

Esperienza 7

Brugnara Fabio
Debiasi Maddalena
Musso Francesco
Gruppo A01

14 novembre 2019

1 Misura della caratteristica I-V di una lampadina mediante una sorgente di corrente di Howland

Scopo di questa sezione è caratterizzare la curva I-V (resistenza dinamica) di una lampadina che ci servirà per la seconda parte dell'esperienza. Per fare ciò utilizziamo una sorgente di corrente e misuriamo il potenziale ai capi della lampadina. La sorgente che utilizziamo è quella di Howland, questa ci permette di far scorrere attraverso la lampadina una corrente fissata indipendentemente dalla resistenza di carico. Il circuito è il seguente.

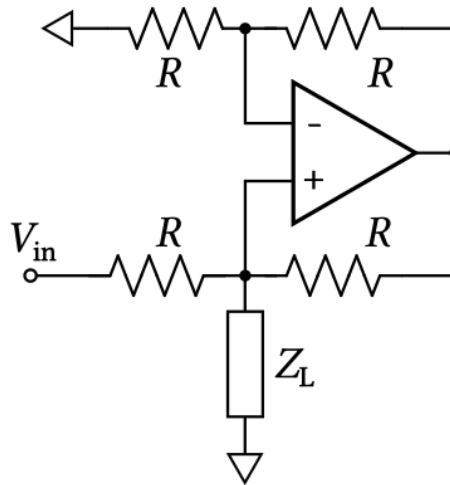


Figura 1: Sorgente di corrente di Howland

Con qualche passaggio algebrico, nell'approssimazione $V_+ = V_-$ (supponendo ci sia feedback negativo), troviamo la seguente relazione per I_L in funzione della tensione in ingresso al circuito:

$$I_L = -\frac{V_{in}}{R} \quad (1)$$

Utilizzando un'onda triangolare in ingresso "lenta" (1 mHz) misuriamo la tensione ai capi della lampadina e la tensione in ingresso V_{in} , rilevando così l'andamento I-V della lampadina.

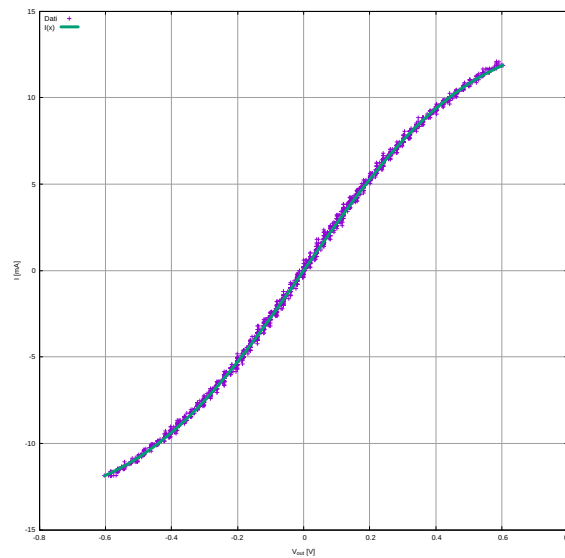


Figura 2: Curva caratteristica I-V della lampadina usata come carico

Dove la corrente in ordinata è funzione di V_{in} , mentre l'ascissa è la misura diretta. Si verifica immediatamente che tale curva è non lineare, usando la seguente funzione effettuiamo un fit.

$$I = \frac{10^3 V}{R_L(1 + \alpha V^2)} \quad (2)$$

dove la corrente è misurata in mA. Notiamo subito che il modello predice fedelmente il comportamento della resistenza dinamica della lampadina. I parametri trovati sono $\alpha = (1.09 \pm 0.01)1/V^2$ e $R_0 = (36.33 \pm 0.05)\Omega$. Quindi la funzione che caratterizza la resistenza della lampadina è

$$R = R_0(1 + \alpha V^2) \quad (3)$$

Quanto trovato è non lineare, ed è questa caratteristica che ci permetterà nella seconda parte dell'esperienza di costruire un oscillatore. Il motivo della non linearità della lampadina è dovuta alla tendenza della lampadina a scaldarsi per effetto joule ($P_{diss} = RV^2$) e dunque la resistenza a cambiare: nei conduttori la resistenza aumenta con l'aumentare della temperatura. Trascuriamo la capacità termica della lampadina, che darebbe anche una dipendenza temporale della resistenza.

