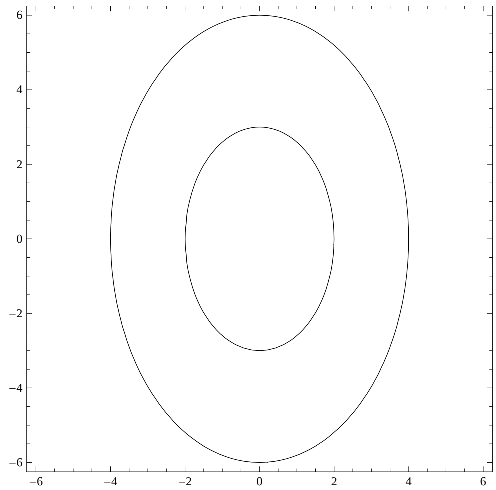
Analysis 2 - Hausaufgabe 2

Tom Nick	342225
Tom Lehmann	340621
Maximilian Bachl	123456

Aufgabe 1.

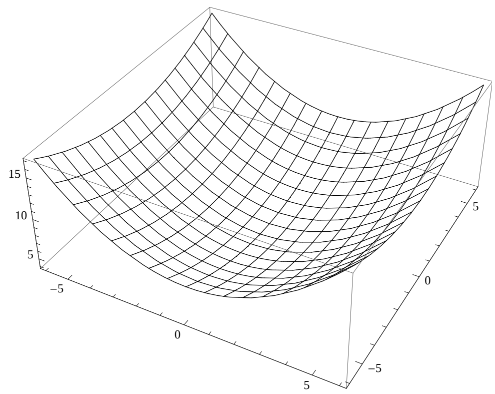
(i)

```
ContourPlot[{x^2/4 + y^2/9 + 4 == 4,
x^2/4 + y^2/9 + 4 ==  5,
x^2/4 + y^2/9 + 4 == 8},
{x, -6, 6}, {y, -6, 6},
ContourStyle -> Black]
```



(ii)

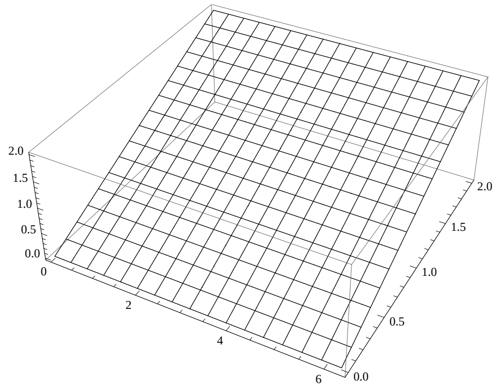
```
Plot3D[x^2/4 + y^2/9 + 4,
{x, -6, 6}, {y, -6, 6},
PlotStyle -> None]
```



(iii) Da f eine Komposition von stetigen Funktionen ist, sowie das Intervall D kompakt ist, muss f Minima und Maxima in D annehmen. Anhand der Bilder ist ein leichtes zu sehen, wo Minima und Maxima auftreten. **Minima:** $f(0,0) = 4$, **Maxima:** $f(0,1) = \frac{52}{9}$

(iv) Man kann $\vec{Z}$ nicht zeichnen, da man 4 Dimensionen nicht darstellen kann. Wählt man jedoch $r = 1$ sieht das ganze so aus:

```
Plot3D[{{cos phi}, {sin phi}, {z}},
{phi, 0, 6.28}, {z, 0, 2},
PlotStyle -> None]
```



Aufgabe 2.

f ist an den Punkten $(x,y) \neq (0,0)$ stetig da, $\frac{x^2y^2+y^8}{x^2+y^4}$ eine Komposition stetiger Funktionen ist. Sei die Stetigkeit am Punkt $(x,y) = (0,0)$ zu überprüfen.

$$\begin{aligned}
\lim_{\vec{x}\to\vec{0}} |f(x,y) - f(0,0)| &= \lim_{\vec{x}\to\vec{0}} \left| \frac{x^2y^2+y^8}{x^2+y^4} - 0 \right| \\
&= \lim_{\vec{x}\to\vec{0}} \left| \frac{x^2y^2+y^8}{x^2+y^4} \right| \\
&\geq \lim_{\vec{x}\to\vec{0}} \left| \frac{x^2y^4+y^8}{x^2+y^4} \right| \\
&= \lim_{\vec{x}\to\vec{0}} \left| \frac{(x^2+y^4)y^4}{x^2+y^4} \right| \\
&= \lim_{\vec{x}\to\vec{0}} \left| y^4 \right| \\
&= 0
\end{aligned}$$

Damit ist f auch im Punkt $(0,0)$ stetig, womit sie stetig auf $\mathbb{R}^2$ ist.

g ist an den Punkten $(x,y) \neq (0,1)$ stetig da, $\frac{x^4(y-1)^2+x^3(y-1)^3}{(x^2+(y-1)^2)^3}$ eine Komposition stetiger Funktionen ist. Sei die Stetigkeit am Punkt $(x,y) = (0,1)$ zu überprüfen. Damit ist g im Punkt $(0,1)$ nicht stetig, womit die Funktion stetig auf $\mathbb{R}^2\backslash\{(0,1)\}$ ist.