

# Künstliche Intelligenz kapieren und programmieren

## Teil 6: Aus Fehlern lernen – Error Backpropagation

Michael Weigend  
Universität Münster



mw@creative-informatics.de  
www.creative-informatics.de  
2024



Materialien bei GitHub:  
<https://github.com/mweigend/ki-workshop>

# Tag 2

Zeit	Thema	Inhalte
9.00	Perzeptron	Neuron, Aktivierungsfunktion, Daten visualisieren mit Matplotlib, Rosenblatt-Perzeptron für logische Operationen
<b>11.00</b>	<b>Aus Fehlern lernen</b>	<b>Error-Backpropagation, einfaches künstliches neuronales Netz (KNN) mit verborgenen Knoten</b>
12.30	<i>Mittagspause</i>	
13.30	Ziffern erkennen	NumPy, KNN mit Array-Operationen, das Ziffern erkennen kann
15.00	Anwendung von KI	Verkehrsschilder erkennen, Gesichter erfassen, Experimente mit OpenCV
16.00	<i>Ende</i>	

# 6.1 Die Grenzen des Rosenblatt-Perzeptrons



Exklusives ODER (XOR)

a	b	a XOR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# Die Grenzen des Rosenblatt-Perzeptrons

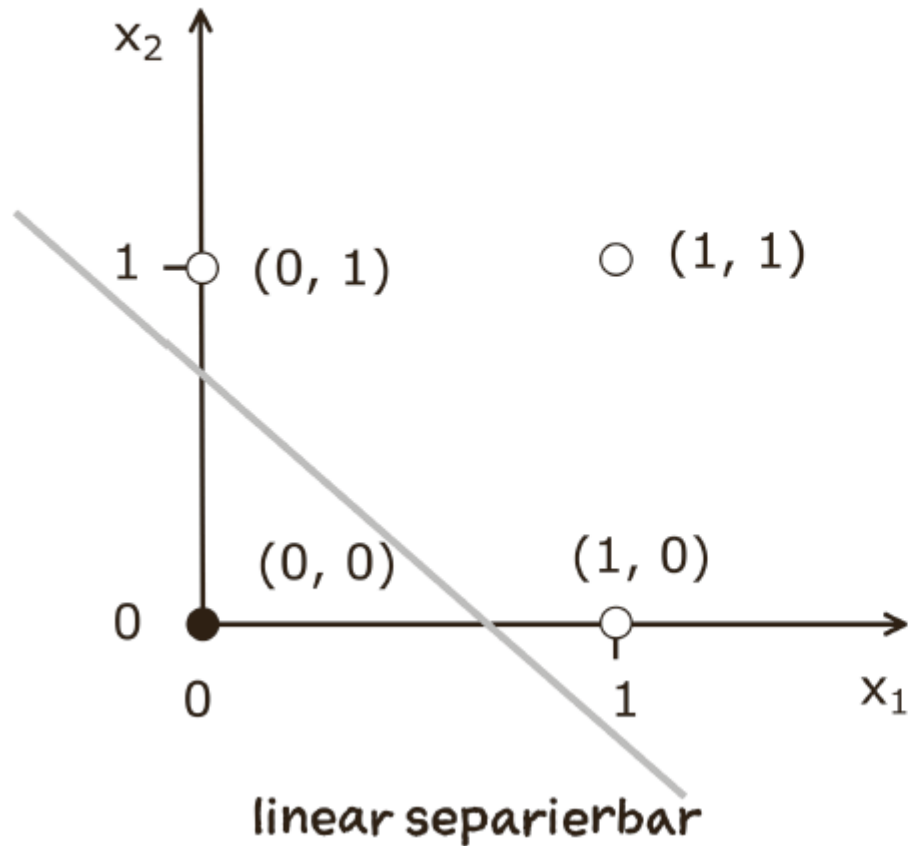


Seymour Papert und Marvin Minsky (1969):

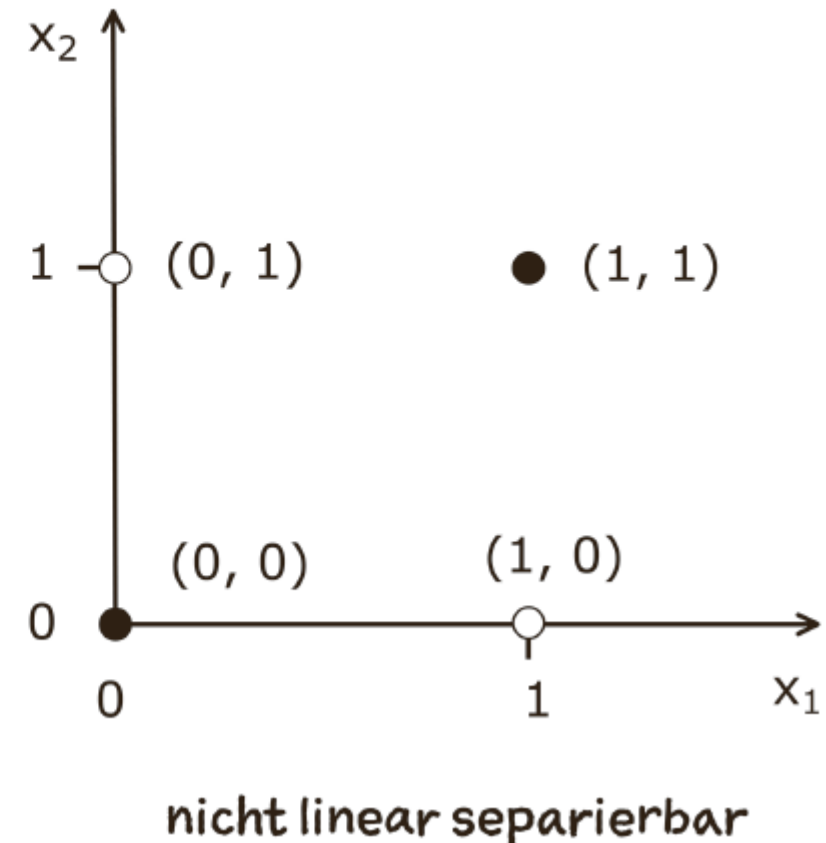
Ein Perzeptron, das nur aus Eingabe- und Ausgabeknoten besteht, kann nur solche Datenpunkte klassifizieren, die linear separierbar sind

# Das XOR-Problem

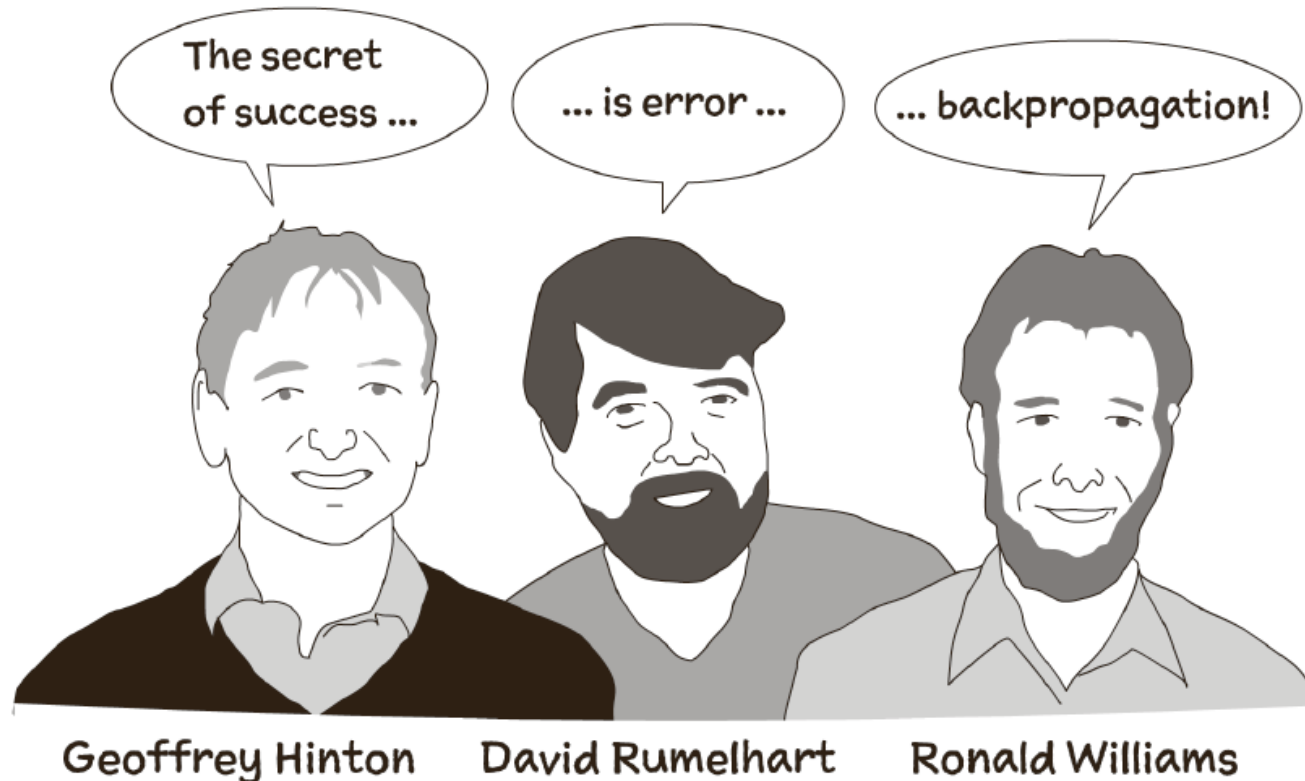
ODER



Exklusives ODER (XOR)



## 6.2 Error Backpropagation

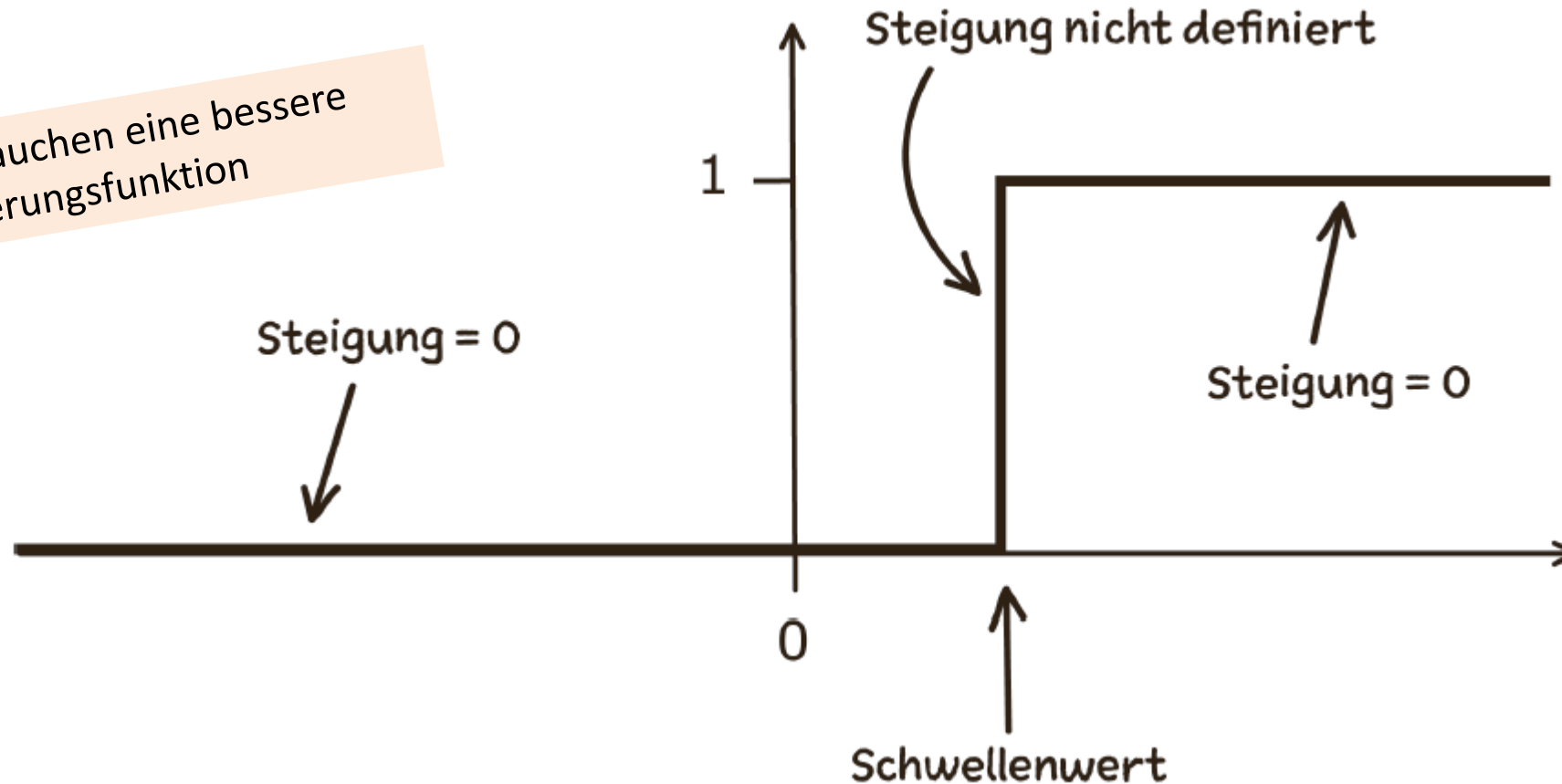


- »Verborgene Knoten«, die zwischen Eingabe- und Ausgabeknoten liegen
- Error Backpropagation (auf Deutsch »Fehlerrückführung«), ein neuer Mechanismus für die Anpassung der Gewichte während des Trainings.

