

گزارش تمرین Frequency Domain

مریم واقعی

اطلاعات گزارش	چکیده
تاریخ: ۱۰ دی ۱۴۰۱	حوزه تبدیل یکی از حوزه های رایج برای حل مسائل پردازش تصویر است. از آنجا که بعضی از این پردازش ها در حوزه تبدیل راحت تر انجام می پذیرند، از تبدیلاتی ماننده تبدیل فوریه برای انجام پردازش ها در حوزه تبدیل و در این جا حوزه فرکانس استفاده میکنیم.
واژگان کلیدی: سری فوریه تبدیل فوریه حوزه فرکانس حوزه تبدیل لبه یابی طیف فاز	در بازنمایی تصاویر دیجیتال در حوزه فرکانس، دو مفهوم دامنه و فاز مطرح می شوند که برای تصاویر دیجیتال، با دامنه (و نه فاز) کار میکنیم. به کمک دامنه یا طیف تصویر، می توان عملیات های مختلفی ماننده فیلترینگ را انجام داد و سپس نتیجه را به کمک عکس تبدیل فوریه، به حوزه مکان برگرداند.

فهرست مطالب

۳	۱-مقدمه
۳	۲- توضیحات فنی
۳	۱-۲ Fourier transform
۳	۱-۱-۲ بخش اول
۴	۲-۱-۲ بخش دوم
۴	۲-۲ Filtering
۴	۱-۲-۲ بخش اول
۴	۲-۲-۲ بخش دوم
۵	۳- بررسی نتایج
۵	۱-۳ Fourier transform
۵	۱-۱-۳ بخش اول
۷	۲-۱-۳ بخش دوم
۹	۲-۳ Filtering
۹	۱-۲-۳ بخش اول
۹	۲-۲-۳ بخش دوم
۱۱	۴- پیوست
۱۱	۱-۴ Fourier transform
۱۱	۱-۱-۴ بخش اول
۱۳	۲-۱-۴ بخش دوم
۱۴	۲-۴ Filtering
۱۴	۱-۲-۴ بخش اول
۱۴	۲-۲-۴ بخش دوم

۱- مقدمه

حوزه تبدیل، یکی از روش های رایج در حل مسائل پردازش سیگنال هاست. در پردازش تصاویر دیجیتال، در حوزه مکان به طور مستقیم پیکسل های تصویر را دستکاری می کردیم. در حوزه تبدیل، این اتفاق به صورت غیرمستقیم رخ می دهد؛ به این صورت که ابتدا به کمک یک تبدیل، فضای محاسباتی مسئله را تغییر داده و با پردازش موردنظر خود در این حوزه، تغییرات را با تبدیل معکوس، به حوزه مکان برمی گردانیم. حل مسئله در حوزه تبدیل می تواند مزایایی داشته باشد از قبلی:

- ۱- آشکار سازی اطلاعات اضافی/پنهان در تصویر: با آشکارسازی و تفکیک اطلاعات تصویر می توانیم بین اطلاعات مهم تر و کم اهمیت تر، تفاوت قائل شویم. بنابراین می توانیم اطلاعات خاصی از تصویر (مثلا لبه ها) را تغییر دهیم؛ یا اطلاعات کم اهمیت تر را حذف و به جای آن اطلاعاتی مخفی جایگزین کنیم.^۲
- ۲- فشرده سازی^۳: با حذف اطلاعات کم اهمیت تر.
- ۳- تبدیل یک معادله ممکن است آسان تر از اصل آن حل شود.
- ۴- یک اپراتور (مانند پیچش) ممکن است به تبدیل یافته یک تابع، ساده تر اعمال شود تا به خود آن.

حوزه فرکانس^۵ یکی از معروف ترین حوزه های تبدیل است. در این گزارش، به تشریح عملکرد تبدیل فوری و فیلترینگ در حوزه فرکانس می پردازیم.

۲- توضیحات فنی

۲-۱- Fourier transform

۲-۱-۱- بخش اول

در این بخش ابتدا ۳ فیلتر a و b و c را روی تصویر Lena با استفاده از متد $\text{filter2}()$ که برای اعمال فیلتر ۲ بعدی روی تصویر می باشد اعمال کردیم و خروجی را در تصویر ۱ مشاهده میکنید.

سپس برای هر یک از این ۳ فیلتر، تبدیل فوری گسسته را با متد $\text{fft2}()$ بدست آوردیم و سپس یک بار دامنه را بدون انتقال مبدا فرکانسی به مرکز تصویر بدست می آوریم و بار دیگر با استفاده از متد $\text{fftshift}()$ مبدا فرکانسی را به مرکز تصویر شیفت میدهم و سپس دامنه را بدست می آوریم.

