

## Devoir à domicile N° 2 (Semestre n° 2)

### Exercice 1

Soit  $f$  une fonction définie par :  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{si } x \geq 1 \\ \frac{x^2-1}{x^2+1} & \text{si } x < 1 \end{cases}$

- 1 Étudier la dérivabilité de  $f$  à droite de 1, puis interpréter le résultat.
- 2 Étudier la dérivabilité de  $f$  à gauche de 1, puis interpréter le résultat.
- 3 Étudier la dérivabilité de  $f$  en 0, puis donner l'équation de la tangente au point d'abscisse 0.
- 4 Calculer la fonction dérivée de  $f$  sur  $[1; +\infty[$ .
- 5 Calculer la fonction dérivée de  $f$  sur  $] -\infty; 1[$ .

On considère la fonction  $f$  définie par:  $g(x) = (1 - x^2)^{2025} + x$

- 1 Montrer que  $g$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et calculer sa dérivée  $g'$ .
- 2 Dédire :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-x^2)^{2025} + x - 1}{x}$

### Exercice 2

On considère l'équation différentielle suivante:

$$(E) : y'' + 3y = 0$$

- 1 Déterminer la solution générale de  $(E)$
- 2 Déterminer la solution particulière de  $(E)$  vérifiant les conditions initiales:  $y(0) = 1$  et  $y'(\frac{\pi}{\sqrt{3}}) = 1$ .

### Exercice 3

Soit  $ABCD$  un quadrilatère à quatre faces. On considère  $I, J, K$  et  $L$  tels que :  $3\vec{AI} = 2\vec{AB}$  et  $3\vec{AJ} - 4\vec{AC} = \vec{0}$  ;  $2\vec{AL} = \vec{AD}$  et  $2\vec{CK} + \vec{CD} = \vec{0}$

- 1 Montrer que :  $\vec{IJ} = \frac{-2}{3}\vec{AB} + \frac{4}{3}\vec{AC}$ ,  $\vec{IK} = \frac{-2}{3}\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AD}$  et  $\vec{IL} = \frac{-2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}$
- 2 Montrer que  $I, J, K$  et  $L$  sont coplanaires.