Matière: Mathématiques	**Devoir surveillé N° 1**	**Semestre : 1**
Classe: 1 BACSEF-1	**Durée : 2H**	**Prof:Ouamen Mustapha**

Exercice 1 (7 points)

1) Étudier la valeur de vérité des propositions suivantes :

1pt $P : \forall x \in \mathbb{R},\ x \leq x^2$

1pt $Q : \exists x \in \mathbb{R},\ x^2 - 4 = 0$

2) Donner la négation des propositions suivantes :

1pt $P : (\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}),\ y \leq x^2$

1pt $Q : (\exists x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}),\ x = 3$ ou $y = -4$ ou $4x - 3y + xy \neq 12$

3) En utilisant le raisonnement par contraposé. Montrer que :

1.5pts $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \neq y$ **et** $xy \neq 2 \implies \frac{x}{x^2+x+2} \neq \frac{y}{y^2+y+2}$

4) En utilisant le raisonnement par récurrence .Montrer que :

1.5pts $\forall n \in \mathbb{N}^*; 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Exercice 2 (6 points)

On considère les deux fonctions numériques f et g définies par

$$f(x) = \frac{2x-2}{-x+2} \ et\ g(x) = \frac{2x^3}{3}$$

0.5pt **1)** Déterminer D_f et D_g les ensembles de définition de f et g respectivement.

1pt **2)** Dresser le tableau de variations de f.

1pt **3)** Dresser le tableau de variations de g.

0.5pt **4)** Résoudre dans $]-\infty, 2[$ l'équation $f(x) = 0$, en déduire une interprétation géométrique du résultat obtenu.

2pts **5)** Tracer les courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ dans un même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1pt **6)** Déterminer graphiquement l'ensemble de solutions de l'inéquation

$$f(x) \leq g(x).\ \textbf{sur}\ \mathbb{R}^* \setminus \{2\}$$

(**On admet que** $x \simeq -\frac{5}{4}$ **et** $x \simeq \frac{3}{2}$ **sont les solution de l'équation** $f(x) = g(x)$)

Exercice 3 (7 points)

Soient f une fonction numérique définie par $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$

0.5pt **1)** Déterminer D_f l'ensemble de définition de f.

1pt **2)** Dresser le tableau de variations de f

On considère la fonction numérique g définie par $\forall x \in \mathbb{R} : g(x) = x^2 + 2$.

1pt **3)** Soient $x, y \in \mathbb{R}$ tel que $x \neq y$ montrer que le taux de variation de g : $T_{(x,y)} = x + y$.

1pt **4)** Déduire les variations de g sur $[0; +\infty[$ et $]-\infty; 0]$

1pt **5)** Déterminer $D_{g \circ f}$ l'ensemble de définition de $g \circ f$

1pt **6)** Montrer que $g \circ f(x) = \frac{6x^2+8x+11}{x^2-2x+1}$

1pts **7)** Déduire que $g \circ f$ est décroissante sur $]1, +\infty[$, croissante sur $[-\frac{3}{2}, 1[$ **et** décroissante sur $]-\infty; -\frac{3}{2}]$.

0.5pt **8)** Déterminer les extremums de $g \circ f$

Bonne chance