FİZİK 2

UYGULAMA 1

(Elektrik Alanları)

1. Yüzeyi iletken boya ile kaplanmış mantar bir küre **-0,4 nC** yük ile yükleniyor. Ardından özdeş ve yüksüz bir küreye değdiriliyor. Küreler daha sonra birbirlerinden ayrılıyor. Daha sonra, ikinci küre üçüncü bir yüksüz küreye değdirilip birbirinden ayrılıyor. Son durumda kürelerin yükünü ve elektron sayısını bulunuz.

Küreler özdeş olduklarından ilk temastan sonra, 1. ve 2. kürelerin yükleri;

$$q_1 = \frac{1}{2}\left(-0{,}4\times10^{-9}\right) = -2\times10^{-10}\ C$$

Bu yükteki elektron sayısı;

$$N_1 = \frac{2\times10^{-10}}{1.602\times10^{-19}\ C/\text{elektron}} = 1.25\times10^{9}\ \text{elektron}$$

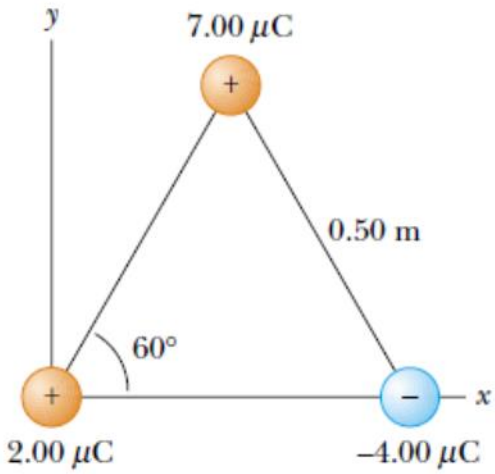
2. kürenin 3. küreye teması sonucu, 2. ve 3. kürelerin yükleri;

$$q_2 = q_3 = \frac{1}{2}\left(-2\times10^{-10}\right) = -1\times10^{-10}\ C$$

Bu yüklerdeki elektron sayısı;

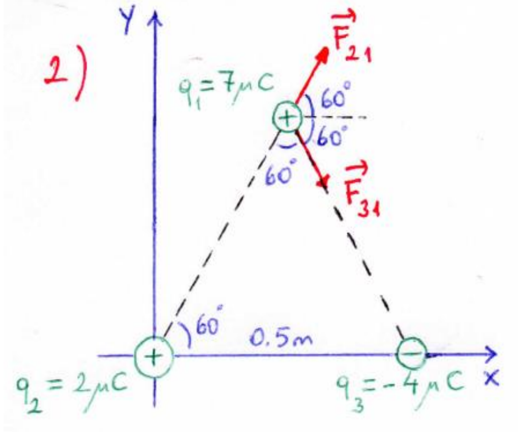
$$N_2 = N_3 = \frac{1\times10^{-10}}{1.602\times10^{-19}} = 6.2\times10^{8}\ \text{elektron}$$

2. **Şekil 1**'deki gibi noktasal üç yük eşkenar üçgenin köşelerine yerleştirilmiştir. **7 μC**'lik yük üzerindeki bileşke elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 1

2)



$+7\mu C$'lik yüke etkiyen bileşke elektriksel kuvvet;

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$$

Sırasıyla $\vec{F}_{21}$ ve $\vec{F}_{31}$ kuvvetlerini bulalım;

$$|\vec{F}_{21}| = F_{21} = k\frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} \qquad k = 9.10^9 \; Nm^2/C^2$$

$$F_{21} = 9.10^9 \; \frac{2.10^{-6}.7.10^{-6}}{0,5^2} = 0,504 \; N$$

$$\vec{F}_{21} = F_{21}\cos 60\,\hat{i} + F_{21}\sin 60\,\hat{j} = 0,252\,\hat{i} + 0,436\,\hat{j} \quad (N)$$

$$F_{31} = k\frac{q_3 q_1}{r_{31}^2} = 9.10^9\,\frac{4.10^{-6}.7.10^{-6}}{0,5^2} = 1,008 \; N$$

$$\vec{F}_{31} = F_{31}\cos 300\,\hat{i} + F_{31}\sin 300\,\hat{j} = F_1\cos 60\,\hat{i} + F_{31}\sin(-60)\,\hat{j}$$

$$\vec{F}_{31} = 0,504\,\hat{i} - 0,873\,\hat{j} \quad (N)$$

Bileşke kuvvet;

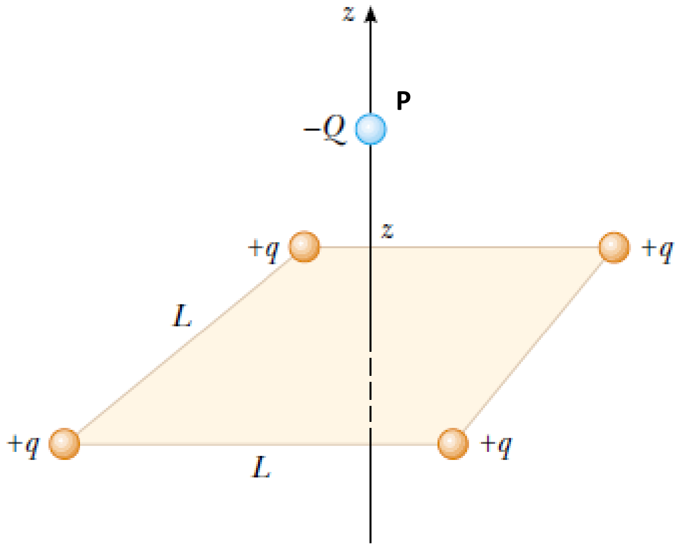
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$$

$$\vec{F}_1 = (0,252\,\hat{i} + 0,436\,\hat{j}) + (0,504\,\hat{i} - 0,873\,\hat{j})$$

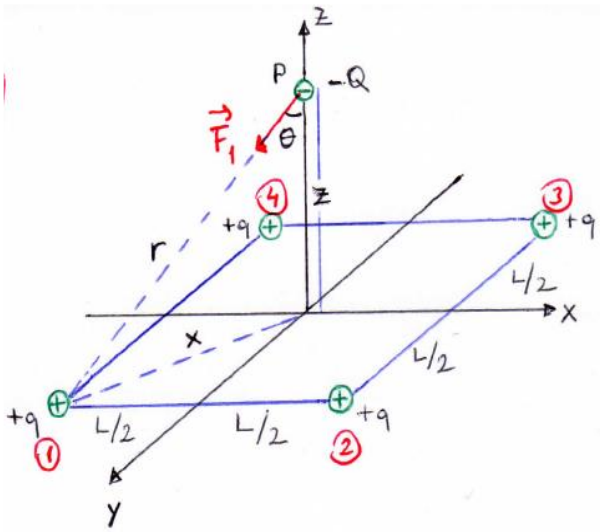
$$\vec{F}_1 = 0,756\,\hat{i} - 0,437\,\hat{j} \quad (N)$$

$$|\vec{F}_1| = F_1 = \sqrt{(0,756)^2 + (-0,437)^2} = 0,873 \; N$$

3. Dört noktasal **+q** yükü, kenar uzunluğu **L** olan karenin köşelerine **Şekil 2**'deki gibi yerleştirilmiştir. Karenin merkezinden geçen, kare düzlemine dik **z** ekseni üzerindeki **P** noktasında bulunan **–Q** nokta yüküne etkiyen bileşke elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 2



