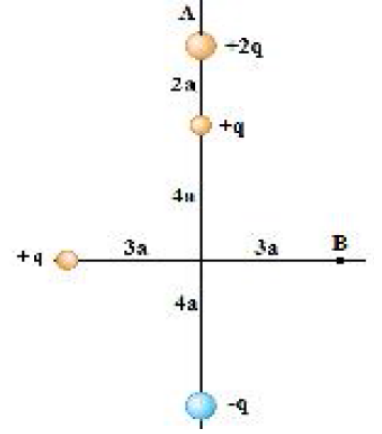


## FİZİK 2

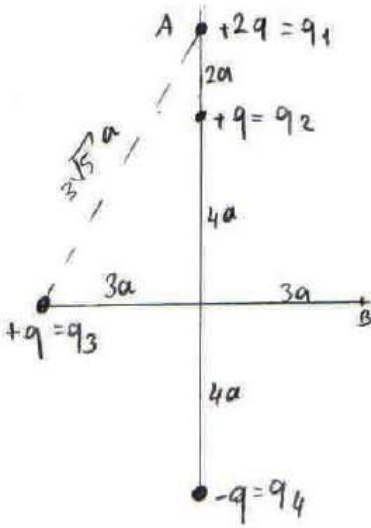
### UYGULAMA 2

#### (Elektriksel Potansiyel)

1. a) Şekil 1'deki  $+2q$  yükünü  $A(0,6a)$  noktasından  $B(3a,0)$  noktasına getirebilmek için gerekli olan elektriksel işi bulunuz.
- b) Yeni sistemin toplam potansiyel enerjisini bulunuz.



Şekil 1



(a)  $+2q$  yükünü  $A(0,6a)$ 'dan  $B(3a,0)$ 'ye götürmek için yapılan iş:

$$U_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

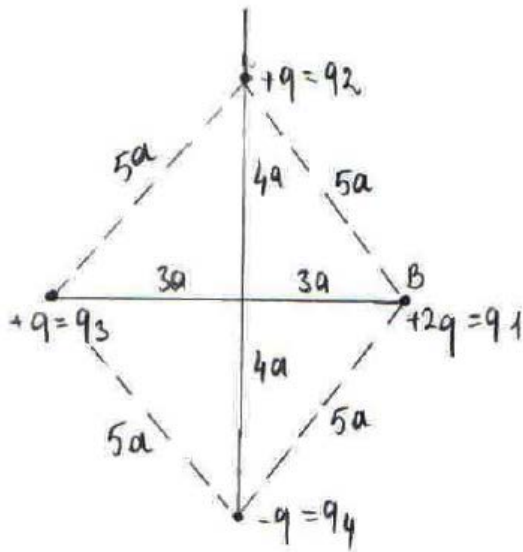
$$U_A = k \frac{2q(q)}{2a} + k \frac{q(2q)}{3\sqrt{5}a} + k \frac{(-q)(2q)}{10a}$$

$$U_A = U_{21} + U_{31} + U_{41}$$

$$= k \frac{q^2}{a} + k \frac{2q^2}{3\sqrt{5}a} - k \frac{q^2}{5a}$$

$$= k \frac{q^2}{a} \left( \frac{4}{5} + \frac{2}{3\sqrt{5}} \right)$$

$+2q$  yükü B noktasında iken;



$$U_B = k \underbrace{\frac{2q(q)}{5a}}_{U_{21}} + k \underbrace{\frac{(2q)q}{6a}}_{U_{31}} + \underbrace{\frac{k(1-q)(2q)}{5a}}_{U_{41}}$$

$$U_B = \frac{2kq^2}{5a} + k \frac{q^2}{3a} - \frac{2kq^2}{5a}$$

$$U_B = \frac{kq^2}{3a}$$

$$U_B - U_A = \frac{kq^2}{a} \left( \frac{1}{3} - \left( \frac{4}{5} + \frac{2}{3\sqrt{5}} \right) \right)$$

$$W_{A \rightarrow B} = U_B - U_A = k \frac{q^2}{a^2} \left( \frac{-2}{3\sqrt{5}} - \frac{7}{15} \right)$$

