Standseilbahn

Aufgabennummer: A_001

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Die Schlossalmbahn in Bad Hofgastein ist eine Standseilbahn. Die Höhe der Talstation beträgt 843 Meter (m) über dem Meeresspiegel (ü. d. M.), die Höhe der Bergstation beträgt 1 302 m ü. d. M., die direkte Verbindungsstrecke zwischen Talstation und Bergstation hat eine Länge von 1 251 m.

a) Übertragen Sie den Text in eine passende Skizze, die mit den gegebenen Größen vollständig zu beschriften ist.
Berechnen Sie den Steigungswinkel der direkten Verbindungsstrecke zwischen Talstation und Bergstation.

b) Bei einer Neuplanung der Bahn überlegt man, den Steigungswinkel der Standseilbahn zu verkleinern, wobei der zu überwindende Höhenunterschied unverändert bleibt.
Erklären Sie, wie man die Steigung der direkten Verbindungsstrecke zwischen Talstation und Bergstation in Prozent (%) ermitteln kann.
Erklären Sie anhand einer passenden Formel, wie sich die Verringerung der Steigung auf die Streckenlänge auswirkt.

c) Die Schlossalmbahn besitzt 2 Wägen, wobei sich jeweils ein Wagen bei der Bergstation befindet, wenn der andere bei der Talstation steht. In einem Wagen der Schlossalmbahn werden maximal 100 Personen befördert. Die Fahrzeit von der Talstation zur Bergstation beträgt 3,51 Minuten (min). Berechnen Sie, wie viele Personen maximal pro Stunde von der Tal- zur Bergstation befördert werden können, wenn pro Fahrt zum Ein- und Aussteigen zusammen durchschnittlich 3,72 Minuten gebraucht werden.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Wanderweg

Aufgabennummer: A_005

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

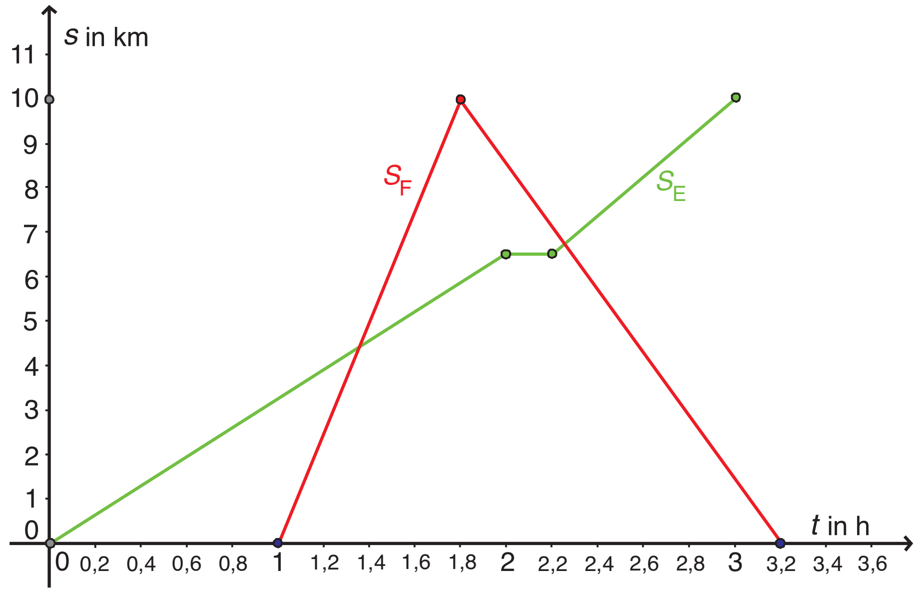
Ein Wanderweg führt von Klessheim zum 10 km entfernten Ort Siezenheim.

a) Renate geht auf diesem Weg mit gleichbleibender Geschwindigkeit von Klessheim weg. Nach 1 Stunde und 6 Minuten ist sie 4,4 km von Klessheim entfernt. Jim startet zum gleichen Zeitpunkt wie Renate. In 1 Stunde läuft er von Siezenheim nach Klessheim.

– Stellen Sie jeweils die Bewegung von Renate bzw. von Jim als lineare Funktion s_R bzw. s_J dar. Diese Funktionen sollen die Entfernung von Klessheim s (in km) in Abhängigkeit von der Zeit t in Stunden (h) angeben.

b) Im folgenden Weg-Zeit-Diagramm sind die Graphen der Funktionen von Erika (s_E) und Fritz (s_F) dargestellt, die diesen Wanderweg von Klessheim nach Siezenheim benützen.

