

PAES 2025

MATEMÁTICAS 1



APRENDIZAJE Y ENSAYOS

PASO
A PASO

PAES Matemáticas M1

CURSO DE PREPARACIÓN INTEGRAL

Veitman Publishing

16 de agosto de 2025

Palabras del autor

Soy **Mauricio Alejandro Veit Meza**, ingeniero civil industrial y profesor de matemáticas. Después de muchos años en aula, elaboré este **libro de preparación PAES Matemática M1** con un objetivo simple: que estudies con claridad, practiques con sentido y mejores tu puntaje con confianza.

Este texto fue diseñado para acompañarte paso a paso. Encontrarás:

- **Síntesis conceptuales** breves y directas, sin rodeos.
- **Ejercicios graduados** (de básico a desafiante) que consolidan lo aprendido.
- **Ensayo/simulacro PAES M1** con su **tarjeta de respuestas y tabla de conversión de puntaje**.
- **Soluciones detalladas** y comentadas para que entiendas el “por qué” y no solo el resultado.
- Enfoque **alineado al temario oficial de PAES M1 (DEMRE)** y a buenas prácticas didácticas.

Cómo usar este libro (mi recomendación):

1. Lee la **síntesis** antes de practicar.
2. Resuelve los **ejercicios** en orden, marcando dónde te equivocas y por qué.
3. Realiza el **simulacro** en tiempo real, sin distracciones.
4. Revisa la **solución paso a paso** y vuelve a entrenar los puntos débiles.
5. Al final de cada semana, realiza una **mini-revisión**: ¿qué dominio fortaleciste? ¿qué habilidad debes repetir?

Mi enfoque combina **exigencia y amabilidad**. Exigencia, porque la PAES premia el trabajo sostenido y el pensamiento matemático riguroso. Amabilidad, porque aprender también necesita un tono humano: equivocarse es parte del proceso; registrar, corregir y volver a intentar es avanzar.

Si estudias con método —poco, bien hecho y todos los días— verás progreso real. Este libro quiere ser tu **ruta clara**: menos ruido, más comprensión; menos memorizar, más **razonar**.

Gracias por confiar en este material. Te invito a comenzar ahora: **lee, practica, simula y revisa**. Estoy contigo en cada página.

¡Vamos a trabajar!

Fundamentación teórica

Contexto de la PAES: Evolución y Enfoque por Competencias

La PAES ha sido diseñada para reemplazar a la Prueba de Selección Universitaria (PSU), con el objetivo primordial de establecer un sistema de acceso a la educación superior más equitativo y con mayores oportunidades para los postulantes. Una de las modificaciones más relevantes radica en su propósito: evaluar competencias, es decir, tanto el "saber" como el "saber hacer". Esto implica una valoración de la capacidad de los estudiantes para integrar y aplicar sus conocimientos en situaciones variadas y significativas.¹ Este cambio de paradigma, desde una evaluación predominantemente centrada en el contenido hacia una que valora la aplicación y el razonamiento, exige una reestructuración profunda de los materiales de estudio. La preparación ya no puede limitarse a la adquisición pasiva de información; debe orientarse hacia el desarrollo activo de habilidades de pensamiento crítico, resolución de problemas y la comprensión funcional de los conceptos matemáticos en escenarios diversos.

Diferencias Fundamentales entre PAES M1 y M2 (Contenidos y Habilidades)

La PAES de Matemáticas se divide en dos pruebas distintas, M1 y M2, cada una con un propósito y alcance curricular específicos, aunque comparten un marco de habilidades común. La Prueba de Competencia Matemática 1 (M1) es de carácter obligatorio y abarca los contenidos del currículum escolar desde 7º básico hasta II medio. Su enfoque principal radica en evaluar las competencias matemáticas básicas y generales que son útiles para cualquier ámbito de la vida cotidiana.³ Esta prueba consta de 65 preguntas de selección múltiple.

Por otro lado, la Prueba de Competencia Matemática 2 (M2) es de carácter electivo y está dirigida a estudiantes que aspiran a carreras universitarias con una mayor exigencia en el área de las matemáticas, como las ingenierías (especialmente en ciencias básicas y tecnología) y diversas pedagogías (física, química, matemática, entre otras). La M2 evalúa no solo todos los conocimientos y habilidades considerados en la M1, sino que también incorpora contenidos adicionales correspondientes a III y IV medio. Entre estos contenidos adicionales se encuentran el conjunto de los números reales (incluyendo operaciones y problemas en diversos contextos), logaritmos (concepto, propiedades y problemas), sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 (con sus diferentes tipos de soluciones), ecuaciones de segundo grado (resolución por completación de cuadrados, factorización, gráficos y fórmula general, y análisis de sus soluciones reales), homotecia de figuras planas, razones trigonométricas en triángulos rectángulos (seno, coseno, tangente y problemas), medidas de dispersión (para uno o más grupos de datos), probabilidad condicional (y sus propiedades), y permutación y combinatoria. La M2 consta de 55 preguntas de selección múltiple.

A pesar de estas diferencias en el alcance de los contenidos, ambas pruebas, M1 y M2, evalúan las mismas cuatro habilidades fundamentales definidas por las Bases Curriculares de la educación general:

Resolver Problemas: Esta habilidad implica la capacidad de solucionar una situación problemática, ya sea contextualizada o no, rutinaria o no, y con o sin un procedimiento preestablecido. Requiere la realización de cálculos, la aplicación de diversos conocimientos y estrategias, y la interpretación y evaluación de los resultados mediante un pensamiento reflexivo, crítico y creativo.⁶ Es la habilidad más evaluada, con entre 22 y 33 preguntas en la M2.

Representar: Se refiere a la capacidad de transferir información de diversas situaciones (que involucren datos, procesos y relaciones) utilizando símbolos matemáticos, tablas, gráficos, diagramas, la recta numérica o el plano cartesiano, y de transitar fluidamente entre estas distintas representaciones.

Modelar: Esta competencia implica la habilidad de usar, comprender y comparar expresiones matemáticas que describen características relevantes de una situación del mundo real o científica. El objetivo es estudiar la situación, comprenderla y encontrar soluciones matemáticas para responder preguntas sobre la situación modelada.

Argumentar: Es la capacidad de reconocer, explicar y justificar la validez de un procedimiento, de pasos deductivos, de una demostración o de estrategias de resolución de problemas. También incluye la habilidad de detectar argumentos erróneos en proposiciones.

La existencia de un marco de habilidades compartido para M1 y M2, a pesar de la divergencia en la profundidad de los contenidos y el tipo de contextos, revela un aspecto crucial para el diseño pedagógico. Esto significa que la metodología de enseñanza y aprendizaje (es decir, cómo los estudiantes desarrollan estas habilidades) puede mantener una coherencia fundamental entre ambos libros M1 y M2. La principal distinción radicará en la complejidad y el contexto de los problemas presentados. Por ejemplo, mientras que los problemas para M1 se centrarán en situaciones cotidianas y familiares, los de M2 se adentrarán en escenarios científicos o más abstractos y complejos. Esta comprensión permite una filosofía de diseño instruccional unificada que se adapta a las necesidades específicas de cada prueba.

A continuación, se presenta una tabla comparativa que resume las diferencias y similitudes clave entre la PAES M1 y M2:

Característica	PAES M1	PAES M2
Tipo de Prueba	Obligatoria	Electiva
Contenidos Base	Currículum escolar de 7º básico a II medio	Todos los conocimientos de M1
Contenidos Adicionales M2	N/A	Currículum escolar de III y IV medio: Números Reales, Logaritmos, Sistemas de Ecuaciones Lineales (2×2), Ecuaciones de Segundo Grado, Homotecia, Razones Trigonométricas, Medidas de Dispersión, Probabilidad Condicional, Permutación y Combinatoria
Énfasis Contextual	Problemas en contextos de la vida cotidiana y situaciones familiares	Problemas en contextos científicos, abstractos o profesionales complejos ¹
Número de Preguntas	65 preguntas (se computan 60) y dura 2h20;	M2 tiene 55 (se computan 50) y dura 2h20.
Habilidades Evaluadas	Resolver Problemas, Representar, Modelar, Argumentar	Resolver Problemas, Representar, Modelar, Argumentar
Complejidad de Habilidades	Adaptada a situaciones rutinarias o familiares	Mayor exigencia en problemas no rutinarios y escenarios complejos

Contenidos evaluados en la Paes M1

A continuación, te presento la red de contenidos evaluados en la Prueba de Competencia Matemática 1 (M1) basada en la información oficial del Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional (DEMRE) para el proceso de Admisión 2026.

La información se ha ajustado para su uso en Word, utilizando viñetas anidadas y una estructura clara, tal como lo solicitó.

TEMARIO PAES de Competencia Matemática 1 (M1)

Números: enteros y racionales; porcentaje; potencias y raíces enésimas en \mathbb{R} .

Álgebra y funciones: expresiones algebraicas (productos notables, factorización); proporcionalidad directa e inversa; ecuaciones e inecuaciones lineales; sistemas 2×2 ; función lineal/afín/cuadrática (parámetros y representación).

Geometría: Teorema de Pitágoras; perímetros/áreas (triángulos, paralelogramos, trapecios, círculos); área/volumen (cubos y paralelepípedos); transformaciones isométricas (traslación, rotación, reflexión) y vectores en el plano.

Datos y probabilidad: tablas y gráficos; medidas de posición (cuartiles/percentiles, diagrama de caja); reglas aditiva y multiplicativa de probabilidad.

Propósito de esta preparación: Hacia un Aprendizaje Autónomo y Profundo

El propósito fundamental de estas guías de preparación para la PAES trasciende la mera aprobación de un examen estandarizado. Su diseño se orienta hacia el desarrollo integral de habilidades cognitivas superiores, incluyendo el pensamiento crítico, el razonamiento lógico y la capacidad de resolución de problemas. Esto implica ir más allá de la memorización de fórmulas y procedimientos, para que los estudiantes puedan comprender la lógica subyacente y aplicar los conceptos de manera flexible.

Las guías están concebidas para promover activamente la autoevaluación y la toma de decisiones fundamentadas en la investigación y el análisis. Este énfasis en la metacognición y el autoaprendizaje es crucial, ya que empodera a los estudiantes para que se conviertan en gestores de su propio proceso de aprendizaje. El autoaprendizaje es una herramienta indispensable no solo para el éxito en la educación superior, sino para la vida en general, cultivando actitudes y aptitudes como la determinación, el compromiso, la proactividad, la curiosidad intelectual y la autocrítica. La autocrítica, en particular, permite al estudiante

percibir de manera objetiva su propio nivel de desempeño y ajustar sus estrategias de estudio.

La combinación de un enfoque de aprendizaje basado en competencias con el apoyo de la IA para la autorregulación del estudio tiene un efecto sinérgico. El objetivo es formar no solo a individuos capaces de superar una prueba, sino a "ciudadanos del futuro" que posean la capacidad de aprender de forma continua y de resolver problemas en un mundo en constante evolución. Esto eleva el alcance de las guías de una simple preparación para un examen a una plataforma para el desarrollo de habilidades para toda la vida.

Fundamentos Pedagógicos para un Aprendizaje Significativo en Matemáticas

El diseño de estas guías se sustenta en principios pedagógicos avanzados, buscando fomentar una comprensión matemática profunda y habilidades de resolución de problemas que trasciendan el aprendizaje superficial.

Enseñanza para la Comprensión (EpC): Más Allá de la Memorización

La Enseñanza para la Comprensión (EpC) es una metodología que prioriza el desarrollo de una comprensión profunda de los conceptos, en contraposición a la mera memorización de hechos o procedimientos. Para lograr un aprendizaje significativo y duradero, la EpC enfatiza la claridad en la definición de los contenidos disciplinarios que se espera que los estudiantes dominen.

Tópicos Generativos y Metas de Comprensión

En el marco de la EpC, los Tópicos Generativos son temas amplios, centrales y atractivos que actúan como puertas de acceso a diversos contenidos. Su naturaleza permite abordarlos desde múltiples perspectivas y establecer conexiones con otras asignaturas, promoviendo así un trabajo de carácter colaborativo. En el contexto de las matemáticas, aplicar los "Tópicos Generativos" implica estructurar las unidades de estudio en torno a grandes ideas matemáticas o problemas complejos del mundo real. Por ejemplo, en lugar de una unidad titulada "Exponentes", se podría proponer "Modelado del Crecimiento Poblacional", donde los exponentes se aprenden como una herramienta necesaria para comprender y resolver el problema. Esta aproximación fomenta de manera inherente la contextualización del aprendizaje y el pensamiento interdisciplinario, aspectos cruciales para las pruebas PAES M1 (contextos cotidianos) y M2 (contextos

científicos). Al presentar los conceptos matemáticos dentro de un marco significativo y relevante, se promueve una comprensión más profunda y duradera.

Las Metas de Comprensión complementan los Tópicos Generativos al definir explícitamente aquello que los estudiantes deben llegar a comprender. Estas metas se refieren a las habilidades prácticas que los alumnos desarrollarán al ejecutar tareas previamente asignadas por el docente. La formulación clara de estas metas asegura que tanto el estudiante como el instructor tengan una visión compartida de los objetivos de aprendizaje, orientando el proceso hacia la adquisición de competencias aplicables.

Optimización del Aprendizaje: Teoría de la Carga Cognitiva, Práctica Espaciada y Recuperación Activa

Para maximizar la eficiencia y la efectividad del aprendizaje, especialmente en lo que respecta a la retención a largo plazo de la memoria, el diseño instruccional de las guías debe incorporar principios derivados de la ciencia cognitiva.

Principios de la Teoría de la Carga Cognitiva en el Diseño Instruccional

La Teoría de la Carga Cognitiva (TCC) es un principio de diseño instruccional que busca optimizar el potencial de aprendizaje de los estudiantes. Se basa en la premisa de que la memoria de trabajo, donde se procesa la información nueva, tiene una capacidad limitada. La TCC distingue entre tres tipos de carga cognitiva:

- **Carga intrínseca:** La dificultad inherente del material de aprendizaje, que no se puede modificar.
- **Carga extraña:** El esfuerzo mental impuesto por el diseño instruccional deficiente (distracciones, complejidad innecesaria, información irrelevante).
- **Carga pertinente (germane):** El esfuerzo mental dedicado a construir esquemas mentales y conectar la nueva información con el conocimiento previo, lo cual es beneficioso para el aprendizaje.

El objetivo de un diseño instruccional eficaz, según la TCC, es reducir la carga extraña cuando la carga intrínseca es alta, mientras se aumenta la carga pertinente. Para lograr esto en las guías de matemáticas, se deben aplicar varias estrategias:

- **Activación del conocimiento previo:** Ayudar a los estudiantes a recordar conocimientos relacionados de su memoria a largo plazo al inicio de la instrucción y conectar esta información con el nuevo contenido.
- **Reducción de la información innecesaria:** Ser conciso en las explicaciones y las instrucciones escritas, utilizando la menor cantidad de palabras posible para transmitir la información de manera efectiva, especialmente en ayudas visuales,

y evitando la información repetitiva.

- **Desglose de problemas complejos:** Dividir los problemas complejos en partes más pequeñas y manejables, lo que facilita el procesamiento para los estudiantes.
- **Integración de información:** Presentar todas las fuentes de información (diagramas, texto, explicaciones orales) de manera unificada y cohesiva. Por ejemplo, las etiquetas en los diagramas deben estar incorporadas directamente en ellos, en lugar de estar separadas, para evitar la "carga dividida de atención".
- **Uso de componentes visuales y auditivos:** Presentar información en ambos formatos (visual y auditivo) expande la capacidad de la memoria de trabajo, ya que utilizan canales de procesamiento separados.

INTRODUCCIÓN

¡Bienvenida y bienvenido! Este material está diseñado para que prepares de forma inteligente la Prueba de Acceso a la Educación Superior (PAES) de Competencia Matemática 1 (M1). La M1 es obligatoria y evalúa competencias matemáticas esenciales para el primer año universitario.

La lógica del libro es práctica y progresiva: en cada capítulo recordarás lo clave, practicarás con apoyo, harás autoevaluaciones cortas y cerrarás con un mini-ensayo del eje. Todo con tiempos sugeridos, claridad de metas y foco PAES.

Estudiarás con una estructura constante y sin adornos innecesarios, priorizando la comprensión y la automatización de procedimientos. Mantuvimos un tono cercano y motivador, pero en registro editorial, para que puedas usar el libro tanto en casa como en clases.

¿Qué vas a encontrar en este curso?

Este curso te llevará paso a paso por todos los contenidos de la PAES M1 llevándote a aprender todo desde lo más fácil a lo más difícil. Además, encontrarás muchos consejos y sugerencias para que te准备 al 100% para rendir de la mejor manera posible dicha prueba. ¡¡Cada capítulo de este libro representará cada eje del currículo de matemáticas y no dejará nada fuera!! También, tendrás los fundamentos, propiedades y teoremas dentro de cada capítulo para que puedas no solamente practicar resolviendo ejercicios, sino que también aprender todo lo que necesitas para desarrollar las habilidades esenciales para obtener el mayor puntaje posible en el test oficial. Yo sé que esta Guía es un soporte sólido para *reventarla* en la prueba, pero tú necesitarás dar lo mejor de ti para lograrlo.

Consejos para comenzar con el pie derecho

Para aprovechar al máximo este curso, te recomendamos:

Prepárate: Ten a la mano tu cuaderno especial para la PAES M1, lápices grafito, destacador, y este manual. La organización es clave.

Sé honesto contigo mismo: Tapa las soluciones, resuelve los ejercicios por tu cuenta y solo revisa la respuesta al final. Es la mejor manera de aprender.

No te rindas: Si un problema te parece difícil, es una oportunidad para aprender algo nuevo. Vuelve a los ejemplos resueltos o usa el canal de consulta externa que encontrarás al inicio de cada guía.

Beneficios que obtendrás

Al seguir este programa de estudio, no solo estarás listo para la PAES, sino que:

- Desarrollarás un pensamiento crítico y analítico.
- Aumentarás tu confianza y seguridad para enfrentar desafíos matemáticos.
- Aprenderás a dominar el tiempo y la presión de un examen.
- Obtendrás la base matemática sólida que necesitas para tu futuro académico y profesional.

¡¡Estamos listos para empezar!! ¡¡Tu éxito en la PAES M1 comienza aquí!!

Contenido

Introducción	0
PRIMERO TU DIAGNÓSTICO	0
Capítulo 1. Números y Operaciones.....	0
INTRODUCCION.....	0
PRIMERO — RECORDEMOS	3
SEGUNDO — EJERCITEMOS	9
TERCERO — REPASEMOS	16
CUARTO — CONSOLIDEMOS	20
QUINTO — EVALUÉMONOS	28
SEXTO — DESFIÉMONOS.....	37
Capítulo 2. Álgebra y Funciones.....	46
INTRODUCCION.....	46
PRIMERO — RECORDEMOS	47
SEGUNDO — EJERCITEMOS	53
TERCERO — REPASEMOS	58
CUARTO — CONSOLIDEMOS	63
QUINTO — EVALUÉMONOS	70
SEXTO — DESAFIÉMONOS.....	77
Capítulo 3. Geometría y Medición	86
INTRODUCCION.....	86
PRIMERO — RECORDEMOS	87
SEGUNDO — EJERCITEMOS	91
TERCERO — REPASEMOS	97
CUARTO — CONSOLIDEMOS	101
QUINTO — EVALUÉMONOS	108
SEXTO — DESAFIÉMONOS.....	117
Capítulo 4. Probabilidad y Estadística	125
INTRODUCCION.....	125
PRIMERO — RECORDEMOS	126
SEGUNDO — EJERCITEMOS	131
TERCERO — REPASEMOS	139
CUARTO — CONSOLIDEMOS	142
QUINTO — EVALUÉMONOS	145
SEXTO — DESAFIÉMONOS.....	153
Capítulo 5. Ensayo General PAES M1	156
Introducción	156

Hoja de respuestas	157
Ensayo General.....	159
Clave de respuestas.....	180
Tabla de conversión a puntaje PAES	181
Solucionario paso a paso.....	183
Lo lograste¡!!.....	204



PRIMERO TU DIAGNÓSTICO

(mini-ensayo inicial: 12 preguntas)

Bienvenida desafiante 😊

Imagina que un buen amigo te dice, con una sonrisa: “*A ver, muéstrame qué tan preparado llegas... y si te gano, me invitas un helado.*” Este diagnóstico es exactamente eso: **un juego serio** para ubicar tu nivel **hoy**. No intenta etiquetarte; solo darte una **impresión honesta** de dónde estás para que aproveches al máximo los ejercicios del libro. **¿Listo?** Respira, juega limpio, y recuerda: **equivocarse aquí es gratis...** y muy útil.

Reglas rápidas

- Tiempo sugerido: **12–15 minutos** (≈ 1 min por pregunta).
- **Sin calculadora.**
- Marca tus respuestas en la **hoja pequeña** al final.
- Al terminar, corrige y completa tu **plantilla de resultados**: verás **qué reforzar y por dónde partir**.

Mini-ensayo (12 ítems A-D)

Cubre los 4 ejes PAES M1: Números, Álgebra, Geometría, Datos. Y las 4 habilidades: RP, REP, MOD, ARG.

Hoja pequeña de respuestas (para el estudiante)

Pregunta	A	B	C	D
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Números y Operaciones

1. ¿Cuál es 35% de 480?

- A) 152 B) 172 C) 168 D) 140

2. Un precio sube 20% y luego baja 20%. En relación con el precio inicial, el precio final...

- A) queda igual B) aumenta 4% C) disminuye 4% D) disminuye 0%

3. ¿Entre qué dos enteros está $\sqrt{50}$?

- A) entre 6 y 7 B) entre 7 y 8 C) entre 8 y 9 D) entre 5 y 6

Álgebra y Funciones

4. Resuelve $3x - 5 = 13$.

- A) 6 B) 5 C) 3 D) -6

5. ¿Cuál de los siguientes puntos pertenece a la recta $y = 2x - 3$?

- A) (0, -2) B) (2, 1) C) (3, 1) D) (-1, -1)

6. Un taxi cobra 900 de bajada de bandera y 150 por km recorrido. ¿Cuál es el costo C en función de los km k ?

- A) $C = 150k - 900$ B) $C = 900k + 150$ C) $C = 900 + 150k$ D) $C = 1050k$

Geometría y Medición

7. Un rectángulo mide 8 cm por 5 cm. ¿Su perímetro?

- A) 13 cm B) 26 cm C) 40 cm D) 80 cm

8. En un triángulo rectángulo, los catetos miden 6 y 8. ¿La hipotenusa?

- A) 7 B) 10 C) 12 D) 14

9. Una figura se amplía con factor de escala 1,5. ¿En cuánto se multiplica su área?

- A) 1,5 B) 2 C) 2,25 D) 3



Datos y Probabilidad

10. En un curso se registraron las edades (en años): 12, 12, 13, 14, 14, 14, 15, 16. ¿La mediana?

- A) 13 B) 14 C) 14,5 D) 15

11. En una caja hay 5 rojas, 3 azules y 2 verdes. Se extrae **una** al azar. Probabilidad de **no** roja:

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$

12. Se encuestó sobre apps solo a estudiantes de 8º que toman el taller de informática. ¿Cuál afirmación es correcta?

- A) Es representativo de todos los jóvenes del país
B) Puede estar sesgado por **selección**
C) No tiene error muestral
D) Garantiza 95% de confianza

Clave de respuestas

1. C 2) C 3) B 4) A 5) B 6) C 7) B 8) B 9) C 10) B 11) C 12)
B

Interpretación por eje

- 0–1 correctas → **Refuerzo** del eje (parte en *Recordemos/Ejercitemos* del capítulo correspondiente).
- 2 correctas → **Base sólida**, pasa a *Repasemos/Consolidemos*.
- 3 correctas → **Listo para desafío** (ir a *Desafiémonos* y luego Ensayo general).

Tip de método: registra en tu **bitácora** *el paso exacto donde fallaste* y cómo lo corregiste. Revisa esa nota al día siguiente **antes** de practicar.



Cierre motivacional — Lluvia de aliento

Elige algunas de las siguientes frases para que te acompañen en este proceso. Tú puedes lograrlo¡!!

Tu diagnóstico no te etiqueta: te orienta

Hoy construyes tu piso, mañana levantas tu techo

Errar es ensayo; corregir es progreso

Cada minuto entrenando es un punto posible

Paso corto, mirada larga

Constancia vence a la suerte

Más método, menos miedo

Si te atoras: respira, marca, pasa, vuelve

Estás más cerca de lo que crees

Lo difícil de hoy será lo fácil de mañana

Tu esfuerzo se acumula en silencio y estalla en resultados

Confía en tu proceso

Con dudas se empieza, con hábitos se avanza

La matemática se entiende haciéndola

No compites con otros: compites con tu “ayer”

El tiempo y el método son tu dupla ganadora

La disciplina protege cuando el ánimo flaquea.

ANTES DE COMENZAR¡!!

Hagamos un pequeño pero sólido plan de estudio.

Para que puedas sacar el máximo provecho de este material, necesitas comprometerte a **no dejarlo hasta terminarlo**. Pero no quiere decir que debas correr para terminarlo, ni tan poco que lo tomes y lo dejes de lado. Entonces te propongo lo siguiente. Lo ideal, para favorecer el aprendizaje y el desarrollo de las habilidades que necesitas para la PAES M1, no deberías tardar más de 10 semanas en finalizar esta guía, ni tampoco menos de 4. Aquí te dejo una tabla para que tu registre tu propio ritmo considerando estos 2 límites.

Diagnóstico

PAES M1

Mini-ensayo inicial y mapa de fortalezas



Estima y registra el tiempo en semanas de cada capítulo:

Capítulo	Tiempo en semanas	Check
1.- Números y Operaciones		
2.- Algebra y Funciones		
3.- Geometría		
4.- Estadística		
5.- Ensayo General		



CAPÍTULO 1. NÚMEROS Y OPERACIONES

INTRODUCCIÓN

Bienvenida, bienvenido! Partimos este capítulo con una convicción: **dominar Números y Operaciones te da el timón de toda la PAES M1**. Aquí entrenarás la precisión, la velocidad y la seguridad para calcular, estimar, comparar y decidir con criterio. Este eje es tu “zona base”: cuando fortaleces sus ideas y procedimientos, todo lo demás—álgebra, funciones, geometría, datos y probabilidad—se vuelve más claro y más alcanzable.

Trabajaremos con una **ruta simple y exigente**: primero recordarás lo esencial con explicaciones breves y limpias; luego practicarás con ejemplos guiados paso a paso; más tarde automatizarás procedimientos en rutinas cortas y cronometradas; consolidarás con un mini-reto de 12 ítems; te **autoevaluarás** en un mini-ensayo del eje; y, si quieres ir por más, te medirás en un **Reto Avanzado**. Todo **sin calculadora**, y con tiempos sugeridos por ítem para entrenar el control del reloj.

Las **habilidades PAES** estarán presentes desde el primer minuto: **Resolver Problemas (RP)** como foco, **Representar (REP)** con claridad, **Modelar (MOD)** para traducir situaciones a lenguaje matemático, y **Argumentar (ARG)** para justificar lo que haces y detectar errores típicos. Tu objetivo no es solo “sacar resultados”, sino **pensar como quien entiende, decide y explica**. Por eso, te pediremos pequeños hábitos de alto impacto: estimar antes de calcular, verificar con operación inversa, simplificar de forma inteligente y registrar tus tropiezos para corregirlos rápido.

¿Qué vas a lograr aquí?

- **Confianza** para operar con enteros, fracciones, potencias y raíces enésimas.
- **Dominio** de porcentajes (incluidos los sucesivos) y notación científica.
- **Ritmo de prueba**: 60–75 s por ítem, con cabeza fría y estrategia clara.
- **Autonomía**: un método de estudio que incluye bitácora, meta diaria y repaso dirigido por tus propios errores.

Respira hondo, organiza tus materiales y arranca con decisión. Este capítulo está diseñado para que avances **de lo claro a lo complejo, de lo guiado a lo autónomo, y de la práctica al rendimiento real en la PAES**. Tu progreso se verá en tus resultados... y también en tu tranquilidad al resolver. Vamos juntos: **tú pones el esfuerzo, aquí va la ruta**.



Estructura del capítulo

A continuación, te explico cómo vamos a vivir esta experiencia de aprendizaje para que desarrolles las competencias que evalúa la prueba PAES M1 en este eje: Números y Operaciones

- **PRIMERO—RECORDEMOS**

Activamos conocimientos previos y fijamos el marco del capítulo: objetivos PAES M1, vocabulario y notación (coma decimal, punto de miles, sin calculadora), recordatorio de jerarquía de operaciones y propiedades numéricas; incluimos ejemplos ancla breves, errores frecuentes y conexiones con los demás ejes para que partas con claridad y un checklist de lo esencial.

- **SEGUNDO—EJERCITEMOS**

Resolvemos ejemplos paso a paso, de menor a mayor dificultad, mostrando estrategias (estimación previa, verificación con operación inversa, control de signos y fracciones) y una nota de “errores típicos” por ejemplo; el foco está en comprender por qué (RP, REP, MOD, ARG) y construir un método replicable antes de pasar a la práctica autónoma.

- **TERCERO—REPASEMOS**

Ejecutas una rutina corta y cronometrada para automatizar procedimientos clave (operaciones con enteros y racionales, potencias y raíces, porcentajes), con autocorrección inmediata, registro en bitácora y mini-metas de tiempo por ítem para afinar fluidez sin perder precisión.

- **CUARTO—CONSOLIDEMOS**

Pones a prueba lo aprendido en un mini reto tipo PAES con solucionario detallado: respondes primero, contrastas con la tabla de claves, revisas el paso donde fallaste y anotas fortalezas y debilidades por habilidad (RP, REP, MOD, ARG) para ajustar tu plan de estudio de forma dirigida.

- **QUINTO—EVALUÉMONOS**

Rindes un mini-ensayo del eje en condiciones similares a la PAES (tiempos, formato, sin calculadora), obtienes tu puntaje estimado y una escala de dominio, interpretas resultados con una rúbrica simple y extraes acciones concretas de mejora enfocadas en tus brechas más costosas en tiempo o precisión.

- **SEXTO—DESAFIÉMONOS**



Enfrentas un Reto Avanzado de 8 ítems de alta complejidad e integración (trampas comunes, representaciones múltiples, modelación y argumentación sólida), optimizando estrategias de decisión bajo tiempo; la meta es elevar techo de rendimiento y entrenar la calma técnica para el tramo alto de la escala.



PRIMERO — RECORDEMOS

Explicación de los fundamentos teóricos y prácticos indispensables para comprender y resolver los ejercicios del eje Números y Operaciones (PAES M1).

Conjuntos numéricos y representación

Trabajaremos principalmente con enteros y racionales; situamos ambos dentro de los reales para dar contexto.

Naturales (con y sin cero):

$$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}, \quad \mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$$

Enteros:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Racionales (cociente de enteros no nulo el denominador):

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \right\}$$

Reales (contexto general; M1 enfatiza aritmética de (\mathbb{Z}) y (\mathbb{Q})):

$$\mathbb{R} = \{\text{números con representación decimal: racionales e irracionales}\}$$

Orden y distancia en la recta numérica:

$$a < b \text{ si } b - a > 0$$

$$|x| = \text{distancia de } x \text{ al } 0, \quad d(a, b) = |a - b|$$

Intervalos (útiles en lectura de gráficos y condiciones de dominio):

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}, \quad (a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$$



Notación decimal, redondeo y aproximaciones

En Chile se escribe con coma decimal y punto de miles. Ejemplo: 12.345,678

Conversión fracción \leftrightarrow decimal y decimales periódicos:

$$\frac{1}{4} = 0,25 \quad \frac{1}{3} = 0,\overline{3}$$

Redondeo a k decimales (regla de 5 o más):

Redondear(x, k) = x aproximado con k decimales

Error absoluto y relativo (para control de calidad de resultados):

$$E_{\text{abs}} = |x - \tilde{x}|, \quad E_{\text{rel}} = \frac{|x - \tilde{x}|}{|x|}$$

Propiedades y jerarquía de operaciones

Propiedades estructurales (para simplificar y verificar resultados):

$$a + b = b + a \quad (\text{comutativa de la suma})$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad (\text{asociativa de la suma})$$

$$a \cdot b = b \cdot a, \quad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$a(b + c) = ab + ac \quad (\text{distributiva})$$



Jerarquía de operaciones (PEMDAS sin calculadora): paréntesis → potencias/raíces → multiplicación/división → suma/resta.

