

Série d'exercices N° 2 (Semestre n° 1)

Exercice 1 :

Montrer que:

$$(\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{2}{5}})^2 + (\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{\frac{4}{3}})^2 \in \mathbb{Q}; (\sqrt{6} - \sqrt{2}) \times 2\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) \in \mathbb{N}; \frac{9^{12} - 9^{11}}{3^{12} - 3^{11}} \in \mathbb{N}$$

Exercice 2 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} \quad | \quad \sqrt{3} - \sqrt{7} + \sqrt{6} + \sqrt{3} \times \sqrt{3} + \sqrt{7} + \sqrt{3}$$

Exercice 3 :

Soient $A = 3\sqrt{18} - \sqrt{72}$ et $B = \sqrt{28} + \sqrt{32} - 2\sqrt{2}$.

1) Montrer que $A - B = \sqrt{2} - 2\sqrt{7}$. | 2) Comparer A et B.

On pose $x = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$ et $y = \sqrt{39} - 12\sqrt{10}$.

1) Montrer que $x > 0$. et Calculer x^2 et y^2 . | 2) Comparer $\frac{1}{x}$ et $\frac{1}{y}$.

Soient a et b des nombres réels avec $a \geq 2$ et $b \geq 2$. On pose $X = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ et $Y = \sqrt{ab} + 1$.

1) Montrer que $X^2 - Y^2 = (a - 1)(1 - b)$. | 2) Comparer X et Y.

Exercice 4 :

Résoudre les équations suivantes:

$$1) |x - 1| = 6 \quad | \quad 2) |2x - 1| = |x - 3|.$$

Exercice 5 :

Soit $x \in \mathbb{R}$. On pose $E = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

1) Montrer que : $E - 1 = -\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2} + 1 + x^2}$.

2) Montrer que $x^2 + \sqrt{1+x^2} + 1 \geq 2$.

3) Dédire que $|E - 1| \leq \frac{1}{2}|x^2|$.

4) Déterminer une valeur approchée de $\frac{1}{\sqrt{1.0004}}$ à 2×10^{-4} près.

Exercice 6 :

On considère dans le plan rapporté au repère (O, \vec{i}, \vec{j}) les points $A(1; -2)$, $B(2; 0)$, et $C(-1; 0)$, ainsi que la droite $(D) : 2x + 3y + 2 = 0$.

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) passant par A et B.

2) Vérifier que $C \in (D)$, puis donner une représentation paramétrique de (D) .

3) Montrer que (D) et (Δ) sont sécants en un point à trouver.

4) On considère la droite (D') telle que $(D') : \begin{cases} x = 7 - 6t \\ y = -6 + 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$

5) Montrer que $(D') \parallel (D)$ et que $A \in (D')$.