

*УДК 66.01.011*

Термодинамический предел минимальной  
необратимости процесса теплообмена для  
линейного закона теплопереноса

Цирлин А.М., Ахременков А.А., Григоревский И.Н

*Институт программных систем РАН*

*tsirlin@sarc.botik.ru*

Поступила в редакцию ..... 2006г.

**Аннотация**

Получены нижняя граница для производства энтропии, соответствующие ей распределения поверхностей теплообмена и температур контакта для систем с заданной суммарной тепловой нагрузкой и суммарным коэффициентом теплопереноса. Доказано, что для теплового потока, пропорционального разности температур, оценка может быть достигнута, если одинаковы отношения температур контактирующих потоков в любой точке системы и температуры греющих либо нагреваемых потоков на ее выходе.

## **1 Введение**

Предельные возможности технологических систем (тепловых и холодильных машин, систем разделения, химических реакторов и пр.), основан-

ные на соотношениях термодинамики обратимых процессов (КПД Карно, обратимая работа разделения), очень важны, но как правило сильно завышены. Они не учитывают интенсивности потоков, поверхностей контакта и других факторов, связанных с заданной производительностью и конечными размерами аппаратов. В некоторых же случаях обратимые оценки вообще становятся бессмысленными. В частности, это относится к стационарным неравновесным системам, в которых имеется несколько резервуаров или поступают извне потоки вещества и энергии. Примером таких систем являются теплообменники, оценка термодинамического совершенства которых требует учета ограниченной поверхности контакта (интегрального коэффициента теплообмена) и тепловой нагрузки - количества теплоты, передаваемой в единицу времени от горячих к холодным потокам. Для оценки совершенства таких систем используют эксергитический подход (см. [1, 2] и др.), сравнивая системы по потерям эксергии в каждой из них. Последние пропорциональны производству энтропии и температуре окружающей среды  $T_0$ . Минимуму потерь эксергии при заданных температурах горячих потоков на входе в теплообменник и фиксированной тепловой нагрузке соответствует максимум средней температуры холодных потоков на выходе теплообменника.

В данной работе решена задача о минимально-возможном производстве энтропии (диссипации), а значит потерях эксергии, в теплообменной системе. Такая оценка

- показывает, как влияют на возможности системы те или иные факторы (температура и водяной эквивалент потоков, тепловая нагрузка, коэффициент теплообмена и пр.);
- если она может быть достигнута некоторой системой, последняя может служить „идеалом“, к которому надо стремиться при проектировании систем;
- позволяет оценить термодинамическую эффективность действующей теплообменной системы путем сравнения фактического произ-

водства энтропии с минимально возможным.

Производство энтропии в теплообменной системе может быть сделано сколь угодно малым при выполнении одного из двух условий:

1. Сколь угодно мал тепловой поток  $\bar{q}$ .
2. Сколь угодно велик коэффициент теплопроводности  $\bar{\alpha}$ .

Здесь черта означает, что переменная относится ко всей теплообменной системе. Ни одно из этих условий не может быть реализовано. Поэтому в дальнейшем будем считать  $\bar{q}$  и  $\bar{\alpha}$  заданными и ограниченными и покажем, что эти ограничения не позволяют достичь производства энтропии ниже некоторого предельного значения. Для двухпоточного теплообмена этот факт известен (см.[3, 4]), поэтому основное внимание ниже уделено многопоточным системам.

## 2 Двухпоточный теплообмен

Для двухпоточного теплообмена (рис.1) справедливо следующее

**У т в е р ж д е н и е 1:** *Производство энтропии в системе с температурой греющего потока на входе в систему  $T_{01}$  и его водяном эквиваленте  $W_1$  не может быть меньше, чем*

$$\sigma^* = \bar{\alpha} \frac{(1-m)^2}{m}. \quad (1)$$

Здесь

$$m = 1 - \frac{W_1}{\bar{\alpha}} \ln \frac{T_{01}}{T_{01} - \bar{q}/W_1}. \quad (2)$$

*В том случае, когда фиксированы температура на входе  $T_{02}$  и водяной  $W_2$  нагреваемого потока минимально-возможное производство энтропии*

$$\sigma^* = \bar{\alpha} \frac{(n-1)^2}{n}, \quad (3)$$

где

$$n = 1 + \frac{W_2}{\bar{\alpha}} \ln \frac{T_{02} + \bar{q}/W_2}{T_{02}}. \quad (4)$$

Приведенные оценки соответствуют закону теплообмена вида  $q - \alpha(T_1 - T_2)$  в любом сечении теплообменника. Они могут быть достигнуты в противоточном трубчатом теплообменнике, если отношение температур в потоках обратно отношению их водяных эквивалентов (условия термодинамической согласованности). Причем в этом случае отношение температур в любом сечении теплообменника постоянно ( $T_1(l)/T_2(l) = n = 1/m$ ).

