

Ejercicios que contribuyen a sistematizar la adición y sustracción de polinomios, para los estudiantes de octavo grado.

Elaborado por: Antonio Castillo Pérez.

Recuerda que:

Las expresiones algebraicas como $x^2 + 3x + 4$ se llaman polinomios.

Un polinomio es una suma o resta de monomios.

Los monomios no semejantes no se pueden sumar (restar), en este caso hay que dejar la adición o la sustracción indicada.

A los monomios que forman un polinomio se les llama **términos** del polinomio.

El término que no tiene variable se llama **término independiente**. En general los números reales (término independiente) son monomios de grado cero.

Llamamos **grado** de un polinomio al mayor exponente de sus términos o el mayor grado de los monomios que los componen.

Ejemplo: el polinomio $-10a^2 + 15a^3 - 23a + 17$, es un polinomio de grado 3 o de tercer grado.

Adición y sustracción de polinomios:

Para adicionar dos polinomios basta reducir los términos semejantes, es decir, sumar entre sí los términos semejantes en caso de que existan.

Para sustraer dos polinomios ten en cuenta los signos de agrupación (paréntesis, llaves, corchetes). Los signos de agrupación precedidos del signo **+** se eliminan dejando cada término del polinomio con el mismo signo. Ejemplo:

Calcular :

$$a) 2x^3 - 5x^2 + 2x - 3 + (7x^2 - 5x^3 - 2x + 8)$$

$$= 2x^3 - 5x^2 + 2x - 3 + 7x^2 - 5x^3 - 2x + 8 \quad (\text{eliminando paréntesis})$$

$$= \underline{2x^3} - \underline{5x^2} + \underline{2x} - \underline{3} + \underline{7x^2} - \underline{5x^3} - \underline{2x} + \underline{8} \quad (\text{identificando los términos semejantes}).$$

$$= -3x^3 + 2x^2 + 5. \quad (\text{reduciendo términos semejantes})$$

Observa que los signos de los términos del segundo polinomio se mantuvieron cuando se eliminó el paréntesis porque estaba precedido del signo +

Otra forma de proceder es:

$$2x^3 - 5x^2 + 2x - 3$$

$$\underline{-5x^3 + 7x^2 - 2x + 8}$$

$$-3x^3 + 2x^2 + 0 + 5 \quad \text{por lo que el resultado final es: } \underline{-3x^3 + 2x^2 + 5}$$

Los signos de agrupación precedidos del signo - se eliminan cambiando el signo de cada término del polinomio.

Luego, para sustraer dos polinomios se le cambia el signo a cada uno de los términos del polinomio del sustraendo y se reducen los términos semejantes. Ejemplo:

Calcular:

$$b) 12a^3 + 15a^2 - 4a - 3 - (-5a^3 - 9a^2 + 4a + 18)$$

$$= 12a^3 + 15a^2 - 4a - 3 + 5a^3 + 9a^2 - 4a - 18 \quad (\text{eliminando paréntesis})$$

$$= \underline{12a^3} + \underline{15a^2} - \underline{4a} - \underline{3} + \underline{5a^3} + \underline{9a^2} - \underline{4a} - \underline{18} \quad (\text{identificando los términos semejantes}).$$

$$= 17a^3 + 24a^2 - 8a - 21 \quad (\text{reduciendo términos semejantes})$$

Observa que los signos de los términos del segundo polinomio que en este caso es el polinomio sustraendo, se cambiaron por sus opuestos cuando se eliminó el paréntesis, porque estaba precedido del signo -

¡Cuidado!

Uno de los errores más frecuentes que los estudiantes cometen en el momento de eliminar el paréntesis cuando está precedido del signo $-$, es que solo le cambian el signo del primer término del polinomio sustraendo. Por ejemplo:

$$12a^3 + 15a^2 - 4a - 3 - (-5a^3 - 9a^2 + 4a + 18)$$

$$12a^3 + 15a^2 - 4a - 3 + 5a^3 - 9a^2 + 4a + 18 \text{ (INCORRECTO)}$$

Es importante que recuerdes cómo proceder para la introducción de paréntesis.

Si se introduce un paréntesis que estará precedido por el signo $+$, los términos que se colocan dentro del paréntesis mantienen su signo.

Si se introduce un paréntesis que estará precedido por el signo $-$, los términos que se colocan dentro del paréntesis cambian su signo.

Te sugiero que analices el ejemplo 6 de la página 195 de tu libro de texto.

Hay expresiones algebraicas en las que, además de los paréntesis, aparecen otros signos de agrupación como son corchetes $[]$ y las llaves $\{ \}$, incluídos unos dentro de otros, como por ejemplo:

$7x - [3x + (8x - 6)]$. En este caso suele decirse que esta expresión algebraica tiene paréntesis superpuestos.