Fracciones y operaciones con racionales

Definiciones y equivalencias:

$$\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb} \quad (k \neq 0), \quad \text{forma irreducible si } \gcd(a, b) = 1$$

Suma y resta:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

Multiplicación y división:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Regla de signos:

$$(+)\cdot(+) = +, \quad (+)\cdot(-) = -, \quad (-)\cdot(-) = +$$

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo:

$\text{mcd}(a, b)$ = máximo divisor común de a y b

$$\text{mcm}(a, b) = \frac{|ab|}{\text{mcd}(a, b)}$$

Observación PAES: conviene simplificar antes de multiplicar para evitar números grandes.



Porcentajes

Definición y relación con fracción/decimal:

$$p\% = \frac{p}{100}, \quad p\% \text{ de } A = \frac{p}{100} \cdot A$$

Aumento y descuento:

$$A_{\text{nuevo}} = A \left(1 + \frac{p}{100}\right) \quad \text{o} \quad A \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

Variación porcentual (comparar nuevo vs. antiguo):

$$\% \text{ variación} = \frac{A_{\text{nuevo}} - A_{\text{antiguo}}}{A_{\text{antiguo}}} \cdot 100\%$$

Porcentajes sucesivos (no se suman directamente):

$$A \left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 + \frac{q}{100}\right) \neq A \left(1 + \frac{p+q}{100}\right) \text{ en general}$$

Potencias

Definición para exponente natural y casos especiales:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ factores}}, \quad a^1 = a, \quad a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

Reglas operacionales:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$



Exponentes negativos y base negativa:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0), \quad (-a)^{2k} = a^{2k}, \quad (-a)^{2k+1} = -a^{2k+1}$$

Notación científica (para números muy grandes o muy pequeños):

$$x = a \times 10^n, \quad 1 \leq a < 10, n \in \mathbb{Z}$$

Raíces enésimas

Definición y relación con potencias fraccionarias:

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n} \quad (a \geq 0 \text{ si } n \text{ par}), \quad a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

Propiedades (con restricciones de signo para índices pares):

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}, \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0)$$

Racionalización de denominadores (casos frecuentes en PAES):

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} \quad (a > 0)$$

$$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$$

Estrategias de estimación y control de resultados

- Estimar antes de calcular para anticipar el orden de magnitud.
- Verificar con la operación inversa (ej.: dividir para comprobar un producto).
- Usar factores compatibles y descomposición (ej.: $25 \cdot 4 = 100$) para cálculo mental.



- Controlar signos y paridad de exponentes para evitar errores de dirección (+/-).

Errores frecuentes (alertas rápidas)

- Sumar porcentajes sucesivos como si fueran una sola tasa (no válido en general)
- Olvidar el denominador común en suma/resta de fracciones
- Aplicar distributiva sobre una potencia: $(a+b)^n = a^n + b^n$ salvo casos particulares
- Perder el orden de operaciones (ej.: hacer suma antes que multiplicación)
- Ignorar que $\sqrt{a^2} = |a|$ y no simplemente a

Vocabulario esencial del eje

- Número entero, racional, real; valor absoluto; distancia; intervalo.
- Fracción propia/impropia/mixta; simplificar; mcd; mcm; equivalencia.
- Porcentaje, tasa, variación porcentual, descuento/aumento.
- Potencia, exponente, base, exponente negativo, notación científica.
- Raíz enésima, índice par/ímpar, racionalización, conjugado.

Cierre de la sección

Con estos fundamentos teóricos y prácticos estás listo/a para abordar los ejemplos guiados del eje y luego automatizar los procedimientos. Mantén estas ideas a la vista durante el capítulo.



SEGUNDO — EJERCITEMOS

¡Hora de poner manos a la obra! Esta sección es tu “gimnasio” PAES: entrenas con ejemplos guiados, reconoces patrones y blindas tus procedimientos.

Recomendación de uso:

- Intenta cada ítem sin mirar la solución.
 - Compara con el desarrollo paso a paso.
 - Subraya los pasos clave y anota tus errores típicos.
 - Repite solo lo que falló hasta que salga fluido y sin dudas.
- Tiempo sugerido: 20–30 min para toda la sección.

Ejemplo 1. Orden en la recta numérica y comparación de racionales

Problema. Ordena de menor a mayor: $-\frac{3}{4}$, 0, 7, $-0,65$, $\frac{2}{3}$

Desarrollo paso a paso.

Pasa a decimales comparables: $-\frac{3}{4} = -0,75$, $\frac{2}{3} = 0,\overline{6}$

Lista: $-0,75, -0,65, 0,\overline{6}, 0,7$

Orden: $-0,75 < -0,65 < 0,\overline{6} < 0,7$

Respuesta. $-\frac{3}{4} < -0,65 < \frac{2}{3} < 0,7$

Errores comunes. Confundir 0,66 con $0,\overline{6}$; olvidar que entre negativos “más pequeño” es el más alejado de 0 hacia la izquierda.



Ejemplo 2. Redondeo y error

Problema. Redondea 12,345678 a 3 decimales y calcula el error absoluto.

Desarrollo paso a paso.

A tres decimales: observa la cuarta cifra (6) $\Rightarrow 12,345678 \approx 12,346$

Error absoluto: $|12,345678 - 12,346| = 0,000322$

Respuesta. Aproximación 12,346 ; error absoluto 0,000322

Errores comunes. Redondear mal con “5”; olvidar que el error absoluto siempre es positivo.

Ejemplo 3. Jerarquía de operaciones

Problema. Calcula $3^2 - 4 \cdot (5 - 7)^2$

Desarrollo paso a paso.

Paréntesis: $(5 - 7) = -2$

Potencia: $(-2)^2 = 4$ y $3^2 = 9$

Producto: $4 \cdot 4 = 16$

Resta: $9 - 16 = -7$

Respuesta. -7

Errores comunes. Alterar el orden (hacer sumas antes que potencias o productos) y omitir que $(-2)^2 = 4$ (el signo también se eleva si está entre paréntesis).



Ejemplo 4. Suma y resta de fracciones

Problema. Calcula $\frac{3}{4} - \frac{5}{6}$

Desarrollo paso a paso.

Denominador común 12: $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$.

Resta: $\frac{9}{12} - \frac{10}{12} = -\frac{1}{12}$

Simplifica (ya está irreducible).

Respuesta. $-\frac{1}{12}$

Errores comunes. Restar numeradores y denominadores “en cruz” incorrectamente; olvidar el denominador común.

Ejemplo 5. Multiplicación de fracciones y simplificación previa

Problema. Calcula $\frac{18}{35} \cdot \frac{14}{27}$ simplificando antes de multiplicar.

Desarrollo paso a paso.

Simplifica 18 con 27: divide por 9 $\Rightarrow \frac{2}{3}$

Simplifica 14 con 35: divide por 7 $\Rightarrow \frac{2}{5}$

Multiplica: $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$

Respuesta. $\frac{4}{15}$

Errores comunes. Multiplicar grande y recién simplificar (crea números incómodos); no ver factores comunes en diagonal.



Ejemplo 6. Hallar el máximo común divisor mcd y el mínimo común múltiplo mcm (verificación con identidad)

Problema. Halla el mcd(84,126) y mcm(84,126)

Desarrollo paso a paso.

$$\text{Factoriza: } 84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7, 126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$\text{mcd} = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 7 = 42.$$

$$\text{mcm} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 252.$$

$$\text{Verifica: } 84 \cdot 126 = 10584 \text{ y } 42 \cdot 252 = 10584$$

Respuesta. mcd = 42, mcm = 252

Errores comunes. Tomar potencias máximas para el mcd (deben ser mínimas) o mezclar reglas entre mcd / mcm

Ejemplo 7. Porcentaje con descuento y luego IVA

Problema. Un producto cuesta 24,000. Tiene descuento de 15% y luego se aplica IVA de 19%. ¿Precio final?

Desarrollo paso a paso.

$$\text{Descuento: } 24,000 \cdot (1 - 0,15) = 24,000 \cdot 0,85 = 20,400$$

$$\text{Con IVA: } 20,400 \cdot (1 + 0,19) = 20,400 \cdot 1,19 = 24,276$$

Respuesta. 24,276

Errores comunes. Sumar tasas como si fueran una sola ($-15\% + 19\% = +4\%$) o cambiar el orden (descuento después del IVA da otro resultado).

Ejemplo 8. Porcentajes sucesivos y variación porcentual

Problema. Un valor aumenta 10% y luego disminuye 20%. ¿Variación total?

Desarrollo paso a paso.

$$\text{Factor compuesto: } (1 + 0,10) \cdot (1 - 0,20) = 1,10 \cdot 0,80 = 0,88$$

$$\text{Variación relativa: } 0,88 - 1 = -0,12 \Rightarrow -12\%$$

Respuesta. Disminuye 12%



Errores comunes. Sumar +10% y -20% para concluir -10%; los porcentajes no se suman en cambios sucesivos.

Ejemplo 9. Reglas de potencias (exponentes negativos y cociente)

Problema. Simplifica $\frac{2^5 \cdot 2^{-3}}{2^2}$

Desarrollo paso a paso.

Propiedad: $2^5 \cdot 2^{-3} = 2^{5+(-3)} = 2^2$

Cociente: $\frac{2^2}{2^2} = 2^{2-2} = 2^0 = 1$

Respuesta. 1

Errores comunes. Pensar que $2^0 = 0$ (en realidad $2^0 = 1$); sumar o restar exponentes con bases distintas.

Ejemplo 10. Notación científica (producto)

Problema. Calcula $(3,2 \times 10^5) \cdot (4 \times 10^{-3})$ y expresa en notación científica.

Desarrollo paso a paso.

Agrupa números y potencias: $(3,2 \cdot 4) \times 10^{5+(-3)} = 12,8 \times 10^2$

Ajusta mantisa: $12,8 = 1,28 \times 10^1 \Rightarrow 1,28 \times 10^1 \times 10^2 = 1,28 \times 10^3$

Respuesta. $1,28 \times 10^3$

Errores comunes. Dejar la mantisa fuera del rango [1,10]; mover coma y no compensar con la potencia.

Ejemplo 11. Raíces y racionalización (conjugados)

Problema. Racionaliza $\frac{3}{\sqrt{5}-2}$

Desarrollo paso a paso.

Multiplica por el conjugado: $\frac{3}{\sqrt{5}-2} \cdot \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \frac{3(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5})^2 - 2^2}$

Denominador: $5-4=1$



Resultado final: $3\sqrt{5} + 6$

Respuesta. $3\sqrt{5} + 6$

Errores comunes. Multiplicar “arriba y abajo” por $\sqrt{5} - 2$ (no elimina la raíz); olvidar la diferencia de cuadrados en el denominador.

Ejemplo 12. Estimación y control: $\sqrt{50}$ sin calculadora

Problema. Estima $\sqrt{50}$ y verifica la razonabilidad.

Desarrollo paso a paso.

$$\text{Acota: } 7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2 \Rightarrow 7 < \sqrt{50} < 8$$

$$\text{Aproxima linealmente cerca de 49: } \sqrt{49 + \Delta} \approx 7 + \frac{\Delta}{2 \cdot 7} \text{ con } \Delta = 1.$$

$$\sqrt{50} \approx 7 + \frac{1}{14} = 7,0714\dots$$

$$\text{Verifica: } (7,07)^2 \approx 49,9849 \approx 50 \text{ (consistente).}$$

Respuesta. $\sqrt{50} \approx 7,07$ (buena aproximación).

Errores comunes. Afirmar $\sqrt{50} = 7,5$ por “estar a la mitad” (la raíz no es lineal); no verificar elevando al cuadrado.

Ejemplo 13. Fracción mixta, operación y simplificación

Problema. Calcula $2\frac{1}{3} - \frac{5}{9}$ y deja resultado irreducible.

Desarrollo paso a paso.

$$\text{Pasa a impropia: } 2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\text{Denominador común 9: } \frac{7}{3} = \frac{21}{9}$$

$$\text{Resta: } \frac{21}{9} - \frac{5}{9} = \frac{16}{9}$$

$$\text{Mixta (opcional): } \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$$

Respuesta. $\frac{16}{9}$ (o $1\frac{7}{9}$)



Errores comunes. Restar parte entera con parte fraccionaria por separado; olvidar unificar denominadores.

Ejemplo 14. Potencias y raíces en una misma expresión

Problema. Simplifica $\sqrt[3]{8} \cdot 2^{-1} \cdot \sqrt{4}$

Desarrollo paso a paso.

$$\sqrt[3]{8} = 2 ; \sqrt{4} = 2$$

$$\text{Producto: } 2 \cdot 2^{-1} \cdot 2 = 2^{1-1+1} = 2^1 = 2$$

Respuesta. 2.

Errores comunes. Tratar $\sqrt[3]{8}$ como $8^{1/2}$; olvidar que $2^{-1} = \frac{1}{2}$

Ejemplo 15. Porcentaje en contexto de proporciones (mezcla)

Problema. Una solución tiene 5% de sal. Si hay 2000 mL, ¿cuántos mL de sal contiene? Luego se agregan 500 mL de agua. ¿Cuál es el nuevo porcentaje?

Desarrollo paso a paso

$$\text{Sal inicial: } 2000 \cdot 0,05 = 100 \text{ mL}$$

$$\text{Nuevo volumen: } 2000 + 500 = 2500 \text{ mL (sal constante)}$$

$$\text{Porcentaje nuevo: } \frac{100}{2500} = 0,04 = 4\%$$

Respuesta. 100 mL de sal; concentración final 4%

Errores comunes. Aplicar 5% al nuevo volumen; creer que el porcentaje "permanece igual" al agregar agua.

Cierre rápido

Revisa qué ejemplos te costaron más y marca cuál fue el paso exacto del error.

Vuelve a practicar solo esos pasos (no todo el ejercicio).

Si dominas $\geq 10/12$ con fluidez, pasa a Repasemos; si no, reintenta los 3 más débiles mañana con tiempo controlado.



TERCERO — REPASEMOS

Ahora a automatizar procedimientos (10–12 min)

Propósito. Ganar velocidad + precisión en los cálculos más frecuentes del eje Números y Operaciones (PAES M1) mediante micro-series muy cortas, sin calculadora y con control de tiempo.

Reglas de la rutina

- Tiempo total: 10–12 min.
- Herramientas: lápiz, hoja en blanco, cronómetro. Sin calculadora.
- Meta por ítem: ≤ 45 s, con procedimiento limpio y sin tachones.
- Criterio de dominio: $\geq 90\%$ correctos en dos días seguidos (misma rutina).
- Si fallas 2 seguidos: baja un nivel (más simple) y repite mañana.

Estructura (4 fases)

Activación (2 min)

- Estimación rápida: ubica $\sqrt{45}$ entre 6 y 7; decide si $0,49 < \frac{1}{2}$; redondea 12,347 a 2 decimales.
- Reconoce factores “compatibles”: $25 \cdot 4 = 100$, $125 \cdot 8 = 1000$.

Núcleo de automatización (6–8 min)

Ejecuta 6 micro-series (A–F). En cada una resuelve 2 ítems (20–45 s c/u).

A. Jerarquía de operaciones.

$$1) 3^2 - 2(5-7) + 4 \quad 2) 6 + 2 \cdot 3^2 - 4$$



B. Fracciones: común denominador y suma/resta.

$$1) \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{4} \quad 2) \frac{7}{10} - \frac{3}{5}$$

C. Producto de fracciones con simplificación previa.

$$1) \left(\frac{18}{35}\right) \times \left(\frac{14}{27}\right) \quad 2) \left(\frac{21}{40}\right) \times \left(\frac{16}{63}\right)$$

D. mcd / mcm por factorización.

$$1) \text{mcm}(18, 24) \quad 2) \text{mcd}(36, 48)$$

E. Potencias y notación científica.

$$1) \frac{2^3 \cdot 2^{-5}}{2^{-2}} \quad 2) (3,2 \times 10^5)(4 \times 10^{-3})$$

F. Raíces: racionalización y simplificación.

$$1) \frac{3}{\sqrt{5}-2} \quad 2) \sqrt{50} - \sqrt{8}$$

Chequeo relámpago (1-2 min).

Verifica resultados con: operación inversa, aproximación/orden de magnitud, o igualdad de fracciones por cruz ($ad = bc$).



Micro-bitácora (1-2 min).

Plantilla breve de registro (usa en tu cuaderno) Registra solo lo que fallaste y el paso del error (p. ej., “olvidé mcm”, “propiedad de potencias”).

Serie	Ítems correctos	Tiempo promedio	Error típico detectado	Acción de mejora (mañana)
A	/2	s		
B	/2	s		
C	/2	s		
D	/2	s		
E	/2	s		
F	/2	s		

Pautas clave por tipo de tarea (recordatorios de 1 línea)

Jerarquía: Paréntesis → potencias/raíces → multiplicación/división → suma/resta.

Fracciones: Unifica con mcm ; no sumes denominadores; simplifica al final.

Producto de fracciones: Simplifica antes en diagonal si hay factores comunes.

mcd, mcm: Usa factorización: mcd toma potencias mínimas; mcm , máximas.

Potencias: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Notación científica: Mantisa en [1,10) y ajusta el exponente en 10^k .

Raíces: $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ si $a,b \geq 0$; racionaiza con el conjugado.



Escalado de dificultad (para próximos días)

Nivel 1 (base): números “amigables” y fracciones pequeñas.

Nivel 2: introduce mixtas/improprias y potencias negativas.

Nivel 3: agrega porcentajes sucesivos y racionalizaciones con binomios (p.
ej., $\frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$).

Objetivo personal: completar 10–12 ítems en ≤ 12 min con $\geq 90\%$ de aciertos.

Si no se logra, repite mañana el mismo set bajando un nivel en la(s) serie(s) con “error típico detectado”.



CUARTO — CONSOLIDEMOS

¡Muy bien! Esta sección es tu puesta a punto: un mini reto de 12 ítems para consolidar lo aprendido y entrenar ritmo de prueba PAES.

Cómo abordarlo

- Trabaja sin calculadora y controla el tiempo: ≤ 1 minuto por ítem (total sugerido: 12–15 min).
- Resuelve todos los ítems antes de mirar la clave.
- Marca cada ítem en tu cuaderno: ● (seguro), ○ (dudas/tiempo justo), ● (no resultó).
- Luego usa el desarrollo paso a paso solo en los que marcaste ○ / ●.

12 ejercicios de práctica tipo PAES

1. ¿Cuál es el número mayor?

A) $-0,45$

B) $-\frac{1}{3}$

C) $-0,4$

D) $-\frac{2}{5}$

2. Redondea 15,846 a 1 decimal.

A) 15,8

B) 15,9

C) 15,85

D) 16,0



3. Calcula la expresión: $5^2 - 3(4 - 7) + 2 =$

- A) 20
- B) 30
- C) 36
- D) 40

4. Calcula la expresión: $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} - \frac{1}{6} =$

- A) $\frac{5}{8}$
- B) $\frac{13}{24}$
- C) $\frac{7}{12}$
- D) $\frac{3}{4}$

5. Calcula la expresión: $\left(\frac{15}{28}\right) \times \left(\frac{14}{45}\right)$

- A) $\frac{1}{6}$
- B) $\frac{1}{9}$
- C) $\frac{7}{12}$
- D) $\frac{15}{90}$

6. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo entre 12 y 18?

- A) 18
- B) 24
- C) 36
- D) 72



7. Un artículo cuesta \$ 36.000 Tiene 25% de descuento y luego sube 10% ¿Cuál es su precio final?

- A) \$29.700
- B) \$30.000
- C) \$31.680
- D) \$27.900

8. Un valor sube 25% y luego baja 20%. Su variación total es:

- A) +5%
- B) 0%
- C) -5%
- D) -1%

9. Simplifica la expresión: $\frac{3^4 \cdot 3^{-2}}{3^{-1}}$

- A) $\frac{1}{27}$
- B) 3
- C) 9
- D) 27

10. En notación científica normalizada: $(6,0 \times 10^{-4})(5 \times 10^6) =$

- A) $3,0 \times 10^3$
- B) 30×10^2
- C) $0,30 \times 10^5$
- D) $3,0 \times 10^2$



11. Racionaliza la expresión: $\frac{2}{\sqrt{3} + 1}$

- A) $\sqrt{3} - 1$
- B) $\frac{2\sqrt{3} - 2}{3}$
- C) $\frac{2}{\sqrt{3} - 1}$
- D) $\sqrt{3} + 1$

12. Simplifica la expresión: $\sqrt{72} + \sqrt{50} - \sqrt{8}$

- A) $9\sqrt{2}$
- B) $3\sqrt{2}$
- C) $\sqrt{114}$
- D) $7\sqrt{2}$

Clave de respuestas

Nº	Respuesta
1	B
2	A
3	C
4	A
5	A
6	C
7	A
8	B
9	D
10	A
11	A
12	A

Soluciones paso a paso (con explicaciones breves)

1. Entre negativos, es mayor el que está más cerca de 0 (menos negativo)

$-\frac{1}{3} \approx -0,333\dots$ es mayor que $-0,4$, $-0,45$ y $-\frac{2}{5} = -0,4$

Respuesta: B



2. 15,846 a 1 decimal: mira la centésima (4). Como $4 < 5$, se queda en 15,8
Respuesta: A
-

3. $5^2 - 3(4 - 7) + 2 :$

Paréntesis: $4 - 7 = -3$

Producto: $-3(-3) = 9$

Potencia: $5^2 = 25$

Suma: $25 + 9 + 2 = 36$

Respuesta: C

4. $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} - \frac{1}{6} : \text{usa mcm}(8,12,6) = 24$

$\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$; $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$; $\frac{1}{6} = \frac{4}{24}$

$9 + 10 - 4 = 15; \Rightarrow; \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

Respuesta: A

5. $\left(\frac{15}{28}\right)x\left(\frac{14}{45}\right) : \text{simplifica antes}$

15 con 45 \Rightarrow divide por 15: $\frac{1}{3}$

14 con 28 \Rightarrow divide por 14: $\frac{1}{2}$

Producto: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Respuesta: A

6. $\text{mcm}(12,18)$ por factorización

$12 = 2^2 \cdot 3$; $18 = 2 \cdot 3^2$

Toma máximas potencias: $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$

Respuesta: C

7. Descuento y luego alza

Precio con 25% de descuento: $36.000x(1 - 0,25) = 36.000x0,75 = 27.000$

Luego +10%: $27.000 \cdot 1,10 = 29.700$

Respuesta: A



8. Cambios sucesivos: factor total = $1,25 \cdot 0,80 = 1,00$

Variación = $1,00 - 1 = 0\%$

Respuesta: B

9. $\frac{3^4 \cdot 3^{-2}}{3^{-1}}$:

Suma de exponentes en el numerador: $3^{4-2} = 3^2$

Cociente: $3^{2-(-1)} = 3^3 = 27$

Respuesta: D

10. $(6,0 \times 10^{-4})(5 \times 10^6)$

Mantisas: $6,0 \cdot 5 = 30,0$; potencias: $10^{-4} \cdot 10^6 = 10^2$

$30,0 \times 10^2 = 3,0 \times 10^3$ (normalizada)

Respuesta: A

11. $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$: multiplica por el conjugado $\sqrt{3}-1$

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1} = \sqrt{3}-1$$

Respuesta: A.

12. $\sqrt{72} + \sqrt{50} - \sqrt{8}$:

$$\sqrt{72} = 6\sqrt{2}; \sqrt{50} = 5\sqrt{2}; \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$6\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

Respuesta: A.

Auto-diagnóstico: fortalezas y debilidades (úsalo justo después del reto)

Mapa rápido de habilidades por ítem. Toma nota de los ejercicios que tuviste problemas y llévalos a la siguiente tabla de autoevaluación.

- Comparación y orden de racionales: **1**
- Redondeo y aproximaciones: **2**
- Jerarquía de operaciones: **3**
- Fracciones (suma/resta con mcm): **4**



Fracciones (producto y simplificación previa): 5

- mcd / mcm por factorización: **6**
- Porcentajes (descuento/alza): **7**
- Porcentajes sucesivos y variación: **8**
- Potencias (exponentes negativos/cociente): **9**
- Notación científica: **10**
- Raíces y racionalización (conjugado): **11**
- Radicales (simplificación y combinación): **12**

Plantilla de registro (copiar en el cuaderno)

Ítem	¿Correcto?	Tiempo (s)	Paso donde fallé	Acción concreta de mejora
1	<input type="checkbox"/>			
2	<input type="checkbox"/>			
3	<input type="checkbox"/>			
4	<input type="checkbox"/>			
5	<input type="checkbox"/>			
6	<input type="checkbox"/>			
7	<input type="checkbox"/>			
8	<input type="checkbox"/>			



9	<input type="checkbox"/>			
10	<input type="checkbox"/>			
11	<input type="checkbox"/>			
12	<input type="checkbox"/>			

Sugerencia: si marcaste ● en un bloque (p. ej., fracciones: 4–5), vuelve a la sección Recordemos correspondiente y repite la Rutina breve de “Tercero—Repasemos” enfocada en ese contenido. Meta de consolidación: alcanzar $\geq 10/12$ correctos en ≤ 15 min dos días seguidos.



QUINTO — EVALUÉMONOS

Mini Ensayo PAES M1

Objetivo: estimar tu dominio del eje Números y Operaciones con 20 ítems tipo PAES (A-D), sin calculadora, en condiciones de tiempo real.

Consejos de test-training:

- Lee primero todas las instrucciones; responde fácil → medio → difícil.
- Controla el tiempo: 60–75 s por ítem. Si te bloqueas, marca y sigue.
- Trabaja sin calculadora; redondea con criterio y verifica con estimaciones.
- En fracciones, unifica denominadores y simplifica; en potencias, usa propiedades; en raíces, racionaliza si conviene.
- Al terminar, transfiere tus respuestas a la hoja de respuestas y revisa rápidamente los ítems marcados con duda.

Tabla de tiempos sugeridos

Tramo de ítems	Contenido foco	Tiempo por ítem	Subtotal
1-5	Comparación, redondeo, jerarquía	60–75 s	6–7 min
6-10	Fracciones, potencias	60–75 s	6–7 min
11-15	Porcentajes, notación científica	60–75 s	6–7 min
16-20	Raíces, mcd/mcm y misceláneos	60–75 s	6–7 min

Tiempo total estimado: 20–25 min



Prueba (20 ítems tipo PAES, A-D)

1. ¿Cuál es el número mayor? $-0,4$, $-\frac{2}{3}$, $-0,5$, 0

A) $-0,4$

B) $-\frac{2}{3}$

C) $-0,5$

D) 0

2. Redondea $12,478$ a 2 decimales

A) $12,47$

B) $12,48$

C) $12,49$

D) $12,4$

3. Calcula $3^2 + 4 \cdot (5 - 2)$

A) 21

B) 33

C) 45

D) 69

4. Calcula $\frac{3}{4} - \frac{5}{6}$

A) $-\frac{1}{12}$

B) $\frac{1}{12}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $-\frac{1}{2}$



5. Calcula $\frac{18}{35} \times \frac{14}{27}$ simplificando antes

A) $\frac{4}{15}$

B) $\frac{8}{105}$

C) $\frac{28}{945}$

D) $\frac{14}{35}$

6. ¿Cuál es mínimo común múltiplo entre 18 y 24?

A) 36

B) 72

C) 216

D) 12

7. Un artículo cuesta \$24.000. Tiene descuento de 15% y luego IVA de 19%. ¿Cuál es su precio final?

A) \$24.276

B) \$23.460

C) \$27.314

D) \$20.400



8. Un valor aumenta 10% y luego disminuye 20%. ¿Variación total?

- A) +10%
- B) -12%
- C) -10%
- D) 0%

9. Simplifica la expresión: $\frac{2^{-3} \cdot 2^5}{2^2}$

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- D) 8

10. Expresa en notación científica: $(3,2 \times 10^4) \cdot (2 \times 10^{-3})$

- A) $6,4 \times 10^0$
- B) $0,64 \times 10^2$
- C) $6,4 \times 10^1$
- D) 64×10^0

11. Racionaliza la expresión: $\frac{3}{\sqrt{5}}$

- A) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
- B) $\frac{3\sqrt{5}}{25}$
- C) $\frac{3}{5\sqrt{5}}$
- D) $3\sqrt{5}$



12. Aproxima $\sqrt{50}$

- A) 6,8
- B) 7,1
- C) 7,07
- D) 7,5

13. Calcula $2\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$

- A) $\frac{3}{2}$
- B) $\frac{5}{6}$
- C) $\frac{7}{6}$
- D) $\frac{4}{3}$

14. Simplifica $(\sqrt{12} - \sqrt{3})^2$

- A) 3
- B) 9
- C) 12
- D) 15

15. Convierte a decimal $\frac{7}{9}$

- A) 0,7
- B) 0,77
- C) $0,\bar{7}$
- D) 0,07



16. Si $x = 3,456$ y se aproxima a 2 decimales, calcula el error absoluto $|x - \tilde{x}|$

- A) 0,04
- B) 0,004
- C) 0,0004
- D) 0,4

17. Calcula $\frac{\frac{5}{12}}{\frac{5}{8}}$

- A) $\frac{5}{8}$
- B) $\frac{12}{5}$
- C) $\frac{2}{3}$
- D) $\frac{3}{2}$

18. Calcula $(3^{-2})^{-1} \cdot 3$

- A) 3
- B) 9
- C) 81
- D) 27

19. Convierte $4,5 \times 10^{-2}$ a decimal

- A) 0,45
- B) 0,045
- C) 0,0045
- D) 45



20. ¿Cuál es $\text{mcd}(84, 126)$?

- A) 14
- B) 28
- C) 42
- D) 84

Hoja de respuestas (marca con X)

Nº	A	B	C	D	Observación
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					



Clave de respuestas correctas

Nº	Respuesta
1	D
2	B
3	A
4	A
5	A
6	B
7	A
8	B
9	A
10	C
11	A
12	C
13	A
14	A
15	C
16	B
17	C
18	D
19	B
20	C

Tabla de equivalencia estimada

Correctas (0-20)	Puntaje PAES (estimado)		
0	100	16	820
1	145	17	865
2	190	18	910
3	235	19	955
4	280	20	1000
5	325		
6	370		
7	415		
8	460		
9	505		
10	550		
11	595		
12	640		
13	685		
14	730		
15	775		



Interpretación: la tabla de conversión de puntaje a puntaje PAES es orientativa. El puntaje PAES real depende de la dificultad del examen y del desempeño del grupo. Úsala para monitorear tu progreso: repite el mini-ensayo una semana después y compara. Si obtienes menos de 10 correctas, vuelve a 'Recordemos' y 'Repasemos' del capítulo; si estás entre 10–15, refuerza procedimientos y tiempo; sobre 15, concentra la práctica en tus errores típicos.



