

ANALYSIS 2 - HAUSAUFGABE 2

Tom Nick 342225
Tom Lehmann 340621
Maximilian Bachl 123456

Aufgabe 1.

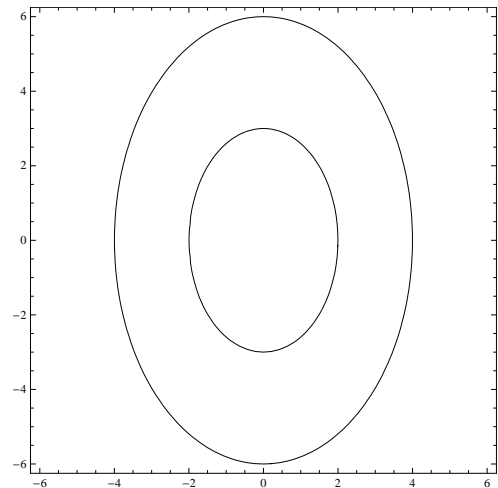
Listing 1: Mathematica Code für die Niveaulinien von h

```
ContourPlot[{x^2/4 + y^2/9 + 4 == 4,  
x^2/4 + y^2/9 + 4 == 5,  
x^2/4 + y^2/9 + 4 == 8},  
{x, -6, 6}, {y, -6, 6},  
ContourStyle -> Black]
```

(i)

Eine allgemeine Vorschrift für Niveaulinien zum Wert c ist: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + 4 = c$ bzw. nach y umgestellt:

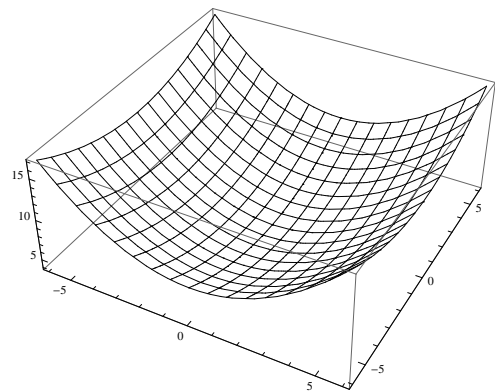
$$y = \sqrt{9c + 36 + \frac{9x^2}{4}}$$



Listing 2: Mathematica Code für den Graph von h

(ii)

```
Plot3D[x^2/4 + y^2/9 + 4,  
{x, -6, 6}, {y, -6, 6},  
PlotStyle -> None]
```



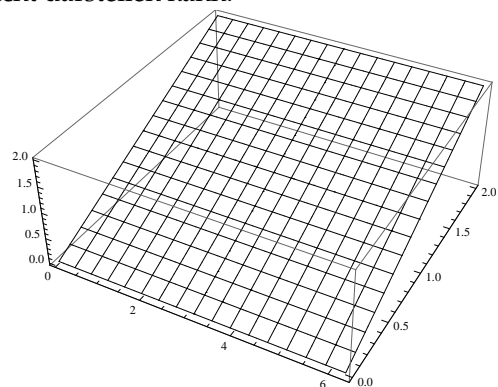
(iii) +Da f eine Komposition von stetigen Funktionen ist, sowie das Intervall D kompakt ist, muss f Minima und Maxima in D annehmen. Anhand der Bilder ist ein leichtes zu sehen, wo Minima und Maxima auftreten. **Minima:** $f(0,0) = 4$, **Maxima:** $f(-2,0) = 5 = f(2,0)$

(iv) Man kann \vec{Z} nicht zeichnen, da man 6 Dimensionen nicht darstellen kann.

Wählt man jedoch $r = 1$ sieht das ganze so aus:

Listing 3: Mathematica Code für den Graph von Z

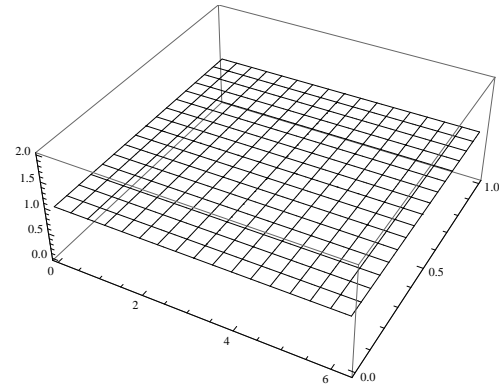
```
Plot3D[{cos phi}, {sin phi}, {z}],  
{phi, 0, 6.28}, {z, 0, 2},  
PlotStyle -> None]
```



Wählt man $z = 1$, aber lässt r variabel:

Listing 4: Mathematica Code für den Graph von Z

```
Plot3D[
  {{r*cos (phi)}, {r*sin (phi)}, {1}},
  {phi, 0, 6.28}, {r, 0, 1},
  PlotStyle -> None]
```



Aufgabe 2.

f ist an den Punkten $(x, y) \neq (0, 0)$ stetig da, $\frac{x^2 y^2 + y^8}{x^2 + y^4}$ eine Komposition stetiger Funktionen ist. Sei die Stetigkeit am Punkt $(x, y) = (0, 0)$ zu überprüfen.

$$\begin{aligned}
 \lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{0}} |f(x, y) - f(0, 0)| &= \lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{0}} \left| \frac{x^2 y^2 + y^8}{x^2 + y^4} - 0 \right| \\
 &= \lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{0}} \left| \frac{x^2 y^2 + y^8}{x^2 + y^4} \right| \\
 &\geq \lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{0}} \left| \frac{x^2 y^4 + y^8}{x^2 + y^4} \right| \\
 &= \lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{0}} \left| \frac{(x^2 + y^4) y^4}{x^2 + y^4} \right| \\
 &= \lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{0}} |y^4| \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

Damit ist f auch im Punkt $(0, 0)$ stetig, womit sie stetig auf \mathbb{R}^2 ist.

g ist an den Punkten $(x, y) \neq (0, 1)$ stetig da, $\frac{x^4(y-1)^2 + x^3(y-1)^3}{(x^2 + (y-1)^2)^3}$ eine Komposition stetiger Funktionen ist. Sei die Stetigkeit am Punkt $(x, y) = (0, 1)$ zu überprüfen. Damit ist g im Punkt $(0, 1)$ nicht stetig, womit die Funktion stetig auf $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 1)\}$ ist.