1. Существует ли натуральная степень тройки, оканчивающаяся на 0000000000000001?
2. Докажите, что среди любых 39 последовательных натуральных чисел найдётся такое, сумма цифр которого делится на 11.
3. У Пети 28 одноклассников. У них попарно различные количества друзей в этом классе. Сколько друзей у Пети?
4. В классе из 32 учеников создано 33 кружка, причём каждый кружок состоит из трёх человек и никакие два кружка не совпадают по составу. Докажите, что найдутся два кружка, которые пересекаются ровно по одному участнику.
5. Дано 51 различное натуральное число, меньшее 100. Докажите, что из них можно выбрать 6 таких чисел, что никакие два из выбранных не имеют одинаковых цифр ни в каком разряде.
6. Докажите, что, если натуральное число m — не степень десятки, то среди степеней m с натуральным показателем найдутся такие, которые начинаются любой наперёд заданной комбинацией цифр.
7. Даны 70 разных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 200. Докажите, что какие-то два из них отличаются на 4, 5 или 9.
8. Какое наибольшее количество попарно пересекающихся различных множеств можно выбрать в множестве $\{1, 2, \ldots, 2023\}$?
9. В конечном множестве X выбрано 50 подмножеств A_1, A_2, $\ldots$, A_{50}, каждое из которых содержит больше половины элементов множества X. Докажите, что можно найти подмножество $B \subset X$, содержащее не более 5 элементов и имеющее хотя бы один элемент, общий с каждым из множеств A_1, A_2, $\ldots$, A_{50}.
10. Дано 1978 групп людей, каждая из которых состоит из 40 человек. У любых двух из этих групп есть ровно один общий представитель. Докажите, что существует человек, принадлежащий всем 1978 группам.
11. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из набора $\{1, 2, \ldots, 2023\}$ так, чтобы сумма никаких двух чисел не делилась на их разность?
12. Каждый из 7 мальчиков в воскресенье 3 раза подходил к киоску мороженного. Известно, что каждые двое из них встречались около киоска. Докажите, что в некоторый момент около киоска одновременно встретились по крайней мере 3 мальчика.
13. Некоторая комиссия собиралась 40 раз. Каждый раз на заседаниях присутствовали по 10 человек, причём никакие два из членов комиссии не были вместе на заседаниях более одного раза. Докажите, что количество членов комиссии больше 60.
14. Докажите, что из 25 человек нельзя составить больше 30 групп по 5 человек в каждой так, чтобы никакие две группы не имели больше одного общего члена.
15. Какое наименьшее количество чисел нужно вычеркнуть из множества $\{1, 2 \ldots, 2023\}$, чтобы ни одно из оставшихся чисел не равнялось произведению двух других оставшихся чисел?
16. Докажите, что среди любых $2m+1$ разных целых чисел, не превосходящих по модулю $2m-1$, можно найти три числа, сумма которых равна 0.
17. Существует ли бесконечная последовательность $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ попарно различных натуральных чисел, бóльших единицы, в которой только конечное количество чисел будет больше своего номера?

18. В классе учатся 30 учеников, причём все они имеют различные средние баллы за прошлый год и у каждого из них одно и то же количество друзей среди одноклассников. Каким может быть наибольшее количество учеников класса, у которых средняя оценка превышает среднюю оценку большинства их друзей?
19. Дан простой граф на v вершинах с $e > v$ рёбрами. Каждое ребро покрасили в один из двух цветов. За один ход можно выбрать вершину и перекрасить в другой (этих двух) цвет все рёбра, выходящие из этой вершины. Докажите, что из некоторой начальной раскраски рёбер нельзя добиться того все рёбра будут одноцветными.
20. Какое наибольшее количество трёхэлементных подмножеств можно выбрать из n-элементного множества так, чтобы любые два выбранных подмножества имели ровно один общий элемент?
21. Дана однородная линейная система из p уравнений с $q = 2p$ неизвестными, все коэффициенты которой равны 0 или ± 1. Докажите, что существует ненулевое целочисленное решение этой системы такое, что модули всех переменных не превосходят q.
22. Пусть $S = \{1, 2, \ldots, 280\}$. Найдите наименьшее натуральное число n такое, что любое n-элементное подмножество множества S содержит пять попарно взаимно простых чисел.