SEXTO — DESFIÉMONOS

Reto Avanzado, tipo PAES Nivel: Avanzado

Objetivo: resolver 8 ítems de máxima dificultad del eje Números y Operaciones (PAES M1), sin calculadora, controlando tiempos y justificando decisiones

Instrucciones y consejos prácticos

- Tiempo sugerido: 75–90 s por ítem; total 10–12 min
- Orden de ataque: primero los que reconoces por estructura, luego los que requieren más pasos
- Escribe estimaciones intermedias para controlar el orden de magnitud y detectar errores de signo
- En potencias usa propiedades antes de operar; en fracciones simplifica en diagonal; en radicales usa conjugados cuando convenga
- Si una alternativa es obviamente imposible por orden de magnitud, descártala y ahorra tiempo

Mini desafío: 8 ítems (A-D)

1. Simplifica $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{-1}$

A) $\frac{9}{8}$

B) $\frac{3}{2}$

C) 1

D) $\frac{5}{8}$



2. Simplifica $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

A) $5 - 2\sqrt{6}$

B) $\frac{1}{5 - 2\sqrt{6}}$

C) $\sqrt{6} - 5$

D) $\frac{1}{\sqrt{6}}$

3. Un valor aumenta 20% y luego disminuye $x\%$ y queda igual que al inicio.

¿Cuál es x ?

A) 16,7%

B) 16,66%

C) 20%

D) 25%

4. Calcula $\frac{\text{mcm}(84,126) \times \text{mcd}(84,126)}{84 \cdot 126}$

A) 1

B) 2

C) 0

D) 7



5. Calcula $\frac{\frac{5}{12} + \frac{7}{18}}{\frac{11}{36}}$

A) $\frac{29}{11}$

B) $\frac{11}{29}$

C) 2,9

D) 3

6. Expresa en notación científica normalizada $\frac{(6,4 \times 10^{-3})(2,5 \times 10^5)}{8 \times 10^1}$

A) 2×10^1

B) $2,0 \times 10^0$

C) 2×10^2

D) $2,5 \times 10^1$

7. Compara $\sqrt{50} + \sqrt{18}$ con $\sqrt{128}$. Elige la relación correcta

A) <

B) >

C) =

D) No se puede determinar



8. Calcula $\frac{1}{\sqrt{5}-2} - \frac{1}{\sqrt{5}+2}$

- A) 4
- B) 2
- C) 1
- D) 0

Clave de respuestas

Nº	Respuesta
1	A
2	A
3	B
4	A
5	A
6	A
7	C
8	A

Solucionario (paso a paso)

Ejercicio 1

Usa potencias fraccionarias: $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{27}{8}}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

Multiplica por $2^{-1} = \frac{1}{2}$: $\frac{9}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{8}$

Respuesta: $\frac{9}{8}$

Ejercicio 2

Conjugado: $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{3-2}$

Numerador: $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 = 3+2-2\sqrt{6} = 5-2\sqrt{6}$



Resultado: $5 - 2\sqrt{6}$

Respuesta: $5 - 2\sqrt{6}$

Ejercicio 3

Sea V el valor inicial: $V \cdot 1,20 \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right) = V$

Simplifica: $1,20 \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 1 \Rightarrow 1 - \frac{x}{100} = \frac{5}{6}$

$$\frac{x}{100} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = 16,66\%$$

Respuesta: 16,66%

Ejercicio 4

Usa $\text{mcm}(a, b) \cdot \text{mcd}(a, b) = a \cdot b$

Entonces $\frac{\text{mcm}(84, 126) \cdot \text{mcd}(84, 126)}{84 \cdot 126} = 1$

Respuesta: 1

Ejercicio 5

Suma: $\frac{5}{12} + \frac{7}{18} = \frac{15}{36} + \frac{14}{36} = \frac{29}{36}$

Divide: $\frac{\frac{29}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{29}{11}$

Respuesta: $\frac{29}{11}$

Ejercicio 6

Multiplica: $(6,4 \times 10^{-3})(2,5 \times 10^5) = 16 \times 10^2$

Divide por 8×10^1 : $\frac{16 \times 10^2}{8 \times 10^1} = 2 \times 10^1$

Forma normalizada: 2×10^1



Respuesta: 2×10^1

Ejercicio 7

$$\sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ y } \sqrt{18} = 3\sqrt{2}, \text{ entonces suma } 8\sqrt{2}$$

$$\sqrt{128} = \sqrt{64 \cdot 2} = 8\sqrt{2}$$

Por tanto, son iguales

Respuesta: =

Ejercicio 8

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2 \text{ y } \frac{1}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} = \sqrt{5}-2$$

$$\text{Resta: } (\sqrt{5}+2) - (\sqrt{5}-2) = 4$$

Respuesta: 4

Escala de Dominio del Reto Avanzado

Ejercicios Correctos	Nivel de Dominio	Recomendación
8	Excelente (900+)	Estás listo para enfrentar los ítems más complejos de la PAES. ¡Sigue entrenando con confianza!
6-7	Muy Bueno (850+)	Tienes un dominio sólido. Revisa los errores y refuerza los conceptos clave.
4-5	Bueno (800+)	Vas bien encaminado. Te conviene repasar estrategias y practicar con retroalimentación.
0-3	En desarrollo	No te preocupes: revisa los contenidos base, vuelve a intentar y busca apoyo en las explicaciones.

Tabla B — Rúbrica de autoevaluación por capítulo

Mas adelante encontrarás una rúbrica para que te autoevalúes. Tiene una lista de criterios (conceptos, procedimientos, representación, modelación, argumentación, gestión del tiempo y metacognición) con 4 niveles: Inicial (1), En desarrollo (2), Satisfactorio (3), Avanzado (4).



Cómo usarla:

- Al cerrar el capítulo, elige en cada criterio el nivel cuyo descriptor te representa mejor.
- Detecta 1–2 criterios en nivel 1–2, y vuelve a las secciones “Repasemos” y “Consolidemos” relacionadas.
- Define una meta concreta (subir 1 nivel en esos criterios) y qué ejercicios harás.
- Si la mayoría está en 3–4, realiza el mini-ensayo del eje con tiempo controlado y vuelve a ajustar la rúbrica según el resultado.

Criterio	Inicial (1)	En desarrollo (2)	Satisfactorio (3)	Avanzado (4)
Comprensión conceptual del capítulo	Identifico términos, pero me cuesta explicar ideas clave.	Explico parcialmente conceptos y ejemplos directos.	Comprendo ideas clave y las conecto con ejemplos variados.	Explico con claridad, conecto conceptos y detecto malentendidos comunes.
Procedimientos y cálculo	Cometo errores frecuentes o necesito apoyo constante.	Resuelvo rutinas simples con algunas correcciones.	Resuelvo con precisión la mayoría de procedimientos.	Resuelvo con fluidez, verifico resultados y optimizo pasos.
Representación (tablas, gráficos, notación)	Me cuesta leer o construir representaciones correctas.	Leo y construyo representaciones simples con apoyo.	Uso representaciones correctas para resolver y explicar.	Elijo y conecto múltiples representaciones de forma estratégica.
Modelación (traducción entre contexto y matemáticas)	Me cuesta identificar datos, incógnitas y relaciones.	Identifico elementos básicos del modelo en contextos familiares.	Formulo y aplico modelos correctos en problemas del capítulo.	Comparo modelos, justifico supuestos y evalúo la validez de soluciones.
Argumentación y justificación	Explico con pasos incompletos o sin justificación.	Justifico pasos clave de forma parcial.	Justifico procedimientos y decisiones con claridad.	Construyo argumentos completos y detecto errores en razonamientos.
Gestión del tiempo estilo PAES	No termino o exedo ampliamente los tiempos.	Termino con dificultad y sin estrategia clara.	Administro tiempos por ítem con estrategia básica.	Optimizo tiempos y priorizo ítems con criterios claros.



Metacognición (registro de errores y plan)	No registro errores ni planes de mejora.	Registro errores de forma esporádica.	Registro errores y corrijo con acciones concretas.	Mantengo bitácora, detecto patrones y ajusto mi plan eficazmente.
--	--	---------------------------------------	--	---

Checklist de Habilidades Desarrolladas

Habilidad Clave	¿La dominas?	Observaciones personales
Comprendí los conceptos fundamentales del capítulo	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Resolví problemas aplicando estrategias adecuadas	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Representé situaciones matemáticas con claridad	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Argumenté mis respuestas con fundamentos sólidos	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Detecté y corregí errores en mi razonamiento	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Utilicé distintos enfoques para resolver un mismo problema	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Relacioné los contenidos con situaciones reales	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Me sentí seguro/a explicando lo aprendido a otra persona	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Logré resolver al menos 80% del Reto Avanzado	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Identifiqué qué habilidades debo reforzar	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	



¡Excelente trabajo! Si llegaste hasta aquí, ya distes los pasos que construyen puntaje: comprendiste fundamentos, resolviste ejemplos con guía, automatizaste lo frecuente, te mediste en un mini-reto y contrastaste tu desempeño en un mini-ensayo del eje. Eso no es suerte: es método. Y el método se nota cuando reduces errores típicos (signos, jerarquía, denominador común), verificas con estimaciones y operación inversa, y administras tu tiempo sin perder la calma.

Llévate tres ideas fuerza:

1. **La fluidez se entrena:** repetir inteligentemente lo que fallaste vale más que hacer cien ejercicios nuevos.
2. **Representar y argumentar** ahoran tiempo: una recta numérica bien usada o una justificación corta evitan cálculos innecesarios.
3. **La bitácora manda:** anota tu error, el paso donde ocurrió y la acción concreta para evitarlo mañana; esa es tu ventaja competitiva.

Si tu mini-ensayo quedó bajo lo esperado, no te frustres: regresa al “Repasemos” de los contenidos que marcaste en / , repite la rutina cronometrada y vuelve a intentar el set. Si te fue bien, súbete al Reto Avanzado y apunta a 6–8 respuestas correctas: ahí está el diferencial que te empuja al tramo alto de la escala. Y no olvides completar tu rúbrica de autoevaluación: te mostrará en qué debes invertir el próximo bloque de estudio para crecer más rápido.

Terminaste el capítulo con más control, más claridad y más ritmo. Ese es el combustible que te llevará con seguridad al siguiente eje. Sigue entrenando con intención, celebra cada mejora y mantén la disciplina: la PAES premia a quienes aprenden de sus propios datos y ajustan su plan. ¡Nos vemos en el próximo capítulo: tu mejor versión matemática está en marcha!



CAPÍTULO 2. ÁLGEBRA Y FUNCIONES

INTRODUCCIÓN

¡Vamos por el lenguaje de las matemáticas! En este eje convertirás situaciones reales en expresiones y gráficos, y volverás de ellos a decisiones claras. Álgebra y Funciones te dan estructura para modelar, comparar y predecir: desde simplificar y factorizar con sentido, hasta leer pendientes, intersecciones y curvaturas sin perder el hilo. Aquí afinamos método y criterio.

Trabajaremos con las mismas reglas editoriales del curso: sin calculadora; coma decimal y punto de miles; respuestas limpias y verificadas con pasos clave. En todo momento entrenaremos las habilidades PAES: Representar (REP) con notación y gráficos precisos; Modelar (MOD) al elegir el mejor procedimiento; Argumentar (ARG) justificando equivalencias y decisiones; y Resolver Problemas (RP) con lectura fina del enunciado.

Estructura del capítulo

- **PRIMERO — RECORDEMOS.** Activamos vocabulario y propiedades: distributiva y factor común; equivalencias en ecuaciones; productos notables; función, dominio y rango; lectura de pendientes en el plano cartesiano. Mini-anclas y alertas típicas.
- **SEGUNDO — EJERCITEMOS.** Ejemplos guiados (de lo lineal a lo cuadrático) y sistemas 2×2 con comparación de métodos. Se modela en pasos y se verifica la solución.
- **TERCERO — REPASEMOS.** Rutinas cronometradas de manipulación algebraica y lectura gráfica. Autocorrección y bitácora.
- **CUARTO — CONSOLIDEMOS.** Mini reto tipo PAES con énfasis en modelo lineal y parámetros coherentes con el contexto.
- **QUINTO — EVALUÉMONOS.** Mini-ensayo del eje; escala de dominio y plan de mejora.
- **SEXTO — DESAFIÉMONOS.** Ítems comparativos que exigen elegir y justificar el método más eficiente.



PRIMERO — RECORDEMOS

Refrescamos los fundamentos clave del eje Álgebra y Funciones para PAES M1, siguiendo la misma lógica del Capítulo 1: activamos conocimientos previos en formato compacto, con coma decimal y punto de miles, y sin calculadora. Alineación PAES: Contenidos y habilidades coherentes con el temario oficial de DEMRE para el eje Álgebra y Funciones en M1.

Vocabulario y notación

- Término, coeficiente, variable, grado, monomio, binomio, polinomio
- Igualdad e identidad; equivalencia de expresiones; factor y múltiplo
- Función, dominio, rango, parámetro, pendiente, intersecciones con ejes
- Proporción y razón; constante de proporcionalidad
- Plano cartesiano: pares ordenados, lectura de pendientes y desplazamientos

Propiedades y equivalencias básicas

- Distributiva: $a(b + c) = ab + ac$ $a(b - c) = ab - ac$
- Distributiva inversa (factor común): $ab + ac = a(b + c)$ $ab - ac = a(b - c)$
- Asociativa y comutativa de $+$ y \times (reorganizar y simplificar)
- Equivalencia en ecuaciones: sumar/restar lo mismo; multiplicar/dividir por número no nulo mantiene la equivalencia

Productos notables (anclas)

- Binomio al cuadrado: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- Diferencia de cuadrados: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- Reconocimiento directo: $x^2 \pm 2px + p^2 = (x \pm p)^2$



Factorización (ruta rápida)

- Factor común: $6x + 9 = 3(2x + 3)$
- Diferencia de cuadrados: $9x^2 - 25 = (3x - 5)(3x + 5)$
- Trinomio $x^2 + bx + c$: dos números que sumen b y multipliquen c
- Agrupación: $ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) = (a + b)(x + y)$
- Trinomio cuadrado perfecto: $x^2 \pm 2px + p^2 = (x \pm p)^2$

Proporcionalidad directa e inversa

- Directa: $y = kx$ La razón $\frac{y}{x} = k$ es constante
- Inversa: $y = \frac{k}{x}$ El producto $xy = k$ es constante
- Verifica unidades y coherencia antes de decidir si es directa o inversa

Ecuaciones e inecuaciones lineales (1 variable)

- Modelo: $ax + b = c$ Aísla la variable con operaciones inversas
- Chequeo: sustituye la solución en la ecuación original
- Inecuaciones: al multiplicar/dividir por número negativo, invierte el signo
- Solución en intervalos: usa notación $(-\infty, a)$ $[a, b]$ según corresponda

Sistemas lineales 2×2 (recordatorio)

- Métodos: sustitución, igualación, reducción (elige por estructura)
- Casos: única solución (secantes), infinitas (coincidentes), ninguna (paralelas)
- Verifica sustituyendo la pareja ordenada en ambas ecuaciones



Función lineal y función afín

- Modelo afín: $y = mx + b$ Pendiente m e intersección b con el eje y
- Pendiente entre dos puntos: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- Ecuación punto-pendiente: $y - y_1 = m(x - x_1)$ Útil para llegar a $y = mx + b$
- Rectas paralelas: misma m Rectas perpendiculares: $m_1m_2 = -1$

Función cuadrática (formas y parámetros)

- Forma general: $y = ax^2 + bx + c$
- Vértice: $x_v = -\frac{b}{2a}$ $y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$
- Forma canónica: $y = a(x - h)^2 + k$ Vértice (h, k)
- Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$ Raíces reales si $\Delta \geq 0$
- Concavidad: si $a > 0$ abre hacia arriba; si $a < 0$ abre hacia abajo

Conexión: factorización, raíces e intersecciones con el eje X

- Si $y = ax^2 + bx + c$ factoriza como $y = a(x - r_1)(x - r_2)$, entonces las raíces son $x = r_1$ y $x = r_2$
- Las raíces son las intersecciones con el eje x del gráfico de y
- Si no factoriza en racionales, usa Δ o completación de cuadrados para hallar raíces

Representación y lectura de gráficos

- Construye una tabla breve de valores y bosqueja
- Identifica intersecciones con ejes, pendiente (rectas) y simetría (cuadráticas)
- Revisa la escala de los ejes antes de estimar pendientes o áreas



Estrategias de control y verificación (esencia PAES)

- Estimación previa del orden de magnitud
- Sustitución de la alternativa en el modelo para chequear
- Rastreo de unidades y coherencia dimensional
- En gráficos, identifica pendiente y puntos notables antes de decidir

Errores frecuentes (alertas rápidas)

- No invertir el signo en inecuaciones al multiplicar/dividir por número negativo
- Confundir función lineal $y = mx$ con función afín $y = mx + b$
- Omitir factor común máximo antes de otros métodos de factorización
- Aplicar mal potencias: $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$
- Leer pendiente como $\frac{x}{y}$ en vez de $\frac{y}{x}$
- Ignorar unidades en razones, alterando la constante k

Ejemplos ancla (ampliados)

- Distributiva inversa: $8x - 12 = 4(2x - 3)$
- Diferencia de cuadrados: $25y^2 - 1 = (5y - 1)(5y + 1)$
- Trinomio: $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$
- Recta por $(1, 2)$ y $(5, 6)$: $m = \frac{6-2}{5-1} = 1$ Punto-pendiente: $y - 2 = 1(x - 1)$

Forma afín: $y = x + 1$

- Cuadrática $y = x^2 - 4x + 3$: $x_v = \frac{4}{2} = 2$ $y_v = f(2) = -1$ Raíces: $x = 1$ $x = 3$



Problemas de modelamiento resueltos (paso a paso)

1) Compra en librería (sistema 2x2)

En una librería se compran 2 lápices y 3 gomas por 2.700 pesos, y 3 lápices y 2 gomas por 2.850 pesos. Halla el precio de un lápiz y de una goma

Modelo

- Sea x el precio de un lápiz y y el de una goma (en pesos)
- Ecuación (1): $2x + 3y = 2.700$
- Ecuación (2): $3x + 2y = 2.850$

Resolución por reducción

- Multiplica (1) por 3: $6x + 9y = 8.100$ Multiplica (2) por 2: $6x + 4y = 5.700$
- Resta: $(6x + 9y) - (6x + 4y) = 8.100 - 5.700 \quad 5y = 2.400 \quad y = 480$
- Sustituye en (1): $2x + 3(480) = 2.700 \quad 2x + 1.440 = 2.700 \quad 2x = 1.260 \quad x = 630$

Respuesta

- Un lápiz cuesta \$630 pesos
- Una goma cuesta \$480 pesos

2) Plan de telefonía (función afín)

Un plan cobra una tarifa fija mensual de \$3.990 pesos y \$1.500 pesos por cada giga usado. Escribe el modelo del costo en función de los gigas X e interpreta m y b

Modelo y parámetros

- Modelo: $C(x) = 1500x + 3990$
- Pendiente $m = 1500$ costo variable por cada giga



- Intersección $b = 3990$ costo fijo mensual cuando $x = 0$

3) Proyectil vertical (cuadrática)

La altura en metros de un balón se modela como $h(t) = -5t^2 + 20t$, donde t es el tiempo en segundos. Halla el tiempo en que el balón vuelve al suelo, la altura máxima y la ecuación factorizada.

Análisis y solución

- Intersecciones con el suelo: $h(t) = 0 \quad -5t^2 + 20t = 0$ Factoriza: $-5t(t - 4) = 0$
- Raíces: $t = 0 \quad t = 4$ El balón vuelve al suelo en $t = 4$
- Vértice: $t_v = -\frac{20}{2(-5)} = 2$ Altura máxima $h(2) = -5(4) + 20(2) = 20$
- Forma factorizada: $h(t) = -5t(t - 4)$ Las raíces son las intersecciones con el eje t

Cierre de la sección

Sección alineada con PAES M1 y lista como guía de bolsillo. En “Segundo — Repasemos”, faremos un recorrido paso a paso de los ejemplos de cada uno de los contenidos. ¡¡¡Esto se está poniendo emocionante!!!!



SEGUNDO — EJERCITEMOS

Desarrolla estos ejemplos guiados paso a paso. Mantén la coma decimal, el punto de miles y trabaja sin calculadora. Al finalizar, intenta resolver un ejercicio similar cambiando números o contexto.

Ejemplo 1. Simplificación con distributiva

Simplifica la expresión $3x - 2(1 - 2x)$.

Desarrollo paso a paso

Aplica distributiva a $-2(1 - 2x) \Rightarrow -2 + 4x$

Reescribe la expresión: $3x - 2 + 4x$

Combina términos semejantes: $7x - 2$

Respuesta. $7x - 2$

Ejemplo 2. Producto notable

Expande $(2x - 3)^2$.

Desarrollo paso a paso

Usa $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Sustituye $a = 2x$ $b = 3$

Obtén $4x^2 - 12x + 9$

Respuesta. $4x^2 - 12x + 9$

Ejemplo 3. Factor común

Factoriza $18x + 27$.

Desarrollo paso a paso

Busca el máximo factor común: 9

Extrae 9: $18x + 27 = 9(2x + 3)$

Respuesta. $9(2x + 3)$



Ejemplo 4. Trinomio cuadrático

Factoriza $x^2 - 5x - 14$.

Desarrollo paso a paso

Busca dos números que sumen -5 y multipliquen -14

Los números son -7 y 2

Escribe $(x - 7)(x + 2)$

Respuesta. $(x - 7)(x + 2)$

Ejemplo 5. Ecuación lineal

Resuelve $2(3x - 5) = 7x + 1$.

Desarrollo paso a paso

Distribuye: $6x - 10 = 7x + 1$

Resta $6x$ a ambos lados: $-10 = x + 1$

Resta 1: $x = -11$

Respuesta. $x = -11$

Ejemplo 6. Inecuación lineal

Resuelve $-4x + 6 \leq 2x - 12$.

Desarrollo paso a paso

Pasa términos en x : $-4x - 2x \leq -12 - 6$

Simplifica: $-6x \leq -18$

Divide por -6 e invierte el signo: $x \geq 3$

Respuesta. $x \geq 3$



Ejemplo 7. Proporcionalidad directa

Si $y = kx$ y el punto $(4, 10)$ pertenece al modelo, encuentra k y calcula y cuando $x = 7$

Desarrollo paso a paso

$$\text{Usa } 10 = k \cdot 4 \Rightarrow k = \frac{10}{4} = 2,5$$

Evalúa en $x = 7$: $y = 2,5 \cdot 7 = 17,5$

Respuesta. $k = 2,5$ $y = 17,5$

Ejemplo 8. Sistema 2×2 por sustitución

$$\text{Resuelve } \begin{cases} x + 2y = 11 \\ 3x - y = 4 \end{cases}.$$

Desarrollo paso a paso

Despeja de la primera: $x = 11 - 2y$

Sustituye en la segunda: $3(11 - 2y) - y = 4$

Calcula: $33 - 6y - y = 4 \Rightarrow 33 - 7y = 4$

$$\text{Resta } 33: -7y = -29 \Rightarrow y = \frac{29}{7}$$

$$\text{Halla } x: x = 11 - 2 \cdot \frac{29}{7} = \frac{77 - 58}{7} = \frac{19}{7}$$

Respuesta.

$$(x, y) = \left(\frac{19}{7}, \frac{29}{7} \right)$$

Ejemplo 9. Sistema 2×2 por reducción

$$\text{Resuelve } \begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}.$$



Desarrollo paso a paso

Multiplica la primera por 2 y la segunda por 3

Obtén $4x + 6y = 26$ y $9x - 6y = 3$

$$\text{Suma ambas: } 13x = 29 \Rightarrow x = \frac{29}{13}$$

$$\text{Sustituye en } 2x + 3y = 13: 2 \cdot \frac{29}{13} + 3y = 13$$

$$\text{Calcula: } \frac{58}{13} + 3y = 13 \Rightarrow 3y = 13 - \frac{58}{13} = \frac{111 - 58}{13} = \frac{53}{13}$$

$$\text{Concluye: } y = \frac{53}{39}$$

Respuesta

$$(x, y) = \left(\frac{29}{13}, \frac{53}{39} \right)$$

Ejemplo 10. Recta a partir de dos puntos

Encuentra la ecuación de la recta que pasa por $(1, 2)$ y $(5, 6)$.

Desarrollo paso a paso

$$\text{Pendiente: } m = \frac{6 - 2}{5 - 1} = 1$$

$$\text{Punto-pendiente: } y - 2 = 1(x - 1)$$

$$\text{Forma afín: } y = x + 1$$

Respuesta

$$y = x + 1$$

Ejemplo 11. Cuadrática: vértice, factorización y raíces

Para $y = x^2 - 6x + 8$, halla el vértice, factoriza y determina las raíces reales.



Desarrollo paso a paso

Vértice: $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$ $y_v = f(3) = 9 - 18 + 8 = -1$

Factoriza: $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$

Raíces: $x = 2$ $x = 4$

Respuesta.

Vértice $(3, -1)$ $(x - 2)(x - 4)$ $x = 2$ $x = 4$

Ejemplo 12. Fórmula general

Resuelve $2x^2 - 8x + 6 = 0$.

Desarrollo paso a paso

Identifica $a = 2$ $b = -8$ $c = 6$

Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac = 64 - 48 = 16$

Raíces: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 \pm 4}{4}$

Concluye: $x = 3$ $x = 1$

Respuesta

$x = 3$ $x = 1$

Cierre

Repite los procedimientos hasta que puedas realizar cada ejemplo sin apoyo. Luego crea y resuelve un ítem propio para cada tema, verificando resultados por sustitución o estimación.



TERCERO — REPASEMOS

Rutina breve para automatizar habilidades básicas del eje antes de avanzar. Trabaja sin calculadora, con coma decimal y punto de miles. Enfócate en la limpieza del procedimiento y la verificación por sustitución o estimación.

Cómo usar esta sección

- Resuelve en tu cuaderno cada ítem y luego contrasta con la clave al final
- Si un ejercicio te toma demasiado tiempo, márcalo con un asterisco y continúa. Vuelve luego con calma
- Anota en tu micro-bitácora el error típico y la acción de mejora para mañana

Rutina de práctica (12 ítems en 6 micro-series)

A) Distributiva y reducción de términos

- 1) Simplifica $5x - 3(2x - 1)$
- 2) Simplifica $4(3y - 2) - 2(1 - 5y)$

B) Productos notables

- 3) Expande $(x - 7)^2$
- 4) Escribe como producto $16z^2 - 25$

C) Factorización

- 5) Factoriza $14x + 21$
- 6) Factoriza $x^2 - 11x + 28$

D) Ecuación e inecuación lineal

- 7) Resuelve $2(3x - 1) = 5x + 8$
- 8) Resuelve $-3x + 7 \leq 1$

E) Sistemas 2×2

- 9) Resuelve $\begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$



10) Resuelve $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$

F) Rectas y cuadráticas

- 11) Pendiente entre $A(1, 2)$ y $B(4, 11)$
- 12) Para $y = x^2 - 6x + 8$, halla x_v y y_v

Chequeo relámpago

- Sustituye tu respuesta en la ecuación o sistema para verificar equivalencia
- En rectas, estima m con $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ antes de calcular
- En cuadráticas, conecta factorización con raíces e intersecciones en x

Micro-bitácora (registro mínimo)

Registra solo lo esencial para mejorar mañana.

Serie	Ítems correctos	Tiempo estimado	Error típico	Acción de mejora
A	/2	min		
B	/2	min		
C	/2	min		
D	/2	min		
E	/2	min		
F	/2	min		



Clave de la rutina

1) Respuesta final: $-x + 3$

Pasos:

Distributiva: $-3(2x - 1) = -6x + 3$

Sustituye y reduce: $5x + (-6x + 3) = -x + 3$

2) Respuesta final: $22y - 10$

Pasos:

Expande: $4(3y - 2) = 12y - 8 \quad -2(1 - 5y) = -2 + 10y$

Suma términos semejantes: $12y - 8 - 2 + 10y = 22y - 10$

3) Respuesta final: $x^2 - 14x + 49$

Pasos:

Usa $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Sustituye $a = x$ $b = 7$ y obtiene $x^2 - 14x + 49$

4) Respuesta final: $(4z - 5)(4z + 5)$

Pasos:

Reconoce diferencia de cuadrados: $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$

Toma $A = 4z$ $B = 5$ y factoriza $16z^2 - 25$ como $(4z - 5)(4z + 5)$

5) Respuesta final: $7(2x + 3)$

Pasos:

Factor común máximo de $14x + 21$ es 7

Extrae 7: $14x + 21 = 7(2x + 3)$



6) Respuesta final: $(x-7)(x-4)$

Pasos:

Busca dos números que sumen -11 y multipliquen 28

Son -7 y -4 Escribe $(x-7)(x-4)$

7) Respuesta final: $x=10$

Pasos:

Expande: $2(3x-1) = 6x - 2$

Igualdad: $6x - 2 = 5x + 8$ Resta $5x$: $x - 2 = 8$ Suma 2 : $x = 10$

8) Respuesta final: $x \geq 2$

Pasos:

Traslada: $-3x + 7 \leq 1 \Rightarrow -3x \leq -6$

Divide por -3 e invierte el signo: $x \geq 2$

9) Respuesta final: $(x,y) = (6,3)$

Pasos:

Suma ecuaciones: $(x+y) + (x-y) = 9 + 3$ $2x = 12$

Halla x : $x = 6$ Sustituye en $x+y=9$ para $y=3$

10) Respuesta final: $(x,y) = \left(\frac{23}{7}, \frac{15}{7}\right)$

Pasos:

De $x - 2y = -1$ despeja $x = 2y - 1$

Sustituye en $2x + 3y = 13$: $2(2y - 1) + 3y = 13$ $4y - 2 + 3y = 13$ $7y = 15$

$$y = \frac{15}{7}$$

$$\text{Calcula } x : x = 2 \cdot \frac{15}{7} - 1 = \frac{30}{7} - \frac{7}{7} = \frac{23}{7}$$



11) Respuesta final: $m = 3$

Pasos:

Fórmula de la pendiente: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Sustituye $A(1, 2)$ $B(4, 11)$: $m = \frac{11 - 2}{4 - 1} = \frac{9}{3} = 3$

12) Respuesta final: $x_v = 3$ $y_v = -1$

Pasos:

Vértice en forma general $y = ax^2 + bx + c$: $x_v = -\frac{b}{2a}$

Con $a = 1$ $b = -6$: $x_v = -\frac{-6}{2} = 3$

Evalúa $y_v = f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 8 = 9 - 18 + 8 = -1$

Pautas clave (recordatorio rápido)

- Distributiva: $a(b+c) = ab+ac$ $a(b-c) = ab-ac$
- Notables: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- Inecuaciones: al multiplicar/dividir por número negativo, invierte el signo
- Rectas: punto-pendiente $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y = mx + b$
- Cuadráticas: $x_v = -\frac{b}{2a}$ $y_v = f(x_v)$ Si $\Delta \geq 0$, hay raíces reales

Cierre

Si fallaste en dos o más ítems de una misma serie, vuelve a “Primero — Recordemos” de ese subtema y repite esta rutina mañana. Cuando la completes sin dudas, avanza con confianza.



CUARTO — CONSOLIDEMOS

Ahora consolidaremos lo aprendido con un mini reto cronometrado de 12 ítems tipo PAES, seguido de una revisión detallada. Trabaja sin calculadora, usa coma decimal y punto de miles. Al finalizar, identifica tus fortalezas y planifica mejoras para el próximo estudio.