$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = k\,\frac{qQ}{r^2}$$

Sistem simetrisinden dolayı $\sum \vec{F}_x = 0$ dır.

$$\vec{F}_{1z} = -k\,\frac{qQ}{r^2}\cos\theta\,\hat{k}$$

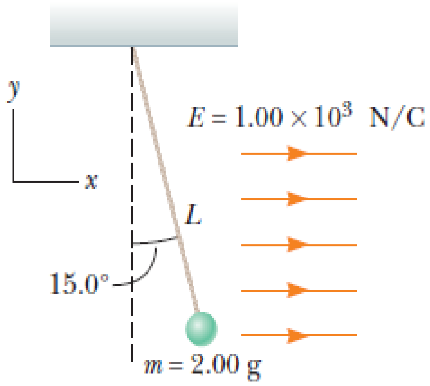
$$\cos\theta = \frac{z}{r}$$

$$\vec{F}_{1z} = -k\,\frac{qQ}{r^3}\,z\,\hat{k}$$

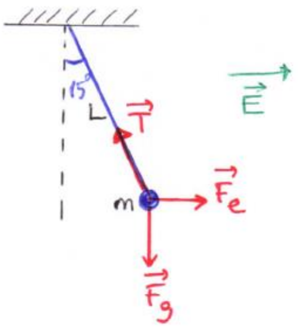
$$\sum \vec{F}_z = 4\vec{F}_{1z} \qquad \left\{ x = \frac{\sqrt{2}}{2}L \quad \text{ve} \quad r = \sqrt{z^2 + \left(\frac{L\sqrt{2}}{2}\right)^2} \right\}$$

$$\sum \vec{F}_z = -4k\,\frac{qQ}{\left(z^2 + \frac{L^2}{2}\right)^{3/2}}\,z\,\hat{k}$$

4. **2g** kütleli bir plastik top küre **Şekil 3**'te görüldüğü gibi **20 cm** uzunluğunda ince bir ipe asılmıştır. Düzgün bir elektrik alan **+x** doğrultusunda uygulanıyor. İp dikey olarak **15°** lik açı yaptığında top dengeye gelmektedir. Plastik top üzerindeki net yükü hesaplayınız.



Şekil 3



Serbest cisim diyagramından,

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$T\cos 15° - F_g = 0$$

$$T = \frac{mg}{\cos 15°} = \frac{2\cdot 10^{-3}\cdot 9{,}8}{\cos 15} = 2{,}03\cdot 10^{-2}\,N$$

Aynı şekilde;

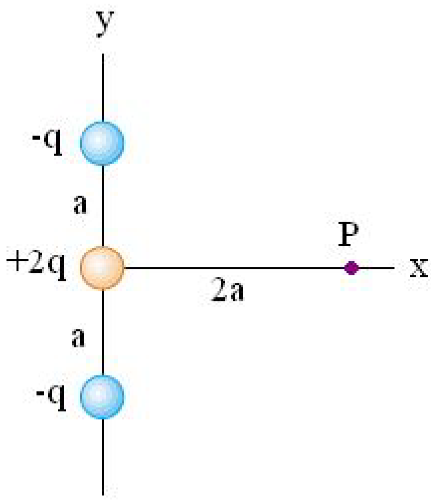
$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$T\sin 15° - qE = 0$$

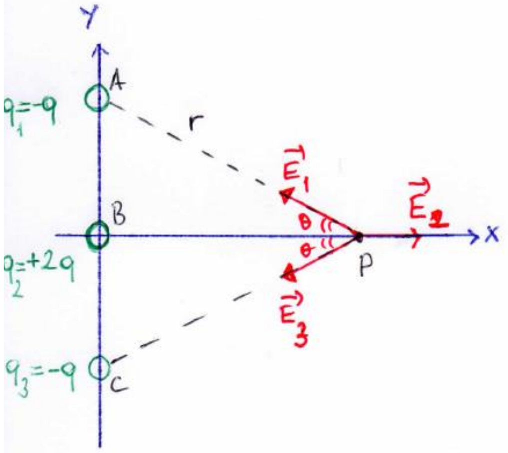
$$q = \frac{T\sin 15}{E} = \frac{2{,}03\cdot 10^{-3}\sin 15}{1\cdot 10^{3}} = 5{,}25\cdot 10^{-6}\,C$$

$$q = 5{,}25\,\mu C$$

5. **Şekil 4**'teki gibi **y** ekseninde bulunan **–q**, **+2q** ve **–q** noktasal yüklerin **P** noktasında oluşturdukları elektrik alanı bulunuz. Eğer **P** noktasına **Q** yükü konulursa, bu yüke etki eden bileşke kuvveti bulunuz.



Şekil 4



$$r = |AP| = |CP| = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$$

$$|AB| = |BC| = a$$

$$|BP| = 2a$$

$$\cos\theta = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin\theta = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

P noktasındaki elektrik alan;

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$E_1 = E_3 = k\frac{q}{r^2} = k\frac{q}{(a\sqrt{5})^2} = k\frac{q}{5a^2}$$

$$\vec{E}_1 = E_1\cos\theta(-\hat{\imath}) + E_1\sin\theta(\hat{\jmath})$$

$$\vec{E}_3 = E_3\cos\theta(-\hat{\imath}) + E_3\sin\theta(-\hat{\jmath})$$

$$E_2 = k\frac{2q}{(2a)^2} = k\frac{q}{2a^2}$$

$$\vec{E}_2 = k\frac{q}{2a^2}\hat{\imath}$$

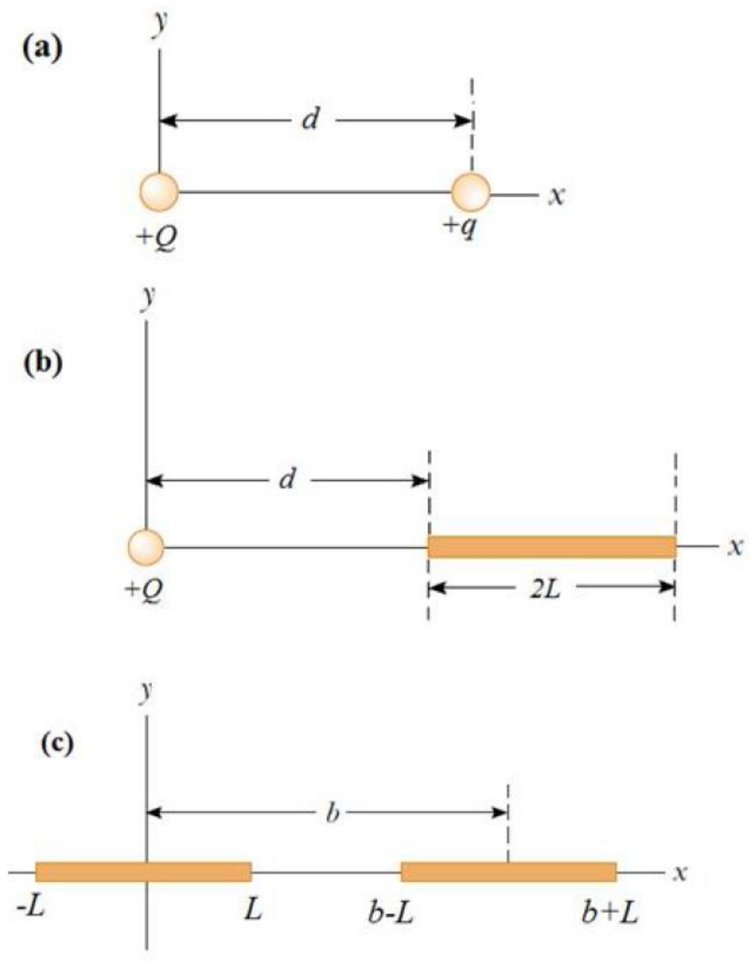
$$\vec{E}_p = \frac{kq}{2a^2}\hat{\imath} - \frac{4kq}{5a^2\sqrt{5}}\hat{\imath} = \left(\frac{1}{2a^2} - \frac{4}{5a^2\sqrt{5}}\right)kq\,\hat{\imath} \quad \left(\frac{N}{C}\right)$$