2 Oscillatore a ponte di Wien

Il seguente circuito è un'oscillatore a ponte di Wien.

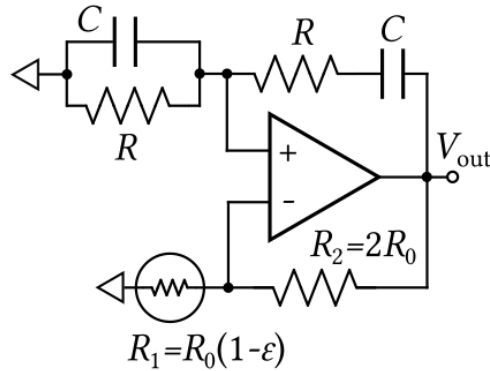


Figura 3: Oscillatore a ponte di Wien

Esso produce autonomamente un'onda sinusoidale la cui frequenza è data da $f = 1/2\pi RC$. La lampadina caratterizzata nella prima sezione è modellizzata come $R = R_0(1 - \epsilon)$. Caratterizziamo l'onda prodotta in output:

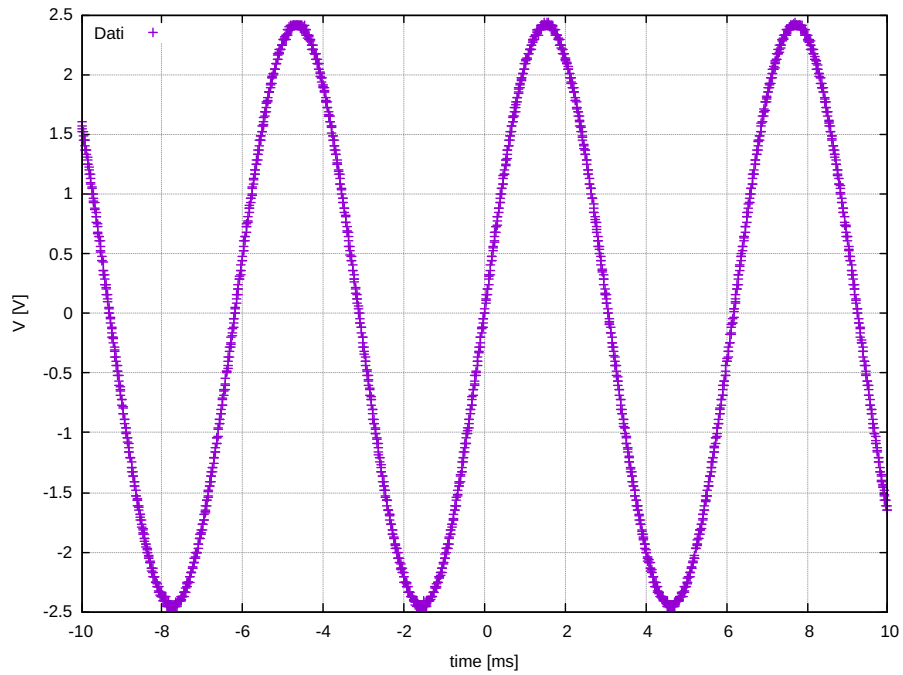


Figura 4: Output autonomo

La frequenza attesa è $f = \frac{1}{2\pi\tau} \simeq 160 \text{ Hz}$ con $\tau = RC$ ($R = 100 \text{ k}\Omega$ e $C = 10 \text{ nF}$) e la misura restituisce $f = (161.6 \pm 0.1) \text{ Hz}$ e un'ampiezza $V_{pp} = (4.86 \pm 0.02) \text{ V}$. La trattazione esatta del circuito è stata svolta a lezione, l'equazione che regola questo circuito è una Van der Pol. Il circuito inizialmente è instabile e amplifica il rumore, poi torna ad esserci un feedback negativo e grazie alla caratteristica non lineare della lampadina il circuito oscilla stabilmente.

