Analysis 2 - Hausaufgabe 3

Tom Nick	342225
Tom Lehmann	340621
Maximilian Bachl	341455

Aufgabe 1

(a) Wir haben dann eine Scheibe. Ich bin aber gerade zu faul eine zu malen...

(b)

$$\frac{\partial \vec{f}}{\partial r} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial \vec{f}}{\partial \varphi} = \begin{pmatrix} -r\sin(\varphi) \\ \cos(\varphi) \end{pmatrix}$$

Zum Zeichnen hab ich wieder keine Lust. bei (a) ein Kreis und bei (b) kann ich es mir gerade nicht vorstellen.

(c)

$$\vec{f}'(\begin{pmatrix} r \\ \varphi \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -r\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \cos(\varphi) & -r\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{vmatrix} = \cos^2(\varphi) + r\sin^2(\varphi)$$

Aufgabe 2

(a) $\vec{f} \circ g$ und $g \circ \vec{f}$ sind die einzigen möglichen Kompositionen, da nur so der Bildraum der inneren Funktion auf den Urbildraum der äußeren abbildet.

(b)

$$\vec{f}'(t) = \begin{pmatrix} e^t \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$g'(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}) = \left(e^{y-z}, xe^{y-z}, -xe^{y-z}\right)$$

$$\begin{aligned}
(\vec{f} \circ g)' &= (\vec{f}' \circ g) \cdot g \\
&= \vec{f}'(xe^{y-z}) \cdot \left(e^{y-z}, xe^{y-z}, -xe^{y-z}\right) \\
&= \begin{pmatrix} e^{xe^{y-z}} \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \left(e^{y-z}, xe^{y-z}, -xe^{y-z}\right) \text{ ↯ da diese Multiplikation gar nicht möglich ist}
\end{aligned}$$

Hätte man das mit dem Widerspruch auch früher rausfinden können? – Max

$$
\begin{aligned}
(g \circ \vec{f})' &= (g' \circ \vec{f}) \cdot \vec{f}' \\
&= g'(\begin{pmatrix} e^t \\ t \\ 2t \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} e^2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \\
&= \left(e^{-t}, e^t e^{-n}, -e^t e^{-n}\right) \cdot \begin{pmatrix} e^2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \\
&= \left(e^{-t}, e^{t-n}, -e^{t-n}\right) \cdot \begin{pmatrix} e^2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \\
&= e^{-2t} + e^{t-n} - 2e^{t-n} \\
&= e^{-2t} - e^{t-n} \\
g(\vec{f}(t))' &= e^{-2t} - e^{t-n}
\end{aligned}
$$

(c)

Aufgabe 3