

TheGi 3 HA 2

Aufgabe 1

$$N_k = \{X_{ik} \mid (v_i, v_k) \in E \wedge v_i, v_k \in V\}$$

$$(i) \varphi_n = \bigwedge_{k=1}^n \left(\bigvee_{c=1}^{\#(N_k)} X_{kc} \in N_k \right)$$

$$(ii) \phi(k) = \begin{cases} (X_{ij} \wedge X_{i(j+1)}) \wedge (\neg X_{i(j+2)} \wedge \dots \wedge \neg X_{i(j+m)}), & \#(N_k) \geq 2 \\ X_{ij}, & \#(N_k) = 1 \wedge X_{ij} \in N_k \end{cases}$$

$$\varphi_n = \bigwedge_{k=1}^{\#V} (\phi(k))$$

Aufgabe 2

Aufgabe 3

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= X \Rightarrow (Y \wedge Z) \\ &\equiv \neg X \vee (Y \wedge Z) \\ &\equiv (\neg X \vee Y) \wedge (\neg X \vee Z) \\ &\equiv (X \Rightarrow Y) \wedge (X \Rightarrow Z) \\ &\equiv \psi_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= (X \wedge Y \wedge Z) \Rightarrow Q \\ &\equiv \neg(X \wedge Y \wedge Z) \vee Q \\ &\equiv \neg X \vee \neg Y \vee \neg Z \vee Q \\ &\equiv (\neg X \vee (\neg Y \vee (\neg Z \vee Q))) \\ &\equiv (X \Rightarrow (Y \Rightarrow (Z \Rightarrow Q))) \\ &\equiv \psi_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_3 &= (X \wedge Y) \Rightarrow \neg(Z \Rightarrow X) \\ &\equiv \neg(X \wedge Y) \vee \neg(\neg Z \vee X) \\ &\equiv (\neg X \vee \neg Y) \vee (Z \wedge \neg X) \\ &\equiv (\neg X \vee \neg Y \vee Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y \vee \neg X) \\ &\equiv (\neg X \vee \neg Y \vee Z) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \\ &\equiv (\neg X \vee \neg Y) \\ &\equiv (\neg X \vee \neg Y) \wedge T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\equiv (\neg X \vee \neg Y) \wedge (\neg X \vee X) \\
&\equiv (\neg X \vee \neg Y) \wedge (Y \vee \neg X \vee X) \\
&\equiv (\neg X \vee \neg Y) \wedge (Y \vee X) \vee \neg X \\
&\equiv (X \Rightarrow \neg Y) \wedge (\neg Y \Rightarrow X) \vee \neg X \\
&\equiv \psi_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_4 &= (Y \Rightarrow Z) \Rightarrow (Y \Rightarrow X) \\
&\equiv \neg(Y \Rightarrow Z) \vee (Y \Rightarrow X) \\
&\equiv \neg(\neg Y \vee Z) \vee (\neg Y \vee X) \\
&\equiv (Y \wedge \neg Z) \vee (\neg Y \vee X) \\
&\equiv (Y \vee \neg Y \vee X) \wedge (\neg Z \vee \neg Y \vee X) \\
&\equiv (T \vee X) \wedge (\neg Z \vee \neg Y \vee X) \\
&\equiv T \wedge (\neg Z \vee \neg Y \vee X) \\
&\equiv \neg Z \vee \neg Y \vee X \\
&\equiv \psi_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_5 &= (X \wedge \neg Y) \vee (Y \wedge \neg X) \\
&\equiv \neg(\neg X \vee Y) \vee \neg(\neg Y \vee X) \\
&\equiv \neg(X \Rightarrow Y) \vee \neg(Y \Rightarrow X) \\
&\equiv \neg((X \Rightarrow Y) \wedge (Y \Rightarrow X)) \\
&\equiv \neg(X \Leftrightarrow Y) \\
&\equiv \psi_5
\end{aligned}$$

Aufgabe 4