Learning representations by back-propagating errors (1987)

# Das Problem der Schwellenwertfunktion

Wir brauchen eine bessere Aktivierungsfunktion

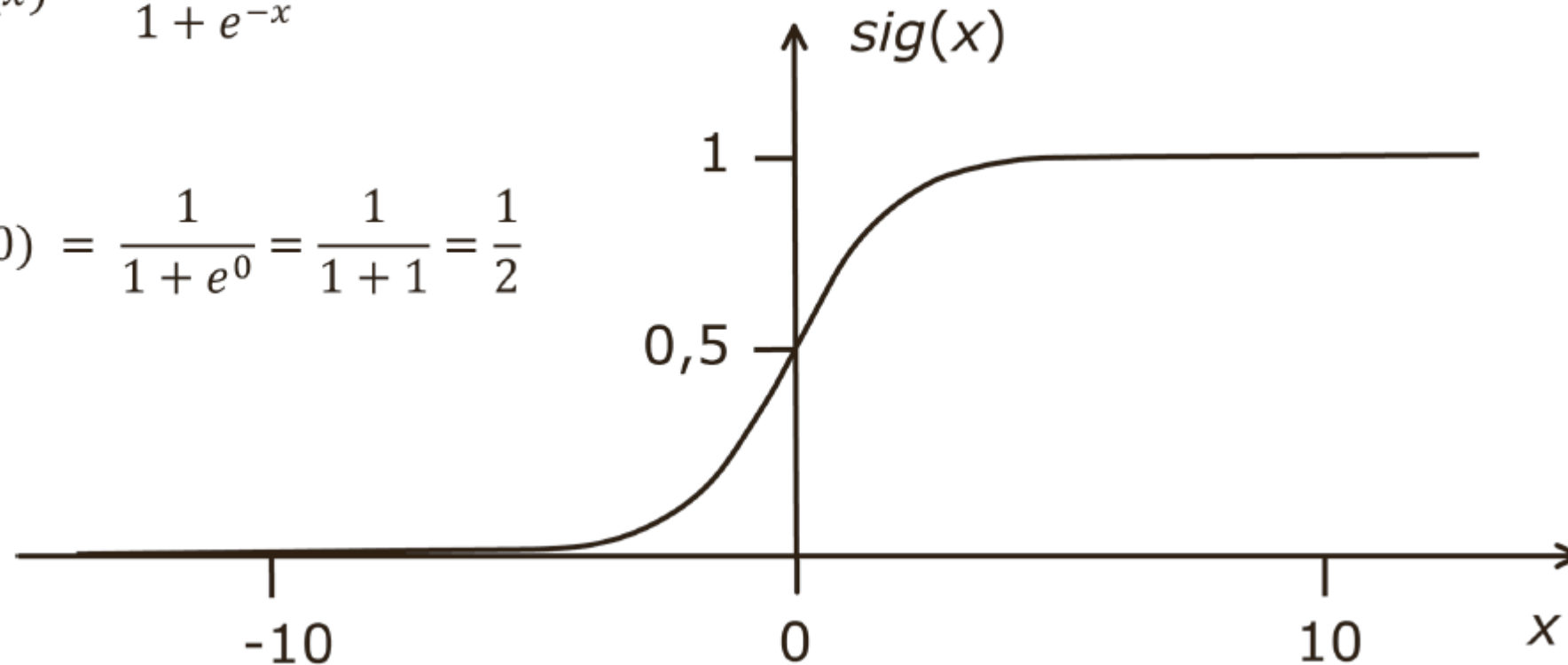


# Die Sigmoid-Funktion

Eulersche Zahl  $e = 2,7182818 \dots$

$$\text{sig}(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

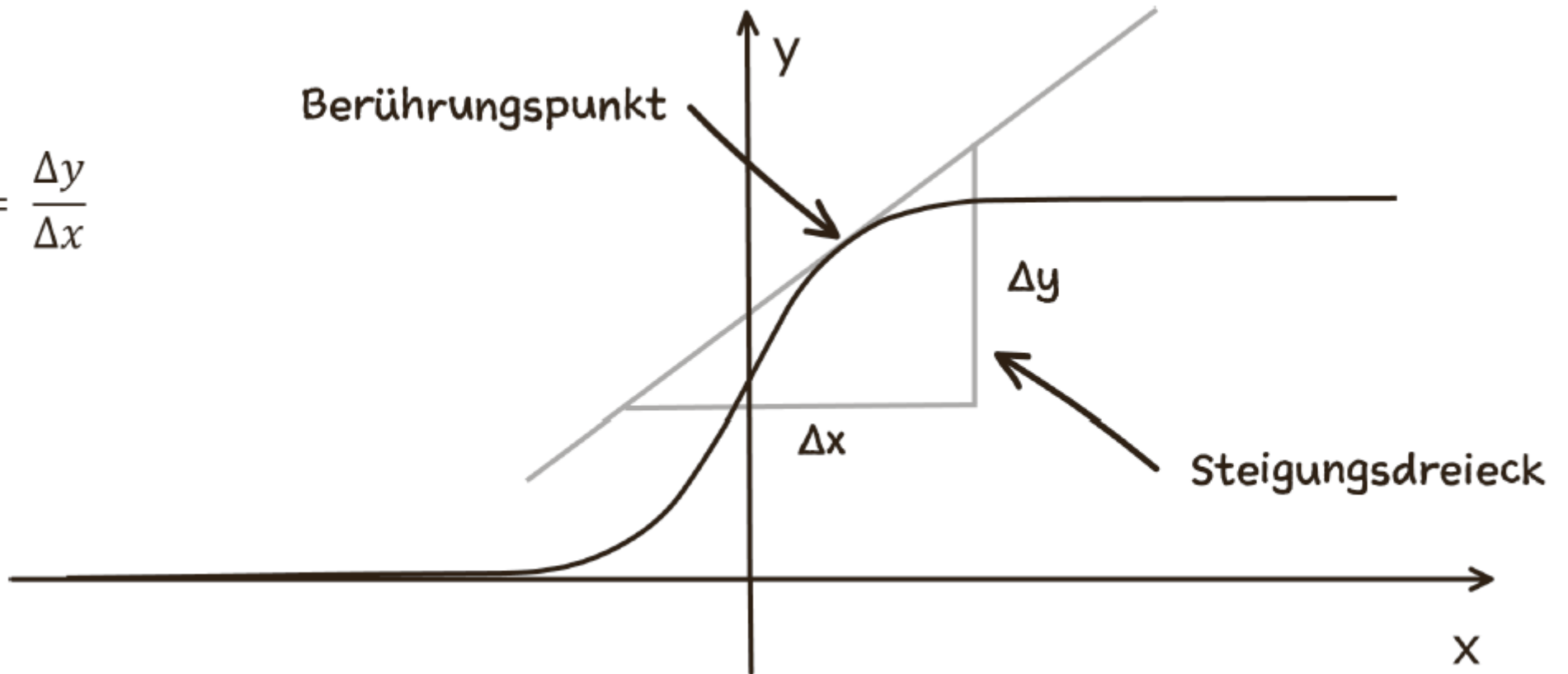
$$\text{sig}(0) = \frac{1}{1 + e^0} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$



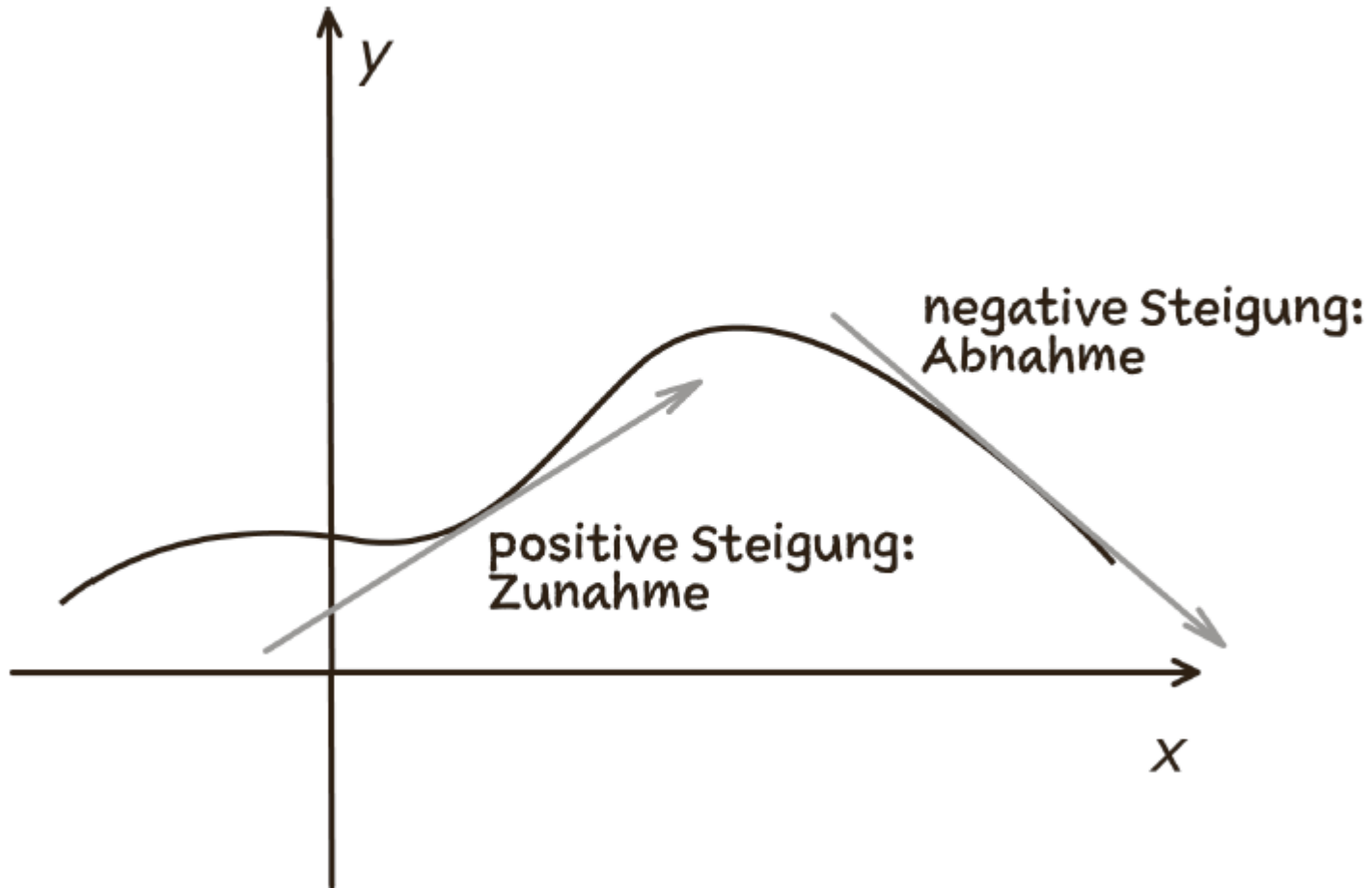


# Steigung

$$\text{Steigung} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

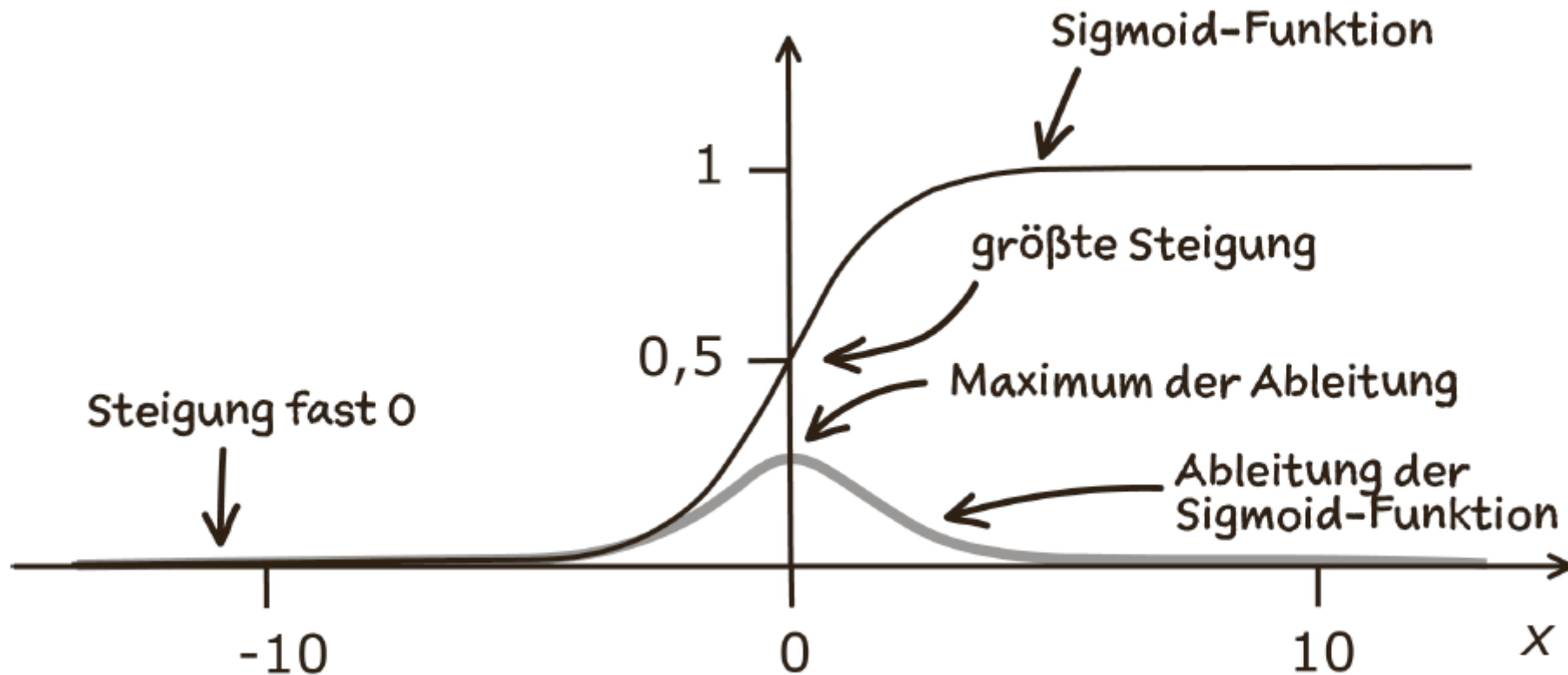


# Steigung im Alltag



# Ableitung der Sigmoid-Funktion

$$\text{sig}'(x) = \frac{d \text{sig}(x)}{dx} = \text{sig}(x) \cdot (1 - \text{sig}(x))$$



# Übung 6.1 (5-10 min)

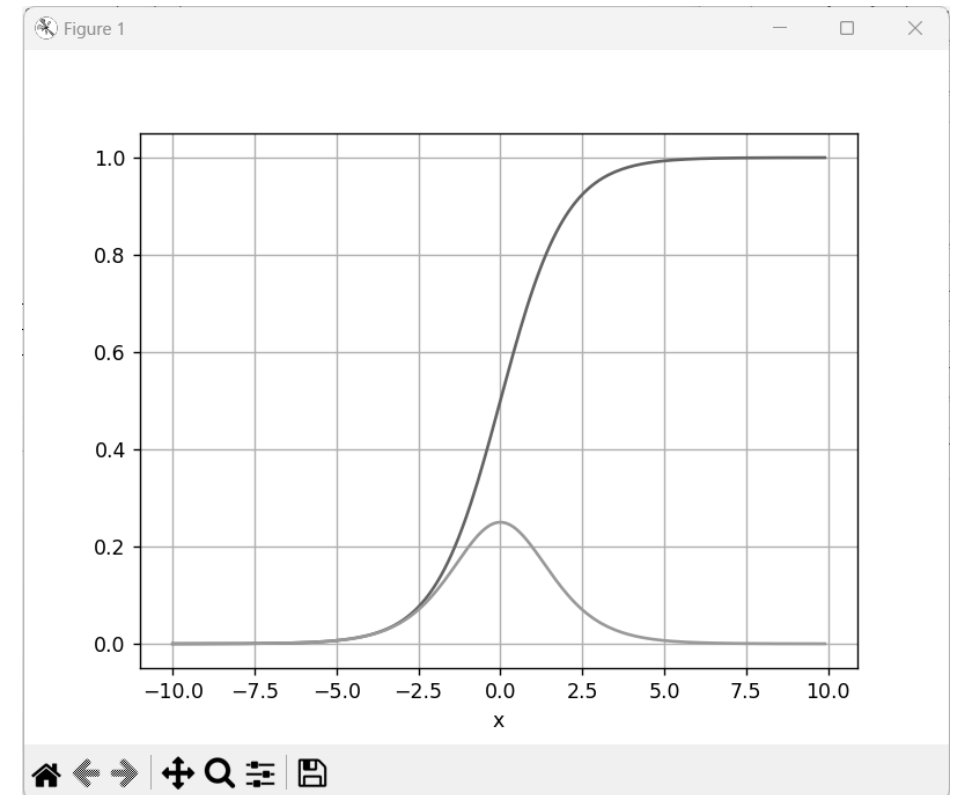
Erweitern Sie das folgende Programm, so dass  $\text{sig}(x)$  und die Ableitungsfunktion dargestellt werden.

