text{ВЫХ}}}. \quad (5.6.15)$$

Условие термодинамической реализуемости многопоточной теплообменной системы примет вид

$$\sum_{\nu=1}^M W_{\nu} \ln \frac{T_{\nu\text{ВХ}}}{T_{\nu\text{ВЫХ}}} \geq \bar{\sigma}^*. \quad (5.6.16)$$

Здесь суммирование в левой части равенства ведется по всем потокам, как греющим так и нагреваемым, $\bar{\sigma}^*$ соответствует большему из значений, подсчитанных по формулам (5.6.11), (5.6.13).

Неравенство (5.6.16) связывает водяные эквиваленты потоков друг с другом и его, как и ограничения на размеры поверхностей и тепловые нагрузки, необходимо учитывать при выборе расходов потоков по условию минимизации затрат энергии на их создание.

5.6.2 Условие минимума затрат энергии на организацию теплообмена. Предположим, что зависимость каждого из термических сопротивлений теплоотдачи от скорости потока V_i является непрерывной и дифференцируемой функцией. Рассмотрим, при каких условиях суммарные затраты энергии на создание потоков в теплообменнике минимальны при заданном суммарном термическом сопротивлении. После этого воспользуемся связью между затратами мощности и водяными эквивалентами потоков, и выразим

условие оптимального распределения затрат энергии через водяные эквиваленты.

Задача об оптимальном распределении затрат энергии примет форму:

$$[e_0(V_0) + e_1(V_1)] \rightarrow \min, \quad R_0(V_0) + R_1(V_1) = R_\Sigma. \quad (5.6.17)$$

Здесь фигурируют удельные термические сопротивления, так как площадь контакта одинакова для двух потоков.

Задача (5.6.17) представляет собой стандартную задачу распределения ресурсов. Она решается с использованием функции Лагранжа

$$L = e_0(V_0) + e_1(V_1) + \lambda[R_0(V_0) + R_1(V_1)],$$

и для случая, когда оптимальное решение не находится на границе допустимого множества, т.е. $V_i^* > 0$, необходимое условие оптимальности следует из условий стационарности функции Лагранжа по V_i .

Из этих условий после исключения λ получим с учетом зависимости (5.6.2) затрат мощности от водяных эквивалентов условие минимума суммарных затрат энергии на создание потоков

$$\frac{dR_0/dV_0}{dR_1/dV_1} = \frac{de_0/dV_0}{de_1/dV_1}. \quad (5.6.18)$$

5.7 Задача синтеза системы охлаждения суперкомпьютеров

Система охлаждения компьютера большой мощности состоит из двух взаимосвязанных блоков: собственно системы охлаждения, в которой хладагент контактирует с электронными устройствами и системы теплообмена, в которой хладагент охлаждается воздухом или водой, имеющей температуру окружающей среды.

Стремление к росту вычислительной мощности, плотности расположения вычислительных устройств приводит к резкому увеличению выделяемой в

ЭВМ теплоты, которую тем или иным способом нужно отводить к окружающему воздуху. Системы теплоотвода стали узким местом в процессе роста вычислительных мощностей. В последние годы все машины, обладающие максимальным быстродействием и входящие в первую десятку списка ТОП-500 самых быстродействующих машин, используют не воздушное, а жидкостное охлаждение. Целью усовершенствования систем охлаждения помимо увеличения плотности вычислительных узлов, предотвращения местных перегревов и пр. является такая их организация, при которой на каждый киловатт мощности, затрачиваемой на вычисления, добавочная энергия, затрачиваемая на охлаждение, минимальна. Этот коэффициент избыточности E (отношение суммарных затрат мощности к мощности вычислителя) всегда больше единицы и по данным изготовителей он в реальных системах меняется от 2 до 1,3. В первом случае на охлаждение тратится такая же мощность, как на вычисления, во втором – только 0,3 этой мощности. Некоторые изготовители считают, что они могут уменьшить E до 1,06 и ниже. Полученные выше соотношения позволяют оценить снизу предельное значение коэффициента избыточных затрат энергии.

