Theoretische Grundlagen der Informatik 3: Hausaufgabenabgabe 11

Tutorium: Sebastian , Mi 14.00 - 16.00 Uhr

Tom Nick	- 340528
Maximillian Bachl	- 341455
Marius Liwotto	- 341051

Aufgabe 1

(i) Sei der Satz φ definiert als:

$$\varphi = \bigwedge_{(a,b)\in E(G)} (a, b)$$

(ii)

Aufgabe 2

Es wurde in den Präzensübungen gezeigt, dass die Duplikatorin das EF Spiel zwischen $(\mathbb{Q}, <)$ und $(\mathbb{R}, <)$ immer gewinnt, d.h. diese Strukturen sind Elementar äquivalent. Somit kann es keine Menge Φ an $FO[\sigma]$ geben, sodass Mod(Φ) genau die Klasse aller zu $(\mathbb{Q}, <)$ isomorphen Mengen ist, da $(\mathbb{R}, <)$ nicht isomorph ist.

Aufgabe 3

(i) Es wird im folgenden widerlegt, dass T eine vollständige Theorie ist.

(ii)

Aufgabe 4

Die Struktur der unendlichen σ-Strukturen ist axiomatisierbar mit:

$$\Phi = \{\varphi_n | n \in \mathbb{N}\} \text{ wobei } \varphi_n = \exists x_1 ... \exists x_n . \bigwedge_{1\leq i\leq n} \bigwedge_{1\leq j\leq, i\neq j} x_i \neq x_j$$

Falls es ein endliches Φ geben sollte heisst das man könnte die Konjunktion über Φ bilden:

$$\varphi = \bigwedge_{\psi\in\Phi} \psi$$

Da φ endlich ist kann man den Quantorenrang bestimmen: $m = qr(\varphi)$.

Wähle zwei σ-Strukturen ($\mathcal{A} = (A, <), \mathcal{B} = (B, <)$), wobei die Menge A die grösse 2^{m+1} hat und B unendlich ist. Würden wir nun eine EF-Spiel auf diesen Strukturen spielen, würde die Duplikatorin das m-Runden Spiel gewinnen (siehe Satz aus der Vorlesung), daraus folgt die m-Äquivalenz zwischen diesen Strukturen, d.h. f.a. $\varphi \in FO[\sigma]$ mit $qr(\varphi) = m$ gilt $\mathcal{A} \models \varphi \Leftrightarrow \mathcal{B} \models \varphi$. Somit kann es kein endliches Axiomsystem geben, dass die Menge der undendlichen Mengen axiomatisiert.