

# Kalymnos

Aufgabennummer: B\_006

Technologieeinsatz:

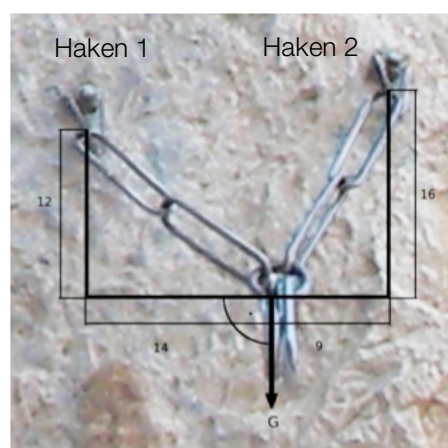
möglich ☒

erforderlich ☐

Kletterer werden mit Bohrhaken gesichert, die im Fels verankert sind. In gewissen Abständen wird ein Standplatz eingerichtet, bei dem 2 Bohrhaken mit Ketten und einem Ring verbunden werden.

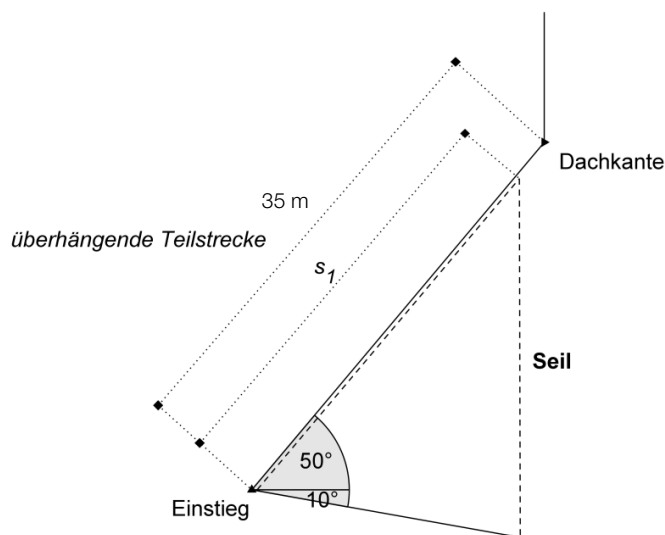
- a) Auf den Ring in der nebenstehenden Abbildung wirkt durch einen Kletterer eine Gewichtskraft von  $G = 840 \text{ N}$ . Auf den Haken 1 wirkt die Kraft  $F_1$  und auf den Haken 2 die Kraft  $F_2$ .

- Erstellen Sie unter Berücksichtigung der Abbildung eine geeignete Skizze für die auftretenden Kräfte.
- Berechnen Sie die Beträge der auf die Haken wirkenden Kräfte in Newton (N). Entnehmen Sie die Maße der Abbildung (Maße in cm).



- b) Ein Kletterer möchte einen neuen Standplatz so einrichten, dass beide Haken gleich belastet werden.
- Erstellen Sie eine geeignete Skizze.
  - Stellen Sie eine Funktion  $F$  auf, die die auf die Haken wirkende Kraft in Abhängigkeit vom Winkel  $\alpha$  zwischen den beiden Ketten angibt, wenn man von einer konstanten Gesamtlast  $G$  ausgeht.
  - Erklären Sie, welcher Winkel  $\alpha$  die auf die Haken wirkende Kraft minimiert.

- c) Die Seitenansicht der Route „Priapos“ im Sektor „Grande Grotte“ auf Kalymnos wird durch die nebenstehende Abbildung annähernd angegeben. Kletterer beginnen am Einstieg und steigen die überhängende Teilstrecke bis zur Dachkante. Sie möchten die Route mit einem 60 m langen Kletterseil begehen. Aufgrund der langen Kletterstrecke und des abschüssigen Geländes ist das Ablassen zum Boden nicht von jeder Stelle der Route aus möglich.



