№1.

1) Нужно переместить $A(a, b)$ в $O(0,0)$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -a & -b & 1 \end{bmatrix}$$

2) Далее выполняем поворот на угол φ.

$$R = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3) Возвращаемся в т. $A(a, b)$

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & 1 \end{bmatrix}$$

Тогда поворот вектора вокруг т. $A(a, b)$ есть.

$$(X_2, Y_2, 1) = (X_1, Y_1, 1)\, T_1\, R\, T_2$$

№3

Аналогично задаче 1

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -a & -b & -c & 1 \end{bmatrix}$$

2) Далее поворачиваем прямую вокруг Ox в плоскость ZX

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}} \qquad \sin\alpha = \frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}}$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3) Делаем поворот вокруг Oy, чтобы совместить Oz и L

$$\cos\beta = \frac{\sqrt{m^2+n^2}}{1} \qquad \sin\beta = \frac{l}{1}$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4) Делаем поворот вокруг Oz на φ

$$R_4 = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5) Делаем обратные действия п. 3

$$R_5 = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6) Делаем обратное действие п. 2

$$R_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

7) Обратный перенос.

$$T_7 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ a & b & c & 1 \end{bmatrix}$$

$$(x_2, y_2, z_2, 1) = (x_1, y_1, z_1, 1)\, T_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 T_7$$

№8.

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + (1, 0, 0)\frac{\sqrt{2}}{2} = \left(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + (0, 1, 0)\frac{\sqrt{2}}{2} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$q_1 q_2 = \left(1, 1, \frac{1}{2}\right) =$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

$$\cos\varphi + x\sin\varphi = 1$$

$$\cos\varphi + z\sin\varphi = \frac{1}{2}$$

$$\sin \ldots = \frac{1}{2}$$

№8

$q_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i_1$

$q_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i_2$

$q_2 q_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} i_1 + \frac{1}{2} i_2 - \frac{1}{2} i_3$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$q_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, -1)$

$\cos\varphi = \frac{1}{2}$ $\quad \sin\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\varphi = 60^\circ$

Поворот вокруг $(1, 1, -1)$ на угол 120