

Düngersäcke (2)

Aufgabennummer: B_018

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Mehrere Maschinen füllen Säcke mit Dünger ab. Als Füllmenge sind laut Aufdruck 25 kg vorgesehen.

- a) Langfristige Überprüfungen einer bestimmten Maschine haben ergeben, dass die tatsächliche Füllmenge der Säcke mit dem Erwartungswert $\mu = 24,8$ kg und der Standardabweichung $\sigma = 0,2$ kg normalverteilt ist.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Sack eine geringere Füllmenge als vorgesehen aufweist.
 - Beschreiben Sie, wie man den Prozentsatz dieser Wahrscheinlichkeit anhand einer Skizze ohne genaue Berechnung abschätzen kann.
- b) In der nachstehenden Abbildung sind 2 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen zu sehen.

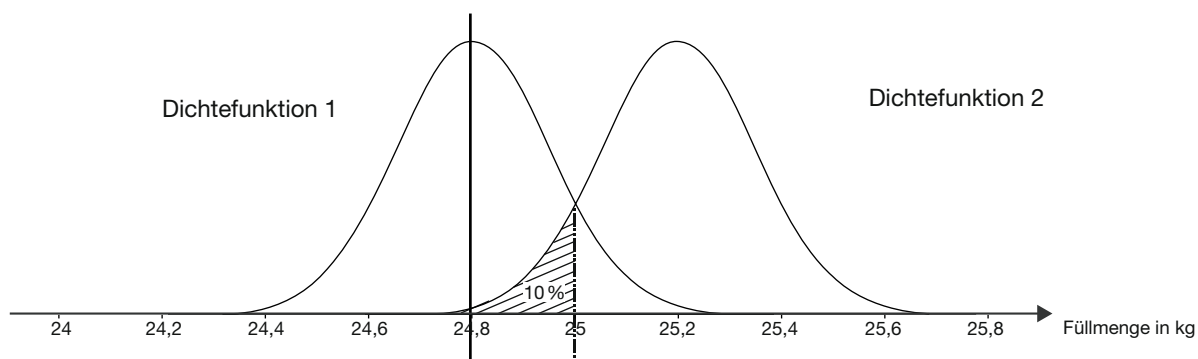


Abbildung 1

Dichtefunktion 1 hat einen Erwartungswert $\mu = 24,8$ kg und eine Standardabweichung $\sigma = 0,2$ kg. Die Dichtefunktion 2 wurde im Vergleich zur Dichtefunktion 1 verändert.

- Beschreiben Sie, welcher Parameter verändert wurde und woran das zu sehen ist.
- Beschreiben Sie, woran zu sehen ist, dass der andere Parameter nicht verändert wurde.
- Berechnen Sie den geänderten Parameter mithilfe des gleichgebliebenen Parameters und des in der Dichtefunktion 2 eingezeichneten Bereichs.

- c) Bei einer bestimmten Abfüllmaschine erhält man durch Beobachtung folgende Daten:
Die Füllmenge ist normalverteilt.
20 % der Füllmengen sind kleiner als 24 kg.
90 % der Füllmengen sind kleiner als 26 kg.
- Berechnen Sie den Erwartungswert μ .
 - Berechnen Sie die Standardabweichung σ .

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

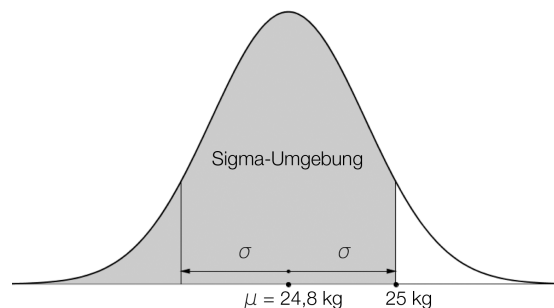
Möglicher Lösungsweg

a) $z = \frac{25 - 24,8}{0,2} = 1$

Aus $z = 1$ folgt laut Tabelle (oder Technologie) eine Wahrscheinlichkeit von ungefähr 84,13 %.

Die Differenz zwischen der Soll-Füllmenge und dem Erwartungswert entspricht genau der Standardabweichung.

Der Bereich für $x < 25$ kg besteht daher aus der Sigma-Umgebung ($\mu - \sigma$ bis $\mu + \sigma$), das sind ca. 68 %, und der Hälfte des außerhalb der Sigma-Umgebung liegenden Bereiches, das sind ca. 16 %. Gesamt sind es daher ca. 84 %.



- b) – Der Erwartungswert μ ist größer geworden, weil die zweite Kurve den Hochpunkt weiter rechts hat. (Die ganze Kurve ist nach rechts verschoben.)
 – Die Standardabweichung σ ist gleich geblieben, weil die Kurve außer der Verschiebung nach rechts gleich geblieben ist.

(Die Höhe des neuen Erwartungswertes lässt sich mithilfe der gleich gebliebenen Standardabweichung und der Information, dass 10 % der Säcke leichter als 25 kg sind, berechnen.)

Zu einer Wahrscheinlichkeit von 10 % gehört (Liste oder Technologie) ein z-Wert von ungefähr $-1,28 \Rightarrow z \approx -1,28 = \frac{25 - \mu}{0,2} \Rightarrow \mu \approx 25,256 \text{ kg}$.

- c) Aus $P(X \leq 24) = 20 \%$ folgt $z \approx -0,8416$ und aus $P(X \leq 26) = 90 \%$ folgt $z \approx 1,2816$.

$$-0,8416 = \frac{24 - \mu}{\sigma} \quad 1,2816 = \frac{26 - \mu}{\sigma}$$

$$\sigma = \frac{24 - \mu}{-0,8416} \quad \sigma = \frac{26 - \mu}{1,2816}$$

$$\frac{24 - \mu}{-0,8416} = \frac{26 - \mu}{1,2816}$$

$$30,7548 - 1,2816\mu = -21,8816 + 0,8416\mu$$

$$\mu \approx 24,79 \text{ kg} \Rightarrow \sigma \approx 0,94 \text{ kg}$$

(Andere korrekte Formen der Berechnung, z. B. mit Technologieeinsatz, sind ebenso zu akzeptieren.)

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 5 Stochastik
- b) 5 Stochastik
- c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz, D Argumentieren und Kommunizieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 3
- c) 2

Thema: Wirtschaft

Quellen: —