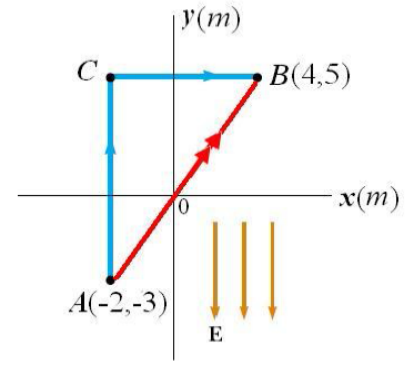
b) Yeni sistemin toplam potansiyel enerjisi:

$$U_{\text{son}} = U_{12} + U_{13} + U_{14} + U_{23} + U_{24} + U_{34}$$

$$U_{\text{son}} = \frac{k(2q)(q)}{5a} + \frac{k(2q)(q)}{6a} + k \frac{(-q)(2q)}{5a} + \frac{k(q)(q)}{5a} + \frac{k(q)(-q)}{8a} + \frac{k(q)(-q)}{5a}$$

$$U_{\text{son}} = \frac{5}{24} k \frac{q^2}{a}$$

2. 325 (V/m) şiddetindeki düzgün bir elektrik alan  $-y$  eksenini doğrultusunda uygulanmaktadır. Şekil 2'deki A ve B noktalarının koordinatları sırasıyla  $(-2,-3)$  m ve  $(4,5)$  m'dir.  $(V_B - V_A)$  potansiyel farkını, doğrusal olarak verilen ACB ve AB yolları üzerinden hesaplayınız.



Şekil 2

$$d\vec{s}_1 = dy\hat{j}$$

$$d\vec{s}_2 = dx\hat{i}$$

$$d\vec{s}_3 = dx\hat{i} + dy\hat{j}$$

$$\vec{E} = -325\hat{j} \text{ (V/m)}$$

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

ACB yolu için:

$$V_B - V_A = - \int_A^C \vec{E} \cdot d\vec{s}_1 - \int_C^B \vec{E} \cdot d\vec{s}_2$$

$$V_B - V_A = - \int_A^C (-325\hat{j}) \cdot dy\hat{j} - \int_C^B (-325\hat{j}) \cdot dx\hat{i} \quad (\hat{j} \cdot \hat{i} = 0)$$

$$V_B - V_A = 325 \int_A^C dy$$

$$V_B - V_A = 325 \int_{-3}^5 dy = 325 \left[ y \right]_{-3}^5 = 325 [5 - (-3)]$$

$$V_B - V_A = 2600 \text{ (V)}$$

AB yolu için:

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

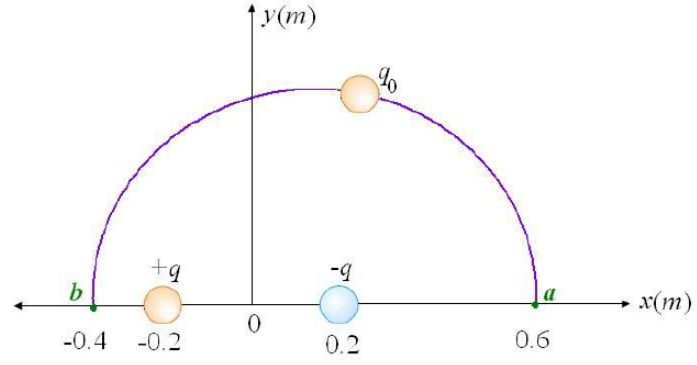
$$V_B - V_A = - \int_A^B (-325 \hat{j}) \cdot (dx \hat{i} + dy \hat{j})$$

$$V_B - V_A = 325 \int_A^B dy$$

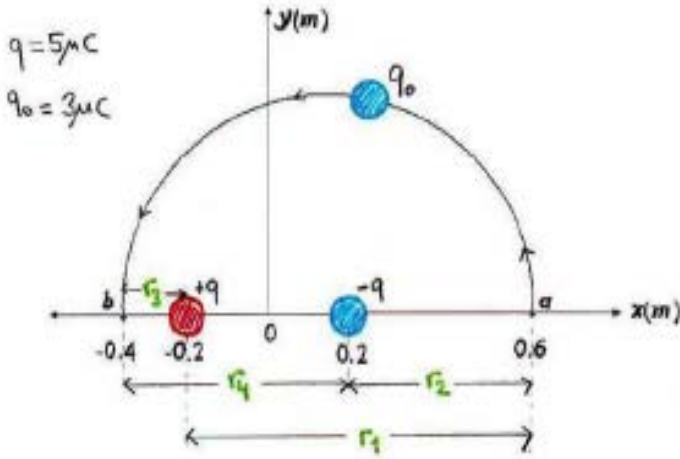
$$V_B - V_A = 325 \int_{-3}^5 dy = 325 [y]_{-3}^5$$

