

ÚLOHA 1

- MILAN WIKARSKI -

URČITE MNOŽINU

$$M = \{a \in \mathbb{R}; (\forall x \in \mathbb{R})(|x-2| \leq 1 \Rightarrow x^2 - ax > 5)\}$$

ROZOBĚRME SI NAJPRV VÝRAZ $|x-2| \leq 1$, TEN SA DÁ
PREPÍSAŤ NA VÝRAZ $3 \geq x \geq 1 \Leftrightarrow x \in \langle 1, 3 \rangle$. MÁME

$$M = \{a \in \mathbb{R}; (\forall x \in \langle 1, 3 \rangle)(x^2 - ax > 5)\}$$

URČUJEME TEDA MNOŽINU TAKÝCH REÁLNYCH ČÍSEL a , PRE
KTORÉ PLATÍ $x^2 - ax > 5$ PRE $\forall x \in \langle 1, 3 \rangle$.

AK TROCHU POPREHADZUJEME VÝRAZ $x^2 - ax > 5$ DOSTANEME

$$x^2 - 5 > ax \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{5}{x} > a$$

TENTO VÝRAZ MUSÍ PLATIŤ PRE VŠETKY x . NAJVIAC MOŽNOSTÍ
PRE a TEDA VYLÚČIME, AK ĽAVÚ STRANU ZMINIMALIZUJEME.
TO SA STANE PRI $x=1$:

$$1 - \frac{5}{1} > a \Leftrightarrow -4 > a$$

Z TOHO DOSTÁVAME $M = (-\infty, -4)$, PRTOŽE

$$\forall x_1, x_2 \in \langle 1, 3 \rangle: x_1 > x_2 \Rightarrow x_1 - \frac{5}{x_1} > x_2 - \frac{5}{x_2}$$

SKÚMANÍM NAJMENŠIEHO MOŽNÉHO x SME POKRYLI VŠETKY
MOŽNOSTI.