

UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

FACULDADE DE COMPUTAÇÃO E INFORMÁTICA

Marcelo Vironda Rozanti  
Felipe Stefanelli de Aguiar Silva

Conservabilidade de estados de autômatos celulares elementares com  
atualizações assíncronas por prioridade da vizinhança

SÃO PAULO  
2019

Marcelo Vironda Rozanti  
Felipe Stefanelli de Aguiar Silva

**Conservabilidade de estados de autômatos celulares  
elementares com atualizações assíncronas por prioridade da  
vizinhança**

Orientador: Prof. Dr. Pedro Paulo Balbi de Oliveira

SÃO PAULO  
2019

# Conservabilidade de estados de autômatos celulares elementares com atualizações assíncronas por prioridade da vizinhança

Marcelo Vironda Rozanti  
Felipe Stefanelli de Aguiar Silva

21 de novembro de 2019

## Resumo

Autômatos Celulares são sistemas computacionais discretos que se têm provado úteis como modelos genéricos de complexidade e representação de diversas dinâmicas em uma variedade de áreas científicas. Estes sistemas podem ser especificados puramente em termos matemáticos e até implementados em estruturas físicas. Muitos deles podem computar funções e resolver problemas algorítmicos. O presente projeto explora um conjunto fundamental deles, chamados Automatos Celulares Elementares com um tipo específico de atualização assíncrona baseada em prioridade da vizinhança com a esperança de encontrar modelos que podem ser usados em aplicações práticas onde há ambientes dinâmicos que apresentam conservabilidade.

Palavras-chave: Autômatos celulares elementares, atualização assíncrona por prioridade da vizinhança, New Kind of Science, Sistemas dinâmicos discretos, Conservabilidade

## Abstract

Cellular Automata are discrete computational systems that have proved useful as general models of complexity and representations of dynamics on a variety of scientific fields. These systems can be specified in purely mathematical terms and be implemented in physical structures. Many of them can compute functions and solve algorithmic problems. The present project attempts to explore a fundamental subset of them, called Elementary Cellular Automata with a specific kind of neighbourhood-priority-based asynchronous updating in the search of number-conserving models, which can be used for a variety of practical applications.

Keywords: Asynchronous priority based updating, Elementary Cellular Automata, New Kind of Science, Discrete dynamical systems, Number-conserving

## Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>5</b>
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E RELEVÂNCIA . . . . .	5
1.2	OBJETO DE PESQUISA . . . . .	6
1.3	OBJETIVOS DO ESTUDO . . . . .	6
1.4	JUSTIFICATIVA . . . . .	7
1.5	DELIMITAÇÃO DO ESTUDO . . . . .	7
1.6	ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO . . . . .	7
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>8</b>
2.1	AUTÔMATOS CELULARES . . . . .	8
2.1.1	AUTÔMATOS CELULARES ELEMENTARES	9
2.1.2	ATUALIZAÇÃO ASSÍNCRONA POR PRIORIDADE DA VIZINHANÇA . . . . .	10
2.2	CONSERVABILIDADE NUMÉRICA . . . . .	10
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA DA PESQUISA</b>	<b>11</b>
3.1	ETAPAS DA PESQUISA . . . . .	11
3.2	CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA . . . . .	12
<b>4</b>	<b>CRONOGRAMA</b>	<b>13</b>
	<b>Referências</b>	<b>13</b>

## Lista de tabelas

1	Cronograma de atividades . . . . .	13
---	------------------------------------	----

## Lista de ilustrações

1	Ilustração do mapa de transições para a regra 22 no código Wolfram. . . . .	9
2	Ilustração das 256 regras elementares. . . . .	9

# 1 INTRODUÇÃO

Autômatos Celulares (ACs) são uma categoria de sistemas discretos. Por sua própria simplicidade, estes sistemas têm ocupado uma posição privilegiada no estudo de complexidade nos mais diversos campos da ciência, de biologia teórica a economia, entre muitos outros. O desenvolvimento de ACs é tipicamente atribuído a John von Neumann através de suas tentativas de desenvolver um modelo abstrato de autoreprodução biológica. Ao fim de 1950, foi notado que ACs poderiam ser vistos como computadores paralelos (WOLFRAM, 2002, p. 876). Apesar de falta de investigação científica até 1970, um exemplo de AC se tornou muito famoso por seu comportamento complexo e regras simplesmente descritas inventadas por John Conway, *The Game of Life*, que se popularizou após sua aparição na revista *Scientific American*.

Desde então, múltiplos estudos compreensivos foram realizados por cientistas ao redor do mundo, destacando os trabalhos feitos por Stephen Wolfram na década de 1980, culminando na publicação do livro *A New Kind of Science* em que Wolfram apresenta uma coleção de resultados a respeito de ACs, com uma série de descobertas revolucionárias.