$$\boxed{V_B - V_A = 2600(V)}$$

3. Bir elektrik dipolü Şekil 3'deki gibi  $x = -0,2 \text{ m}$ 'deki  $+5 \mu\text{C}$  yükü ile  $x = 0,2 \text{ m}$ 'deki  $-5 \mu\text{C}$  yükünden oluşmaktadır.  $q_0 = 3 \mu\text{C}$ 'lik bir deneme yükü,  $x = 0,6 \text{ m}$  olan noktadan  $x = -0,4 \text{ m}$  olan noktaya, yarıçapı  $0,5 \text{ m}$  olan ve  $y$ -eksenini kesen yarım çember şeklindeki yolu izleyerek sabit hızla taşınmıştır. Deneme yükünü hareket ettirmek için ne kadar iş yapılmıştır?



Şekil 3



$$W_{a \rightarrow b} = \Delta U = q_0 \Delta V = q_0 (V_b - V_a)$$

$$W_{a \rightarrow b} = 3 \cdot 10^{-6} [150000 - (-56250)]$$

$$W_{a \rightarrow b} \approx 0,62 \text{ (J)}$$

$$V = k \frac{q}{r}$$

$$V_a = k \frac{q}{r_1} - k \frac{q}{r_2}$$

$$V_a = 9 \cdot 10^3 \left( \frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,8} - \frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,4} \right)$$

$$V_a = -56250 \text{ (V)}$$

$$V_b = k \frac{q}{r_3} - k \frac{q}{r_4}$$

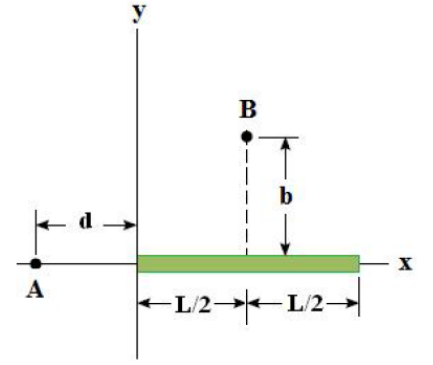
$$V_b = 9 \cdot 10^3 \left( \frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,2} - \frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,6} \right)$$

$$V_b = 150000 \text{ (V)}$$

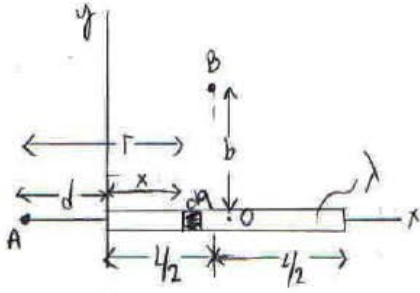
4. Şekil 4'te görüldüğü gibi x eksenini boyunca uzanmış olan L uzunluklu çubuk üzerinde düzgün  $\lambda$  yük yoğunluğu bulunmaktadır.

a) A ve B noktalarındaki elektriksel potansiyeli hesaplayınız.

b) Çubuk düzgün olmayan  $\lambda = \alpha x$  ( $\alpha$ : sabit) yük yoğunluğuna sahip olursa A ve B noktalarındaki elektrik potansiyeli hesaplayınız.



Şekil 4



(a) A ve B noktalarındaki elektriksel potansiyeller;

$$V = k \int \frac{dq}{r} \quad \text{ile;}$$

$$dq = \lambda dx$$

$$V_A = k \int_0^L \frac{dq}{r} = k \int_0^L \frac{\lambda dx}{r}$$

$$\boxed{r = d + x}$$

$$V_A = k \lambda \int_0^L \frac{dx}{x+d}$$

$$\left[ \text{integral tablosu: } \int \frac{dx}{(ax+b)} = \frac{1}{a} \ln(ax+b) \right]$$