Mini reto cronometrado (12 ítems, 12 minutos)

1) Simplifica $5x - 2(3x - 4)$

- A) $-x + 8$
- B) $x + 8$
- C) $11x - 8$
- D) $-x - 8$

2) Expande $(x + 3)^2 + (x - 3)^2$

- A) $2x^2 + 18$
- B) $x^2 + 9$
- C) $2x^2 - 18$
- D) $x^2 + 6x + 9$

3) Factoriza $x^2 - 9x + 18$

- A) $(x - 6)(x - 3)$
- B) $(x + 6)(x - 3)$
- C) $(x - 9)(x + 2)$
- D) $(x - 1)(x - 18)$



4) Resuelve $2(3x - 5) = 4x + 7$

A) $x = 8,5$

B) $x = 5,5$

C) $x = 2$

D) $x = -8,5$

5) Resuelve la inecuación $-3x + 4 \leq 2x - 6$

A) $x \geq 2$

B) $x \leq 2$

C) $x > 2$

D) $x < 2$

6) Pendiente entre $A(-2, 3)$ y $B(4, -9)$

A) $m = -2$

B) $m = 2$

C) $m = -\frac{3}{2}$

D) $m = \frac{3}{2}$

7) Recta con pendiente $\frac{1}{3}$ que pasa por $(1, -2)$

A) $y = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$

B) $y = -\frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$

C) $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

D) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$



8) Resuelve el sistema $\begin{cases} x+2y=9 \\ 3x-y=5 \end{cases}$

A) $(x, y) = \left(\frac{19}{7}, \frac{22}{7} \right)$

B) $(x, y) = (5, 2)$

C) $(x, y) = (2, 5)$

D) $(x, y) = \left(\frac{22}{7}, \frac{19}{7} \right)$

9) Vértice de $y = x^2 - 4x + 1$

A) $(2, -3)$

B) $(2, 3)$

C) $(4, -3)$

D) $(1, -4)$

10) Raíces reales de $2x^2 - 5x - 3 = 0$

A) $x = 3$ $x = -\frac{1}{2}$

B) $x = -3$ $x = \frac{1}{2}$

C) $x = \frac{5}{2}$ $x = -3$

D) $x = \frac{1}{2}$ $x = 3$



11) Proporcionalidad directa: $y = kx$ pasa por $(2, 7, 5)$ ¿y para $x=8$?

- A) 30
- B) 28
- C) 32
- D) 26

12) Forma canónica: $y = x^2 + 6x + 5$

- A) $y = (x + 3)^2 - 4$
- B) $y = (x - 3)^2 + 4$
- C) $y = (x + 3)^2 + 4$
- D) $y = (x - 3)^2 - 4$

Clave de respuestas

1	2	3	4	5	6
A	A	A	A	A	A
7	8	9	10	11	12
A	A	A	A	A	A

Solucionario paso a paso

1) Simplifica $5x - 2(3x - 4)$

Distribuye: $-2(3x - 4) = -6x + 8$

Sustituye: $5x + (-6x + 8) = -x + 8$

2) Expande $(x + 3)^2 + (x - 3)^2$

Expande: $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

Suma: $2x^2 + 18$

**3) Factoriza $x^2 - 9x + 18$**

Busca dos números que sumen -9 y multipliquen 18

Son -6 y $-3 \Rightarrow (x - 6)(x - 3)$

4) Resuelve $2(3x - 5) = 4x + 7$

Distribuye: $6x - 10 = 4x + 7$

Resta $4x$: $2x - 10 = 7$

Suma 10 : $2x = 17$

Divide entre 2 : $x = 8,5$

5) Resuelve la inecuación $-3x + 4 \leq 2x - 6$

Traslada: $-3x - 2x \leq -6 - 4$

Simplifica: $-5x \leq -10$

Divide por -5 e invierte el signo: $x \geq 2$

6) Pendiente entre $A(-2, 3)$ y $B(4, -9)$

$$\text{Usa } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\text{Sustituye: } \frac{-9 - 3}{4 - (-2)} = \frac{-12}{6} = -2$$

7) Recta con pendiente $\frac{1}{3}$ que pasa por $(1, -2)$

$$\text{Punto-pendiente: } y + 2 = \frac{1}{3}(x - 1)$$

$$\text{Despeja: } y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} - 2 = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$$



8) Resuelve el sistema $\begin{cases} x+2y=9 \\ 3x-y=5 \end{cases}$

Despeja $x = 9 - 2y$ y sustituye en $3x - y = 5$

Obtén $3(9 - 2y) - y = 5 \Rightarrow 27 - 6y - y = 5$

Concluye $-7y = -22 \Rightarrow y = \frac{22}{7}$

Halla $x = 9 - 2 \cdot \frac{22}{7} = \frac{19}{7}$

9) Vértice de $y = x^2 - 4x + 1$

- Usa $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$
- Evalúa $y_v = f(2) = 4 - 8 + 1 = -3$

10) Raíces reales de $2x^2 - 5x - 3 = 0$

Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49$

Raíces: $x = \frac{5 \pm 7}{4}$

Concluye $x = 3$ $x = -\frac{1}{2}$

11) Proporcionalidad directa: $y = kx$ pasa por $(2, 7, 5)$ ¿y para $x = 8$?

Calcula $k = \frac{7,5}{2} = 3,75$

Evalúa $y = 3,75 \cdot 8 = 30$

12) Forma canónica de $y = x^2 + 6x + 5$

Completa cuadrado: $x^2 + 6x + 9 - 9 + 5 = (x + 3)^2 - 4$

Vértice $(-3, -4)$



Autoevaluación: fortalezas y oportunidades

Marca tu nivel de dominio por subtema y define una acción concreta para mejorar.

Subtema	Dominio alto	Dominio medio	En desarrollo
Distributiva y reducción	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Productos notables y factorización	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ecuaciones e inecuaciones	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sistemas 2×2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Rectas (pendiente y forma)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Registra a continuación tu plan breve de mejora por subtema.

Subtema	Acción concreta (mañana)
Distributiva y reducción	
Productos notables y factorización	
Ecuaciones e inecuaciones	
Sistemas 2×2	
Rectas (pendiente y forma)	



QUINTO — EVALUÉMONOS

Resuelve esta evaluación sin calculadora, con coma decimal y punto de miles. Marca una sola alternativa por ítem y registra tus respuestas en la hoja de respuestas. Al finalizar, corrige con la tabla y ubica tu nivel de dominio.

Prueba de autoevaluación (20 ítems tipo PAES)

1) Simplifica la expresión $5(2x - 3) - (x - 4)$

- A) $9x - 11$
- B) $11x - 11$
- C) $9x + 11$
- D) $11x + 11$

2) Expande $(3x + 1)^2$

- A) $9x^2 + 1$
- B) $9x^2 + 6x + 1$
- C) $9x^2 + 3x + 1$
- D) $3x^2 + 6x + 1$

3) Factoriza $x^2 - 4x - 12$

- A) $(x - 3)(x - 4)$
- B) $(x + 6)(x - 2)$
- C) $(x - 6)(x + 2)$
- D) $(x + 6)(x + 2)$



4) Resuelve $4x - 7 = 2(3 - x)$

A) $x = \frac{11}{6}$

B) $x = \frac{7}{2}$

C) $x = \frac{5}{2}$

D) $x = \frac{13}{6}$

5) Resuelve la inecuación $-2(x - 3) \geq 4x + 6$

A) $x \leq 0$

B) $x \geq 0$

C) $x < 0$

D) $x > 0$

6) Proporcionalidad directa: si $y = kx$ pasa por $(4, 9)$, halla y cuando $x = 8$

A) 16

B) 18

C) 20

D) 17



7) Pendiente de la recta que pasa por (-2,5) y (4,-1)

A) $m=1$

B) $m=\frac{1}{2}$

C) $m=-1$

D) $m=-\frac{1}{2}$

8) Ecuación de la recta con pendiente 3 que pasa por (2,-4)

A) $y = -3x - 10$

B) $y = 3x + 10$

C) $y = -3x + 10$

D) $y = 3x - 10$

9) Resuelve el sistema $\begin{cases} x+y=7 \\ 2x-y=1 \end{cases}$

A) $(x, y) = \left(\frac{8}{3}, \frac{13}{3}\right)$

B) $(x, y) = (3, 4)$

C) $(x, y) = (4, 3)$

D) $(x, y) = \left(\frac{13}{3}, \frac{8}{3}\right)$



10) Vértice de $y = 2x^2 - 8x + 1$

A) $(4, -7)$

B) $(2, -7)$

C) $(2, 7)$

D) $(4, 7)$

11) Raíces reales de $x^2 - 5x + 6 = 0$

A) $x = -2 \quad x = -3$

B) $x = 1 \quad x = 6$

C) $x = 2 \quad x = 3$

D) $x = 3 \quad x = 6$

12) Forma canónica de $y = x^2 + 4x - 1$

A) $y = (x - 2)^2 + 5$

B) $y = (x + 2)^2 + 5$

C) $y = (x - 2)^2 - 5$

D) $y = (x + 2)^2 - 5$

13) Simplifica $2(3x - 4) - [x - (2 - 3x)]$

A) $2x - 6$

B) $6x - 8 - x + 2 - 3x$

C) $-2x - 6$

D) $2x + 6$



14) Expande y simplifica $(x-2)(x+2)+(x-1)^2$

A) $x^2 - 2x - 3$

B) $2x^2 - 2x - 3$

C) $2x^2 + 2x - 3$

D) $2x^2 - 4$

15) Factoriza $9a^2 - 25b^2$

A) $(9a - 25b)(a + b)$

B) $3(a - 5b)(3a + 5b)$

C) $(3a - 5b)(3a + 5b)$

D) $(3a - 5b)^2$

16) Resuelve la inecuación $3 - 2(1 - x) < 5x + 1$

A) $x < 0$

B) $x \geq 0$

C) $x \leq 0$

D) $x > 0$

17) Resuelve el sistema $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ x - y = 1 \end{cases}$

A) $(x, y) = (3, 2)$

B) $(x, y) = (2, 3)$

C) $(x, y) = (4, 1)$

D) $(x, y) = (1, 4)$



18) La recta perpendicular a $y = -\frac{1}{2}x + 4$ tiene pendiente

A) -2

B) 2

C) $\frac{1}{2}$

D) $-\frac{1}{2}$

19) Cantidad de raíces reales de $x^2 - 2x + 5 = 0$

A) Dos distintas

B) Una

C) Ninguna

D) Infinitas

20) Forma canónica de $y = 2x^2 + 8x + 6$

A) $y = 2(x - 2)^2 + 2$

B) $y = 2(x + 2)^2 + 2$

C) $y = (x + 2)^2 - 2$

D) $y = 2(x + 2)^2 - 2$

Hoja de respuestas (para el/la estudiante)

Nº	A	B	C	D	Marca
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	



9	<input type="checkbox"/>					
10	<input type="checkbox"/>					
11	<input type="checkbox"/>					
12	<input type="checkbox"/>					
13	<input type="checkbox"/>					
14	<input type="checkbox"/>					
15	<input type="checkbox"/>					
16	<input type="checkbox"/>					
17	<input type="checkbox"/>					
18	<input type="checkbox"/>					
19	<input type="checkbox"/>					
20	<input type="checkbox"/>					

Clave de respuestas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D

Conversión a nivel de dominio

Correctas	Nivel
0–5	En desarrollo
6–11	Intermedio
12–16	Alto
17–20	Muy alto

Siguientes pasos según tu resultado

Si estás en “En desarrollo”, vuelve a “Primero — Recordemos” y practica subtemas con más errores. Si estás en “Intermedio”, repite “Segundo — Repasemos” enfocándote en lo marcado. En “Alto”, realiza “Tercero — Ejercitemos” sin apoyo y mide tiempos. En “Muy alto”, crea 3 ítems propios (rectas, sistemas y cuadráticas) y compártelos con un compañero.



SEXTO — DESAFIÉMONOS

Este set de desafíos integra y eleva la dificultad de los contenidos del capítulo. Trabaja sin calculadora, con coma decimal y punto de miles. Lee con atención, modela, estima y luego decide la alternativa.

1) Simplifica $3(2x - 5) - (4x - 7) + 2(1 - 3x)$

- A) $-4x + 6$
- B) $4x - 6$
- C) $4x + 6$
- D) $-4x - 6$

2) Expande y simplifica $(2x - 3)^2 - (x - 4)(x + 4)$

- A) $3x^2 - 12x + 25$
- B) $3x^2 - 8x + 25$
- C) $5x^2 - 12x + 25$
- D) $3x^2 - 12x - 7$

3) Factoriza $2x^2 - 5x - 12$

- A) $(x - 3)(2x + 4)$
- B) $(x + 3)(2x - 4)$
- C) $(x + 4)(2x - 3)$
- D) $(x - 4)(2x + 3)$



4) Resuelve $\frac{x}{3} - \frac{2}{5} = \frac{x-1}{6}$

A) $x = \frac{7}{5}$

B) $x = \frac{5}{12}$

C) $x = \frac{12}{5}$

D) $x = \frac{5}{7}$

5) Resuelve la inecuación $-2(3x - 5) \leq 4x + 1$

A) $x > 0,9$

B) $x < 0,9$

C) $x \leq 0,9$

D) $x \geq 0,9$

6) Proporcionalidad inversa: si $xy = 60$ y $x = 7,5$, entonces $y =$

A) 8

B) 8,5

C) 7,5

D) 7

7) Calcula la pendiente entre A (-3,4) y B (5,-12)

A) $m = 2$

B) $m = -\frac{3}{2}$

C) $m = -2$

D) $m = \frac{3}{2}$



8) Ecuación de la recta perpendicular a $y = \frac{1}{2}x + 3$ que pasa por $(2, -1)$

A) $y = -2x + 3$

B) $y = -\frac{1}{2}x + 0$

C) $y = 2x - 5$

D) $y = \frac{1}{2}x - 2$

9) Resuelve el sistema $\begin{cases} x+3y=11 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

A) $(x, y) = (3, 2)$

B) $(x, y) = (2, 3)$

C) $(x, y) = \left(\frac{23}{7}, \frac{18}{7} \right)$

D) $(x, y) = \left(\frac{18}{7}, \frac{23}{7} \right)$

10) Vértice de $y = -x^2 + 6x - 5$

A) $(2, 7)$

B) $(4, 3)$

C) $(3, -4)$

D) $(3, 4)$

11) Número de raíces reales de $y = 2x^2 + 4x + 5$

A) Dos distintas

B) Ninguna

C) Una

D) Dos iguales



12) Factoriza $16x^2 - 9y^2$

- A) $(16x - 9y)(x + y)$
- B) $(4x - 3y)(4x + 3y)$
- C) $(4x + 3y)^2$
- D) $(4x - 3y)^2$

13) Un plan cumple $C(2) = 7.990$ y $C(5) = 13.990$ (pesos). Modelo lineal $C(x) =$

- A) $2000x + 2990$
- B) $1000x + 5990$
- C) $2000x + 3990$
- D) $1500x + 4990$

14) Puntos de intersección entre $y = x + 1$ y $y = x^2 - 3x - 4$

- A) $(-1, 0)$ y $(4, 5)$
- B) $(4, 5)$ y $(1, 2)$
- C) $(5, 6)$ y $(-1, 0)$
- D) $(5, 6)$ y $(1, 2)$

15) La parábola con vértice en $(2, -3)$ que pasa por $(0, 5)$ es

- A) $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 - 3$
- B) $y = 2(x + 2)^2 - 3$
- C) $y = 2(x - 2)^2 - 3$
- D) $y = 2(x - 2)^2 + 3$



16) Escribe en forma canónica $y = x^2 - 8x + 3$

A) $y = (x - 4)^2 + 13$

B) $y = (x + 4)^2 - 13$

C) $y = (x - 8)^2 + 3$

D) $y = (x - 4)^2 - 13$

Hoja de respuestas (para el/la estudiante)

Nº	A	B	C	D	Marca
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	



Tabla de corrección rápida

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
D	A	D	A	D	A	C	A	C	D	B	B	C	C	C	D

Cierre

Si te costaron varios ítems, revisa la micro-bitácora del capítulo y vuelve a las series específicas en “Repasemos” o a los ejemplos de “Ejercitemos”. Priorizaremos precisión y razonamiento antes que velocidad.

Tabla B — Rúbrica de autoevaluación por capítulo

Más adelante encontrarás una rúbrica para que te autoevalúes. Tiene una lista de criterios (conceptos, procedimientos, representación, modelación, argumentación, gestión del tiempo y metacognición) con 4 niveles: Inicial (1), En desarrollo (2), Satisfactorio (3), Avanzado (4).

Cómo usarla:

- Al cerrar el capítulo, elige en cada criterio el nivel cuyo descriptor te representa mejor.
- Detecta 1–2 criterios en nivel 1–2, y vuelve a las secciones “Repasemos” y “Consolidemos” relacionadas.
- Define una meta concreta (subir 1 nivel en esos criterios) y qué ejercicios harás.
- Si la mayoría está en 3–4, realiza el mini-ensayo del eje con tiempo controlado y vuelve a ajustar la rúbrica según el resultado.

Criterio	Inicial (1)	En desarrollo (2)	Satisfactorio (3)	Avanzado (4)
Comprensión conceptual del capítulo	Identifico términos, pero me cuesta explicar ideas clave.	Explico parcialmente conceptos y ejemplos directos.	Comprendo ideas clave y las conecto con ejemplos variados.	Explico con claridad, conecto conceptos y detecto malentendidos comunes.

Álgebra y Funciones

PAES M1

Patrones, ecuaciones y representación de funciones



Procedimientos y cálculo	Cometo errores frecuentes o necesito apoyo constante.	Resuelvo rutinas simples con algunas correcciones.	Resuelvo con precisión la mayoría de procedimientos.	Resuelvo con fluidez, verifico resultados y optimizo pasos.
Representación (tablas, gráficos, notación)	Me cuesta leer o construir representaciones correctas.	Leo y construyo representaciones simples con apoyo.	Uso representaciones correctas para resolver y explicar.	Elijo y conecto múltiples representaciones de forma estratégica.
Modelación (traducción entre contexto y matemáticas)	Me cuesta identificar datos, incógnitas y relaciones.	Identifico elementos básicos del modelo en contextos familiares.	Formulo y aplico modelos correctos en problemas del capítulo.	Comparo modelos, justifico supuestos y evalúo la validez de soluciones.
Argumentación y justificación	Explico con pasos incompletos o sin justificación.	Justifico pasos clave de forma parcial.	Justifico procedimientos y decisiones con claridad.	Construyo argumentos completos y detecto errores en razonamientos.
Gestión del tiempo estilo PAES	No termino o excede ampliamente los tiempos.	Termino con dificultad y sin estrategia clara.	Administro tiempos por ítem con estrategia básica.	Optimizo tiempos y priorizo ítems con criterios claros.
Metacognición (registro de errores y plan)	No registro errores ni planes de mejora.	Registro errores de forma esporádica.	Registro errores y corrijo con acciones concretas.	Mantengo bitácora, detecto patrones y ajusto mi plan eficazmente.

Checklist de Habilidades Desarrolladas

Habilidad Clave	¿La dominas?	Observaciones personales
Comprendí los conceptos fundamentales del capítulo	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Resolví problemas aplicando estrategias adecuadas	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Representé situaciones matemáticas con claridad	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Argumenté mis respuestas con fundamentos sólidos	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	



Detecté y corregí errores en mi razonamiento	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Utilicé distintos enfoques para resolver un mismo problema	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Relacioné los contenidos con situaciones reales	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Me sentí seguro/a explicando lo aprendido a otra persona	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Logré resolver al menos 80% del Reto Avanzado	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Identifiqué qué habilidades debo reforzar	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	

¡Excelente trabajo! Si llegaste hasta aquí, ya distes los pasos que construyen puntaje: comprendiste fundamentos, resolviste ejemplos con guía, automatizaste lo frecuente, te mediste en un mini-reto y contrastaste tu desempeño en un mini-ensayo del eje. Eso no es suerte: es método. Y el método se nota cuando reduces errores típicos (signos, jerarquía, denominador común), verificas con estimaciones y operación inversa, y administras tu tiempo sin perder la calma.

Llévate tres ideas fuerza:

4. **La fluidez se entrena:** repetir inteligentemente lo que fallaste vale más que hacer cien ejercicios nuevos.
5. **Representar y argumentar** ahorran tiempo: una recta numérica bien usada o una justificación corta evitan cálculos innecesarios.
6. **La bitácora manda:** anota tu error, el paso donde ocurrió y la acción concreta para evitarlo mañana; esa es tu ventaja competitiva.

Si tu mini-ensayo quedó bajo lo esperado, no te frustres: regresa al “Repasemos” de los contenidos que marcaste en ●/●, repite la rutina cronometrada y vuelve a intentar el set. Si te fue bien, súbete al Reto Avanzado y apunta a 6–8 respuestas correctas: ahí está el diferencial que te empuja al tramo alto de la escala. Y no olvides completar tu rúbrica de autoevaluación: te mostrará en qué debes invertir el próximo bloque de estudio para crecer más rápido.



Terminaste el capítulo con más control, más claridad y más ritmo. Ese es el combustible que te llevará con seguridad al siguiente eje. Sigue entrenando con intención, celebra cada mejora y mantén la disciplina: la PAES premia a quienes aprenden de sus propios datos y ajustan su plan. ¡Nos vemos en el próximo capítulo: tu mejor versión matemática está en marcha!



CAPÍTULO 3. GEOMETRÍA Y MEDICIÓN

INTRODUCCION

De la figura a la razón, y de la razón al número. En Geometría y Medición vamos a leer, marcar y transformar croquis en cálculos confiables. Semejanza, proporciones, perímetros, áreas y volúmenes se vuelven herramientas de decisión; Pitágoras, escalas y unidades, tus aliados para estimar y chequear sin perder tiempo.

Seguimos la misma disciplina editorial: sin calculadora; coma decimal y punto de miles; resultados con unidades consistentes.

Estructura del capítulo

- **PRIMERO — RECORDEMOS.** Segmentos y ángulos; polígonos y triángulos; circunferencia vs. círculo; fórmulas base de perímetro/área, Pitágoras; unidades y conversiones; semejanza y razón de escala. Mini-anclas y tabla de razones.
- **SEGUNDO — EJERCITEMOS.** Casos canónicos de semejanza, proporcionalidad y áreas/volúmenes, con estimación previa y verificación.
- **TERCERO — REPASEMOS.** Micro-ítems de lectura geométrica y control de unidades en tiempo acotado.
- **CUARTO — CONSOLIDEMOS.** Modelos de contexto (planos, recipientes, sombras) con justificación de 2–3 ideas rectoras.
- **QUINTO — EVALUÉMONOS.** Set tipo PAES con hoja de respuestas y revisión de errores típicos (escala, unidades, proporciones).
- **SEXTO — DESAFIÉMONOS.** Trampas visuales y sesgos de escala; contraejemplos y criterios de validez.



PRIMERO — RECORDEMOS

Antes de subir la dificultad, activemos los conceptos y fórmulas esenciales de geometría y medición. Lee con calma, revisa ejemplos ancla y verifica con estimaciones. Mantén la coma para decimales y el punto para miles. Sin calculadora.

Mini-glosario

- Segmento, recta, semirrecta, ángulo (agudo, recto, obtuso), vértice.
- Polígono (lados, vértices), triángulo (isósceles, equilátero, escaleno; rectángulo).
- Circunferencia (longitud) y círculo (área); radio, diámetro.
- Perímetro, área, volumen, superficie lateral/total.
- Semejanza y razón de semejanza (escala).
- Unidades: longitud (mm, cm, m, km), área (cm^2, m^2), volumen (cm^3, m^3), capacidad (L).

Formulario esencial

Perímetro de rectángulo:

$$P = 2(a + b)$$

Área de rectángulo:

$$A = ab$$

Área de triángulo:

$$A = \frac{bh}{2}$$

Área de trapecio:

$$A = \frac{(B + b)h}{2}$$

Longitud de circunferencia:

$$c = 2\pi r$$

Área de círculo:

$$A = \pi r^2$$



Teorema de Pitágoras (triángulo rectángulo):

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Volumen de prisma recto:

$$V = A_{\text{base}} \cdot h$$

Volumen de cilindro:

$$V = \pi r^2 h$$

Superficie lateral del cilindro:

$$S_L = 2\pi r h$$

Superficie total del cilindro:

$$S_T = 2\pi r(h + r)$$

Semejanza (factor k):

Lados: k Áreas: k^2 Volúmenes: k^3

Unidades y conversiones (recordatorio)

Longitud:

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$$

Área:

$$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$$

Volumen:

$$1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$$

Capacidad/Volumen:

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

Errores frecuentes (alertas rápidas)

- Usar radio en lugar de diámetro (o viceversa) al calcular $c = 2\pi r$ o $A = \pi r^2$



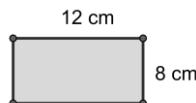
Mezclar unidades (sumar cm con m) o reportar área/volumen sin unidad cuadrada/cúbica

- Aplicar Pitágoras fuera de triángulos rectángulos o confundir cateto con hipotenusa
- Olvidar que en semejanza las áreas escalan con k^2 y los volúmenes con k^3
- No estimar: resultados sin sentido por magnitud (áreas negativas, longitudes mayores que perímetros, etc.)

Ejemplos ancla (con verificación por estimación)

Ejemplo 1. Área y perímetro (Nivel: Básico)

Un rectángulo mide $a = 12 \text{ cm}$ y $b = 8 \text{ cm}$. Calcula su perímetro y su área.



- Desarrollo:

Perímetro:

$$P = 2(a + b) = 2(12 + 8) = 2 \cdot 20 = 40 \text{ cm}$$

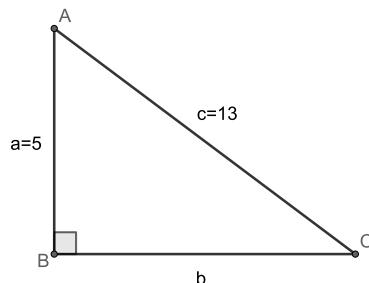
Área:

$$A = ab = 12 \cdot 8 = 96 \text{ cm}^2$$

Verificación (estimación rápida): un lado es cercano a 10 y el otro a 8 ; $10 \cdot 8 = 80$, cercano a 96(coherente). Error típico: olvidar elevar a 2 en el área.

Ejemplo 2. Teorema de Pitágoras (Nivel: Medio)

En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide $c = 13 \text{ cm}$ y un cateto $a = 5 \text{ cm}$. Halla el otro cateto b .





- Desarrollo:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$5^2 + b^2 = 13^2$$

$$25 + b^2 = 169$$

$$b^2 = 169 - 25 = 144$$

$$b = 12 \text{ cm}$$

Verificación (estimación): tripleta pitagórica 5-12-13 conocida; magnitudes coherentes. Error típico: tomar $b = \sqrt{144} = \pm 12$ (en geometría de longitudes se toma 12 positiva).

Ejemplo 3. Escala y semejanza (Nivel: Medio-Avanzado)

Un mapa usa escala 1:50000. La distancia real entre dos puntos es 12,5 km.
¿Cuánto mide en el mapa?

- Desarrollo:

Convierte la distancia real a centímetros (trabajar en la misma unidad que la escala):

$$12,5 \text{ km} = 12500 \text{ m} = 1250000 \text{ cm}$$

En escala 1:50000, la medida en el mapa es la real dividida por 50000 :

$$\text{medida en mapa} = \frac{1250000}{50000} = 25 \text{ cm}$$

Verificación (estimación): 10 km serían 20 cm a esta escala; 12,5 km → 25 cm (coherente). Error típico: no unificar unidades antes de aplicar la escala.

Cierre

Si alguno de estos conceptos no está firme, vuelve a este resumen cuando lo necesites. En la siguiente sección trabajaremos ejemplos guiados, subiendo el nivel de dificultad gradualmente.

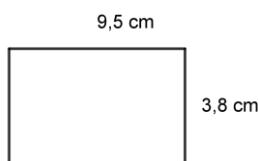


SEGUNDO — EJERCITEMOS

Sigue estos ejemplos paso a paso. Anota unidades, estima para verificar y usa $\pi \approx 3,14$ cuando se pida aproximación. Mantén la coma como separador decimal y el punto para los miles.

Ejemplo 1. Perímetro y área de rectángulo (Nivel: Básico)

Un rectángulo tiene lados $a = 9,5 \text{ cm}$ y $b = 3,8 \text{ cm}$. Calcula su perímetro y su área.



Desarrollo paso a paso

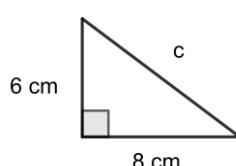
$$P = 2(a + b) = 2(9,5 + 3,8) = 2 \cdot 13,3 = 26,6 \text{ cm}$$

$$A = ab = 9,5 \cdot 3,8 = 36,1 \text{ cm}^2$$

Verificación: $10 \cdot 4 \approx 40$, cercano a 36,1 (coherente). Error típico: olvidar la unidad al cuadrado en el área.

Ejemplo 2. Hipotenusa por Pitágoras (Nivel: Básico)

En un triángulo rectángulo con catetos: $a = 6 \text{ cm}$ y $b = 8 \text{ cm}$, halla la hipotenusa c



Desarrollo paso a paso

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$6^2 + 8^2 = c^2$$

$$36 + 64 = c^2$$

$$100 = c^2$$

$$c = 10 \text{ cm}$$

Verificación: triplete 6_8_10 conocida.

Error típico: sumar $6+8$ en lugar de cuadrarlos.



Ejemplo 3. ¿Es rectángulo? (Pitágoras inverso) (Nivel: Medio)

Un triángulo tiene lados 7 cm, 24 cm y 25 cm. Determina si es rectángulo e identifica la hipotenusa.

Desarrollo paso a paso

$$7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$$

$$25^2 = 625$$

$$7^2 + 24^2 = 25^2$$

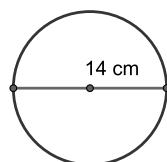
Luego, es triángulo rectángulo y la hipotenusa es 25 cm

Verificación: igualdad pitagórica exacta.

Error típico: elegir como hipotenusa un lado que no es el mayor.

Ejemplo 4. Circunferencia y área de círculo (Nivel: Medio)

Un círculo tiene diámetro $d = 14$ cm. Calcula la longitud de la circunferencia c y el área A .



Desarrollo paso a paso

$$r = \frac{d}{2} = 7 \text{ cm}$$

$$c = 2\pi r = 2\pi \cdot 7 = 14\pi \text{ cm}$$

$$A = \pi r^2 = \pi \cdot 7^2 = 49\pi \text{ cm}^2$$

Aproximaciones con $\pi \approx 3,14$

$$c \approx 14 \cdot 3,14 = 43,96 \text{ cm}$$

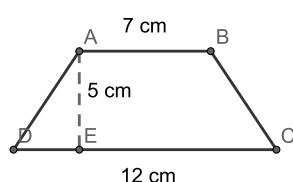
$$A \approx 49 \cdot 3,14 = 153,86 \text{ cm}^2$$

Verificación: si $r \uparrow$, c y A aumentan; magnitudes coherentes.

Error típico: usar d en $A = \pi r^2$ en lugar de r .

Ejemplo 5. Área de trapecio (Nivel: Medio)

En un trapecio, las bases miden $B = 12$ cm y $b = 7$ cm, y la altura $h = 5$ cm. Calcula el área.





Desarrollo paso a paso

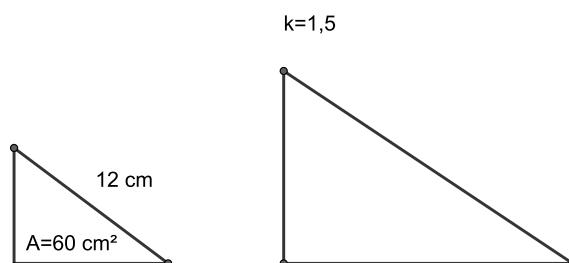
$$A = \frac{(B+b)h}{2} = \frac{(12+7) \cdot 5}{2} = \frac{19 \cdot 5}{2} = \frac{95}{2} = 47,5 \text{ cm}^2$$

Verificación: el promedio de bases es 9,5; $9,5 \cdot 5 = 47,5$ (coincide)

Error típico: usar la suma de lados no paralelos en lugar de las bases.