– Interpretieren Sie die Grafik hinsichtlich Richtung und Geschwindigkeit von Erika und Fritz.



c) Lore und Nena sind in entgegengesetzter Richtung auf diesem Weg unterwegs. Lore bricht von Siezenheim auf. Nena geht eine Stunde später als Lore von Klessheim weg. Lores Entfernung von Klessheim kann durch die Funktion s_L und jene von Nena durch die Funktion s_N beschrieben werden.

$$s_L(t) = 10 - \frac{68}{11}t$$

$$s_N(t) = 12{,}5 \cdot (t - 1)$$

t … Lores Gehzeit in Stunden (h)
$s_L(t)$, $s_N(t)$ … Entfernungen von Klessheim in Kilometern (km) zum Zeitpunkt t

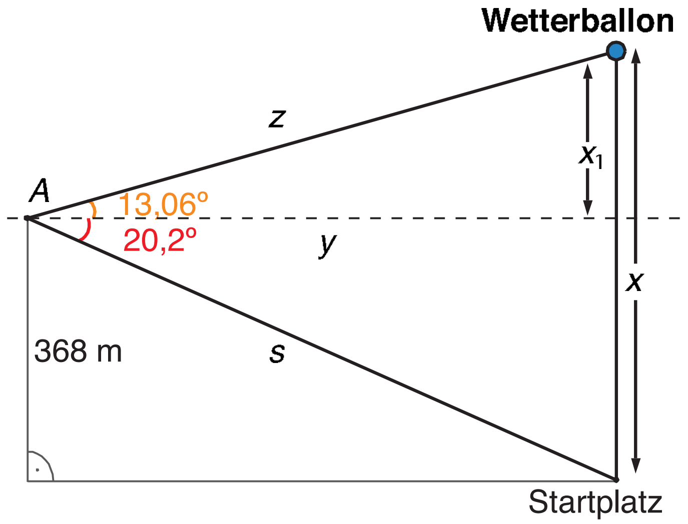
– Berechnen Sie, wie lange Lore bis zum Treffpunkt unterwegs ist. Geben Sie diesen Zeitpunkt in Stunden und Minuten genau an.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Wetterballon

Aufgabennummer: A_008

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐



a) – Interpretieren Sie die Grafik und finden Sie einen passenden Angabetext, aus dem diese Skizze entwickelt werden kann.

b) – Berechnen Sie die Flughöhe x des Ballons in Metern (m).

c) Der Ballon steigt vom Startplatz aus mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 2,3 Metern pro Sekunde (m/s) senkrecht nach oben.

– Stellen Sie die Funktion, die die Höhe in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt, grafisch dar.
– Lesen Sie die Höhe ab, die der Ballon nach einer halben Stunde erreicht.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Kleintransporte

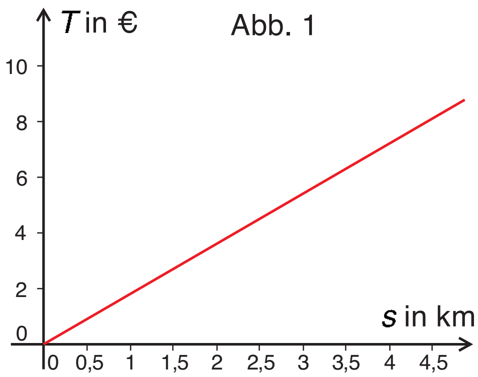
Aufgabennummer: A_012

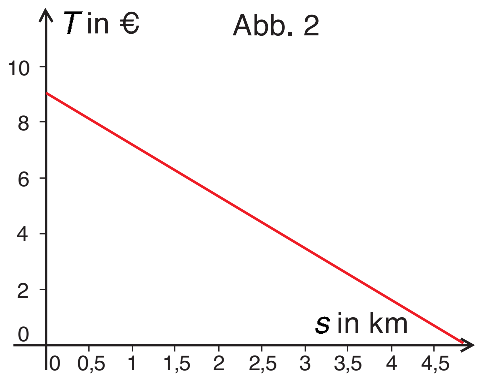
Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

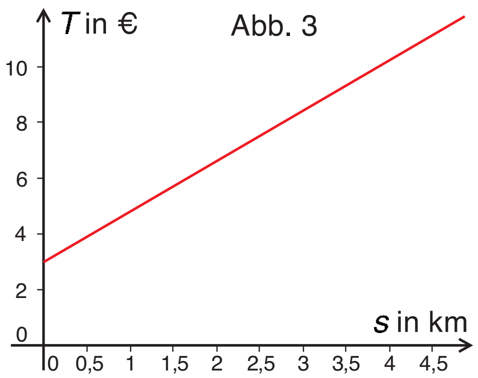
Ein privates Kleintransportunternehmen berechnet für eine Fahrt eine Grundgebühr und ein Kilometergeld.

a) – Argumentieren Sie, welcher der 3 angegebenen Graphen die Abhängigkeit der Gesamtkosten einer Fahrt von den gefahrenen Kilometern bei diesem Unternehmen wiedergibt und warum dies bei den anderen beiden nicht zutrifft.

