

Série d'exercice N° 4 (Semestre n° 1)

Exercice 1 :

Soit $\alpha = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ 1) Calculer $\cos(\alpha)$ et déduire :

$$\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) \quad \left| \quad \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) \quad \left| \quad \tan\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right.\right.$$

2) Montrer que : $\cos\left(\frac{\pi}{18}\right) - \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{18}\right) = 2\cos\left(\frac{7\pi}{18}\right)$

3) Soit $a \in \mathbb{R}$, tel que : $\tan(a) = 2$. Calculer : $\cos(2a)$, $\sin(2a)$ et $\tan(2a)$

Exercice 2 :

Soit A , B et C les mesures des angles d'un triangle : montrer que :

- $\sin(A) + \sin(B) + \sin(C) = 4\cos\left(\frac{A}{2}\right)\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right)$
- $\tan(A) + \tan(B) + \tan(C) = \tan(A)\tan(B)\tan(C)$
- $\sin(2A) + \sin(2B) + \sin(2C) = 4\sin(A)\sin(B)\sin(C)$

Exercice 3 :

Écrire les expressions suivantes sous la forme : $r\cos(ax - \alpha)$.

- $A(x) = \cos(2x) + \sin(2x)$
- $B(x) = \cos(x) - \sqrt{3}\sin(x)$
- $C(x) = 3\cos\left(\frac{3}{2}\right) + \sqrt{3}\sin\left(\frac{x}{2}\right)$

Exercice 4 :

1)

- Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} : \cos(2x) - \sqrt{3}\sin(2x) = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$
- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos(2x) - \sqrt{3}\sin(2x) = 1$
- Résoudre dans $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ l'inéquation : $\cos(2x) - \sqrt{3}\sin(2x) \geq 1$

2)

- Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} : \cos\left(\frac{x}{2}\right) + \sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{2}\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$
- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos\left(\frac{x}{2}\right) + \sin\left(\frac{x}{2}\right) = -1$
- Résoudre dans $]-\pi, 2\pi[$ l'inéquation : $\cos\left(\frac{x}{2}\right) + \sin\left(\frac{x}{2}\right) \geq -1$