- Berechnen Sie die größtmögliche Kletterstrecke  $s_1$ , die ein Kletterer vom Einstieg entlang der Wand zurücklegen kann, um sich gerade noch zum Boden abseilen zu können.
- d) Bei einem Sturz wirken auf den Ring der Kette (gemeinsamer Angriffspunkt der Kräfte  $F_1$ ,  $F_2$  und  $G$ ) eines Standplatzes die Kräfte  $F_1 = 4\,000\text{ N}$ ,  $F_2 = 4\,500\text{ N}$  und  $G = 8\,000\text{ N}$ . Diese Kräfte befinden sich im Gleichgewicht.
  - Erstellen Sie eine maßstabgetreue Skizze.
  - Stellen Sie eine Formel für den Winkel zwischen den Kräften  $F_1$  und  $F_2$  auf.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

a)  $G = 840 \text{ N}$

$$\tan(\alpha) = \frac{12}{14}$$

$$\alpha \approx 40,6^\circ$$

$$\tan(\beta) = \frac{16}{9}$$

$$\beta \approx 60,64^\circ$$

$$\frac{G}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{F_1}{\sin(\gamma)}$$

$$F_1 \approx 420 \text{ N}$$

$$\gamma = 90 - \beta$$

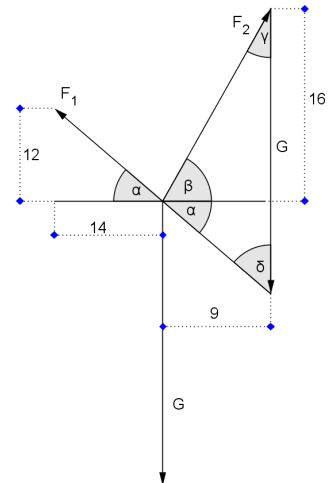
$$\gamma \approx 29,36^\circ$$

$$\delta = 180 - (\alpha + \beta + \gamma)$$

$$\delta \approx 49,4^\circ$$

$$\frac{G}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{F_2}{\sin(\delta)}$$

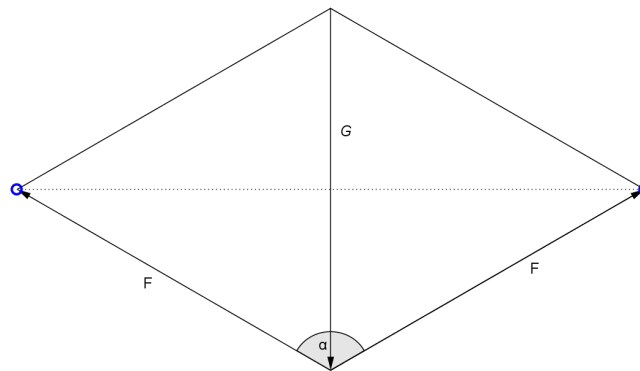
$$F_2 \approx 650 \text{ N}$$



Auf den Haken 1 wirkt die Kraft  $F_1 = 420 \text{ N}$  und auf den Haken 2 die Kraft  $F_2 = 650 \text{ N}$ .

Ein Kräfteparallelogramm als Skizze ist auch als richtig zu werten.

b) Skizze:



Es gilt:

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{G}{2F}$$

Funktion  $F$  mit:

$$F(\alpha) = \frac{\frac{G}{2}}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

Der Winkel  $\alpha$  liegt im Intervall  $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$ ;

die Funktionswerte von  $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$  liegen im Intervall

$$0 < \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \leq 1.$$

Die Funktion  $y(\alpha) = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$  hat

bei  $\alpha = 0^\circ$  den Funktionswert 1,

bei  $\alpha = 90^\circ$  den Funktionswert 0,707... und

bei  $\alpha = 145^\circ$  den Funktionswert 0,300... usw.

Die minimale Kraft auf die Haken ergibt sich somit

$$\text{bei } \alpha = 0^\circ: F(0) = \frac{G}{2}.$$

Auch andere, gleichwertige Argumentationen sind zulässig.

