

Drehteile (2)

Aufgabennummer: B-C3_11

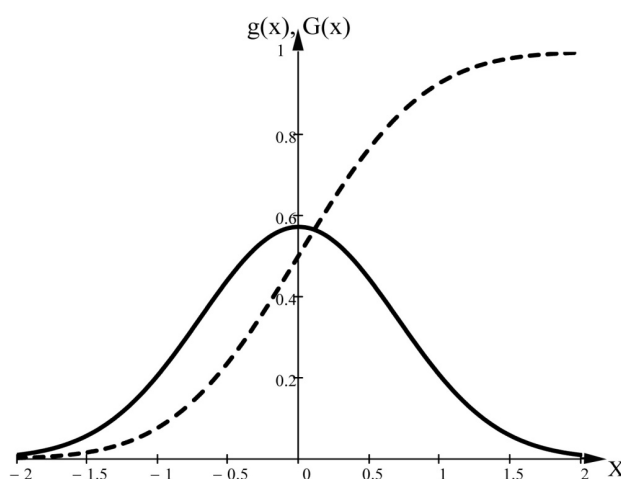
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Auf einer Drehmaschine werden Stahlzylinder gefertigt. Die Durchmesser der Zylinder sind annähernd normalverteilt mit den Parametern $\mu = 60,2$ mm (Erwartungswert) und $\sigma = 0,3$ mm (Standardabweichung).

- Bei einer Überprüfung wird ein Zylinder zufällig ausgewählt.
 – Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Durchmesser dieses Zylinders innerhalb eines Bereichs von $60,1 \text{ mm} \pm 0,6 \text{ mm}$ liegt.
- Zur Qualitätskontrolle werden Stichproben vom Umfang $n = 5$ genommen. Die Mittelwerte der Durchmesser der Stichproben werden aufgezeichnet.
 – Berechnen Sie denjenigen zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstrebereich, in dem erwartungsgemäß 90 % aller Stichprobenmittelwerte liegen.
 – Veranschaulichen Sie mithilfe der Dichtefunktion diesen symmetrischen Zufallsstrebereich und die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.
- Das nachstehende Diagramm stellt die Dichte- und die Verteilungsfunktion einer normalverteilten Zufallsvariablen dar.



- Veranschaulichen Sie $G(1)$ mithilfe der Dichtefunktion im Diagramm.
- Lesen Sie $G(1)$ aus dem Diagramm ab.
- Lesen Sie aus dem Diagramm die Standardabweichung σ ab.
- Erklären Sie, warum sich die Verteilungsfunktion für $x \rightarrow \infty$ asymptotisch dem Wert 1 annähert.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Die Wahrscheinlichkeit $P(59,5 \leq X \leq 60,7)$ wird mittels Technologieeinsatz ermittelt.
(Zufallsvariable X ... Durchmesser der Stahlzylinder in mm)

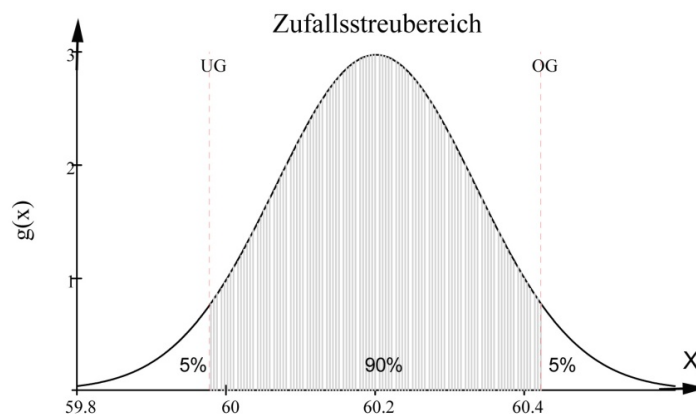
Die Wahrscheinlichkeit, dass der Durchmesser eines zufällig ausgewählten Zylinders innerhalb eines Bereichs von $60,1 \text{ mm} \pm 0,6 \text{ mm}$ liegt, beträgt etwa 94 %.

- b) Die Stichprobe hat den gleichen Erwartungswert und eine Standardabweichung von $\sigma_{SP} = \frac{0,3}{\sqrt{5}}$.
Ansatz: $P(X < \text{obere Grenze}) = 95 \%$.

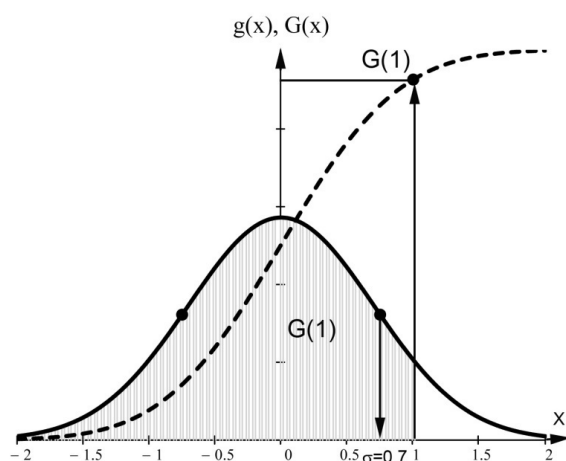
Der gesuchte Zufallsstreibereich wird mittels Technologieeinsatz berechnet:

Man erhält als obere Grenze $OG = 60,421 \text{ mm}$ bzw. als untere Grenze $UG = 59,979 \text{ mm}$.

Grafische Interpretation:



- c)



- $G(1)$ ist die Fläche unter der Dichtefunktion bis zum Wert $x = 1$.
- $G(1) = 0,92$ ist der Funktionswert der Verteilungsfunktion zum Wert $x = 1$.
- Die Standardabweichung der Dichtefunktion kann bei rund $\sigma = 0,7$ abgelesen werden (Wendestelle).
- Die Verteilungsfunktion $G(x)$ geht für $x \rightarrow \infty$ asymptotisch gegen 1, da der Funktionswert der Verteilungsfunktion die Fläche unter der Dichtefunktion angibt, und diese Fläche ist 1 (oder $\int_{-\infty}^{\infty} g(x) dx = 1$).

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 5 Stochastik
- b) 5 Stochastik
- c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) 4 Analysis

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren, A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 1
- b) 2
- c) 4

Thema: Technik

Quellen: —