Ejemplo 6. Semejanza y escala (Nivel: Medio)

Un triángulo se amplía por un factor de escala $k = 1,5$. Si un lado original mide 12 cm y el área original es 60 cm^2 , calcula el nuevo lado correspondiente y el área nueva.



Desarrollo paso a paso

$$\text{Lados} \rightarrow k = 1,5 : 12 \cdot 1,5 = 18 \text{ cm}$$

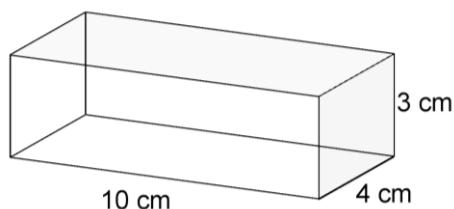
$$\text{Áreas} \rightarrow k^2 = 1,5^2 = 2,25 : 60 \cdot 2,25 = 135 \text{ cm}^2$$

Verificación: si agrandas 1,5 veces, el área aumenta por 2,25

Error típico: multiplicar áreas solo por k y no por k^2 .

Ejemplo 7. Prisma rectangular: volumen y superficie total (Nivel: Medio)

Un prisma rectangular tiene dimensiones $4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$. Calcula su volumen y su superficie total.



Desarrollo paso a paso

$$A_{\text{base}} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$$

$$V = A_{\text{base}} \cdot h = 12 \cdot 10 = 120 \text{ cm}^3$$

$$S_T = 2(lw + lh + wh) = 2(4 \cdot 3 + 4 \cdot 10 + 3 \cdot 10) = 2(12 + 40 + 30) = 164 \text{ cm}^2$$

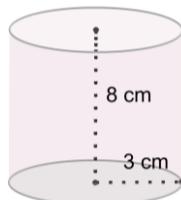
Verificación: V crece lineal con cada dimensión; orden de magnitud coherente.



Error típico: confundir S_T con S_L o contar caras repetidas.

Ejemplo 8. Cilindro: volumen y superficies (Nivel: Medio)

Calcula volumen, superficie lateral y total de un cilindro de radio $r = 3 \text{ cm}$ y altura $h = 8 \text{ cm}$.



Desarrollo paso a paso

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 8 = 72\pi \text{ cm}^3$$

$$S_L = 2\pi r h = 2\pi \cdot 3 \cdot 8 = 48\pi \text{ cm}^2$$

$$S_T = 2\pi r(h+r) = 2\pi \cdot 3 \cdot (8+3) = 66\pi \text{ cm}^2$$

Aproximaciones con $\pi \approx 3,14$

$$V \approx 72 \cdot 3,14 = 226,08 \text{ cm}^3$$

$$S_L \approx 48 \cdot 3,14 = 150,72 \text{ cm}^2$$

$$S_T \approx 66 \cdot 3,14 = 207,24 \text{ cm}^2$$

Verificación: $S_T > S_L$ (coherente).

Error típico: olvidar las dos tapas en S_T .

Ejemplo 9. Conversiones de unidades (Nivel: Básico–Medio)

Convierte: a) $0,65 \text{ m}^2$ a cm^2 b) $2,5 \text{ L}$ a cm^3

Desarrollo paso a paso

$$1 \text{ m}^2 = 10.000 \text{ cm}^2$$

$$0,65 \text{ m}^2 = 0,65 \cdot 10.000 = 6.500 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1.000 \text{ cm}^3$$

$$2,5 \text{ L} = 2,5 \cdot 1.000 = 2.500 \text{ cm}^3$$

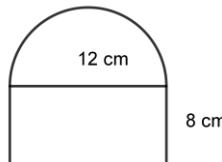
Verificación: al pasar de m^2 a cm^2 multiplicas por $100^2 = 10.000$

Error típico: multiplicar por 100 en lugar de por 10.000 en áreas.



Ejemplo 10. Figura compuesta: rectángulo + semicírculo (Nivel: Medio Avanzado)

Un rectángulo de 12cm x 8cm tiene sobre su lado mayor de 12 cm un semicírculo adosado (diámetro 12 cm). Calcula el área total y el perímetro exterior.



Desarrollo paso a paso

$$A_{\text{rect}} = 12 \cdot 8 = 96 \text{ cm}^2$$

$$r = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

$$A_{\text{semi}} = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 6^2 = 18\pi \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = 96 + 18\pi$$

$$P_{\text{ext}} = 12 + 8 + 8 + \pi r = 28 + 6\pi \text{ cm}$$

Aproximaciones con $\pi \approx 3,14$

$$A_{\text{total}} \approx 96 + 18 \cdot 3,14 = 152,52 \text{ cm}^2$$

$$P_{\text{ext}} \approx 28 + 6 \cdot 3,14 = 46,84 \text{ cm}$$

Verificación: el perímetro es mayor que la base (12) y que cada lado (8), coherente.

Error típico: sumar también el lado superior del rectángulo (queda reemplazado por el arco)

Ejemplo 11. Escala en plano y área real (Nivel: Medio Avanzado)

Con escala de 1:2.000, un parque mide 7,5 cm de ancho y 12 cm de largo en el plano. Calcula sus dimensiones reales en metros y su área real en m^2 y en hectáreas.

Desarrollo paso a paso

$$1 \text{ cm en el plano} = 2.000 \text{ cm} = 20 \text{ m en la realidad}$$

$$\text{ancho real} = 7,5 \cdot 20 = 150 \text{ m}$$

$$\text{largo real} = 12 \cdot 20 = 240 \text{ m}$$



$$A = 150 \cdot 240 = 36.000 \text{ m}^2$$

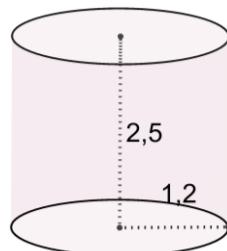
$$1 \text{ ha} = 10.000 \text{ m}^2 \Rightarrow 36.000 \text{ m}^2 = 3,6 \text{ ha}$$

Verificación: magnitudes realistas para un parque urbano.

Error típico: convertir 1:2.000 como 1:200 o mezclar cm con m sin unificar.

Ejemplo 12. Depósito cilíndrico: volumen y litros (Nivel: Avanzado)

Un depósito cilíndrico tiene radio $r = 1,2 \text{ m}$ y altura $h = 2,5 \text{ m}$. Calcula su volumen en m^3 y en litros.



Desarrollo paso a paso

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 1,2^2 \cdot 2,5 = \pi \cdot 1,44 \cdot 2,5 = \pi \cdot 3,6 \text{ m}^3$$

Aproximación con $\pi \approx 3,14$

$$V \approx 3,14 \cdot 3,6 = 11,304 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ L} \Rightarrow V \approx 11.304 \text{ L}$$

Verificación: $r \approx 1$ y $h \approx 2,5$ dan $V \approx 3,14 \cdot 2,5 \approx 7,85$; como $r > 1$, el volumen real $\approx 11,3$ (coherente).

Error típico: usar $\pi r h$ en lugar de $\pi r^2 h$.

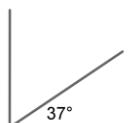


TERCERO — REPASEMOS

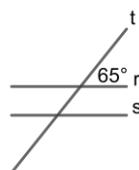
Modo rápido: resuelve sin calculadora. Tiempo sugerido: 20–45 s por ítem.
Mantén la coma como separador decimal y el punto para miles.

A) Ángulos (2 ítems)

Dos ángulos complementarios suman 90° . Si uno mide 37° , ¿cuánto mide el otro?

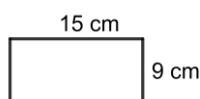


Sean $r \parallel s$ y una transversal t . Si un ángulo correspondiente mide 65° , ¿cuánto mide el correspondiente en la otra recta?

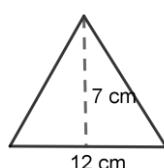


B) Perímetro y área en polígonos (2 ítems)

Rectángulo con $a = 15 \text{ cm}$ y $b = 9 \text{ cm}$. Calcula el área A

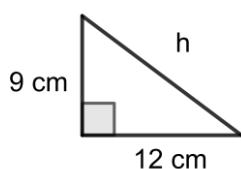


Triángulo con base $b = 12 \text{ cm}$ y altura $h = 7 \text{ cm}$. Calcula el área A



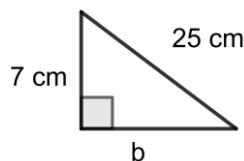
C) Pitágoras (2 ítems)

Triángulo rectángulo con catetos 9 cm y 12 cm . Halla la hipotenusa c





En un triángulo rectángulo, $c = 25 \text{ cm}$ y un cateto mide 7 cm . Halla el otro cateto b



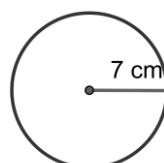
D) Semejanza y escala (2 ítems)

Una figura se amplía con factor $k = 2,5$. Si un lado era 8 cm , ¿cuánto mide el lado correspondiente después de ampliar?

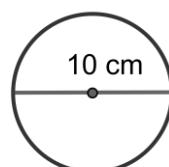
En un mapa a escala $1:20.000$, la distancia real es 6 km . ¿Cuánto mide en el mapa en cm?

E) Circunferencia y círculo (2 ítems)

Circunferencia de radio $r = 7 \text{ cm}$. Calcula la longitud c en función de π

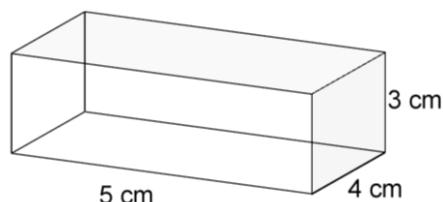


Círculo de diámetro $d = 10 \text{ cm}$. Calcula el área A en función de π



F) Volumen y conversiones (2 ítems)

Prisma rectangular $5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$. Calcula el volumen V



Convierte $2,3 \text{ L}$ a cm^3



Clave de respuestas

1) 53°

2) 65°

3) $A = 15 \cdot 9 = 135 \text{ cm}^2$

4) $A = \frac{bh}{2} = \frac{12 \cdot 7}{2} = 42 \text{ cm}^2$

5) $c = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$

6) $b = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$

7) $8 \cdot 2,5 = 20 \text{ cm}$

8) $6 \text{ km} = 6.000 \text{ m} = 600.000 \text{ cm} \Rightarrow \frac{600.000}{20.000} = 30 \text{ cm}$

9) $c = 2\pi r = 2\pi \cdot 7 = 14\pi \text{ cm}$

10) $r = 5 \text{ cm} \Rightarrow A = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \text{ cm}^2$

11) $V = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \text{ cm}^3$

12) $1 \text{ L} = 1.000 \text{ cm}^3 \Rightarrow 2,3 \text{ L} = 2.300 \text{ cm}^3$

Geometría y Medición

PAES M1

Figuras, perímetro, área, volumen y unidades



Micro-bitácora (anota y mejora)

Ítem	¿Correcto? (✓/✗)	Tiempo (s)	Tema a reforzar
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			



CUARTO — CONSOLIDEMOS

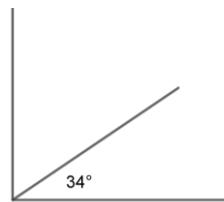
Lee con atención y resuelve SIN calculadora. Tiempo sugerido: 12 minutos (≈ 1 min por ítem). Mantén la coma para decimales y el punto para miles. Si una línea es solo matemática, no termina en punto.

Indicaciones rápidas

- Primero estima (orden de magnitud) y luego calcula.
- Unifica unidades ANTES de operar.
- En Pitágoras, verifica si el triángulo es rectángulo y cuál es la hipotenusa.
- En escala/semejanza: lados $\rightarrow k$, áreas $\rightarrow k^2$, volúmenes $\rightarrow k^3$

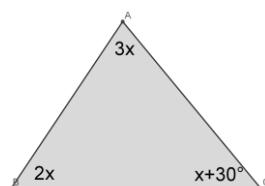
Ítems (selección múltiple)

1) Dos ángulos complementarios suman 90° . Si uno mide 34° , el otro mide:



- A) 46°
- B) 56°
- C) 64°
- D) 66°

2) En un triángulo, los ángulos miden $3x$, $2x$ y $(x + 30^\circ)$. El valor de x es:



- A) 20°
- B) 25°
- C) 30°
- D) 35°

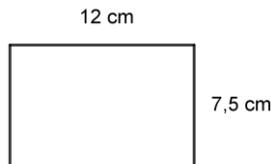
Geometría y Medición

PAES M1

Figuras, perímetro, área, volumen y unidades



3) Un rectángulo tiene $a = 12 \text{ cm}$ y $b = 7,5 \text{ cm}$. Su área es:



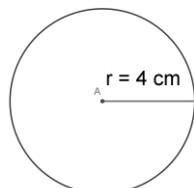
A) 84 cm^2

B) 89 cm^2

C) 90 cm^2

D) 96 cm^2

4) Un círculo de radio $r = 4 \text{ cm}$. La longitud de la circunferencia es:



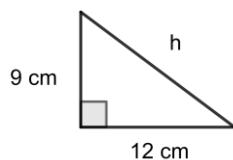
A) $4\pi \text{ cm}$

B) $6\pi \text{ cm}$

C) $8\pi \text{ cm}$

D) $16\pi \text{ cm}$

5) En un triángulo rectángulo con catetos 9 cm y 12 cm , la hipotenusa es:



A) 14 cm

B) 15 cm

C) 16 cm

D) 21 cm

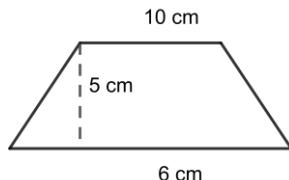
Geometría y Medición

PAES M1

Figuras, perímetro, área, volumen y unidades



- 6) Un trapecio tiene $B = 10 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$ y $h = 5 \text{ cm}$. Su área es:



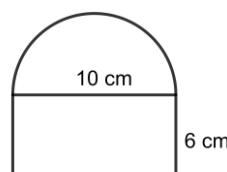
A) 30 cm^2

B) 35 cm^2

C) 40 cm^2

D) 45 cm^2

- 7) Un rectángulo de $10 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ tiene sobre el lado de 10 cm un semicírculo (diámetro 10 cm). El área total es:



A) $60 + 5\pi \text{ cm}^2$

B) $60 + 10\pi \text{ cm}^2$

C) $60 + 12,5\pi \text{ cm}^2$

D) $60 + 25\pi \text{ cm}^2$

- 8) Una figura se amplía con $k = 1,2$. Si el área original es 50 cm^2 , el área nueva es:

A) 60 cm^2

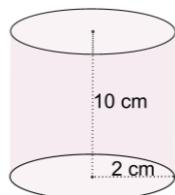
B) 70 cm^2

C) 72 cm^2

D) 75 cm^2



9) Cilindro con $r = 2 \text{ cm}$ y $h = 10 \text{ cm}$. Su volumen es:



- A) $20\pi \text{ cm}^3$
- B) $30\pi \text{ cm}^3$
- C) $40\pi \text{ cm}^3$
- D) $50\pi \text{ cm}^3$

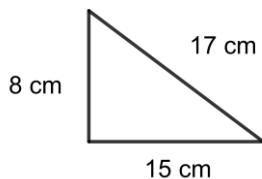
10) Convierte $0,35 \text{ m}^2$ a cm^2 :

- A) 3.500 cm^2
- B) 350 cm^2
- C) 35.000 cm^2
- D) 3.050 cm^2

11) A escala 1:25.000, la distancia real es 7,5 km. La medida en el mapa es:

- A) 15 cm
- B) 25 cm
- C) 30 cm
- D) 35 cm

12) Un triángulo tiene lados 8, 15 y 17 en cm entonces:



- A) No es rectángulo
- B) Es rectángulo con hipotenusa 15 cm
- C) Es rectángulo con hipotenusa 17 cm
- D) Es isósceles



Tabla de respuestas

Ítem	1	2	3	4	5	6
Clave	B	B	C	C	B	C
Ítem	7	8	9	10	11	12
Clave	C	C	C	A	C	C

Solucionario (paso a paso)

Pregunta 1

Complementarios: $\alpha + \beta = 90^\circ$. Si uno es 34° , el otro es $90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$

Clave: B

Pregunta 2

Suma de ángulos interiores del triángulo: $3x + 2x + (x + 30^\circ) = 180^\circ$

$$6x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$6x = 150^\circ$$

$$x = 25^\circ$$

Clave: B

Pregunta 3

Área de rectángulo: $A = ab$

$$A = 12 \cdot 7,5 = 90 \text{ cm}^2$$

Clave: C

Pregunta 4

Longitud de circunferencia: $c = 2\pi r$

$$c = 2\pi \cdot 4 = 8\pi \text{ cm}$$

Clave: C



Pregunta 5

Teorema de Pitágoras: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$c = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

Clave: B

Pregunta 6

$$\text{Área de trapecio: } A = \frac{(B+b)h}{2}$$

$$A = \frac{(10+6) \cdot 5}{2} = \frac{16 \cdot 5}{2} = 40 \text{ cm}^2$$

Clave: C

Pregunta 7

Área total: área del rectángulo + área del semicírculo

$$A_{\text{rect}} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ cm}^2$$

$$r = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

$$A_{\text{semi}} = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 5^2 = 12,5\pi \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = 60 + 12,5\pi \text{ cm}^2$$

Clave: C

Pregunta 8

En semejanza: áreas escalan por k^2

$$A_{\text{nueva}} = A_{\text{original}} \cdot k^2 = 50 \cdot 1,2^2 = 50 \cdot 1,44 = 72 \text{ cm}^2$$

Clave: C

Pregunta 9

Cilindro: $V = \pi r^2 h$

$$V = \pi \cdot 2^2 \cdot 10 = 40\pi \text{ cm}^3$$

Clave: C



Pregunta 10

Conversión: $1 \text{ m}^2 = 10.000 \text{ cm}^2$

$$0,35 \text{ m}^2 = 0,35 \cdot 10.000 = 3.500 \text{ cm}^2$$

Clave: A

Pregunta 11

Escala: longitud en mapa = longitud real / denominador de la escala

Convierte a cm: $7,5 \text{ km} = 7.500 \text{ m} = 750.000 \text{ cm}$

$$\frac{750.000}{25.000} = 30 \text{ cm}$$

Clave: C

Pregunta 12

Pitágoras inverso: verifica $8^2 + 15^2 = 17^2$

$$64 + 225 = 289$$

$$289 = 289$$

Es rectángulo y la hipotenusa es el mayor lado: 17 cm

Clave: C

Autoevaluación — fortalezas y próximos pasos

- ¿En cuáles temas tuviste más aciertos? Marca: Ángulos | Perímetros/Áreas | Pitágoras | Semejanza/Escala | Circunferencia | Volúmenes/Unidades | Escalas en mapas
- Si fallaste por unidades: crea el hábito de convertir ANTES de operar.
- Si fallaste por fórmulas: copia en una tarjeta el formulario esencial y repásalo diariamente 3 minutos.
- Si fallaste por tiempo: practica el set de 12 cronometrando 10–12 minutos (sube a 14 si aún estás en ajuste).
- Pasa a 'Evaluémonos' cuando consigas 10/12 o más de manera consistente.

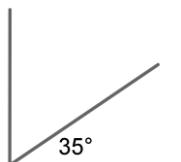


QUINTO — EVALUÉMONOS

Instrucciones: Resuelve SIN calculadora. Tiempo sugerido: 20–24 minutos ($\approx 1,0$ – $1,2$ min por ítem). Mantén la coma para decimales y el punto para miles.

Ítems de selección múltiple (marca A, B, C o D)

- 1) Dos ángulos complementarios suman 90° . Si uno mide 35° , el otro mide:



- A) 35°
- B) 45°
- C) 55°
- D) 65°

- 2) Ángulos suplementarios suman 180° . Si uno mide 127° , el otro mide:



- A) 43°
- B) 53°
- C) 63°
- D) 73°

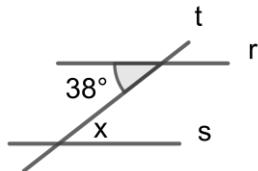
Geometría y Medición

PAES M1

Figuras, perímetro, área, volumen y unidades

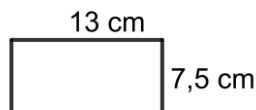


3) Si $r \parallel s$ y t es transversal. Un ángulo alterno interno mide 38° . Su par alterno interno mide:



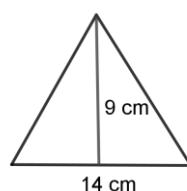
- A) 38°
- B) 42°
- C) 68°
- D) 142°

4) Rectángulo con lados $a = 13 \text{ cm}$ y $b = 7,5 \text{ cm}$. El perímetro es:



- A) $20,5 \text{ cm}$
- B) 41 cm
- C) $41,5 \text{ cm}$
- D) 40 cm

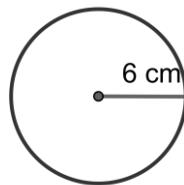
5) Triángulo con base $b = 14 \text{ cm}$ y altura $h = 9 \text{ cm}$. Su área es:



- A) 45 cm^2
- B) 63 cm^2
- C) 126 cm^2
- D) 72 cm^2

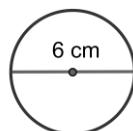


6) Círculo de radio $r = 6 \text{ cm}$. La longitud de la circunferencia c es:



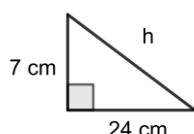
- A) $6\pi \text{ cm}$
- B) $10\pi \text{ cm}$
- C) $12\pi \text{ cm}$
- D) $24\pi \text{ cm}$

7) Círculo de diámetro $d = 10 \text{ cm}$. Su área A es:



- A) $10\pi \text{ cm}^2$
- B) $20\pi \text{ cm}^2$
- C) $25\pi \text{ cm}^2$
- D) $50\pi \text{ cm}^2$

8) Triángulo rectángulo con catetos 7 cm y 24 cm . La hipotenusa c mide:



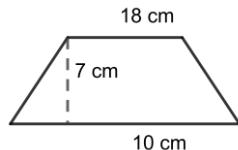
- A) 23 cm
- B) 24 cm
- C) 25 cm
- D) 26 cm



9) Un triángulo tiene lados 8 cm , 15 cm y 17 cm . Entonces:

- A) No es rectángulo
- B) Es rectángulo con hipotenusa 15 cm
- C) Es rectángulo con hipotenusa 17 cm
- D) Es isósceles

10) Trapecio con bases $B = 18 \text{ cm}$, $b = 10 \text{ cm}$ y altura $h = 7 \text{ cm}$. El área es:



- A) 84 cm^2
- B) 91 cm^2
- C) 98 cm^2
- D) 112 cm^2

11) Una figura se reduce con factor $k = 0,75$. Si un lado original mide 20 cm , el lado correspondiente luego de reducir mide:

- A) 10 cm
- B) 12,5 cm
- C) 15 cm
- D) 16 cm



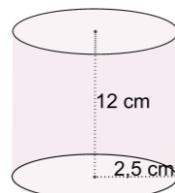
12) Una figura se amplía con factor $k = 1,25$. Si el área original es 64 cm^2 , el área nueva es:

- A) 80 cm^2
- B) 96 cm^2
- C) 100 cm^2
- D) 125 cm^2

13) En un mapa a escala 1:50.000, la distancia real es 12,5 km. ¿Cuánto mide en el mapa (en cm)?

- A) 12,5 cm
- B) 18 cm
- C) 25 cm
- D) 50 cm

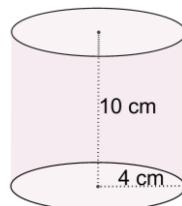
14) Cilindro con radio $r = 2,5 \text{ cm}$ y altura $h = 12 \text{ cm}$. Su volumen es:



- A) $50\pi \text{ cm}^3$
- B) $60\pi \text{ cm}^3$
- C) $75\pi \text{ cm}^3$
- D) $90\pi \text{ cm}^3$



15) Cilindro con radio $r = 4 \text{ cm}$ y altura $h = 10 \text{ cm}$. Su superficie total es:



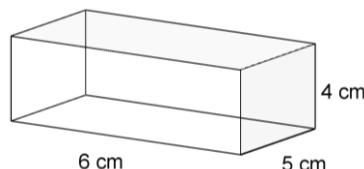
A) $96\pi \text{ cm}^2$

B) $112\pi \text{ cm}^2$

C) $128\pi \text{ cm}^2$

D) $144\pi \text{ cm}^2$

16) Prisma rectangular de $6 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$. Su volumen es:



A) 100 cm^3

B) 110 cm^3

C) 120 cm^3

D) 140 cm^3

17) Convierte $0,08 \text{ m}^2$ a cm^2 :

A) 80

B) 800

C) 8.000

D) 80.000



18) Convierte 3,6 L a cm^3

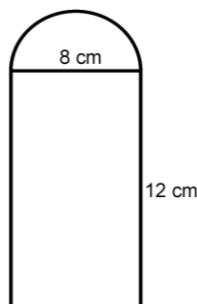
A) 360 cm^3

B) 3.600 cm^3

C) 36.000 cm^3

D) $0,36 \text{ cm}^3$

19) Un rectángulo de $12 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$ tiene un semicírculo recortado en el lado de 8 cm (diámetro 8 cm). El área total es:



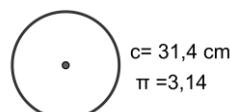
A) $96 - 4\pi \text{ cm}^2$

B) $96 - 8\pi \text{ cm}^2$

C) $96 - 16\pi \text{ cm}^2$

D) $96 - 32\pi \text{ cm}^2$

20) Si la longitud de una circunferencia es $c = 31,4 \text{ cm}$ y usas $\pi \approx 3,14$, el radio es:



A) 4 cm

B) 5 cm

C) 6 cm

D) 7 cm



Hoja de respuestas (estudiante)

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Resp.										
Ítem	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Resp.										

Tabla de equivalencia estimada (orientativa)

Correctas	Rango PAES M1 (estimado)	Nivel	Recomendación
18–20	900+	Excelente	Listo/a para ítems de mayor integración y tiempo real de ensayo
15–17	850–899	Muy Bueno	Refuerza errores específicos y pasa a 'Desafiémonos'
12–14	800–849	Bueno	Consolida fórmulas y unidades; repite este set cronometrado
9–11	750–799	En desarrollo alto	Revisa semejanza, Pitágoras y conversiones; vuelve a 'Consolidemos'
0–8	≤700	En desarrollo	Vuelve a 'Recordemos' y 'Ejercitemos' con foco en unidades y fórmulas base

Nota: La tabla es orientativa para auto-monitoreo; no reemplaza escalas oficiales.



Rúbrica breve para interpretar tu resultado

- Si fallaste por unidades: unifica antes de operar y verifica el orden de magnitud.
- Si fallaste por fórmulas: repasa el formulario esencial y crea tarjetas de memoria.
- Si fallaste por tiempo: entrena con sets cronometrados de 10–12 min (primero precisión, luego velocidad).

Clave de respuestas

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Clave	C	B	A	B	B	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	C	B	B	B	B

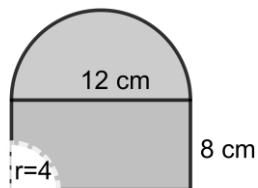


SEXTO — DESAFIÉMONOS

Resuelve SIN calculadora. Integra: área–volumen–escala, Pitágoras + semejanza y estimaciones. Mantén la coma decimal. Si una línea es solo matemática, no termina en punto.

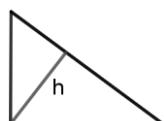
Ítems de selección múltiple

- 1) Un rectángulo de $12 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$ tiene adosado en el lado de 12 cm un semicírculo (diámetro 12 cm) y se recorta un cuarto de círculo de radio 4 cm en una esquina inferior. El área total es:



- A) $96+9\pi \text{ cm}^2$
- B) $96+12\pi \text{ cm}^2$
- C) $96+14\pi \text{ cm}^2$
- D) $96+18\pi \text{ cm}^2$

- 2) En un triángulo rectángulo, la altura a la hipotenusa desde el vértice del ángulo recto divide a esta en segmentos de 9 cm y 16 cm . La altura mide:



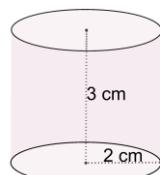
- A) 10 cm
- B) 12 cm
- C) 15 cm
- D) 25 cm



3) En un plano a escala 1:200, el techo rectangular de un galpón mide $18 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$. El área real del techo es:

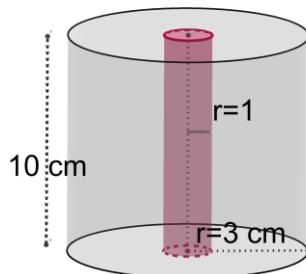
- A) $86,4 \text{ m}^2$
- B) 180 m^2
- C) 432 m^2
- D) 864 m^2

4) Un cilindro de radio $r = 2 \text{ m}$ y altura $h = 3 \text{ m}$ está abierto arriba y apoyado sobre el piso. ¿Qué área exterior hay que pintar?



- A) $12\pi \text{ m}^2$
- B) $16\pi \text{ m}^2$
- C) $20\pi \text{ m}^2$
- D) $24\pi \text{ m}^2$

5) Un cilindro macizo de radio 3 cm y altura 10 cm es perforado axialmente por un taladro cilíndrico de radio 1 cm . El volumen remanente es:



- A) $60\pi \text{ cm}^3$
- B) $80\pi \text{ cm}^3$
- C) $90\pi \text{ cm}^3$
- D) $100\pi \text{ cm}^3$

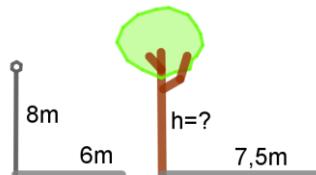
Geometría y Medición

PAES M1

Figuras, perímetro, área, volumen y unidades

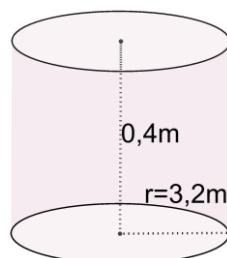


- 6) Un poste de 8 m proyecta una sombra de 6 m . Simultáneamente, un árbol proyecta una sombra de 7,5 m . La altura del árbol es:



- A) 9 m
- B) 10 m
- C) 12 m
- D) 15 m

- 7) Una fuente cilíndrica de base circular y radio 3,2 m se llena hasta 0,4 m de profundidad. Estima (al millar más cercano) el volumen en litros. Usa $\pi \approx 3,14$.



- A) 9.000 L
- B) 13.000 L
- C) 31.000 L
- D) 120.000 L

- 8) Un modelo a escala 1:100 de un depósito tiene volumen medido de 1,8 L . ¿Cuál es el volumen real en m^3 ?