Tipp: Zum Plotten der Ableitungsfunktion fügen Sie einen zweiten Aufruf von `plot()` ein.

```
# sigmoid_plot_starter.py
from matplotlib.pyplot import *
from math import e

def sig(x):
    return 1 / (1 + e**(-x))

x_ = [x/10 for x in range(-100, 100)]
y_1 = [sig(x) for x in x_]
plot(x_, y_1)
xlabel('x')
grid()
show()
```



# Lösung 6.2

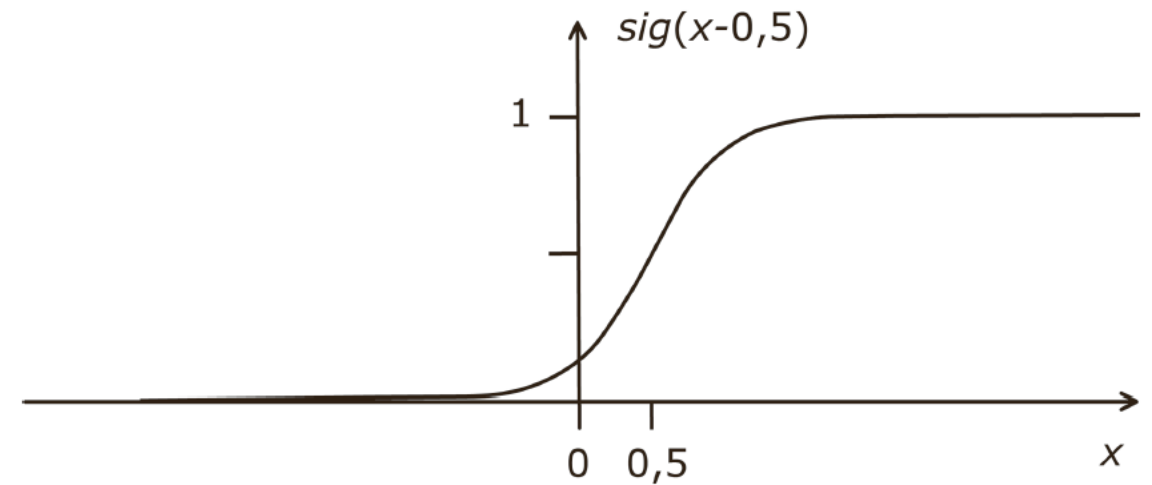
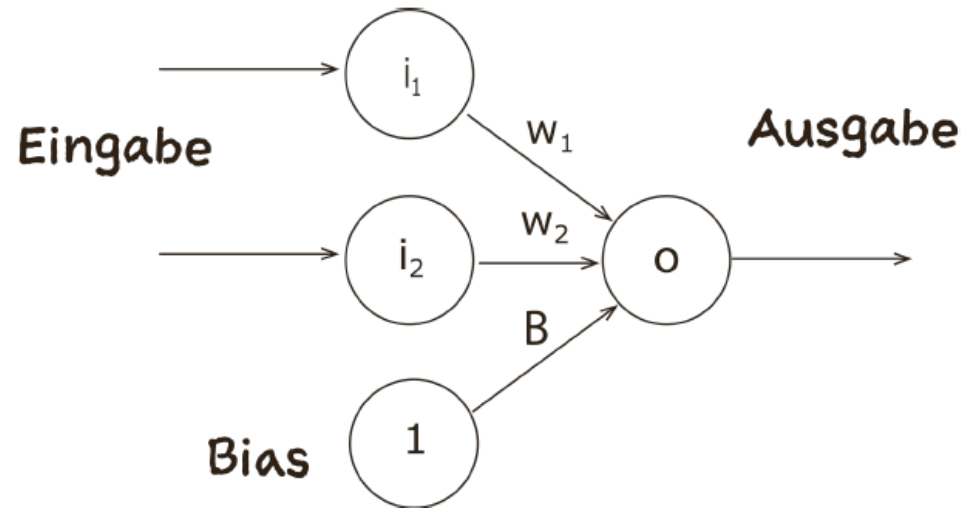
```
# sigmoid_plot.py
from matplotlib.pyplot import *
from math import e

def sigmoid(x):
    return 1 / (1 + e**(-x))

def sigmoid_ableitung(x):
    return sigmoid(x)*(1 - sigmoid(x))

x_ = [x/10 for x in range(-100, 100)]
y_1 = [sigmoid(x) for x in x_]
y_2 = [sigmoid_ableitung(x) for x in x_]
plot(x_, y_1)
plot(x_, y_2)
xlabel('x')
grid()
show()
```

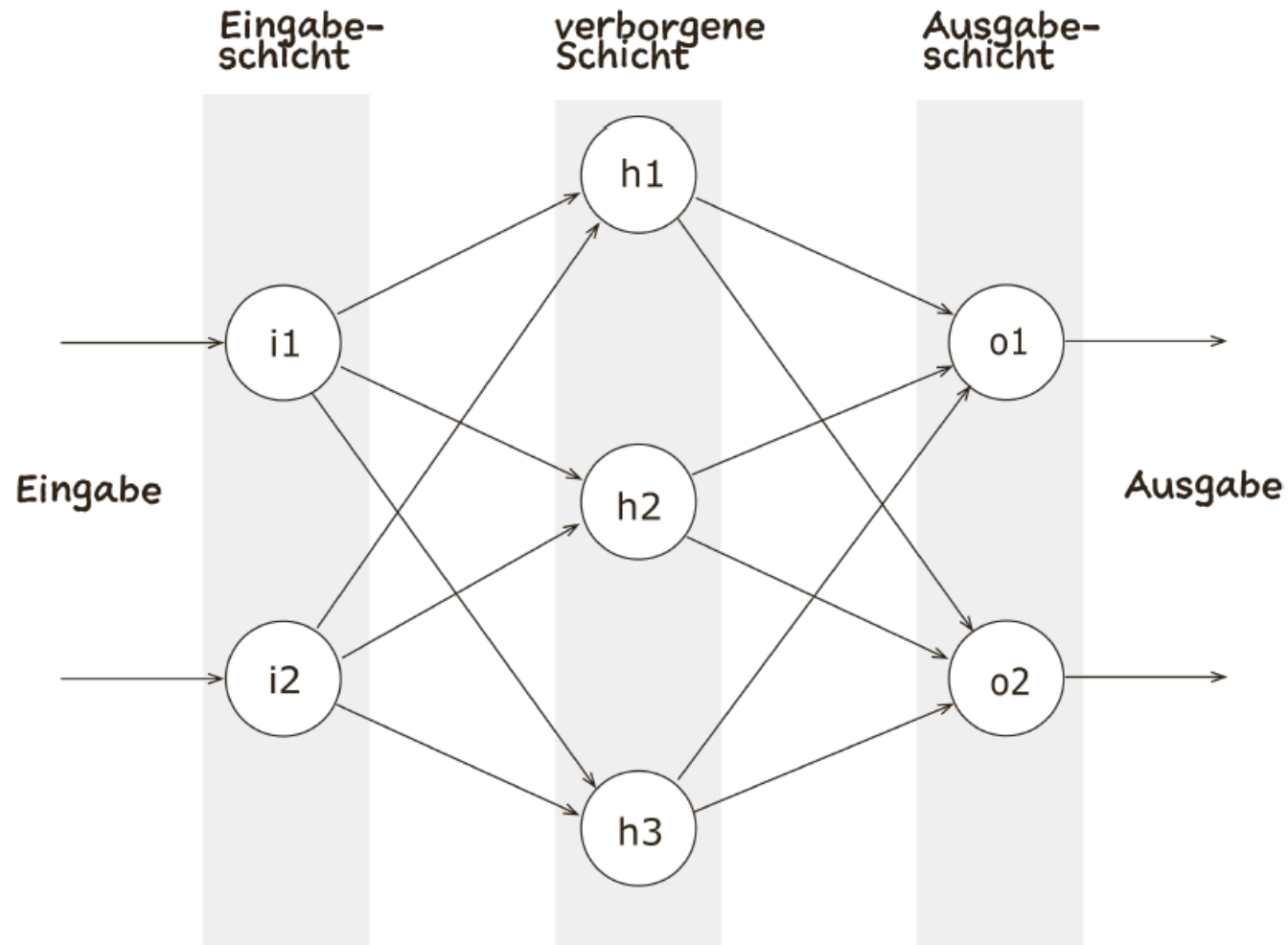
# Perzeptron mit Bias und Aktivierungsfunktion sig()



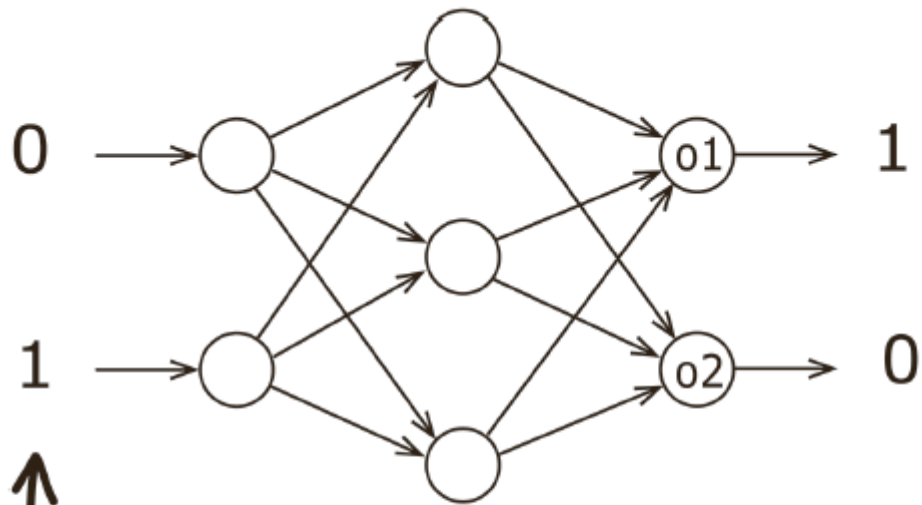
Gewichtete Eingabe:

$$x = i_1 \cdot w_1 + i_2 \cdot w_2 + B$$

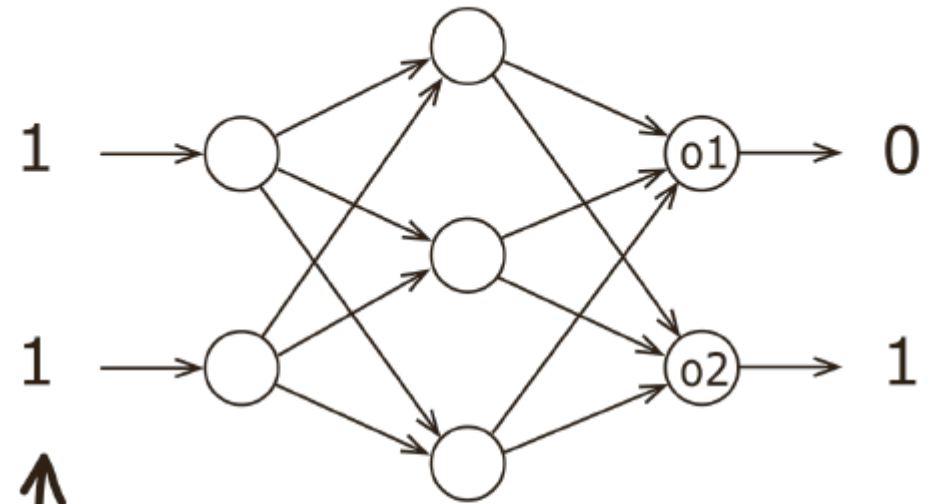
# Neuronales Netz mit verborgenen Knoten



# XOR-Detektor (Unstimmigkeitsdetektor)



↑  
ungleiche Eingabewerte  
XOR



↑  
gleiche Eingabewerte  
nicht XOR



# Trainingsdaten

Zufällige  
Eingabedaten  
(Input)

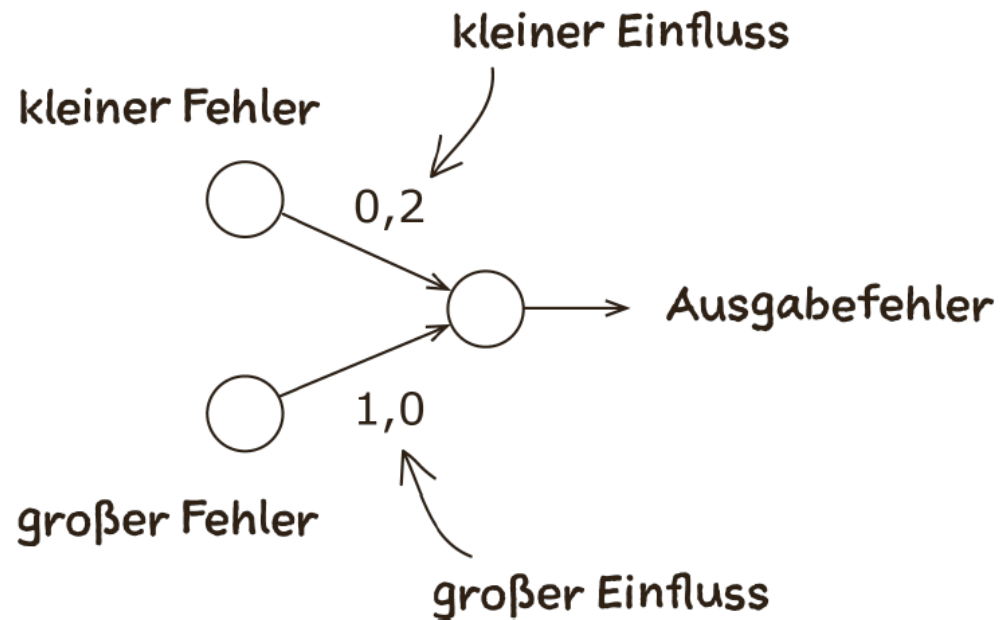
i1	i2	t1	t2
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0
0	1	1	0
...			