$$\vec{F}_p = Q\cdot E_p = \left(\frac{1}{2a^2} - \frac{4}{5a^2\sqrt{5}}\right)kqQ\,\hat{\imath} \quad (N)$$

6. **a) Şekil 5 (a)**’daki noktasal **+q** yükünün, kendisinden **d** kadar uzakta oluşturduğu elektrik alanı ve bu noktaya konulan **+Q** yüküne uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.

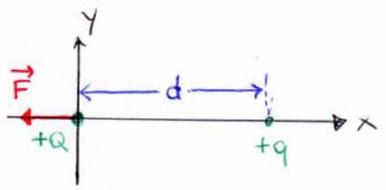
b) Şekil 5 (b)’deki **2L** uzunluğunda düzgün yüklü ince bir çubuğun, bir ucundan **d** kadar uzakta oluşturduğu elektrik alanı ve bu noktaya konulan **+Q** yüküne uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.

c) Özdeş, **2L** uzunluğunda ve düzgün yüklü iki çubuk, **x-**ekseni boyunca merkezleri arasındaki uzaklık **b>L** olacak biçimde **Şekil 5 (c)**’deki gibi yerleştirilmiştir. Sağdaki çubuğun soldaki çubuğa uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 5

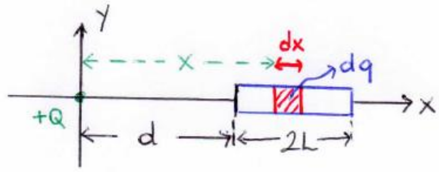
a)



$$E = k\frac{q}{d^2}$$

$$F = QE = k\frac{qQ}{d^2}$$

b)



$$E = \int_{d}^{d+2L} dE = \int_{d}^{d+2L} k\frac{dq}{x^2}$$

$$dq = \lambda dx$$

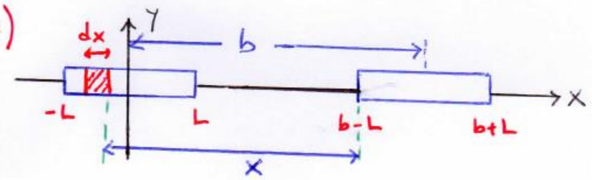
$$\lambda = \frac{q}{2L}$$

$$E = k\lambda \int_{d}^{d+2L} \frac{dx}{x^2} = k\lambda \left| -\frac{1}{x} \right|_{d}^{d+2L}$$

$$E = k\frac{q}{2L}\left(-\frac{1}{d+2L} + \frac{1}{d}\right) = \frac{kq}{d\cdot(d+2L)}$$

$$F = QE = \frac{kqQ}{d(d+2L)}$$

c)



(b) şıkkındaki sonuca göre, çubuğun d kadar Q yüküne uyguladığı elektriksel kuvvet $F = k\frac{qQ}{d(d+2L)}$ olarak bulunmuştu.

Bu sonuca göre sağdaki çubuğun soldaki çubuk üzerindeki herhangi bir dq yük elemanına uygulayacağı dF elektriksel kuvvet;

$$dF = k\frac{q\,dq}{x(x+2L)} \qquad dq = \lambda dx = \frac{q}{2L}dx$$

$$F = \int_{b-2L}^{b} dF = \frac{kq^2}{2L}\int_{b-2L}^{b}\frac{dx}{x(x+2L)}$$

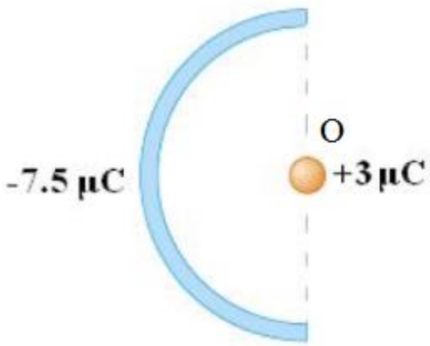
BİLGİ: $\int \frac{dx}{x(x+a)} = \frac{1}{a}\ln\left(\frac{x}{x+a}\right) + c$

$$F = \frac{kq^2}{2L}\left[\frac{1}{2L}\ln\left(\frac{x}{x+2L}\right)\right]_{b-2L}^{b}$$

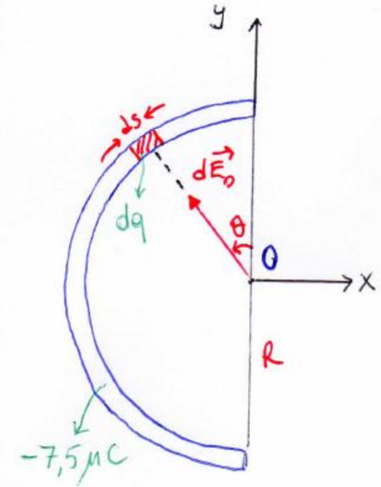
$$F = \frac{kq^2}{4L^2}\left[\ln\left(\frac{b}{b+2L}\right) - \ln\left(\frac{b-2L}{b-2L+2L}\right)\right] = \frac{kq^2}{4L^2}\ln\left(\frac{b}{b+2L}\cdot\frac{b}{b-2L}\right)$$

$$F = \frac{kq^2}{4L^2}\ln\left(\frac{b^2}{b^2-4L^2}\right)$$

7. **14 cm** uzunluğunda düzgün yüklü yalıtkan bir çubuk **Şekil 6**'daki gibi yarım daire şeklinde bükülüyor. Çubuğun toplam yükü **-7,5 µC** ise yarım dairenin merkezindeki **O** noktasında oluşturduğu elektrik alanı bulunuz. Bu noktaya yerleştirilen **+3 µC**'lik yüke etkiyen elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 6

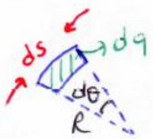


$$\int d\vec{E} = \int k\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

$$\int d\vec{E}_0 = \int dE_{0x}(-\hat{\imath}) + \int dE_{0y}(\hat{\jmath})$$

Simetriden dolayı "$\int dE_{0y}(\hat{\jmath}) = 0$" olur.