- A) $1,8 m^3$
- B) $18 m^3$
- C) $180 m^3$
- D) $1.800 m^3$



Clave de respuestas

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8
Clave	C	B	D	B	B	B	B	D

Soluciones breves

Pregunta 1

Área total = área rectángulo + área semicírculo – área cuarto de círculo

$$A = 12 \cdot 8 + \frac{1}{2} \pi \cdot 6^2 - \frac{1}{4} \pi \cdot 4^2$$

$$A = 96 + 18\pi - 4\pi = 96 + 14\pi \text{ cm}^2$$

Clave: C

Pregunta 2

Para triángulo rectángulo con altura a la hipotenusa: $h = \sqrt{mn}$

$$h = \sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

Clave: B

Pregunta 3

Escala 1:200 $\Rightarrow k = 200$ en longitudes; áreas escalan por k^2

$$\text{Área plano} = 18 \cdot 12 = 216 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{real}} = 216 \cdot 200^2 = 216 \cdot 40.000 = 8.640.000 \text{ cm}^2 = 864 \text{ m}^2$$

Clave: D

Pregunta 4

Cilindro abierto arriba, apoyado abajo: pinta $S_L + \text{base}$

$$S_L = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2 \cdot 3 = 12\pi \text{ m}^2$$

$$A_{\text{base}} = \pi r^2 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi \text{ m}^2$$

$$S_{\text{total}} = 12\pi + 4\pi = 16\pi \text{ m}^2$$

Clave: B



Pregunta 5

$$\text{Volumen remanente} = \pi(R^2 - r^2)h$$

$$V = \pi(3^2 - 1^2) \cdot 10 = \pi(9 - 1) \cdot 10 = 80\pi \text{ cm}^3$$

Clave: B

Pregunta 6

Sombras simultáneas \Rightarrow triángulos semejantes

$$\frac{\text{altura}}{\text{sombra}} \text{ es constante} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$H = \frac{4}{3} \cdot 7,5 = 10 \text{ m}$$

Clave: B

Pregunta 7

$$\text{Volumen } V = \pi r^2 h = 3,14 \cdot 3,2^2 \cdot 0,4$$

$$r^2 = 10,24 \Rightarrow V \approx 3,14 \cdot 10,24 \cdot 0,4 \approx 12,9 \text{ m}^3 \approx 12.900 \text{ L}$$

Al millar más cercano: 13.000 L

Clave: B

Pregunta 8

Escala 1:100 \Rightarrow volúmenes por $k^3 = 100^3 = 1.000.000$

$$V_{\text{real}} = 1,8 \text{ L} \cdot 1.000.000 = 1.800.000 \text{ L} = 1.800 \text{ m}^3$$

Clave: D

Tabla B — Rúbrica de autoevaluación por capítulo

Mas adelante encontrarás una rúbrica para que te autoevalúes. Tiene una lista de criterios (conceptos, procedimientos, representación, modelación, argumentación, gestión del tiempo y metacognición) con 4 niveles: Inicial (1), En desarrollo (2), Satisfactorio (3), Avanzado (4).



Cómo usarla:

- Al cerrar el capítulo, elige en cada criterio el nivel cuyo descriptor te representa mejor.
- Detecta 1–2 criterios en nivel 1–2, y vuelve a las secciones “Repasemos” y “Consolidemos” relacionadas.
- Define una meta concreta (subir 1 nivel en esos criterios) y qué ejercicios harás.
- Si la mayoría está en 3–4, realiza el mini-ensayo del eje con tiempo controlado y vuelve a ajustar la rúbrica según el resultado.

Criterio	Inicial (1)	En desarrollo (2)	Satisfactorio (3)	Avanzado (4)
Comprensión conceptual del capítulo	Identifico términos, pero me cuesta explicar ideas clave.	Explico parcialmente conceptos y ejemplos directos.	Comprendo ideas clave y las conecto con ejemplos variados.	Explico con claridad, conecto conceptos y detecto malentendidos comunes.
Procedimientos y cálculo	Cometo errores frecuentes o necesito apoyo constante.	Resuelvo rutinas simples con algunas correcciones.	Resuelvo con precisión la mayoría de procedimientos.	Resuelvo con fluidez, verifico resultados y optimizo pasos.
Representación (tablas, gráficos, notación)	Me cuesta leer o construir representaciones correctas.	Leo y construyo representaciones simples con apoyo.	Uso representaciones correctas para resolver y explicar.	Elijo y conecto múltiples representaciones de forma estratégica.
Modelación (traducción entre contexto y matemáticas)	Me cuesta identificar datos, incógnitas y relaciones.	Identifico elementos básicos del modelo en contextos familiares.	Formulo y aplico modelos correctos en problemas del capítulo.	Comparo modelos, justifico supuestos y evalúo la validez de soluciones.
Argumentación y justificación	Explico con pasos incompletos o sin justificación.	Justifico pasos clave de forma parcial.	Justifico procedimientos y decisiones con claridad.	Construyo argumentos completos y detecto errores en razonamientos.
Gestión del tiempo estilo PAES	No termino o exedo ampliamente los tiempos.	Termino con dificultad y sin estrategia clara.	Administro tiempos por ítem con estrategia básica.	Optimizo tiempos y priorizo ítems con criterios claros.



Metacognición (registro de errores y plan)	No registro errores ni planes de mejora.	Registro errores de forma esporádica.	Registro errores y corrijo con acciones concretas.	Mantengo bitácora, detecto patrones y ajusto mi plan eficazmente.
--	--	---------------------------------------	--	---

Checklist de Habilidades Desarrolladas

Habilidad Clave	¿La dominas?	Observaciones personales
Comprendí los conceptos fundamentales del capítulo	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Resolví problemas aplicando estrategias adecuadas	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Representé situaciones matemáticas con claridad	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Argumenté mis respuestas con fundamentos sólidos	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Detecté y corregí errores en mi razonamiento	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Utilicé distintos enfoques para resolver un mismo problema	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Relacioné los contenidos con situaciones reales	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Me sentí seguro/a explicando lo aprendido a otra persona	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Logré resolver al menos 80% del Reto Avanzado	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	
Identifiqué qué habilidades debo reforzar	<input type="checkbox"/> Sí / <input type="checkbox"/> No	



¡Excelente trabajo! Si llegaste hasta aquí, ya distes los pasos que construyen puntaje: comprendiste fundamentos, resolviste ejemplos con guía, automatizaste lo frecuente, te mediste en un mini-reto y contrastaste tu desempeño en un mini-ensayo del eje. Eso no es suerte: es método. Y el método se nota cuando reduces errores típicos (signos, jerarquía, denominador común), verificas con estimaciones y operación inversa, y administras tu tiempo sin perder la calma.

Llévate tres ideas fuerza:

7. **La fluidez se entrena:** repetir inteligentemente lo que fallaste vale más que hacer cien ejercicios nuevos.
8. **Representar y argumentar** ahorran tiempo: una recta numérica bien usada o una justificación corta evitan cálculos innecesarios.
9. **La bitácora manda:** anota tu error, el paso donde ocurrió y la acción concreta para evitarlo mañana; esa es tu ventaja competitiva.

Si tu mini-ensayo quedó bajo lo esperado, no te frustres: regresa al “Repasemos” de los contenidos que marcaste en / , repite la rutina cronometrada y vuelve a intentar el set. Si te fue bien, súbete al Reto Avanzado y apunta a 6–8 respuestas correctas: ahí está el diferencial que te empuja al tramo alto de la escala. Y no olvides completar tu rúbrica de autoevaluación: te mostrará en qué debes invertir el próximo bloque de estudio para crecer más rápido.

Terminaste el capítulo con más control, más claridad y más ritmo. Ese es el combustible que te llevará con seguridad al siguiente eje. Sigue entrenando con intención, celebra cada mejora y mantén la disciplina: la PAES premia a quienes aprenden de sus propios datos y ajustan su plan. ¡Nos vemos en el próximo capítulo: tu mejor versión matemática está en marcha!



CAPÍTULO 4. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

INTRODUCCIÓN

Decidir con datos. En este eje aprenderás a construir y leer tablas y gráficos, elegir medidas adecuadas (centro y dispersión), y razonar con probabilidades simples y condicionales. La meta es interpretar con precisión, detectar sesgos comunes y sustentar conclusiones breves y correctas.

Mantenemos las reglas del juego: sin calculadora; coma decimal y punto de miles; ejes y bases claras en porcentajes. Enfatizamos RP (lectura e interpretación), REP (representaciones correctas), MOD (cálculos mínimos bien secuenciados) y ARG (criterios para elegir la medida que mejor representa).

Estructura del capítulo

- **PRIMERO — RECORDEMOS.** Población vs. muestra; tipos de variables; frecuencias; sesgos; gráficos adecuados (barras, histograma, boxplot). Mini-anclas y alertas.
- **SEGUNDO — EJERCITEMOS.** Media, mediana, moda; IQR; porcentajes con base explícita; probabilidad condicional con tabla 2×2 /árbol.
- **TERCERO — REPASEMOS.** Lectura y cálculo en tiempo acotado con autocorrección y bitácora.
- **CUARTO — CONSOLIDEMOS.** Problemas en contexto que exigen elegir representación y medida adecuada.
- **QUINTO — EVALUÉMONOS.** Simulación tipo PAES del eje con rúbrica simple.
- **SEXTO — DESAFIÉMONOS.** Ítems con distractores finos (bases erróneas, gráficos engañosos) y defensa de tu elección.



PRIMERO — RECORDEMOS

Síntesis conceptual con ejemplos ancla y alertas comunes.

Datos y variables

Población: conjunto completo de individuos de interés. Muestra: subconjunto observado. Un parámetro describe a la población; una estadística describe a la muestra

Tipos de variables: cualitativa nominal u ordinal; cuantitativa discreta o continua. El tipo de variable determina el gráfico apropiado y las medidas resumidas

Frecuencias: absoluta (conteo), relativa (proporción) y acumulada (suma progresiva). Usa porcentajes con base explícita

Sesgo de muestreo: aparece cuando el procedimiento favorece ciertos casos (por ejemplo, encuestar solo a quienes llegan temprano)

Ejemplo ancla 1 — Variable cualitativa (gráfico de barras)

Una encuesta a $n = 40$ estudiantes sobre medio de transporte al colegio arroja: Bus 18, Caminar 6, Bicicleta 8, Auto 8

Medio	Frec. abs.	Frec. rel.	Frec. acum.
Bus	18	0,45	0,45
Caminar	6	0,15	0,60
Bicicleta	8	0,20	0,80
Auto	8	0,20	1,00

Lectura: el 45% usa bus; el 20% bicicleta; la frecuencia acumulada llega a 0,80 tras bicicleta

Ejemplo ancla 2 — Variable cuantitativa (histograma)

Tiempos de viaje en minutos de $n = 20$ estudiantes: 18; 20; 22; 22; 24; 24; 24; 26; 26; 28; 28; 29; 30; 31; 31; 33; 35; 35; 38; 42

Sugerencia de clases de 5 minutos: [15-20); [20-25); [25-30); [30-35); [35-40); [40-45). Cuenta cuántos caen en cada clase y dibuja un histograma con ejes rotulados y sin 3D



Alertas Rápidas

- No uses gráfico de sectores para variables cuantitativas continuas
- Evita gráficos 3D: distorsionan la comparación de alturas
- En porcentajes, indica siempre la base n
- Medidas de tendencia central

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

- Media aritmética: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$
- Mediana: valor central tras ordenar; si n es par, promedio de los dos centrales
- Moda: valor que más se repite

Ejemplo ancla 2 — Efecto de un atípico

Datos ordenados (min): 22; 24; 24; 26; 28; 30; 35; 60

Cálculos: $\bar{x} = \frac{22 + 24 + 24 + 26 + 28 + 30 + 35 + 60}{8} = 31,125$ Mediana = $\frac{26 + 28}{2} = 27$

Conclusión: la media sube por el 60, mientras la mediana representa mejor el centro típico

ALERTA

No promedies porcentajes con distintas bases sin ponderar

Si hay atípicos evidentes, prefiere la mediana a la media

Dispersión y posición

Rango: max – min Cuartiles Q_1 , mediana Q_2 y Q_3 dividen los datos ordenados en cuatro partes iguales

Rango intercuartílico: $IQR = Q_3 - Q_1$ Mide la dispersión de la zona central

Regla de outliers en boxplot: límites $[Q_1 - 1,5IQR; Q_3 + 1,5IQR]$

Ejemplo ancla 3 — IQR y outliers

Con los mismos datos: 22; 24; 24; 26; 28; 30; 35; 60

Cálculo de cuartiles: $Q_1 = 24$, $Q_2 = 27$, $Q_3 = 32,5$, luego $IQR = 8,5$

Cercos: inferior = $24 - 1,5 \cdot 8,5 = 11,25$; superior = $32,5 + 1,5 \cdot 8,5 = 45,25$. El 60 es outlier



Lectura de boxplot: la caja va de Q_1 a Q_3 ; la línea central es la mediana; bigotes hasta el dato más extremo dentro de los cercos; puntos fuera son atípicos

ALERTA

No confundas IQR con rango total

Una media mayor no implica necesariamente mejor desempeño si la dispersión es alta

Probabilidad básica

Experimento aleatorio: proceso con resultados impredecibles individuales, pero patrón estable a largo plazo. Espacio muestral Ω : conjunto de resultados posibles. Evento: subconjunto de Ω

Reglas: $P(A^c) = 1 - P(A)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ Si A y B independientes, $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$$\text{Condiconal: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{con } P(B) > 0$$

Ejemplo ancla — Tabla 2×2

En $n=100$ estudiantes: A= “usa transporte público”, B= “llega tarde”. Datos: a=12, b=28, c=8, d=52

	B	B^c	Total
A	12	28	40
A^c	8	52	60
Total	20	80	100

Probabilidades: $P(A) = 0,40$, $P(B) = 0,20$, $P(A \cap B) = 0,12$, $P(A \cup B) = 0,48$

$$\text{Condicionales: } P(A|B) = \frac{0,12}{0,20} = 0,60 \text{ y } P(B|A) = \frac{0,12}{0,40} = 0,30$$

¿Independencia? Compara $P(A \cap B) = 0,12$ con $P(A)P(B) = 0,08$. No son independientes



Alertas Rápidas

- No confundas $P(A \cap B)$ con $P(A|B)$
- No sumes probabilidades de eventos que no son mutuamente excluyentes

Conteo elemental

Principio multiplicativo: si una tarea puede hacerse de m formas y otra de n formas, en secuencia hay $m \cdot n$ formas

Árbol de casos: representa decisiones sucesivas y evita olvidar o contar dos veces casos

Ejemplo ancla 1. Menú

Un menú ofrece 2 entradas, 3 fondos y 2 postres. Cantidad de menús distintos:
 $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$

Ejemplo ancla 2. Clave numérica

Claves de 3 dígitos sin repetición. Formas: $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

Alertas rápidas

- Verifica si el orden importa antes de decidir cómo contar
- Si no hay reemplazo, revisa que no asumas independencia por defecto
- Lectura crítica de información
- Checklist: ejes y unidades visibles; escala regular; base de porcentaje indicada; redondeos coherentes; título claro y fuente de datos

Mini-caso

Un gráfico de barras compara ventas mensuales de A y B . El eje vertical comienza en 90 en lugar de 0. Las barras de $A=100$ y $B=95$ parecen muy distintas, aunque la diferencia real es de 5 unidades sobre una base de 100

**Opciones de interpretación:**

- Afirmar que A vende el doble que B
- Concluir que A supera a B por 5% sobre una base de 100, pero que el gráfico exagera la diferencia por el eje truncado
- Decir que A y B venden lo mismo
- Correcta: Concluir que A supera a B por 5% y advertir que el eje truncado exagera la diferencia

Resumen operativo

- Elige el gráfico según el tipo de variable
- Ante atípicos, usa mediana e IQR para resumir
- En probabilidad, distingue unión, intersección y condicional; prueba independencia con $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
- Para contar, usa árbol y principio multiplicativo evitando doble conteo
- Piensa críticamente: cuestiona escalas, bases y redondeos



SEGUNDO — EJERCITEMOS

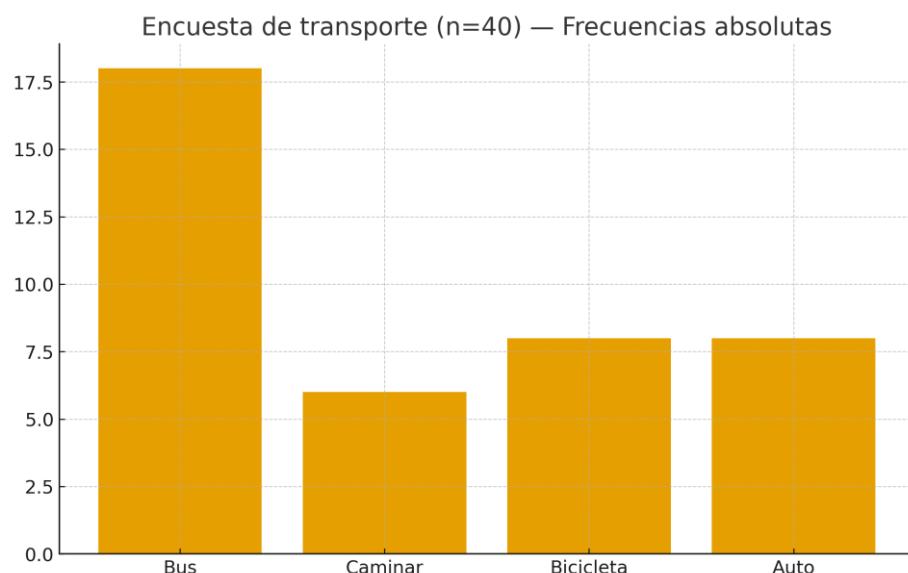
Sugerencia de uso: resuelve cada ejemplo siguiendo el paso a paso, anota tus dudas y revisa los 'Errores típicos' antes de avanzar.

Ejemplo 1. Lectura de gráfico de barras (proporciones y moda)

Datos del ejercicio (encuesta de 40 estudiantes sobre el medio de transporte al colegio):

Medio	Frec. abs.	Frec. rel.	Frec. acum.	Porcentaje
Bus	18	0,45	0,45	45%
Caminar	6	0,15	0,60	15%
Bicicleta	8	0,20	0,80	20%
Auto	8	0,20	1,00	20%

Figura 1.1 — Gráfico de barras (frecuencias absolutas)



Problema. a) ¿Qué porcentaje usa bicicleta? b) ¿Cuál es la moda? c) ¿Cuál es la diferencia (en puntos porcentuales) entre Bus y Auto?

Desarrollo paso a paso

1. Convierte cada frecuencia a proporción: frecuencia/40
2. Multiplica por 100 para obtener %
3. Identifica la moda (la categoría con mayor frecuencia)
4. Calcula la diferencia: 45% (Bus) – 20% (Auto) = 25 pp



Respuesta y chequeo

- a) 20% usa bicicleta.
- b) Moda: Bus (45%).
- c) Diferencia Bus–Auto: 25 puntos porcentuales.

Chequeo: los porcentajes suman 100% y la base es n=40.

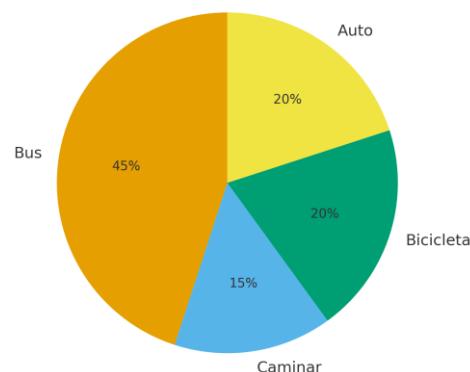
Errores típicos

- Olvidar indicar la base n=40.
- Confundir proporción (0,20) con porcentaje (20%).

Ejemplo 2. Gráfico de sectores: completar porcentaje y conteo

Figura 2.1 — Gráfico de sectores (porcentajes)

Encuesta de transporte (n=40) — Porcentajes



Datos del ejercicio: con los mismos 40 estudiantes, se sabe que Bus = 45% y Caminar = 15%.

Problema. a) ¿Qué % corresponde a Bicicleta si Auto = 20%? b) ¿Cuántas personas son Bicicleta?

Desarrollo paso a paso

1. Suma los % conocidos: $45\% + 15\% + 20\% = 80\%$
2. Resta a 100% para completar: $100\% - 80\% = 20\%$
3. Multiplica el % de Bicicleta por la base: $0,20 \times 40 = 8$



Respuesta y chequeo

Bicicleta = 20% = 8 personas

Chequeo: $45\% + 15\% + 20\% + 20\% = 100\%$

Errores típicos

- Olvidar la base ($n=40$)
- Tratar 0,20 como 20 (sin %)

Ejemplo 3. Media, mediana y moda con atípico

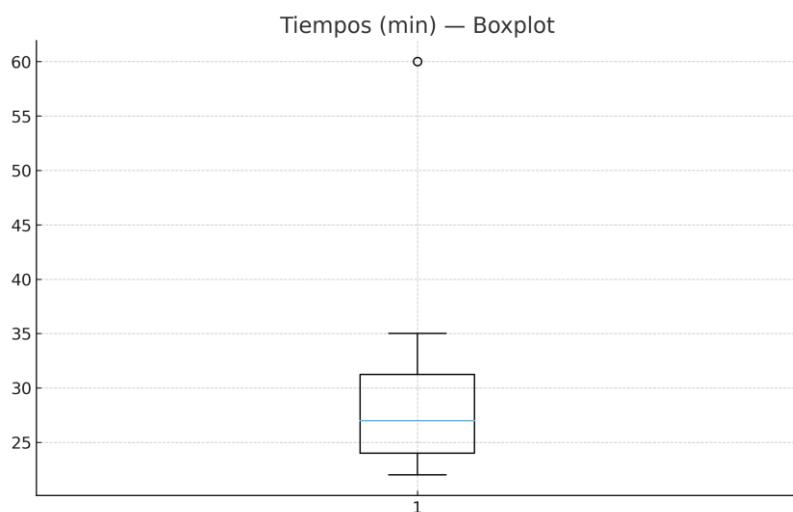
Datos del ejercicio (min): 22, 24, 24, 26, 28, 30, 35, 60.

Problema. Calcula la media, mediana y moda. Comenta el efecto del 60

Desarrollo paso a paso

1. Media: suma/8 $\rightarrow (22+24+24+26+28+30+35+60) / 8 = 249/8 = 31,125$
2. Mediana: promedio del 4º y 5º dato $\rightarrow (26+28) / 2 = 27$
3. Moda: 24 (es el que más se repite)
4. Comentario: la media sube por el atípico 60; la mediana representa mejor el centro típico

Figura 3.1 — Boxplot de tiempos (min)





Errores típicos

- Promediar porcentajes con bases distintas (aquí no aplica)
- Preferir la media cuando hay atípicos evidentes

Ejemplo 4. Media ponderada (evitar promediar % con distintas bases)

Datos del ejercicio: Curso A ($n=60$) usa transporte público en 60%; Curso B ($n=40$) en 25%.

Problema. ¿Cuál es el % total de uso de transporte público en AUB?

Desarrollo paso a paso

1. Convierte % a conteos: A $\rightarrow 0,60 \times 60 = 36$; B $\rightarrow 0,25 \times 40 = 10$
2. Suma casos favorables: $36 + 10 = 46$
3. Divide por la base total: $46 / 100 = 0,46 \rightarrow 46\%$

Errores típicos

- Promediar 60% y 25% dando 42,5% (incorrecto)
- Olvidar sumar las bases

Ejemplo 5. Cuartiles, IQR y outliers (boxplot)

Datos del ejercicio (min): 22, 24, 24, 26, 28, 30, 35, 60 (ordenados).

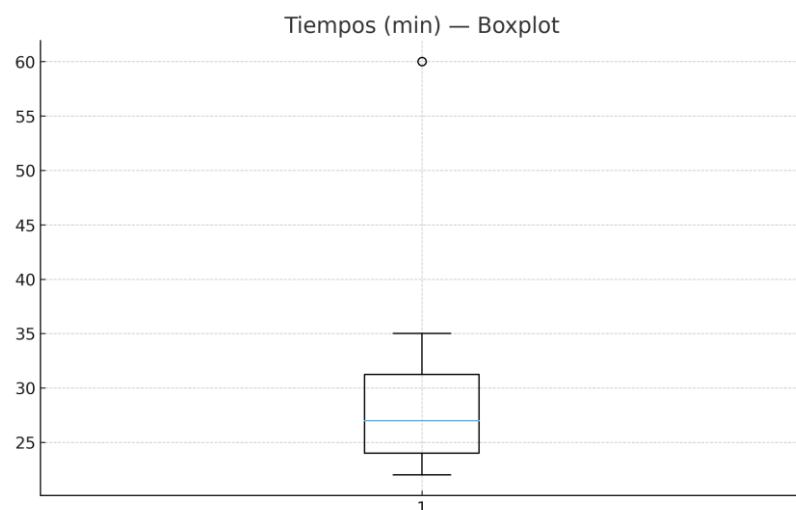
Problema. Calcula Q1, Mediana, Q3, IQR; determina si 60 es outlier usando cercos: $Q1 - 1,5 \cdot IQR$ y $Q3 + 1,5 \cdot IQR$.

Desarrollo paso a paso

1. Q2 (mediana) = 27 (del Ej. 3).
2. Q1 = mediana de la mitad inferior: $(24+26) / 2 = 25$.
3. Q3 = mediana de la mitad superior: $(30+35) / 2 = 32,5$.
4. IQR = $Q3 - Q1 = 32,5 - 25 = 7,5$.
5. Cercos: inferior = $25 - 1,5 \cdot 7,5 = 13,75$; superior = $32,5 + 1,5 \cdot 7,5 = 43,75$.
6. Como $60 > 43,75$, es un outlier.



Figura 5.1 — Boxplot (repite para fijar el criterio de outliers)



Errores típicos

- Confundir IQR con rango total
- Olvidar que los bigotes llegan hasta el dato más extremo dentro de los cercos

Ejemplo 6. Lectura crítica de gráficos (eje truncado)

Mini-caso: Un gráfico de barras compara ventas de A=100 y B=95, con el eje vertical empezando en 90.

Problema. Explica por qué ese gráfico exagera la diferencia y cuál es la comparación correcta.

Desarrollo paso a paso

1. Identifica la base: 100 unidades
2. Diferencia real: $100 - 95 = 5$ unidades $\rightarrow 5\%$
3. Eje truncado (desde 90) hace que visualmente 100 vs 95 parezcan muy distintos; concluye 5% y advierte la distorsión

Errores típicos

Afirmar que A es el doble de B

No revisar la escala y la base



Tabla de contingencia (100 estudiantes)

	B: Llega tarde	Total
A: Transporte público	a=12 b=28 → 40	40
¬A: No transp. público	c=8 d=52 → 60	60

Notas: a+b=40; c+d=60; b+d=80; a+c=20; total=100.

Ejemplo 7. Probabilidad: unión de eventos (inclusión-exclusión)

Problema. Con la tabla, calcula $P(A \cup B)$.

Desarrollo paso a paso

1. $P(A) = 40/100 = 0,40$; $P(B) = 20/100 = 0,20$; $P(A \cap B) = a/100 = 12/100 = 0,12$
2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,40 + 0,20 - 0,12 = 0,48$

Errores típicos

- Sumar $P(A) + P(B)$ sin restar la intersección
- Olvidar que las probabilidades se refieren a la misma base (100)

Ejemplo 8. Probabilidad condicional (dos direcciones)

Problema. Calcula $P(A|B)$ y $P(B|A)$. Interpreta

Desarrollo paso a paso

1. $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B) = (12/100) / (20/100) = 12/20 = 0,60$
2. $P(B|A) = P(A \cap B) / P(A) = (12/100) / (40/100) = 12/40 = 0,30$
3. Interpretación: entre quienes llegan tarde (B), el 60% usa transp. público; entre quienes usan transp. público (A), el 30% llega tarde

Errores típicos

- Invertir $A|B$ con $B|A$
- Olvidar que el denominador cambia según la condición

**Ejemplo 9.** Independencia (test con $P(A \cap B)$ vs $P(A) \cdot P(B)$)

Problema. ¿Son A y B independientes? Justifica.

Desarrollo paso a paso

1. Calcula $P(A) \cdot P(B) = 0,40 \times 0,20 = 0,08$
2. Compara con $P(A \cap B) = 0,12$
3. Como $0,12 \neq 0,08 \rightarrow$ no son independientes

Errores típicos

- Confundir independencia con exclusión mutua
- Comparar $P(A|B)$ con $P(B|A)$ en vez de usar el criterio correcto

Ejemplo 10. Principio multiplicativo (menú)

Datos del ejercicio: 2 entradas, 3 fondos, 2 postres.

Problema. ¿Cuántos menús distintos hay?

Desarrollo paso a paso

1. Cuenta opciones por etapa: 2, 3 y 2
2. Multiplica: $2 \times 3 \times 2 = 12$

Errores típicos

- Sumar en lugar de multiplicar cuando son etapas sucesivas
- Olvidar revisar si el orden importa

Ejemplo 11. Conteo sin repetición (clave de 3 dígitos)

Problema. ¿Cuántas claves de 3 dígitos (0–9) sin repetición se pueden formar?

Desarrollo paso a paso

1. Primera posición: 10 opciones
2. Segunda posición: 9 (sin repetir)
3. Tercera posición: 8



4. Total: $10 \times 9 \times 8 = 720$

Errores típicos

- Aceptar repeticiones sin querer
- Olvidar que el orden importa

Ejemplo 12. Árbol de casos y probabilidad sin reemplazo

Datos del ejercicio: Bolsa con 5 rojas (R) y 7 azules (A). Se extraen 2 sin reemplazo

Problema. Calcula $P(R \text{ luego } A)$ y $P(\text{al menos una R})$

Desarrollo paso a paso

1. $P(R \rightarrow A) = (5/12) \times (7/11) = 35/132 \approx 0,265$
2. $P(\text{ninguna R}) = P(A \rightarrow A) = (7/12) \times (6/11) = 42/132 = 7/22$
3. $P(\text{al menos una R}) = 1 - P(\text{ninguna R}) = 1 - 7/22 = 15/22 \approx 0,682$

Errores típicos

- Multiplicar por $7/12$ en el segundo paso (olvida que no hay reemplazo).
- Contar dos veces los mismos casos al usar complementos.



