

Analysis 2 - Hausaufgabe 1

Tom Nick 342225
 Tom Lehmann 340621
 Maximilian Bachl 123456

Aufgabe 1.

(a)

$$\delta A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (|x| = |y| \vee (x = 0 \wedge y \in \mathbb{R} \setminus \{0\})) \wedge x \geq 0\}$$

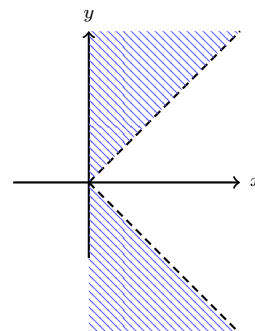
$$\overset{\circ}{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| < |y|, x > 0\}$$

Abgeschlossen? Nein, da $\delta A \not\subseteq A$

Offen? Nein, da $\delta A \cap A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x = 0 \wedge y \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\}$

Beschränkt? Nein

Kompakt? Nein, da A weder abgeschlossen, noch beschränkt ist.



(b)

$$\delta B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sin(x) \cos(y) = 0\}$$

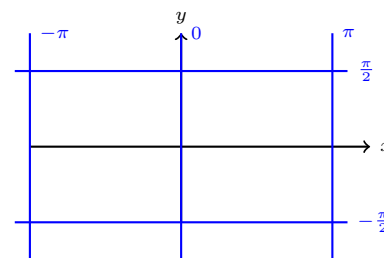
$$\overset{\circ}{B} = \emptyset$$

Abgeschlossen? Ja, da $\delta B \subseteq B$.

Offen? Nein, da $\delta B \cap B = B \neq \emptyset$

Beschränkt? Nein, da die Gerade $x = 0 \in B$.

Kompakt? Nein, da B zwar abgeschlossen, aber nicht beschränkt ist.



(c)

$$\delta C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |y| + |z| = 1, |x| = 1\}$$

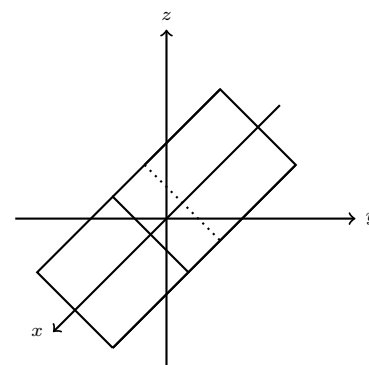
$$\overset{\circ}{C} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |y| + |z| < 1, |x| < 1\}$$

Abgeschlossen? Ja, da $\delta C \subseteq C$

Offen? Nein, da $\delta C \cap C \neq \emptyset$

Beschränkt? Ja, da $C \subseteq K_4(0, 0, 0)$

Kompakt? Ja, da C sowohl abgeschlossen als auch beschränkt ist.



TODO: A-C

Aufgabe 2.

(i)

Wenn A offen ist, gilt: $\delta A \cap A = \emptyset$

Da $\delta A = \delta A^c$, muss gelten: $\delta A^c \cap A \neq \emptyset \Rightarrow \delta A \subseteq A^c$

Also ist A^c abgeschlossen, wenn A offen ist.

Wenn A abgeschlossen ist, gilt: $\delta A \subseteq A$

Da $\delta A = \delta A^c$, muss gelten (da $A \not\subseteq A^c$): $\delta A^c \cap A = \emptyset$

Also ist A^c offen, wenn A abgeschlossen ist.

Die Aussage ist somit wahr.

(ii)

Kein Plan

Aufgabe 3.

(i)

$$a_{k1} : \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\arctan(k^2) - \frac{\pi}{2}}{\frac{1}{k}} \stackrel{\text{l'Hospital}}{=} \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{1+k^4} \cdot 2k}{-\frac{1}{k^2}} = \lim_{k \rightarrow \infty} -\frac{2k^3}{1+k^4} = \lim_{k \rightarrow \infty} -\frac{\frac{2}{k}}{\frac{1}{k^4}+1} = 0$$

$$a_{k2} : \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k^3} = 0$$

$$b_{k1} : \lim_{k \rightarrow \infty} \cos\left(\frac{\pi \cdot k}{2}\right)$$

$$b_{k2} : \lim_{k \rightarrow \infty} \int_1^k \frac{1}{t^2} dt = \lim_{k \rightarrow \infty} \left[-\frac{1}{t}\right]_1^k = \lim_{k \rightarrow \infty} -\frac{1}{k} + 1 = 1$$

TEXT FEHLT

(ii)

Kein Plan