$$E_0 = E_{0x} = \int dE_{0x} = \int dE_0 \sin\theta$$



$$dq = \lambda ds = \lambda R d\theta$$

$$L = \frac{2\pi R}{2} = \pi R$$

$$\lambda = \frac{q}{L}$$

$$E_0 = \int \frac{k\,dq}{R^2}\sin\theta = \int \frac{k\lambda R d\theta}{R^2}\sin\theta$$

$$E_0 = \frac{k\lambda}{R}\int_0^{\pi}\sin\theta\, d\theta = \frac{k\lambda}{R}\left(-\cos\theta\Big|_0^{\pi}\right)$$

$$E_0 = \frac{2k\lambda}{R}$$

$$E_0 = \frac{2kq\pi}{L^2} = \frac{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 7{,}5\cdot 10^{-6}\cdot\pi}{0{,}14^2}$$

$$E_0 = 2{,}16\cdot 10^7 (N/C) = 21{,}6\ (MN/C)$$

Yalıtkan çubuk negatif yüklü $\Rightarrow$ $\vec{E}_0 = -21{,}6\,\hat{\imath}\ (MN/C)$

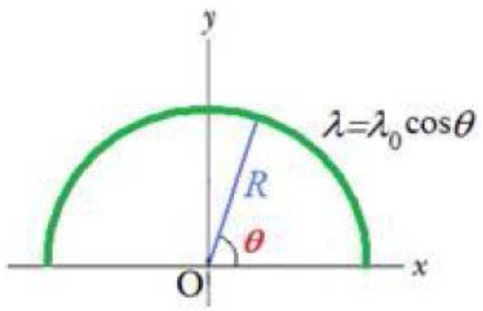
+3µC'lik yüke etkiyen elektriksel kuvvet;

$$\vec{F}_{+3\mu C} = q\cdot\vec{E}_0 = 3\cdot 10^{-6}\cdot 21{,}6\cdot 10^{6}(-\hat{\imath}) = -64{,}8\,\hat{\imath}\ (N)$$

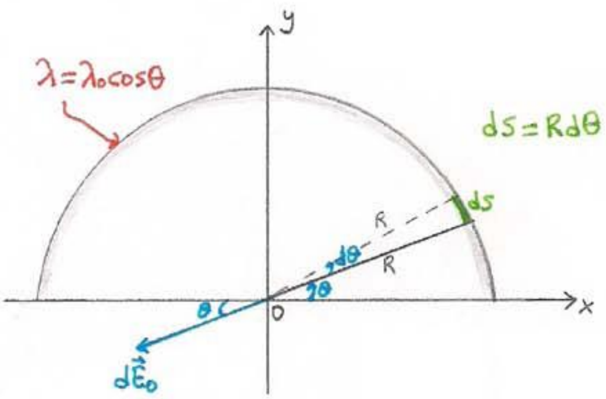
8. **Şekil 7**'de görülen ve yük yoğunluğu $\lambda = \lambda_0 \cos \Theta$ bağıntısı ile değişen yarım çemberin;

(a) üzerindeki toplam yükü,

(b) O noktasındaki elektrik alan vektörünü bulunuz.



Şekil 7



a) $Q = \int \lambda \, ds$

$$Q = \int_0^{\pi} \lambda_0 \cos\theta \, R d\theta$$

$$Q = \lambda_0 R \int_0^{\pi} \cos\theta \, d\theta$$

$$Q = \lambda_0 R \left[\sin\theta\right]_0^{\pi}$$

$$\boxed{Q = 0}$$

b) $$\vec{E}_0 = \int_0^{\pi} d\vec{E}_0 = \int_0^{\pi} (-dE_0 \cos\theta \, \hat{i} - dE_0 \sin\theta \, \hat{j})$$

$$dE_0 = k \frac{dQ}{R^2} = k \frac{\lambda ds}{R^2} = k \frac{\lambda_0 \cos\theta \, R d\theta}{R^2} = k \frac{\lambda_0}{R} \cos\theta \, d\theta$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\lambda_0}{R} \int_0^{\pi} (\cos^2\theta \, \hat{i} + \cos\theta \sin\theta \, \hat{j}) \, d\theta$$

$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\lambda_0}{R} \left(\int_0^{\pi} \frac{1+\cos 2\theta}{2} d\theta \, \hat{i} + \int_0^{\pi} \frac{\sin 2\theta}{2} d\theta \, \hat{j} \right)$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\lambda_0}{R} \left\{ \left[\frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{\pi} \hat{i} + \left[-\frac{1}{2} \frac{\cos 2\theta}{2} \right]_0^{\pi} \hat{j} \right\}$$

$$\boxed{\vec{E}_0 = -k \frac{\pi \lambda_0}{2R} \hat{i}}$$

9. Bir proton **640 N/C** değerindeki düzgün bir elektrik alanda durgun halden hızlanıyor. Bir süre sonra hızı **1,2 x 10^6 m/s** oluyor.

(a) Protonun ivmesini bulunuz.

(b) Protonun bu hıza ulaşması için ne kadar süre geçmiştir.

(c) Bu sürede ne kadar yol almıştır?

(d) Bu süre sonunda kinetik enerjisi ne kadardır?

a) $F_e = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{qE}{m} = \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 640}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 6,14 \cdot 10^{10}\ m/s^2$

b) $v_s = \cancel{v_i}^{\,0} + a t \Rightarrow t = \frac{v_s}{a} = \frac{1,2 \cdot 10^6}{6,14 \cdot 10^{10}} = 1,95 \cdot 10^{-5}\ s$

c) $x_s - \cancel{x_i}^{\,0} = \frac{1}{2}(\cancel{v_i}^{\,0} + v_s)\,t$

$x_s = \frac{1}{2}(1,2 \cdot 10^6)(1,95 \cdot 10^{-5})$

$x_s = 11,7\ m$

d) $K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2}\, 1,67 \cdot 10^{-27} (1,2 \cdot 10^6)^2$

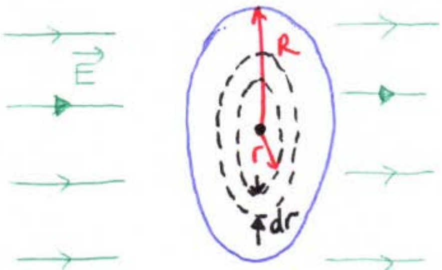
$K = 1,2 \cdot 10^{-15}\ J$

FİZİK 2

UYGULAMA 1

(Gauss Yasası)

1. Yönü sabit olan bir elektrik alan, yarıçapı **R** olan bir daire düzlemine diktir. Dairenin merkezinden **r** kadar uzaklıkta elektrik alanın şiddeti $E_0\left[1-\frac{r}{R}\right]$ ile veriliyor. **R** yarıçaplı daireden geçen elektrik akısını bulunuz.