TERCERO — REPASEMOS

Propósito

Automatizar procedimientos de lectura de datos, cálculo de medidas y reglas básicas de probabilidad en tiempo acotado sin calculadora

Reglas de la rutina

Tiempo total sugerido 10–12 min

Herramientas lápiz hoja en blanco cronómetro

Meta por ítem 20–45 s con procedimiento limpio

Criterio de dominio 10 de 12 correctos en dos días seguidos misma rutina

Si fallas 2 seguidos baja un nivel y repite mañana

Estructura

Activación 2 min

Núcleo de automatización 6–8 min con 6 micro-series de 2 ítems cada una

Chequeo relámpago 1–2 min con aproximaciones o verificación rápida

Micro-bitácora 1–2 min registra solo el paso del error y la acción de mejora

Activación

Identifica población muestra individuo variable y tipo de variable en un enunciado corto

Decide la base correcta para un porcentaje por ejemplo 12 de 40 estudiantes usan bus base 40

Núcleo de automatización

A. Conceptos y clasificación

En un estudio sobre hábitos de sueño en 8º básico identifica población muestra individuo variable y tipo de variable

En un sondeo sobre color de mochila clasifica la variable como cualitativa nominal u ordinal o cuantitativa discreta o continua

B. Tablas de frecuencia y porcentajes con base explícita

En un curso de 40 estudiantes los medios de transporte son Bus 18 Caminar 6 Bicicleta 8 Auto 8 completa f_{rel} de Bus y Bicicleta y la acumulada hasta Bicicleta

De una muestra de 30 estudiantes 12 escuchan rock 9 pop 6 urbana 3 clásica calcula los porcentajes y verifica que sumen 100

**C. Medidas de centro y dispersión**

Para los datos $\{6,8,8,9,10,12\}$ calcula media \bar{x} mediana moda y rango

Para $\{12,14,15,15,16,18,21,22\}$ halla Q_1 Q_3 y el recorrido intercuartílico IQR

D. Lectura de histogramas y boxplots en texto

Un histograma con clases $[10,15)$ $[15,20)$ $[20,25)$ tiene frecuencias 4 9 7 cuál es la moda por clase y la frecuencia acumulada hasta $[20,25)$

Un diagrama de caja tiene min 12 $Q_1 = 15$ mediana 18 $Q_3 = 22$ máx 30 identifica el rango IQR y decide si 30 es atípico usando regla de Tukey $Q_3 + 1,5IQR$

E. Probabilidad simple reglas de complemento y unión disjunta

En una urna hay 5 rojas 3 azules y 2 verdes $n=10$ calcula $P(\text{no roja})$ y $P(\text{azul} \cup \text{verde})$ asume eventos disjuntos

La probabilidad de lluvia hoy es 0,35 calcula $P(\text{no lluvia})$

F. Condicional con tabla 2×2 e independencia

En una muestra de 100 estudiantes 60 usan cuaderno y 25 de ellos además usan agenda 20 no usan cuaderno pero sí usan agenda completa la tabla 2×2 y calcula $P(\text{agenda}|\text{cuaderno})$

En un colegio $P(\text{deporte}) = 0,5$ $P(\text{arte}) = 0,3$ y $P(\text{deporte} \cap \text{arte}) = 0,15$ calcula $P(\text{deporte} \cup \text{arte})$ y decide si son independientes comparando $P(D)P(A)$ con $P(D \cap A)$

Chequeo relámpago

Verifica medias con suma total y conteo correcto

Comprueba porcentajes sobre la base explícita

En probabilidades revisa que $0 \leq p \leq 1$ y que complementarios sumen 1

Micro-bitácora

Registra serie ítems correctos tiempo promedio error típico detectado y acción de mejora para mañana

Plantilla rápida tabla 2×2

	Agenda sí	Agenda no
Cuaderno sí		
Cuaderno no		



Pautas clave por tipo de tarea

Define siempre la base del porcentaje y usa coma decimal

En tablas calcula $f_{rel} = \frac{f_{abs}}{n}$ y la acumulada sumando progresivamente

Media $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ mediana valor central ordenado moda valor más frecuente

$IQR = Q_3 - Q_1$ regla de Tukey atípicos $< Q_1 - 1,5IQR$ o $> Q_3 + 1,5IQR$

Reglas de probabilidad $P(A^c) = 1 - P(A)$ si $A \cap B = \emptyset$ entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Condicional $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ independencia si y solo si $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Escalado de dificultad para próximos días

Nivel 1 base datos pequeños y casos directos

Nivel 2 incluye clases de histograma y cálculo de Q_1 y Q_3 manual

Nivel 3 agrega porcentajes sucesivos cambios de base y condicional con árbol de probabilidad



CUARTO — CONSOLIDEMOS

Propósito

Consolidar habilidades de lectura de datos medidas de posición y dispersión y reglas de probabilidad simple y condicional en contextos reales

Cómo trabajar esta sección

Trabaja en parejas o tríos para discutir procedimientos y decisiones

Resuelve primero las preguntas de interpretación luego calcula y finalmente valida con estimaciones rápidas

Anota siempre la base usada para porcentajes y la unidad de medida de los datos

Cuando uses probabilidades indica el espacio muestral y aclara si los eventos son disjuntos o no

Banco de problemas integrados

Bloque A Lectura e interpretación de datos

Un curso registra minutos diarios de estudio en una semana para 8 estudiantes 12
15 25 30 18 22 15 20 construye una tabla de frecuencias absoluta y relativa y decide el intervalo de clase adecuado si usas 3 clases

En el gráfico de barras de asistencia mensual se observan porcentajes por mes Ene
88 Feb 91 Mar 84 Abr 95 indica el mes con mayor asistencia y calcula la variación relativa entre Ene y Abr usando $\frac{\text{Abr} - \text{Ene}}{\text{Ene}}$

Un diagrama de caja tiene valores mínimos y máximos 10 y 40 con $Q_1 = 18$ mediana 24 y $Q_3 = 30$ interpreta la asimetría y calcula $IQR = Q_3 - Q_1$

En una encuesta de medio de transporte $n = 40$ obtenemos Bus 18 Bicicleta 8 Auto 8 Caminar 6 completa f_{rel} y la acumulada hasta Bicicleta y explica qué significa $f_{rel} = 0,45$ para Bus



Bloque B Medidas de centro y dispersión

Para los datos $\{6,8,8,9,10,12\}$ calcula media \bar{x} mediana moda y rango comprueba que $\sum(x_i - \bar{x}) = 0$

Para $\{12,14,15,15,16,18,21,22\}$ determina Q_1 Q_3 IQR y detecta posibles atípicos usando la regla de Tukey $Q_3 + 1,5IQR$ y $Q_1 - 1,5IQR$

Con las alturas en centímetros de 10 estudiantes 150 152 153 156 160 161 162

164 170 171 calcula la desviación media respecto de la media $\frac{\sum|x_i - \bar{x}|}{n}$

Datos agrupados en clases [10,15) [15,20) [20,25) [25,30) con frecuencias 3 7 9 1 estima la media agrupada usando el punto medio de cada clase

Bloque C Probabilidad simple unión intersección y complemento

En una urna hay 5 rojas 3 azules y 2 verdes $n=10$ calcula $P(\text{roja})$ $P(\text{no roja})$ y $P(\text{azul} \cup \text{verde})$ asumiendo extracción al azar sin reemplazo para un solo intento

En un colegio $P(\text{deporte}) = 0,5$ $P(\text{arte}) = 0,3$ y $P(\text{deporte} \cap \text{arte}) = 0,15$ calcula $P(\text{deporte} \cup \text{arte})$ y decide si los eventos son independientes comparando $P(D)P(A)$ con $P(D \cap A)$

La probabilidad de atraso de un bus es 0,28 calcula la probabilidad de llegar a tiempo usando el complemento

En un dado honesto calcula $P(\text{par})$ $P(\text{múltiplo de } 3)$ y $P(\text{par} \cap \text{múltiplo de } 3)$ e interpreta el resultado

Bloque D Condicional tablas 2×2 e independencia

En una muestra de 100 estudiantes 60 usan cuaderno y 25 de ellos además usan agenda 20 no usan cuaderno pero sí agenda completa la tabla 2×2 y calcula $P(\text{agenda} | \text{cuaderno})$

Una clínica reporta $P(\text{síntoma}) = 0,4$ $P(\text{test positivo}) = 0,3$ y $P(\text{síntoma} \cap \text{test positivo}) = 0,22$ calcula $P(\text{test positivo} | \text{síntoma})$ e interpreta

En un curso $P(\text{tarea}) = 0,7$ y $P(\text{tarea} \cap \text{puntual}) = 0,56$ halla $P(\text{puntual} | \text{tarea})$ y comenta si parece haber relación entre entregar la tarea y ser puntual

De una población estudiantil 55% prefiere evaluación con rúbrica y 35% prefiere evaluación con prueba tradicional un 20% indica ambas opciones modela con



un diagrama de Venn y calcula la probabilidad de preferir al menos una de las dos

Plantillas de trabajo

Tabla de frecuencias para completar

Clase o valor	f_abs	f_rel	f_acum	Observaciones

Tabla 2×2 para probabilidad condicional

	B sí	B no
A sí		
A no		

Pautas de verificación

En porcentajes confirma la base y usa coma decimal

En medidas de centro comprueba con estimaciones razonables y el rango esperado

En probabilidad revisa que $0 \leq p \leq 1$ y que $P(A) + P(A^c) = 1$

En condicional verifica $P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$

Autoevaluación rápida

- [] Identifiqué correctamente población muestra individuo y variable cuando correspondía
- [] Fui consistente al elegir la base de porcentajes y declararla
- [] Calculé \bar{x} mediana moda Q_1 Q_3 e IQR sin errores de procedimiento
- [] Aplicué correctamente $P(A^c)$ $P(A \cup B)$ $P(A \cap B)$ y $P(A|B)$ y verifiqué con relaciones básicas
- [] Registré en una micro bitácora los errores típicos y la acción de mejora



QUINTO — EVALUÉMONOS

Mini Ensayo PAES M1

Objetivo estimar tu dominio del eje de Estadística y Probabilidad con 20 ítems tipo PAES A-D sin calculadora en condiciones de tiempo real

Consejos de test-training

Lee todas las instrucciones responde fácil → medio → difícil

Controla el tiempo 60–75 s por ítem si te bloqueas marca y sigue

Redondea con criterio y valida con estimaciones o rangos razonables

Declara la base de porcentajes y la unidad de medida cuando corresponda

Tiempo total estimado 20–25 min

Prueba 20 ítems tipo PAES A-D

1) En un estudio sobre horas de sueño en 8º básico ¿qué elemento corresponde a la población

- A) Todos los estudiantes del colegio
- B) Los 30 estudiantes encuestados
- C) Una estudiante encuestada
- D) La variable horas de sueño

2) En una encuesta de 40 estudiantes los medios de transporte fueron Bus 18 Bicicleta 8 Auto 8 Caminar 6 ¿cuál es f_{rel} de Bicicleta

A) $\frac{6}{40}$

B) $\frac{8}{40}$

C) $\frac{18}{40}$

D) $\frac{8}{34}$



3) En una tabla de frecuencias $f_{abs} = [5, 9, 6, 10]$ para cuatro clases el acumulado hasta la tercera clase es

- A) 11
- B) 14
- C) 20
- D) 26

4) Si el 35% de un curso de 40 estudiantes practica básquet ¿cuántos estudiantes son

- A) 12
- B) 14
- C) 16
- D) 18

5) En variables estadísticas ¿cuál es cualitativa nominal

- A) Estatura en centímetros
- B) Tiempo de reacción en segundos
- C) Color de mochila
- D) Número de libros leídos

6) Para los datos $\{6, 8, 8, 9, 10, 12\}$ la mediana es

- A) 8
- B) 8{,}5
- C) 9
- D) 10



7) Para $\{10, 12, 12, 15, 20\}$ la media \bar{x} es

- A) 12
- B) 13{ }8
- C) 14
- D) 15

8) Para $\{4, 7, 7, 9, 12\}$ el rango es

- A) 5
- B) 7
- C) 8
- D) 9

9) En un conjunto con $Q_1 = 18$ y $Q_3 = 26$ el IQR es

- A) 6
- B) 8
- C) 10
- D) 44

10) Un boxplot tiene $Q_1 = 20$ mediana 24 $Q_3 = 30$ mínimo 16 máximo 48 ¿hay probable atípico por arriba usando $Q_3 + 1,5 \times IQR$

- A) Sí porque $48 > 30 + 1,5 \times 10$
- B) No porque $48 < 30 + 1,5 \times 10$
- C) Sí porque $48 > 24 + 1,5 \times 10$
- D) No porque $48 < 24 + 1,5 \times 10$



11) Un histograma con clases [10,15) [15,20) [20,25) tiene frecuencias 4 9 7 ¿la clase modal es

- A) [10,15)
- B) [15,20)
- C) [20,25)
- D) No existe clase modal

12) En un gráfico de barras la asistencia por mes es Ene 88 Feb 91 Mar 84 Abr 95 la variación relativa de Ene a Abr es $\frac{95 - 88}{88}$ que aproximadamente es

- A) 0{,}07
- B) 0{,}08
- C) 0{,}09
- D) 0{,}10

13) En un diagrama de caja la mediana es 22 esto significa que

- A) El promedio es 22
- B) La mayoría de los datos es 22
- C) El 50% de los datos es mayor o igual a 22
- D) No hay datos menores a 22

14) Un gráfico circular muestra 40% lectura 35% música 25% deportes ¿el sector más grande corresponde a

- A) Lectura
- B) Música
- C) Deportes
- D) No se puede determinar



15) En una urna hay 5 rojas 3 azules y 2 verdes $n=10$ $P(\text{no roja})$ es

A) $\frac{2}{10}$

B) $\frac{3}{10}$

C) $\frac{5}{10}$

D) $\frac{5}{10}$ complementario de roja

16) En un dado honesto $P(\text{par})$ es

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{5}{6}$

17) En un colegio $P(\text{deporte}) = 0,5$ $P(\text{arte}) = 0,3$ y $P(\text{deporte} \cap \text{arte}) = 0,15$
entonces $P(\text{deporte} \cup \text{arte})$ es

A) 0{,}35

B) 0{,}45

C) 0{,}65

D) 0{,}80



18) La probabilidad de lluvia hoy es 0,35 la probabilidad de no lluvia es

- A) 0{,}35
- B) 0{,}50
- C) 0{,}65
- D) 1{,}35

19) En una muestra de 100 estudiantes 60 usan cuaderno y 25 de ellos además usan agenda 20 no usan cuaderno pero sí agenda $P(\text{agenda} | \text{cuaderno})$ es

- A) $\frac{25}{60}$
- B) $\frac{20}{60}$
- C) $\frac{45}{60}$
- D) $\frac{25}{100}$

20) En un curso $P(\text{tarea}) = 0,7$ y $P(\text{tarea} \cap \text{puntual}) = 0,56$ $P(\text{puntual} | \text{tarea})$ es

- A) 0{,}14
- B) 0{,}56
- C) 0{,}70
- D) 0{,}80

**Hoja de respuestas estudiante**

Nº	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				



Clave de respuestas

Pregunta	Alternativa correcta
1	A
2	B
3	D
4	B
5	C
6	B
7	B
8	C
9	B
10	B
11	B
12	C
13	C
14	A
15	C
16	B
17	C
18	C
19	A
20	D

Conversión a nivel de dominio

0–7 En desarrollo refuerza Recordemos y Ejercitemos del capítulo

8–12 En consolidación repite Repasemos y Consolidemos con foco en errores típicos

13–16 Sólido realiza Desafiémonos y crea tu plan de mejora por subtema

17–20 Excelente practica con simulaciones cronometradas y comparte tu estrategia de resolución

Siguientes pasos según tu resultado

Si estás en En desarrollo vuelve a Primero — Recordemos y Segundo — Ejercitemos de este capítulo

Si estás en En consolidación prioriza micro series de Repasemos y consolida procedimientos clave

Si estás en Sólido o Excelente intenta sets mixtos y explica tus procedimientos a un compañero.



SEXTO — DESAFIÉMONOS

Propósito

Elevar el nivel de exigencia articulando lectura de datos medidas y probabilidad para resolver desafíos abiertos con justificación clara

Cómo abordar los desafíos

Trabaja en parejas luego compara con otra pareja y consensua un procedimiento común

Para cada desafío entrega resultado final una explicación breve y la verificación con estimaciones o límites razonables

Declara siempre la base de porcentajes el tamaño muestral y si los eventos son disjuntos o no

Usa notación f_{abs} f_{rel} \bar{x} Q_1 Q_3 IQR $P(A)$ $P(A \cap B)$ $P(A \cup B)$ $P(A|B)$

Banco de desafíos integrados

A Integración de representaciones

Se levantan minutos de estudio diario de 24 estudiantes clasificados en 4 clases $[0,10)$ $[10,20)$ $[20,30)$ $[30,40)$ con $f_{abs} = [3, 7, 9, 5]$ estima la mediana usando la clase mediana y el método proporcional y justifica tu estimación

Con los mismos datos decide si un histograma o un diagrama de caja comunica mejor la dispersión para apoderados explica tu elección y construye un bosquejo con etiquetas de ejes

B Diseño muestral y sesgo

Quieres estimar el porcentaje de estudiantes que practican deporte competitivo propone un plan de muestreo que reduzca sesgo por conveniencia e indica tamaño de muestra mínimo para un curso de 180 estudiantes

Detecta y corrige dos posibles sesgos en la pregunta ¿Te gusta hacer deporte sí o no reformulando la pregunta para medir práctica semanal en minutos

**C Datos agrupados y medidas robustas**

En clases [50,60) [60,70) [70,80) [80,90) con $f_{abs} = [4,11,13,2]$ estima \bar{x} usando puntos medios y calcula Q_1 y Q_3 por interpolación dentro de clase

Con los mismos datos decide si la media o la mediana es más representativa y justifica usando asimetría observada y IQR

D Porcentajes encadenados y cambio relativo

Una matrícula crece 8% de 2023 a 2024 y luego cae 5% en 2025 calcula el cambio relativo total usando $1,08 \times 0,95$ y concluye si terminó arriba o abajo respecto de 2023

En una encuesta 40% prefiere formato digital y 35% impreso 15% ambos calcula $P(\text{digital} \cup \text{impreso})$ interpreta y decide qué porcentaje no tiene preferencia por estos formatos

E Probabilidad compuesta y condicional

En una urna hay 6 rojas 4 azules 5 verdes sacas 2 sin reemplazo calcula $P(\text{dos rojas})$ y $P(\text{una roja y una azul en cualquier orden})$ con árbol o regla del producto

En un curso $P(\text{tarea}) = 0,7$ $P(\text{puntual}) = 0,6$ y $P(\text{tarea} \cap \text{puntual}) = 0,46$ decide si hay independencia comparando con $P(T)P(P)$ y argumenta con una frase clara

F Bayes con tabla 2×2 y decisión

Un test de detección de hábito de estudio intenso tiene sensibilidad 0,8 y especificidad 0,9 la prevalencia estimada es 0,3 arma la tabla 2×2 para 1000 estudiantes y calcula $P(\text{intenso} | \text{test positivo})$

Si la escuela ofrece un taller extra solo a quienes superen 0,7 de probabilidad posterior decide si un estudiante con test positivo entra al taller justifica numéricamente y explica la interpretación a un apoderado



Versión cronometrada

Elige un desafío de cada bloque A a F y resuélvelos en 18–22 min total

Meta de precisión al menos 5 de 6 correctos con justificación breve y verificación

Plantillas rápidas

Tabla 2×2 para 1000 casos sensibilidad especificidad y prevalencia

	Test +	Test -
Intenso sí		
Intenso no		

Criterios de logro

Precisión numérica correcta y consistente con la base y unidades

Justificación que nombra la regla o definición usada por ejemplo

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Verificación con estimaciones rangos o complementos y explicación en lenguaje claro

Escalada de extensión para prácticas futuras

Agrega un bloque G que incluya comparación de dos grupos con misma media y distinto IQR usando diagramas de caja

Agrega un bloque H con diseño de encuesta breve y análisis de sesgo con propuesta de mejora.



Capítulo 5. Ensayo General PAES M1

Introducción

Este ensayo es una simulación realista de la Prueba de Acceso a la Educación Superior (PAES) de Matemáticas 1. Fue diseñado para que practiques en condiciones similares a las de la rendición oficial.

Duración: 2 horas y 20 minutos.

Cantidad de ítems: 65 preguntas de selección múltiple.

Puntaje: Cada pregunta correcta vale 1 punto. No hay descuento por respuestas incorrectas.

Recomendaciones:

- Busca un lugar tranquilo y libre de distracciones.
- Usa lápiz grafito, goma.
- Marca solo en la tarjeta de respuestas.
- Controla el tiempo: divide tu ensayo en tres bloques de 45 minutos aprox.
- Una vez terminado, revisa la clave de respuestas y consulta la tabla de conversión a puntaje PAES.

Este ensayo cubre todos los ejes temáticos de Matemáticas M1:

- Números y operaciones.
- Álgebra y funciones.
- Geometría.
- Probabilidades y estadística. Ensayo PAES M1 completo

A continuación, encontrarás un conjunto de ítems de selección múltiple diseñados con el mismo formato de la prueba oficial. Responde directamente en tu tarjeta de respuestas.

**Hoja de respuestas**

Marca tus respuestas en esta tarjeta. Rellena completamente el círculo de la alternativa que elijas. Si te equivocas, borra con goma sin dejar marcas.

Nombre:		Curso:	
Fecha:		Puntaje bruto:	

Ítem	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
13	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
14	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
15	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
16	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
17	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
18	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
19	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
20	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
21	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
22	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
23	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
24	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
25	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
26	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
27	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
28	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
29	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
30	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
31	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
32	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
33	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
34	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
35	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
36	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
37	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
38	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
39	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
40	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
41	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
42	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
43	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
44	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
45	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Ensayo General

PAES M1

Simulación cronometrada tipo PAES



46	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
47	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
48	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
49	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
50	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
51	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
52	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
53	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
54	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
55	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
56	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
57	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
58	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
59	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
60	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
61	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
62	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
63	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
64	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
65	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>



Ensayo General

Instrucciones: Responde cada pregunta seleccionando una alternativa (A, B, C o D). Marca tus respuestas en la tarjeta de respuestas. ¡Buena Suerte!

Pregunta 1 — Números y Operaciones

Simplifica la fracción $\frac{12}{8}$:

A) $\frac{3}{2}$

B) $\frac{3}{8}$

C) 3

D) $\frac{12}{2}$

Pregunta 2 — Números y Operaciones

Simplifica la fracción $\frac{7}{5}$:

A) 3

B) 2

C) $\frac{7}{5}$

D) 1



Pregunta 3 — Números y Operaciones

Simplifica la fracción $\frac{18}{9}$:

A) $\frac{2}{9}$

B) 3

C) $\frac{2}{1}$

D) $\frac{18}{1}$

Pregunta 4 — Números y Operaciones

Simplifica la fracción $\frac{15}{6}$:

A) $\frac{5}{6}$

B) $\frac{5}{2}$

C) $\frac{15}{2}$

D) 3

Pregunta 5 — Números y Operaciones

Simplifica la fracción $\frac{24}{3}$:

A) $\frac{8}{3}$

B) $\frac{8}{1}$

C) 3

D) $\frac{24}{1}$



Pregunta 6 — Números y Operaciones

Simplifica la fracción $\frac{5}{3}$:

A) 1

B) 3

C) 2

D) $\frac{5}{3}$

Pregunta 7 — Números y Operaciones

¿Cuál es el 15% de 200?

A) 30

B) 20

C) 40

D) 3

Pregunta 8 — Números y Operaciones

¿Cuál es el 12% de 480, aproximado?

A) 33

B) 58

C) 81

D) 67



Pregunta 9 — Números y Operaciones

¿Cuál es el 8% de 350?

- A) 45
- B) 38
- C) 10
- D) 28

Pregunta 10 — Números y Operaciones

¿Cuál es el 25% de 960?

- A) 250
- B) 240
- C) 288
- D) 192

Pregunta 11 — Números y Operaciones

El valor de 3^2 es:

- A) 27
- B) 3
- C) 9
- D) 6

Pregunta 12 — Números y Operaciones

El valor de 3^3 es:

- A) 3
- B) 27
- C) 81
- D) 9



Pregunta 13 — Números y Operaciones

El valor de 3^4 es:

- A) 81
- B) 27
- C) 12
- D) 243

Pregunta 14 — Números y Operaciones

Calcula $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$ (simplifica la respuesta):

- A) $\frac{1}{1}$
- B) 3
- C) $\frac{17}{12}$
- D) $\frac{5}{7}$

Pregunta 15 — Números y Operaciones

Calcula $\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$ (simplifica la respuesta):

- A) $\frac{6}{9}$
- B) $\frac{21}{18}$
- C) $\frac{7}{6}$
- D) $\frac{4}{3}$



Pregunta 16 — Números y Operaciones

Calcula $\frac{7}{8} + \frac{1}{2}$ (simplifica la respuesta):

A) $\frac{11}{8}$

B) $\frac{8}{10}$

C) $\frac{6}{6}$

D) $\frac{22}{16}$

Pregunta 17 — Álgebra y Funciones

Sea $f(x) = 2x + (-3)$. ¿Cuál es $f(5)$?

A) 2

B) 7

C) 13

D) -1

Pregunta 18 — Álgebra y Funciones

Sea $f(x) = -3x + (6)$. ¿Cuál es $f(5)$?

A) 11

B) -9

C) 3

D) -21



Pregunta 19 — Álgebra y Funciones

Sea $f(x) = 4x + (1)$. ¿Cuál es $f(5)$?

- A) 21
- B) 19
- C) 6
- D) 5

Pregunta 20 — Álgebra y Funciones

Resuelve la ecuación $2x + 5 = 19$. El valor de x es:

- A) 8
- B) 6
- C) 14
- D) 7

Pregunta 21 — Álgebra y Funciones

Resuelve la ecuación $3x - 7 = 11$. El valor de x es:

- A) 7
- B) 12
- C) 6
- D) 5

Pregunta 22 — Álgebra y Funciones

Resuelve la ecuación $5x = 35$. El valor de x es:

- A) 8
- B) 7
- C) 14
- D) 6

Ensayo General

PAES M1

Simulación cronometrada tipo PAES



Pregunta 23 — Álgebra y Funciones

Factoriza $x^2 - 9$:

A) $(x - 3)(x + 3)$

B) $(x - 9)(x + 1)$

C) $(x + 9)(x - 1)$

D) $x(x - 9)$

Pregunta 24 — Álgebra y Funciones

Factoriza $x^2 + 5x + 6$:

A) $(x + 2)(x + 3)$

B) $(x - 2)(x - 3)$

C) $(x + 1)(x + 6)$

D) $x(x + 6)$

Pregunta 25 — Álgebra y Funciones

Factoriza $x^2 - 5x + 6$:

A) $(x - 2)(x - 3)$

B) $(x + 2)(x + 3)$

C) $(x - 1)(x - 6)$

D) $x(x - 6)$



Pregunta 26 — Álgebra y Funciones

El vértice de la parábola $y = (x - 2)^2 + 3$ es:

A) (1,1)

B) (2,3)

C) (-2,3)

D) (0,0)

Pregunta 27 — Álgebra y Funciones

El vértice de la parábola $y = (x + 1)^2 - 4$ es:

A) (-2,3)

B) (-1,-4)

C) (0,0)

D) (1,1)

Pregunta 28 — Álgebra y Funciones

El vértice de la parábola $y = (x - 3)^2$ es:

A) (-2,3)

B) (0,0)

C) (1,1)

D) (3,0)



Pregunta 29 — Álgebra y Funciones

En la recta $y = 2x + (1)$, la pendiente es:

- A) -2
- B) 2
- C) 1
- D) 0

Pregunta 30 — Álgebra y Funciones

En la recta $y = -1x + (3)$, la pendiente es:

- A) -1
- B) 0
- C) 1
- D) 3

Pregunta 31 — Álgebra y Funciones

En la recta $y = \frac{1}{2}x + (-2)$, la pendiente es:

- A) $-\frac{1}{2}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) -2
- D) 0



Pregunta 32 — Álgebra y Funciones

Resuelve el sistema $x + y = 10$; $x - y = 2$. La solución (x, y) es:

- A) (6,4)
- B) (5,5)
- C) (4,6)
- D) (7,3)

Pregunta 33 — Álgebra y Funciones

Resuelve el sistema $2x + y = 13$; $x - y = 1$. La solución (x, y) es:

- A) (6,1)
- B) (7, -1)
- C) $(\frac{14}{3}, \frac{11}{3})$
- D) (5,3)

Pregunta 34 — Álgebra y Funciones

Resuelve el sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - y = 11 \\ x + y = 7 \end{array} \right\} . \text{ La solución } (x, y) \text{ es:}$$

- A) (4,3)
- B) (3,4)
- C) $\left(\frac{9}{2}, \frac{5}{2}\right)$
- D) (2,5)



Pregunta 35 — Álgebra y Funciones

Sea $f(x) = 1(x - 2)^2 + 3$. ¿Cuál es $f(1)$?

- A) 5
- B) 4
- C) 1
- D) 3

Pregunta 36 — Álgebra y Funciones

Sea $f(x) = 1(x - (-1))^2 + 0$. ¿Cuál es $f(2)$?

- A) 10
- B) 8
- C) 9
- D) 1

Pregunta 37 — Álgebra y Funciones

En la función lineal $f(x) = 4x + (-2)$, el valor de $f(-1)$ es:

- A) -2
- B) -12
- C) 1
- D) -6

Pregunta 38 — Álgebra y Funciones

En la función lineal $f(x) = 2x + (-3)$, el valor de $f(-1)$ es:

- A) 1
- B) -2
- C) -8
- D) -5



Pregunta 39 — Álgebra y Funciones

En la función lineal $f(x) = 5x + 1$, el valor de $f(6)$ es:

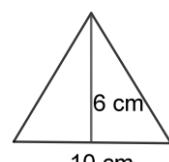
- A) 12
- B) 29
- C) 35
- D) 31



Pregunta 40 — Geometría

Un rectángulo de lados 8 cm y 5 cm tiene perímetro:

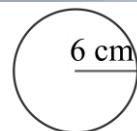
- A) 13 cm
- B) 26 cm
- C) 40 cm
- D) 16 cm



Pregunta 41 — Geometría

Un triángulo con base 10 cm y altura 6 cm tiene área:

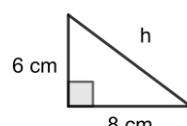
- A) 30 cm^2
- B) 60 cm^2
- C) 16 cm^2
- D) 26 cm^2



Pregunta 42 — Geometría

Un círculo de radio 6 cm tiene perímetro (usa $\pi \approx 3,14$):

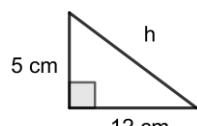
- A) 12,56 cm
- B) 18,84 cm
- C) 37,68 cm
- D) 113,04 cm



Pregunta 43 — Geometría

En un triángulo rectángulo con catetos 6 cm y 8 cm, la hipotenusa h mide:

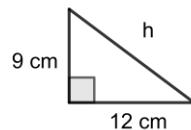
- A) 10 cm
- B) 3
- C) 9 cm
- D) 14 cm



Pregunta 44 — Geometría

En un triángulo rectángulo con catetos 5 cm y 12 cm, la hipotenusa mide:

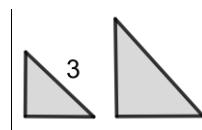
- A) 17 cm
- B) 19 cm
- C) 13 cm
- D) 12 cm



Pregunta 45 — Geometría

En un triángulo rectángulo con catetos 9 cm y 12 cm, la hipotenusa mide:

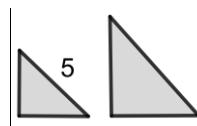
- A) 3
- B) 14 cm
- C) 15 cm
- D) 21 cm



Pregunta 46 — Geometría

Dos figuras semejantes tienen razón 4:3. Si un lado en la figura pequeña mide 3 cm, el correspondiente en la grande mide:

- A) 4 cm
- B) 3 cm
- C) 3
- D) 7 cm



Pregunta 47 — Geometría

Dos figuras semejantes tienen razón 8:5 Si un lado en la figura pequeña mide 5 cm, el correspondiente en la grande mide:

- A) 13 cm
- B) 5 cm
- C) 8 cm
- D) 7 cm



Pregunta 48 — Geometría



La suma de ángulos interiores de un polígono de 3 lados es:

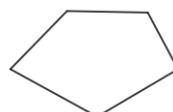
- A) 180°
- B) 360°
- C) 540°
- D) 0°



Pregunta 49 — Geometría

La suma de ángulos interiores de un polígono de 4 lados es:

- A) 720°
- B) 360°
- C) 180°
- D) 540°



Pregunta 50 — Geometría

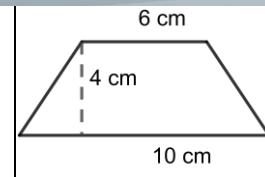
La suma de ángulos interiores de un polígono de 5 lados es:

- A) 540°
- B) 360°
- C) 900°
- D) 720°

Ensayo General

PAES M1

Simulación cronometrada tipo PAES



Pregunta 51 — Geometría

El área de un trapecio con bases 10 cm y 6 cm y altura 4 cm es:

- A) 32 cm^2
- B) 64 cm^2
- C) 40 cm^2
- D) 26 cm^2



Pregunta 52 — Geometría

El perímetro de un cuadrado de lado 5 cm es:

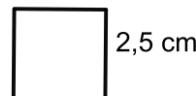
- A) 20 cm
- B) 10 cm
- C) 25 cm^2
- D) 9 cm



Pregunta 53 — Geometría

El perímetro de un cuadrado de lado 4 cm es:

- A) 3
- B) 8 cm
- C) 16 cm
- D) 16 cm^2



Pregunta 54 — Geometría

El perímetro de un cuadrado de lado 2,5 cm es:

- A) $6,25 \text{ cm}^2$
- B) 9 cm
- C) 20 cm
- D) 10 cm



Pregunta 55 — Geometría

El perímetro de un cuadrado de lado 6 cm es:

- A) 36 cm^2
- B) 12 cm
- C) 10 cm
- D) 24 cm

Pregunta 56 — Probabilidad y Estadística

Se extrae una carta al azar de una baraja de 52 cartas. La probabilidad de obtener un corazón es:

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{1}{13}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{3}{4}$



Pregunta 57 — Probabilidad y Estadística

Al lanzar dos dados, la probabilidad de obtener suma 7 es:

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{1}{12}$

C) $\frac{5}{36}$

D) $\frac{1}{36}$

Pregunta 58 — Probabilidad y Estadística

La media de los datos $\{4,6,8,10\}$ es:

A) 6

B) 7

C) 8

D) 9

Pregunta 59 — Probabilidad y Estadística

La mediana del conjunto $\{2,5,7,9,12\}$ es:

A) 5

B) 9

C) 6

D) 7



Pregunta 60 — Probabilidad y Estadística

La moda del conjunto $\{3,3,5,6,6,6,8\}$ es:

- A) 5
- B) 8
- C) 6
- D) 3

Pregunta 61 — Probabilidad y Estadística

La probabilidad de que ocurra un evento es 0,3. Entonces, la probabilidad de que NO ocurra es:

- A) 0,6
- B) 0,7
- C) 0,5
- D) 0,3

Pregunta 62 — Probabilidad y Estadística

Si hay 3 camisas y 4 pantalones, ¿cuántas combinaciones de atuendo se pueden formar (una camisa y un pantalón)?

