

BIL516 - Oyun Teorisi ve Uygulamaları

Oyunların Analizi

Feyza M. Hafızoğlu
fmhafizoglu@ticaret.edu.tr

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
İstanbul Ticaret Üniversitesi

Ajanda

- Stratejik (normal) form oyunlar
- En iyi tepki (best response)
- Dominant stratejiler
- Domine edilen stratejilerin yinelemeli elenmesi (iterative elimination of strictly dominated strategies)

Stratejik Form Oyunlar

- n-kişili oyun: $\langle N, A, u \rangle$
 1. N , n **oyuncudan** oluşan sonlu bir kümedir, i indisli
 2. $A = \langle S_1, \dots, S_n \rangle$ her bir oyuncu için mevcut **eylemler kümesi**
 - S_i , i oyuncusu için mevcut *eylemler kümesi*
 - $s_i \in S_i$, i oyuncusu için bir *eylem*
 - $S = \times_{i \in N} S_i$ için $s \in S$ bir *eylem profili*
 3. $u = \langle u_1, \dots, u_n \rangle$ her bir oyuncu için **fayda fonksiyonu**:
 $u_i : S \mapsto \mathbb{R}$
- Ek olarak
 - $s_{-i} = \langle s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n \rangle$, i oyuncusu dışındaki tüm oyuncular için eylem vektörü
 - $S_{-i} = \times_{j \neq i} S_j$, i oyuncusu dışındaki tüm oyuncular için eylem profili
 - $(s_i, s_{-i}) \in S$ bir eylem profili

Varsayımlar

- Eylem kümeleri (A) ve fayda fonksiyonları (u) **ortak bilgidir**
- Oyuncular **rasyoneldir**
 - Bir i oyuncusu ancak ve ancak u_i 'nin değerini **maksimize** edecek şekilde eylemde bulunuyorsa rasyoneldir

Stratejiler

Strateji

Oyunun nasıl oynanacağını her durum için gösteren eksiksiz bir açıklama.

- Bütün olası durumlar için planlama gerektirir
- Satranç, Go gibi oyunlar için imkansızdır
- Stratejik form oyunlar
 1. Saf (pure) strateji: Tek bir eylem
 2. Karma (mixed) strateji: Birden fazla eylem üzerindeki olasılık dağılımıdır

Sonlu Strateji Uzayı

Sonlu (finite) oyun

Tüm oyuncular için S_i sonlu olduğu oyunlar.

- 2-oyunculu oyunlar için matris formda gösterim
- Örnek: Matching Pennies

		Player #2	
		Head	Tails
Player #1	Head	$(1, -1)$	$(-1, 1)$
	Tails	$(-1, 1)$	$(1, -1)$

- $S_1 = \{Head, Tails\}$, $S_2 = \{Head, Tails\}$
- $S =$
 $\{(Head, Head), (Head, Tails), (Tails, Head), (Tails, Tails)\}$
- Örnek: $s = (Head, Head)$

Sonsuz (Infinite) Strateji Uzayı

Cournot Duopoly Competition

- Aynı ürünü üreten 2 üretici
- Her bir üretici üreteceği ürün miktarını belirliyor, $s_i \in [0, \infty]$ ($s_1 + s_2$ toplam ürün miktarı)
- Her bir üreticinin elde edeceği fayda (kâr) satış geliri eksi maliyet:
 - $u_i(s_1, s_2) = s_i p(s_1 + s_2) - c s_i$
 - $p(q)$ fiyat fonksiyonu
 - c ürün maliyeti
 - Mesela $p(q) = \max(0, 2 - s_1 - s_2)$ ve $c = 1$

En İyi Cevap (Best Response)

- Diğer oyuncuların ne yapacağını bilseydiniz, kendi eyleminizi seçmek kolay olurdu
- $s_{-i} = \langle s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n \rangle$
 - $s = (s_i, s_{-i})$

En İyi Cevap

$$s_i^* \in BR(s_{-i}) \iff \forall s_i \in S_i, u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i})$$

Dominant Stratejiler

- Örnek: The Prisoner's Dilemma

		Player #2	
		<i>Defect</i>	<i>Cooperate</i>
Player #1	<i>Defect</i>	(1, 1)	(5, 0)
	<i>Cooperate</i>	(0, 5)	(4, 4)

- Diğer oyuncunun ne yaptığından bağımsız olara, itiraf etmek (*Defect*) her oyuncu için daha faydalıdır.
- Defect* eylemi, *Cooperate* eylemini kesin domine (**strictly dominates**) eder.
- Kendi çıkarını gözeten rasyonel davranışın, ortak (sosyal olarak) optimum sonuca ulaşmadığına bir örnektir.