برای بدست آوردن مقادیر magnitude ابتدا از مقادیر تبدیل فوری قدرمطلق میگیریم و روی آنها تابع \log را اعمال میکنیم تا مقادیر magnitude را در مقیاس لگاریتمی بدست آوریم که خروجی آن را در تصویر ۲ مشاهده میکنید.

فیلتر a به صورت زیر می باشد:

$$a = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

همانطور که در ماتریس a و همچنین در خروجی اعمال این فیلتر روی تصویر Lena میبینیم، این فیلتر عمل smoothing روی تصویر انجام میدهد و یک فیلتر هموار ساز وزن دار است که میتوان آن را تخمینی از یک تابع گوسی در نظر گرفت.

^۱ تبدیل، یک اپراتور ریاضی است که ورودی آن یک تابع و خروجی آن نیز یک تابع است. مشتق و انتگرال دو نمونه از تبدیلات ریاضی هستند.

^۲ Data hiding

^۳ Compression

^۴ Convolution

^۵ Frequency domain

فیلتر b به صورت زیر می باشد:

$$b = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

همانطور که در ماتریس b و همچنین در خروجی اعمال این فیلتر روی تصویر Lena میبینیم، این فیلتر عمل edge detection را انجام میدهد و تمام لبه های افقی، عمودی و مورب تصویر را به ما میدهد و بنابراین این فیلتر یک فیلتر لبه یاب می باشد.

فیلتر c به صورت زیر می باشد:

$$c = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

همانطور که در ماتریس c و در خروجی اعمال این فیلتر روی تصویر Lena مشاهده میکنیم، این فیلتر عمل edge enhancement را انجام میدهد و لبه ها در تصویر برجسته تر شده است. از این رو، فیلتر c یک فیلتر تقویت لبه می باشد.

فیلتر separable یا جداپذیر به فیلتری گفته میشود که بتوان آن را به صورت ضرب دو یا چند فیلتر یکسان نوشت.

مثلا فیلتر a جداپذیر است زیرا میتوان آن را به صورت ضرب دو ماتریس زیر نوشت:

$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} * \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

هر یک از این دو فیلتر بالا را به صورت جداگانه روی تصویر اعمال کردیم و همچنین دامنه فرکانسی آنها را بدست آوردیم که آن را در تصاویر بخش بررسی نتایج مشاهده میکنید.

۲-۱-۲- بخش دوم

در این بخش تمرین ما تبدیل فوریه گسسته را بر تصاویر خاکستری Lena, Barbara, F16 و Baboon با استفاده از متد $\text{fft2}()$ اعمال کردیم و پس از آن طیف تصویر را با شیفت دادن (با استفاده از متد $\text{fftshift}()$) و بدون شیفت دادن مبدا فرکانسی به مرکز تصویر و همچنین با استفاده و بدون استفاده از تابع لگاریتمی نمایش داده ایم تا اثر شیفت و تابع لگاریتمی را روی طیف تصویر مشاهده کنیم.

۲-۲- Filtering

۲-۲-۱- بخش اول

۲-۲-۲- بخش دوم

در این بخش ما میخواهیم با دو فیلتر a و b برخی ضرایب تبدیل فوریه گسسته مربوط به تصویر را صفر کنیم. برای اینکار مراحل را به ترتیب زیر انجام میدهیم:

۱. ابتدا تبدیل فوریه ۲ بعدی تصویر را بدست می آوریم. (با متد $\text{fft2}()$)

۲. مبدا فرکانسی را به مرکز تصویر شیفت میدهیم که خروجی ضرایب فوریه را در بخش بررسی نتایج مشاهده میکنید. (با متد $\text{fftshift}()$)

۳. فیلتر a: روی تک تک مکان های ضرایب (پیکسل های تصویر) حرکت میکنیم و اگر شرط $\{k,l\} < (1-T)N$ برقرار باشد، که در آن k اندیس سطر و l اندیس ستون می باشد و N طول تصویر می باشد، در این صورت مقدار ضریب را صفر میکنیم و در غیر این صورت همان مقدار قبلی ضریب را در خروجی قرار میدهیم.

فیلتر b: مشابه گام های فیلتر a، روی تک تک مکان های ضرایب فوریه حرکت میکنیم و اگر شروط داده شده در صورت سوال که در زیر آورده ایم برقرار بود در این صورت مقدار ضریب را صفر قرار میدهیم و در غیر این صورت همان مقدار قبلی ضریب را در خروجی میگذاریم.

- 1) $0 \leq \{k,l\} \leq TN$
- 2) $0 \leq k \leq TN \text{ and } (1-T)N \leq l \leq N-1$
- 3) $(1-T)N \leq k \leq N-1 \text{ and } 0 \leq \{l\} \leq T$
- 4) $(1-T)N \leq k \text{ and } l \leq N-1$

۴. پس از آنکه ضرایب مد نظر را صفر کردیم، با متد $\text{fftshift}()$ مبدا فرکانسی را به حالت اولیه برمیگردانیم و پس از آن با متد $\text{fft2}()$ عکس تبدیل فوریه را انجام میدهیم تا تصویر اصلی را بدست آوریم و پس از آن مقادیر پیکسل ها را به بازه ۰ تا ۲۵۵ منتقل میکنیم.