Система охлаждения может быть одно и многоступенчатой. В первом случае вычислительные узлы контактируют непосредственно с охлаждающим воздухом, во втором охлаждение вычислительных узлов производится водой, подаваемой через каналы внутри плат компьютера, или специальным неэлектропроводным хладагентом, который может контактировать непосредственно с электронными устройствами. На второй ступени хладагент передает теплоту окружающей среде. Подчеркнем, что в любом случае, за исключением использования воды из термического резервуара (артезианских скважин, большого водоема и пр.), система включает в том или ином исполнении ступень воздушного охлаждения. Причем в одноступенчатой системе перепад температур между воздухом и охлаждаемыми вычислительными узлами максимален по сравнению с двухступенчатыми, где этот перепад нужно

распределить между ступенями охлаждения.

Возможности систем охлаждения ограничены следующими соображениями:

1. Температура охлаждаемых узлов не может превышать 58 градусов Цельсия (331 K), а температура окружающего воздуха t_V может изменяться от -30 до +30 градусов Цельсия (243 - 303 K).
2. Коэффициенты теплоотдачи от металлической стенки заданы [31] $\left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}} \right]$ (при этом скорость V измеряют в [м/сек]):
 - (а) к воде или к другому жидкому хладагенту $350 + 2000 \sqrt{V}$,
 - (б) к кипящему хладагенту 4500,
 - (в) к конденсирующемуся пару 10500,
 - (д) к воздуху $5,6 + 4 V$.
3. Теплоемкость воздуха составляет $1,3 \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \text{К}} \right]$, а теплоемкость воды в 3220 раз больше.

Термическое сопротивление теплопередачи для теплообменника, изготовленного из латуни толщиной 1 мм, составляет $r = 0,026 \text{ М}^2 \text{К} / \text{Вт}$, а для алюминия той же толщины $r = 0,05 \text{ М}^2 \text{К} / \text{Вт}$.

Так как задача состоит в получении оценок эффективности системы, то мы не будем рассматривать заведомо нерациональные с точки зрения энергозатрат структуры. К заведомо нерациональным мы относим, например, системы, в которых перед подачей в компьютеры воздух предварительно охлаждают в кондиционерах до температур ниже температуры окружающего воздуха, тратя на это дополнительную значительную энергию, которую нужно отводить с помощью того же окружающего воздуха.

Покажем, что с использованием приведенных выше соотношений можно оценить минимальную мощность на охлаждение.

Конкретизируем условия (5.6.18) для теплообменника, у которого горячим потоком является жидкость, холодным окружающий воздух. Используя

приведенные выше данные из справочника [31], находим для удельных термических сопротивлений теплоотдачи от жидкости к металлической стенке и от воздуха к металлической стенке зависимости термических сопротивлений от водяных эквивалентов потоков

$$R_0 = \frac{1}{100(3,5 + 20\sqrt{V_0})}, \quad R_1 = \frac{1}{5,6 + 4V_1}. \quad (5.7.1)$$

В этих выражениях коэффициенты размерные, так что равенства (5.7.1) справедливы только в том случае, когда скорость i -го потока $V_i = W_i/C_i s_i$ имеет размерность м/сек.

Подставим производные выражений (5.7.1) в условие (5.6.18) оптимального распределения затрат энергии. Получим после несложных арифметических преобразований:

$$\frac{40\sqrt{V_0} (3,5 + 20\sqrt{V_0})^2}{(5,6 + 4V_1)^2} = \frac{de_1/dV_1}{de_0/dV_0}, \quad (5.7.2)$$

$$\frac{e_1}{e_0} = \frac{W_1 c_0 \Delta p_1^0}{W_0 c_1 \Delta p_0^0} = \frac{3220}{m} \frac{\Delta p_1^0}{\Delta p_0^0}. \quad (5.7.3)$$

Равенство (5.6.18) (для воздуха и воды (5.7.2)) при заданных геометрических и гидравлических характеристиках теплообменника определяет соотношение между водяными эквивалентами, площадями сечения потоков s_i и их теплоемкостями, для которого минимальны затраты энергии при фиксированном суммарном термическом сопротивлении теплоотдачи. При выполнении этого условия отношение затрат энергии на создание каждого из потоков теплообмена зависит от водяных эквивалентов и произведений теплоемкостей на площади сечения потоков.

