Differentialrechnung – Übung und Festigung

Berechne den Differentialquotient (1. Ableitung) folgender Funktionen. Überlege die Gültigkeitsbereiche.

1. Berechne $f'(x)$ mittels Kettenregel

   a) $f(x) = (x^2 - 2x + 1)^2$ b) $f(x) = (5 - 4x^2)^3$ c) $f(x) = (3x^2 - 4x)^3$ d) $f(x) = \sqrt[4]{x^4 - 16}$

   e) $f(x) = \sqrt{x^3} - \sqrt[3]{2x}$ f) $f(x) = 3 \cdot \sqrt[3]{\ln x}$ g) $f(x) = \frac{2}{3} \cdot \cos^3(2x)$ h) $f(x) = \frac{3}{4} \cdot e^{-4x}$

2. Berechne $f'(x)$ mit und ohne Produktregel (soweit möglich) bzw. mit der Quotientenregel

   a) $f(x) = (3x - 2) \cdot \sqrt{(3x - 2)}$ b) $f(x) = \sqrt{1 - x^2} \cdot \sqrt[3]{1 - x^2}$ c) $f(x) = {}^1/_3 \cdot x^2 \cdot \sin^3(3x)$

   d) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{4x} \cdot \sqrt{1 - x^2}$ e) $f(x) = \cos^2(x) \cdot \frac{2}{\sin(x)}$

3. Berechne $f'(x)$

   $f(x) = \frac{\sqrt{2x + 1}}{1 - 2x}$ $f(x) = \frac{5x^2}{\sqrt{4x - 1}}$ $f(x) = \sqrt{\frac{4x^2 - 5}{x^2 + 3x}}$

4. Gegeben ist folgende Funktion 3.Ordnung:

   $f(x) = 2/9 \cdot x^3 - 3x + 6$

   Berechne die Nullstelle in der Nähe des Punktes $x_1 = -4$ mittels dreimaliger Newton-Näherung. Runde nach jedem Schritt auf 4 Dezimalstellen. Wie genau stimmt die erhaltene Nullstelle wahrscheinlich?