Cuando esto ocurre se eliminan los signos de agrupación de afuera hacia adentro y de adentro hacia afuera. Lo más cómodo y conveniente es eliminar los signos de agrupación de adentro hacia afuera. Por ejemplo:

Calcular:

$$7x - [3x + (8x - 6)]$$

$$= 7x - [3x + 8x - 6] \quad (\text{eliminando el paréntesis})$$

$$= 7x - 3x - 8x + 6 \quad (\text{eliminando el corchete})$$

$$= -4x + 6 \text{ (reduciendo términos semejantes).}$$

En ocasiones es necesario introducir paréntesis en ejercicios como el siguiente:

1. Sean $A = 2m^2 + 7n - 4$ y $B = -8m^2 + 9n + 3\frac{2}{5}$

a) $A - B$

b) Halla el valor numérico de la expresión A para $m = -1$ y $n = 0,5$

Solución:

Como tenemos que calcular la expresión $A - B$, lo primero tienen que darse cuenta que los polinomios A y B están restando, donde el polinomio que corresponde a A es el minuendo y el que corresponde a B es el sustraendo por lo que tenemos que introducir un paréntesis y luego sustituir en la expresión dada los polinomios que corresponde a A y a B , por tanto:

a) $2m^2 + 7n - 4 - (-8m^2 + 9n + 3\frac{2}{5})$, sustituyendo A y B por las expresiones dadas (fíjate que hubo que introducir el paréntesis en la segunda expresión)

$$= 2m^2 + 7n - 4 + 8m^2 - 9n - 3\frac{2}{5} \text{ (eliminando paréntesis)}$$

$$= 10m^2 - 2n - 7\frac{2}{5} \text{ o } 10m^2 - 2n - 7,4 \text{ (reduciendo términos semejantes).}$$

b) La solución de este inciso es muy sencillo por ser un contenido que estudiaron en el séptimo grado. Por tanto:

$$A = 2m^2 + 7n - 4$$

$$= 2(-1)^2 + 7 \cdot 0,5 \text{ (sustituyendo las variables por los valores dados)}$$

$$= 2 \cdot 1 + 3,5 \text{ (calculando las operaciones indicadas, respetando el orden operacional)}$$

$$= 2 + 3,5$$

$$= 5,5.$$

Ahora ya están en condiciones para resolver los ejercicios siguientes que los ayudarán para la práctica y el rapaso.

1. Selecciona la respuesta correcta, marcando con una X en la raya dada:

a) El polinomio $6m + 8$ es de grado:

_____ 1 _____ 0 _____ 2

b) El polinomio $3x^2 + x - 4$ es de:

_____ primer grado _____ segundo grado _____ grado cero

c) Si $a = -1$; $b = 3$ y $c = 2$, entonces el valor numérico de la expresión $b^2 - 4ac$ es: _____ -10 _____ 17 _____ 14 _____ 1

d) El dominio numérico más restringido al que pertenece el valor numérico del polinomio $6x - 2y^2z$ para $x = 4$, $y = -1$, $z = 3$ es:

_____ N _____ \mathbb{Q}^+ _____ Z _____ \mathbb{Q} _____ R

2. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas proposiciones verdaderas:

a) Al reducir términos semejantes en la expresión $-3x^2 + 2,4y - 5x^2 + y$ se obtiene como resultado _____.

b) Al calcular la expresión $2x - [7x + (5y - 4) - 2,3] + x$ se obtiene _____.

3. Calcula:

a) $2a + [a - (a + b)]$

b) $10m^3 - 4m + 5 - (5m^3 + 2m - 1)$

c) $4m + (2m + n - 3) + (-4m - 2m + 1)$

d) $2x + [-5x - \{-2y + (-x + y)\}]$

e) $-8p^2q + 1,4pq^2 - 9 + (p^2q + 4pq^2 - \frac{3}{5}) + pq^2$

4. Dados: $A = 6x^2 - 18x$, $B = x^2 - 4x + 4$, $C = x^2 - 6x + 8$, $D = 3x^2 - 4x - 20$

Calcula:

a) $A + B$ b) $B - D$ c) $A - B + C$ d) $B + C - D$

5. Dados los polinómios: $M = 25x^2 - 9$, $P = 5x^2 + 3x$, $Q = x^2 + 8x + 16$

a) Calcula y simplifica $M - P + Q$

b) Halla el valor numérico de la expresión P para $x = \frac{3^{24} \cdot 7^{24}}{21^{24}}$

6. Sean $A = 0,3x^2 - 7y^4 + 8x^2$ $B = 6y^4 + 2x^2 - \frac{5}{2}y^4$ $C = 5x^{-2} - 4y$

a) Calcula y simplifica $D = A - B$

b) Indica el grado del polinomio resultante D .

b) Halla el valor numérico de la expresión C para $x = 4$; $y = -1, 3$

7. Comprueba que se cumple la igualdad siguiente:

$$8 + 15zt - [5 + (2 - 3zt) + 18zt] = 1$$

8. Si $A = 9x^2 - 1$ y $B = x^2 + x - 20$. Comprueba que se cumple la igualdad siguiente: $A - B + (7x^2 - 5x) = 15x^2 - 6x + 19$

9. Realizar el ejercicio 8 de la página 198 de tu libro de texto.