Erwartete  
Ausgabe  
(Target)

# Die 4 Phasen eines Lernschritts

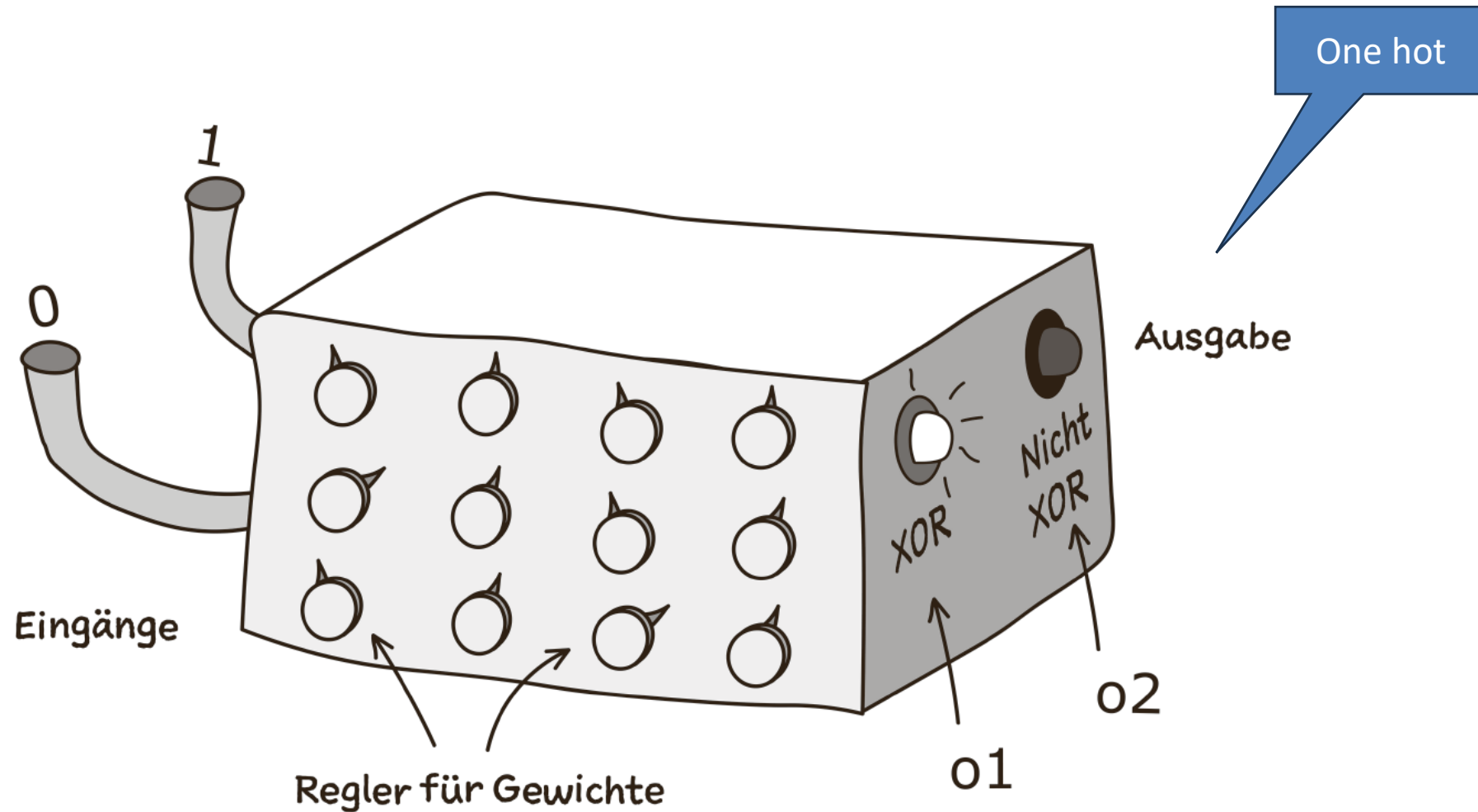
- Eingaben ( $i_1$  und  $i_2$ ) werden gelesen und im neuronalen Netz verarbeitet. Es entsteht eine Ausgabe  $o_1$  und eine Ausgabe  $o_2$ .
- Die Ausgaben  $o_1$  und  $o_2$  werden mit der erwarteten Ausgabe  $t$  verglichen und es wird jeweils der Fehler an jedem Ausgabeknoten berechnet. Der Fehler ist die Differenz zwischen der tatsächlichen Ausgabe und der erwarteten Ausgabe ( $t$ ).
- Auch für die anderen Knoten wird ein Ausgabefehler berechnet. Das ist die eigentliche Error Backpropagation.
- Aufgrund der Fehler werden die Gewichte zwischen den Knoten etwas geändert.

# Error Backpropagation (Fehlerrückführung)



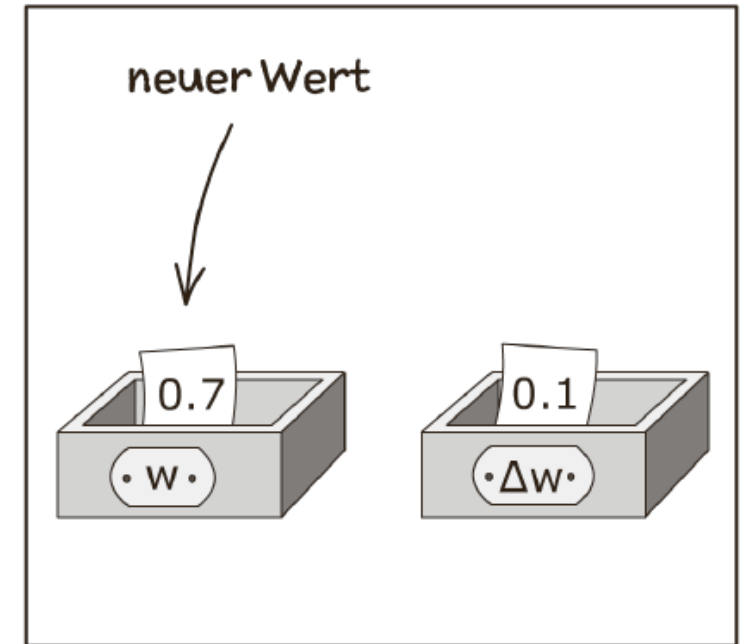
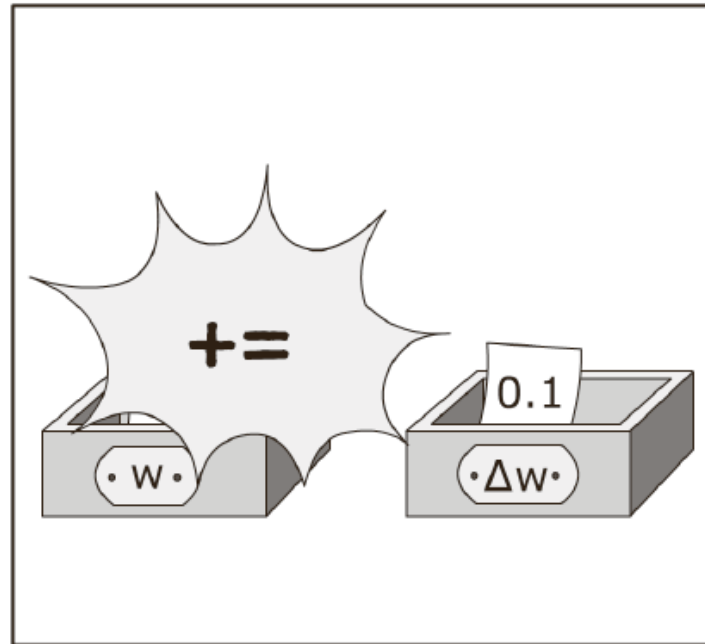
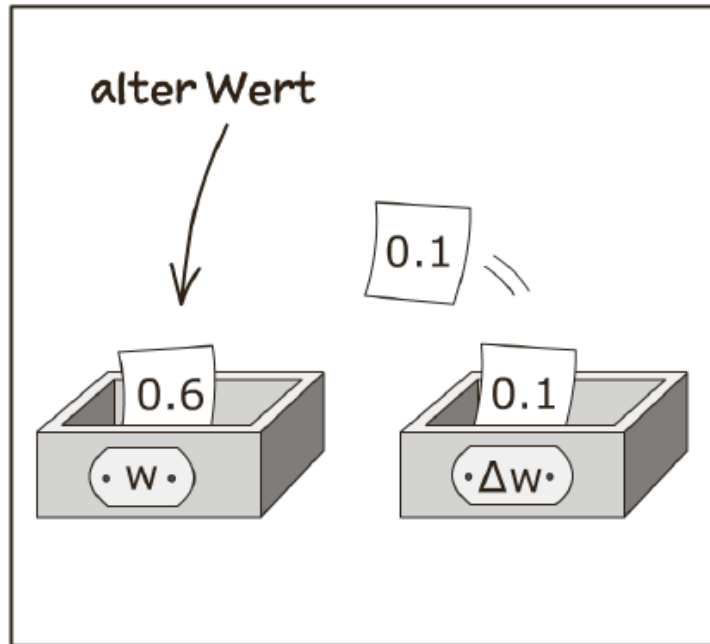
- Den inneren Knoten werden Fehler zugeordnet
- Das Gewicht bestimmt die Größe des Fehlers

# Lernen = Gewichte ändern



# Ein Gewicht ändern

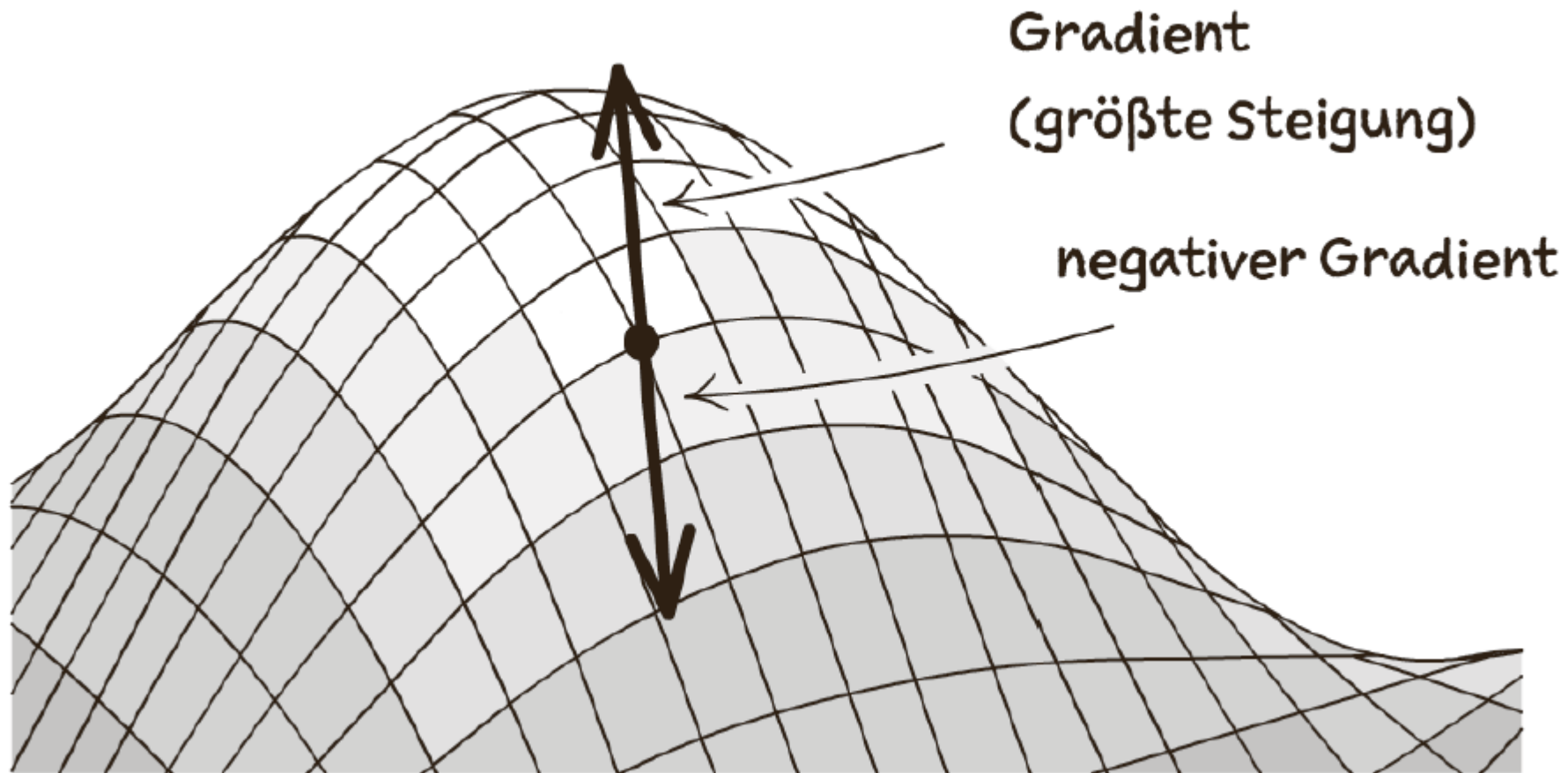
$$w += \Delta w$$



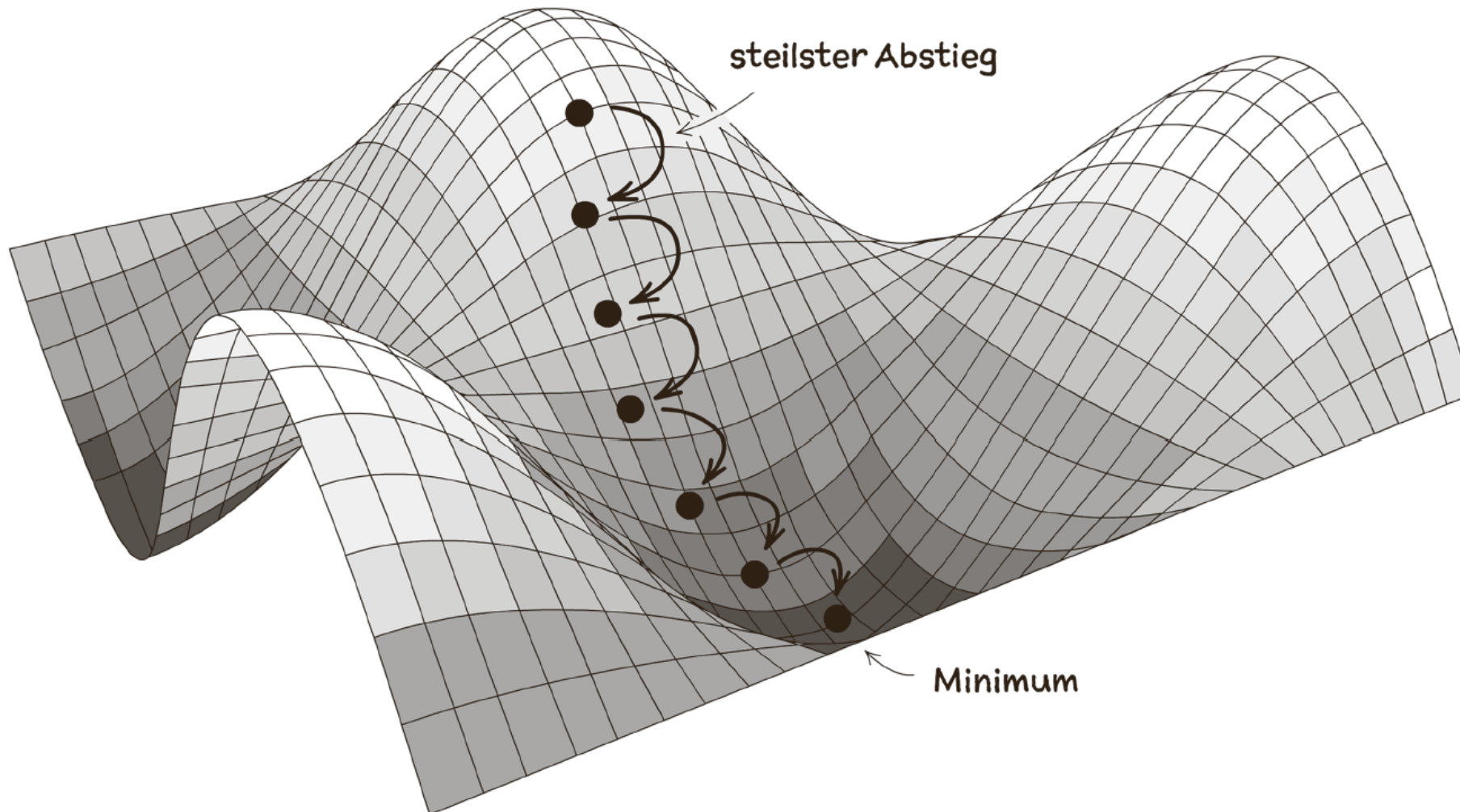
# Gradienten- verfahren



# Bewegungsrichtung



# In mehreren Schritten zum tiefsten Punkt



Welche Problem  
könnte auftreten?

Lokales Minimum

Lösung?