$$V_A = k \lambda \left( \ln(x+d) \right) \Big|_0^L$$

$$V_A = k \lambda \ln \left( 1 + \frac{L}{d} \right)$$

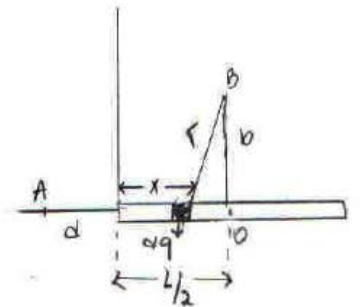
$$V = k \int \frac{dq}{r}$$

$$V_B = \int \frac{k \lambda dx}{(b^2 + (L/2 - x)^2)^{1/2}}$$

$$r = \sqrt{b^2 + \left( \frac{L}{2} - x \right)^2}$$

$$\boxed{u = \frac{L}{2} - x}$$

$$\boxed{du = -dx}$$



$$V_B = k \lambda \int \frac{-du}{\sqrt{b^2 + u^2}}$$

$$\left[ \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) \quad \text{veya } \sinh^{-1} \frac{x}{a} \right]$$

$$V_B = -k\lambda (\ln(u + \sqrt{u^2 + b^2}))$$

$$V_B = -k\lambda \left( \ln\left(\frac{L}{2} - x\right) + \sqrt{\left(\frac{L}{2} - x\right)^2 + b^2} \right) \Big|_0^L$$

$$V_B = -k\lambda \left[ \ln\left(-\frac{L}{2} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + b^2}\right) - \ln\left(\frac{L}{2} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + b^2}\right) \right]$$

$$V_B = k\lambda \left[ \ln\left(\frac{\frac{L}{2} + \sqrt{\frac{L^2}{4} + b^2}}{-\frac{L}{2} + \sqrt{\frac{L^2}{4} + b^2}}\right) \right]$$

b)  $\lambda = \alpha x$  ise A ve B noktalarındaki potansiyel farkları;

$$V_A = \int k \frac{dq}{r} = k \int \frac{\lambda dx}{r} = k \alpha \int_0^L \frac{x dx}{(x+d)} \quad , \quad \left[ \begin{array}{l} \text{integral tablosundan;} \\ \int \frac{x dx}{ax+b} = \frac{x}{a} - \frac{b}{a^2} \ln(ax+b) \end{array} \right]$$

$$V_A = k\alpha \left( x - d \cdot \ln(x+d) \right) \Big|_0^L$$

$$V_A = k\alpha \left( L - d \cdot \ln\left(1 + \frac{L}{d}\right) \right)$$

$$\text{B noktasında, } V_B = \int k \frac{dq}{r} = k\alpha \int \frac{x dx}{\sqrt{b^2 + (L/2 - x)^2}} \quad \left[ \begin{array}{l} u = L/2 - x \\ du = -dx \end{array} \right]$$

$$V_B = k\alpha \int \frac{(L/2 - u)(-du)}{\sqrt{b^2 + u^2}}$$

$$V_B = k\alpha \left[ \int \frac{-L/2 du}{\sqrt{b^2 + u^2}} + \int \frac{u du}{\sqrt{b^2 + u^2}} \right]$$

$$\left[ \int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = x^2 + a^2 \right]$$

$$\left[ \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| \right]$$

$$V_B = -k\alpha \left[ -\frac{L}{2} \left( \ln(u + \sqrt{u^2 + b^2}) \right) \Big|_0^L + (u^2 + b^2) \Big|_0^L \right]$$

$u = L/2 - x$  yazılırsa;

$$V_B = \frac{k\alpha L}{2} \ln\left(\frac{\sqrt{L^2/4 + b^2} + L/2}{\sqrt{L^2/4 + b^2} - L/2}\right)$$



5. (a) Bir elektron, bir elektrik alan tarafından A levhasından B levhasına doğru hızlandırıldığında  $5,25 \times 10^{-15}$  J enerji kazanıyor. Levhalar arasındaki potansiyel fark nedir ve hangi levha daha yüksek potansiyeldedir?

