

UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

FACULDADE DE COMPUTAÇÃO E INFORMÁTICA

Marcelo Vironda Rozanti
Felipe Stefanelli de Aguiar Silva

Três experimentos com atualização assíncrona por prioridade
de vizinhança em autômatos celulares elementares

SÃO PAULO
2019

Marcelo Vironda Rozanti
Felipe Stefanelli de Aguiar Silva

**Três experimentos com atualização assíncrona por prioridade
de vizinhança em autômatos celulares elementares**

Orientador: Prof. Dr. Pedro Paulo Balbi de Oliveira

SÃO PAULO
2019

Três experimentos com atualização assíncrona por prioridade de vizinhança em autômatos celulares elementares

Marcelo Vironda Rozanti
Felipe Stefanelli de Aguiar Silva

29 de maio de 2020

Resumo

Autômatos Celulares são sistemas computacionais discretos que se têm provado úteis como modelos genéricos de complexidade e representação de diversas dinâmicas em uma variedade de áreas científicas. Estes sistemas podem ser especificados puramente em termos matemáticos e até implementados em estruturas físicas. Muitos deles podem computar funções e resolver problemas algorítmicos. O presente projeto explora um conjunto fundamental deles, chamados Autômatos Celulares Elementares através de um tipo específico de atualização assíncrona, baseada em prioridade da vizinhança, à procura de regras que satisfaçam conservabilidade numérica, problema da maioria ou o problema da paridade.

Palavras-chave: Autômatos celulares elementares, Atualização assíncrona por prioridade da vizinhança, New Kind of Science, Sistemas dinâmicos discretos, Conservabilidade numérica, Problema da classificação de densidade, Problema da paridade

Abstract

Cellular Automata are discrete computational systems that have proved useful as general models of complexity and representations of dynamics on a variety of scientific fields. These systems can be specified in purely mathematical terms and be implemented in physical structures. Many of them can compute functions and solve algorithmic problems. The present project attempts to explore a fundamental subset of them, called Elementary Cellular Automata with a specific kind of neighbourhood-priority-based asynchronous updating in the search of either number-conserving, density-classifying or parity-solving rules.

Keywords: Asynchronous priority based updating, Elementary Cellular Automata, New Kind of Science, Discrete dynamical systems, Number-conserving, Density classification task, Majority problem, Parity problem

Sumário

1	INTRODUÇÃO	5
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E RELEVÂNCIA	5
1.2	OBJETO DE PESQUISA	6
1.3	OBJETIVOS DO ESTUDO	7
1.4	JUSTIFICATIVA	7
1.5	ORGANIZAÇÃO E DELIMITAÇÃO DO ESTUDO . .	7
2	REFERENCIAL TEÓRICO	8
2.1	AUTÔMATOS CELULARES ELEMENTARES	8
2.1.1	ATUALIZAÇÃO ASSÍNCRONA POR PRIORIDADE DA VIZINHANÇA	10
2.2	CONSERVABILIDADE NUMÉRICA	11
3	METODOLOGIA DA PESQUISA	11
3.1	ETAPAS DA PESQUISA	12
3.2	CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA	12
4	RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS	14
5	CRONOGRAMA	15
	Referências	15

Lista de tabelas

1	Cronograma de atividades	15
---	------------------------------------	----

Lista de ilustrações

1	Ilustração das regras de transição para a regra 22 no código Wolfram.	9
2	Ilustração das 256 regras elementares.	10
3	As evoluções geradas por esses pares $\langle R, E \rangle$ são idênticas	14

1 INTRODUÇÃO

Autômatos Celulares (ACs) são uma categoria de sistemas discretos. Por sua própria simplicidade, estes sistemas têm ocupado uma posição privilegiada no estudo de complexidade nos mais diversos campos da ciência, de biologia teórica a economia, entre muitos outros. O desenvolvimento de ACs é tipicamente atribuído a John von Neumann através de suas tentativas de criar um modelo abstrato de autoreprodução biológica. Ao fim de 1950, foi notado que ACs poderiam ser vistos como computadores paralelos (WOLFRAM, 2002, p. 876). Apesar de falta de investigação científica até 1970, um exemplo de AC se tornou muito famoso por seu comportamento complexo e regras simplesmente descritas inventadas por John Conway, *The Game of Life*, que se popularizou após sua aparição na revista *Scientific American*.

