

Abgabe: 03.12.-07.12.2012

## 6. Übung Analysis II für Ingenieure

(Extremwerte mit und ohne Nebenbedingungen)

**Achtung: Die Vorlesung von Herrn Bärwolff wird am  
30.11. und 7.12. in den Raum H 0104 verlegt.**

### Tutoriumsvorschläge

#### 1. Aufgabe

Es sei

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{cases} \frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}, & \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0, & \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{cases}.$$

Berechnen Sie  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0)$  und  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0,0)$ . Steht das Ergebnis im Widerspruch zum Satz von Schwarz?

#### 2. Aufgabe

Seien

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}, & (x, y, z) &\mapsto y(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2, \\ g : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}, & (x, y, z) &\mapsto y(x-2)^2 - (y-1)^2 - z^2. \end{aligned}$$

Geben Sie die kritischen Punkte von  $f$  und  $g$  an. Wo liegen die lokalen Minima und Maxima dieser Funktionen, und sind diese global?

### 3. Aufgabe

Berechnen Sie die Extremstellen der Funktion

$$f(x, y, z) = x - 2y + 2z$$

in der Menge  $K = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$ .

### Hausaufgaben

#### 1. Aufgabe

(10 Punkte)

Berechnen Sie alle lokalen und globalen Extrema der Funktion

$$f(x, y) = (x - y)^2 + 2x^2$$

auf der Menge  $\left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\right\}$ .

#### 2. Aufgabe

(6 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y, z) \mapsto 2x^2 + 4yz + y^2 + 5z^2$$

Bestimmen Sie die Punkte in denen die Funktion lokale Extrema besitzt. Sind diese Extrema auch global?

#### 3. Aufgabe

(4 Punkte)

Finden Sie das Rechteck mit dem größten Flächeninhalt und den Seitenlängen  $a, b$ , für die gilt  $a + b = 10$ . Formulieren Sie dazu eine Extremwertaufgabe mit Nebenbedingung und lösen Sie diese Aufgabe mit dem Lagrange-Verfahren.

Gesamtpunktzahl: 20