$$d\Phi = \vec{E}\cdot d\vec{A} = E\,dA = E_0\left(1-\frac{r}{R}\right)2\pi r\,dr$$

$$\Phi = \int E\,dA = \int E_0\left(1-\frac{r}{R}\right)2\pi r\,dr$$

$$\Phi = E_0\,2\pi\int_0^R\left(1-\frac{r}{R}\right)r\,dr$$

$$\Phi = E_0\,2\pi\left(\frac{r^2}{2}-\frac{r^3}{3R}\right)\Bigg|_0^R$$

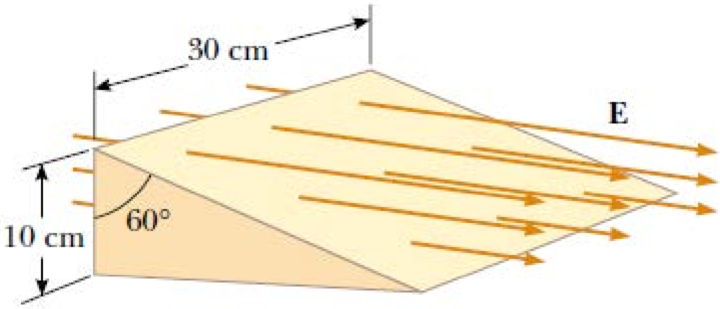
$$\Phi = \pi E_0\frac{R^2}{3}$$

2. Şekil 1'deki kapalı üçgen kutu **E=7,80x10^4 (N/C)** büyüklüğündeki yatay elektrik alanında bulunmaktadır. Kutunun

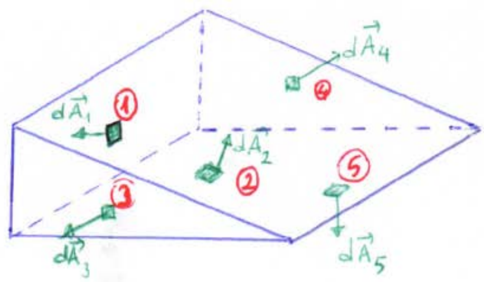
a) düşey yüzeyinden,

b) eğik yüzeyinden,

c) tüm yüzeylerinden, geçen elektrik akısını hesaplayınız.

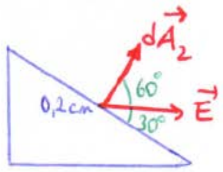


Şekil 1



a) $\Phi_1 = EA_1 \cos\theta_1 = 7{,}8 \cdot 10^4 \, (0{,}1 \cdot 0{,}3) \cos 180° = -2{,}34 \; Nm^2/C$

b)



$\Phi_2 = EA_2 \cos 60° = 7{,}8 \cdot 10^4 \, (0{,}2 \cdot 0{,}3) \cos 60°$

$\Phi_2 = 2{,}34 \; Nm^2/C$

c) Kutunun taban 5, ön 3 ve arka 4 yüzeylerinden geçen akı değerleri sıfırdır. Çünkü bu yüzeylerde, elektrik alan vektörü yüzey vektörüne diktir.

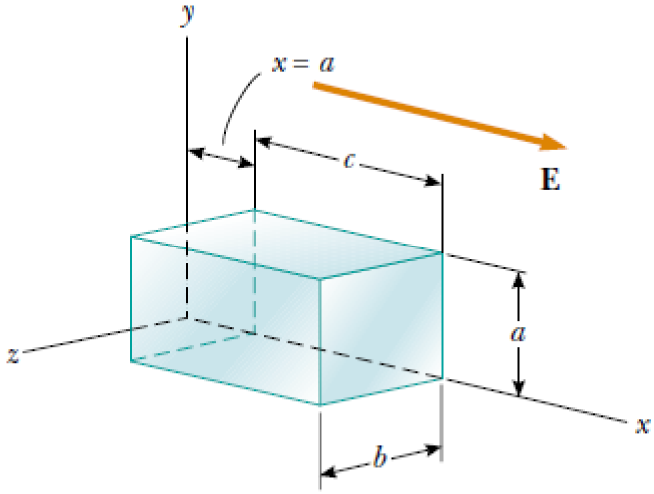
$\Phi_{net} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5$

$\Phi_{net} = -2{,}34 + 2{,}34 = 0 \; Nm^2/C$ olur.

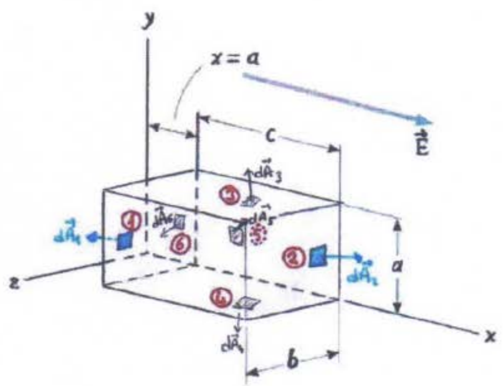
3. Boyutları **a=0,2 m**, **b=0,3** m ve **c=0,3 m** olan kapalı bir yüzey **Şekil 2**'deki gibi yerleştirilmiştir. Bölgedeki elektrik alanı düzgün olmayıp, **x** metre ile verilmek üzere; $E=(1+x^2)$ (N/C) ile verilmiştir.

a) Kapalı yüzeyden geçen net elektrik akısını,

b) Kapalı yüzey içinde kalan net yük miktarını hesaplayınız.



Şekil 2



a) $\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A}$

$\Phi_E = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6$

$\Phi_3 = \int_3 \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int_3 E\,dA\cos 90^\circ = 0$

Benzer şekilde;

$\Phi_4 = \Phi_5 = \Phi_6 = 0$

$\Phi_E = \Phi_1 + \Phi_2$

$\vec{E}_1 = (1+x^2)\,\hat{\imath}\,\Big|_{x=a} = (1+a^2)\,\hat{\imath} \quad (N/C)$

$\vec{E}_2 = (1+x^2)\,\hat{\imath}\,\Big|_{x=a+c} = \left[1+(a+c)^2\right]\hat{\imath} \quad (N/C)$

$\Phi_E = \int_1 \vec{E}_1\cdot d\vec{A}_1 + \int_2 \vec{E}_2\cdot d\vec{A}_2$

$\Phi_E = \int_1 (1+a^2)\,\hat{\imath}\cdot dA_1(-\hat{\imath}) + \int_2 \left[1+(a+c)^2\right]\hat{\imath}\cdot dA_2\,\hat{\imath}$

$$\Phi_E = -(1+a^2)\int_1 dA_1 + \left[1+(a+c)^2\right]\int_2 dA_2$$

$$\Phi_E = -(1+a^2)\,ab + \left[1+(a+c)^2\right]ab$$

$$\Phi_E = -ab - a^3b + ab + a^3b + 2a^3bc + abc = abc\,(2a+c)$$

$$\left.\begin{array}{l} a = 0{,}2\,m \\ b = 0{,}3\,m \\ c = 0{,}3\,m \end{array}\right\} \quad \Phi_E = 12{,}6\cdot 10^{-3}\ Nm^2/C$$

b) $\Phi_E = \dfrac{q_{net}}{\epsilon_0} \Rightarrow q_{net} = \epsilon_0\,\Phi_E$ $\qquad \epsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2$

$$q_{net} = 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 12{,}6\cdot 10^{-3}$$

$$q_{net} = 1{,}12\cdot 10^{-13}\ C$$

4. Çok geniş üç yalıtkan levha birbirlerinden eşit aralıklarla **Şekil 3**’deki gibi yerleştirilmiştir. Levhalar $\sigma_1 = +5(\mu C/m^2)$, $\sigma_2 = -10(\mu C/m^2)$, $\sigma_3 = +15(\mu C/m^2)$ yük yoğunluklarına sahiptir.

