

Füllstandmessung*

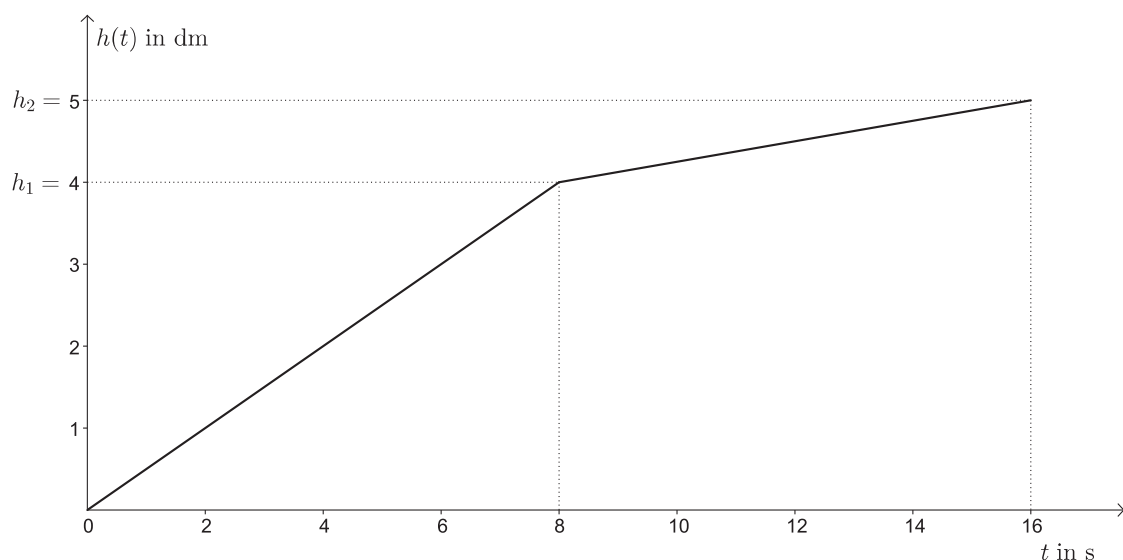
Aufgabennummer: B_258

Technologieeinsatz:

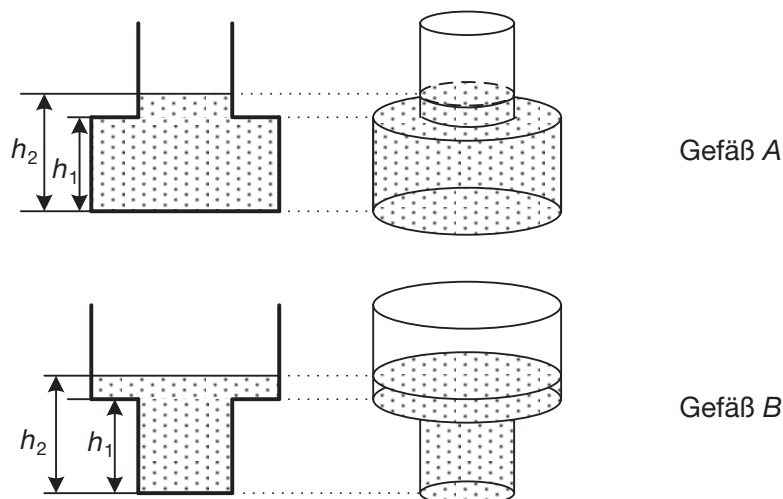
möglich ☒

erforderlich ☐

Ein Wasserauffanggefäß hat die Form zweier übereinandergestellter gleich hoher Zylinder. Es wird durch einen konstanten Zufluss von 1 Liter pro Sekunde befüllt. Der nachstehende Graph der Funktion h beschreibt die Füllhöhe des Gefäßes in Abhängigkeit von der Zeit.



Es stehen 2 Gefäße entsprechend der folgenden Abbildung zur Auswahl (Gefäß B entspricht dem „umgedrehten“ Gefäß A):