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E RELEVÂNCIA

A motivação inicial para o estudo de ACs por parte de von Neumann não era matemática mas tinha como diretriz encontrar uma forma viável de tratar do problema de como fazer máquinas se reproduzirem. Hoje é sabido que esses sistemas são aplicáveis para resolver problemas relativos a classificação de densidade, simulação de partículas, compressão de dados, design estrutural, representação de comportamentos dinâmicos como trânsito em cidades ou movimentação de seres vivos entre muitos outros.

Há uma infinidade de ACs possíveis de serem engenhados. Um problema de possível realização através de ACs com propriedades conservativas, como é notado por Yuen e Kay (2009), é na modelagem de trânsito de veículos: “Uma abordagem para reduzir o congestionamento seria construir estradas novas ou ampliar as existentes para fornecer faixas adicionais e conseqüentemente, aumentar a capacidade da infraestrutura rodoviária. No entanto, essa abordagem pode ser muito custosa e os atrasos podem piorar enquanto as obras rodoviárias estão em andamento. Às vezes é difícil melhorar a estrada existente devido a objetivos ambientais ou sociais. Outra abordagem pode

ser controlar o tráfego de tal maneira que o congestionamento seja resolvido com o uso de semáforos ou fazendo ajustes nas marcações das estradas. No entanto, não é uma tarefa simples decidir qual abordagem seria mais eficaz para uma rede rodoviária específica, a fim de limitar tráfego congestionado. O uso de um modelo de tráfego é necessário para prever o comportamento dos veículos e as interações entre eles nas estradas.”

## 1.2 OBJETO DE PESQUISA

O objeto de pesquisa deste trabalho são ACEs com atualização assíncrona por prioridade da vizinhança, em especial, na regra 184.

Dentre o conjunto de esquemas de atualização não-equivalentes, encontrar quais pares  $(R,E)$  são conservativos.

Dados os esquemas de atualização mencionados na seção 1.2, encontrar quais esquemas apresentaram conservabilidade numérica.

A implementação do simulador tem como parâmetros as seguintes variáveis:

- Largura do espaço celular  
N, como definido em 2. É o tamanho do espaço celular unidimensional.
- Configuração inicial:  
Estado global de início do AC.
- Timesteps:  
Quantidade de reticulados resultantes. É a altura das evoluções, para ACEs.
- Regra de transição:  
Função que recebe uma configuração e produz o reticulado seguinte.
- Esquema de prioridades de atualização:  
Ordem em que as vizinhanças são atualizadas nos microtimesteps.

Estes conceitos são mais profundamente discutidos no item 2.

## 1.3 OBJETIVOS DO ESTUDO

O objetivo do presente trabalho foi identificar e quantificar pares  $(R,E)$  em que há conservabilidade nas evoluções de ACEs com atualização por prioridade da vizinhança. Para alcançar o objetivo geral proposto para

a resolução do problema de pesquisa, os seguintes objetivos específicos foram estabelecidos:

- Definição formal da estratégia de atualização.
- Definição de conservabilidade.
- Identificação de conservabilidade.
- Renderização das evoluções temporais.
- Otimização da pesquisa via filtragem de esquemas equivalentes.

#### **1.4 JUSTIFICATIVA**

A motivação para o presente trabalho é explorar em que condições os ACEs são conservativos com o propósito de enumerar evoluções conservativas que podem ser usadas para modelagem de ambientes com propriedades conservativas.

#### **1.5 DELIMITAÇÃO DO ESTUDO**

A pesquisa se limita a ACEs com o tipo de atualização evidenciado no item 1.2, com largura de reticulados testados até  $N=15$ . Os esquemas de atualização foram filtrados a fim de se eliminar esquemas equivalentes, já que produzem evoluções idênticas, resultando em 4683 esquemas.

#### **1.6 ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO**

Descrição dos capítulos:

##### **1. Introdução**

Preâmbulo deste trabalho.

##### **2. Referencial Teórico**

Sustentação argumentativa sobre o tema proposto.

##### **3. Metodologia de Pesquisa**

Sistematização dos instrumentos e processos de estudo empregados no presente trabalho.

##### **4. Cronograma**

Planejamento das tarefas necessárias para a conclusão deste trabalho, bem como suas expectativas de início e conclusão.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Em relação ao referencial teórico estudado neste TCC, foi de suma importância entender os seguintes tópicos:

### 2.1 AUTÔMATOS CELULARES

Um AC pode ser descrito simplesmente por seu *espaço celular* e *regra de transição*. O espaço celular é um conjunto finito *d-dimensional* ordenado de células onde cada célula no índice  $\mathbf{i}$  tem um estado entre  $k$  estados. As regras de transição definem o novo estado de uma determinada célula em função de sua vizinhança de tamanho  $r$ , dito o raio do AC. O comportamento da aplicação das regras de transição nas bordas do espaço pode ser especificado de várias formas, muitas vezes como conexo com a borda oposta tornando o espaço efetivamente contínuo.