3 Oscillatore a rilassamento

L'ultimo circuito che è stato studiato è il seguente:

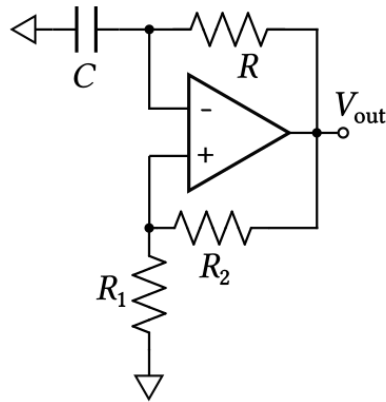


Figura 5: Oscillatore a rilassamento

Questo è un oscillatore a rilassamento, che produce come output un'onda quadra. Le componenti usate sono $R = 100 \text{ k}\Omega$ e $C = 100 \text{ nF}$, le resistenze R_1 e R_2 sono state invece fatte variare, variando il loro rapporto.

La prima cosa che si osserva dalla misura di V_{out} è che l'operazionale lavora in saturazione: si può notare immediatamente dal grafico in figura 6, osservando che il valore di V_{out} in modulo è circa 10 V.

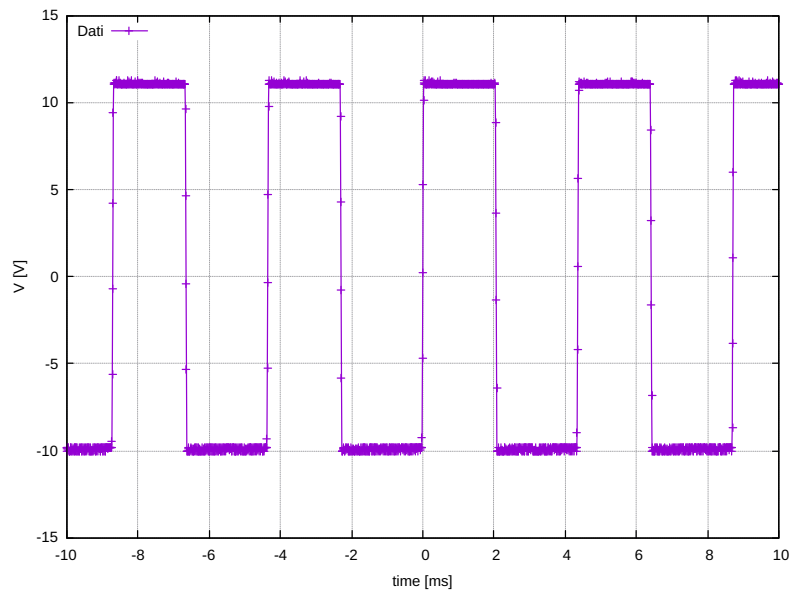


Figura 6: Rapporto $R_1/R_2 = 0.1$

Sono state eseguite tre diverse misure di V_{out} e f , variando il rapporto $\frac{R_1}{R_2}$ da 0.1, 1 e 10. AL variare del rapporto il valore di V_{out} non cambia, come da previsione dato che l'operazionale lavora sempre in saturazione. I valori di frequenza ottenuti sono:

R_1/R_2	f
0.1	$(229.8 \pm 0.2)Hz$
1	$(39.0 \pm 0.02)Hz$
10	$(15.6 \pm 0.1)Hz$

Siamo ora interessati a dare una spiegazione a tale fenomeno. Il circuito lavora utilizzando il condensatore come "orologio", esso è instabile e quindi appena V_+ supera V_- (anche di poco) va in saturazione a circa $V_{out} \simeq 10V$ e, quando avviene il contrario, va a $-10V$. Il condensatore è ciò che permette di fissare la frequenza, esso, ad esempio, appena V_{out} diventa $+10V$ inizierà a caricarsi anche lui a $10V$, ma prima che sia completamente carico avremo che $V_- > V_+$, quindi feedback positivo e l'operazionale andrà in saturazione a $-10V$, e ricomincerà lo stesso ciclo con il condensatore che si scarica. Analizzando il circuito troviamo