$T(s)$ … Transporttarif in Euro (€) nach s zurückgelegten Kilometern
s … Fahrtstrecke in Kilometern (km)







b) Das Unternehmen berechnet unterschiedliche Tarife für 2 verschiedene Kleintransporter:

1. Transporter: Grundgebühr … € 3,60; Preis pro gefahrenem Kilometer … € 1,40
2. Transporter: Grundgebühr … € 1,90; Preis pro gefahrenem Kilometer … € 1,80

– Ermitteln Sie rechnerisch oder mittels einer Grafik, bei welcher Fahrtstrecke bei beiden Kleintransportern gleich hohe Kosten K anfallen.
– Argumentieren Sie, welches der beiden Angebote für den Kunden bei längerer und welches bei kürzerer Fahrtstrecke günstiger ist.

c) Für die Fahrt mit einem 3. Kleintransporter werden € 3 Grundgebühr und ein Kilometergeld von € 1,70 berechnet. Für die Dauer *t* zum Be- und Entladen kommen zusätzlich pro Minute 11 % der Grundgebühr hinzu.

– Erstellen Sie für diesen Kleintransporter eine Funktion, die die Fahrtkosten *K* in Abhängigkeit von der Ladezeit *t* bei einer Fahrtstrecke von 10 km beschreibt.
– Berechnen Sie, welche Zeit zum Be- und Entladen für diese Strecke die Fahrtkosten gegenüber jener ohne Ladezeit verdoppelt.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Mountainbike

Aufgabennummer: A_015

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Eine der europaweit steilsten Downhillstrecken für Mountainbiker/innen findet man in der Nordkette bei Innsbruck. Sie führt von der Seegrube (1 905 Meter über dem Meeresspiegel) zur Hungerburg (875 Meter über dem Meeresspiegel).

a) Die Seilbahn, die die Biker/innen nach oben befördert, hat – bei angenommener geradliniger Verbindung zwischen der Seegrube und der Hungerburg – eine Länge von ungefähr 2 885 Metern (m).
   – Bestimmen Sie auf Grad gerundet den Steigungswinkel der Bahnlinie zwischen der Hungerburg und der Seegrube.

b) Die Downhillstrecke für die Mountainbiker/innen ist 4 200 m lang. Im Jahr 2011 lag die Rekordzeit für die Bewältigung der Rennstrecke bei 9 Minuten und 27 Sekunden.
   – Berechnen Sie für diesen Fall die durchschnittliche Geschwindigkeit des Bikers in Kilometern pro Stunde (km/h).

c) Die Rennstrecke von der Seegrube zur Hungerburg ist sehr steil und hat Felssprünge und Stufen. Es gibt daher dort kurze Streckenabschnitte mit einem Gefälle von 100 % und mehr.
   – Erklären Sie anhand einer Skizze, was man unter einem Gefälle von 100 % versteht.
   – Geben Sie die Größe des zugehörigen Winkels an.
   – Schätzen Sie ab, auf wie viel Prozent Gefälle auf einem weniger steilen Abschnitt der eingezeichnete Winkel in untenstehender Abbildung ungefähr schließen lässt.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Bundesinstitut bifie Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Planetenbahnen