Доказательство Утверждения 1 дано в [3, 4] и др.

### 3 Многопоточный теплообмен

Производство энтропии в термодинамической системе можно найти двумя способами. Если система функционирует, то его можно вычислить, зная параметры входящих потоков и потоков, покидающих систему. Если же решают задачу проектирования, то производство энтропии можно выразить через кинетические закономерности, коэффициенты тепло и массопереноса и пр. как произведение потоков на движущие силы. Первоначально воспользуемся первым подходом и найдем, как связано производство энтропии в двухпоточном теплообменнике с параметрами входных и выходных потоков.

Известно (см. [2]), что дифференциал молярной энтропии может быть выражен через теплоемкость вещества, прирост температуры и давления как

$$ds = \frac{c_p}{T} dT - \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp. \quad (5)$$

Здесь  $c_p$ -молярная теплоемкость при постоянном давлении, а  $v$  – молярный объем. Интегрирование этого выражения от начальных до конечных значений температуры и давления позволяет найти прирост молярной энтропии. Если известен молярный расход потока, то, умножив этот прирост на расход, получим производство энтропии, связанное с изменением параметров данного потока. Просуммировав эти величины по всем потокам, найдем производство энтропии в выделенной технологической системе.

В частности, для идеального газа, теплоемкость которого зависит только от температуры, а  $(\partial v / \partial T)_p = R/p$ , прирост молярной энтропии равен

$$s - s_0 = \int_{T_0}^T \frac{c_p}{T} dT - R \ln \frac{p}{p_0}, \quad (6)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Для жидкостей с постоянной теплоемкостью при постоянном давлении

$$s - s_0 = c_p \ln \left( \frac{T}{T_0} \right), \quad (7)$$

а прирост энтропии  $\sigma_i$  за счет изменения состояния  $i$ -го потока равен произведению его водяного эквивалента на логарифм отношения абсолютных температур на выходе и на входе системы.

$$\sigma_i = W_i \ln \left( \frac{T}{T_0} \right), \quad i = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Производство энтропии  $\sigma = \sum \sigma_i$  – суммарной разнице потоков энтропии на выходе и на входе системы.

Запишем связь производства энтропии в двухпоточном теплообменнике с водяными эквивалентами потоков  $W_1$  и  $W_2$ , их температурами на входе  $T_{10}, T_{20}$  и выходе  $\bar{T}_1, \bar{T}_2$  при заданной тепловой нагрузке  $\bar{q}$ :

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = W_1 \ln \left( \frac{T_{10} - \bar{q}/W_1}{T_{10}} \right) + W_2 \ln \left( \frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_2 - \bar{q}/W_2} \right). \quad (9)$$

Пусть для определенности параметры первого (греющего) потока и тепловая нагрузка фиксированы, а значит фиксировано и значение  $\sigma_1$ . Тогда из (9) следует связь выходной температуры нагреваемого потока с производством энтропии  $\sigma$

$$\bar{T}_2 = \frac{\bar{q}}{W_2(1 - \exp[-\frac{\sigma - \sigma_1}{W_2}])}. \quad (10)$$

Выходная температура нагреваемого потока монотонно увеличивается с уменьшением производства энтропии. Аналогичные выкладки для мно-

гопоточных теплообменников приводят к подобной связи между производством энтропии и средневзвешенной с учетом водяных эквивалентов температурой нагреваемых потоков.

Расчет сложных систем теплообмена с несколькими охлаждаемыми и нагреваемыми потоками предполагает выбор температур контактирующих потоков, распределение поверхностей теплообмена и тепловых нагрузок. Для решения этой весьма непростой задачи как правило используют эвристические алгоритмы [5]–[9] и др.

