

# ΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΟΝ ΚΙΝΔΥΝΟ ΑΓΟΡΑΣ

**Λειτουργικοί Κίνδυνοι & Κίνδυνοι Αγοράς**

**Καθηγητής : Χ. Κουρτίδης**



**Φοιτητές :**

**ΒΕΡΥΚΟΚΙΔΗΣ ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ ΜΑΕ19010**

**ΖΑΧΑΡΙΟΥΔΑΚΗΣ ΒΑΣΙΛΗΣ ΜΑΕ19025**

## Εισαγωγή

Το VaR αποτελεί ένα απλό στατιστικό μέτρο των πιθανών απωλειών που μπορεί να υποστεί ένα χαρτοφυλάκιο συναλλαγών ενός πιστωτικού οργανισμού και η εκτίμηση του γίνεται βάση ενός διαστήματος εμπιστοσύνης το οποίο ορίζει και την πιθανότητα οι απώλειες του χαρτοφυλακίου να μην υπερβούν το εκτιμώμενο VaR. Η έννοια της αξίας σε κίνδυνο (VaR) καθίσταται απαραίτητο “εργαλείο” για την ανάλυση αλλά και την αντιστάθμιση του κινδύνου της αγοράς, καθώς θεωρείται ένα συνεπές μέτρο του κινδύνου.

Στη παρούσα εργασία ασχοληθήκαμε με την εκτίμηση του VaR ενός χαρτοφυλακίου τριών μετοχών του οποίου η σύνθεση αποτελείται από τις Boeing(BA), Microsoft(MSFT), και Apple(AAPL).

Για τον υπολογισμό του VaR ζητούμενο ήταν να χρησιμοποιηθούν οι εξής τρεις μέθοδοι :

- ❖ Διακύμανση-Συνδιακύμανση (Variance-Covariance)
- ❖ Ιστορική Προσομοίωση (Historical Simulation)
- ❖ Εκθετικά σταθμισμένος κινητός μέσος (EWMA)

Στη συνέχεια αναλύονται εκτενέστερα οι παραπάνω μέθοδοι αλλά και οι παράμετροι εκτίμησης που χρησιμοποιήθηκαν.

## Τεχνικές Εκτίμησης VaR

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για τις συγκεκριμένες τεχνικές είναι οι προσαρμοσμένες τιμές κλεισίματος των μετοχών από τις 31-03-2016 έως 1-04-2020 βάση των οποίων υπολογίστηκαν οι αντίστοιχες αποδόσεις.

Επιπλέον στην εργασία λάβαμε ως παραδοχή ότι ο αριθμός των μετοχών παραμένει σταθερός καθ' όλη τη διάρκεια της προαναφερθείσας περιόδου και το αρχικό κεφάλαιο που δαπανήθηκε στις 02-04-2018 ήταν 1.000.000\$ για κάθε μετοχή.

### **I. Διακύμανση-Συνδιακύμανση (Variance-Covariance)**

Για τον υπολογισμό του VaR στη συγκεκριμένη μέθοδο ξεκινήσαμε υπολογίζοντας τη τυπική απόκλιση των αποδόσεων των προηγούμενων δύο χρόνων για κάθε ημέρα από τις 2-04-2018 έως 31-03-2020. Στη συγκεκριμένη τεχνική θεωρείται ως δεδομένο η υπόθεση της κανονικής κατανομής για τις αποδόσεις των στοιχείων του χαρτοφυλακίου. Ως εκ τούτου, θέλοντας να υπολογίσουμε τη μέγιστη πιθανή απώλεια του χαρτοφυλακίου σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99% πολλαπλασιάσαμε τη τυπική απόκλιση με το συντελεστή (2,33).

Στη συνέχεια λαμβάνοντας υπόψη το σταθερό αριθμό μετοχών αλλά και τις τιμές κλεισίματος κάθε ημέρας υπολογίσαμε την αξία θέσης για κάθε ημέρα για κάθε

μετοχή. Έτσι καταλήξαμε στο ημερήσιο VaR μέσω του πολλαπλασιασμού της αξίας θέσης με το ανάλογο γινόμενο της τυπικής απόκλισης με το συντελεστή 2,33.

Για παράδειγμα στην περίπτωση της μετοχής (BA) είχαμε τα εξής αποτελέσματα για τις 02/04/2018:

Number of stocks	Standard Deviation	99% Confidence Int.	Value of Position	VaR
3.238	1,31%	3,06%	999.893,97	-30.552,57

Στο παραπάνω πίνακα βλέπουμε πως για 3.238 μετοχές, η τυπική απόκλιση είναι 1,31% και η αξία θέσης του χαρτοφυλακίου 999.893,97\$. Δεδομένου των παραπάνω, το VaR που προκύπτει ανέρχεται στο -30.552,57 . Αυτό σημαίνει πως η μέγιστη πιθανή ζημία που θα υποστεί η θέση μας ,στη συγκεκριμένη μετοχή, στις 03/04/2018 δεν θα ξεπεράσει τις 30.552,57 χρηματικές μονάδες με βεβαιότητα 99%.

