

Devoir à domicile N° 2 (Semestre n° 1)

Exercice 1

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O et I le milieu du segment $[AB]$. Soit G le point d'intersection de (BD) et (CI) .

- 1 Montrer que $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.
- 2 Construire le point K , barycentre des points pondérés $(A; 1), (B; 1), (C; -1)$.
- 3 Montrer que K est le barycentre des points pondérés $(G; 3), (C; -2)$.
- 4 Montrer que $K \notin [GC]$ et $K \in (GC)$.
- 5 Montrer que A est le barycentre des points pondérés $(D; 1), (G; 3), (C; -2)$.
- 6 Montrer que A est le milieu du segment $[DK]$.
- 7 Déterminer l'ensemble $\left\{ M \in P \mid \|\vec{MD} + 3\vec{MG} - 2\vec{MC}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB}\| \right\}$.
- 8 Dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points : $A(1, 1)$, $B(-3, 1)$, et $C(2, 0)$. Déterminer les coordonnées du point G .

Exercice 2

Soient $A(-2; 1)$, $B(0; -2)$, et $C(1; 3)$ des points dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j}) orthonormé direct.

- 1 Calculer : \vec{AB} , \vec{AC} , $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, et $\det(\vec{AB}, \vec{AC})$.
- 2 Calculer $\cos(\vec{AB}, \vec{AC})$ et $\sin(\vec{AB}, \vec{AC})$, puis en déduire l'angle (\vec{AB}, \vec{AC}) .
- 3 Déduire la nature du triangle ABC .
- 4 Déterminer l'équation de la droite (AB) , et en déduire $d(C, (AB))$.
- 5 Déterminer l'équation cartésienne du cercle (\mathcal{C}) de diamètre $[AB]$.
- 6 On considère le cercle (\mathcal{C}) d'équation : $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$.
 - (a) Montrer que $\Omega(1; 2)$ est le centre du cercle (\mathcal{C}) , et que son rayon est $R = 2\sqrt{2}$.
 - (b) Déterminer une représentation paramétrique du cercle (\mathcal{C}) .
 - (c) Vérifier que le point $A(-1; 0)$ appartient au cercle (\mathcal{C}) .
- 7 Résoudre le système : $S : \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 < 0, \\ x + 2y + 10 \geq 0. \end{cases}$