

Devoir à domicile N° 3 (Semestre n° 1)

Exercice 1

On considère le polynôme : $P(x) = 2x^3 - mx^2 + 27x - 10$ avec m un nombre réel.

- 1 Déterminer la valeur du réel m pour que le polynôme $P(x)$ soit divisible par $x - 2$.
Dans le reste de cet exercice, on prend : $m = 15$.
- 2 Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que : $P(x) = (x - 2)Q(x)$ avec deux méthodes différentes.
- 3
 - a) Vérifier que 5 est une racine du polynôme $Q(x)$.
 - b) En déduire une factorisation du polynôme $P(x)$ en produit de facteurs du premier degré.
- 4 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$ puis l'inéquation : $P(x) < 0$.
- 5 En déduire les solutions :
 - a) De l'inéquation : $2(2x - 5)^3 - 15(2x - 5)^2 + 27(2x - 5) - 10 < 0$.
 - b) De l'équation : $2x^2|x| - 15x^2 + 27|x| - 10 = 0$.

Exercice 2

- 1 Résoudre dans \mathbb{R} les équation suivantes: $5|x| - 2 = 0$; $|2x + 7| = |x - 4|$; $3x^2 + 5x + 1 = 0$; $x^2 - 4x + 1 = 0$; $\sqrt{3}x^2 + 6x + 1 = 0$
- 2 Résoudre dans \mathbb{R} les inéquation suivantes: $|2x - 3| \leq 2$; $x^2 - 5x + 6 < 0$; $2x^2 - 7x + 1 > 0$; $x^2 - 8x \geq 0$; $(x^2 + 3x + 2)(-x^2 + 5x - 6) \leq 0$
- 3 Résoudre dans \mathbb{R} les équation suivantes: $|x|^2 + 5|x| + \frac{1}{2}$; $x + \sqrt{x} + 2 = 0$

Exercice 3

On considère l'équation suivante : $(E) : x^2 + x - 6 = 0$

- 1 Montrer que l'équation (E) admet deux solutions distinctes α et β sans les calculer.
- 2 Factoriser (E) .
- 3 Sachant que $\alpha = -3$, vérifier que $\beta = 2$.
- 4 En déduire les solutions de l'inéquation : $x^2 + x - 6 < 0$.