

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Отчет о схеме Соколова А.Г.

Мещеряков Вадим
группа 410

Москва, 2025

Содержание

1 Постановка задачи

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений, описывающую нестационарное одномерное движение вязкого баротропного газа:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho f. \end{cases} \quad (1)$$

Где введены следующие обозначения:

- $\mu > 0$ - вязкость газа,
- $(t, x) \in [0, T] \times [0, X]$,
- $\rho = \rho(t, x)$ - функция плотности газа,
- $u = u(t, x)$ - функция скорости газа,
- $p = p(\rho)$ - функция давления газа и

$$p = C_\rho \rho \text{ или } p = \rho^\gamma \quad (2)$$

С начальными условиями

$$(\rho, u)|_{t=0} = (\rho_0, u_0) \quad (3)$$

и граничными условиями непротекания:

$$u(t, X_0) = u(t, X_1) = 0. \quad (4)$$

2 Разностная схема

На каждом шаге по $n = 1, 2, 3, \dots, N$ нам надо будет решать две системы линейных уравнений вида $Ax = d$, где

$$A = \begin{pmatrix} a_0 & b_0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & a_1 & b_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & a_2 & b_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & c_{M-1} & a_{M-1} & b_{M-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & c_M & a_M \end{pmatrix} \quad (5)$$

3 Отладочный тест

3.1 Результаты для линейного давления

3.2 Результаты для нелинейного давления

4 Негладкие начальные данные

5 Стабилизация осциллирующей функции