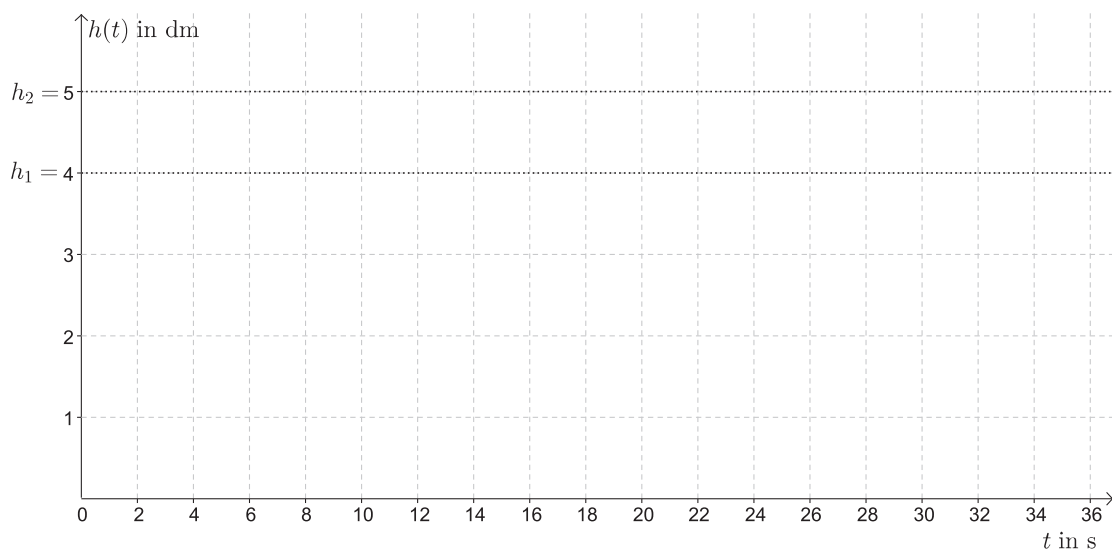
* ehemalige Klausuraufgabe

- a) Der oben stehende Graph gibt die Füllhöhe h eines der beiden Gefäße richtig wieder.
- Begründen Sie, warum das Gefäß B zum angegebenen Graphen passt.
- b) Das Gefäß A wird mit demselben konstanten Zufluss bis zu einer Höhe von 5 dm befüllt.
Die Funktion h beschreibt die Füllhöhe des Gefäßes in Abhängigkeit von der Zeit.

t ... Zeit in Sekunden (s)

$h(t)$... Füllhöhe zur Zeit t in Dezimetern (dm)

- Zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion in das unten stehende Koordinatensystem ein.



- c) Bei der Befüllung mit einem konstanten Zufluss von 1 Liter pro Sekunde wird der untere Zylinder des Gefäßes B innerhalb von 8 Sekunden bis zur Höhe $h_1 = 4$ dm befüllt.

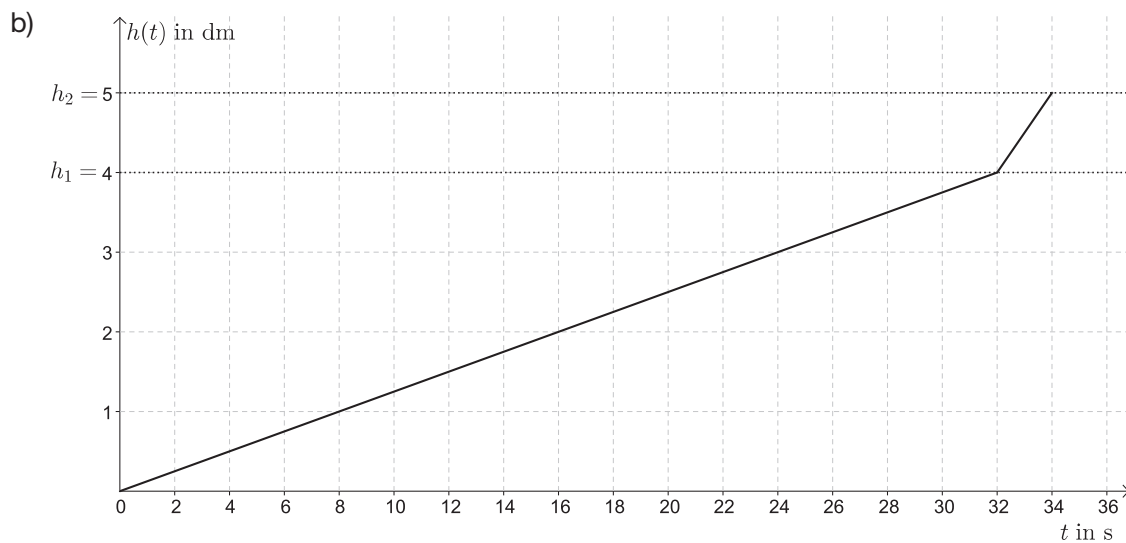
- Berechnen Sie den Radius dieses Zylinders.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Im Intervall $[0; 8]$ steigt der Füllstand schneller als im Intervall $[8; 16]$. Bei einer kleinen Querschnittsfläche steigt der Füllstand schneller. Folglich wird bei dem dargestellten Füllprozess zuerst der Zylinder mit der kleineren Querschnittsfläche befüllt, also Gefäß B .



- c) Bei einem konstanten Zufluss von 1 Liter pro Sekunde sind nach 8 Sekunden insgesamt 8 Liter zugeflossen.

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$8 = r^2 \cdot \pi \cdot 4$$

$$r = \sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0,79... \Rightarrow r \approx 0,8 \text{ dm}$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × D: für die richtige Begründung, warum das Gefäß B zum angegebenen Graphen passt
 b) 1 × A1: für das richtige Einzeichnen des Graphen für den ersten Abschnitt (bis 32 s)
 1 × A2: für das richtige Einzeichnen des Graphen für den zweiten Abschnitt (ab 32 s)
 c) 1 × A: für den richtigen Ansatz (Volumen als Produkt von Zeit und Zufluss)
 1 × B: für die richtige Berechnung des Radius