Получим оценку снизу для производства энтропии в многопоточной теплообменной системе и соответствующие этой оценке законы изменения температур контактирующих потоков, распределение коэффициентов теплообмена и тепловой нагрузки между теплообменниками. Такая оценка позволит найти показатель  $\eta$  термодинамической эффективности действующей системы, и проектирование системы проводить таким образом, чтобы в максимальной степени приблизить показатели к найденной оценке, а распределения температур и поверхностей контакта к тем, для которых эта оценка может быть достигнута.

**Постановка задачи.** Для определенности будем считать заданными параметры греющих потоков: температуры  $T_0$  на входе в теплообменник и водяные эквиваленты  $W(T_0)$ . При этом предполагается, что все потоки, имеющие одну и ту же температуру  $T_0$ , объединены в один поток с суммарным водяным эквивалентом

$$W(T_0) = \sum_i g_i c_i,$$

где  $g_i(T_0)$  и  $c_i(T_0)$  — расход и теплоемкость  $i$ -го потока с температурой  $T_0$ .

Зависимость  $W(T_0)$  будем считать известной и первоначально для простоты непрерывной. В том случае, когда множество входных температур дискретно, расчетные соотношения претерпят очевидные изменения, которые приведены в конце раздела.

Обозначим через  $T_{01}$  и  $T_{02}$  минимальное и максимальное значение

температуры  $T_0$  горячих потоков; тепловую нагрузку для потока, имеющего температуру  $T_0$ , как  $q(T_0)$ , а коэффициент теплопроводности — как  $\alpha(T_0)$ .

Распределение поверхности контакта между потоками эквивалентно распределению эффективных коэффициентов теплообмена, поэтому будем предполагать фиксированным

$$\bar{\alpha} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} \alpha(T_0) dT_0, \quad \alpha(T_0) \geq 0, \quad (11)$$

как и суммарную тепловую нагрузку

$$\bar{q} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} q(T_0) dT_0. \quad (12)$$

Когда  $T_0$ ,  $W(T_0)$  и  $\bar{q}$  заданы, фиксирована и средняя энтальпия горячих потоков на выходе системы.

Температуры греющих потоков на выходе из системы теплообмена связаны с температурой на входе и тепловой нагрузкой как

$$T_{\text{вых}}(T_0) = T_0 - q(T_0)/W(T_0). \quad (13)$$

Потребуем минимума производства энтропии

$$\bar{\sigma} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} \sigma(T_0) dT_0 \rightarrow \min_{u(T, T_0), \alpha(T_0), q(T_0)}, \quad (14)$$

где  $u(T, T_0)$ —температура холодного потока при контакте с горячим, имеющим входную температуру  $T_0$  и текущую температуру  $T$ .

**Получение расчетных соотношений.** Проведем решение задачи (11)–(14) в два этапа, на первом из которых будем считать  $q(T_0)$  и  $\alpha(T_0)$  заданными при всех  $T_0 \in [T_{01}, T_{02}]$  и при этих условиях найдем связь текущих температур нагреваемых и греющих потоков  $u$  и  $T$ , соответствующих минимуму производства энтропии  $\sigma(T_0)$  для греющего потока, имеющего начальную температуру  $T_0$ . На втором этапе найдем такие

распределения поверхности контакта и тепловой нагрузки,  $\alpha(T_0)$  и  $q(T_0)$ , которые минимизируют  $\bar{\sigma}$  при ограничениях (11) и (12).

Первая задача уже решена в разделе 2, ее решение приводит к соотношениям (см. (1),(2)) для каждого значения входной температуры горячего потока:

$$\frac{u(T, T_0)}{T(T_0)} = m(T_0) = 1 - \frac{W(T_0)}{\alpha(T_0)} \ln \frac{T_0}{T_0 - \frac{q(T_0)}{W(T_0)}}, \quad (15)$$

$$\sigma^*(T_0) = \alpha(T_0) \frac{(1 - m(T_0))^2}{m(T_0)}. \quad (16)$$

Второй этап решения сводится к задаче распределения  $\alpha$  и  $q$  по условию

$$\bar{\sigma} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} \sigma^*[T_0, \alpha(T_0), W(T_0), q(T_0)] dT_0 \rightarrow \min_{\alpha \geq 0, q \geq 0} \quad (17)$$

при условиях (11) и (12). Функция Лагранжа этой задачи имеет вид

$$L = \sigma^*(T_0, \alpha, W, q) - \lambda_1 \alpha(T_0) - \lambda_2 q(T_0).$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — некоторые константы, не зависящие от  $T_0$ .