(b) Bir bölgedeki elektrik alan  $\vec{E} = 5x^2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$  kV/m'dir. A noktası orijinde bulunuyor ise ve B noktası (4,3,0) m ise  $V_A - V_B$  potansiyel farkını bulunuz.

$$(a) \quad W = \Delta K = q|\Delta V|$$
$$5,25 \cdot 10^{-15} = 1,6 \cdot 10^{-19} |\Delta V|$$
$$|\Delta V| = 32,8 \cdot 10^3 \text{ V}$$

Elektrik alan, yüksek potansiyele sahip plakadan düşük potansiyele sahip plakaya doğru olur. Elektron ise elektrik alana ters yönde hareket eder. Bu bilgiler ışığında **B plakası** daha yüksek potansiyele sahiptir!

$$(b) \quad V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad A(0,0,0) \rightarrow B(4,3,0)$$

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E}_x dx + \int_A^B \vec{E}_y dy - \int_A^B \vec{E}_z dz$$

$$V_B - V_A = - \int_0^4 5x^2 dx + \int_0^3 3 dy - \int_0^0 2 dz$$

$$V_B - V_A = - \frac{5x^3}{3} \Big|_0^4 + 3y \Big|_0^3$$

$$V_B - V_A = -97,6 \text{ kV}$$

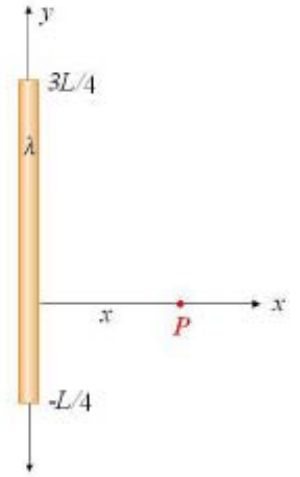


6. Şekil 5'de görüldüğü gibi, uzunluğu  $L$  ve toplam yükü  $Q$  olan bir çubuk  $\lambda = \alpha y$  ( $\alpha$ : sabit) yük yoğunluğuna sahiptir.

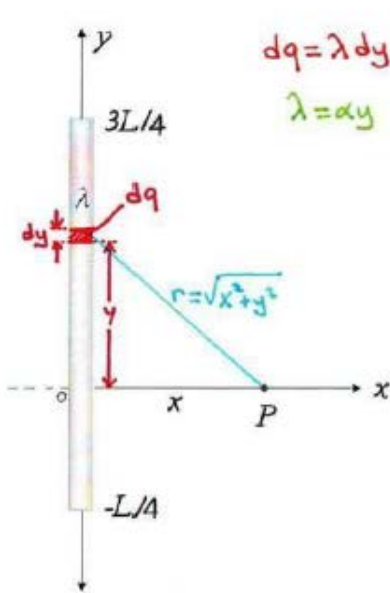
a)  $x$  eksenindeki  $P$  noktasında elektriksel potansiyeli bulunuz.

b)  $P$  noktasındaki elektrik alanının  $x$  bileşenini, (a) şıkkında bulduğunuz potansiyeli kullanarak elde ediniz.

c)  $P$  noktasına bir  $q$  yükü konulursa, bu yüke etki eden elektriksel kuvvetin  $x$  bileşenini bulunuz.



Şekil 5



$$dq = \lambda dy$$

$$\lambda = \alpha y$$

$$V = k \int \frac{dq}{r}$$

$$a) V_P = k \int \frac{dq}{r} = k \int \frac{\lambda dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$V_P = k \int_{-L/4}^{3L/4} \frac{\alpha y dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$V_P = \frac{k\alpha}{2} \int_{x^2 + \frac{L^2}{16}}^{x^2 + \frac{9L^2}{16}} \frac{du}{u^{1/2}}$$

$$x^2 + y^2 = u$$

$$2y dy = du$$

$$y = -\frac{L}{4} ; u = x^2 + \frac{L^2}{16}$$

$$y = \frac{3L}{4} ; u = x^2 + \frac{9L^2}{16}$$

$$V_P = k\alpha \left[ u^{1/2} \right]_{x^2 + \frac{L^2}{16}}^{x^2 + \frac{9L^2}{16}}$$

$$V_P = k\alpha \left( \sqrt{x^2 + \frac{9L^2}{16}} - \sqrt{x^2 + \frac{L^2}{16}} \right)$$

b)