Την παραπάνω διαδικασία ακολουθήσαμε και για τις υπόλοιπες μετοχές για τη περίοδο 2-04-2018 έως 31-03-2020 καταλήγοντας έτσι στον υπολογισμό των αντίστοιχων αξιών σε κίνδυνο (VaR).

Αφού ακολουθήσαμε τα παραπάνω βήματα έπρεπε στο τέλος να υπολογίσουμε το συνολικό VaR του χαρτοφυλακίου (μέσω του κάτωθι τύπου), όπου για την επίτευξη του απαιτείται με τη σειρά του ο υπολογισμός των κατάλληλων συσχετίσεων μεταξύ των αποδόσεων , μέσω της συνάρτησης CORREL.

$$\text{Total VaR} = -\text{SQRT}[\text{VaR}_{(BA)}^2 + \text{VaR}_{(MSFT)}^2 + \text{VaR}_{(AAPL)}^2 + 2 \cdot \rho_{(BA-MSFT)} \cdot \text{VaR}_{(BA)} \cdot \text{VaR}_{(MSFT)} + 2 \cdot \rho_{(BA-AAPL)} \cdot \text{VaR}_{(BA)} \cdot \text{VaR}_{(AAPL)} + 2 \cdot \rho_{(MSFT-AAPL)} \cdot \text{VaR}_{(MSFT)} \cdot \text{VaR}_{(AAPL)}]$$

## II. Ιστορική Προσομοίωση (Historical Simulation)

Η συγκεκριμένη διαδικασία εφαρμόζεται από τα περισσότερα πιστωτικά ιδρύματα που έχουν αναπτύξει μοντέλα ποσοτικοποίησης του κινδύνου καθώς είναι σχετικά απλή , δεν υποθέτει κανονικότητα στην κατανομή των αποδόσεων και δεν απαιτεί την εκτίμηση των τυπικών αποκλίσεων και των συντελεστών συσχέτισης όπως η προηγούμενη μέθοδος (Variance-Covariance).

Στην περίπτωση μας για την εύρεση του VaR ακολουθήσαμε τα παρακάτω βήματα :

### **Βήμα 1°**

Αποτίμηση της αξίας της θέσης σε κάθε μετοχή για κάθε μέρα κατά τη περίοδο 2-04-2018 έως 31-03-2020.

### **Βήμα 2°**

Εκτίμηση των κερδών-απωλειών, πολλαπλασιάζοντας την αξία της κάθε θέσης (από το βήμα 1) με τις μεταβολές των προηγούμενων 500 ημερών (2 χρόνια).

\*Για τον παραπάνω υπολογισμό χρησιμοποιήσαμε τη συνάρτηση INDEX στο EXCEL για εξοικονόμηση χρόνου.

### **Βήμα 3°**

Υπολογισμός των συνολικών ημερησίων κερδών-απωλειών μέσω της άθροισης των επιμέρους αντίστοιχων κερδών-απωλειών της κάθε μετοχής που βρήκαμε στο βήμα 2.

### **Βήμα 4°**

Ταξινόμηση των παρατηρήσεων, ξεκινώντας από τη χειρότερη απώλεια και καταλήγοντας στο μεγαλύτερο κέρδος.

### **Βήμα 5°**

Εκτίμηση ημερησίου συνολικού VaR για κάθε μέρα μέσω της επιλογής της 5ης χειρότερης παρατήρησης από την ταξινόμηση του βήματος 4.

\*Επιλέγουμε την 5<sup>η</sup> χειρότερη γιατί το δείγμα αποτελείται από 500 παρατηρήσεις και εμείς ψάχνουμε το VaR με πιθανότητα σφάλματος 1%.

## **III. Εκθετικά σταθμισμένος κινητός μέσος (EWMA)**

Στη μέθοδο αυτή σε αντίθεση με το Variance-Covariance, όπου οι παρατηρήσεις έχουν την ίδια βαρύτητα, η βαρύτητα των παρατηρήσεων μεταβάλλεται εκθετικά και αυξάνει στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις. Ο υπολογισμός του EWMA βρίσκεται με τον ακόλουθο τύπο :

$$EWMA(t) = (1-\lambda) * (x_t - \mu) + \lambda * EWMA(t-1)$$

Όπου  $(1-\lambda)$  ο συντελεστής βαρύτητας για την πρώτη παρατήρηση.