Desde então, múltiplos estudos compreensivos foram realizados por cientistas ao redor do mundo, destacando os trabalhos feitos por Stephen Wolfram na década de 1980, culminando na publicação do livro *A New Kind of Science* em que Wolfram apresenta uma coleção de resultados a respeito de ACs, com uma série de descobertas revolucionárias.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E RELEVÂNCIA

A motivação inicial para o estudo de ACs por parte de von Neumann não era matemática mas tinha como diretriz encontrar uma forma viável de tratar do problema de como fazer máquinas se reproduzirem. Hoje é sabido que esses sistemas são aplicáveis para resolver problemas relativos a classificação de densidade, simulação de partículas, compressão de dados, design estrutural, representação de comportamentos dinâmicos como trânsito em cidades ou movimentação de seres vivos entre muitos outros.

Há uma infinidade de ACs passíveis de construção para modelagem ou solução de problemas. Um deles é a modelagem de tráfego de veículos, como é notado por Rosenblueth e Gershenson (2011, p. 307): “Autômatos Celulares Elementares”, discutidos nos próximos capítulos, “podem modelar tráfego também. Podemos presumir que um veículo se move para frente ou não dependendo apenas na presença ou ausência de outro veículo em sua frente. Supondo que um veículo se move uma célula para a direita se e apenas se uma a célula à direita está vazia, então a regra 184 corresponde ao tráfego se movendo à direita. Movimento aparente é criado do seguinte modo: se o estado

de uma célula é 1 e a de seu vizinho à direita é 0, então esta regra atribui 0 ao estado da célula na próxima geração, eliminando o veículo de sua célula atual (que é representada por 110 e 010). Similarmente, se o estado atual da célula é 0 e de seu vizinho à esquerda é 1, então o próximo estado da célula é 1, aparentemente fazendo o veículo no vizinho da esquerda mover-se uma célula para a direita (cobrindo casos 100 e 101). Deve-se lidar com duas outras situações. Primeiro, um veículo não pode se mover se houver outro veículo diretamente em sua frente (i.e., 111 e 011). Segundo, se não há veículo na célula ou seu vizinho à esquerda, então na próxima geração a célula não terá um veículo também (i.e., 001 e 000).”.

1.2 OBJETO DE PESQUISA

O objeto de pesquisa deste trabalho são Autômatos Celulares Elementares (ACEs) com atualização assíncrona por prioridade da vizinhança.

A implementação do simulador tem como parâmetros as seguintes variáveis:

- Largura do reticulado:
É o tamanho do reticulado unidimensional, definido como n .
- Configuração inicial:
Conjunto ordenado de células do AC, cada uma com um estado definido.
- Time steps:
Reticulados resultantes ou iterações da simulação. É a altura das evoluções, para ACEs.
- Esquema de prioridades de atualização:
Ordem em que as vizinhanças são atualizadas nas microiterações.

Estes conceitos são mais profundamente discutidos no item 2.

1.3 OBJETIVOS DO ESTUDO

O primeiro objetivo trata-se de verificar se a regra 184, que é conservativa em modo síncrono, se mantém conservativa em algum esquema de atualização assíncrono, conforme a definição em de conservabilidade detalhada em 2.2.

Considerando que é fato conhecido que nenhum AC síncrono é capaz de classificar densidade perfeitamente, o objetivo do segundo experimento foi verificar se algum ACE poderia adquirir essa capacidade em modo assíncrono.

É também um fato conhecido que o problema da paridade, detalhado em ??, não pode ser resolvido por ACEs de raio menor ou igual a dois executados em modo síncrono. O objetivo do terceiro experimento foi verificar se ACEs de raio um executados com a estratégia descrita em 2.1.1 seriam capazes de resolver este problema.

- Definição formal da estratégia de atualização.
- Definição de conservabilidade, problema da maioria e problema da paridade.
- Renderização das evoluções temporais.
- Otimização da pesquisa via filtragem de esquemas equivalentes independentes.

1.4 JUSTIFICATIVA

A motivação para o presente trabalho é estudar três importantes propriedades nos ACEs executados com a estratégia definida em 2.1.1:

- Conservabilidade numérica;
- Capacidade de classificação de densidade;
- Capacidade de resolver o problema da paridade.