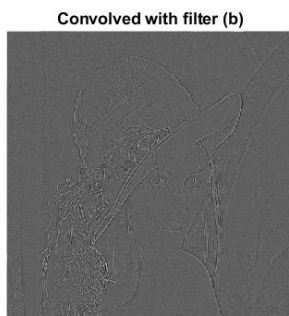
۳- بررسی نتایج

۳-۱- Fourier transform

۳-۱-۱- بخش اول

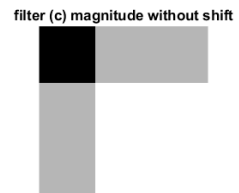
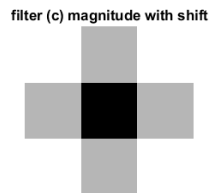
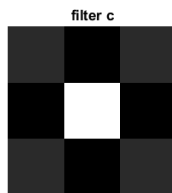
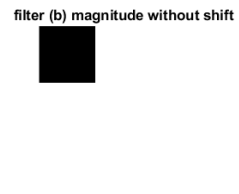
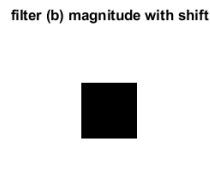
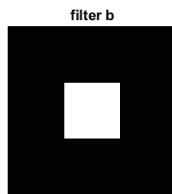
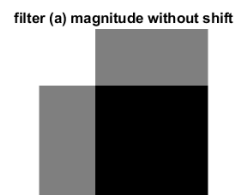
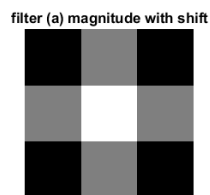
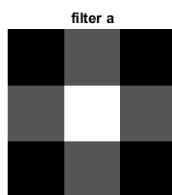
در تصویر زیر، نتیجه اعمال ۳ فیلتر a و b و c که به ترتیب برای smoothing و edge detection و edge enhancement استفاده میشوند را مشاهده میکنید.

همانطور که میبینید خروجی اعمال فیلتر a در مقایسه با تصویر اصلی یک مقدار تار تر می باشد. در خروجی اعمال فیلتر b روی تصویر Lena مشاهده میکنیم که لبه های تصویر در خروجی نمایش داده شده و در نهایت برای فیلتر c مشاهده میکنیم که در خروجی لبه ها برجسته تر شده و لبه ها تقویت شده اند.



تصویر ۱- اعمال فیلتر a و b و c روی تصویر Lena

در تصویر زیر، دامنه فرکانسی فیلترهای a و b و c را با شیفت مبدا فرکانسی به مرکز تصویر و بدون شیفت مشاهده میکنید:



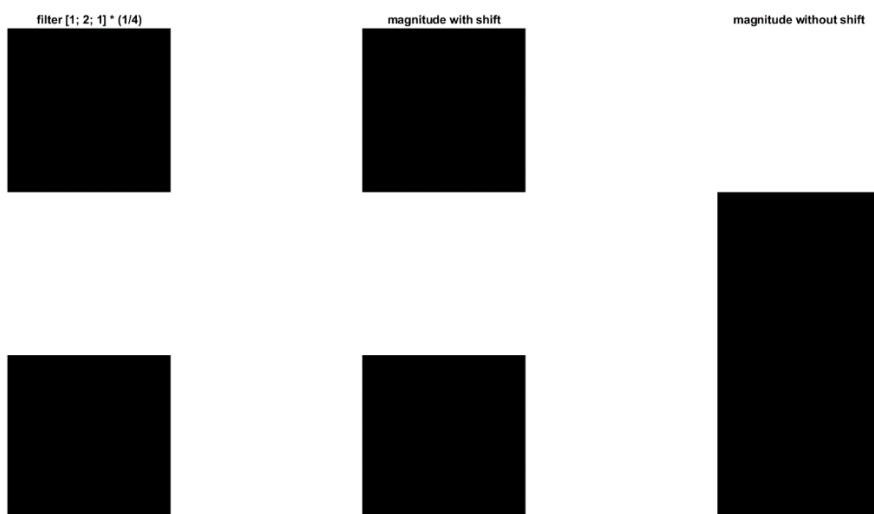
تصویر ۲- فیلتر a و b و c به همراه دامنه فرکانسی آنها با شیفت و بدون شیفت مبدا فرکانس به مرکز تصویر

تصویر زیر نتیجه اعمال دو فیلتر جداکننده فیلتر a را مشاهده میکنید، که یک فیلتر لبه ها و جزئیات تصویر را شامل میشود و فیلتر دیگر شامل کلیات و تقریب تصویر می باشد.

