



۸۱۰۱۰۱۵۵۸

پردازش اطلاعات کوانتومی
نام و نام خانوادگی: مهدی وجهی



ارائه ۱۹

۱ ماتریس چگالی

وقتی یک پرتو داریم و اندازه گیری انجام می دهیم، آن پرتو به زیرپرتو هایی در پایه های اندازه گیری تقسیم می شود. ماتریس چگالی شدت هر کدام از این زیر پرتو ها را در پرتو اولیه نشان می دهد. این ماتریس یک داده کلی است و اطلاعاتی از تک ذرات نمی دهد.

پرتوی خالص

پرتویی را خالص می گویند که تمام ذرات آن در حالت یکسان باشند.

مشاهده پذیر یک عملگر خود الحاقی در فضای V است.
در نظر بگیرید داریم:

$$w = c_1 v_1 + \dots + c_n v_n \quad |c_1|^2 + |c_2|^2 + \dots + |c_n|^2 = |w|^2 = 1$$

$|c_j|^2$ شدت زیرپرتوی مربوط به حالت v_j را مشخص می کند. پس داریم:

$$\langle v_j | w \rangle = \sum_{k=1}^n c_k \langle v_j | v_k \rangle = c_k$$

Projector

$$Proj_v(w) = \langle v | w \rangle |v\rangle$$

این عملگر در واقع تصویر بردار را در پایه مد نظر نمایش می دهد و یک نگاشت $V \rightarrow V$ است.

Trace

$$\text{tr } A = \sum_{i=1}^n a_{ii} = \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \langle e_i | e_j \rangle$$

تریس درواقع همان جمع مقادیر قطر اصلی است.

عملگر چگالی

عملگر چگالی برای یک پرتوی خالص در حالت w همان پروجکشن به w است. برای حالت ناخالص میانگین پروجکشن ها هست یعنی:

$$\rho = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |w_i\rangle \langle w_i|$$

عملگر چگالی خود الحاق است یعنی:

$$\forall v, u \in V \quad \langle v | P_W u \rangle = \langle P_W v | u \rangle$$

مشاهده پذیر A با بردار ویژه های نرمال عمود بر هم v و مقدار ویژه های λ به صورت زیر است:

$$A = \sum_{i=0}^n \lambda_i |v_i\rangle \langle v_i| = \sum_{i=0}^n \lambda_i P_{v_i} \implies A |v_k\rangle = \lambda_k |v_k\rangle 1 \langle v_k | v_k \rangle + \sum_{i=0, i \neq k}^n \lambda_i |v_i\rangle 0 \langle v_i | v_k \rangle = \lambda_k |v_k\rangle$$

حال اگر روی ماتریس چگالی اندازه گیری انجام شود شدت زیر پرتوی λ_k برابر است با:

$$|c_k|^2 = \text{tr}(\rho \cdot P_{v_k}) \quad \text{tr}(\rho \cdot A) = \sum_{k=0}^n \lambda_k |c_k|^2$$

ماتریس چگالی علاوه بر این که برای توصیف پرتو های خالص و ناخالص کاربرد دارد می توان در توصیف سیستم های در هم تنیده نیز استفاده شوند. فرض کنید دو ذره در هم تنیده v, w داریم. یکی را به A می فرستیم که در فضای V و دیگری به B در فضای W . فقط اندازه گیری در A انجام می شود. می توانیم این موضوع را به صورت زیر توصیف کنیم:

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} |v_i\rangle |w_j\rangle \quad \rho_v = \text{tr}_w(|\psi\rangle \langle \psi|) = \sum_{i,j,k} c_{ij} \bar{c}_{kj} |v_i\rangle \langle v_k|$$

بنابراین عملگر ρ_v ماتریسی با درایه های $C := c_{ij}, C \bar{C}^T$ است.

در نهایت حدود ۸۰ درصد مباحث را فهمیدم.