

Informelle Kompetenzmessung  
zur standardisierten kompetenzorientierten  
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung

BHS

Februar 2016

# Angewandte Mathematik

Teil A + Teil B (Cluster 5)

Korrekturheft

# Aufgabe 1

## Vergnügungspark

### Möglicher Lösungsweg

a)  $4,1 = 9 - x^2$   
 $x^2 = 4,9$   
 $x = \pm 2,213...$

Der Festwagen darf rund 4,42 m breit sein.

$$\int_{-3}^3 (9 - x^2) dx = 36$$

Der Flächeninhalt der benötigten Folie beträgt 36 m<sup>2</sup>.

- b) Diese Polynomfunktion hat im dargestellten Intervall 2 lokale Extremstellen. Somit muss die 1. Ableitung dieser Funktion 2 Nullstellen haben, also mindestens eine Polynomfunktion 2. Grades sein. Somit muss die gegebene Polynomfunktion mindestens Grad 3 haben.

oder:

Eine Gerade parallel zur x-Achse hat 3 Schnittpunkte mit dem Graphen der Funktion. Somit muss die gegebene Polynomfunktion mindestens Grad 3 haben.

oder:

Der Graph ist keine Gerade und keine Parabel. Somit muss die gegebene Polynomfunktion mindestens Grad 3 haben.

c) rechtwinkeliges Dreieck FPS:  $\tan(\beta) = \frac{\overline{SP}}{a} \Rightarrow \overline{SP} = a \cdot \tan(\beta)$

rechtwinkeliges Dreieck FQS:  $\tan(\alpha) = \frac{\overline{SQ}}{a} \Rightarrow \overline{SQ} = a \cdot \tan(\alpha)$

$$h = \overline{SP} - \overline{SQ}$$

$$h = a \cdot \tan(\beta) - a \cdot \tan(\alpha) = a \cdot (\tan(\beta) - \tan(\alpha))$$

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Breite *b*  
1 × B2: für die richtige Berechnung des Flächeninhalts  
b) 1 × D: für eine richtige Erklärung  
c) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel

## Aufgabe 2

### Luftdruck – Höhenformel

#### Möglicher Lösungsweg

a)  $p(0) = p_0 \cdot e^{-\frac{0}{7991}} = p_0 \cdot 1 = p_0$

$$\frac{p_0}{2} = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{7991}}$$

$$h = 7991 \cdot \ln(2) = 5538,9\dots$$

Bei einer Seehöhe von rund 5539 m beträgt der Luftdruck genau die Hälfte von  $p_0$ .

b)  $f(h) = 1013 - \frac{1}{10} \cdot h$

c) Modellierung durch eine lineare Funktion  $g$  mit  $g(x) = a \cdot x + b$ :

$$1040 = a \cdot 990 + b$$

$$930 = a \cdot 1980 + b$$

$$g(x) = -\frac{1}{9} \cdot x + 1150$$

$$g(1300) = \frac{9050}{9} \approx 1006$$

Der Luftdruck in einer Höhe von 1300 m über dem Meeresspiegel beträgt rund 1006 hPa.

#### Lösungsschlüssel

- a) 1 × D: für einen richtigen Nachweis  
1 × A: für den richtigen Lösungsansatz zur Berechnung  
1 × B: für die richtige Berechnung der Seehöhe
- b) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Funktion
- c) 1 × A: für einen richtigen Ansatz (z. B. mithilfe einer linearen Funktion bzw. ähnlicher Dreiecke)  
1 × B: für die richtige Bestimmung des Luftdrucks

# Aufgabe 3

## Produktion von Rucksäcken

### Möglicher Lösungsweg

- a) Es wird die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis berechnet, dass ein zufällig kontrollierter Rucksack Nahtfehler, aber keine der beiden anderen Fehlerarten aufweist.
- b)  $P(\text{„mindestens 1 Fehler“}) = 1 - P(\text{„kein Fehler“}) = 1 - 0,98 \cdot 0,97 \cdot 0,99 = 0,0589... \approx 5,9 \%$

Bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Rucksack mindestens 1 dieser 3 Fehler aufweist, muss bei der Verwendung der Gegenwahrscheinlichkeit nur 1 Ereignis, nämlich das Ereignis, dass kein Fehler auftritt, betrachtet werden. Bei einer direkten Berechnung müssten die Wahrscheinlichkeiten für eine Vielzahl von Ereignissen berechnet und addiert werden.

- c) Berechnung mittels Binomialverteilung:  $n = 100$  und  $p = 0,03$   
 $P(X < 3) = 0,41977... \approx 41,98 \%$

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für die richtige Angabe des Ereignisses (es muss auch klar erkennbar sein, dass die beiden anderen Fehlerarten nicht auftreten)
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit  
1 × D: für die richtige Erklärung zur Gegenwahrscheinlichkeit
- c) 1 × A: für das Erkennen des richtigen Wahrscheinlichkeitsmodells (Binomialverteilung)  
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

# Aufgabe 4

## Tennis

### Möglicher Lösungsweg

- a) Aufschlaggeschwindigkeit, die von 25 % der Teilnehmer nicht übertroffen wurde: 120 km/h

Quartilsabstand: 30 km/h

- b) ähnliche Dreiecke:

$$\frac{2,3}{6,4 + 6,4 + 5,5} = \frac{h}{6,4}$$

$$h = 0,80... \text{ m} \approx 0,8 \text{ m}$$

Der Ball ist beim Netz in einer Höhe von rund 0,8 m.  
Somit geht der Ball ins Netz.