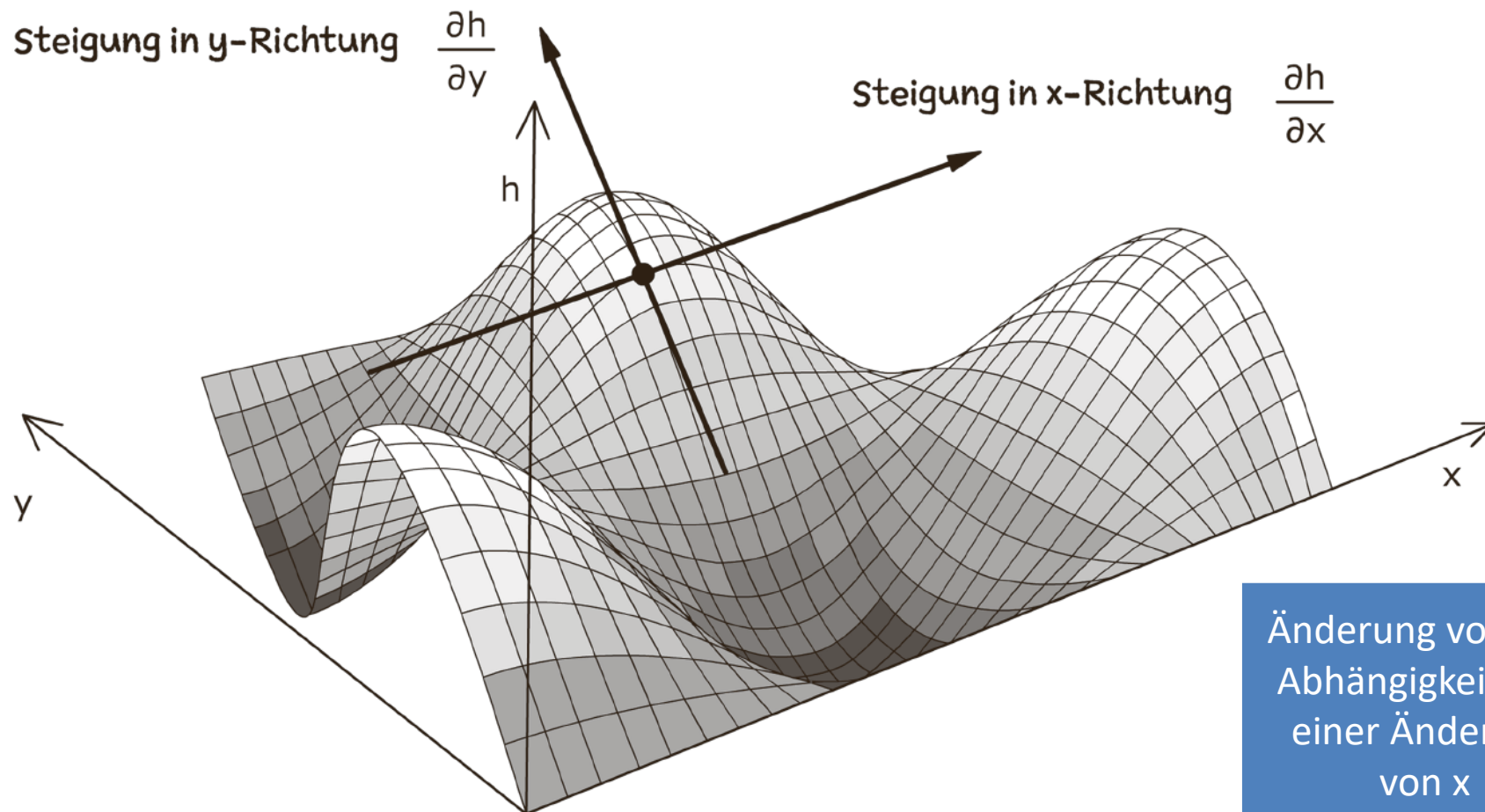
Viele Durchläufe mit  
zufälligen Startpunkten



# Partielle Ableitung

$$h = f(x, y)$$

Höhenfunktion: Die Höhe ist eine Funktion der Position auf der Karte.



Del Zeichen, steht für winzig kleine Änderung

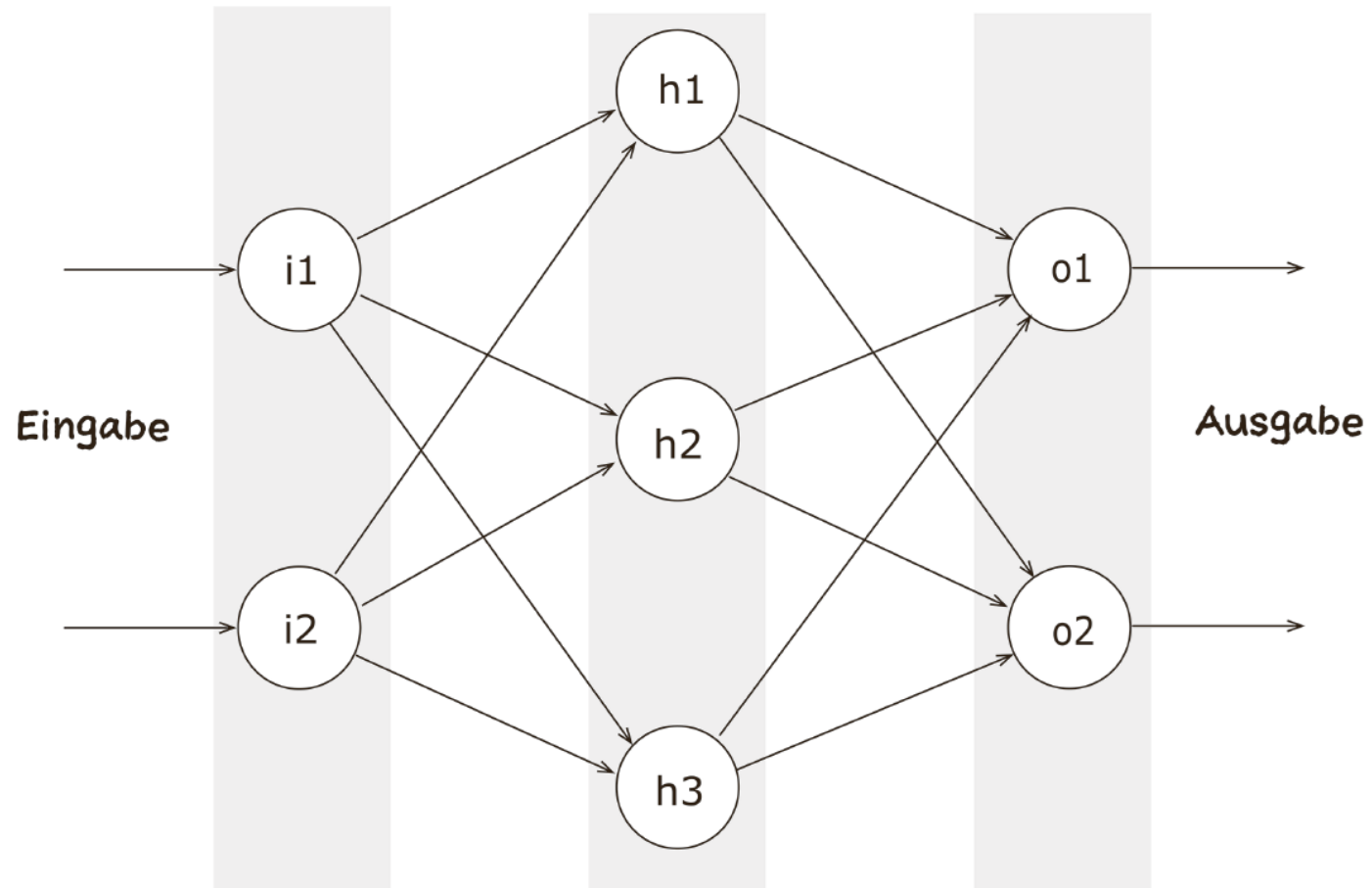
$$\frac{\partial h}{\partial x}$$

Änderung von  $h$  in Abhängigkeit von einer Änderung von  $x$

Ende der Metapher

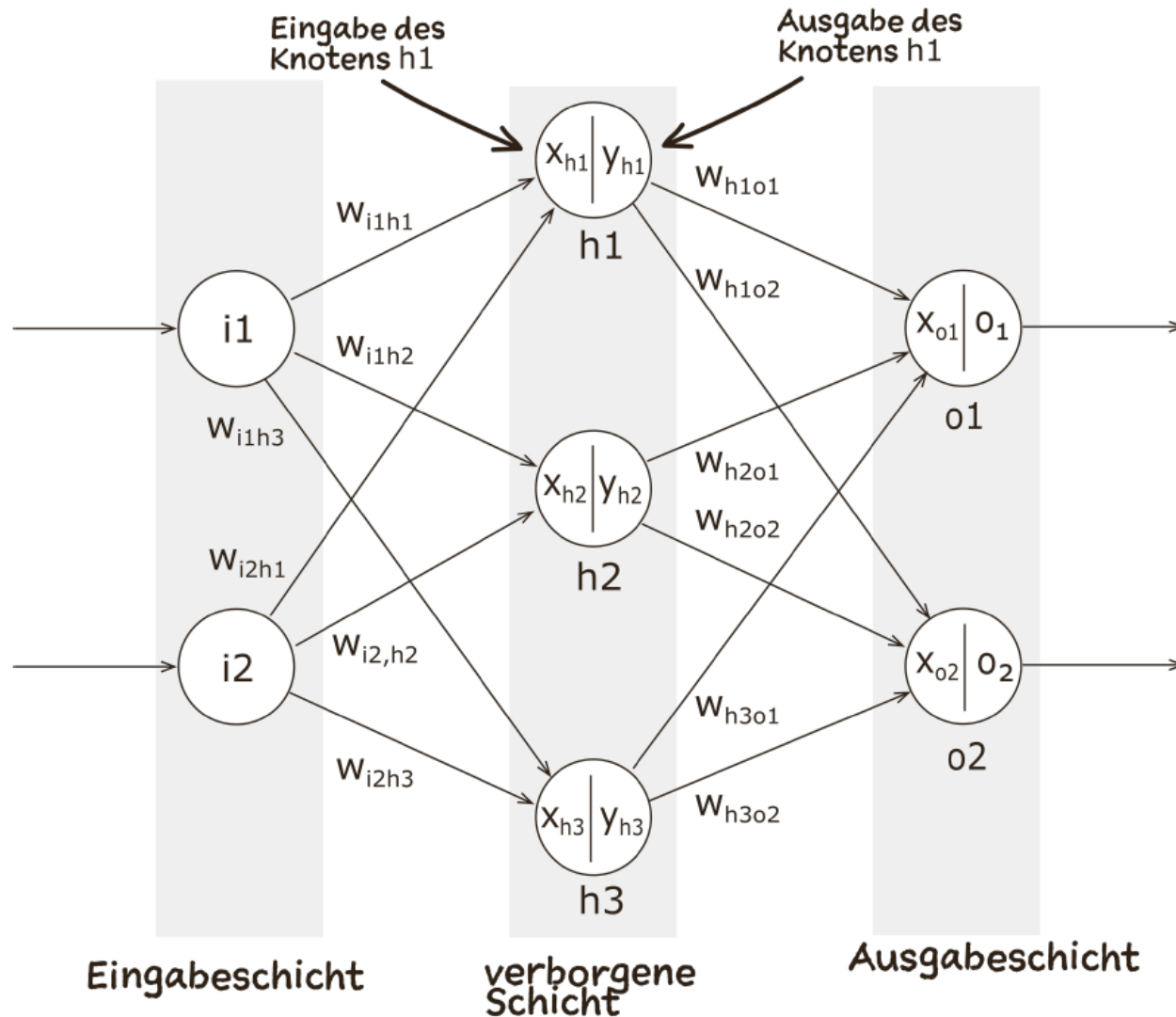
---

# Zurück zum neuronalen Netz ...

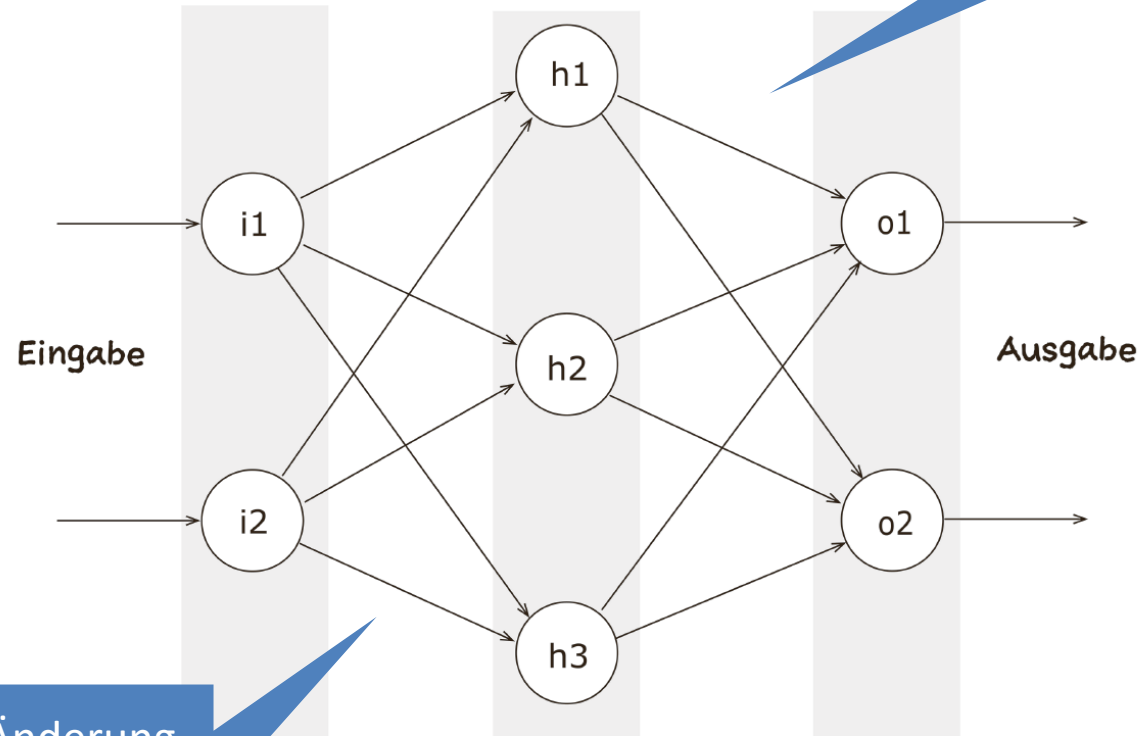


Wie viele Gewichte?

