Analysis 2 - Hausaufgabe 4

Tom Nick	342225
Tom Lehmann	340621
Maximilian Bachl	341455

Aufgabe 1

(a) Da $s = \frac{g}{2}t^2$, gilt:

$$g = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 44,5\text{m}}{(3,0\text{s})^2} \approx 9,\overline{8}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(b) Da wir den Fehlerschrankensatz anwenden sollen, benötigen wir zunächst die partiellen Ableitungen.

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial s}(s,t) &= \frac{2}{t^2} \\ \frac{\partial g}{\partial t}(s,t) &= \frac{-4s}{t^3} \end{aligned}$$

Als nächstes bestimmen wir M_1 sowie M_2:

$$\begin{aligned} M_1 &= \sup_{\substack{s \in [s_0 - \Delta s, s_0 + \Delta s] \\ t \in [t_0 - \Delta t, t_0 + \Delta t]}} \left| \frac{\partial g}{\partial s}(s,t) \right| \\ &= \sup_{\substack{s \in [44{,}4\text{m}; 44{,}6\text{m}] \\ t \in [2{,}9\text{s}; 3{,}1\text{s}]}} \left| \frac{2}{t^2} \right| \\ &= \frac{2}{2,9^2} = 0,238 \\ M_2 &= \sup_{\substack{s \in [s_0 - \Delta s, s_0 + \Delta s] \\ t \in [t_0 - \Delta t, t_0 + \Delta t]}} \left| \frac{\partial g}{\partial t}(s,t) \right| \\ &= \sup_{\substack{s \in [44{,}4\text{m}; 44{,}6\text{m}] \\ t \in [2{,}9\text{s}; 3{,}1\text{s}]}} \left| \frac{4s}{t^3} \right| \\ &= \frac{-4 \cdot 44,6}{2,9^3} = 7,315 \end{aligned}$$

Es gilt nun:

$$\begin{aligned} |\Delta g| &= |\Delta g(s_0 + \Delta s, t_0 + \Delta t) - g(s_0, t_0)| \\ &\leq M_1 |\Delta s| + M_2 |\Delta t| \\ &\leq 0,238 \cdot 0,1 + 7,315 \cdot 0,1 = 0,755 \end{aligned}$$

Für die Gravitationskonstange g gilt also:

$$\begin{aligned} \left(9,\overline{8} - 0,755\right)\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \leq g \leq \left(9,\overline{8} + 0,755\right)\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ 9,13\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \leq g \leq 10,65\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

Aufgabe 2