$$V_+ = V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (4)$$

e il condensatore, che si scarica/carica sulla resistenza R , avrà un tempo caratteristico $\tau = RC$. Durante la scarica ad esempio:

$$V_- = (V_+ + V_{sat})e^{-t/\tau} + V_+ \quad (5)$$

Siamo interessati a calcolare il tempo che impiega il condensatore ad andare da $V_- = |V_+|$ a $V_- = -|V_+|$, trovato questo che chiamiamo t varrà $f = 1/2t$. Troviamo quindi una equazione per la frequenza:

$$f = -\frac{1}{2\tau} \frac{1}{\ln(\frac{R_2}{2R_1+R_2})} \quad (6)$$

I risultati per i valori di R_1 e R_2 utilizzati sono:

R_1/R_2	f
0.1	$274Hz$
1	$45Hz$
10	$16Hz$

Non possiamo dire che le misure, soprattutto per il rapporto 0.1, siano compatibili con il modello, ma apprezziamo comunque come le misure non si discostino di troppo dal modello, almeno per quanto riguarda gli ordini di grandezza.

L'ultima osservazione sulla frequenza si può fare modificando il valore di R e C (usando come rapporto $R_1/R_2 = 1$), utilizzando $R = 10k\Omega$ e $C = 10nF$. La frequenza misurata è $f = (3.5 \pm 0.1)kHz$, il modello ci restituisce invece $4.5kHz$.

Graficamente si può vedere come in questa configurazione, essendo a frequenza molto alta, l'operazionale impieghi del tempo a passare da un voltaggio positivo al negativo, quindi si vede un andamento non verticale nell'onda quadra. Ovviamente in tutte le configurazioni avviene questo fenomeno ma a causa della bassa frequenza siamo costretti a ingrandire poco l'asse dei tempi, facendoci apparire delle onde quadre "perfette", come in Fig 6 ad esempio. La "velocità" con cui l'operazionale passa dal voltaggio positivo a quello negativo è una caratteristica propria di ogni operazionale chiamata *slow rate*.

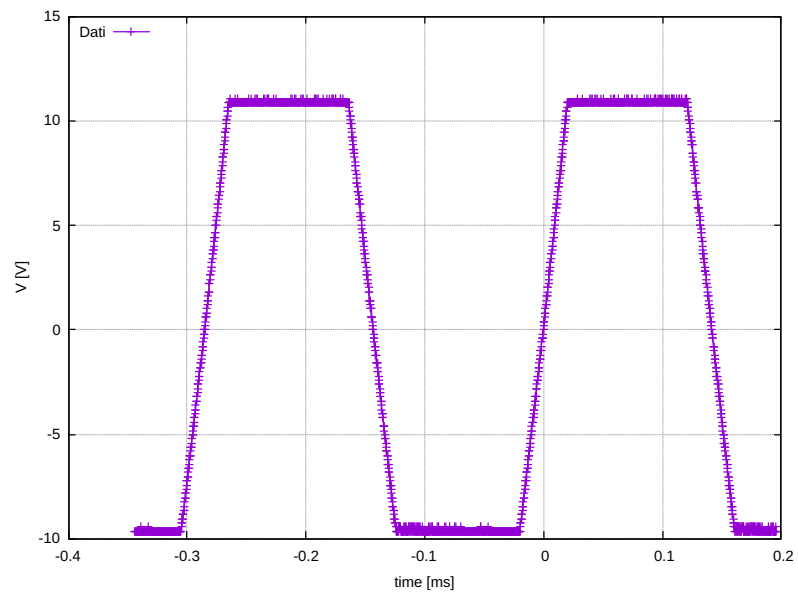


Figura 7: Rapporto $R_1/R_2 = 1$