Analysis 2 - Hausaufgabe 9

Tom Nick	342225
Tom Lehmann	340621
Maximilian Bachl	341455

Aufgabe 1

(a)

$$\begin{aligned} x &= r\sin(\vartheta)\cos(\varphi) \\ y &= r\sin(\vartheta)\sin(\varphi) \\ z &= r\cos(\vartheta) \end{aligned}$$

Ein Längenkreis ist ein verfickter Vollkreis! Ein Meridian ist ein Halbkreis. Egal. Kackspassten! - Tom

$$\vec{\gamma}_1(t) = \begin{pmatrix} 6300\sin(t)\cos(0) \\ 6300\sin(t)\sin(0) \\ 6300\cos(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6300\sin(t) \\ 0 \\ 6300\cos(t) \end{pmatrix} \quad t \in [0, \pi]$$

(b)

$$\vec{\gamma}_2(t) = t^2 \quad t \in [-1, 1]$$

(c)

$$\vec{\gamma}_3(t) = \begin{pmatrix} \sin(t)\cos(\frac{\pi}{4} \\ \sin(t)\sin(\frac{\pi}{4} \\ \cos(t) \end{pmatrix} \quad t \in [0, 2\pi[$$

Aufgabe 2

$$\begin{aligned}
\int_\gamma \vec{v}\, d\vec{s} &= \int_{-\pi}^{\pi} \vec{v}\,(\vec{\gamma}\,(t)) \cdot \dot{\gamma}(t)\; dt \\
&= \int_{-\pi}^{\pi} \vec{v}\,(\cos(t), \cos(t), \sin(t)) \cdot \begin{pmatrix} -\sin(t) \\ -\sin(t) \\ \cos(t) \end{pmatrix} dt \\
&= \int_{-\pi}^{\pi} \begin{pmatrix} \cos^2(t) + \sin^2(t) + \cos(t)\sin(t) \\ \frac{\cos(t)}{\cos^2(t)+\sin^2(t)} + \cos(t)\sin(t) \\ \frac{\sin(t)}{\cos^2(t)+\sin^2(t)} + \cos(t)\cos(t) + 2\cos(t)\sin(t) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sin(t) \\ -\sin(t) \\ \cos(t) \end{pmatrix} dt \\
&= \int_{-\pi}^{\pi} -\sin(t) \cdot \Big(\cos^2(t) + \sin^2(t) + \cos(t)\sin(t)\Big) - \sin(t) \cdot \Big(\tfrac{\cos(t)}{\cos^2(t)+\sin^2(t)} + \cos(t)\sin(t)\Big) \\
&\quad + \cos(t) \cdot \Big(\tfrac{\sin(t)}{\cos^2(t)+\sin^2(t)} + \cos^2(t) + 2\cos(t)\sin(t)\Big)\, dt
\end{aligned}$$

Da im Integral in jedem Summanden cos- oder sin-Terme ungerader Potenz vorhanden sind, ist das Integral über eine ganze Periodenlänge von $-\pi$ bis π gerade 0.

TODO $\int_\gamma \vec{\omega} d\vec{s}$