Analysis 2 - Hausaufgabe 4

Tom Nick	342225
Tom Lehmann	340621
Maximilian Bachl	341455

1 Aufgabe

(a)

(b)

$$\frac{\partial \vec{f}}{\partial r}(r, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix}$$
$$\frac{\partial \vec{f}}{\partial \varphi}(r, \varphi) = \begin{pmatrix} -r\sin(\varphi) \\ r\cos(\varphi) \end{pmatrix}$$

(c)

Die Ableitungsmatrix $\vec{f}'(r, \varphi)$ ist demnach:

$$\vec{f}'(r, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -r\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & r\cos(\varphi) \end{pmatrix}$$

Für die Determinante gilt deshalb:

$$\begin{aligned} \det(\vec{f}'(r, \varphi)) &= \det \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -r\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & r\cos(\varphi) \end{pmatrix} \\ &= r\cos^2(\varphi) + r\sin^2(\varphi) \\ &= r\left(\cos^2(\varphi) + \sin^2(\varphi)\right) \\ &= r \end{aligned}$$

2 Aufgabe

(a)

Die Komposition $g \circ g$ ist nicht erklärt, da der Urbildraum Elemente des $\mathbb{R}^3$ verlangt, die Funktionswerte von g jedoch nur aus $\mathbb{R}$ sind.
Die Komposition $g \circ \vec{f}$ ist erklärt, da sowohl die Funktionswerte von f als auch der Urbildraum von g Elemente des $\mathbb{R}^3$ sind.
Die Komposition $\vec{f} \circ g$ ist erklärt, da sowohl die Funktionswerte von g als auch der Urbildraum von f Elemente des $\mathbb{R}$ sind.
Die Komposition $\vec{f} \circ \vec{f}$ ist nicht erklärt, da der Urbildraum Elemente des $\mathbb{R}$ verlangt, die Funktionswerte von $\vec{f}$ jedoch aus $\mathbb{R}^3$ sind.