# Systematik der Variablennamen



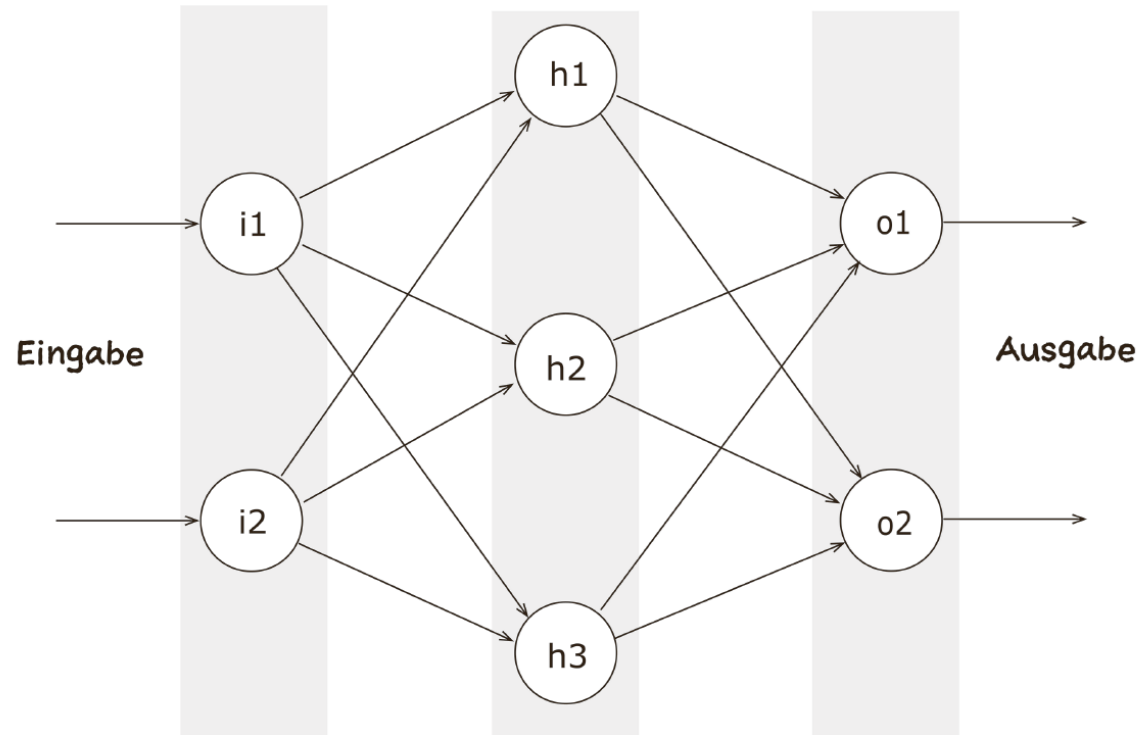
# Das Ziel



Formeln für die Änderung  
der Gewichte zwischen  
verborgener Schicht und  
Ausgabeschicht

Formeln für die Änderung  
der Gewichte zwischen  
Eingabeschicht und  
verborgener Schicht

# Fehler



i1	i2	t1	t2
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0
0	1	1	0
...			

Beim Training werden die Gewichte geändert, so dass der Fehler verringert wird.  
Formel für den Fehler in der Ausgabe?

# Fehlerfunktion

$$E = (t_1 - o_1)^2 + (t_2 - o_2)^2$$

Warum nimmt man das Quadrat der Fehler?

1. Fehler immer positiv
2. Ableitung leicht zu berechnen (sonst hätte man Fallunterscheidungen)
3. Wenn der Fehler klein ist, ist das Fehlerquadrat noch kleiner.  
Veränderungen in der Nähe des Minimums sind dann besonders vorsichtig.

# Änderung eines Gewichts in einem Trainingsschritt

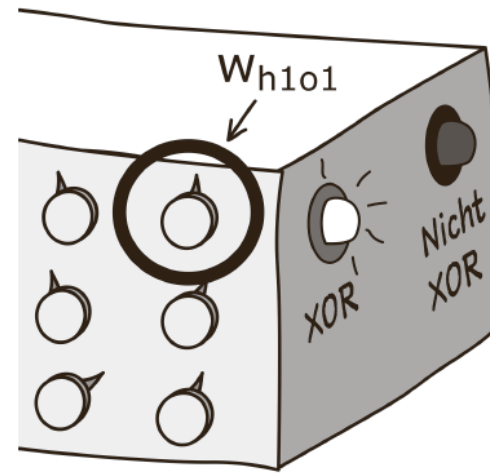
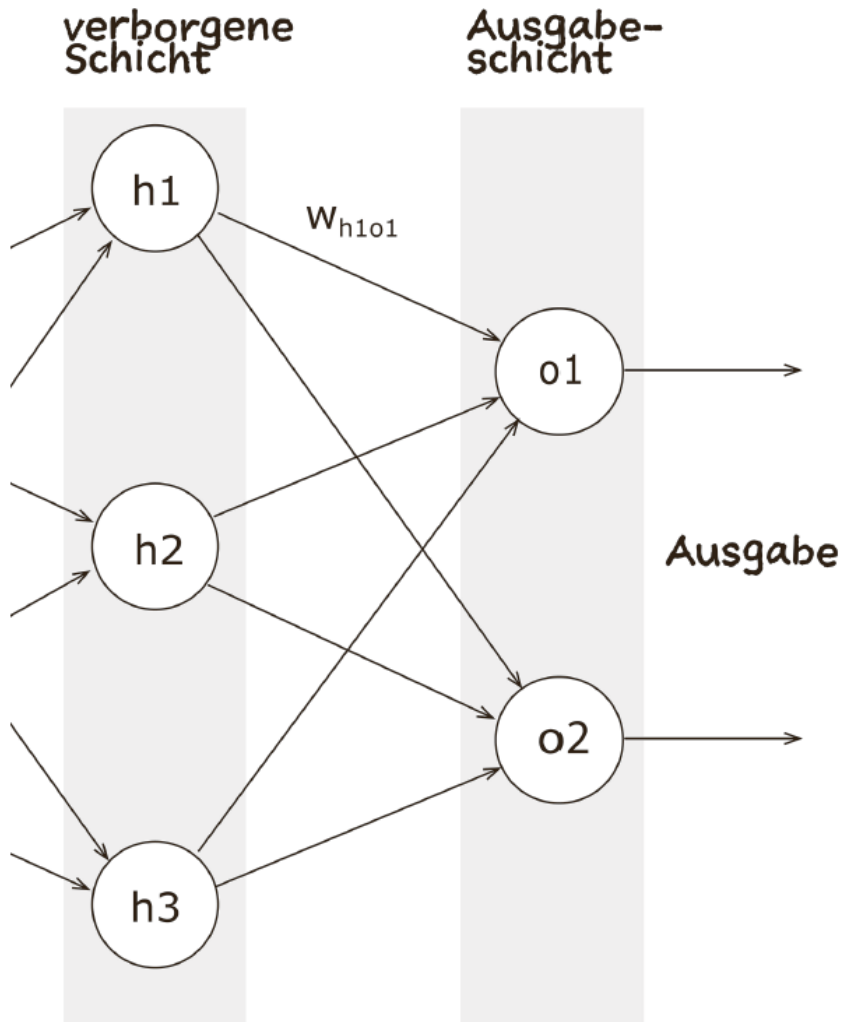
$$w += \alpha \cdot \left(-\frac{\partial E}{\partial w}\right)$$

Lernrate

Änderung des Fehlers in  
Folge der Änderung des  
Gewichts



# Änderung des Gewichts $w_{h1o1}$



$$\frac{\partial E}{\partial w_{h1o1}} = \frac{\partial ((t_1 - o_1)^2 + (t_2 - o_2)^2)}{\partial w_{h1o1}}$$

Änderung des Fehlers in Abhängigkeit  
von der Änderung des Gewichts  $w_{h1o1}$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{h1o1}} = \frac{\partial ((t_1 - o_1)^2 + (t_2 - o_2)^2)}{\partial w_{h1o1}}$$

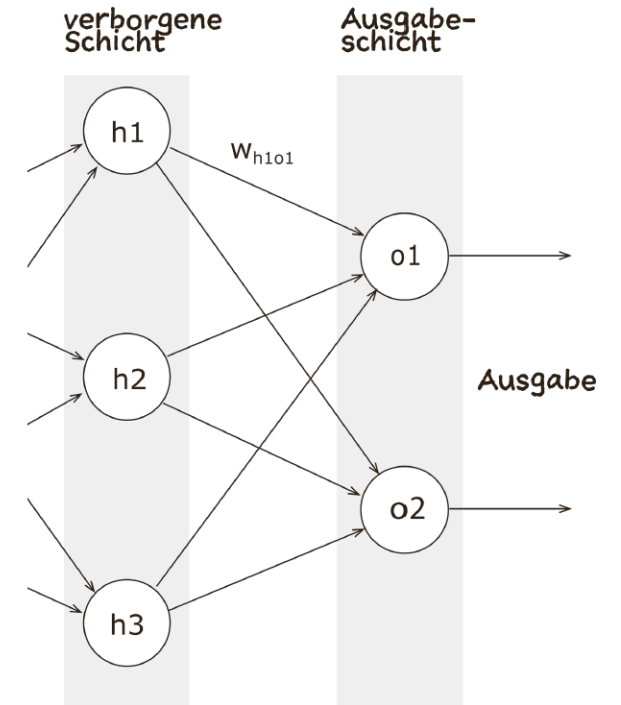
$$\frac{\partial E}{\partial w_{h1o1}} = \frac{\partial (t_1 - o_1)^2}{\partial w_{h1o1}} + \frac{\partial (t_2 - o_2)^2}{\partial w_{h1o1}}$$

Änderung des Fehlerquadrats  
am Ausgabeknoten o1 bei  
Änderung von  $w_{h1o1}$

Änderung des Fehlersquadrats  
am Ausgabeknoten o2 bei  
Änderung von  $w_{h1o1}$

gleich null

$$\frac{\partial E}{\partial w_{h1o1}} = \frac{\partial (t_1 - o_1)^2}{\partial w_{h1o1}}$$



$$\frac{\partial E}{\partial w_{h1o1}} = \frac{\partial (t_1 - o_1)^2}{\partial w_{h1o1}}$$

Nach der Kettenregel für partielle Ableitungen

$$\frac{\partial E}{\partial w_{h1o1}} = \frac{\partial (t_1 - o_1)^2}{\partial o_1} \cdot \frac{\partial o_1}{\partial w_{h1o1}}$$

Gleichung 1

1. Faktor

2. Faktor

# 1. Faktor $\frac{\partial(t_1 - o_1)^2}{\partial o_1}$

Änderung des Fehlerquadrats in  
Abhängigkeit von der Ausgabe

ist die Ableitung der Funktion

$$E = (t_1 - o_1)^2$$

Konstante

Variable

$$E = t_1^2 - 2 \cdot t_1 \cdot o_1 + o_1^2$$

$$\frac{\partial(t_1 - o_1)^2}{\partial o_1} = -2 \cdot (t_1 - o_1)$$

Ableitung nach den  
Ableitungsregeln für Polynome

Gleichung 2

## 2. Faktor

$$\frac{\partial o_1}{\partial w_{h1o1}}$$

Änderung der Ausgabe in Abhängigkeit  
von der Änderung des Gewichts

$$o_1 = \text{sig}(x_{o1})$$

$$\frac{\partial o_1}{\partial w_{h1o1}} = \frac{\partial \text{sig}(x_{o1})}{\partial w_{h1o1}}$$

$$\frac{\partial o_1}{\partial w_{h1o1}} = \underbrace{\text{sig}(x_{o1}) \cdot (1 - \text{sig}(x_{o1}))}_{\text{Ableitung von sig}(x_{o1})} \cdot \underbrace{\frac{\partial x_{o1}}{\partial w_{h1o1}}}_{\text{äußere Ableitung}}$$

äußere Ableitung

innere Ableitung

Darum kümmern wir  
uns als nächstes

Gleichung 3

$$x_{o1} = y_{h1} \cdot w_{h1o1} + y_{h2} \cdot w_{h2o1} + y_{h3} \cdot w_{h3o1}$$

$$\frac{\partial x_{o1}}{\partial w_{h1o1}} = \frac{\partial (w_{h1o1} \cdot y_{h1} + w_{h2o1} \cdot y_{h2} + w_{h3o1} \cdot y_{h3})}{\partial w_{h1o1}}$$

$$\frac{\partial x_{o1}}{\partial w_{h1o1}} = \frac{\partial (w_{h1o1} \cdot y_{h1})}{\partial w_{h1o1}} + \frac{\partial (w_{h2o1} \cdot y_{h2})}{\partial w_{h1o1}} + \frac{\partial (w_{h3o1} \cdot y_{h3})}{\partial w_{h1o1}}$$

↑  
gleich null

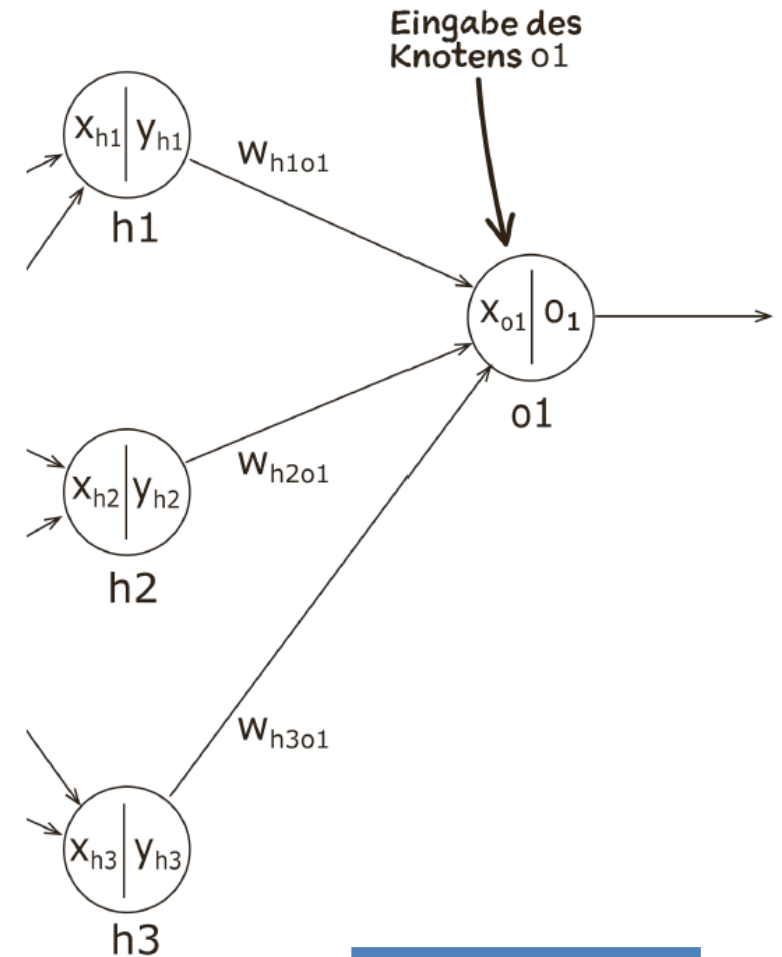
↑  
gleich null

$$\frac{\partial x_{o1}}{\partial w_{h1o1}} = \frac{\partial (w_{h1o1} \cdot y_{h1})}{\partial w_{h1o1}}$$

Ableitung einer  
linearen Funktion

$$\frac{\partial x_{o1}}{\partial w_{h1o1}} = y_{h1}$$

Einsetzen in  
Gleichung 3



$$\frac{\partial o_1}{\partial w_{h1o1}} = \text{sig}(x_{o1}) \cdot (1 - \text{sig}(x_{o1})) \cdot \frac{\partial x_{o1}}{\partial w_{h1o1}}$$

Gleichung 3

$$\frac{\partial o_1}{\partial w_{h1o1}} = \boxed{\text{sig}(x_{o1})} \cdot (1 - \boxed{\text{sig}(x_{o1})}) \cdot y_{h1}$$

$$o_1 = \text{sig}(x_{o1})$$

$$\frac{\partial o_1}{\partial w_{h1o1}} = o_1 \cdot (1 - o_1) \cdot y_{h1}$$

Gleichung 4

$$\frac{\partial E}{\partial w_{h1o1}} = \frac{\partial (t_1 - o_1)^2}{\partial o_1} \cdot \frac{\partial o_1}{\partial w_{h1o1}}$$

Gleichung 1

↑ einsetzen ↑

$$-2 \cdot (t_1 - o_1)$$

aus Gleichung 2

$$o_1 \cdot (1 - o_1) \cdot y_{h1}$$

aus Gleichung 4

$$\frac{\partial E}{\partial w_{h1o1}} = -2 \cdot (t_1 - o_1) \cdot o_1 \cdot (1 - o_1) \cdot y_{h1}$$

Gleichung 5

Wie ändert sich das Fehlerquadrat  $E = (t_1 - o_1)^2$ , wenn man das Gewicht  $w_{h1o1}$  ändert?