Условия стационарности  $L$  по  $\alpha$  и  $q$  приводит к равенствам

$$\frac{\partial \sigma^*}{\partial \alpha} = \lambda_1, \quad \frac{\partial \sigma^*}{\partial q} = \lambda_2. \quad (18)$$

Для вычисления производных в (18) предварительно выпишем производные

$$\begin{aligned} \frac{\partial m}{\partial \alpha} &= \frac{W(T_0)}{\alpha^2(T_0)} \ln \frac{T_0}{T_{\text{вых}}} = \frac{1 - m(T_0)}{\alpha(T_0)}, \\ \frac{\partial m}{\partial q} &= -\frac{1}{\alpha(T_0) T_{\text{вых}}(T_0)}, \\ \frac{\partial \sigma^*}{\partial m} &= \alpha(T_0) \frac{m^2 - 1}{m^2}. \end{aligned}$$

С учетом этих выражений после несложных выкладок условия (18) примут вид

$$\frac{\partial \sigma^*}{\partial \alpha} = - \left( \frac{1 - m(T_0)}{m(T_0)} \right)^2 = \lambda_1, \quad (19)$$



$$\frac{\partial \sigma^*}{\partial q} = -\frac{m^2(T_0) - 1}{m^2(T_0)T_{\text{вых}}(T_0)} = \lambda_2, \quad (20)$$

или

$$T_{\text{вых}}(T_0) = \frac{1 - m^2(T_0)}{m^2(T_0)\lambda_2}. \quad (21)$$

Из условия (19) следует, что при оптимальной организации теплообмена величина  $m$  не зависит от  $T_0$ , а значит как видно из (21) одинакова для всех потоков и температура на выходе  $T_{\text{вых}}(T_0) = \bar{T}$ .

Величина  $\bar{T}$  однозначно определена условием (12), так как

$$\bar{q} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} W(T_0)(T_0 - \bar{T})dT_0. \quad (22)$$

Введем обозначения

$$\bar{W} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} W(T_0)dT_0, \quad (23)$$

$$\bar{T}_0\bar{W} = \int_{T_{01}}^{T_{02}} T_0W(T_0)dT_0, \quad (24)$$

тогда

$$\bar{T} = \frac{\bar{T}_0\bar{W} - \bar{q}}{\bar{W}}. \quad (25)$$

Таким образом при оптимальной организации многопоточного теплообмена отношение температур горячих и холодных потоков в любой точке контакта и температуры потоков на выходе из системы должны быть одинаковы.

Чтобы выразить значение  $m$  через исходные данные перепишем условие (15) в форме

$$\alpha(T_0) = \frac{W(T_0)(\ln T_0 - \ln \bar{T})}{1 - m}. \quad (26)$$

По условию неотрицательности  $\alpha(T_0)$  должно быть выполнено неравенство  $T_0 \geq \bar{T}$ .

Т.о. в системе теплообмена должны быть использованы только те горячие потоки, температуры которых больше, чем  $\bar{T}$ . Если  $T_{01} < \bar{T}$ , то во всех интегралах в качестве нижнего предела должна фигурировать вместо  $T_{01}$  температура  $\bar{T}$ .

Интегрируя левую и правую части равенства (26) и учитывая, что интегральный коэффициент теплообмена задан, найдем значение  $m$

$$m = 1 - \frac{1}{\bar{\alpha}} \int_{T_{01}}^{T_{02}} W(T_0)(\ln T_0 - \ln \bar{T}) dT_0. \quad (27)$$

Так что оптимальное распределение коэффициентов теплообмена

$$\alpha(T_0) = \bar{\alpha} \frac{W(T_0)(\ln T_0 - \ln \bar{T})}{\int_{T_{01}}^{T_{02}} W(T_0)(\ln T_0 - \ln \bar{T}) dT_0}, \quad (28)$$

распределение тепловых нагрузок

$$q(T_0) = W(T_0)(T_0 - \bar{T}), \quad (29)$$

а минимально-возможное производство энтропии

$$\sigma^* = \bar{\alpha} \frac{(1 - m)^2}{m}. \quad (30)$$

Выражение (30) при его сравнении с производством энтропии  $\bar{\sigma}$  в действующей теплообменной системе, имеющей суммарный коэффициент теплообмена  $\bar{\alpha}$ , температуры горячих потоков на входе  $T_0$  и соответствующие им водяные эквиваленты  $W(T_0)$ , энтальпию греющих потоков на выходе из системы, равную  $\overline{W(T_0)T_{\text{вых}}(T_0)}$ , или, что одно и то же, тепловую нагрузку  $\bar{q}$ , позволяет оценить степень термодинамического совершенства такой системы как отношение  $\rho = \frac{\sigma^*}{\bar{\sigma}}$ .