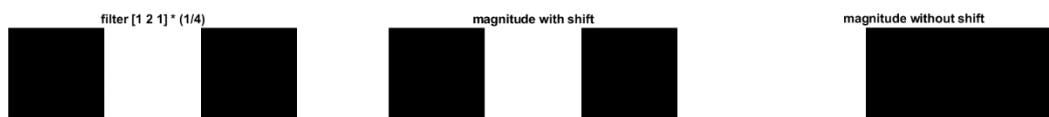


تصویر ۳- اعمال فیلتر های جداکننده ی فیلتر a به صورت جداگانه روی تصویر Lena

در تصاویر زیر نیز دامنه فرکانسی این دو فیلتر را مشاهده میکنید:



تصویر ۴- دامنه فرکانسی فیلتر $[1; 2; 1] * (1/4)$



تصویر ۵- دامنه فرکانسی فیلتر $[1\ 2\ 1] * (1/4)$

۳-۱-۲- بخش دوم

هر یک از تصاویر زیر شامل ۴ بخش میباشد که هر کدام نمایش یک حالت از طیف فرکانسی میباشد:

تصویر بالا سمت چپ: طیف فرکانسی بدون شیفت و بدون استفاده از تابع لگاریتم

تصویر بالا سمت راست: طیف فرکانسی با شیفت و بدون استفاده از تابع لگاریتم

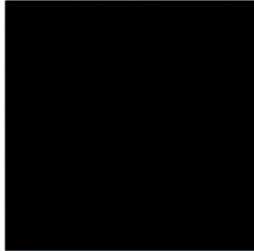
تصویر پایین سمت چپ: طیف فرکانسی بدون شیفت و با استفاده از تابع لگاریتم

تصویر پایین سمت راست: طیف فرکانسی با شیفت و با استفاده از تابع لگاریتم

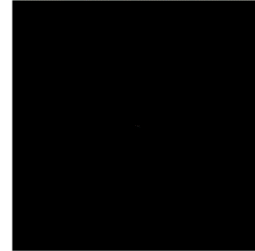
همانطور که مشاهده میکنیم به دلیل اینکه مقادیر $magnitude$ به شدت بزرگ و در مقیاس میلیون می باشند در حالتی که از تابع لگاریتم استفاده نکرده ایم تصاویر را مشکی میبینیم که نشان دهنده مقادیر بزرگ $magnitude$ می باشد و در این حالت نمیتوانیم تمایز خوبی بین مقادیر $magnitude$ قائل شویم.

وقتی از تابع لگاریتم استفاده میکنیم این باعث میشود که بازه ی مقادیر magnitude محدود تر شود و مقادیر magnitude در مقیاس لگاریتم قابل تمایز بیشتری هستند و به لحاظ بصری قابل فهم تر می باشد. در حالتی که ما مبدا فرکانس را شیفتمیدهیم مشاهده میکنیم که فرکانس های بالا در گوشه های تصویر و فرکانس های پایین تر در مرکز تصویر قرار میگیرند و زمانی که مبدا فرکانس را به مرکز مختصات شیفتمیدهیم باعث میشود که مقادیر بالای فرکانس در مرکز تصویر متمرکز شوند و هرچه از مبدا فرکانس دور میشویم به فرکانس های پایین نزدیک میشویم.

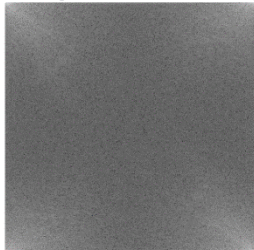
Lena magnitude without shift, without log



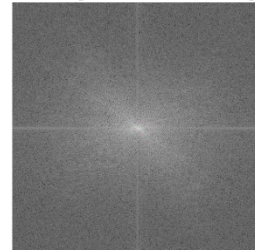
Lena magnitude with shift, without log



Lena magnitude without shift, with log



Lena magnitude with shift, with log



تصویر ۶- طیف تصویر lena با و بدون شیفتم دادن و با و بدون استفاده از تابع لگاریتم

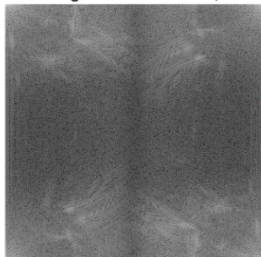
Barbara magnitude without shift, without log



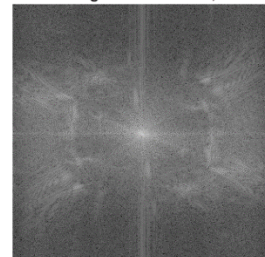
Barbara magnitude with shift, without log