# Berechnung der Änderung des Gewichts beim Training

$$\Delta w_{h1o1} = -\alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial w_{h1o1}}$$

Lernrate (Zahl zwischen 0 und 1)

$$\frac{\partial E}{\partial w_{h1o1}} = -2 \cdot (t_1 - o_1) \cdot o_1 \cdot (1 - o_1) \cdot y_{h1}$$

Gleichung 5

$$\Delta w_{h1o1} = -\alpha \cdot (-2) \cdot (t_1 - o_1) \cdot o_1 \cdot (1 - o_1) \cdot y_{h1}$$

$$\Delta w_{h1o1} = \alpha \cdot 2 \cdot (t_1 - o_1) \cdot o_1 \cdot (1 - o_1) \cdot y_{h1}$$

# Berechnung der Änderung des Gewichts beim Training

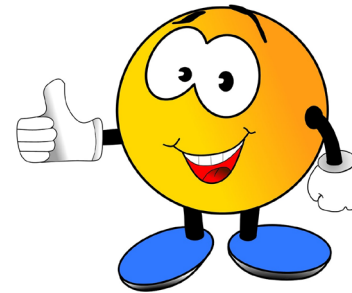
$$\Delta w_{h1o1} = \alpha \cdot 2 \cdot (t_1 - o_1) \cdot o_1 \cdot (1 - o_1) \cdot y_{h1}$$

weglassen

$$e_{o1} = t_1 - o_1$$

$$\Delta w_{h1o1} = \alpha \cdot e_{o1} \cdot o_1 \cdot (1 - o_1) \cdot y_{h1}$$

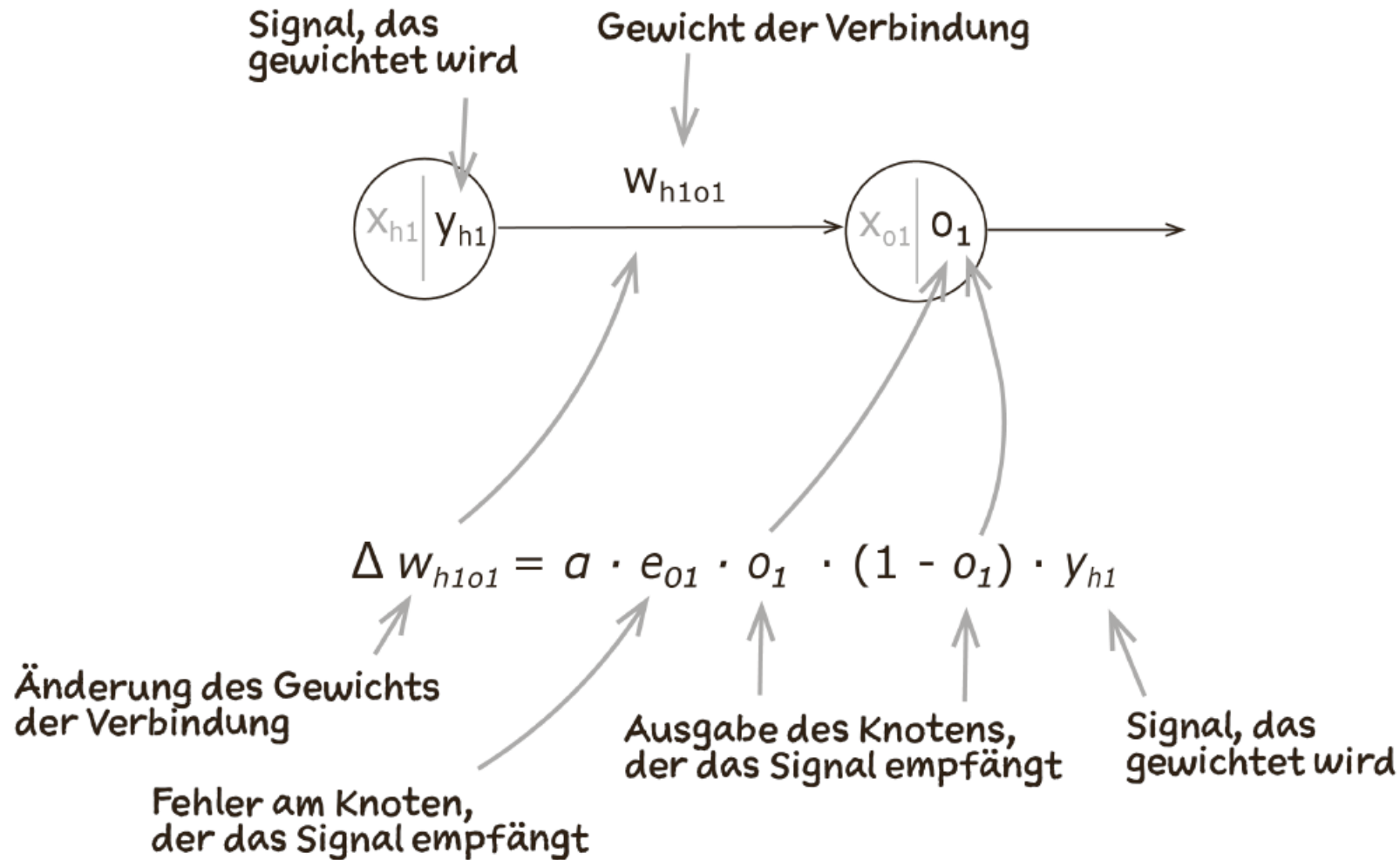
Gleichung 6



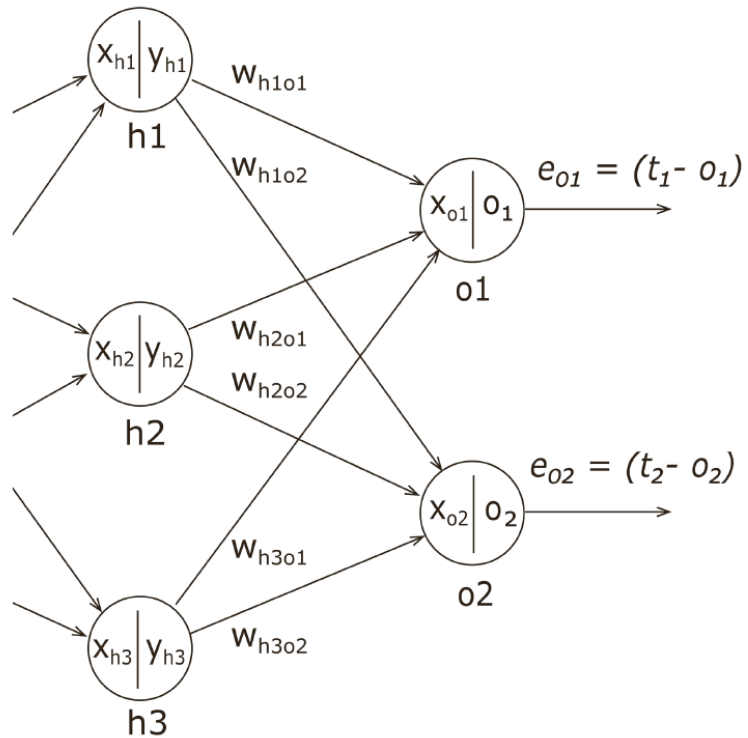
Berechnungsformel, die man in einem Computerprogramm verwenden kann

# Aktualisierung der übrigen Gewichte

Zuerst: Analyse der Berechnungsformel



# Aktualisierung der übrigen Gewichte



Fehler am Knoten,  
der das Signal empfängt

Ausgabe des Knotens,  
der das Signal empfängt

Signal,  
das gewichtet wird

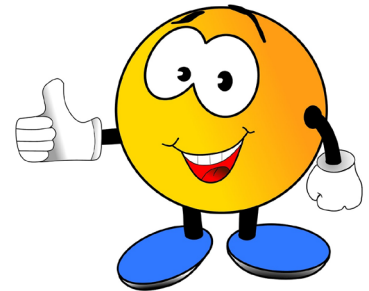
$$\Delta w_{h2o1} = \alpha \cdot e_{o1} \cdot o_1 \cdot (1 - o_1) \cdot y_{h2}$$

$$\Delta w_{h3o1} = \alpha \cdot e_{o1} \cdot o_1 \cdot (1 - o_1) \cdot y_{h3}$$

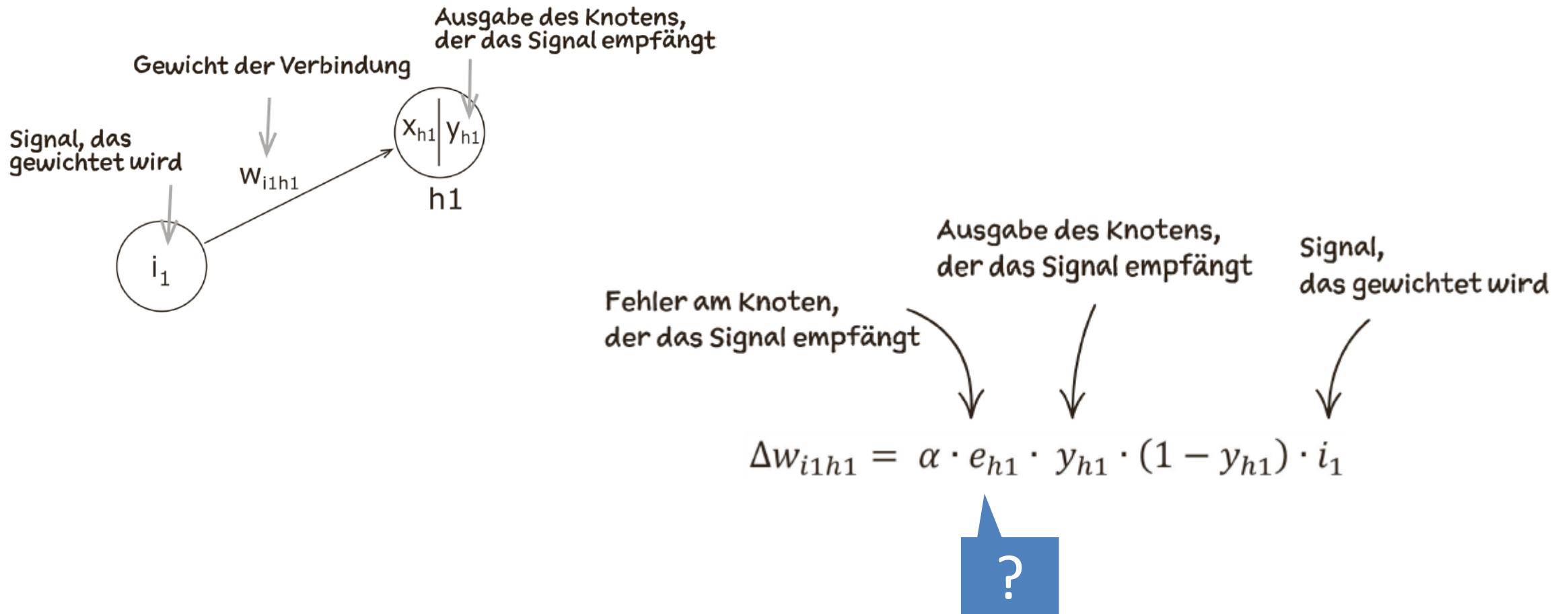
$$\Delta w_{h1o2} = \alpha \cdot e_{o2} \cdot o_2 \cdot (1 - o_2) \cdot y_{h1}$$

$$\Delta w_{h2o2} = \alpha \cdot e_{o2} \cdot o_2 \cdot (1 - o_2) \cdot y_{h2}$$

$$\Delta w_{h3o2} = \alpha \cdot e_{o2} \cdot o_2 \cdot (1 - o_2) \cdot y_{h3}$$

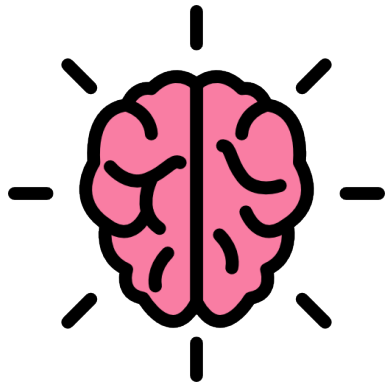


# Gewichte zwischen Eingabeschicht und verborgener Schicht

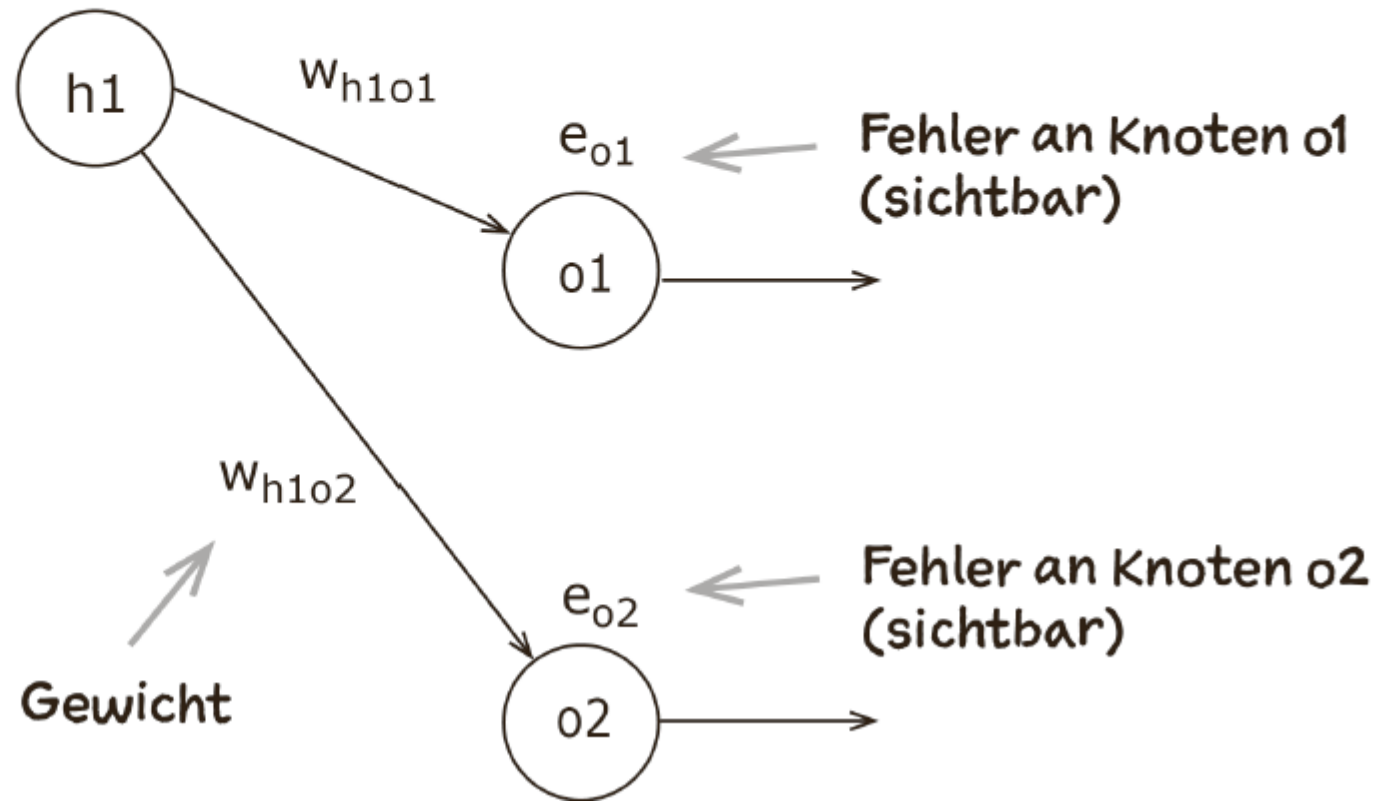


Gewichte werden in Rückwärtsrichtung verwendet

Fehler an  
verborgenem Knoten h1  
(unsichtbar)