Чтобы приблизить характеристики системы к идеальной, нужно распределять потоки отбираемого тепла и поверхности теплообмена по формулам (29), (28), а температуры контакта выбирать по условию постоянства отношения температур, равного  $m$ , (см.(27)). Для этого нужно

уменьшать поверхность теплообмена для теплообменников, в которых отношение температур холодного и горячего потоков больше среднего значения по всей системе, и увеличивать для тех теплообменников, где оно меньше среднего. Аналогично, надо увеличивать отбор тепла от тех греющих потоков, температура которых на выходе выше средней выходной температуры по всем греющим потокам.

**Учет дискретности температур греющих потоков.** Как правило, число греющих потоков конечно (равно  $k$ , а значит множество значений  $T_0$  дискретно. Обозначим их  $T_{i0}$ , а соответствующие водяные эквиваленты как  $W_i$ . Все полученные выше соотношения остаются справедливыми, так как при их выводе нигде не использовалась операция дифференцирования по  $T_0$ . Нужно лишь заменить интегралы суммами по  $i$ . Так,

$$\overline{W} = \sum_{i=1}^k W_i, \quad \overline{T_0 W} = \sum_{i=1}^k T_{i0} W_i, \quad \overline{\sigma} = \sum_{i=1}^k \sigma_i(T_{i0}, \alpha(T_{i0}), W_i, q(T_{i0}))$$

и т.д.

Итоговые формулы для оптимального выбора температуры нагреваемых потоков на выходе системы, тепловых нагрузок, коэффициентов теплообмена, отношения температур контактирующих потоков и минимально возможной диссипации примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \overline{T} &= \frac{\sum_{i=1}^k T_{i0} W_i - \overline{q}}{\sum_{i=1}^k W_i}, \\ q^*(T_{i0}) &= W_i (T_{i0} - \overline{T}), \\ \alpha^*(T_{i0}) &= \frac{\overline{\alpha} W_i (\ln T_{i0} - \ln \overline{T})}{\sum_{i=1}^k W_i (\ln T_{i0} - \ln \overline{T})}, \\ m &= 1 - \frac{1}{\overline{\alpha}} \sum_{i=1}^k W_i (\ln T_{i0} - \ln \overline{T}), \\ \overline{\sigma}^* &= \overline{\alpha} \frac{(1-m)^2}{m}, \\ \alpha^*(T_{i0}) &= q^*(T_{i0}) = W_i = 0, \quad T_{i0} \leq \overline{T}. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Т.о. нами доказано следующее

**У т в е р ж д е н и е 2а:** *Для теплообменной системы с заданным числом греющих потоков, их входными температурами и водяными эквивалентами, суммарной тепловой нагрузкой и суммарным коэффициентом теплопередачи для линейных законов теплообмена производство энтропии  $\sigma \geq \bar{\sigma}^*$ . Это неравенство превращается в равенство при выполнении условий (31).*

При получении оценки  $\bar{\sigma}^*$  в качестве исходных данных были использованы температуры и водяные эквиваленты горячих потоков, а холодные потоки надо было выбирать таким образом, чтобы приблизиться к полученной оценке. В реальности же может оказаться, что фиксированы расходы и температуры холодных потоков.

Введем для холодных потоков, их водяных эквивалентов и рассчитанных по ним показателей индекс  $-$ . Те рассуждения, которые были проведены выше, позволяют найти нижнюю границу для производства энтропии в системе, где заданы температуры холодных потоков  $T_{1-} \geq T_{i-} \geq T_{2-}$  и их водяные эквиваленты  $W_{i-}$ . Приведем без вывода расчетные соотношения для этого случая:

$$\left. \begin{aligned} \bar{T}_- &= \frac{\sum_{i=1}^k T_{i-} W_{i-} + \bar{q}}{\sum_{i=1}^k W_{i-}}, \\ q^*(T_{i-}) &= W_{i-} (\bar{T}_- - T_{i-}), \\ \alpha^*(T_{i-}) &= \frac{\bar{\alpha} W_{i-} (\ln \bar{T}_- - \ln T_{i-})}{\sum_{i=1}^k W_{i-} (\ln \bar{T}_- - \ln T_{i-})}, \\ n &= 1 + \frac{1}{\bar{\alpha}} \sum_{i=1}^k W_{i-} (\ln \bar{T}_- - \ln T_{i-}), \\ \bar{\sigma}_- &= \bar{\alpha} \frac{(n-1)^2}{n}, \\ \alpha^*(T_{i-}) = q^*(T_{i-}) = W_{i-} &= 0, \quad T_{i-} \geq \bar{T}_-. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Последнее требование говорит о том, что в системе с минимально-возможным производством энтропии должны отсутствовать нагревае-

мые потоки, входные температуры которых больше или равны  $\overline{T_-}$ .

*У т в е р ж д е н и е 2б: Для теплообменной системы с заданным числом нагреваемых потоков, их входными температурами и водяными эквивалентами, суммарной тепловой нагрузкой и суммарным коэффициентом теплопередачи для линейных законов теплообмена производство энтропии  $\sigma \geq \overline{\sigma_-^*}$ . Это неравенство превращается в равенство при выполнении условий (32).*

При оценке термодинамического совершенства действующей или спроектированной теплообменной системы часто бывают фиксированы входные температуры как холодных так и горячих потоков. Тогда в качестве минимально возможного в такой системе производства энтропии следует взять большее из значений  $\overline{\sigma^*}$  или  $\overline{\sigma_-^*}$ , что дает более точную оценку термодинамического совершенства системы.

## 4 Пример оценки термодинамического совершенства теплообменной системы

На рис.3 изображена система теплообмена, включающая три горячих и три холодных потока. Первым присвоен индекс  $i$ , а вторым – индекс  $j$ . Температуры потоков на входе и выходе каждого теплообменника в градусах Кельвина показаны на рисунке, там же внутри кружков даны коэффициенты теплопередачи в кДж/с.К и для каждого из входных потоков даны водяные эквиваленты  $W_i$   $W_j$ , имеющие ту же размерность. При этом принято, что эффективная температура контакта каждого из потоков равна средней из температур этого потока на входе и выходе из теплообменника. При этом условии получены тепловые нагрузки теплообменников  $q_{ij}$  в кДж/с, сведенные в табл. 1. Производство энтропии в такой системе аналогично (9) находят как сумму прироста энтропии по всем потокам

$$\sigma = \sum_{i=1}^3 W_i \ln \frac{T_{i\text{ВЫХ}}}{T_{i0}} + \sum_{j=1}^3 W_j \ln \frac{T_{j\text{ВЫХ}}}{T_{j\text{ВХ}}}. \quad (33)$$

Расчет по этой формуле приводит к значению  $\sigma = 5,574 \text{ кДж/с.К}$ .

Для термодинамически-оптимальной системы теплообмена с той же суммарной тепловой нагрузкой  $\bar{q}=5851 \text{ кДж/с}$  и коэффициентом теплопередачи  $\bar{\alpha}=48 \text{ кДж/с.К}$ , воспользуемся формулами (31). Найдем оптимальную температуру на выходе для горячих потоков. Получим  $\bar{T}=453,4 \text{ К}$ . Из сравнения этой температуры с температурами горячих потоков на входе следует, что третий поток с температурой  $450 \text{ К}$  следует исключить из системы теплообмена, оптимально перераспределив поверхности теплообмена между первым и вторым горячими потоками. Пересчет  $\bar{T}$  для двух горячих потоков при тех же значениях  $\bar{q}$  и  $\bar{\alpha}$  приводит к  $\bar{T}=457,2 \text{ К}$ . Оптимальные значения тепловых нагрузок, для первого и второго потоков, равны  $\bar{q}(T_{10})=3712 \text{ кДж/с}$ ,  $\bar{q}(T_{20})=2140 \text{ кДж/с}$ ; оптимальное распределение поверхности теплообмена между этими потоками в соответствии с (31) приводит к коэффициентам теплообмена  $\bar{\alpha}(T_{10})=29,9 \text{ кДж/с.К}$ ,  $\bar{\alpha}(T_{20})=18,1 \text{ кДж/с.К}$ . Отношение эффективных температур нагреваемого и греющего потоков в каждом из теплообменников должно быть одинаково и равно  $m=0,752$ . Минимально возможное производство энтропии в такой системе  $\sigma^*=3,93 \text{ кДж/с.К}$ . Для рассматриваемой системы коэффициент термодинамического совершенства  $\eta = \frac{\sigma^*}{\sigma} = 0,705$ .