Barbara magnitude without shift, with log

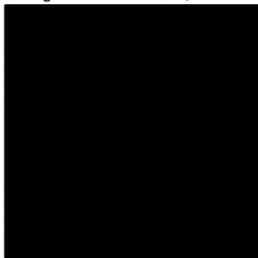


Barbara magnitude with shift, with log

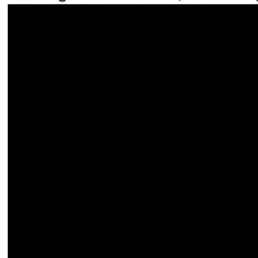


تصویر ۷- طیف تصویر Barbara با و بدون شیفتم دادن و با و بدون استفاده از تابع لگاریتم

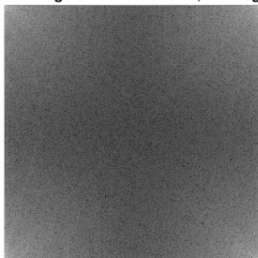
F16 magnitude without shift, without log



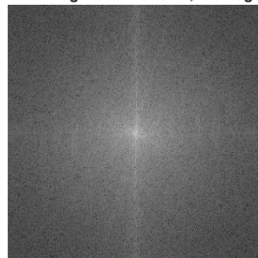
F16 magnitude with shift, without log



F16 magnitude without shift, with log



F16 magnitude with shift, with log



تصویر ۸- طیف تصویر F16 با و بدون شیفت دادن و با و بدون استفاده از تابع لگاریتم

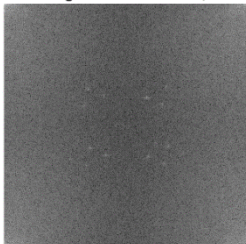
Baboon magnitude without shift, without log



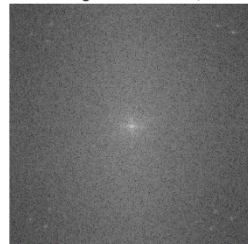
Baboon magnitude with shift, without log



Baboon magnitude without shift, with log



Baboon magnitude with shift, with log



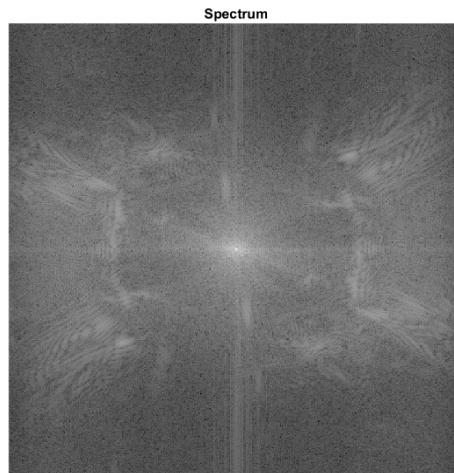
تصویر 9- طیف تصویر Baboon با و بدون شیفت دادن و با و بدون استفاده از تابع لگاریتم

۲-۳- Filtering

۱-۲-۳- بخش اول

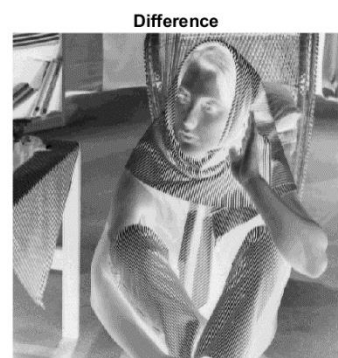
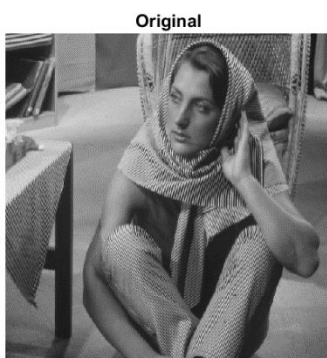
۲-۲-۳- بخش دوم

مقادیر ضرایب تبدیل فوریه تصویر باربارا به صورت زیر می باشد:

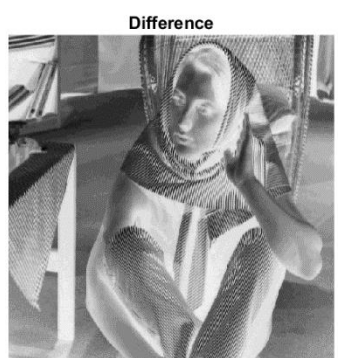


تصویر ۱۰- ضرایب تبدیل فوریه تصویر Barbara

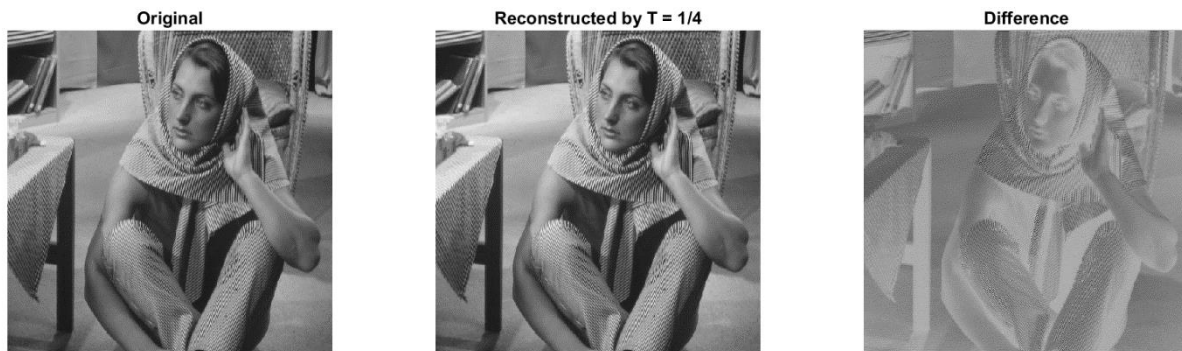
در تصاویر زیر تصویر بازسازی شده از ضرایب فوریه فیلتر شده با فیلتر a و b و همچنین اختلاف این تصویر با تصویر اصلی را مشاهده میکنید:



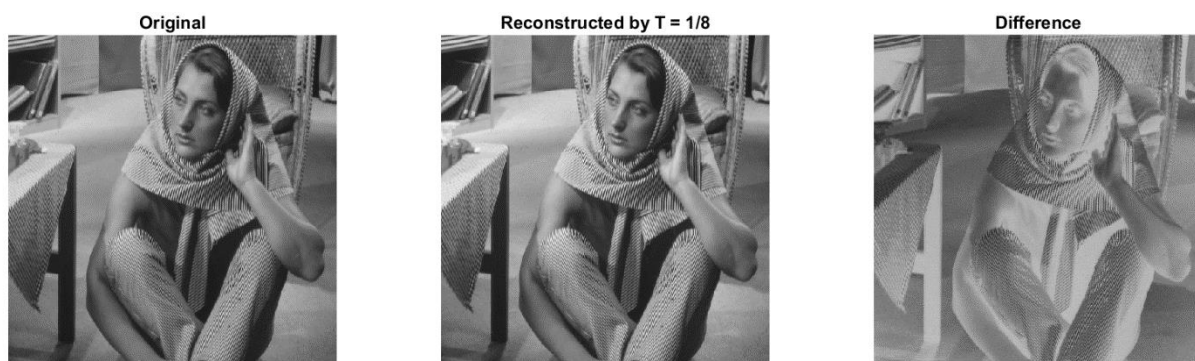
تصویر ۱۱- اعمال فیلتر a روی تصویر Barbara با $T=1/4$



