Lei de Gauss

MARCUS VINICIUS SILVA NUNES

email:mvsn.escolar@gmail.com

Compiled April 27, 2020

Este material faz parte de um projeto produzido por um estudante de engenharia elétrica. Tal projeto visa ajudar quem tem dificuldade na área de eletricidade e eletromagnetismo. Neste primeiro resumo será abordado a lei de Gauss.

1. INTRODUÇÃO

A lei de Gauss é uma ferramenta útil para usar considerações de simetria, de modo que o problema de determinação de campos elétricos seja simplificado. Por outro lado, essa lei é uma alegação essencial sobre a relação entre cargas elétricas e campos elétricos. Ela também nos ajuda a entender como se dá a distribuição das cargas elétricas em condutores.

Aqui será descrito o significado da lei de Gauss. Dada qualquer distribuição de cargas, desenhamos uma superfície imaginária (chamada de gaussiana) englobando as cargas. Em seguida, investigamso como o campo elétrico se distribui ao longo dos pontos dessa superfície imaginária. A lei de Gauss relaciona a carga total existente no interior da superfície com o campo elétrico em todos os pontos sobre a superfície imaginária.

2. FLUXO ELÉTRICO E CARGA ENGLOBADA

A figura (1) nos mostra uma relação simples: quando no interior da caixa existe uma carga positiva, o fluxo orienta-se para fora na superfície e, quando no interior da caixa existe uma carga negativa, o fluxo orienta-se para dentro na superfície. E quando a carga dentro da caixa é igual a zero temos o fluxo igual a zero, mas não necessariamente o campo é igual a zero.

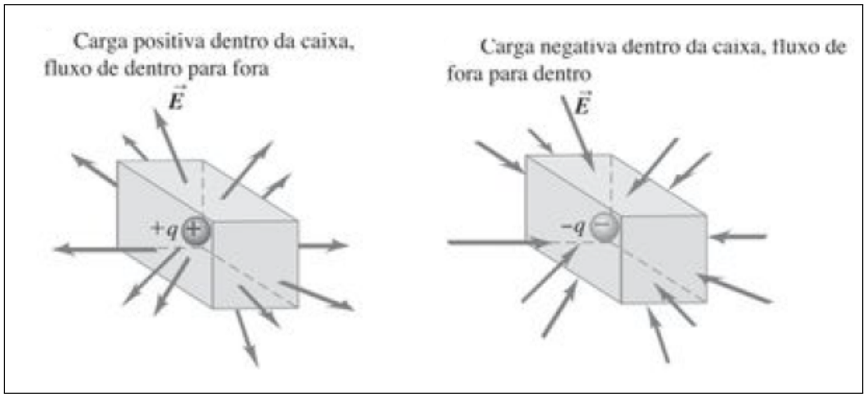

Fig. 1. Campo elétrico sobre a superfície de caixas contendo, respectivamente, uma única carga positiva e uma única carga negativa

Para os casos especiais de uma superfície fechada em forma de caixa retangular e para distribuições de cargas que envolvam cargas puntiformes, ou planos infinitos com uma distribuição de cargas puntiformes, ou planos infinitos com uma distribuição de cargas uniformes, verificamos o seguinte:

1 O sinal da carga existente no interior de uma superfície fechada determina se o fluxo elétrico está entrando ou saindo da superfície considerada.

2 Cargas situadas no exterior da superfície não fornecem fluxo elétrico líquido através da superfície fechada.

3 O fluxo elétrico líquido é diretamente proporcional à carga líquida existente no interior da superfície fechada, porém ele não depende do tamanho da superfície fechada escolhida.

Essas observações constituem uma formulação qualitativa da lei de Gauss.

Partindo do pressuposto que a interpretação de fluxo vale para qualquer campo vetorial, inclusive o elétrico.Então, o fluxo elétrico através de um elemento de superfície ΔS (Representada na figura (2)), cujo versor da normal é $\hat{n}$, à grandeza $\Delta\Phi$ definida por:

$$\begin{aligned}\Delta\Phi &= \vec{E}\cdot\Delta\vec{S}\\ &= \vec{E}\cdot\hat{n}\Delta S\\ &=\mid \vec{E}\mid \cos(\theta)\Delta S\end{aligned}$$

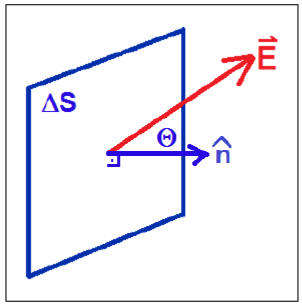

Fig. 2. Componentes do cálculo do fluxo elétrico

Logo, para encontrarmos o fluxo Φ, basta integrarmos ΔΦ

$$\Phi_E = \int E\cos(\theta) dA = \int E_{\perp} dA = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

E sua unidade é:

$$[\Phi] = Nm^2/C$$

3. LEI DE GAUSS

A lei de Gauss afirma que o fluxo elétrico total através de qualquer superfície fechada é proporcional à carga elétrica total líquida existente no interior da superfície dividida por ε_0, ou seja:

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \Longrightarrow \text{Lei de Gauss forma integral}$$

Para encontrarmos a forma pontual da lei de Gauss basta:

Substituirmos o campo elétrico pela densidad de fluxo elétrico ($\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$):

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{enc}$$

Aplicar, $Q = \int_V \rho_V \, dv$:

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho_V \, dv$$

Aplicar o teorema da divergência à integral de superfície:

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{D} \, dv$$

Por fim obtemos:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_V \Longrightarrow \text{Lei de Gauss forma pontual}$$

REFERENCES

1. M. N. O. Sadiku, *Elementos de Eletromagnetismo* (Bookman).
2. H. D. Young and R. A. Freedman, *Física III* (Pearson).