$$e_{h1} = w_{h1o1} \cdot e_{o1} + w_{h1o2} \cdot e_{o2}$$



# Aktualisierung der Gewichte

$$e_{h1} = w_{h1o1} \cdot e_{o1} + w_{h1o2} \cdot e_{o2}$$

$$e_{h2} = w_{h2o1} \cdot e_{o1} + w_{h2o2} \cdot e_{o2}$$

$$e_{h3} = w_{h3o1} \cdot e_{o1} + w_{h3o2} \cdot e_{o2}$$

Fehler am Knoten,  
der das Signal empfängt

Ausgabe des Knotens,  
der das Signal empfängt

Signal,  
das gewichtet wird

$$\Delta w_{i1h1} = \alpha \cdot e_{h1} \cdot y_{h1} \cdot (1 - y_{h1}) \cdot i_1$$

$$\Delta w_{i1h2} = \alpha \cdot e_{h2} \cdot y_{h2} \cdot (1 - y_{h2}) \cdot i_1$$

$$\Delta w_{i1h3} = \alpha \cdot e_{h3} \cdot y_{h3} \cdot (1 - y_{h3}) \cdot i_1$$

$$\Delta w_{i2h1} = \alpha \cdot e_{h1} \cdot y_{h1} \cdot (1 - y_{h1}) \cdot i_2$$

$$\Delta w_{i2h2} = \alpha \cdot e_{h2} \cdot y_{h2} \cdot (1 - y_{h2}) \cdot i_2$$

$$\Delta w_{i2h3} = \alpha \cdot e_{h3} \cdot y_{h3} \cdot (1 - y_{h3}) \cdot i_2$$



# XOR-Detektor

Zufallszahlen (float)  
zwischen  $-W$  und  $+W$

```
from random import uniform, shuffle
from math import e
W = 0.5 # obere Grenze für Anfangswerte der Gewichte
LR = 0.2
```

```
# Initialisierung der Gewichte
wi1h1 = uniform(-W, W)
wi2h1 = uniform(-W, W)
wi1h2 = uniform(-W, W)
wi2h2 = uniform(-W, W)
wi1h3 = uniform(-W, W)
wi2h3 = uniform(-W, W)
wh1o1 = uniform(-W, W)
wh2o1 = uniform(-W, W)
wh3o1 = uniform(-W, W)
wh1o2 = uniform(-W, W)
wh2o2 = uniform(-W, W)
wh3o2 = uniform(-W, W)
```

```
def sig(x):
    return 1.0 / (1.0 + e**(-x))
```



# XOR-Detektor

Das neuronale Netz  
arbeitet: Aus der  
Eingabe wird die  
Ausgabe berechnet

```
def vorhersagen(i1,i2):  
    xh1 = w1h1 * i1 + w2h1 * i2  
    xh2 = w1h2 * i1 + w2h2 * i2  
    xh3 = w1h3 * i1 + w2h3 * i2  
    yh1 = sig(xh1)  
    yh2 = sig(xh2)  
    yh3 = sig(xh3)  
    xo1 = yh1 * wh1o1 + yh2 * wh2o1 + yh3 * wh3o1  
    xo2 = yh1 * wh1o2 + yh2 * wh2o2 + yh3 * wh3o2  
    o1 = sig(xo1)  
    o2 = sig(xo2)  
    return o1, o2
```

# XOR-Detektor

Globale Variablen für  
die Gewichte

```
def trainieren(i1, i2, t1, t2):
    global wi1h1, wi2h1, wi1h2, wi2h2, wi1h3, wi2h3
    global wh1o1, wh2o1, wh3o1, wh1o2, wh2o2, wh3o2
    # Berechnung der Ausgabe (Vorhersage)
    xh1 = wi1h1 * i1 + wi2h1 * i2
    xh2 = wi1h2 * i1 + wi2h2 * i2
    xh3 = wi1h3 * i1 + wi2h3 * i2
    yh1 = sig(xh1)
    yh2 = sig(xh2)
    yh3 = sig(xh3)
    xo1 = yh1 * wh1o1 + yh2 * wh2o1 + yh3 * wh3o1
    xo2 = yh1 * wh1o2 + yh2 * wh2o2 + yh3 * wh3o2
    o1 = sig(xo1)
    o2 = sig(xo2)
```

```
# Aktualisierung der Gewichte
# Verborgene Schicht - Ausgabeschicht
eo1 = t1 - o1
eo2 = t2 - o2
wh1o1 += LR * eo1 * o1 * (1-o1) * yh1
wh2o1 += LR * eo1 * o1 * (1-o1) * yh2
wh3o1 += LR * eo1 * o1 * (1-o1) * yh3
wh1o2 += LR * eo2 * o2 * (1-o2) * yh1
wh2o2 += LR * eo2 * o2 * (1-o2) * yh2
wh3o2 += LR * eo2 * o2 * (1-o2) * yh3
# Eingabeschicht - verborgene Schicht
eh1 = wh1o1 * eo1 + wh1o2 * eo2
eh2 = wh2o1 * eo1 + wh2o2 * eo2
eh3 = wh3o1 * eo1 + wh3o2 * eo2
wi1h1 += LR * eh1 * yh1 * (1-yh1) * i1
wi2h1 += LR * eh1 * yh1 * (1-yh1) * i2
wi1h2 += LR * eh2 * yh2 * (1-yh2) * i1
wi2h2 += LR * eh2 * yh2 * (1-yh2) * i2
wi1h3 += LR * eh3 * yh3 * (1-yh3) * i1
wi2h3 += LR * eh3 * yh3 * (1-yh3) * i2
return eo1, eo2
```

# XOR-Detektor

Liste mit 8000 Tupeln

10 Epochen

Alle  
Eingabekombinationen  
durchspielen

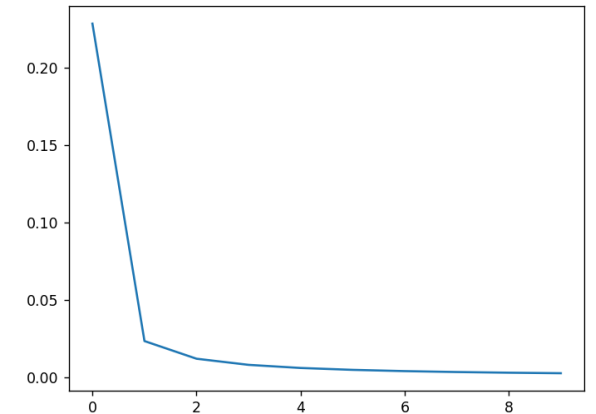
```
# Zufällige Trainingsdaten erzeugen
d = [(0, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 0), (1, 0, 1, 0), (1, 1, 0, 1)]
daten = 2000 * d
shuffle(daten)

# Training
for ep in range(10):
    summeFehlerQuadrade = 0
    for i1, i2, t1, t2 in daten:
        eo1, eo2 = trainieren(i1, i2, t1, t2)
        summeFehlerQuadrade += eo1**2 + eo2**2
    mFehlerQuadrade = summeFehlerQuadrade / len(daten)
    print('Epoche:', ep, 'mittlere Fehlerquadratsumme:',
          mFehlerQuadrade)

# Testen
for i1, i2, t1, t2 in d:
    o1, o2 = vorhersagen(i1, i2)
    print('Eingabe:', i1, i2, 'Vorhersage: ',
          round(o1, 4), round(o2, 4),
          'Target:', t1, t2)
```

# Übung 6.2 XOR-Detektor (10 min)

1. Testen Sie das Starterprojekt xor.detektor.py.
2. Experimentieren Sie mit dem Programm. Ändern Sie das Programm ab, beobachten Sie die Auswirkung und versuchen Sie die Auswirkungen zu erklären:
  - Lernrate auf 0,1 setzen
  - W verkleinern, sodass die zufälligen Anfangswerte für die Gewichte aus einem kleineren Intervall kommen, z.B. (-0.2, +0.2).
  - Anfangswerte für die Gewichte auf 0 setzen ( $W=0$ ).
3. Ändern Sie die Trainingsdaten ab, sodass das Programm ODER erkennt.
4. Ändern Sie das Programm ab, dass es eine Lernkurve zeigt.
5. Überlegen Sie sich Ideen für weitere Aktivitäten mit dem Starterprojekt (Google Docs).



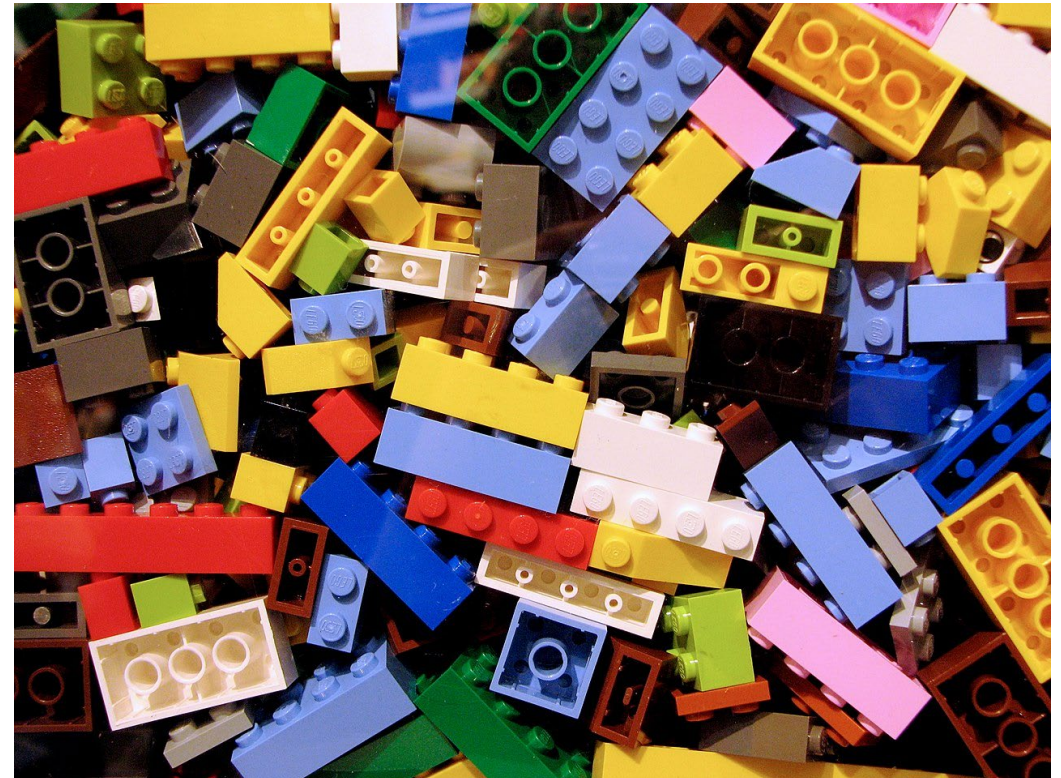
[https://docs.google.com/document/d/140INslEWA\\_AwUwtpVMCZqtH7\\_eOkU8rmvfrgWqE5M3E/edit?usp=sharing](https://docs.google.com/document/d/140INslEWA_AwUwtpVMCZqtH7_eOkU8rmvfrgWqE5M3E/edit?usp=sharing)

# Lösungen 6.2

1. Testen Sie das Starterprojekt xor.detektor.py.  
**Die Ausgabe sind keine ganzen Zahlen, sondern Kommazahlen nahe 0 und nahe 1.**
2. Experimentieren Sie mit dem Programm. Ändern Sie das Programm ab, beobachten Sie die Auswirkung und versuchen Sie die Auswirkungen zu erklären:
  - Lernrate auf 0,1 setzen  
**Lernen verlangsamt sich**
  - W verändern, sodass die zufälligen Anfangswerte für die Gewichte aus einem anderen Intervall kommen, z.B. (-0.2, +0.2).  
**Unterschiedliche Effekte**
  - Anfangswerte für die Gewichte auf 0 setzen (W=0).  
**Funktioniert nicht**
3. Ändern Sie die Trainingsdaten ab, so dass das Programm ODER erkennt.  
 **$d = [(0, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 0), (1, 0, 1, 0), (1, 1, 1, 0)]$**

# Give your brain a hand - Visualisieren mit Lego

- Alles ist richtig!
- Wenn Ihnen nichts einfällt, beginnen Sie einfach und bauen Sie irgendetwas!



# Übung 6.3 Visualisieren mit Lego

Dreier- oder Vierergruppe (ca. 10 min)

- Neuron
- Synapse
- Ausgabefehler (Unterschied zwischen tatsächlichem Wert und erwartetem Wert)
- Fehler an einem verborgenen Knoten
- Aktivierung eines Neurons
- Feuern eines Neurons
- Erregungspotenzial eines Neurons
- Eingabeknoten
- Ausgabeknoten
- Gewicht einer Verbindung
- Training
- Lernrate

## **Spielregeln:**

1. Jede Person wählt einen Begriff aus der Liste. Verraten Sie nicht, was Sie gewählt haben.
2. Bauen Sie eine Lego-Skulptur, die diesen Begriff in irgendeiner Form darstellt. (5 min)
3. Reihum stellt jede Person ihre Skulptur vor:
  1. Zuerst raten die anderen, was es ist.
  2. Dann wird die Skulptur erklärt.

# Rückblick

- Nur ein neuronales Netz mit einer **verborgenen Schicht** kann Punktmengen erkennen, die nicht linear separierbar sind (z.B. XOR).
- Als Aktivierungsfunktion verwendet man eine Sigmoid-Funktion. Sie liefert Werte zwischen 0 und 1. Sie ist glatt und überall differenzierbar.
- Beim **Gradientenverfahren** verwendet man als Fehlerfunktion die Summe der Fehlerquadrate. Der Funktionswert ist immer positiv und wird bei kleinen Fehlerwerten besonders klein.
- Beim **Training** eines neuronalen Netzes ändert man die Gewichte der Verbindungen zwischen den Knoten. Man ändert ein Gewicht so, dass der Fehler, soweit seine Änderung durch das Ändern des Gewichts beeinflusst wird, kleiner wird. Das ist die Grundidee des **Gradientenverfahrens**. Es ist vergleichbar mit einem Bergwanderer, der immer bergab geht, um ins Tal zu kommen.
- Direkt beobachten kann man nur die **Ausgabefehler** des neuronalen Netzes (Differenz zwischen erwartetem Wert  $t$  und berechnetem Wert  $o$ ).
- Durch **Error Backpropagation** (Fehlerrückführung) kann man auch den verborgenen Knoten Fehler zuordnen.