Рассмотрим двухступенчатую систему охлаждения, показанную на рис.2. Первая ступень – охлаждение электронных устройств (ЭУ) жидким хладагентом. Вторая – охлаждение хладагента воздухом. Непосредственное охлаждение ЭУ воздухом для значительного потока теплосъема (мощности ЭУ)

Рис. 5.9: Схема двухступенчатой системы охлаждения.

неприемлемо, так как большое удельное термическое сопротивление теплоотдачи требует развитой поверхности, ЭУ приходится разносить далеко друг от друга, что снижает скорость вычислений. Главное же, тепловыделение крайне неравномерно и процессор, выделяющий большой поток теплоты, не удастся охладить, несмотря на большую поверхность радиаторов.

Первоначально остановимся на первой ступени. Здесь фиксированы температура ЭУ $T_e = 331K$ и плотность теплового потока q/S_e , равная отношению мощности ЭУ к их поверхности, она составляет примерно 10^4Вт/М^2 . Температура в ванне, охлаждающей ЭУ, приблизительно постоянна по объему вследствие смешения и равна температуре $T_{0\text{ВХ}}$.

Запишем соотношения, вытекающие из кинетики теплообмена и условий теплового баланса:

$$(331 - T_{0\text{ВХ}})100(3,5 + 20\sqrt{V_e}) = \frac{q}{S_e}. \quad (5.7.4)$$

При увеличении скорости хладагента при постоянном гидравлическом коэффициенте теплосъем растет не быстрее, чем скорость в степени $1/2$, а затраты мощности на прокачивание потока растут пропорционально кубу скорости. Поэтому скорость $V_e = W_0/C_0 s_0$ редко выбирают большей, чем $0,05 \text{м/сек}$. Для такой скорости обтекания ЭУ из равенства (5.7.4) для

$q/S_e = 10^4 \text{ Вт/М}^2$, следует, что $T_{0\text{ВХ}} = 318,42 \text{ К}$. Отношение абсолютных температур контактирующих потоков в системе $m = 318,42/331 = 0,962$.

Вторая ступень охлаждения может быть организована как противоток с соблюдением условий термодинамической согласованности. Температура окружающего воздуха $T_{1\text{ВХ}}$ фиксирована, для определенности примем ее равной 293К. С ростом этой температуры затраты на охлаждение растут. По условиям термодинамической согласованности системы и энергетического баланса для второй ступени имеем:

$$\frac{T_{0\text{ВЫХ}}}{331} = \frac{W_0}{W_1} = \frac{293}{T_{0\text{ВЫХ}}} = \frac{T_{1\text{ВЫХ}}}{T_{0\text{ВХ}}} = m = 0,962. \quad (5.7.5)$$

Откуда $T_{0\text{ВЫХ}} = 304,57$, $T_{1\text{ВЫХ}} = mT_{0\text{ВХ}} = 306,32$.

$$q = W_0(T_{0\text{ВХ}} - T_{0\text{ВЫХ}}) = W_1(T_{1\text{ВЫХ}} - 293). \quad (5.7.6)$$

Водяные эквиваленты потоков

$$W_0 = \frac{q}{T_{0\text{ВХ}} - T_{0\text{ВЫХ}}} = \frac{q}{13,85}, \quad W_1 = \frac{q}{T_{1\text{ВЫХ}} - T_{0\text{ВХ}}} = \frac{q}{13,32}.$$

Найдем отношение мощностей, потребных на создание потоков,

$$\frac{e_1}{e_0} = \frac{W_1 c_0 \Delta p_1^0}{W_0 c_1 \Delta p_0^0} = \frac{3220 \Delta p_1^0}{m \Delta p_0^0}. \quad (5.7.7)$$

Перепады давлений для воздуха и воды могут быть разными, но даже если они отличаются на порядок, из равенства (5.7.7) вытекает, что почти вся энергия, затрачиваемая на создание потоков, приходится на поток воздуха.

