

Determinan Matriks 3×3

No.

Date:

1. Tentukan determinan matriks berikut ini!

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -5 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & -8 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$\begin{bmatrix} -2 & 4 & -5 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & -8 \end{bmatrix} \begin{matrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det } B &= ((-2)(3)(-8) + (-5)(1)(4)) - ((-5)(3)(1) + (4)(1)(-8)) \\ &= (48 + (-20)) - (15 - 32) \\ &= 28 + 17 \\ &= 45 \end{aligned}$$

2.

Tentukan determinan matriks berikut ini!

$$C = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -5 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 & -5 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det } C &= ((-2)(3)(8) + (-5)(1)(4)) - ((-5)(3)(-1)) \\ &= (48 - 20) - (15) \\ &= 13 \end{aligned}$$

3. Tentukan determinan matriks berikut ini!

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$\begin{bmatrix} -2 & 4 & -5 \\ 1 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \\ 0 & 0 \end{matrix}$$

$$\text{Det } A = 0$$

4. Tentukan determinan matriks berikut ini!

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -5 \\ 1 & 3 & -7 \\ -1 & 4 & -8 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$\begin{bmatrix} -2 & 4 & -5 \\ 1 & 3 & -7 \\ -1 & 4 & -8 \end{bmatrix} \begin{matrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det } A &= (-2)(3)(-8) + (4)(-7)(-1) + (-5)(1)(4) - ((-5)(3)(-1) + (-2)(-7)(4) + (4)(1)(-8)) \\ &= (48 + 28 - 20) - (15 + 56 - 32) \\ &= 17 \end{aligned}$$

5. Tentukan determinan matriks berikut ini!

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{matrix}$$

No.

Date:

$$\begin{aligned}
 \det B &= (1)(2)(1) + (3)(2)(2) + (1)(4)(2) - ((1)(2)(2) + (1)(2)(2) + (3)(4)(1)) \\
 &= (2 + 12 + 8) - (4 + 4 + 12) \\
 &= 22 - 20 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

Determinan matriks 4×4

Tentukan determinan matriks berikut ini

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 A_1 &= (2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3) - (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2) + (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5) - (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2) - (2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5) + \\
 &\quad (3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2) - (2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3) + (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2) \\
 &= -12
 \end{aligned}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 A_2 &= -(2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2) + (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) - (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2) + (2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5) + \\
 &\quad (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2) - (3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3) + (2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2) - (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5) \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 3 & 5 & 2 & 4 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 3 & 3 & 3 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 2 & 3 & 2 & 5 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$A_3 = (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5) - (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2) + (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3) - (2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2) - \\ (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) + (3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2) - (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5) + (2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2) \\ = 14$$

$$\det A = A_1 + A_2 + A_3 \\ = (-12) + (-1) + 14 \\ = 1$$

2.

Tentukan determinan matriks tersebut

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \\ 9 & -1 & -2 & -3 \\ -4 & -5 & -5 & -4 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$A_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 8 & 7 & 6 & 5 \\ 9 & -1 & -2 & -3 & 9 & -1 & -2 & -3 \\ -4 & -5 & -5 & -4 & -4 & -5 & -5 & -4 \end{vmatrix}$$

$$A_1 = (1 \cdot 7 \cdot 2 \cdot -4) - (2 \cdot 6 \cdot -3 \cdot -4) + (3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot -5) - (4 \cdot 8 \cdot -1 \cdot -5) - \\ (1 \cdot 5 \cdot -2 \cdot -5) + (2 \cdot 8 \cdot -3 \cdot -5) - (3 \cdot 7 \cdot 9 \cdot -4) + (4 \cdot 6 \cdot -1 \cdot -4)$$

$$A_1 = 119$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ 6 & 5 & 8 & 7 & 6 & 5 & 8 & 7 \\ -2 & -3 & 9 & -1 & -2 & -3 & 9 & -1 \\ -5 & -4 & -4 & -5 & -5 & -4 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

$$A_2 = -(1 \cdot 7 \cdot -3 \cdot -5) + (2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot -4) - (3 \cdot 5 \cdot -1 \cdot -4) + (4 \cdot 8 \cdot -2 \cdot -5) + (1 \cdot 5 \cdot -1 \cdot -5) - (2 \cdot 8 \cdot -2 \cdot -4) + (3 \cdot 7 \cdot -3 \cdot -4) - (4 \cdot 6 \cdot 9 \cdot -5)$$

$$A_2 = 952$$

$$A_3 = 5 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \\ 9 & -1 & -2 & -3 \\ -4 & -5 & -5 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 8 \\ 9 & -1 & -2 & -3 & 9 \\ -4 & -5 & -5 & -4 & -4 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = (1 \cdot 6 \cdot -3 \cdot -5) - (2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot -5) + (3 \cdot 8 \cdot -1 \cdot -4) - (4 \cdot 7 \cdot -2 \cdot -4) - (1 \cdot 6 \cdot -1 \cdot -4) + (2 \cdot 5 \cdot -2 \cdot 4) - (3 \cdot 8 \cdot -3 \cdot -5) + (4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot -5)$$

$$A_3 = -1152$$

$$\text{Det } A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$= 119 + 952 - 1152$$

$$= -81$$

3. Tentukan determinan matriks berikut.

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$\det B = 3 \begin{vmatrix} -3 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$+ 0 \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det B = 3 \cdot (-3(-5) + 1(-5) + 4(-5)) + 0 + 4 \cdot (2(-14) - 1(-10)) + 0$$

$$\det B = 3(15 - 5 - 20) + 4(-28 + 10)$$

$$\det B = -102$$

5) $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}$

No. _____

Date _____

4. Tentukan determinan matriks berikut.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} \text{Det } A &= +0 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix} - \\ & 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - +0 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix} - \\ & 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\ & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = 0(0+10+0) - (16+3+0) - 1(0+10+16) - 16+1+0 + 2(4+ \\ & 0+12) - (12+0+40) - 4(2+0+0) - (6+0+32) \\ & = 63 \end{aligned}$$

