

Devoir à domicile N° 1 (Semestre n° 1)

Exercice 1

- 1 Déterminer la parité des nombres suivants: $(n+4)(n+5)+7$; $3n^2+n$; n^3-n
- 2 Soient n et k deux nombres entiers naturels.
 - a) Montrer que si $n = 5k + 1$ alors $n^2 - 1$ est divisible par 5
 - b) Montrer que la somme de trois nombres pairs consécutifs est un multiple de 6

Exercice 2

Soient a et b deux entiers naturels tel que: $a=1500$ et $b=840$

- 1 Décomposer a et b en produit de facteurs premiers.
- 2 Déterminer $PGCD(a,b)$ et $PPCM(a,b)$. et vérifier que $PGCD(a,b) \times PPCM(a,b) = a \times b$
- 3 simplifier $\frac{a}{b}$ et \sqrt{ab} .
- 4 Déterminer le plus petit entier m tel que $m \times a$ soit un carré parfait.
- 5 Déterminer le plus petit entier n tel que $n \times a$ soit un cube.
- 6 Déterminer toutes les valeurs possibles de l'entier naturel n tel que $\frac{n+21}{n+7}$ soit un nombre entier naturel.
- 7 Trouver toutes les solutions de l'équation: $x^2 - y^2 = 51$ dans \mathbb{N}^2
- 8 Déterminer les couples $(x;y)$ des entiers naturels tels que:
$$\begin{cases} xy = 147 \\ PGCD(x;y) = 7 \end{cases}$$

Exercice 3

Soit ABC un triangle et E , F et G trois points du plans tels que: $\vec{CE} = \frac{1}{3}\vec{BC}$, $\vec{AF} = \frac{2}{3}\vec{AC}$, $\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB}$.

- 1 Construire une figure convenable.
- 2 Montrer que: $\vec{EG} = \frac{2}{3}\vec{AB} - \frac{4}{3}\vec{AC}$ et $\vec{EF} = \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AC}$.
- 3 En déduire que E , F et G sont alignés.
- 4 Montrer que F est le milieu du segment $[EG]$.

Exercice 4

ABC est un triangle. Soient E et F deux points du plan tels que: $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB}$ et $\vec{AF} = -\frac{1}{2}\vec{AB}$.
On considère E' et F' les projetés respectifs de E et F sur la droite (AC) parallèlement à (BC) .

- 1 Construire une figure convenable.
- 2 Écrire les vecteurs $\vec{AE'}$ et $\vec{AF'}$ en fonction de \vec{AC} .
- 3 En déduire que: $\vec{EE'} = \frac{1}{3}\vec{BC}$ et $\vec{FF'} = -\frac{1}{2}\vec{BC}$, puis conclure que: $\frac{EE'}{FF'} = \frac{2}{3}$.