◇◇◇ Lycée Qualifiant Errazi-Taznakhte ◇◇◇		A.S. : 2024/2025
Matière: Mathématiques Classe : 1BACSEF-1	Prof:Ouamen Mustapha	

Série d'exercice N° 3 (Semestre n° 1)

Exercice 1 :

1) Étudier la position relative du cercle (C) et de la droite (D) dans chaque cas, et déterminer les coordonnées des points d'intersection s'il existe :

$(C): x^2+y^2-4x+2y=0$ $(D): 2x-y=0$	$(C): (x+2)^2+(y+2)^2=2$ $(D): x-y-2=0$	$(C): x^2+y^2-2x+4y-11=0$ $(D): x+y-3=0$

2) Vérifier que A appartient au cercle (C) et déterminer l'équation cartésienne de la tangente au cercle (C) en A dans les cas suivants :

$A(0;0)$ $(C): x^2+y^2+x-2y=0$	$A(\frac{4}{5};\frac{12}{5})$ $(C): (x-2)^2+(y-4)^2=4$	$A(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2})$ $(C): x^2+y^2+5=6$

Exercice 2 :

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_{n+1} = \frac{n+1}{4n}U_n & ,\forall n \in \mathbb{N}^* \\ U_1 = \frac{1}{4} \end{cases}$

et (V_n) la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad V_n = \frac{U_n}{n}$

Calculer : U_2, U_3, U_4 et U_5 et V_1, V_2, V_3, V_4 et V_5

Exercice 3 :

Soit (U_n) la suite définie par : $U_n = \frac{3n-2}{4n+1}$.

1) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : U_n < \frac{3}{4}$.

2) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : U_n \geq -2$.

Exercice 4 :

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_{n+1} = U_n + 3, & n \in \mathbb{N}, \\ U_0 = 2. \end{cases}$

On pose $V_n = U_n - 7$.

1) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique et déterminer sa raison ainsi que son premier terme.

2) Déterminer V_n en fonction de n.

3) En déduire U_n en fonction de n.

4) Calculer la somme : $S = \sum_{k=0}^{10} V_k$.

Exercice 5 :

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_{n+1} = \frac{7U_n-25}{U_n-3}. & n \in \mathbb{N} \\ U_0 = 2 \end{cases}$

1) Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N} : U_n \neq 5$

2) On pose $V_n = \frac{1}{U_n-5}$

a) Montrer que :(V_n) est une suite arithmétique et déterminer sa raison et son premier terme .

b) Déterminer V_n en fonction de n .
c) Déduire U_n en fonction de n .
d) Calculer la somme : $S=\sum_{k=0}^{10} V_k$

Exercice 6 :

Soit la suite (U_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N} : \begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{2+U_n^2}{2+U_n}. \end{cases}$

1) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : U_n \geq 1$.
2) Étudier le sens de variation de (U_n).
3) Déduire que $\forall n \in \mathbb{N} : U_n \leq 2$.
4) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : 0 \leq U_{n+1} - 1 \leq \frac{2}{3}(U_n - 1)$.
5) En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N} : 0 \leq U_n - 1 \leq (\frac{2}{3})^n$.
6) On pose $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} u_k$. Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : S_n \leq n + 3(1 - (\frac{2}{3})^n).$$

7) On pose $T_n = \sum_{k=0}^{n} 2^k U_k$. Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : T_n \geq 2^{n+1} - 1$$

Exercice 7 :

Soit la suite (U_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N} : \begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{U_n - 3}{U_n + 5}. \end{cases}$

1) Calculer U_1 et U_2
2) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : U_n > -1$.
3) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : U_{n+1} - U_n = -\frac{(U_n+1)(U_n+3)}{U_n+5}$.
4) Étudier la monotonie de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$
5) Déduire que : $\forall n \in \mathbb{N} : -1 < U_n \leq 0$
6) Soit la suite (V_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N} : V_n = \frac{U_n+1}{U_n+3}$
a) Montrer que (V_n) est une suite gémétrique de raison $q = \frac{1}{2}$ et calculer le premier terme V_0.
b) Écrire V_n en fonction de n .
c) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : U_n = \frac{1-(\frac{1}{2})^n}{\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2})^n - 1}$
d) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : U_{n+1} + 1 \leq \frac{1}{2}(U_n + 1)$
e) Déduire que $\forall n \in \mathbb{N} : U_n + 1 \leq (\frac{1}{2})^n$