	پردازش اطلاعات کوانتومی نام و نام خانوادگی: مهدی وجهی	
ارائه ۲۱		۸۱۰۱۰۱۵۵۸

۱ تجزیه $schmite$

حالت ترکیبی فضای V, W را به صورت زیر توصیف می کنند:

$$\psi \in V \otimes W \qquad\qquad \psi = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} v_i \otimes w_j$$

اگر بتوانیم ψ را به دو فضای V, W تفکیک کنیم به صورت ضرب تانسوری یعنی در هم تنیده نیست.

۲ قضیه تجزیه $schmite$

اگر v_i, w_i را ارتونرمال در نظر بگیریم. داریم که:

$$\psi = \sum_{i=1}^{n} \mu_i v_i \otimes w_i \quad \mu \in R^+$$

مثلا داریم:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle \otimes |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \otimes |1\rangle$$

برای اثبات این قضیه ابتدا عملگر چگالی را حساب می کنیم و داریم:

$$\rho_V = tr_W(|\psi\rangle \langle\psi|) = \sum_{i,j=1}^{n} |v_i\rangle \langle v_j| \,.\, \langle w_i|w_j\rangle$$

$$\rho_V = \lambda_1 |v_1\rangle \langle v_1| + \lambda_2 |v_2\rangle \langle v_2| + \cdots + \lambda_n |v_n\rangle \langle v_n|$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} i \neq j & \langle w_j|w_i\rangle = 0 \\ i = j & \langle w_j|w_i\rangle = \lambda_i \end{cases}$$

مقدار ویژه ها حقیقی و نامنفی هستند. با فرض این که d تا از این مقدار مثبت هستند می توان گفتد باقی مقادیر به همراه بردار هاشون صفر هستند.

حال پایه های خود را نرمال می کنیم و آنها را $|\tilde{w_i}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}}|w_i\rangle$ نمایش می دهیم. اکنون این بردار ها ارتو نرمال هستند. در نتیجه با جایگذاری داریم که:

$$\psi = \sum_{i=1}^{d} \overbrace{\sqrt{\lambda_i}}^{\mu_i} |v_i\rangle \otimes |\tilde{w_i}\rangle \qquad \sqrt{\lambda_i} \in R^+$$

تجزیه اشمیت تنها زمانی یکتا هست که تمام ضرایب متمایز باشند (با لحاظ نکردن فاز).

ρ_V, ρ_W مقادیر ویژه یکسانی دارند.

اگر $d = 1$ شود یعنی ما توانستیم دو فضا را کامل تفکیک کنیم و در هم تنیدگی ای وجود ندارد ولی اگر بیشتر باشد حالت در هم تنیده است.

در نهایت حدود ۷۵ درصد مباحث را فهمیدم.