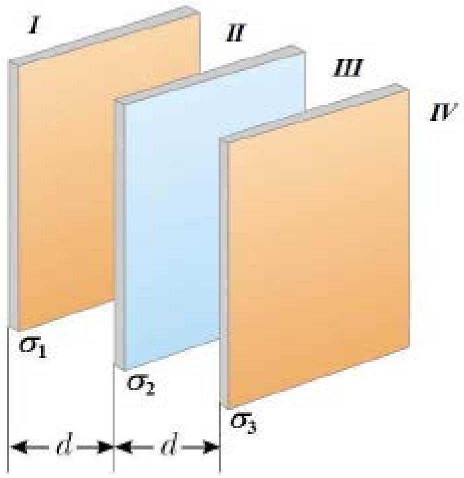
Elektrik alan vektörünü;

a) I bölgesinde,

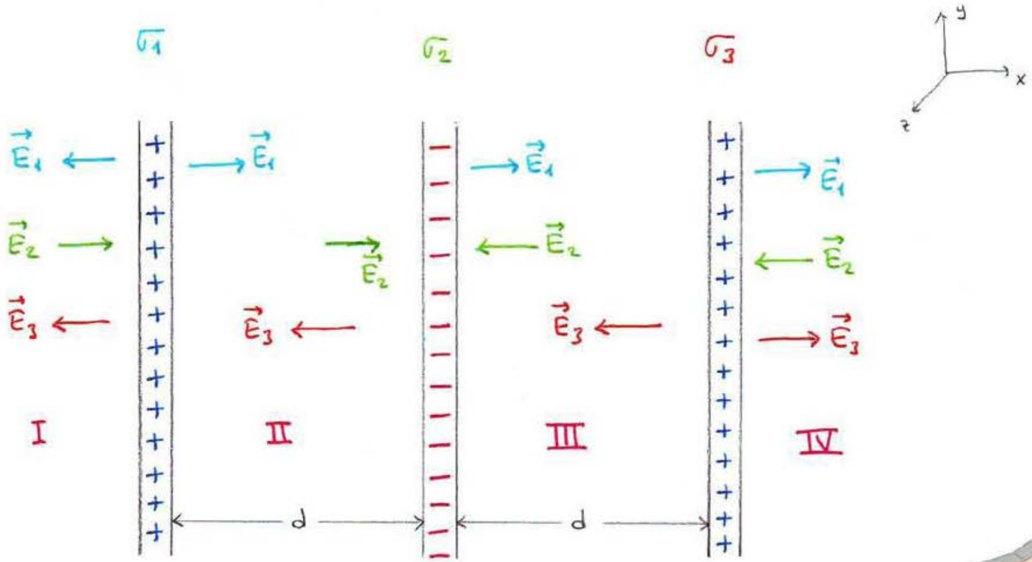
b) II bölgesinde,

c) III bölgesinde,

d) IV bölgesinde bulunuz.



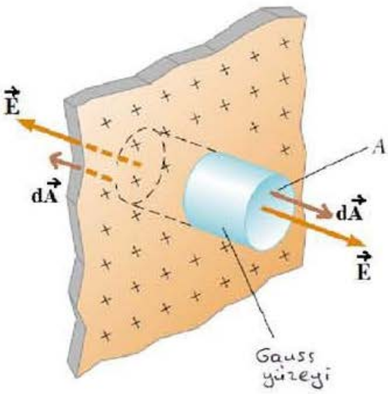
Şekil 3



$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \qquad E_2 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \qquad E_3 = \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0}$$

$$E_1 = \frac{5.10^{-6}}{2.8,85.10^{-12}} \qquad E_2 = \frac{10.10^{-6}}{2.8,85.10^{-12}} \qquad E_3 = \frac{15.10^{-6}}{2.8,85.10^{-12}}$$

$$E_1 = 2,82.10^5\ (N/C) \qquad E_2 = 5,65.10^5\ (N/C) \qquad E_3 = 8,47.10^5\ (N/C)$$



I bölgesinde; $\vec{E}_I = E_1(-\hat{i}) + E_2(\hat{i}) + E_3(-\hat{i})$

$$\vec{E}_I = (-2,82 + 5,65 - 8,47).10^5\,\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_I = 5,64.10^5(-\hat{i})(N/C)}$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_E = 2EA = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

II bölgesinde; $\vec{E}_{II} = E_1(\hat{i}) + E_2(\hat{i}) + E_3(-\hat{i})$

$$\vec{E}_{II} = (2{,}82 + 5{,}65 - 8{,}47).10^5\,\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_{II} = 0}$$

III bölgesinde; $\vec{E}_{III} = E_1(\hat{i}) + E_2(-\hat{i}) + E_3(-\hat{i})$

$$\vec{E}_{III} = (2{,}82 - 5{,}65 - 8{,}47).10^5\,\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_{III} = 11{,}30.10^5\,(-\hat{i})\ (N/C)}$$

IV bölgesinde; $\vec{E}_{IV} = E_1(\hat{i}) + E_2(-\hat{i}) + E_3(\hat{i})$

$$\vec{E}_{IV} = (2{,}82 - 5{,}65 + 8{,}47).10^5\,\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_{IV} = 5{,}64.10^5\,(\hat{i})\ (N/C)}$$

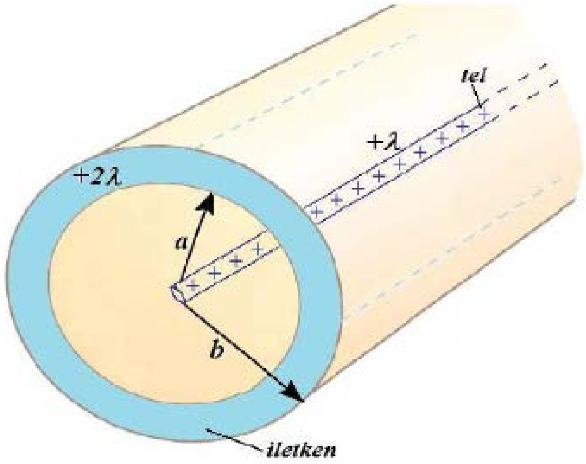
5. Birim uzunluk başına yükü **+λ** olan uzun bir tel, iç yarıçapı **a** ve dış yarıçapı **b** olan silindirik bir kabuğun ekseni boyunca **Şekil 4**'deki gibi yerleştirilmiştir. Silindirik kabuk iletken olup birim uzunluk başına yükü **+2λ**'dır. Elektrostatik dengede;

a) r<a 'da,

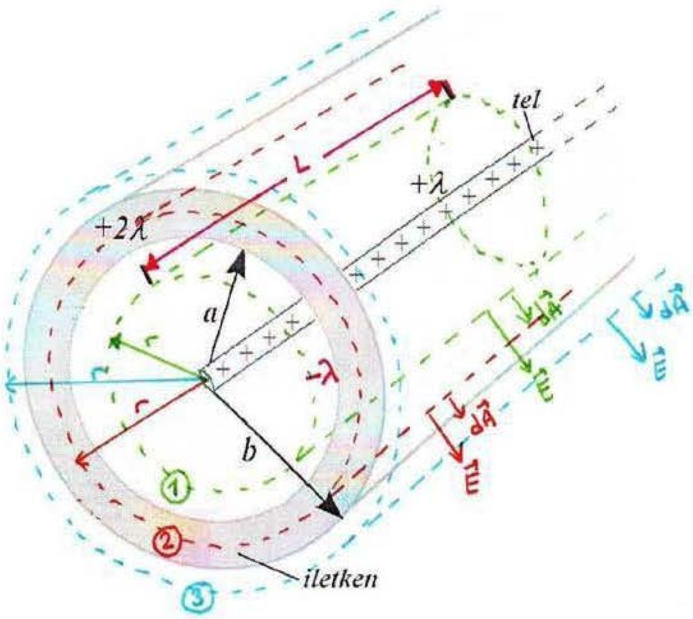
b) a<r<b 'de,

c) r>b 'de elektrik alanın şiddetini hesaplayınız.

d) Silindirik kabuğun yük dağılımını bulunuz.



