ANALYSIS 2 - HAUSAUFGABE 11

Tom Nick 342225 Tom Lehmann 340621 Maximilian Bachl 341455

Aufgabe 1

(i)

$$\vec{x}: [0, 2\pi[\times[0,3] \to \mathbb{R}^3]$$

$$\vec{x}(u,v) = \begin{pmatrix} 4\cos u \\ v \\ 4\sin u \end{pmatrix}$$

(ii)

$$\vec{y}: [0, 2\pi[\times[0, 1] \to \mathbb{R}^3])$$

$$\vec{y}(u, v) = \begin{pmatrix} \sqrt{v}\cos u \\ \sqrt{v}\sin u \\ v \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

Wir parametrisieren die Oberfläche:

$$\vec{x}: [0, 2\pi[\times[0, \pi] \to \mathbb{R}^3]$$

$$\vec{x}(u, v) = \begin{pmatrix} a\sin(u)\cos(v) \\ b\cos(u)\sin(v) \\ c\sin(u) \end{pmatrix}$$

dO ist somit:

$$\left| \frac{\partial \vec{x}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{x}}{\partial v} \right| du dv = \left| \begin{pmatrix} a \cos u \cos v \\ -b \sin u \sin v \\ c \cos v \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -a \sin u \sin v \\ b \cos u \cos v \\ 0 \end{pmatrix} \right| du dv$$

$$= \left| \begin{pmatrix} -bc \cos u \cos^2 v \\ -ac \sin u \sin v \cos v \\ ab \cos^2 u \cos^2 v - ab \sin^2 u \sin^2 v \end{pmatrix} \right| du dv$$

$$= \sqrt{\left(-bc \cos u \cos^2 v\right)^2 + \left(-ac \sin u \sin v \cos v\right)^2 + \left(ab \cos^2 u \cos^2 v - ab \sin^2 u \sin^2 v\right)^2} du dv$$

Das gesuchte Integral ist somit:

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} f(\vec{x}(u,v)) \cdot \sqrt{\left(-bc\cos u\cos^2 v\right)^2 + \left(-ac\sin u\sin v\cos v\right)^2 + \left(ab\cos^2 u\cos^2 v - ab\sin^2 u\sin^2 v\right)^2} dudv$$
= Aufs Rechnen hatt ich dann nicht mehr so arg Lust... – Max

Aufgabe 3

Aufgabe 4