- c)  $f'(0) = \frac{2}{5}$

$$\arctan\left(\frac{2}{5}\right) = 21,801...^\circ \approx 21,80^\circ$$

Der Ball befindet sich im Abschlagpunkt in einer Höhe von  $\frac{21}{50}$  Metern.

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × C1: für das richtige Ablesen der Aufschlaggeschwindigkeit  
1 × C2: für das richtige Ablesen des Quartilsabstands  
b) 1 × D: für die richtige Überprüfung  
c) 1 × B: für die richtige Berechnung des Steigungswinkels  
1 × C: für die richtige Interpretation der Zahl  $\frac{21}{50}$

# Aufgabe 5

## Leistung einer Solaranlage

### Möglicher Lösungsweg

a)  $P'(6) = 0$

$$0 = \frac{7}{162} \cdot 6^3 - \frac{7}{9} \cdot 6^2 + 2 \cdot a \cdot 6$$

$$a = \frac{14}{9}$$

b)  $\int_0^{12} (0,007 \cdot t^4 - 0,165 \cdot t^3 + 0,972 \cdot t^2 + 1,221) dt = 67,5288$

Die Solaranlage liefert an diesem Tag rund 67,53 kWh Energie.

c) An der Wendestelle  $x_0$  einer Funktion  $f$  gilt stets:  $f''(x_0) = 0$ .

Die 2. Ableitung einer Polynomfunktion 3. Grades ist eine lineare Funktion, die genau 1 Nullstelle mit Vorzeichenwechsel hat. Daher hat die Polynomfunktion 3. Grades genau 1 Wendestelle.

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für den richtigen Ansatz zur Berechnung des Koeffizienten  $a$   
1 × B: für die richtige Berechnung des Koeffizienten  $a$
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung des Integrals
- c) 1 × D: für eine richtige Begründung

## Aufgabe 6 (Teil B)

### Riesenräder

#### Möglicher Lösungsweg

- a) Durchmesser:  $d = 121 \text{ m}$

Aus der Periodendauer  $T = 30 \text{ min}$  ergibt sich:

$$\omega = \frac{2\pi}{30} \text{ min}^{-1} \approx 0,21 \text{ min}^{-1}$$

Verschiebung nach oben:  $c = 74,5 \text{ m}$

- b)  $60 = 30,48 \cdot \sin(0,02464 \cdot t) + 34,27$

$$t_1 = 40,78 \dots \text{ s} \approx 41 \text{ s}$$

$$t_2 = 86,71 \dots \text{ s} \approx 87 \text{ s}$$

$$t_2 - t_1 \approx 46 \text{ s}$$

Die Gondel erreicht nach etwa 41 Sekunden erstmals 60 Meter und befindet sich rund 46 Sekunden lang in einer Höhe von mindestens 60 Metern.

- c) Mit  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  erhält man für die Zeitdauer einer Umdrehung:  $T = 120 \text{ s}$ .

Umfang des Kreises:  $u = 30\pi \text{ m}$

$$v = \frac{30\pi}{120} \text{ m/s} \approx 0,785 \text{ m/s} \approx 2,827 \text{ km/h}$$

Da es 12 gleichmäßig verteilte Gondeln gibt, beträgt der Winkel zwischen je 2 benachbarten Gondeln  $30^\circ$ .  $\varphi$  wird gegen den Uhrzeigersinn von der „rechten horizontalen Lage“ aus gemessen. Der Winkel beträgt daher  $-30^\circ$  bzw.  $330^\circ$ , im Bogenmaß also  $-\frac{\pi}{6}$  bzw.  $\frac{11\pi}{6}$ .

#### Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen des Durchmessers  
1 × B1: für die richtige Ermittlung der Winkelgeschwindigkeit  
1 × B2: für die richtige Ermittlung des Parameters  $c$
- b) 1 × B1: für die richtige Ermittlung des Zeitpunkts  
1 × B2: für die richtige Bestimmung der Zeitdauer
- c) 1 × A: für eine richtige Modellbildung zur Berechnung der Geschwindigkeit  
1 × B: für die richtige Berechnung der Geschwindigkeit in km/h  
1 × C: für die richtige Dokumentation zur Ermittlung des Parameters  $\varphi$   
(auch eine Beschreibung mit einem Winkel in Grad ist als richtig zu werten)

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Länge eines Werkstücks

#### Möglicher Lösungsweg

- a) Die Parameter sind:  $\mu_{\bar{x}} = 72,3 \text{ mm}$  und  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{0,5}{\sqrt{7}} \text{ mm}$ .

Zweiseitigen 95-%-Zufallsstrebereich mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$\mu \pm u_{0,975} \cdot \sigma_{\bar{x}}$$

$$u_{0,975} = 1,959 \dots$$

Daraus ergibt sich folgender Zufallsstrebereich in mm:  $[71,9; 72,7]$ .