Şekil 4



$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

a) $q_{iç} = \lambda L$

$$E(2\pi r L) = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

$$\boxed{E = 2k\frac{\lambda}{r}} \quad r<a$$

b) iletken içinde $E=0$

$\boxed{E=0}$ $a<r<b$

c) $E(2\pi r L) = \dfrac{\lambda L + 2\lambda L}{\epsilon_0}$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{3\lambda}{r}$$

$$\boxed{E = 6k\frac{\lambda}{r}} \quad r > b$$

d) $q_{iç} = -\lambda L$

(Telin, silindirik kabuğun iç yüzeyini indüklemesinden dolayı)

$$q_{silindir} = q_{iç} + q_{dış}$$

$$\lambda_{silindir} \cdot L = -\lambda L + q_{dış}$$

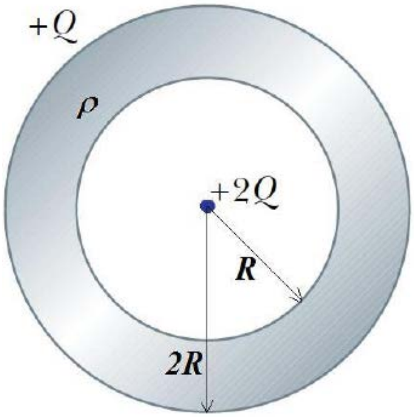
$$2\lambda L + \lambda L = q_{dış}$$

$$\boxed{q_{dış} = 3\lambda L}$$

6. Hacimsel yük yoğunluğu ρ ve toplam yükü +Q olan içi boş yalıtkan bir kürenin merkezinde +2Q yüklü noktasal bir yük vardır.

a) R<r<2R ve r>2R bölgelerinde elektrik alan şiddetini *k, Q, r ve R* cinsinden bulunuz.

b) Aynı bölgeler için elektrik alan şiddetini, kürenin iletken olması halinde bulunuz.



Şekil 5

a) $$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

R < r < 2R için (① bölgesinde)

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} = \frac{2Q + q_{küre}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \left[2Q + \frac{Q}{7R^3}(r^3 - R^3)\right]\cdot\frac{1}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}\left[2Q + \frac{Q}{7R^3}(r^3 - R^3)\right]$$

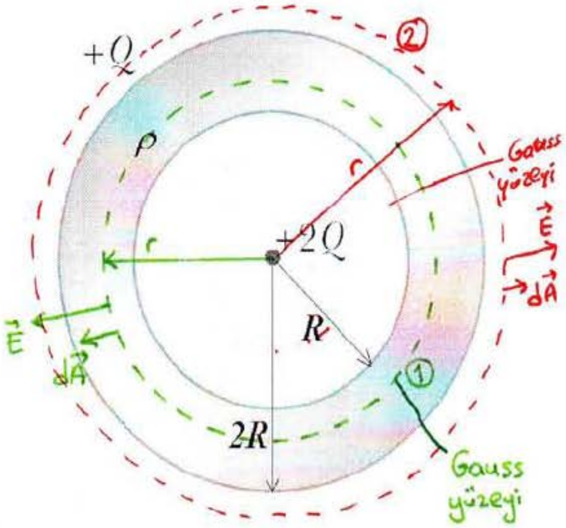
$$E = k\left(\frac{2Q}{r^2} + \frac{Qr}{7R^3} - \frac{Q}{7r^2}\right)$$

$$\boxed{E = \frac{kQ}{7}\left(\frac{13}{r^2} + \frac{r}{R^3}\right)}$$

r > 2R için (② bölgesinde)

$$E(4\pi r^2) = \frac{2Q + Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{3Q}{r^2}, \quad \boxed{E = 3k\frac{Q}{r^2}}$$



$$q_{küre} = \frac{\frac{4}{3}\pi(r^3 - R^3).Q}{\frac{4}{3}\pi(7R^3)}$$

$$q_{küre} = \frac{Q}{7R^3}(r^3 - R^3)$$

$\frac{4}{3}\pi\left[(2R)^3 - R^3\right]$ hacimli küresel kabukta Q yükü bulunursa

$\frac{4}{3}\pi\left[r^3 - R^3\right]$ " $q_{küre}$ yükü bulunur.

b) $R < r < 2R$ için (① bölgesinde)

İletken içinde $E=0$; $q_{iç} = (q_{iç})_{yüzey} + 2Q$

$q_{iç} = -2Q + 2Q = 0$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} = 0$$

$$\boxed{E=0}$$

$r > 2R$ için (② bölgesinde)

$$E(4\pi r^2) = \frac{2Q+Q}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E = 3k\frac{Q}{r^2}}$$

7. İç yarıçapı **2R**, dış yarıçapı **3R** olan iletken küresel bir kabuğun toplam yükü **+4Q**'dır. Küresel kabukla aynı merkezli, yarıçapı **R** olan yalıtkan bir kürenin toplam yükü **+2Q**'dır. Yalıtkan kürenin yük yoğunluğu düzgün olmayıp $\rho = \alpha r$ bağıntısına göre değişmektedir. Burada α, pozitif bir sabit ve r ise orijinden olan radyal uzaklıktır.

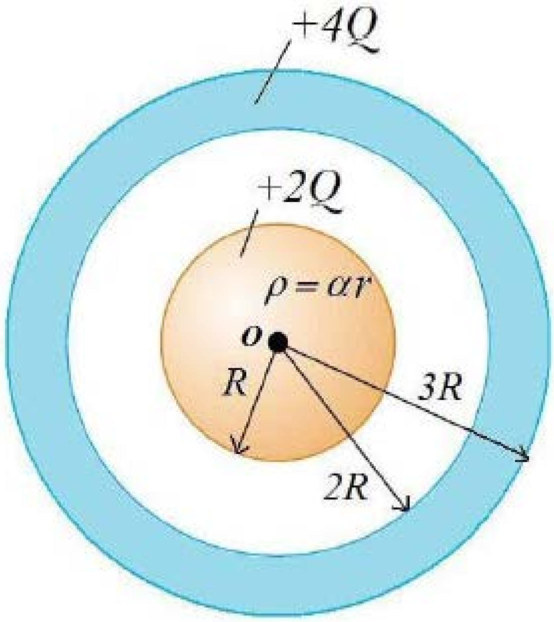
a) α sabitini Q ve R cinsinden bulunuz.