### 2.1.1 AUTÔMATOS CELULARES ELEMENTARES

ACEs formam a família de ACs com  $d=1$ ,  $k=2$  e  $r=1$ , ou seja, são unidimensionais, com células binárias e vizinhanças são definidas por 3 células contíguas. O espaço celular é dito ter largura  $N$ , isto é, tem  $N$  células em cada reticulado da evolução e permanece constante até o fim das evoluções.

Os ACEs são comumente representados por seu respectivo “Wolfram code” (WOLFRAM, 1983), uma nomenclatura que dá a cada regra um identificador no intervalo  $[0, 255]$ :

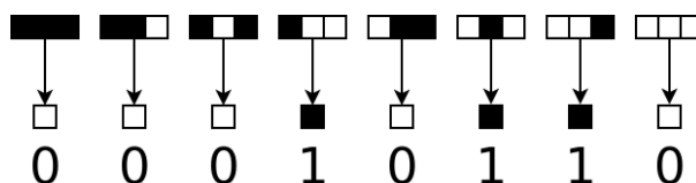


Figura 1: Ilustração do mapa de transições para a regra 22 no código Wolfram.

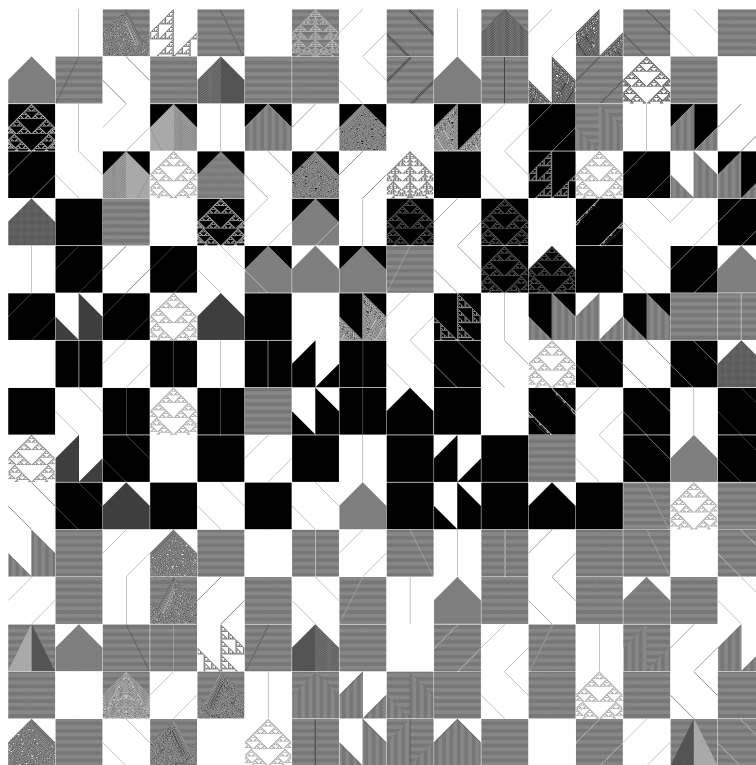


Figura 2: Ilustração das 256 regras elementares.

### 2.1.2 ATUALIZAÇÃO ASSÍNCRONA POR PRIORIDADE DA VIZINHANÇA

Parte imprescindível da definição de um AC é a ordem de atualização das células no espaço celular. Apesar de serem fundamentalmente concebidos com o comportamento de atualização síncrona, é possível se utilizar das mais diversas e criativas estratégias de atualização.

No presente trabalho foi empregado um tipo inédito de estratégia de atualização: em função da prioridade da vizinhança, que consiste em cada uma das 8 regras de transição estar associada a uma prioridade no intervalo  $[1, 8]$ , (e.g.: 12344321). Esse tipo de atualização requer uma distinção dos timesteps globais e locais (microtimesteps): as prioridades de vizinhanças são iteradas sequencialmente de menor a maior e para cada prioridade, o espaço celular é varrido e atualizam-se apenas as células que tenham vizinhança com a prioridade atual, mantendo-se o estado das vizinhanças que não estejam na prioridade atual da iteração. Ao fim da varredura do espaço celular, o processo se repete para a próxima prioridade, agora iterando sobre o reticulado gerado no processo descrito anteriormente. O reticulado resultante após iterar sobre todas as prioridades é chamado de timestep global (ou macro timestep) e é incluído nas renderizações, o que não acontece com os microtimesteps.

