

## 6. Hausaufgabe – Theoretische Grundlagen der Informatik 3

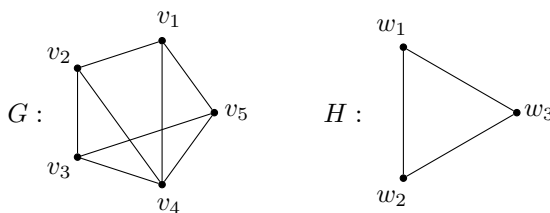
Abgabe: 6.12.2012 in der Vorlesung

### Hausaufgabe 1

5 Punkte

Seien  $G$  und  $H$  Graphen. Ein Homomorphismus von  $G$  nach  $H$  ist eine Abbildung  $h : V(G) \rightarrow V(H)$ , so dass für alle  $\{u, v\} \in E(G)$  gilt  $\{h(u), h(v)\} \in E(H)$ .

(i) Wir betrachten



Geben Sie einen Homomorphismus von  $G$  nach  $H$  an.

(ii) Zeigen Sie, dass ein Graph  $G$  genau dann 3-färbbar ist, wenn es einen Homomorphismus von  $G$  nach  $H$  ( $H$  von oben) gibt.

### Hausaufgabe 2

5 Punkte

Sei  $H$  ein fester endlicher Graph. Zeigen Sie, dass für jeden unendlichen Graphen  $G$  ein Homomorphismus von  $G$  nach  $H$  existiert genau dann, wenn für jeden endlichen Teilgraphen  $G'$  von  $G$  ein Homomorphismus von  $G'$  nach  $H$  existiert.

### Hausaufgabe 3

5 Punkte

Sie kennen vom letzten Aufgabenblatt die P-Resolution. Zur Erinnerung: Eine Klausel heißt *positiv*, falls sie nur positive Variablen enthält. Bei der *P-Resolution* darf eine Resolvente aus Klauseln  $C_1$  und  $C_2$  nur dann gebildet werden, wenn eine der beiden Klauseln positiv ist.

Zeigen Sie, dass P-Resolution vollständig ist.

### Hausaufgabe 4

5 Punkte

Nehmen Sie an, dass  $P \neq NP$  gilt. Geben Sie einen Polynomialzeitalgorithmus an, der als Eingabe einen endlichen Graphen  $G$  erhält und eine Formel  $\varphi$  der Aussagenlogik berechnet, die genau dann erfüllbar ist, wenn  $G$  einen Hamiltonkreis enthält.