- A) 12
- B) 7
- C) 8
- D) 24



Pregunta 63 — Probabilidad y Estadística

Se lanza una moneda dos veces. La probabilidad de obtener cara en ambos lanzamientos es:

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{3}{4}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{2}$

Pregunta 64 — Probabilidad y Estadística

Para el conjunto $\{5, 5, 5, 5\}$, la varianza es:

A) 0

B) 10

C) 1

D) 5

Pregunta 65 — Probabilidad y Estadística

El rango del conjunto $\{2, 4, 9, 10, 13\}$ es:

A) 13

B) 11

C) 5

D) 9

**Clave de respuestas**

Ítem	Respuesta		
1	A	46	A
2	C	47	C
3	C	48	A
4	B	49	B
5	B	50	A
6	D	51	A
7	A	52	A
8	B	53	C
9	D	54	D
10	B	55	D
11	C	56	C
12	B	57	A
13	A	58	B
14	C	59	D
15	C	60	C
16	A	61	B
17	B	62	A
18	B	63	C
19	A	64	A
20	D	65	B
21	C		
22	B		
23	A		
24	A		
25	A		
26	B		
27	B		
28	D		
29	B		
30	A		
31	B		
32	A		
33	C		
34	A		
35	B		
36	C		
37	D		
38	D		
39	D		
40	B		
41	A		
42	C		
43	A		



44	C		
45	C		

Tabla de conversión a puntaje PAES

Usa esta tabla para convertir tu número de respuestas correctas en puntaje PAES (escala 100-1000). Recuerda que es una estimación aproximada.

Correctas	Porcentaje	Puntaje PAES (estimado)
0	0.0 %	100
1	1.5 %	107
2	3.1 %	115
3	4.6 %	125
4	6.2 %	134
5	7.7 %	145
6	9.2 %	155
7	10.8 %	166
8	12.3 %	178
9	13.8 %	189
10	15.4 %	201
11	16.9 %	213
12	18.5 %	225
13	20.0 %	237
14	21.5 %	249
15	23.1 %	262
16	24.6 %	275
17	26.2 %	287
18	27.7 %	300
19	29.2 %	313
20	30.8 %	327
21	32.3 %	340
22	33.8 %	353
23	35.4 %	367
24	36.9 %	381
25	38.5 %	394
26	40.0 %	408
27	41.5 %	422
28	43.1 %	436
29	44.6 %	450
30	46.2 %	464
31	47.7 %	478
32	49.2 %	493
33	50.8 %	507
34	52.3 %	522
35	53.8 %	536
36	55.4 %	551
37	56.9 %	566
38	58.5 %	580
39	60.0 %	595

Ensayo General

PAES M1

Simulación cronometrada tipo PAES



40	61.5 %	610
41	63.1 %	625
42	64.6 %	640
43	66.2 %	655
44	67.7 %	670
45	69.2 %	685
46	70.8 %	701
47	72.3 %	716
48	73.8 %	731
49	75.4 %	747
50	76.9 %	762
51	78.5 %	778
52	80.0 %	793
53	81.5 %	809
54	83.1 %	825
55	84.6 %	840
56	86.2 %	856
57	87.7 %	872
58	89.2 %	888
59	90.8 %	904
60	92.3 %	920
61	93.8 %	936
62	95.4 %	952
63	96.9 %	968
64	98.5 %	984
65	100.0 %	1000



Solucionario paso a paso

Pregunta 1

Enunciado: Simplifica la fracción $\frac{12}{8}$:

Solución paso a paso:

Paso 1: Calcula el $mcd(12, 8)$. Descomponiendo: $12 = 2^2 \cdot 3$ y $8 = 2^3 \Rightarrow mcd = 2^2 = 4$

Paso 2: Divide numerador y denominador por 4: $\frac{12}{8} = \frac{12 \div 4}{8 \div 4} = \frac{3}{2}$

Respuesta correcta: A) $\frac{3}{2}$

Pregunta 2

Enunciado: Simplifica la fracción $\frac{7}{5}$:

Solución paso a paso:

Paso 1: Calcula el $mcd(7, 5)$. Como 7 y 5 son primos relativos, $mcd = 1$

Paso 2: Al ser $mcd = 1$, la fracción ya está irreducible: $\frac{7}{5}$

Respuesta correcta: C) $\frac{7}{5}$

Pregunta 3

Enunciado: Simplifica la fracción $\frac{18}{9}$:

Solución paso a paso:

Paso 1: $mcd(18, 9) = 9$

Paso 2: Reduce: $\frac{18}{9} = \frac{18 \div 9}{9 \div 9} = \frac{2}{1} \Rightarrow$ valor 2



Respuesta correcta: C) $\frac{2}{1}$

Pregunta 4

Enunciado: Simplifica la fracción $\frac{15}{6}$:

Solución paso a paso:

Paso 1: $mcd(15, 6) = 3$

Paso 2: Reduce: $\frac{15}{6} = \frac{15 \div 3}{6 \div 3} = \frac{5}{2}$

Respuesta correcta: B) $\frac{5}{2}$

Pregunta 5

Enunciado: Simplifica la fracción $\frac{24}{3}$:

Solución paso a paso:

Paso 1: $mcd(24, 3) = 3$

Paso 2: Reduce: $\frac{24}{3} = \frac{24 \div 3}{3 \div 3} = \frac{8}{1} \Rightarrow \text{valor } 8$

Respuesta correcta: B) $\frac{8}{1}$

Pregunta 6

Enunciado: Simplifica la fracción $\frac{5}{3}$:

Solución paso a paso:

Paso 1: $mcd(5, 3) = 1$

Paso 2: La fracción es irreducible: $\frac{5}{3}$

Respuesta correcta: D) $\frac{5}{3}$



Pregunta 7

Enunciado: ¿Cuál es el 15% de 200?

Solución paso a paso:

Paso 1: Escribe el porcentaje como fracción o decimal: $15\% = \frac{15}{100} = 0,15$

Paso 2: Multiplica por 200: $0,15 \cdot 200 = 30$

Respuesta correcta: A) 30

Pregunta 8

Enunciado: ¿Cuál es el 12% de 480?

Solución paso a paso:

Paso 1: Convierte: $12\% = 0,12$

Paso 2: Multiplica: $0,12 \cdot 480 = 57,6$

Respuesta correcta: B) 57

Pregunta 9

Enunciado: ¿Cuál es el 8% de 350?

Solución paso a paso:

Paso 1: Convierte: $8\% = 0,08$

Paso 2: Multiplica: $0,08 \cdot 350 = 28$

Respuesta correcta: D) 28

Pregunta 10

Enunciado: ¿Cuál es el 25% de 960?

Solución paso a paso:

Paso 1: Reconoce $25\% = \frac{1}{4}$

Paso 2: Calcula un cuarto de 960: $960 \div 4 = 240$

Respuesta correcta: B) 240



Pregunta 11

Enunciado: El valor de 3^2 es:

Solución paso a paso:

Paso 1: Reconoce la potencia: $3^2 = 3 \cdot 3$

Paso 2: Calcula: $3 \cdot 3 = 9$

Respuesta correcta: C) 9

Pregunta 12

Enunciado: El valor de 3^3 es:

Solución paso a paso:

Paso 1: Reconoce la potencia: $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3$

Paso 2: Calcula: $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

Respuesta correcta: B) 27

Pregunta 13

Enunciado: El valor de 3^4 es:

Solución paso a paso:

Paso 1: Descompón como $(3^2)^2$: $3^4 = (3^2)^2$

Paso 2: Calcula $3^2 = 9$ y luego $9^2 = 81$

Respuesta correcta: A) 81

Pregunta 14

Enunciado: Calcula $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$ (simplifica la respuesta):

Solución paso a paso:

Paso 1: Busca denominador común: $mcm(4, 3) = 12$

Paso 2: Equivalencias: $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ y $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$



Paso 3: Suma: $\frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12}$ (irreducible)

Respuesta correcta: C) $\frac{17}{12}$

Pregunta 15

Enunciado: Calcula $\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$ (simplifica la respuesta):

Solución paso a paso:

Paso 1: Denominador común: $mcm(6,3) = 6$

Paso 2: Equivalencias: $\frac{5}{6}$ y $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

Paso 3: Suma: $\frac{5}{6} + \frac{2}{6} = \frac{7}{6}$ (irreducible)

Respuesta correcta: C) $\frac{7}{6}$

Pregunta 16

Enunciado: Calcula $\frac{7}{8} + \frac{1}{2}$ (simplifica la respuesta):

Solución paso a paso:

Paso 1: Denominador común: $mcm(8,2) = 8$

Paso 2: Equivalencias: $\frac{7}{8}$ y $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$

Paso 3: Suma: $\frac{7}{8} + \frac{4}{8} = \frac{11}{8}$ (irreducible)

Respuesta correcta: A) $\frac{11}{8}$



Pregunta 17

Enunciado: Sea $f(x) = 2x + (-3)$. ¿Cuál es $f(5)$?

Solución paso a paso:

Paso 1: Sustituye $x = 5$ en $f(x) = 2x + (-3)$; $f(5) = 2 \cdot 5 + (-3)$

Paso 2: Calcula: $10 - 3 = 7$

Respuesta correcta: B) 7

Pregunta 18

Enunciado: Sea $f(x) = -3x + (6)$. ¿Cuál es $f(5)$?

Solución paso a paso:

Paso 1: Sustituye $x = 5$ en $f(x) = -3x + 6$; $f(5) = -3 \cdot 5 + 6$

Paso 2: Calcula: $-15 + 6 = -9$

Respuesta correcta: B) -9

Pregunta 19

Enunciado: Sea $f(x) = 4x + (1)$. ¿Cuál es $f(5)$?

Solución paso a paso:

Paso 1: Sustituye $x = 5$ en $f(x) = 4x + (1)$; $f(5) = 4 \cdot 5 + 1$

Paso 2: Calcula: $20 + 1 = 21$

Respuesta correcta: A) 21

Pregunta 20

Enunciado: Resuelve la ecuación $2x + 5 = 19$. El valor de x es:

Solución paso a paso:

Paso 1: Despeja: $2x + 5 = 19 \Rightarrow 2x = 19 - 5$

Paso 2: Calcula: $2x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{2} = 7$



Respuesta correcta: D) 7

Pregunta 21

Enunciado: Resuelve la ecuación $3x - 7 = 11$. El valor de x es:

Solución paso a paso:

Paso 1: Suma 7 a ambos lados: $3x - 7 + 7 = 11 + 7 \Rightarrow 3x = 18$

Paso 2: Divide por 3: $x = \frac{18}{3} = 6$

Respuesta correcta: C) 6

Pregunta 22

Enunciado: Resuelve la ecuación $5x = 35$. El valor de x es:

Solución paso a paso:

Paso 1: Divide ambos lados por 5: $x = \frac{35}{5} = 7$

Respuesta correcta: B) 7

Pregunta 23

Enunciado: Factoriza $x^2 - 9$:

Solución paso a paso:

Paso 1: Reconoce diferencia de cuadrados: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Paso 2: Aplica con $a = x$ y $b = 3$: $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

Respuesta correcta: A) $(x - 3)(x + 3)$

Pregunta 24

Enunciado: Factoriza $x^2 + 5x + 6$:

Solución paso a paso:

Paso 1: Busca dos números que sumen 5 y multipliquen 6: son 2 y 3

Paso 2: Factoriza: $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$



Respuesta correcta: A) $(x+2)(x+3)$

Pregunta 25

Enunciado: Factoriza $x^2 - 5x + 6$:

Solución paso a paso:

Paso 1: Busca dos números que sumen -5 y multipliquen 6 : son -2 y -3

Paso 2: Factoriza: $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$

Respuesta correcta: A) $(x-2)(x-3)$

Pregunta 26

Enunciado: El vértice de la parábola $y = (x-2)^2 + 3$ es:

Solución paso a paso:

Paso 1: Identifica forma vértice: $y = (x-h)^2 + k$

Paso 2: Aquí $h=2$ y $k=3$, por lo tanto, el vértice es $(2,3)$

Respuesta correcta: B) $(2,3)$

Pregunta 27

Enunciado: El vértice de la parábola $y = (x+1)^2 - 4$ es:

Solución paso a paso:

Paso 1: Reescribe $x+1$ como $x-(-1)$ para ver $h=-1$

Paso 2: Con $h=-1$ y $k=-4$, el vértice es $(-1,-4)$

Respuesta correcta: B) $(-1,-4)$

Pregunta 28

Enunciado: El vértice de la parábola $y = (x-3)^2$ es:

Solución paso a paso:

Paso 1: Compara con $y = (x-h)^2 + k$ donde $k=0$

Paso 2: Se tiene $h=3$ y $k=0$, por lo tanto, el vértice es $(3,0)$

Respuesta correcta: D) $(3,0)$



Pregunta 29

Enunciado: En la recta $y = 2x + (1)$, la pendiente es:

Solución paso a paso:

Paso 1: En la forma $y = mx + b$, la pendiente es m

Paso 2: Aquí $m = 2$

Respuesta correcta: B) 2

Pregunta 30

Enunciado: En la recta $y = -1x + (3)$, la pendiente es:

Solución paso a paso:

Paso 1: En $y = mx + b$, la pendiente es m

Paso 2: Aquí $m = -1$

Respuesta correcta: A) -1

Pregunta 31

Enunciado: En la recta $y = \frac{1}{2}x + (-2)$, la pendiente es:

Solución paso a paso:

Paso 1: verifica si se cumple: $y = mx + b$

Paso 2: entonces la pendiente $m = \frac{1}{2}$

Respuesta correcta: B) $\frac{1}{2}$

Pregunta 32

Enunciado: Resuelve el sistema $x + y = 10; x - y = 2$. La solución (x, y) es:

Solución paso a paso:



Paso 1: Sumar las ecuaciones (Método de Eliminación)

Para eliminar la variable y, sumamos la ecuación (1) y la ecuación (2) porque sus coeficientes son +1 y -1, respectivamente

$$(x + y) + (x - y) = 10 + 2; 2x = 12$$

Paso 2: Dividimos ambos lados de la ecuación $2x=12$ por 2
Paso 3: Verifica sustituyendo en la ecuación original.

$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}; x = 6$$

Paso 3: Sustituir x para encontrar y sustituimos el valor de $x=6$ en la primera ecuación original ($x + y=10$)

$$6+y=10$$

Restamos 6 a ambos lados de la ecuación:

$$y=10-6$$

$$y=4$$

Respuesta correcta: A) $(x, y) = (6, 4)$

Pregunta 33

Enunciado: Resuelve el sistema $2x + y = 13; x - y = 1$. La solución (x, y) es:

Solución paso a paso:

Paso 1: $(2x + y) + (x - y) = 13 + 1; 3x = 14$

$$\text{Paso 2: } x = \frac{14}{3}$$

$$\text{Paso 3: } 2\left(\frac{14}{3}\right) + y = 13 \quad \frac{28}{3} + y = 13$$

$$y = 13 - \frac{28}{3}$$

$$y = \frac{39 - 28}{3}$$



$$y = \frac{11}{3}$$

Respuesta correcta: $(x, y) = \left(\frac{14}{3}, \frac{11}{3}\right)$

Pregunta 34

Enunciado: Resuelve el sistema $3x - y = 11$; $x + y = 7$. La solución (x, y) es:

Solución paso a paso:

Paso 1: $(3x - y) + (x + y) = 11 + 7; \Rightarrow 4x = 18$

Paso 2: $x = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

Paso 3: En $x + y = 7$

$$y = 7 - x = 7 - \frac{9}{2} = \frac{14}{2} - \frac{9}{2} = \frac{5}{2}$$

Respuesta correcta: $(x, y) = \left(\frac{9}{2}, \frac{5}{2}\right)$

Errores típicos:

- Restar las ecuaciones (no se elimina y)
- Cambiar mal el signo en $(-y) + y$
- Reemplazar con $x = \frac{18}{4}$ y simplificar mal la fracción

Pregunta 35

Enunciado: Sea $f(x) = 1(x - 2)^2 + 3$. ¿Cuál es $f(1)$?

Solución paso a paso:

Paso 1. Sustitución en la función

$$f(1) = 1 \cdot (1 - 2)^2 + 3$$

Paso 2. Resolver la potencia

$$f(1) = (-1)^2 + 3 = 1 + 3$$

Respuesta correcta: $f(1) = 4$



Pregunta 36

Enunciado: Sea $f(x) = 1(x - (-1))^2 + 0$. ¿Cuál es $f(2)$?

Solución paso a paso:

Paso 1. Simplificar el doble signo

$$x - (-1) = x + 1$$

Paso 2. Evaluar en $x=2$: $x=2$

$$f(2) = (2+1)^2 + 0 = 3^2 + 0 = 9$$

Respuesta correcta: C) 9

Errores típicos:

- Tomar $x - (-1)$ como $x - 1$.
- Olvidar los paréntesis y hacer $2 + 1^2 = 3$ en lugar de $(2+1)^2 = 9$.
- Considerar el “+0” como un término distinto de cero.

Pregunta 37

Enunciado: En la función lineal $f(x) = 4x + (-2)$, el valor de $f(-1)$ es:

Solución paso a paso:

Paso 1. Simplifica el término constante:

$$f(x) = 4x + (-2) = 4x - 2$$

Paso 2. Evalúa en $x = -1$:

$$f(-1) = 4(-1) - 2 = -4 - 2 = -6$$

Respuesta correcta: -6

Errores típicos:

- Quitar mal el doble signo y usar $4x + 24x + 24x + 2$
- Sustituir sin paréntesis: escribir $4 - 1 - 24 - 1 - 24 - 1 - 2$ en lugar de $4(-1) - 24(-1) - 24(-1) - 2$
- Cambiar el signo de $4(-1)4(-1)4(-1)a + 4 + 4 + 4$



Pregunta 38

Enunciado: En la función lineal $f(x) = 2x + (-3)$, el valor de $f(-1)$ es:

Solución paso a paso:

Paso 1. Simplifica el término constante:

$$f(x) = 2x + (-3) = 2x - 3$$

Paso 2. Evalúa en $x = -1$:

$$f(-1) = 2(-1) - 3 = -2 - 3 = -5$$

Respuesta correcta: -5

Errores típicos:

- Quitar mal el doble signo y usar $2x + 3$
- Sustituir sin paréntesis: escribir $2 - 1 - 3$ en vez de $2(-1) - 3$
- Cambiar el signo de $2(-1)$ a +2

Pregunta 39

Enunciado: En la función lineal $f(x) = 5x + (1)$, el valor de $f(6)$ es:

Solución paso a paso:

Paso 1. Simplifica el término constante: $f(x) = 5x + (1) = 5x + 1$

Paso 2. Sustituye $x = 6$: $f(6) = 5 \cdot 6 + 1$

Paso 3. Calcula: $f(6) = 30 + 1 = 31$

Respuesta correcta: D) 31

Errores típicos:

- Tratar $5 \cdot 6 + 1$ como $5 \cdot (6 + 1)$
- Olvidar que $+(1)$ es +1 y responder 30

Pregunta 40

Enunciado: Un rectángulo de lados 8 cm y 5 cm tiene perímetro:

Solución paso a paso:

Paso 1: suma $2(8) + 2(5)$ (2 lados largos y dos lados cortos del rectángulo)



Respuesta correcta: B) 26

Pregunta 41 — Geometría

Enunciado: Un triángulo con base 10 cm y altura 6 cm tiene área...

Solución paso a paso:

Paso 1. Fórmula del área del triángulo: $A = \frac{b \cdot h}{2}$

Paso 2. Sustituye: $A = \frac{10 \cdot 6}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}^2$

Respuesta correcta: A) 30 cm^2

Errores típicos: Multiplicar $b \cdot h$ y olvidar dividir por 2

Pregunta 42

Enunciado: Un círculo de radio 6 cm tiene perímetro (usa $\pi \approx 3,14$)...

Solución paso a paso:

Paso 1. Fórmula de perímetro (circunferencia): $P = 2\pi r$

Paso 2. Sustituye: $P = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 = 37,68 \text{ cm}$

Respuesta correcta: C) $37,68 \text{ cm}$

Errores típicos: Usar $P = \pi r^2$ (fórmula del área)

Pregunta 43

Enunciado: En un triángulo rectángulo con catetos 6 cm y 8 cm, la hipotenusa mide...

Solución paso a paso:

Paso 1. Teorema de Pitágoras: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Paso 2. Sustituye: $c = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$

Respuesta correcta: A) 10 cm

Errores típicos: Sumar catetos sin cuadrar: $6+8=14$



Pregunta 44

Enunciado: En un triángulo rectángulo con catetos 5 cm y 12 cm, la hipotenusa mide...

Solución paso a paso:

$$c = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

Respuesta correcta: C) 13 cm

Errores típicos: Confundir con 17 (suma de lados) o 12 (un cateto).

Pregunta 45

Enunciado: En un triángulo rectángulo con catetos 9 cm y 12 cm, la hipotenusa mide...

Solución paso a paso:

$$c = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

Respuesta correcta: C) 15 cm

Errores típicos: Marcar 14 por estimación sin calcular.

Pregunta 46

Enunciado: Dos figuras semejantes tienen razón 4:3. Si un lado en la figura pequeña mide 3 cm, el correspondiente en la grande mide...

Solución paso a paso:

Paso 1. La razón “grande: pequeña” es 4:3, por lo tanto, el factor de escala es $\frac{4}{3}$.

Paso 2. Longitud correspondiente: $3 \cdot \frac{4}{3} = 4 \text{ cm}$

Respuesta correcta: A) 4 cm

Errores típicos: Multiplicar por $\frac{3}{4}$ (invertir la razón)



Pregunta 47

Enunciado: Dos figuras semejantes tienen razón 8:5. Si un lado en la figura pequeña mide 5 cm, el correspondiente en la grande mide...

Solución paso a paso:

Paso 1. Factor de escala grande: pequeña = $\frac{8}{5}$.

Paso 2. Longitud correspondiente: $5 \cdot \frac{8}{5} = 8$ cm

Respuesta correcta: C) 8 cm

Errores típicos: Responder 13 por suma de números de la razón.

Pregunta 48

Enunciado: La suma de ángulos interiores de un polígono de 3 lados es...

Solución paso a paso:

Paso 1. Fórmula general: $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$.

Paso 2. Con $n = 3$: $S = (3 - 2) \cdot 180^\circ = 180^\circ$

Respuesta correcta: A) 180°

Errores típicos: Confundir con 360° (suma de ángulos alrededor de un punto).

Pregunta 49

Enunciado: La suma de ángulos interiores de un polígono de 4 lados es...

Solución paso a paso:

$$S = (4 - 2) \cdot 180^\circ = 2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$$

Respuesta correcta: B) 360°

Errores típicos: Usar 540° (corresponde a $n = 5$)

Pregunta 50

Enunciado: La suma de ángulos interiores de un polígono de 5 lados es...

Solución paso a paso:



$$S = (5 - 2) \cdot 180^\circ = 3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$$

Respuesta correcta: A) 540°

Errores típicos: Responder 720° (hexágono) o 360° (cuadrilátero)

Pregunta 51

Enunciado: El área de un trapecio con bases 10 cm y 6 cm y altura 4 cm es:

Solución paso a paso:

Paso 1. Fórmula: $A = \frac{(B+b)}{2} \cdot h$.

Paso 2. Sustituye: $A = \frac{(10+6)}{2} \cdot 4 = \frac{16}{2} \cdot 4 = 8 \cdot 4 = 32 \text{ cm}^2$.

Respuesta correcta: A) 32 cm^2

Errores típicos: Olvidar dividir entre 2: usar $B+b \cdot h$ en vez de $\frac{B+b}{2} \cdot h$.

Pregunta 52

Enunciado: El perímetro de un cuadrado de lado 5 cm es:

Solución paso a paso:

Paso 1. Fórmula: $P = 4 \cdot a$.

Paso 2. Sustituye: $P = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$.

Respuesta correcta: A) 20 cm

Errores típicos: Confundir perímetro con área y responder 25 cm^2

Pregunta 53

Enunciado: El perímetro de un cuadrado de lado 4 cm es:

Solución paso a paso:

Paso 1. $P = 4 \cdot a$.

Paso 2. $P = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}$.

Respuesta correcta: C) 16 cm



Errores típicos: Tomar $2 \cdot a$ (8 cm) o área 16 cm^2

Pregunta 54

Enunciado: El perímetro de un cuadrado de lado 2.5 cm es:

Solución paso a paso:

Paso 1. $P = 4 \cdot a$

Paso 2. $P = 4 \cdot 2,5 = 10 \text{ cm}$

Respuesta correcta: D) 10 cm

Errores típicos: Responder 5 cm (usar $2 \cdot a$) o $6,25 \text{ cm}^2$ (área)

Pregunta 55 — Geometría

Enunciado: El perímetro de un cuadrado de lado 6 cm es:

Solución paso a paso:

Paso 1. $P = 4 \cdot a$

Paso 2. $P = 4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}$

Respuesta correcta: D) 24 cm

Errores típicos: Confundir con el área 36 cm^2

Pregunta 56 — Probabilidad y Estadística

Enunciado: Se extrae una carta al azar de una baraja de 52 cartas. La probabilidad de obtener un corazón es:

Solución paso a paso:

Paso 1. En cada palo hay 13 cartas de 52 totales

$$\text{Paso 2. } P(\text{corazón}) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0,25 .$$

Respuesta correcta: C) 1/4

Errores típicos: Responder $\frac{1}{2}$ (solo dos palos) o $\frac{1}{13}$ (un valor, no un palo).



Pregunta 57 — Probabilidad y Estadística

Enunciado: Al lanzar dos dados, la probabilidad de obtener suma 7 es:

Solución paso a paso:

Paso 1. Casos favorables para 7: (1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1) → 6 casos.

Paso 2. Casos posibles: $6 \cdot 6 = 36$.

$$\text{Paso 3. } P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Respuesta correcta: A) 1/6

Errores típicos: Olvidar contar las permutaciones (confundir $3/36=1/12$)

Pregunta 58 — Probabilidad y Estadística

Enunciado: La media de los datos {4, 6, 8, 10} es:

Solución paso a paso:

$$\text{Paso 1. } \bar{x} = \frac{4+6+8+10}{4} = \frac{28}{4} = 7.$$

Respuesta correcta: B) 7

Errores típicos: Sumar bien (28) pero dividir por 2.

Pregunta 59 — Probabilidad y Estadística

Enunciado: La mediana del conjunto {2, 5, 7, 9, 12} es:

Solución paso a paso:

Paso 1. Datos ordenados (ya lo están).

Paso 2. Para n impar, la mediana es el valor central: el 3.^º → 7.

Respuesta correcta: D) 7

Errores típicos: Promediar 5 y 9 (procedimiento para n par).



Pregunta 60 — Probabilidad y Estadística

Enunciado: La moda del conjunto $\{3, 3, 5, 6, 6, 6, 8\}$ es:

Solución paso a paso:

Paso 1. La moda es el valor con mayor frecuencia.

Paso 2. 6 aparece 3 veces (más que los demás) → moda 6.

Respuesta correcta: C) 6

Errores típicos: Responder 3 por aparecer al inicio de la lista

Pregunta 61 — Probabilidad y Estadística

Enunciado: La probabilidad de que ocurra un evento es 0,3. Entonces, la probabilidad de que NO ocurra es:

Solución paso a paso:

Paso 1. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Paso 2. $P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$.

Respuesta correcta: B) 0,7

Errores típicos: Sumar: $1+0,3$ en lugar de restar.

Pregunta 62 — Probabilidad y Estadística

Enunciado: Si hay 3 camisas y 4 pantalones, ¿cuántas combinaciones de atuendo se pueden formar (una camisa y un pantalón)?

Solución paso a paso:

Paso 1. Regla del producto: $3 \cdot 4 = 12$ combinaciones.

Respuesta correcta: A) 12

Errores típicos: Sumar $3+4=7$ (confundir suma con producto)



Pregunta 63 — Probabilidad y Estadística

Enunciado: Se lanza una moneda dos veces. La probabilidad de obtener cara en ambos lanzamientos es:

Solución paso a paso:

Paso 1. Eventos independientes: $P(\text{cara y cara}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Respuesta correcta: C) 1/4

Errores típicos: Responder $\frac{1}{2}$ (una sola cara)

Pregunta 64 — Probabilidad y Estadística

Enunciado: Para el conjunto {5, 5, 5, 5}, la varianza es:

Solución paso a paso:

Paso 1. $\bar{x} = 5$.

Paso 2. $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{4} [(5-5)^2 + \dots + (5-5)^2] = 0$.

Respuesta correcta: A) 0

Errores típicos: Confundir con la media o el rango.

Pregunta 65 — Probabilidad y Estadística

Enunciado: El rango del conjunto {2, 4, 9, 10, 13} es:

Solución paso a paso:

Paso 1. Rango = máximo – mínimo.

Paso 2. $13 - 2 = 11$.

Respuesta correcta: B) 11

Errores típicos: Tomar el mayor (13) en lugar de restar.



Lo lograste!!!

Terminaste una ruta completa: activaste ideas clave, entrenaste con guía, automatizaste lo frecuente, consolidaste con mini-retos, te evaluaste en tiempo real y cerraste con un ensayo general. Eso no es azar: es método.

Llévate tres prácticas que construyen puntaje: (1) verifica con estimaciones y operaciones inversas, (2) representa y argumenta para decidir más rápido y con menos errores, y (3) registra tus tropiezos en la bitácora y corrígelos al día siguiente.

Si tus resultados ya están en tu objetivo, repite un mini-ensayo y mantén la fluidez. Si aún falta, vuelve a la matriz Habilidad×Contenido, elige una brecha por vez y repasa con intención: poco, bien hecho, todos los días. La PAES premia el pensamiento claro y el trabajo sostenido. Tú pusiste el esfuerzo; aquí encontra una ruta. Lo que sigue es convertir tu método en confianza el día de la prueba.

¡Buena Suerte en tu PAES M1!