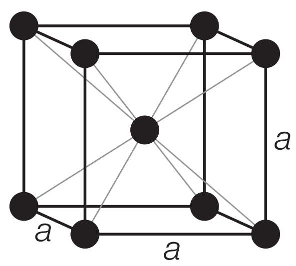
Wolfram

Aufgabennummer: B_104

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Wolfram ist ein wegen seines hohen Schmelzpunktes und seiner technisch interessanten Verbindungen zu einem unverzichtbaren Teil unseres Alltags geworden.

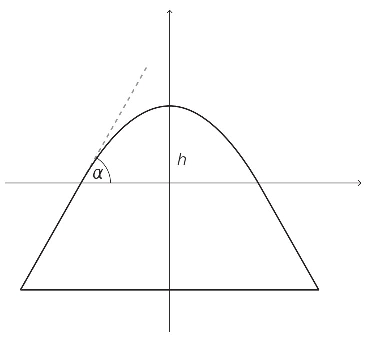
a) Das Metall Wolfram kristallisiert in einem kubisch raumzentrierten Kristallgitter. Die Atommasse beträgt 183,85 Units (u). Der Atomradius r beträgt 137 Pikometer (pm = 10^{-12} m).
Hinweis: Beachten Sie, dass die Atome an den Ecken der Elementarzelle nicht voll zu dieser Elementarzelle zählen.



– Berechnen Sie die Kantenlänge a der abgebildeten Elementarzelle. Gehen Sie davon aus, dass die Atome – anders als im abgebildeten Modell – einander entlang der Diagonale berühren.

– Berechnen Sie die Dichte von Wolfram in g/cm³ auf 2 Kommastellen genau (1 u … $1{,}661 \cdot 10^{-27}$ kg).

b) Bei einem Stanzwerkzeug besteht der vordere Teil, ein abgerundeter Kegelstumpf, aus Wolframcarbid (siehe nachstehende Skizze).



– Erstellen Sie anhand des Steigungswinkels α und der Höhe h des Drehparaboloids eine Funktionsgleichung für die erzeugende quadratische Parabel des Drehparaboloids. Legen Sie den Koordinatenursprung so wie in der Skizze abgebildet.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Die Raumdiagonale d des Würfels entspricht $4r$ und es gilt:

$$d = a \cdot \sqrt{3}$$
$$a = \frac{4r}{\sqrt{3}} = \frac{548 \cdot 10^{-12}}{\sqrt{3}}\ \text{m}$$

In einer Elementarzelle befinden sich umgerechnet 2 Wolframatome $(1 + 8 \cdot \frac{1}{8})$.
Die Masse m_E einer Elementarzelle beträgt $m_E = 367{,}68\ \text{u} = 6{,}107 \cdot 10^{-25}\ \text{kg} = 6{,}107 \cdot 10^{-22}\ \text{g}$.
Das Volumen V_E einer Elementarzelle in Kubikzentimetern beträgt:

$V_E = \left(\frac{548 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{3}}\ \text{cm}\right)^3 \approx 3{,}167 \cdot 10^{-23}\ \text{cm}^3$

Dichte $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_E}{V_E} \approx 19{,}28\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

b) Die allgemeine Gleichung für eine nach unten offene Parabel durch den Ursprung lautet $f(x) = -a \cdot x^2 + h$ für $a > 0$.

Die Nullstellen von f ergeben sich aus $-a \cdot x^2 + h = 0$ mit $x_1 = \sqrt{\frac{h}{a}}$ und $x_2 = -\sqrt{\frac{h}{a}}$.

Für die Steigung an der Stelle x_2 gilt: $f'(x_2) = \tan(\alpha)$.

$$f'(x) = -2ax$$
$$f'\left(-\sqrt{\frac{h}{a}}\right) = 2a\sqrt{\frac{h}{a}} = \tan(\alpha) \leftrightarrow 4ah = \tan^2(\alpha) \leftrightarrow a = \frac{\tan^2(\alpha)}{4h}$$
$$f(x) = -\frac{\tan^2(\alpha)}{4h} \cdot x^2 + h$$

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 1 Zahlen und Maße
b) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

a) –
b) 4 Analysis

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

a) A Modellieren und Transferieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

a) mittel
b) schwer

Punkteanzahl:

a) 3
b) 4

Thema: Chemie

Quellen: –