1. Каждый узел координатной плоскости окрашен в один из n цветов. Докажите, что найдётся прямоугольник, все вершины которого окрашены в один цвет.
2. Каждая точка пространства окрашена в один из двух цветов: белый и красный. Докажите, что в пространстве найдётся единичный квадрат, у которого либо три белые вершины, либо четыре красные.
3. Каждая точка плоскости окрашена в один из двух цветов. Докажите, что можно выбрать цвет так, для любого положительного числа d найдётся пара точек этого цвета на расстоянии d друг от друга.
4. Каждая точка плоскости окрашена в один из трёх цветов. Докажите, что для любого положительного числа d можно выбрать цвет так, что найдётся пара точек этого цвета на расстоянии d друг от друга.
5. На плоскости отмечены $n \geqslant 5$ точек. Докажите, что их можно покрасить в два цвета так, что никакая прямая не будет разделять все точки разных цветов.
6. Каждая точка пространства окрашена в один из трёх цветов. Докажите, что можно выбрать цвет так, для любого положительного числа d найдётся пара точек этого цвета на расстоянии d друг от друга.
7. Каждая точка плоскости окрашена в один из трёх цветов. Докажите, что можно выбрать цвет так, для любого положительного числа d найдётся пара точек этого цвета на расстоянии d друг от друга.
8. Каждая точка плоскости окрашена в один из двух цветов. Докажите, что для какого-то цвета найдётся равносторонний треугольник с вершинами этого цвета.
9. Каждая точка сферы окрашена в один из двух цветов. Докажите, что можно выбрать цвет, для которого найдётся равносторонний треугольник с вершинами этого цвета.
10. Можно ли раскрасить все точки квадрата и круга в красный и белый цвета так, чтобы множества белых точек этих фигур были подобны друг другу и множества красных точек также были подобны друг другу (возможно, с различными коэффициентами подобия)?
11. (a) Многоугольник обладает следующим свойством: если провести прямую через любые две точки, делящие его периметр пополам, то эта прямая разделит многоугольник на два равновеликих многоугольника. Верно ли, что многоугольник центрально симметричен?
    (b) Верно ли, что любая фигура, обладающая свойством, указанным в предыдущем пункте, центрально симметрична?
12. Можно ли каждую клетку бесконечной плоскости окрасить в один из двух цветов: белый и красный, так, чтобы каждая вертикальная полоса шириной в одну клетку содержала конечное количество белых клеток, а каждая горизонтальная полоса шириной в одну клетку содержала конечное количество красных клеток?
13. Можно ли расставить во все клетки бесконечной клетчатой плоскости все натуральные числа так, чтобы каждое натуральное число встречалось ровно один раз и чтобы любые два числа из одной строки или одного столбца были взаимно простыми?
14. Найдите все натуральные числа k, для которых на белой клетчатой плоскости можно закрасить несколько (натуральное число) клеток в красный цвет так, чтобы на любой клетчатой вертикали, горизонтали и диагонали либо было ровно k красных клеток, либо ни одной.

15. Докажите, что существует такое подмножество $M \subset \mathbb{N}$, что каждое натуральное число представляется единственным образом в виде разности двух чисел из M.
16. Игра происходит на бесконечной плоскости. Играют двое: один передвигает одну фишку-волка, другой — несколько фишек-овец. После хода волка ходит какая-нибудь из овец, затем после следующего хода волка — опять какая-нибудь из овец, и так далее. И волк и овцы передвигаются за один ход в любую сторону не более, чем на один метр. Верно ли, что для любого числа овец существует такая начальная позиция, что волк не поймает ни одной овцы?
17. Бандит угнал из участка старую полицейскую машину и умчался на ней по дороге в неизвестном направлении. Через некоторое время пропажи хватились, и в погоню на более новой машине отправился полицейский. Дорога представляет собой бесконечную прямую, скорость машины полицейского больше скорости машины бандита, сколько времени прошло между выездом бандита и полицейского из участка — неизвестно. Может ли полицейский гарантированно догнать бандита?
18. Назовём *плиткой* на клетчатой плоскости любой конечный набор клеток, связных между собой по рёбрам (из любой клетки плитки можно дойти до любой другой, переходя по рёбрам в соседние клетки плитки). При расположении на плоскости плитку можно поворачивать, но нельзя отражать. Назовём плитку $\mathbf{T}$ *особенной*, если все клетки плоскости можно заполнить натуральными числами (каждое число использовано один раз) так, чтобы любое натуральное число оказалось наибольшим среди чисел, покрываемых плиткой $\mathbf{T}$, не более одного раза (при всех возможных расположениях плитки).
    (a) Докажите, что любой квадрат является особенной плиткой.
    (b) Докажите, что каждый прямоугольник, отличный от квадрата, не является особенной плиткой.
    (c) Докажите, что плитка $\mathbf{T}$ является особенной, если и только если она переходит в себя при повороте на $90°$.
19. В бесконечной последовательности бумажных прямоугольников площадь n-го прямоугольника равна n^2. Обязательно ли можно покрыть ими плоскость? Наложения допускаются.
20. Дана бесконечная последовательность бумажных квадратов. Обязательно ли можно покрыть ими плоскость (наложения допускаются), если известно, что для любого числа N найдутся квадраты суммарной площади больше N?