В заключение проверим получившийся теплообменник по условию реализуемости (5.6.8).

5.7.1 Эффективность перехода на "влажное" охлаждение На рис. 3 показана зависимость оптимальной скорости воздуха от скорости воды. Ясно, что с ростом мощности q затраты энергии на охлаждение при использовании теплообменника радиаторного типа быстро растут даже при оптимальном выборе параметров теплообмена. Так как львиная доля этих затрат

Рис. 5.10: Зависимость оптимальной скорости воздуха от скорости жидкости.

падает на создание потока воздуха, то реальное повышение энергетического совершенства системы возможно лишь за счет использования теплообмена с прямым контактом воды с охлаждающим воздухом (градирни, охлаждающие бассейны с распылением и пр.).

Гораздо эффективнее использование градирни, в которой охлаждаемая вода непосредственно контактирует с воздухом, увлажняя его и охлаждаясь не только за счет передачи теплоты воздуху, но и за счет частичного испарения. Воздух в градирню подают с помощью вентиляторов. При этом часть воды (примерно 0,001 доля) испаряется, отбирая теплоту парообразования. В вертикальных градирнях скорость воздуха частично или полностью обеспечивается за счет „естественной циркуляции“. Температура охлаждаемой воды на выходе из градирни оказывается в зависимости от влажности воздуха на 4-5 градусов ниже температуры воздуха, входящего в систему. Это увеличивает температурный перепад на предыдущей ступени, где вода является охлаждающим агентом.

Мощность вентиляторов при использовании градирен по данным изгото-

вителей составляет примерно 0,01 от тепловой нагрузки и с ростом q возрастает линейно. Для контакта с воздухом в градирне нельзя использовать воду, прошедшую химводоочистку или дистиллированную воду в силу их дороговизны, так как эту воду приходится постоянно пополнять из за уноса.

5.8 Выводы

При расчете теплообменных систем нужно учитывать условия их термодинамической реализуемости и выбирать водяные эквиваленты и гидравлические сопротивления для каждого из потоков с учетом затрат энергии на их реализацию. Системы охлаждения суперкомпьютеров требуют значительных затрат мощности на последней ступени передачи теплоты окружающему воздуху. Экономия может быть достигнута за счет перехода к „влажному“ охлаждению.

Радикальным способом, позволяющим резко сократить затраты энергии на охлаждение, является переход на второй ступени от воздушного охлаждения к водяному, с использованием холодной воды из артезианской скважины или водоема больших размеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григоревский И. [вставить пункт с диссертацией]
2. Novikov I.I., *The efficiency of atomic power stations*, J. Nuclear Energy, **II 7**, (1958) 25–128
3. Curzon F.L., Ahlburn B., *Efficiency of a Carnot engine at maximum power output*, Amer. J. Physics, **43**, (1975) 22–24
4. Rozonoer L.I., Tsirlin A.M., *Optimal control of thermodynamical systems*, Automatics and Telemechanics, **1, 2, 3**, (1983), in Russian
5. Berry R.S., Kazakov V.A., Sieniutycz S., Szwast Z., Tsirlin A.M., *Thermodynamic Optimization of Finite Time Processes*, (Wiley, Chichester 1999)
6. Tsirlin A.M., *Techniques of the average optimization and its applications*, (Moscow, Fizmatlit 1997), in Russian
7. Salamon P., Hoffman K.H., Schubert S., Berry R.S., Andresen B., *What conditions make minimum entropy production equivalent to maximum power production?*, J. Non-Equilibrium Thermodyn., **26**, (2001)
8. Andresen B., Salamon P., Berry R.S. *Thermodynamics in finite time*, Phys. Today, **62**, (1984)
9. Andresen B., Salamon P., Berry R.S., *Thermodynamics in finite time: extremals for imperfect heat engines*, J. Chem. Phys., **64 4**, (1977), 1571–1577
10. Andresen B., *Finite-time thermodynamics*, (Copenhagen, 1983)
11. Tsirlin A.M., Mironova V.A., Amelkin S.A., Kazakov V.A., *Finite-time thermodynamics: Conditions of minimal dissipation for thermodynamic process with given rate*, Physical Review, **58 1**, (1998)
12. Tsirlin A.M., Kazakov V.A., *Maximal work problem in finite-time thermodynamics*, Physical Review, **1**, (2000)