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V = -\left( \frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \right)$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \rightarrow E_x = -\frac{dV}{dx}$$

$$E_x = -\frac{d}{dx} \left[ k\alpha \left( \sqrt{x^2 + \frac{9L^2}{16}} - \sqrt{x^2 + \frac{L^2}{16}} \right) \right]$$

$$E_x = -k\alpha \left[ \frac{1}{2} \left( x^2 + \frac{9L^2}{16} \right)^{-1/2} 2x - \frac{1}{2} \left( x^2 + \frac{L^2}{16} \right)^{-1/2} 2x \right]$$

$$E_x = k\alpha \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{L^2}{16}}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{9L^2}{16}}} \right)$$

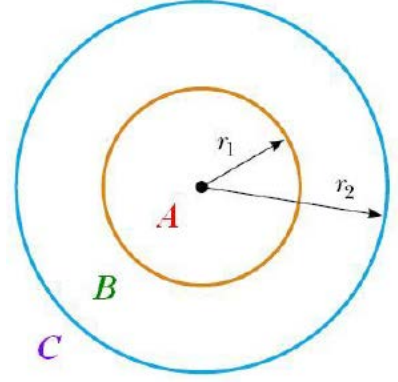
c)  $\vec{F}_E = q\vec{E} = q(E_x\hat{i} + E_y\hat{j} + E_z\hat{k})$

$$F_{Ex} = qE_x$$

$$F_{Ex} = k\alpha q \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{L^2}{16}}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{9L^2}{16}}} \right)$$

7. **Şekil 6**'daki iki ince iletken küresel kabuğu göz önüne alınız. İçteki iletken kabuğun yarıçapı  $r_1=15\text{cm}$  ve üzerindeki yük  $10\text{ nC}$ ; dıştaki iletken kabuğun yarıçapı  $r_2=30\text{cm}$  ve yükü  $-15\text{ nC}$ 'dir.

- a) A, B ve C bölgelerinde elektrik alanın şiddetini,  
b) A, B ve C bölgelerinde elektriksel potansiyel değerlerini bulunuz. ( $r = \infty$ 'da  $V=0$  alınız.)



Şekil 6

a)  $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{ik}}}{\epsilon_0}$

A bölgesinde;

$q_{\text{ik}} = 0$  ;  $E_A = 0$  ( $r < r_1$ )

B bölgesinde;

$E_B \cdot (4\pi r^2) = \frac{q_1}{\epsilon_0}$

$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} = k \frac{q_1}{r^2}$

$E_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-9}}{r^2}$

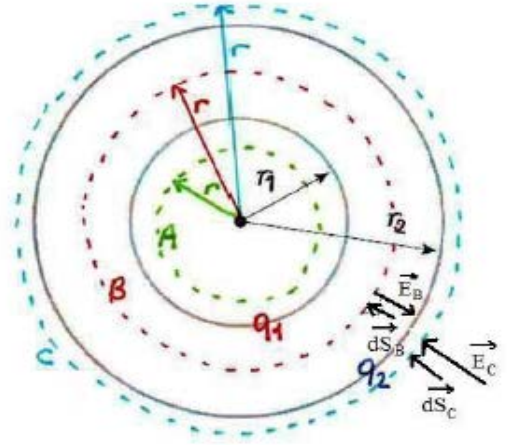
$E_B = \frac{90}{r^2} \text{ (V/m)}$  ( $r_1 < r < r_2$ )

C bölgesinde;

$E_C \cdot (4\pi r^2) = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0}$

$E_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 + q_2}{r^2} = k \frac{q_1 + q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(10 - 15) \cdot 10^{-9}}{r^2}$

$E_C = - \frac{45}{r^2} \text{ (V/m)}$  ( $r > r_2$ )



$$b) V_C = k \frac{(q_1 + q_2)}{r} ; V_C = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(10 - 15) \cdot 10^{-9}}{r} ; \boxed{V_C = -\frac{45}{r} (V)}$$

$$V_B = V_{r_2} + \int_{r_2}^r k \frac{q_1}{r^2} dr$$

$$r \rightarrow r_2 \text{ için } V_{r_2} = -\frac{45}{0,3} = \underline{\underline{-150 (V)}}$$

$$V_B = -150 + k q_1 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$V_B = -150 + 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{0,3} \right)$$