Eine Halbierung der Breite erfordert die Vervierfachung des Stichprobenumfangs.

Die Standardabweichung der Stichprobe ist umso kleiner, je größer der Stichprobenumfang  $n$  ist. Daher ist der Graph der Dichtefunktion für  $n = 7$  schmaler als für  $n = 5$ . Da der gesamte Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion immer 1 beträgt, muss das Maximum für  $n = 7$  größer sein als für  $n = 5$ .

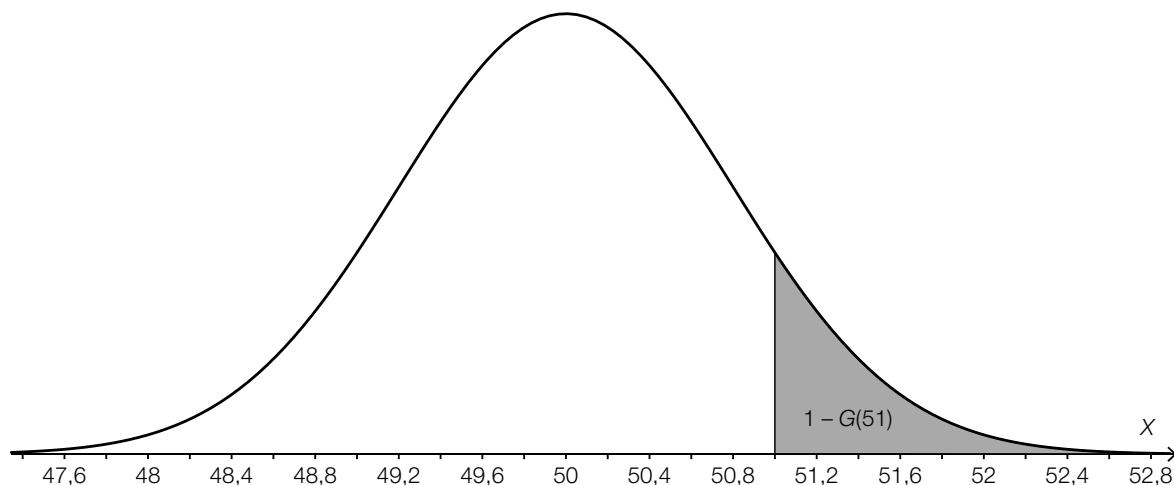
- b)  $P(\text{„Werkstück wird aussortiert“}) = 1 - P(71,4 \leq X \leq 73,2) = 0,0718 \dots \approx 7,2 \%$

$$\sigma = \frac{x_{\text{ob}} - \mu}{u_{0,99}} = \frac{73,2 - 72,3}{2,326 \dots} = 0,38 \dots \approx 0,4$$

Damit der Ausschussanteil 2 % beträgt, müsste die Standardabweichung rund 0,4 mm sein.

- c) Der gesamte Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion beträgt 1. Der Graph der Dichtefunktion ist symmetrisch bezüglich des Erwartungswerts  $\mu$ .

$$\text{Daher gilt: } G(\mu) = \int_{-\infty}^{\mu} g(x) dx = 0,5.$$



$$\sigma = 0,8 \text{ mm}$$

Toleranzbereich:  $[0,6; 1,0]$



## Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für die richtige Angabe der Parameter  
1 × B: für die richtige Berechnung des Zufallsstreuereichs  
1 × C: für eine richtige Beschreibung  
1 × D: für eine richtige Begründung
- b) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit  
1 × B2: für die richtige Berechnung der Standardabweichung
- c) 1 × D: für eine richtige Begründung  
1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit als Fläche  
1 × C: für das richtige Ablesen der Standardabweichung im Toleranzbereich  $[0,6; 1,0]$

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Wassergefäße

#### Möglicher Lösungsweg

- a) Da der Punkt  $(0|0)$  auf dem Funktionsgraphen liegt, ist  $c = 0$ . Da der Graph symmetrisch bezüglich der  $y$ -Achse ist, muss  $b = 0$  sein.

$$a \cdot 25^4 = 60 \Rightarrow a = \frac{12}{78125} = 0,0001536$$

- b) Höhe des Gefäßes:  $H = 0,0001421 \cdot 30^4 = 115,101$

$$V = \int_0^H \pi \cdot x^2 dy = \int_0^H \pi \cdot \sqrt[2]{\frac{y}{0,0001421}} dy = 216960, \dots$$

$$V \approx 216960 \text{ cm}^3 \approx 217 \text{ Liter}$$

#### Lösungsschlüssel

- a) 1 × D1: für die richtige Begründung, warum  $c = 0$  ist  
1 × D2: für die richtige Begründung, warum  $b = 0$  ist  
1 × B: für die richtige Berechnung des Koeffizienten  $a$
- b) 1 × A1: für den richtigen Ansatz zur Berechnung des Volumens  
1 × A2: für das richtige Angeben der Integralgrenzen  
1 × B: für die richtige Berechnung des Volumens in Litern