- c) Der Kletterer befindet sich unter der Dachkante in der überhängenden Teilstrecke:

$$\alpha = 50^\circ$$

$$\beta = 10^\circ$$

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{s_1} \Rightarrow h = \sin(\alpha) \cdot s_1$$

$$\cos(\alpha) = \frac{x}{s_1} \Rightarrow x = \cos(\alpha) \cdot s_1$$

$$\tan(\beta) = \frac{h_1}{x} \Rightarrow$$

$$h_1 = \tan(\beta) \cdot x = \tan(\beta) \cdot \cos(\alpha) \cdot s_1$$

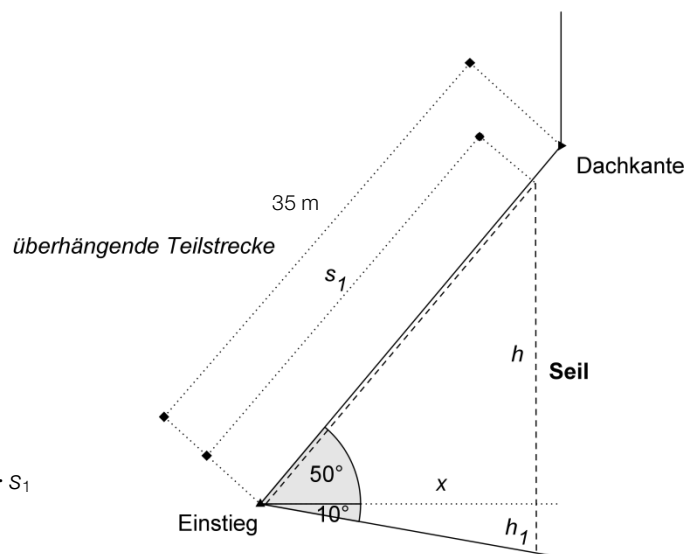
$$60 = s_1 + h + h_1$$

$$60 = s_1 + \sin(\alpha) \cdot s_1 + \tan(\beta) \cdot \cos(\alpha) \cdot s_1$$

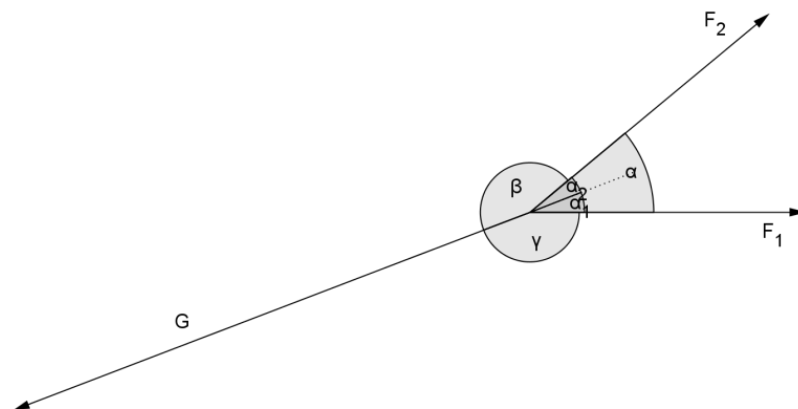
$$60 = s_1 \cdot (1 + \sin(\alpha) + \tan(\beta) \cdot \cos(\alpha))$$

$$s_1 = \frac{60}{1 + \sin(\alpha) + \tan(\beta) \cdot \cos(\alpha)}$$

$$s_1 \approx 32 \text{ m}$$



- d) Skizze:



$$\alpha_2 = \arccos\left(\frac{F_1^2 - F_2^2 - G^2}{-2 \cdot F_2 \cdot G}\right)$$

$$\alpha_1 = \arccos\left(\frac{F_2^2 - F_1^2 - G^2}{-2 \cdot F_1 \cdot G}\right)$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

## Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 2 Algebra und Geometrie
- d) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) A Modellieren und Transferieren
- d) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) schwer
- c) schwer
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 3
- c) 3
- d) 3

Thema: Sport

Quelle: Rock Climbing Guidebook Kalymnos