تصویر ۱۲- اعمال فیلتر a روی تصویر Barbara با $T=1/8$



تصویر ۱۳- اعمال فیلتر b روی تصویر Barbara با $T=1/4$



تصویر ۱۴- اعمال فیلتر b روی تصویر Barbara با $T=1/8$

۴- پیوست

Fourier transform ۱-۴

۴-۱-۱- بخش اول

```
im = rgb2gray(imread('E:\Dars\Masters\digital image
processing\Homeworks\Images\4\Lena.bmp'));

filter_a = [1 2 1; 2 4 2; 1 2 1] * (1/16);
filter_b = [-1 -1 -1; -1 8 -1; -1 -1 -1];
filter_c = [0 -1 0; -1 5 -1; 0 -1 0];

% apply filters on original image
im_filter_a = filter2(filter_a,im);
im_filter_b = filter2(filter_b,im);
im_filter_c = filter2(filter_c,im);

figure;
subplot(2,2,1); imshow(im); title(strcat("Original"));
subplot(2,2,2); imshow(im_filter_a,[]); title(strcat("Convolved with filter
(a)"));
subplot(2,2,3); imshow(im_filter_b,[]); title(strcat("Convolved with filter
(b)"));
```

```

subplot(2,2,4); imshow(im_filter_c,[]); title(strcat("Convolved with filter
(c)"));

% obtaining magnitude of fourier transform a,b,c
figure;
fft_result = fft2(filter_a);
magnitude_with_shift = log(abs(fftshift(fft_result)));
magnitude_without_shift = log(abs(fft_result));
subplot(3,3,1);imshow(filter_a,[]);title('filter a');
subplot(3,3,2);imshow(magnitude_with_shift,[]); title('filter (a) magnitude with
shift');
subplot(3,3,3);imshow(magnitude_without_shift,[]); title('filter (a) magnitude
without shift');

fft_result = fft2(filter_b);
magnitude_with_shift = log(abs(fftshift(fft_result)));
magnitude_without_shift = log(abs(fft_result));
subplot(3,3,4);imshow(filter_b,[]);title('filter b');
subplot(3,3,5);imshow(magnitude_with_shift,[]); title('filter (b) magnitude with
shift');
subplot(3,3,6);imshow(magnitude_without_shift,[]); title('filter (b) magnitude
without shift');

fft_result = fft2(filter_c);
magnitude_with_shift = log(abs(fftshift(fft_result)));
magnitude_without_shift = log(abs(fft_result));
subplot(3,3,7);imshow(filter_c,[]);title('filter c');
subplot(3,3,8);imshow(magnitude_with_shift,[]); title('filter (c) magnitude with
shift');
subplot(3,3,9);imshow(magnitude_without_shift,[]); title('filter (c) magnitude
without shift');

% filter a is separable: filter_a = filter_a1 * filter_a2
filter_a1 = [1; 2; 1] * (1/4);
filter_a2 = [1 2 1] * (1/4);
im_filter_a1 = filter2(filter_a1,im);
im_filter_a2 = filter2(filter_a2,im);
figure;
subplot(1,3,1); imshow(im); title(strcat("Original"));
subplot(1,3,2); imshow(im_filter_a,[]); title(strcat("Convolved with filter [1; 2;
1] * (1/4)"));
subplot(1,3,3); imshow(im_filter_b,[]); title(strcat("Convolved with filter [1 2
1] * (1/4)"));

figure;
fft_result = fft2(filter_a1);
magnitude_with_shift = log(abs(fftshift(fft_result)));
magnitude_without_shift = log(abs(fft_result));
subplot(1,3,1);imshow(filter_a1,[]);title('filter [1; 2; 1] * (1/4)');
subplot(1,3,2);imshow(magnitude_with_shift,[]); title('magnitude with shift');
subplot(1,3,3);imshow(magnitude_without_shift,[]); title('magnitude without
shift');

figure;
fft_result = fft2(filter_a2);
magnitude_with_shift = log(abs(fftshift(fft_result)));
magnitude_without_shift = log(abs(fft_result));
subplot(1,3,1);imshow(filter_a2,[]);title('filter [1 2 1] * (1/4)');
subplot(1,3,2);imshow(magnitude_with_shift,[]); title('magnitude with shift');

```

```
subplot(1,3,3);imshow(magnitude_without_shift,[]); title('magnitude without shift');
```

۴-۱-۲- بخش دوم

کد تابع `fft_and_magnitude`:

```
function [f_magnitude,fshift_magnitude,f_magnitude_log,fshift_magnitude_log] =
fft_and_magnitude(img)
f = fft2(img);
fshift = fftshift(f);
f_magnitude = abs(f);
fshift_magnitude = abs(fshift);
f_magnitude_log = log(f_magnitude);
fshift_magnitude_log = log(fshift_magnitude);
```

کد `main`:

```
img_lena = rgb2gray(imread('E:\Dars\Masters\digital image
processing\Homeworks\Images\4\Lena.bmp'));
img_barbara = rgb2gray(imread('E:\Dars\Masters\digital image
processing\Homeworks\Images\4\Barbara.bmp'));
img_f16 = rgb2gray(imread('E:\Dars\Masters\digital image
processing\Homeworks\Images\4\F16.bmp'));
img_baboon = rgb2gray(imread('E:\Dars\Masters\digital image
processing\Homeworks\Images\4\Baboon.bmp'));

[f_magnitude,fshift_magnitude,f_magnitude_log,fshift_magnitude_log] =
fft_and_magnitude(img_lena);
figure;
subplot(2,2,1);imshow(f_magnitude,[]);title('Lena magnitude without shift, without
log');
subplot(2,2,2);imshow(fshift_magnitude,[]); title('Lena magnitude with shift,
without log');
subplot(2,2,3);imshow(f_magnitude_log,[]); title('Lena magnitude without shift,
with log');
subplot(2,2,4);imshow(fshift_magnitude_log,[]); title('Lena magnitude with shift,
with log');

[f_magnitude,fshift_magnitude,f_magnitude_log,fshift_magnitude_log] =
fft_and_magnitude(img_barbara);
figure;
subplot(2,2,1);imshow(f_magnitude,[]);title('Barbara magnitude without shift,
without log');
subplot(2,2,2);imshow(fshift_magnitude,[]); title('Barbara magnitude with shift,
without log');
subplot(2,2,3);imshow(f_magnitude_log,[]); title('Barbara magnitude without shift,
with log');
subplot(2,2,4);imshow(fshift_magnitude_log,[]); title('Barbara magnitude with
shift, with log');

[f_magnitude,fshift_magnitude,f_magnitude_log,fshift_magnitude_log] =
fft_and_magnitude(img_f16);
figure;
subplot(2,2,1);imshow(f_magnitude,[]);title('F16 magnitude without shift, without
log');
subplot(2,2,2);imshow(fshift_magnitude,[]); title('F16 magnitude with shift,
without log');
```

```

subplot(2,2,3);imshow(f_magnitude_log,[]); title('F16 magnitude without shift,
with log');
subplot(2,2,4);imshow(fshift_magnitude_log,[]); title('F16 magnitude with shift,
with log');

[f_magnitude,fshift_magnitude,f_magnitude_log,fshift_magnitude_log] =
fft_and_magnitude(img_baboon);
figure;
subplot(2,2,1);imshow(f_magnitude,[]);title('Baboon magnitude without shift,
without log');
subplot(2,2,2);imshow(fshift_magnitude,[]); title('Baboon magnitude with shift,
without log');
subplot(2,2,3);imshow(f_magnitude_log,[]); title('Baboon magnitude without shift,
with log');
subplot(2,2,4);imshow(fshift_magnitude_log,[]); title('Baboon magnitude with
shift, with log');

