

Devoir à domicile N° 2 (Semestre n° 2)

Exercice 1

Soit f une fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{si } x \geq 1 \\ \frac{x^2-1}{x^2+1} & \text{si } x < 1 \end{cases}$

- 1 Étudier la dérivabilité de f à droite de 1, puis interpréter le résultat.
- 2 Étudier la dérivabilité de f à gauche de 1, puis interpréter le résultat.
- 3 Étudier la dérivabilité de f en 0, puis donner l'équation de la tangente au point d'abscisse 0.
- 4 Calculer la fonction dérivée de f sur $[1; +\infty[$.
- 5 Calculer la fonction dérivée de f sur $] -\infty; 1[$.

On considère la fonction f définie par: $g(x) = (1-x^2)^{2025} + x$

- 1 Montrer que g est dérivable sur \mathbb{R} et calculer sa dérivée g' .
- 2 Dédire : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-x^2)^{2025} + x - 1}{x}$

Exercice 2

On considère l'équation différentielle suivante:

$$(E) : y'' + y = 0$$

- 1 Déterminer la solution générale de (E)
- 2 Déterminer la solution particulière de (E) vérifiant les conditions initiales: $y(\frac{\pi}{4}) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ et $y'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 3

Soit $ABCD$ un quadrilatère à quatre faces. On considère I, J, K et L tels que : $3\vec{AI} = 2\vec{AB}$ et $3\vec{AJ} - 4\vec{AC} = \vec{0}$; $2\vec{AL} = \vec{AD}$ et $2\vec{CK} + \vec{CD} = \vec{0}$

- 1 Montrer que : $\vec{IJ} = \frac{-2}{3}\vec{AB} + \frac{4}{3}\vec{AC}$, $\vec{IK} = \frac{-2}{3}\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AD}$ et $\vec{IL} = \frac{-2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}$
- 2 Montrer que I, J, K et L sont coplanaires.