Kesin Domine Edilen (Strictly Dominated) Stratejiler

- s_i ve s'_i , i oyuncusuna ait iki strateji ve S_{-i} diğer oyunculara ait tüm strateji (eylem) profilleri kümesi olsun:
- s_i , s'_i 'yi kesin domine (**strictly dominates**) eder eğer

$$\forall s_{-i} \in S_{-i}, u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s'_i, s_{-i})$$

Dominant Stratejiler

Dominant

Diğer tüm stratejileri domine eden strateji.

- Varsayımlar
 - Tüm oyuncular **rasyoneldir**
 - Tüm oyuncuların rasyonel olduğu bilgisi, **ortak bilgidir**
 - Rasyonel bir oyuncu, kesin domine edilen bir strateji seçmez

Kesin Domine Edilen Stratejilerin Yinelemeli Elenmesi

- Kesin domine edilen bir strateji hiçbir zaman en iyi cevap olamaz
- Hiçbir zaman seçilmeyeceği için eleyebiliriz
- Faydalar ve rasyonellik hakkındaki ortak bilgi
- Kesin domine edilen stratejileri yinelemeli olarak ortadan kaldır

Kesin Domine Edilen Stratejilerin Yinelemeli Elenmesi

		Player #2		
		L	M	R
Player #1	U	(1, 0)	(1, 2)	(0, 1)
	D	(0, 3)	(0, 1)	(2, 0)

- Player 2'nin M stratejisi, R stratejisini domine eder

		Player #2	
		L	M
Player #1	U	(1, 0)	(1, 2)
	D	(0, 3)	(0, 1)

- Player 1'in U stratejisi, D stratejisini domine eder

Kesin Domine Edilen Stratejilerin Yinelemeli Elenmesi

		Player #2	
		L	M
Player #1	U	$(1, 0)$	$(1, 2)$

- Player 2'nin M stratejisi, L stratejisini domine eder

		Player #2
		M
Player #1	U	$(1, 2)$

Kesin Domine Edilen Stratejilerin Elenme Sıralaması

- Birden fazla **kesin** domine edilen strateji mevcutsa, kaldırma sıralaması ne olacak?
 - Farketmez!

Zayıf Domine Edilen (Weakly Dominated) Stratejiler

- s_i ve s'_i , i oyuncusuna ait iki strateji ve S_{-i} diğer oyunculara ait tüm strateji (eylem) profilleri kümesi olsun:
- s_i , s'_i 'yi zayıf domine (**weakly dominates**) eder eğer

$$\forall s_{-i} \in S_{-i}, u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i}) \text{ ve}$$

$$\exists s_{-i} \in S_{-i}, u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s'_i, s_{-i})$$

- Yinelemeli olarak kaldırılabilir, fakat:
 - Bazen en iyi cevap olabilirler
 - Kaldırılma sırası önemli olabilir

Zayıf Domine Edilen Stratejiler

		Player #2		
		<i>L</i>	<i>C</i>	<i>R</i>
Player #1	<i>T</i>	(1, 2)	(2, 3)	(0, 3)
	<i>M</i>	(2, 2)	(2, 1)	(3, 2)
	<i>B</i>	(2, 1)	(0, 0)	(1, 0)

- Farklı faydalarla sonuçlanan, üç kaldırma sırası:

	Elenme sırası soldan sağa	Sonuç	Fayda
(1)	T, R, B, C	(M, L)	(2, 2)
(2)	B, L, C, T	(M, R)	(3, 2)
(3)	T, C, R	(M, L) ya da (B, L)	(2, 2) ya da (2, 1)

- Ödev: Doğrula