

HW1

Created	@Feb 23, 2020 9:21 PM
Tags	Homework

Notácia

$M = \{m_1, m_2, m_3, \dots\}$ - množina miest

$M[i, j]$ - mesto so súradnicami i, j

$d(m_1, m_2)$ - vzdialenosť medzi mestami m_1 a m_2 v blokoch. Napr. $d(M[1, 1], M[2, 2]) = 2$

Plán krajiny

Krajina je 32×32 matica miest. Cesta medzi susdenými mestami (jeden blok) trvá 6 minút. Nech $M[1, 1]$ je mesto úplne vľavo hore a $M[32, 32]$ úplne vľavo dole.

Definujme si **Hlavné mesto** ako $M[16, 16]$.

Ďalej definujme 64 sektorov veľkosti 4×4 a označme ich $A_1, A_2, \dots, A_8, B_1, B_2, \dots, H_7, H_8$

Každý sektor bude mať **Centrálu**. Centrála je to mesto, ktoré je najbližšie k hlavnému mestu.

Počet áut

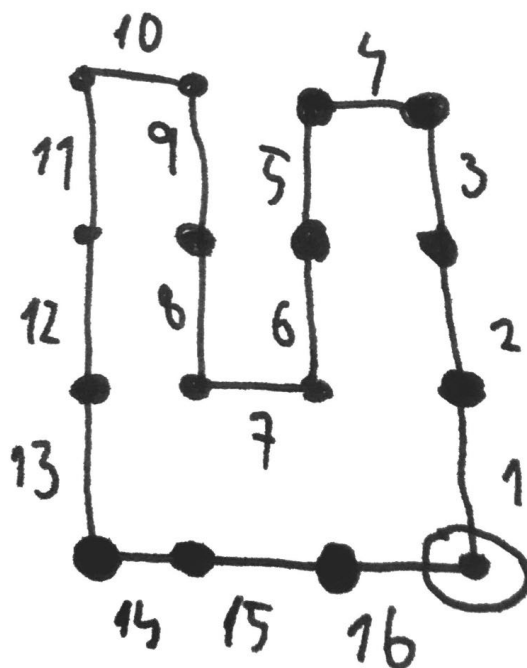
Každý sektor bude mať **2 autá** na doručovanie listov v rámci sektoru (tzv. lokálne) a **1 auto** na doručovanie listov medzi centrálou sektoru a hlavným mestom (tzv. diaľkové). Spolu teda na každý sektor pripadajú **3 autá**, čo dokopy robí **192 áut**.

Doručovanie

Doručovanie bude prebiehať v 2 fázach. Pre jednoduchosť budeme uvažovať, že fázy prebiehajú po sebe, tj. vždy prebieha iba jedna fáza naraz.

Fáza A

Uvažujme nejaký sektor a jeho centrálu. Ďalej uvažujme, že na začiatku fázy A sú všetky listy určené mestám tohto sektora v jeho centrále. Označme si mestá v sektore 1, 2, ..., 16, kde 1 bude centrála a 2 .. 16 budú ostatné mestá. Na začiatku fázy naložíme všetky listy do áut tak, aby do jedného auta šli všetky listy, ktoré smerujú do miest s párnym číslom a do druhého všetky listy, ktoré idú do miest s nepárnym číslom. Následne autá pôjdu po definovanej trase a každé sa zastaví v najviac 8 mestách:



Obe autá po ceste naberú všetky odoslané listy. Nakoniec obe autá opäť dorazia do centrály, kde listy preložia do diaľkových áut. Spolu máme:

- 1x naloženie na začiatku fázy
- 8x (max) zastávka v meste
- 1x vyloženie na konci fázy

10 zastávok = 2,5 hodín

A každé auto prejde **16 blokov = 1,6 hodín**

Spolu teda bude fáza A trvať **4,1 hodín**.

Označme $t(A) = 4,1$

Fáza B

Uvažujme, že všetky listy na začiatky fázy B sú v centrále každého sektoru a sú naložené na diaľkové autá. Diaľkové auto z každej centrály bude putovať do hlavného mesta, kde si preložia listy tak, aby v každom diaľkovom aute boli iba listy, ktoré patria do miest v jeho sektore. Následne bude každé diaľkové auto putovať do svojej centrály. Keďže autá na seba čakajú a vždy prebieha iba jedna fáza, stačí nám spočítať najhorší prípad. Najvzdialenejšie mesto od $M[16, 16]$ je $M[29, 29]$ (centrála úplne vľavo dole). $d(M[16, 16], M[29, 29]) = 26$. V najhoršom prípade teda máme:

- 26 blokov z centrály do hlavného mesta
- 1 preloženie listov v hlavnom meste
- 26 blokov z hlavného mesta naspäť do centrály

Fáza B teda bude trvať **5,2 hodín** na presun a **0,25 hodín** na preloženie listov. Dokopy to bude **5,45 hodín**.

Označme $t(B) = 5,45$

Po skončení fázy B sa začne fáza A a takto to periodicky pokračuje.

Dôkaz správnosti

Chceme dokázať, že list z ľubovoľného mesta bude doručený do ľubovoľného iného mesta do 24 hodín. Uvažujme najhorší prípad: niekto podá list na úplnom začiatku fázy A, ale už nestihne byť naložený na lokálne auto. V takom prípade list čaká v meste podania, kým sa skončí jedna celá Fáza A a fáza B. V nasledujúcej fáze A bude prevezený do centrály sektora toho mesta, v ktorom bola podaná a vo fáze B bude prevezený do centrály toho mesta, do ktorého putuje. V ďalšej fáze A bude doručený do cieľového mesta. Dokopy to sú **3 fázy A a 2 fázy B**.

Musí teda platiť:

$$3 * t(A) + 2 * t(B) \leq 24$$

A naozaj, platí:

$$3 * 4,1 + 2 * 5,45 \leq 24$$

$$23,2 \leq 24$$

Riešenie

Týmto systémom dokážeme doručiť list z ľubovoľného mesta do ľubovoľného mesta do 24 hodín pomocou **192 áut**.