

ZADANIE

DOKÁŽTE ALEBO VYVRÁŤTE

$$2^{\sigma(\log n)} \in O(n)$$

POZOROVANIE

$$\forall a \in (0; \infty): \log_a n \in O(\log_2 n)$$

DŮKAZ:

$$y = \log_a(n) \Leftrightarrow n = a^y$$

$$\begin{aligned} \log_b(n) &= \log_b(a^y) = y \cdot \log_b(a) = \\ &= \log_a(n) \cdot \log_b(a) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \log_b(n) = \log_a(n) \cdot \log_b(a) \quad \text{PRE } b=2:$$

$$\log_2(n) = \log_a(n) \cdot \log_2(a)$$

$$\Rightarrow \log_a(n) = \frac{\log_2(n)}{\log_2(a)} \quad \text{NECH } \log_2(a) = c$$

$$\Rightarrow \log_a(n) = \log_2(n) \cdot c^{-1}$$

HODNOTA c BUDE VĚDY KONŠTANTNÁ, A PRETO

$$\log_a(n) \in O(\log_2(n) \cdot c^{-1})$$

TOTO TVRDENIE PLATÍ, LEBO $\log_2(n) \cdot c^{-1} = \log_a(n)$
A URČITE PLATÍ $f(n) \in O(f(n))$. DĽAĽJ VIEME,
ŽE MULTIPLIKATÍVNE KONŠTANTY MÔŽEME BEZ-
TRESTNE 2 O-NOTÁCIE ODSTRÁNIŤ, A TEDA

$$\log_a(n) \in O(\log_2(n))$$

RIEŠENIE

$$2^{O(\log n)} \in O(n)$$

$$2^{O(\log_2 n)} \in O(n)$$

VIEME, ŽE $a^{\log_a n} = n$, A TEDA

$$O(n) \in O(n)$$

ČO JE URČITE PRAVDA. TVRDENIE TEDA PLATÍ.