$\diamond\diamond\diamond$ Lycée Qualifiant Errazi-Taznakhte $\diamond\diamond\diamond$	A.S. : 2024/2025
Matière: Mathématiques Classe : 1BACSEF-1	**Prof:Ouamen Mustapha**

Devoir à domicile N° 1 (Semestre n° 1)

Exercice 1

1) Donner et justifier la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes:

p_1 :$(\exists x \in \mathbb{R})(x^2 \leq 0)$

p_2 :$(\exists x \in \mathbb{R})(x^4 - 3 = 0)$

p_3 : $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 - 5x + 6 \geq 0$

P_4: $(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\exists y \in \mathbb{R}^+)$; $2x + y > 10$

2) Donner la négation de chacune des propositions suivantes:

P: $(\forall x > 0)$; $|a| < x \implies a = 0$

Q: $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R})$; $x + y < -7$

3) Montrer que:

$(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+),(x \neq y)$ et $(xy \neq 1) \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \neq \frac{\sqrt{y}}{y+\sqrt{y}+1}\right)$.

4) Montrer par récurrence que :

$(\forall n \in \mathbb{N}^*) : 1 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + ... + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

$(\forall n \in \mathbb{N})$: 9 **divise** $4^n + 6n - 1$

Exercice 2

Soient f **et** g **deux fonctions définies par :** $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$ et $g(x) = \frac{1}{x^4 - x^2}$

1) Déterminer D_f et D_g les domaines de définitions de f et g respectivement

2) Déterminer $D_{g\circ f}$ le domaine de définiton de la fonction $g \circ f$

3) Donner l'expression de $g \circ f(x), \forall x \in D_{g\circ f}$

Exercice 3

Soient f **une fonction numérique définie par** $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - x + 2}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.

2) Montrer que f est majorée par 1

On considère la fonction numérique h **définie par** $h(x) = \frac{x}{x+2}$**.**

3) Déterminer l'ensemble de définition de h.

4) Soient x et y deux éléments distincts de D_h. Déterminer le taux de variation $T_{(x,y)}$ de h

5) Étudier le sens de variations de h sur $]-\infty;-2[$ et $]-2;+\infty[$

6) Dresser le tableau de variations de h .

7) Soit $g(x) = x^2 - x$. Vérifier que $f(x) = h \circ g(x)$

8) En déduire la variation de f sur $[\frac{1}{2}, +\infty[$ tel que g est croissante sur $[\frac{1}{2}, +\infty[$.

Exercice 4

On considère les fonctions f **et** g **définies par** : $f(x) = x^2 - 2x - 3$ et $g(x) = 4x^3$

1) Montrer que $f(1)$ est une valeur minimale de la fonction f.

2) Quelle est la nature de la courbe $\mathscr{C}_f$ et quels sont ses éléments caractéristiques ?

3) Dresser le tableau de variation de f et g.

4) Résoudre l'équation $f(x) = 0$. et interpréter géométriquement le résultat précédent.

5) Tracer les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

6) Résoudre graphiquement l'equation $f(x) = g(x)$.

7) Résoudre graphiquement l'inéquation : $x^2 \geq 3 + 4x^3 + 2x$.