Στη περίπτωση μας αφού τετραγωνίσαμε τις αποδόσεις χρησιμοποιήσαμε τον παραπάνω τύπο για να βρούμε τα αντίστοιχα EWMA. Μετά πολλαπλασιάσαμε τη τετραγωνική ρίζα του EWMA με το συντελεστή 2,33 και την αξία θέσης ώστε να βρούμε το VaR σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%. Αυτή τη διαδικασία την ακολουθήσαμε για κάθε ημέρα και για κάθε μετοχή.

Για παράδειγμα, σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα:

	EWMA	99% confid.	Value of position	VaR
2-04-2018	0,0437614%	4,87%	999.893,97	-48.736,64

Στις 2-04-2018 η αξία της θέσης για τη μετοχή BA ανέρχεται στα 999.893,97\$ έτσι αφού υπολογίσαμε το κατάλληλο EWMA και το αντίστοιχο 99%

confid. καταλήξαμε ότι το ημερήσιο VaR είναι -48.736,64. Αυτό σημαίνει πως η μέγιστη πιθανή απώλεια στις **3-04-2018** θα είναι 48.736,64 χρηματικές μονάδες κατά 99%.

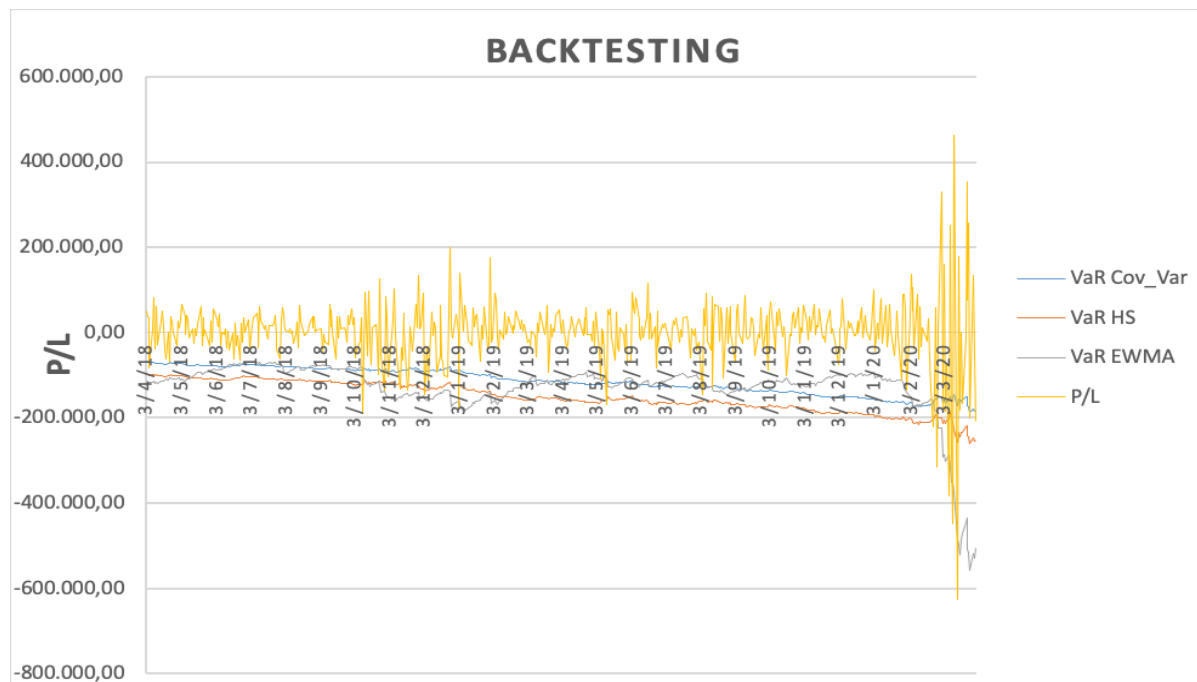
Στη συνέχεια, όπως και στη περίπτωση της διακύμανσης-συνδιακύμανσης, αφού υπολογίσαμε τους συντελεστές συσχέτισης ( $\rho$ ) για κάθε ημέρα καταλήξαμε στο συνολικό VaR, χρησιμοποιώντας τον παρακάτω τύπο :

$$\text{Total VaR} = -\text{SQRT} [ \text{VaR}_{(\text{BA})}^2 + \text{VaR}_{(\text{MSFT})}^2 + \text{VaR}_{(\text{AAPL})}^2 + 2 \cdot \rho_{(\text{BA-MSFT})} \cdot \text{VaR}_{(\text{BA})} \cdot \text{VaR}_{(\text{MSFT})} + 2 \cdot \rho_{(\text{BA-AAPL})} \cdot \text{VaR}_{(\text{BA})} \cdot \text{VaR}_{(\text{AAPL})} + 2 \cdot \rho_{(\text{MSFT-AAPL})} \cdot \text{VaR}_{(\text{MSFT})} \cdot \text{VaR}_{(\text{AAPL})} ]$$