b) r<R

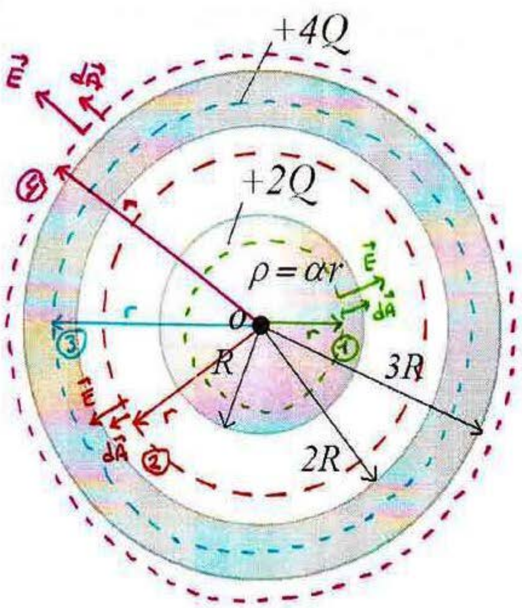
c) R<r<2R

d) 2R<r< 3R

e) r>3R bölgelerindeki elektrik alan şiddetini k, Q, r ve R cinsinden bulunuz.



Şekil 6



a) $dQ = \rho\, dV$ $\quad V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\int_0^{2Q} dQ = \int_0^R (\alpha r) 4\pi r^2 dr \qquad dV = 4\pi r^2 dr$$

$$Q\Big]_0^{2Q} = 4\pi\alpha \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R$$

$$2Q = \pi\alpha R^4$$

$$\boxed{\alpha = \frac{2Q}{\pi R^4}}$$

b) $\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$ $\quad q_{iç} = \int \rho\, dV$ ✓

$$E(4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon_0}\int_0^r (\alpha r) 4\pi r^2 dr$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon_0} 4\pi\alpha \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^r$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{4\pi}{r^2}\,\frac{2Q}{\pi R^4}\cdot\frac{r^4}{4}, \qquad \boxed{E = 2k\frac{Qr^2}{R^4}} \quad r<R$$

c) $E(4\pi r^2) = \frac{2Q}{\epsilon_0}$

$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Q}{r^2}$, $\boxed{E = 2k\frac{Q}{r^2}}$ $R < r < 2R$

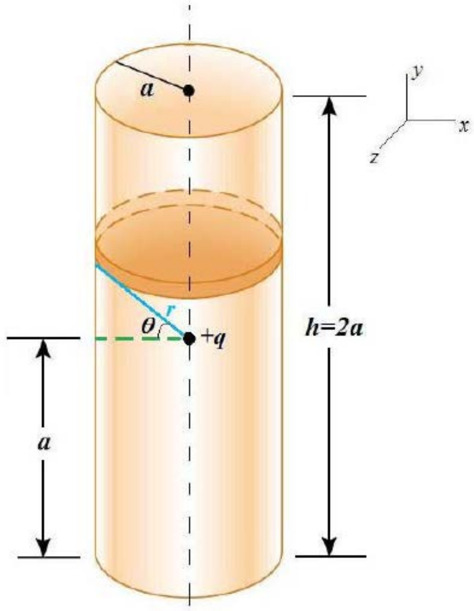
d) $E(4\pi r^2) = \frac{2Q - 2Q}{\epsilon_0}$ $q_{iç} = 2Q + \underbrace{(q_{iç})_{yüzey}}_{-2Q}$

$\boxed{E=0}$ $2R < r < 3R$

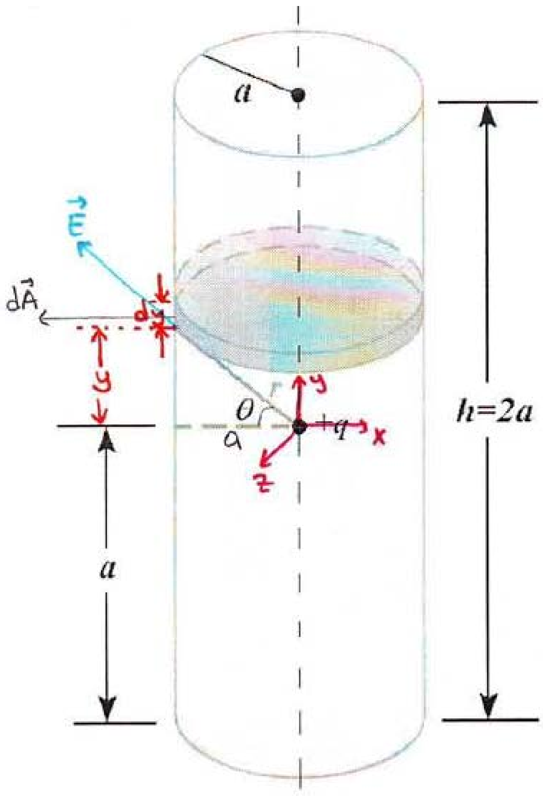
e) $E(4\pi r^2) = \frac{4Q + 2Q}{\epsilon_0}$

$\boxed{E = 6k\frac{Q}{r^2}}$ $r > 3R$

8. **Şekil 7**'deki gibi yarıçapı a ve yüksekliği 2h olan bir silindirin merkezinde bir q nokta yükü bulunmaktadır. Silindirin yanal yüzeyinden geçen elektrik akısının $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\dfrac{q}{\varepsilon_0}$ bağıntısı ile verildiğini gösteriniz.



Şekil 7



$$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{A} \qquad \vec{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

$$\Phi_E = \oint E.dA.\cos\theta$$

$$dA = 2\pi a\, dy$$

$$\cos\theta = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \frac{a}{\cos\theta}$$

$$tg\theta = \frac{y}{a} \Rightarrow y = a.tg\theta$$

$$dy = a\sec^2\theta\, d\theta$$

$$\Phi_E = \int k\frac{q}{r^2}dA\cos\theta = \int k\frac{q}{r^2}2\pi a dy\frac{a}{r}$$

$$\Phi_E = 2\pi a^2 kq\int_{-a}^{a}\frac{dy}{r^3} = 2\pi a^2 kq\int_{-a}^{a}\frac{dy}{\left(\frac{a}{\cos\theta}\right)^3}$$

$$\Phi_E = 2\pi a^2 kq \int \frac{\cos^3\theta \; a \sec^2\theta \, d\theta}{a^3}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\Phi_E = 2\pi kq \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos\theta \, d\theta$$

integral sınırları :

$y=-a$; $y = a\,tg\theta$

$-a = a\,tg\theta$

$tg\theta = -1$

$\theta = -\pi/4$

$y=a$; $y = a\,tg\theta$

$a = a\,tg\theta$

$tg\theta = 1$

$\theta = \pi/4$

$$\Phi_E = 2\pi kq \sin\theta \Big]_{-\pi/4}^{\pi/4}$$

$$\Phi_E = 2\pi kq \left[\sin\frac{\pi}{4} - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right]$$

$$\Phi_E = 2\pi kq \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \right]$$

$$\Phi_E = 2\pi kq\sqrt{2}$$

$$\Phi_E = 2\pi \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q\sqrt{2}$$

$$\boxed{\Phi_E = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{q}{\epsilon_0}}$$