É sabido que há cinco regras $<+>$ conservabilidade

1.5 ORGANIZAÇÃO E DELIMITAÇÃO DO ESTUDO

A pesquisa se limita a ACEs com o tipo de atualização evidenciado no item 2.1, com largura de reticulados testados até $n=15$ e com $r=1$ e, numa segunda fase, $r=1.5$. Os esquemas de atualização foram filtrados a fim de eliminar esquemas equivalentes, que produzem evoluções idênticas para quaisquer configurações iniciais, de modo que restassem 4683 esquemas no total. Cada esquema contém a prioridade de cada

uma das 8 vizinhanças possíveis do espaço elementar, correspondendo às vizinhanças, respectivamente: (111, 110, 101, 100, 011, 010, 001, 000). Em cada esquema, o número 1 indica que a vizinhança será a primeira a ser atualizada (ou seja, máxima prioridade), o número 2 indica que a vizinhança será a segunda a ser atualizada, e assim por diante.

Descrição dos capítulos:

1. Introdução

Preâmbulo deste trabalho.

2. Referencial Teórico

Sustentação argumentativa sobre o tema proposto.

3. Metodologia de Pesquisa

Sistematização dos instrumentos e processos de estudo empregados no presente trabalho.

4. Resultados dos Experimentos

Análise e apresentação dos resultados das evoluções propostas.

5. Cronograma

Planejamento das tarefas necessárias para a conclusão deste trabalho, bem como suas expectativas de início e conclusão.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Em relação ao referencial teórico estudado neste TCC, foi de suma importância entender os seguintes tópicos:

2.1 AUTÔMATOS CELULARES ELEMENTARES

Um AC pode ser descrito simplesmente por seu *reticulado* e sua *regra de transição*. O reticulado é um conjunto finito *d-dimensional* ordenado de células onde cada célula no índice \mathbf{i} tem um estado entre k estados. As regras de transição definem o novo estado de uma determinada célula em função de sua vizinhança de tamanho $2r+1$, sendo r raio do AC. O comportamento da aplicação das regras de transição nas bordas do espaço pode ser especificado de várias formas, muitas vezes como conexo com a borda oposta, tornando o espaço efetivamente contínuo.

Uma definição direta das regras de transição consiste na enumeração de todos os estados possíveis da própria célula, das células vizinhas e do próximo estado, contendo a informação necessária para computar o estado futuro das células em função de sua vizinhança e, conseqüentemente, da evolução como um todo. A regra do AC corresponde a função local, formada por transições de estado. A ação dela sobre cada célula de uma configuração pode ser vista como resultado da ação de uma função global sobre o reticulado, que é distinta da função local.

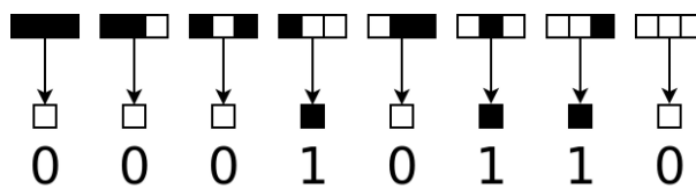


Figura 1: Ilustração das regras de transição para a regra 22 no código Wolfram.

ACEs formam a família de ACs com $d=1$, $k=2$ e $r=1$, ou seja, são unidimensionais, com células binárias e vizinhanças definidas como 3 células contíguas. O reticulado é dito ter largura n , isto é, tem n células em cada reticulado da evolução e permanece constante até o fim das evoluções.

Os ACEs são comumente representados por seu respectivo *Wolfram code*, uma nomenclatura que dá a cada regra um identificador no intervalo $[0, 255]$. Segundo Wolfram (2002, p. 24), “A linha superior em cada caixa dá uma das possíveis combinações de cores para uma célula e sua vizinhança imediata. A linha inferior então especifica qual será a cor da célula central no próximo passo em cada um desses casos.”