$$\boxed{V_B = -450 + \frac{90}{r} (V)}$$

$$r \rightarrow r_1 \text{ için } V_{r_1} = -450 + \frac{90}{0,15} = +150 (V)$$

$$\boxed{V_A = +150 V}$$

### İKİNCİ YOL:

$$V_C - V_\infty = - \int_{\infty}^C \vec{E}_C \cdot d\vec{S}_C$$

$$V_C = - \int_{\infty}^C \vec{E}_C \cdot d\vec{S}_C = - \int_{\infty}^C E_C dS_C \cos 0 = - \int_{\infty}^r \frac{45}{r^2} (-dr) = + \int_{\infty}^r \frac{45}{r^2} dr = 45 \left| -\frac{1}{r} \right|_{\infty}^r = -\frac{45}{r} (V) \quad [dS_C = -dr]$$

$$r=r_2 \text{ için } V_{r_2} = -\frac{45}{0,3} = -150 (V) \quad [dS_B = -dr]$$

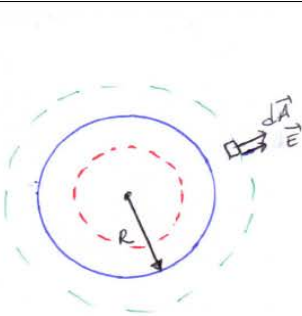
$$\begin{aligned} V_B &= - \int_{\infty}^{r_2} \vec{E}_C \cdot d\vec{S}_C - \int_{r_2}^B \vec{E}_B \cdot d\vec{S}_B = - \int_{\infty}^{r_2} E_C dS_C \cos 0 - \int_{r_2}^B E_B dS_B \cos 180 = - \int_{\infty}^{r_2} \frac{45}{r^2} (-dr) - \int_{r_2}^r \frac{90}{r^2} (-dr) (-1) = \\ &= + \int_{\infty}^{r_2} \frac{45}{r^2} dr - \int_{r_2}^r \frac{90}{r^2} dr = 45 \left| -\frac{1}{r} \right|_{\infty}^{r_2} - 90 \left| -\frac{1}{r} \right|_{r_2}^r = -\frac{45}{r_2} + 90 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_2} \right) = -\frac{45}{0,3} + 90 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{0,3} \right) = -450 + \frac{90}{r} (V) \end{aligned}$$

$$r=r_1 \text{ için } V_{r_1} = -450 + \frac{90}{0,15} = 150 (V)$$

$$V_A = 150 (V)$$

8.  $R$  yarıçaplı,  $Q$  yüklü yalıtkan bir küre yarıçapa bağlı değişimi  $\rho = Ar^2$  olan düzgün olmayan bir yük yoğunluğuna sahiptir. Gauss kanununu kullanarak;

- Küre dışında ve içinde elektriksel alanı bulunuz.
- Küre içindeki bir noktada elektriksel potansiyeli hesaplayınız.
- Elektrik alan ve elektriksel potansiyelin yarıçapa göre değişimini veren grafiği kabaca çiziniz.



$$r > R$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{i\phi}}{\epsilon_0}$$

$$q_{i\phi} = Q = \int_0^R \rho dV = \int_0^R Ar^2 4\pi r^2 dr = A 4\pi \frac{R^5}{5}$$

$$E_{dış} 4\pi r^2 = 4\pi A \frac{R^5}{5\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E}_{dış} = \frac{AR^5}{5\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$r < R$$

$$q_{i\phi} = \int_0^r \rho dV = \int_0^r Ar^2 4\pi r^2 dr = A 4\pi \frac{r^5}{5}$$

$$E_{iç} 4\pi r^2 = 4\pi A \frac{r^5}{5\epsilon_0}$$

$$\vec{E}_{iç} = A \frac{r^3}{5\epsilon_0} \hat{r}$$

$$b) V_A - V_\infty = V_A = - \int_\infty^R \vec{E}_{dış} \cdot d\vec{s} - \int_R^r \vec{E}_{iç} \cdot d\vec{s} \quad ds = dr$$

$$V_A = - \int_\infty^R \frac{AR^5}{5\epsilon_0 r^2} dr - \int_R^r A \frac{r^3}{5\epsilon_0} dr$$

$$V_A = \frac{AR^5}{5\epsilon_0} \left( \frac{1}{R} - 0 \right) - \frac{A}{5\epsilon_0} \left( \frac{r^4}{4} - \frac{R^4}{4} \right)$$

$$V_A = \frac{A}{20\epsilon_0} (5R^4 - r^4)$$