## BACKTESTING

Στο τελευταίο στάδιο της εργασίας μας για να μπορέσουμε να αξιολογήσουμε τις τεχνικές εκτίμησης τρέξαμε το backtesting το οποίο αποσκοπεί στη σύγκριση του αποτελέσματος των επενδύσεων με το VaR της αντίστοιχης ημέρας ξεκινώντας από τις 03-04-2018 αφού τα VaR μας υπολογίστηκαν από τις 02-04-2018.

Στη συνέχεια για να εξετάσουμε την αποτελεσματικότητα των μεθόδων βρήκαμε τα overshooting δηλαδή πόσες φορές το αποτέλεσμα που παρατηρήθηκε ξεπέρασε το ημερήσιο VaR που είχαμε υπολογίσει. Αυτή η διαδικασία πραγματοποιήθηκε για κάθε μέθοδο και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Στο παραπάνω διάγραμμα λοιπόν είναι πασιφανές ότι η μέθοδος με τα περισσότερα overshooting είναι αυτή της Διακύμανσης – Συνδιακύμανση η οποία σημειώνει 28 από τις 03/04/2018 έως τις 01/04/2020. Οι άλλες δύο τεχνικές , Ιστορική Προσομοίωση και EWMA , σημειώνουν 13 και 11 overshooting αντίστοιχα στο ίδιο χρονικό διάστημα.

	Var-Cov Method	Historical Sim.	EWMA
<b>Overshooting</b>	28	13	11

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Σε γενικές γραμμές κατά τη χρονική περίοδο 03-04-2018 έως 01-04-2020 παρατηρούνται αρκετά overshooting από όλες τις μεθόδους. Ένα μοντέλο εκτίμησης του VaR για να θεωρηθεί αξιόπιστο θα έπρεπε στο διάστημα αυτό τα overshooting να μην ξεπερνάνε τα 5 αφού το διάστημα εμπιστοσύνης έχει ορισθεί στο 99% και οι ημέρες που γίνεται το backtesting είναι περίπου 500. Στην περίπτωση μας όμως ο μεγάλος αριθμός των overshooting οφείλεται σε κάποια ακραία φαινόμενα όπως αυτό της πανδημίας του κορονοϊού το οποίο έπληξε την παγκόσμια οικονομία και δημιούργησε τεράστιες απώλειες σε όλα τα χαρτοφυλάκια της αγοράς. Εξάλλου είναι οφθαλμοφανές στο διάγραμμα ότι από τα μέσα Φεβρουαρίου έως τις αρχές Απριλίου οι μεταβολές των τιμών των μετοχών είναι τεραστίων διαστάσεων. Έτσι ακόμα και το diversification effect που προκύπτει από τις συσχετίσεις των αποδόσεων των μετοχών μειώθηκε αισθητά αφού οι συσχετίσεις αυξήθηκαν καθώς η πανδημία επηρέασε σχεδόν όλους τους κλάδους της αγοράς αρνητικά.

Με βάση τους παραπάνω υπολογισμούς και θεωρώντας ως δεδομένο την ύπαρξη αρκετών overshooting καταλήγουμε ότι η πιο αποτελεσματική μέθοδος για τη μέτρηση των μέγιστων πιθανών απωλειών είναι αυτή του Εκθετικά Σταθμισμένου Κινητικού Μέσου (EWMA) και αυτό γιατί παρουσιάζει τα λιγότερα overshooting. Αυτό είναι πολύ πιθανό να επιτυγχάνεται εξαιτίας του ότι στη συγκεκριμένη μέθοδο η βαρύτητα των παρατηρήσεων αυξάνεται εκθετικά με το χρόνο και έτσι παρατηρείται κάποια προσαρμογή του VaR στις νέες πληροφορίες της αγοράς όπως φαίνεται και στο διάγραμμα. Επίσης και η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι αρκετά κοντά σε αποτελεσματικότητα σε σχέση με αυτή του EWMA όμως ο συγκεκριμένος τρόπος μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένες εκτιμήσεις και συμπεράσματα αφού οι συνθήκες του παρελθόντος ενδέχεται να είναι άσχετες με τις τρέχουσες εξελίξεις όπως συνέβη και στην περίπτωση μας.