

## Série d'exercice N° 4 (Semestre n° 1)

### Exercice 1 :

Soit  $\alpha = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$

1) Calculer  $\cos(\alpha)$  et déduire :

$$\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) \quad \left| \quad \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) \quad \right| \quad \tan\left(\frac{5\pi}{12}\right)$$

2) Montrer que :  $\cos\left(\frac{\pi}{18}\right) - \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{18}\right) = 2\cos\left(\frac{7\pi}{18}\right)$

3) Soit  $a \in \mathbb{R}$ , tel que :  $\tan(a) = 2$ . Calculer :  $\cos(2a)$ ,  $\sin(2a)$  et  $\tan(2a)$

### Exercice 2 :

Soit  $A$ ,  $B$  et  $C$  les mesures des angles d'un triangle : montrer que :

- $\sin(A) + \sin(B) + \sin(C) = 4\cos\left(\frac{A}{2}\right)\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right)$
- $\tan(A) + \tan(B) + \tan(C) = \tan(A)\tan(B)\tan(C)$
- $\sin(2A) + \sin(2B) + \sin(2C) = 4\sin(A)\sin(B)\sin(C)$

### Exercice 3 :

Écrire les expressions suivantes sous la forme :  $r\cos(ax - \alpha)$ .

- $A(x) = \cos(2x) + \sin(2x)$
- $B(x) = \cos(x) - \sqrt{3}\sin(x)$
- $C(x) = 3\cos\left(\frac{x}{2}\right) + \sqrt{3}\sin\left(\frac{x}{2}\right)$

### Exercice 4 :

1)

- Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} : \cos(2x) - \sqrt{3}\sin(2x) = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $\cos(2x) - \sqrt{3}\sin(2x) = 1$
- Résoudre dans  $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  l'inéquation :  $\cos(2x) - \sqrt{3}\sin(2x) \geq 1$

2)

- Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} : \cos\left(\frac{x}{2}\right) + \sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{2}\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $\cos\left(\frac{x}{2}\right) + \sin\left(\frac{x}{2}\right) = -1$
- Résoudre dans  $]-\pi, 2\pi[$  l'inéquation :  $\cos\left(\frac{x}{2}\right) + \sin\left(\frac{x}{2}\right) \geq -1$