Esse modo de atualização inclui também a atualização síncrona, bastando definir todas as prioridades do esquema como de mesmo valor (11111111, 22222222, ..., etc). Diferentes esquemas de prioridade podem gerar evoluções idênticas. Estes são chamados esquemas equivalentes.

As evoluções podem ser identificadas como um par  $(R, E)$ , onde  $R$  é a regra e  $E$  é um esquema de prioridade. Eliminados os esquemas equivalentes, para ACEs, é possível gerar 1.194.165 combinações de pares  $(R, E)$ .

## 2.2 CONSERVABILIDADE NUMÉRICA

Segundo Boccara e Fukś (2002), “A one-dimensional q-state n-input CA rule  $f$  is number-conserving if, for all cyclic configurations of length  $L \geq n$ , it satisfies”:

$$\begin{aligned} &f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n) + f(x_2, x_3, \dots, x_n, x_{n+1}) + \dots \\ &+ f(x_L, x_1, \dots, x_{n-2}, x_{n-1} = x_1 + x_2 + \dots + x_L \end{aligned}$$

Como é mencionado no item 1.1, ACs conservativos podem ser usados para modelar ambientes em que há conservabilidade, como trânsito automobilístico, simulação de partículas, entre outros. A regra 184 é uma regra que, com execução síncrona e (como este trabalho apresenta) assíncrona, gera evoluções conservativas pela definição anterior de conservabilidade.

### **3 METODOLOGIA DA PESQUISA**

No que tange à Metodologia empregada neste TCC, o trabalho teve início com uma revisão da literatura específica sobre o tema da pesquisa. Esta pesquisa abrange conceitos fundamentais de teoria da computação e o “estado da arte” em termos de análise de conservabilidade.

Este alicerce teórico foi obtido através de autores como: Wolfram; de Oliveira; entre outros, além de pesquisas em periódicos científicos, sites, publicações em empresas, teses e dissertações em universidades e publicações de associações técnicas. A leitura, análise e comparação da fundamentação teórica tiveram início com ACEs síncronos, modificados em seguida para viabilizar o tipo de atualização mencionado no item 2.1.2.

<+>

#### **3.1 ETAPAS DA PESQUISA**

Para definir as etapas da pesquisa, foi necessário examinar as delimitações de estudo (item 1.5), desenvolvendo uma implementação que atendesse à execução dos ACE com esquemas totalmente distintos, como descrito no Cronograma apresentado no item 4. No decorrer da fundamentação teórica foram realizados experimentos para verificação de conservabilidade inicialmente em modo de atualização síncrona e então assíncrona, com o objetivo de verificar conservabilidade.

Os 4683 esquemas de atualização mencionados no item 1.2 foram testados primeiramente contra a regra 184, que é conservativa em modo síncrono. A extensão de evoluções celulares se limitou a  $N=15$ , como é explicitado no item 1.5.

Assim, pode-se dizer que as etapas desenvolvidas neste estudo foram:

1. Revisão bibliográfica;
2. Fundamentação teórica;
3. Desenvolvimento e implementação em Python;
4. Simulação;
5. Análise das simulações;
6. Conclusão e documentação final da pesquisa.

### **3.2 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA**

O tempo total previsto para a conclusão desta pesquisa é de 1 ano, como mostrado no capítulo 4.

Esta é uma pesquisa exploratória, dada a natureza desconhecida das propriedades de ACEs com o tipo de atualização mencionado em 1.2. Baseada em medidas objetivas e dados verificáveis, esta pesquisa foi voltada para encontrar caminhos, formas, maneiras e procedimentos para atingir um determinado fim, buscando definir um processo ou uma ferramenta que leve à solução do problema proposto. Quanto aos meios, foram utilizados os recursos mencionados na Bibliografia.

## 4 CRONOGRAMA

As atividades desta pesquisa se desenvolveram de acordo com o cronograma apresentado a seguir, no prazo de 12 meses:

Tabela 1: Cronograma de atividades

ATIVIDADE	MÊS											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Revisão bibliográfica												
Fundamentação teórica												
Desenvolvimento e implementação Python												
Conclusão e documentação final da pesquisa												
Simulação												
Análise das simulações												
Conclusão e documentação final da pesquisa												

## Referências

BOCCARA, N.; FUKS, H. Number-conserving cellular automaton rules. *Fundamenta Informaticae*, IOS Press, v. 52, n. 1-3, p. 1-13, 2002.

WOLFRAM, S. Cellular automata. *Los Alamos Science*, v. 9, 1983.

WOLFRAM, S. *A new kind of science*. [S.l.]: Wolfram media Champaign, IL, 2002. v. 5.

YUEN, A.; KAY, R. *Applications of cellular automata*. 2009. Disponível em <<http://www.cs.bham.ac.uk/~rjh/courses/NatureInspiredDesign/2009-10/StudentWork/Group2/design-report.pdf>>.