5. Tentukan determinan matriks berikut

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \\ 4 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

Rizka Aprilia Khairunnissa

A. Determinan Matriks 3x3

1) $A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ . & . & . \end{vmatrix}$

No.

Date:

$$A_1 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 1 & 2 & 1 & 4 & 1 \\ 4 & 5 & 2 & 3 & 4 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 2 & 1 & 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$A_1 = 8 - 36 + 24 - 120 - 12 + 72 - 16 + 60 \\ = -20$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 1 & 4 & 1 & 2 & 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 2 & 3 & 4 & 5 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 3 & 4 & 2 & 1 & 3 & 4 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$A_2 = -24 + 96 - 10 + 36 + 40 - 24 + 6 - 144 \\ = -24$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 4 & 1 & 2 & 1 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 3 & 4 & 5 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 2 & 1 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_3 = 72 - 48 + 40 - 6 - 80 + 6 - 36 + 48 \\ = -4$$

Determinan matriks 5x5

Tentukan determinan matriks berikut.

$$\begin{vmatrix} 0 & 6 & -2 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & -7 \\ 0 & 15 & 35 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -11 & -2 & 1 \\ -2 & -2 & 3 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Penyelesaian:

$$\det M = \det \begin{bmatrix} 6 & -2 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & -9 & -7 \\ 15 & 35 & 0 & 0 \\ -1 & -11 & -2 & 1 \end{bmatrix} = -5 \cdot \det \begin{bmatrix} 6 & -2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 9 & -7 \\ 3 & 7 & 0 & 0 \\ -1 & -11 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

karena itu $R = -2 \cdot \det(M)$

$$R = 10 \left(-9 \det \begin{bmatrix} 6 & -2 & 5 \\ 3 & 7 & 0 \\ -1 & -11 & 1 \end{bmatrix} - 7 \det \begin{bmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \\ -1 & -4 & 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$R = 10 \left(-9 \det \begin{bmatrix} 11 & 53 & 0 \\ 3 & 7 & 0 \\ -1 & -11 & 1 \end{bmatrix} - 7 \det \begin{bmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \\ -13 & -7 & 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$R = 10 (-9 \cdot (11 \cdot 7 - 53 \cdot 3) - 7 \cdot (-7 \cdot 3 + 7 \cdot 13))$$

$$R = 2480$$

2.

Tentukan determinan matriks berikut ini.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & -2 & -3 & 2 \\ 5 & -4 & 2 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 5 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & -2 & -3 & 2 \\ 5 & -4 & 2 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 5 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Rizka Aprilia Khairunnissa

A. Determinan Matriks 3×3

1) $A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$

No.

Date:

$$B = \begin{bmatrix} 14 & 5 & 1 & 19 \\ -21 & -6 & 2 & 5 \\ 7 & -18 & -6 & 6 \\ -1 & -10 & -15 & 5 \end{bmatrix}$$

Meneruskan kondensasi untuk menghasilkan 3×3

$$\begin{bmatrix} 21 & 16 & -33 \\ 420 & 72 & 46 \\ -88 & 210 & 90 \end{bmatrix} : \text{int } A \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ -4 & 2 & 2 \\ -1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 21 & -8 & 11 \\ -105 & 36 & 23 \\ 88 & 42 & 45 \end{bmatrix}$$

Meneruskan kondensasi untuk menghasilkan 2×2

$$B = \begin{bmatrix} -84 & -580 \\ -7578 & 654 \end{bmatrix} : \text{int } B \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ -18 & -6 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 14 & -290 \\ 421 & -109 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det } D &= (14 \times (-109)) - (421 \times (-290)) \\ &= 120.564 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi det } A &= 120.564 : 36 \\ &= 3.349 \end{aligned}$$

3. Tentukan determinan matriks berikut ini

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 4 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -5 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -4 & 5 & -3 \\ -4 & 2 & 6 & 2 & 2 \\ -6 & 3 & 9 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } A = \begin{bmatrix} 1 & 13 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -99 & -8 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= (1)(-99)(-1)(4)(1)$$

$$= 396$$

4. Tentukan determinan matriks berikut ini.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 8 & 5 & 1 \\ 6 & 3 & 5 & 2 & 4 \\ -1 & 5 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } A = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} 674 & 1172 \\ 84 & 218 \end{bmatrix}$$

$$= 173$$

Khairunnissa

Matriks 3×3

No.

Date:

5. Tentukan determinan matriks berikut.

$$D = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 & 9 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 4 & 6 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det } D &= 0 - 0 + 0 - 1(0) - 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$