13. Tsirlin A.M., Grigorevsky I.N., *Thermodynamical estimation of the limit capacity of irreversible binary distillation*, J. Non-Equilibrium Thermodynamics, **35**, (2010), 213–233
14. Tsirlin A.M., *Mathematical models and optimal processes in macrosystems*, (Moscow, Science 2006), in Russian
15. *Плановский А.Н., Николаев П.И.* Процессы и аппараты химической и нефтехимической технологии. Учебник для вузов. М.: Химия, 1987.
16. *Гельперин Н.И.* Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: Химия, 1981.
17. *Александров И.А.* Ректификационные и абсорбционные аппараты. М.: Химия. 1978.
18. *Петлюк Ф.Б., Серафимов Л.А.* Многокомпонентная ректификация. Теория и расчет. М.:Химия, 1983.
19. *Павлов К.Ф., Романков П.Г., Носков А.А.* Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. Ленинград: Химия, 1976.
20. *Кафаров В.В., Мешалкин В.П., Перов В.Л.* Математические основы автоматизированного проектирования химических производств. М.: Химия, 1979.
21. Цирлин А.М., *Необратимые оценки предельных возможностей термодинамических и микроэкономических систем.* — М.: Наука, 2003 — 349 с.
22. *Кафаров В.В., Мешалкин В.П., Перов В.Л.* //Математические основы автоматизированного проектирования химических производств. Химия: Москва,1979
23. *Каневец Г.Е.* // Проектирование и оптимизация теплообменных аппаратов на ЭЦВМ., АНУССР:Киев,1970
24. *Мухленов И.П.* // Химико-технологические системы. , Химия:Ленинград, 1986

25. *Bosnjakovic, F.* // Technical Thermodynamics. , Holt R&W:New York, 1965
26. *S. Sieniutycz, J. Jezowski* // Energy Optimization in Process Systems, Elsevier LTD:UK, 2009
27. *Hartmann K., Hacker I., Rockstroh L.* // Modellierung und optimierung verfahrenstechnischer systeme., Akademie – Verlaq:Berlin, 1978
28. *Цирлин А.М.* // Оптимальное управление необратимыми процессами тепло и массоперенос, Известия АН СССР, Техническая кибернетика, **2**, 171-179, 1991
29. *Цирлин А.М., Ахременков А.А., Григорьевский И.Н.* // Минимальная необратимость, оптимальное распределение поверхности и тепловой нагрузки теплообменных систем, Теоретические основы химической технологии, **42**, 1-8, 2008
30. *Berry R.S., Kasakov V.A., Sieniutycz S., Szwasz Z., Tsirlin A.M.* // Thermodynamic Optimization of Finite Time Processes, Wiley:Chichester, 1999
31. *Кухлинг Х.* Справочник по физике.: Пер. С нем. 2-е изд. – М.: Мир, 1985. - 520с., ил., с. 466-468.
32. *Цирлин А.М.* Необратимые оценки предельных возможностей термодинамических и микроэкономических систем., М.; Наука, 2003. 349с.
33. *Цирлин А.М., Ахременков А.А., Григорьевский И.Н.* Минимальная необратимость, оптимальное распределение поверхности и тепловой нагрузки теплообменных систем // Теоретические основы химической технологии, т.42, №1, 2008, с.1–8.
34. *Кухлинг Х.* Справочник по физике.: Пер. С нем. 2-е изд. – М.: Мир, 1985. - 520с., ил., с. 466-468.
35. *Идельчик И.Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям./ под ред.М.О. Штейнберга – М.: машиностроение, 1992.
36. *Пригожин И., Кондепуди Д.* Современная термодинамика. М.: Мир, 2002.