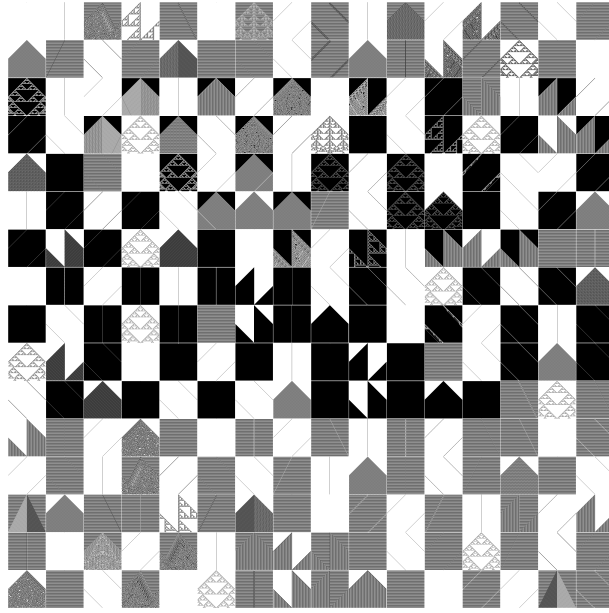


Figura 2: Ilustração das 256 regras elementares.

2.1.1 ATUALIZAÇÃO ASSÍNCRONA POR PRIORIDADE DA VIZINHANÇA

Parte imprescindível da definição de um AC é a ordem de atualização das células no reticulado. Apesar de os ACs serem fundamentalmente concebidos com o comportamento de atualização síncrona, é possível se utilizar das mais diversas e criativas estratégias de atualização.

No presente trabalho foi empregado um tipo inédito de estratégia de atualização: em função da prioridade da vizinhança, que consiste em cada uma das 8 regras de transição estar associada a uma prioridade no intervalo $[1, 8]$, (e.g.: 12344321). Esse tipo de atualização requer uma distinção das iterações globais e locais (microiterações): as prioridades de vizinhanças são iteradas sequencialmente de menor a maior e para cada prioridade, o reticulado é varrido e atualizam-se apenas as células que tenham vizinhança com a prioridade atual, mantendo-se o estado das vizinhanças que não estejam na prioridade atual da iteração. Ao fim da varredura do reticulado, o processo se repete para a próxima prioridade, agora iterando sobre o reticulado gerado no processo descrito anteriormente. O reticulado resultante após iterar sobre todas as prioridades é chamado de iteração global (ou macroiteração) e é incluído nas renderizações, o que não acontece com as microiterações.

Esse modo de atualização inclui também a atualização síncrona, que pode ser simulada quando as prioridades do esquema têm mesmo valor (11111111, 22222222, ..., etc). Diferentes esquemas de prioridade aplicados a uma mesma regra podem gerar evoluções equivalentes para quaisquer configurações iniciais. Estes esquemas são chamados esquemas equivalentes. As evoluções podem ser identificadas como um par $\langle R, E \rangle$, onde R é a regra e E é um esquema de prioridade.

No presente trabalho, são filtrados os esquemas simetricamente equivalentes, isto é, os esquemas semi-totalísticos: “Regras totalísticas dependem apenas do número total de células pretas em uma vizinhança; regras semi-totalísticas [...] também dependem da cor da célula central” de acordo com Wolfram (2002). Para ACEs, é possível gerar 1.194.165 combinações de pares $\langle R, E \rangle$.

2.2 CONSERVABILIDADE NUMÉRICA

Segundo Boccara e Fukś (2002), “Uma regra de AC f de q estados, unidimensional, de largura n é conservativa se, para todas as configurações cíclicas de tamanho $L \geq n$ satisfaz”:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n) + f(x_2, x_3, \dots, x_n, x_{n+1}) + \dots \\ + f(x_L, x_1, \dots, x_{n-2}, x_{n-1} = x_1 + x_2 + \dots + x_L$$

No contexto de ACEs, uma evolução é dita conservativa caso, para qualquer configuração inicial, a quantidade de um determinado estado é sempre a mesma para todas as iterações. Como é mencionado no item 1.1, ACs conservativos podem ser usados para modelar ambientes em que há conservabilidade, como trânsito automobilístico, simulação de partículas, entre outros. A regra 184 é uma regra que, com execução síncrona e (como este trabalho apresenta) assíncrona, gera evoluções conservativas pela definição anterior de conservabilidade.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

No que tange à Metodologia empregada neste TCC, o trabalho teve início com uma revisão da literatura específica sobre o tema da pesquisa. Esta pesquisa abrange conceitos fundamentais de teoria da computação e o “estado da arte” em termos de análise de conservabilidade.