Сравнение оптимальной и реальной систем теплообмена позволяет наметить пути усовершенствования последней:

1. Исключить из системы поток с температурой на входе  $450 \text{ К}$  и за счет этого увеличить площади теплообменников для двух оставшихся потоков, так чтобы суммарный коэффициент теплообмена для первого потока увеличился с 19 до 30, а для второго с 14 до 18  $\text{кДж/с.К}$ .

2. Распределить площадь теплообмена для каждого из потоков таким образом, чтобы отношение эффективных температур контакта холодного и горячего потоков, измеренных в градусах Кельвина, было одинаково для каждого из них и близко к 0,75. Отметим, что в исходной системе оно различно для каждого из теплообменников и меняется от 0,63 до 0,88.

3. При этом температуры горячих потоков на выходе должны быть близки к 457,2 К.

## 5 Заключение

Получены условия для термодинамически-оптимальной организации теплообмена, при выполнении которых производство энтропии в системе с заданной тепловой нагрузкой и суммарным коэффициентом теплопередачи достигает своего нижнего предела. Найдены соответствующие этим условиям распределения тепловых нагрузок и коэффициентов теплообмена между входными потоками. Полученная оценка позволяет найти для произвольной теплообменной системы показатель термодинамического совершенства и наметить пути улучшения этой системы, а также проследить влияние таких факторов как изменение температур входных потоков, поверхностей теплообмена на возможности системы.

### Обозначения

$c_p$ —молярная теплоемкость, Дж/моль.К;

$L; l$ —полная и текущая длина аппарата м;

$m^n$ —отношения температур контактирующих потоков;

$q$ —тепловой поток Вт;

$R$ —универсальная газовая постоянная, Дж/моль. К;

$s$ — молярная энтропия, Дж/моль. К;

$T$ —температура, К;

$u$ —выбираемая температура нагреваемого потока, К;

$W$ —водяной эквивалент потока, Вт/К;

$\alpha$ —коэффициент теплопередачи, Вт/К.;

$\lambda$ —множитель Лагранжа;

$\rho$ —коэффициент термодинамического совершенства.



## Список литературы

- [1] *Бродянский В.М., Фратшке В., Михалец К.* Эксергетический метод и его приложения. М.: Энергоатомиздат, 1988.
- [2] *Бошнякович Ф.* Техническая термодинамика. М.: ГЭИ, 1955.
- [3] *Berry R.S., Kasakov V.A., Sieniutycz S., Szwast Z. and Tsirlin A.M.* Thermodynamic Optimization of Finite Time Processes // Wiley, Chichester, 1999.
- [4] *Цирлин А.М., Беляева Н.А.* О связи продолжительности и диссипации для процессов теплообмена. // Теплоэнергетика, 1998, №9, с.53-56.
- [5] *Кафаров В.В., Мешалкин В.П., Перов В.Л.* Математические основы автоматизированного проектирования химических производств. - М.: Химия, 1979.
- [6] *Каневец Г.Е.* Проектирование и оптимизация теплообменных аппаратов на ЭЦВМ. Киев: АНУССР, 1970.
- [7] *Hartmann K., Hacker I., Rockstroh L.* Modellierung und optimierung verfahrenstechnischer systeme. Berlin. Akademie – Verlaq. 1978.
- [8] *Tedder A., Rudd D.F.* AIChE J., 1978, v.24, p.203.
- [9] *Муhlenов И.П.* Химико-технологические системы. Ленинград: Химия, 1986, 424с.





$j \backslash i$	1	2	3
1	885	416	271.5
2	628.6	375.3	452
3	1290	983.7	549.2

### Подписи к рисункам:

Рис. 1. Граница достижимости для двухпоточного теплообменника при  $W = 1, T_0 = 370K$ .

Рис. 2. Зависимость показателя термодинамического совершенства теплообменника смешения от водяного эквивалента  $W_1$ .

Рис. 3. Структура системы многопоточного теплообмена.

Табл. 1. Тепловые нагрузки теплообменников  $q_{ij}$ .