

# Oberflächenspannung von Wasser

Aufgabennummer: B\_268

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Die Oberfläche von Wasser verhält sich ähnlich einer gespannten, elastischen Folie. Diese Oberflächenspannung von Wasser ist abhängig von dessen Temperatur und kann näherungsweise durch die folgende Funktion  $\sigma$  beschrieben werden:

$$\sigma(T) = 59,2 + 53,8 \cdot \ln\left(\frac{644 - T}{273,15}\right) \text{ mit } 273,15 \leq T \leq 370$$

$T$  ... Wassertemperatur in Kelvin (K)

$\sigma(T)$  ... Oberflächenspannung bei einer Wassertemperatur  $T$  in Mikronewton pro Meter ( $\mu\text{N/m}$ )

273,15 Kelvin entsprechen 0 Grad Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ).

Eine Temperaturveränderung um 1 Kelvin entspricht einer Veränderung um 1  $^{\circ}\text{C}$ .

- a)
- Berechnen Sie die Oberflächenspannung von Wasser bei 25  $^{\circ}\text{C}$ .
  - Erklären Sie mithilfe der Funktionsgleichung, warum die Oberflächenspannung mit steigender Wassertemperatur abnimmt.
  - Berechnen Sie die Funktionswerte der 1. Ableitung von  $\sigma$  für  $T = 274 \text{ K}$  und für  $T = 350 \text{ K}$ .
  - Vergleichen Sie die Ergebnisse der berechneten Werte im gegebenen Sachzusammenhang.

b) Ausgehend von  $\sigma(T) = 59,2 + 53,8 \cdot \ln\left(\frac{644 - T}{273,15}\right)$  wurden Umformungen durchgeführt.

– Kreuzen Sie diejenige Umformung an, die korrekt ist. [1 aus 5]

$e^{\sigma(T)} = e^{59,2} + 53,8 \cdot \left(\frac{644 - T}{273,15}\right)$	<input type="checkbox"/>
$\sigma(T) - 59,2 = 53,8 \cdot \frac{\ln(644 - T)}{\ln(273,15)}$	<input type="checkbox"/>
$273,15 \cdot e^{\frac{\sigma(T) - 59,2}{53,8}} = 644 - T$	<input type="checkbox"/>
$\frac{\sigma(T)}{53,8} = 59,2 + \ln(644 - T) - \ln(273,15)$	<input type="checkbox"/>
$\sigma(T) - 59,2 + \ln(273,15) = 53,8 \cdot \ln(644 - T)$	<input type="checkbox"/>

c) – Modellieren Sie die Funktion  $\sigma$  so, dass die Temperatur in Grad Celsius eingesetzt werden kann. Verwenden Sie in der veränderten Funktion für die Temperatur in °C die Bezeichnung  $T_C$  ( $0 \text{ K} = -273,15 \text{ °C}$ ,  $\Delta T = \Delta T_C$ ).

d) Die Oberflächenspannung in Abhängigkeit von der Temperatur kann vereinfacht auch durch eine lineare Funktion beschrieben werden.

Temperatur in K	275	285	295	305	315	325	335	345	355
Oberflächenspannung in $\mu\text{N/m}$	75,38	73,90	72,38	70,82	69,21	67,55	65,83	64,06	62,23

– Ermitteln Sie für diese Daten eine lineare Ausgleichsfunktion.

– Interpretieren Sie die Steigung dieser Ausgleichsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

a)  $\sigma(298,15) = 74,92\dots$

Die Oberflächenspannung beträgt bei 25 °C (298,15 K) ungefähr 71,9  $\mu\text{N/m}$ .

Steigt  $T$ , wird der Bruch  $\frac{644 - T}{273,15}$  kleiner, und damit sinkt auch  $53,8 \cdot \ln\left(\frac{644 - T}{273,15}\right)$ .  
Es wird also ein immer kleiner werdender Wert zu 59,2 addiert.

$$\sigma'(274) \approx -0,1454 \frac{\mu\text{N/m}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\sigma'(350) \approx -0,183 \frac{\mu\text{N/m}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Die Oberflächenspannung pro Kelvin sinkt bei 350 K stärker als bei 274 K.

b)

[...]	
[...]	
$273,15 \cdot e^{\frac{\sigma(T) - 59,2}{53,8}} = 644 - T$	<input checked="" type="checkbox"/>
[...]	
[...]	

c)  $\sigma(T_c) = 59,2 + 53,8 \cdot \ln\left(\frac{644 - (273,15 + T_c)}{273,15}\right)$

d) Ermittlung durch lineare Regression:  $\sigma(T) = -0,16\dots \cdot T + 120,74\dots$

Bedeutung der Steigung: Nimmt die Temperatur um 1 K zu, nimmt die Oberflächenspannung um rund 0,16  $\mu\text{N/m}$  ab.

# Klassifikation

☐ Teil A☒ Teil B

## Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge
- d) 5 Stochastik

## Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) —
- c) 2 Algebra und Geometrie
- d) 3 Funktionale Zusammenhänge

## Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) A Modellieren und Transferieren
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

## Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz, C Interpretieren und Dokumentieren
- b) —
- c) —
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

## Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel
- d) mittel

## Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 1
- c) 1
- d) 2

**Thema:** Sonstiges

**Quellen:** —