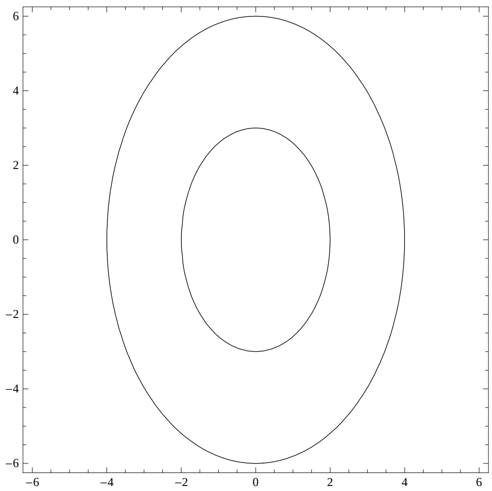
Analysis 2 - Hausaufgabe 2

Tom Nick	342225
Tom Lehmann	340621
Maximilian Bachl	123456

Aufgabe 1.



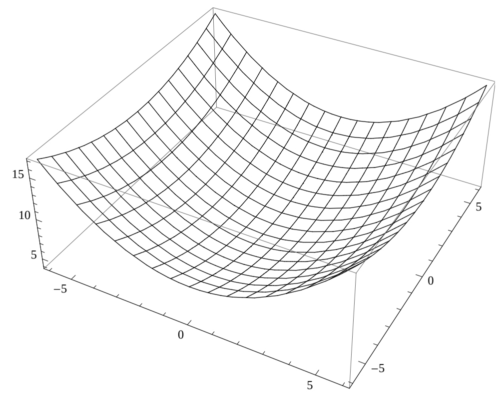
(i)

Listing 1: Mathematica Code für die Niveaulinien von h

```
ContourPlot[{x^2/4 + y^2/9 + 4 == 4,
x^2/4 + y^2/9 + 4 ==  5,
x^2/4 + y^2/9 + 4 == 8},
{x, -6, 6}, {y, -6, 6},
ContourStyle -> Black]
```

Eine allgemeine Vorschrift für Niveaulinien zum Wert c ist: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + 4 = c$ bzw. nach y umgestellt:

$$y = \sqrt{9c + 36 + \frac{9x^2}{4}}$$



(ii)

Listing 2: Mathematica Code für den Graph von h

```
Plot3D[x^2/4 + y^2/9 + 4,
{x, -6, 6}, {y, -6, 6},
PlotStyle -> None]
```

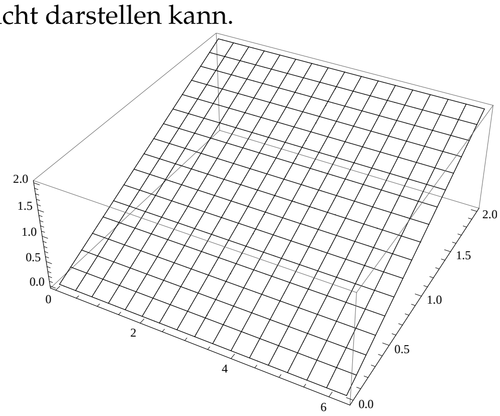
(iii) Da f eine Komposition von stetigen Funktionen ist, sowie das Intervall D kompakt ist, muss f Minima und Maxima in D annehmen. Anhand der Bilder ist ein leichtes zu sehen, wo Minima und Maxima auftreten. **Minima:** $f(0,0) = 4$, **Maxima:** $f(0,1) = \frac{52}{9}$

(iv) Man kann $\vec{Z}$ nicht zeichnen, da man 4 Dimensionen nicht darstellen kann.

Wählt man jedoch $r = 1$ sieht das ganze so aus:

Listing 3: Mathematica Code für den Graph von Z

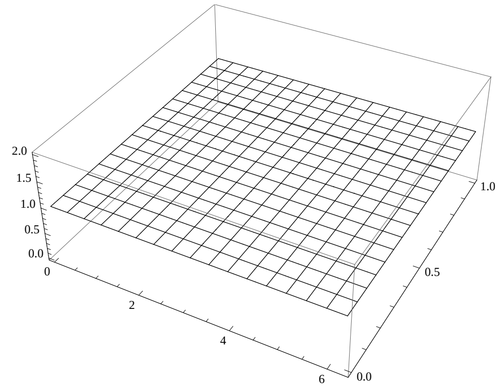
```
Plot3D[{{cos phi}, {sin phi}, {z}},
{phi, 0, 6.28}, {z, 0, 2},
PlotStyle -> None]
```



Wählt man $z = 1$, aber lässt r variabel:

Listing 4: Mathematica Code für den Graph von Z

```
Plot3D[
{{r*cos (phi)}, {r*sin (phi)},{1}},
{phi, 0, 6.28}, {r, 0, 1},
 PlotStyle -> None]
```



Aufgabe 2.

f ist an den Punkten $(x, y) \neq (0, 0)$ stetig da, $\frac{x^2y^2+y^8}{x^2+y^4}$ eine Komposition stetiger Funktionen ist. Sei die Stetigkeit am Punkt $(x, y) = (0, 0)$ zu überprüfen.

$$\begin{aligned}
\lim_{\vec{x}\to\vec{0}} |f(x,y) - f(0,0)| &= \lim_{\vec{x}\to\vec{0}} \left| \frac{x^2y^2 + y^8}{x^2 + y^4} - 0 \right| \\
&= \lim_{\vec{x}\to\vec{0}} \left| \frac{x^2y^2 + y^8}{x^2 + y^4} \right| \\
&\geq \lim_{\vec{x}\to\vec{0}} \left| \frac{x^2y^4 + y^8}{x^2 + y^4} \right| \\
&= \lim_{\vec{x}\to\vec{0}} \left| \frac{(x^2 + y^4)y^4}{x^2 + y^4} \right| \\
&= \lim_{\vec{x}\to\vec{0}} \left| y^4 \right| \\
&= 0
\end{aligned}$$

Damit ist f auch im Punkt $(0, 0)$ stetig, womit sie stetig auf $\mathbb{R}^2$ ist.

g ist an den Punkten $(x, y) \neq (0, 1)$ stetig da, $\frac{x^4(y-1)^2+x^3(y-1)^3}{(x^2+(y-1)^2)^3}$ eine Komposition stetiger Funktionen ist. Sei die Stetigkeit am Punkt $(x, y) = (0, 1)$ zu überprüfen. Damit ist g im Punkt $(0, 1)$ nicht stetig, womit die Funktion stetig auf $\mathbb{R}^2 \backslash \{(0, 1)\}$ ist.