Este alicerce teórico foi obtido através de autores como: Wolfram; Boccara; entre outros, além de pesquisas em periódicos científicos, sites, publicações em empresas, teses e dissertações em universidades e publicações de associações técnicas. A leitura, análise e comparação da fundamentação teórica tiveram início com ACEs síncronos, modificados em seguida para viabilizar o tipo de atualização mencionado no item 2.1.1.

3.1 ETAPAS DA PESQUISA

Para definir as etapas da pesquisa, foi necessário examinar as delimitações de estudo (item 1.5), desenvolvendo uma implementação que atendesse à execução dos ACE com esquemas totalmente distintos, como descrito no Cronograma apresentado no item 5. No decorrer da fundamentação teórica foram realizados experimentos para verificação de conservabilidade inicialmente em modo de atualização síncrona e então assíncrona, com o objetivo de verificar conservabilidade.

Os 4683 esquemas de atualização mencionados no item 2.1 foram testados primeiramente contra a regra 184, que é conservativa em modo síncrono. A extensão de evoluções celulares se limitou a $n=15$, como é explicitado no item 1.5.

Assim, pode-se dizer que as etapas desenvolvidas neste estudo foram:

1. Revisão bibliográfica;
2. Fundamentação teórica;
3. Desenvolvimento e implementação em Python;
4. Simulação;
5. Análise das simulações;
6. Conclusão e documentação final da pesquisa.

3.2 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

O tempo total previsto para a conclusão desta pesquisa é de 1 ano, como mostrado no capítulo 5.

Esta é uma pesquisa exploratória, dada a natureza desconhecida das propriedades de ACEs com o tipo de atualização mencionado em 2.1. Baseada em medidas objetivas e dados verificáveis, esta pesquisa foi voltada para encontrar caminhos, formas, maneiras e procedimentos para atingir um determinado fim, buscando definir um processo ou

uma ferramenta que leve à solução do problema proposto. Quanto aos meios, foram utilizados os recursos mencionados na Bibliografia.

4 RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS

A simulação da regra 184 para todos os esquemas de prioridade não-equivalentes até largura $n=15$ mostra em quais esquemas a regra permanece conservativa:

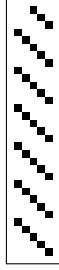


Figura 3: As evoluções geradas por esses pares $\langle R, E \rangle$ são idênticas

Regra	Esquema
184	<u>3</u> 222222 <u>1</u>
	<u>3</u> 111111 <u>2</u>
	<u>2</u> 333333 <u>1</u>
	<u>2</u> 111111 <u>3</u>
	<u>1</u> 333333 <u>2</u>
	<u>1</u> 222222 <u>3</u>
	<u>2</u> 222222 <u>1</u>
	<u>2</u> 111111 <u>2</u>
	<u>2</u> 111111
	<u>1</u> 222222 <u>2</u>
	<u>1</u> 222222 <u>1</u>
	<u>1</u> 111111 <u>2</u>
	<u>1</u> 111111

As prioridades com underscore significam que qualquer prioridade pode ser colocada em seu lugar. Isto se deve a, nesses índices, as transições de estado serem não-ativas e, portanto, serem irrelevantes em que ordem são atualizadas. No entanto, é possível ver que as prioridades das transições de estado ativas são iguais entre si, que são todas representações equivalentes da execução síncrona.

A seguir será apresentada a análise dos ACEs com o tipo de atualização proposto para $r=1.5$.

5 CRONOGRAMA

As atividades desta pesquisa se desenvolveram de acordo com o cronograma apresentado a seguir, no prazo de 12 meses:

Tabela 1: Cronograma de atividades

ATIVIDADE	MÊS											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Revisão bibliográfica												
Fundamentação teórica												
Desenvolvimento e implementação em Python												
Conclusão e documentação final da pesquisa												
Experimento 1												
Experimento 2												
Análise e validação dos experimentos												
Conclusão e documentação final da pesquisa												

Referências

BOCCARA, N.; FUKS, H. Number-conserving cellular automaton rules. *Fundamenta Informaticae*, IOS Press, v. 52, n. 1-3, p. 1–13, 2002.

ROSENBLUETH, D. A.; GERSHENSON, C. A model of city traffic based on elementary cellular automata. *Complex Systems*, v. 19, n. 4, p. 305, 2011.

WOLFRAM, S. *A new kind of science*. [S.l.]: Wolfram media Champaign, IL, 2002. v. 5.