```

Filtering –۲-۴

۱-۲-۴- بخش اول

۲-۲-۴- بخش دوم

کد main:

```

barbara = rgb2gray(imread('D:\Dars\Masters\digital image
processing\Homeworks\Images\4\Barbara.bmp'));
T14 = 1/4;
T18 = 1/8;
fft_barbara = fft2(barbara);
shift_fft_barbara = fftshift(fft_barbara);
figure; imshow(log(abs(shift_fft_barbara)),[]);title('Spectrum');
% filter a with T=1/4
reconstructed14a = lowpass_filter_a(barbara, T14, shift_fft_barbara);
figure;
subplot(1,3,1); imshow(barbara); title('Original');
subplot(1,3,2); imshow(reconstructed14a); title('Reconstructed by T = 1/4');
difference = double(barbara) - double(reconstructed14a);
subplot(1,3,3); imshow(difference,[]); title('Difference');
% filter a with T=1/8
reconstructed18a = lowpass_filter_a(barbara, T18, shift_fft_barbara);
figure;
subplot(1,3,1); imshow(barbara); title('Original');
subplot(1,3,2); imshow(reconstructed18a); title('Reconstructed by T = 1/8');
difference = double(barbara) - double(reconstructed18a);
subplot(1,3,3); imshow(difference,[]); title('Difference');
% filter b with T=1/4
reconstructed14b = lowpass_filter_b(barbara, T14, shift_fft_barbara);
figure;
subplot(1,3,1); imshow(barbara); title('Original');
subplot(1,3,2); imshow(reconstructed14b); title('Reconstructed by T = 1/4');
difference = double(barbara) - double(reconstructed14b);
subplot(1,3,3); imshow(difference,[]); title('Difference');
% filter b with T=1/8
reconstructed18b = lowpass_filter_b(barbara, T18, shift_fft_barbara);
figure;

```



```

subplot(1,3,1); imshow(barbara); title('Original');
subplot(1,3,2); imshow(reconstructed18b); title('Reconstructed by T = 1/8');
difference = double(barbara) - double(reconstructed18b);
subplot(1,3,3); imshow(difference,[]); title('Difference');

```

lowpass_filter_a() كد

```

function reconstructed = lowpass_filter_a(img, T, shift_fft_img)
height = size(img,1);
width = size(img,2);
dst_a = zeros(height, width);
N = length(img);
% TN< {k,l} <(1-T)N
for k=1:height
    for l=1:width
        if k < T * N && k > (1 - T) * N && l < T * N && l > (1 - T) * N
            dst_a(k,l) = 0;
        else
            dst_a(k,l) = shift_fft_img(k, l);
        end
    end
end
back_ishift = ifftshift(dst_a);
reconstructed = abs(ifft2(back_ishift));
reconstructed = reconstructed * 255.0 / max(reconstructed(:));
reconstructed = uint8(reconstructed);

```

lowpass_filter_b() كد

```

function reconstructed = lowpass_filter_b(img, T, shift_fft_img)
height = size(img,1);
width = size(img,2);
dst_b = zeros(height, width);
N = length(img);
for k=1:height
    for l=1:width
        if k <= T * N && k >= 0 && l <= T * N && l >= 0
            dst_b(k, l) = 0;
        elseif k <= T * N && k >= 0 && l <= (1 - T) * N && l >= N - 1
            dst_b(k, l) = 0;
        elseif k <= N - 1 && k >= (1 - T) * N && l <= T * N && l >= 0
            dst_b(k, l) = 0;
        elseif k >= (1 - T) * N && l <= N - 1
            dst_b(k, l) = 0;
        else
            dst_b(k, l) = shift_fft_img(k, l);
        end
    end
end
back_ishift = ifftshift(dst_b);
reconstructed = abs(ifft2(back_ishift));
reconstructed = reconstructed * 255.0 / max(reconstructed(:));
reconstructed = uint8(reconstructed);

```