◇◇◇ Lycée Qualifiant Errazi-Taznakhte ◇◇◇		A.S. : 2024/2025
Matière: Mathématiques Classe : 1BACSEF-1	Prof:Ouamen Mustapha	

Sérier d'exercice N° 1 (Semestre n° 1)

Exercice 1 :

Donner et justifier la valeur de vérité de chacunne des proposition suivantes puis déterminer leur négation:

p_1 :$(\forall x \in \mathbb{R})(x^2 > 0)$

p_2 :$(\exists x \in \mathbb{R})(x^2 - 2 = 0)$

p_3 :$(\forall n \in \mathbb{N})(\frac{n}{2} \in \mathbb{N})$

p_4 :$(\forall x \in \mathbb{R})(-1 \leq \sin(x) \leq 1)$

P_5 :$(\forall x \in \mathbb{R})$;$|23x - 123| > 0$

P_6 :$(\exists n \in \mathbb{N})$; $4n + 2n^2 = -5$

P_7 :$(\forall x \in \mathbb{R})$: $\sin(x) = 2x$

P_8: $(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\exists y \in \mathbb{R}^+)$; $x + y > 6$

Exercice 2 :

Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

P_1: $(\forall x \in \mathbb{R})$; $x^2 \geq 0$

P_2: $(\exists x \in \mathbb{R})$; $x^2 \leq 0$

P_3: $(\exists y \in \mathbb{R})(\forall x \in \mathbb{R})$; $x^2 \geq 5y$

P_4: $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R})$; $x + y > 3$

P_5: $(\forall a \in \mathbb{R})(\exists b \in \mathbb{R})$; $a^2 + 4b^2 \geq 4ab$

P_6: $(\exists x \in \mathbb{R}^{*+})$; $x + \frac{1}{x} < 4$

Exercice 3 :

Donner la négation de chacune des propositions suivantes :

P: $(\forall \varepsilon > 0)$; $|a| < \varepsilon \implies a = 0$

Q: $(\forall x \in \mathbb{R})$; $x \geq 2 \implies x^2 \geq 4$

Exercice 4 :

En utilisant le raisonnement par contraposé montrer que :

3) $(\forall n \in \mathbb{N}^*)(\forall m \in \mathbb{N}^*)$; $nm = 1 \implies n = 1$ **et** $m = 1$

2) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})$; $(x \neq 1$ **et** $y \neq 1) \implies (xy + 1 \neq x + y)$

3) $(\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\})(\forall y \in \mathbb{R} \setminus \{1\})$; $(x \neq y \implies (\frac{2x+1}{x-1} \neq \frac{2y+1}{y-1})$

4) Montrer que :$(\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2)$ $(x \neq \frac{3y}{2} \Rightarrow \frac{3y}{3y+4} \neq \frac{2x}{2x+4})$

Exercice 5 :

1) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}^{+*})(\forall y \in \mathbb{R}^{+*})(\forall z \in \mathbb{R}^{+*})$; $(xy\sqrt{z} < xz\sqrt{y} < yz\sqrt{x}) \iff x < y < z$

2) Montre que $(\forall (a,b) \in]2, +\infty[^2), a^2 = 4a + b^2 - 4b \implies a = b$

4) Montrer que :$(\forall x \in \mathbb{R}_+)$ $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 2 \iff x = \frac{1}{16})$

5) Montrer que :$(\forall (x,y,z) \in \mathbb{R})(3x + 2y + z = \frac{x^2+y^2+z^2+14}{2} \Rightarrow x = 3$ et $y = 2$ et $z = 1)$

Exercice 6 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ l'équation: $(2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y-4} = x + y)$.(Indication le cas si $(x < 1$ **ou** $y < 4)$ et le cas si $(x \geq 1$ **et** $y \geq 4))$

2) Montrer par l'absurde que :$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q})$

3) Montrer que :$(\forall n \in \mathbb{N})(4^n \geq 3n + 1)$

4) Montrer que :$(13)^n - (5)^n$ est divisible par 8 $(\forall n \in \mathbb{N})$

5) Montrer que :$(\forall n \in \mathbb{N}^*)(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^n = \frac{3^{n+1}-1}{2})$

6) Montrer que :$(\forall n \in \mathbb{N}^*)(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ... + \frac{1}{2^n} \leq 2 - \frac{1}{n})$