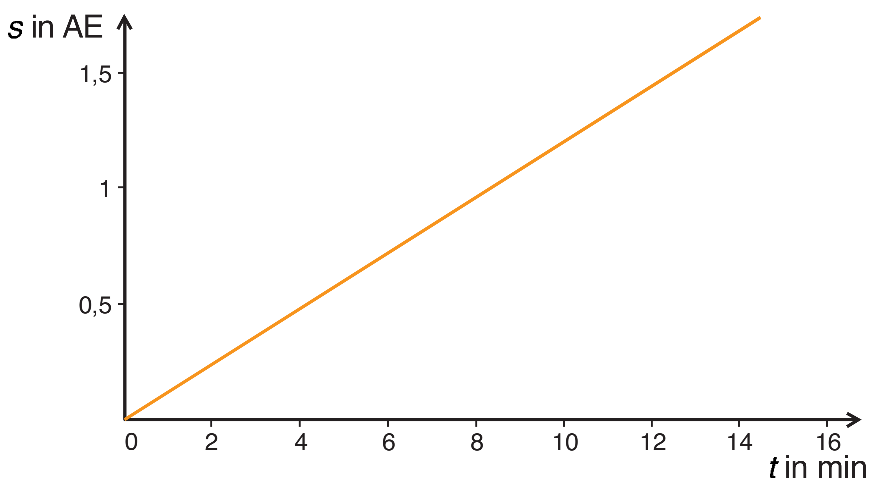
Aufgabennummer: A_017

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Die Planeten unseres Sonnensystems bewegen sich auf elliptischen Bahnen um die Sonne.
Der mittlere Abstand der Erde von der Sonne beträgt ca. 150 Millionen Kilometer (km) = 1 Astronomische Einheit (AE).
Das Licht der Sonne breitet sich mit einer Geschwindigkeit von ca. 300 000 Kilometern pro Sekunde (km/s) aus.

a) – Berechnen Sie, welchen Weg das Licht in einem Jahr (= 365 Tage) zurücklegt.
Geben Sie das Ergebnis in Gleitkommadarstellung in km an.

b) Die nachstehende Grafik zeigt ein Weg-Zeit-Diagramm für die Ausbreitung von Licht. Der Weg *s* ist in Astronomischen Einheiten (AE) und die Zeit *t* in Minuten (min) angegeben.



– Lesen Sie aus der Grafik die Lichtgeschwindigkeit in AE pro Minute ab und erklären Sie, wie Sie dabei vorgehen.

c) Johannes Kepler formulierte das Gesetz, welches einen Zusammenhang zwischen den Umlaufzeiten und den großen Bahnachsen von 2 Planeten herstellt:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

a … große Bahnachsen in km, *T* … Umlaufzeiten in Jahren

	a in km	*T* in Jahren
Uranus	*x*	84
Erde	$1{,}496 \cdot 10^8$	1

– Berechnen Sie die große Bahnachse des Uranus in km.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Schifahren

Aufgabennummer: A_018

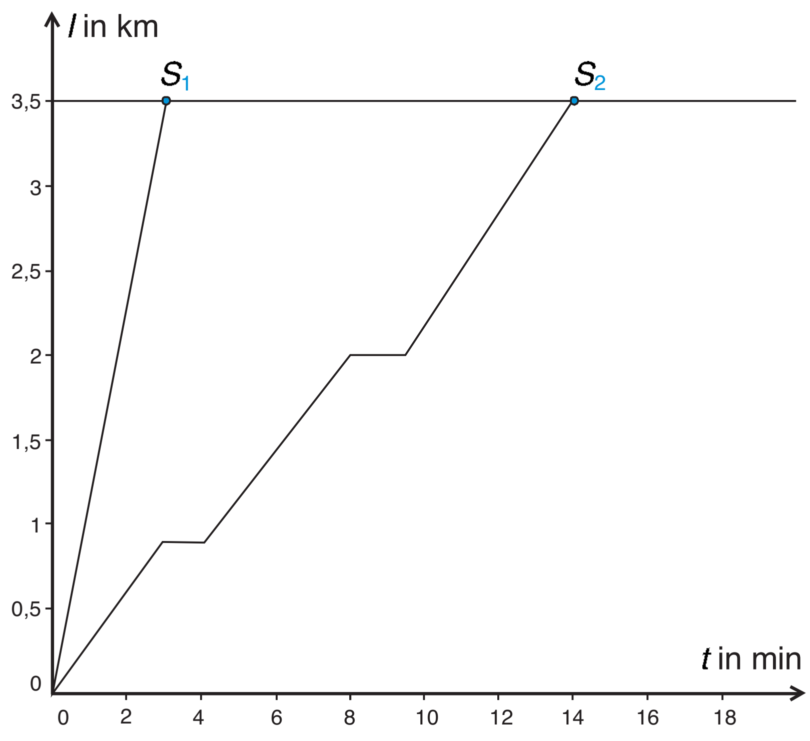
Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Von der Bergstation der Kohlmais-Gipfelbahn in Saalbach-Hinterglemm führen mehrere Abfahrten zur Talstation.

a) Die Gipfelbahn hat eine Länge L von 2 361 m und einen Höhenunterschied h von 765 m. Berechnen Sie deren mittleren Steigungswinkel und die mittlere Steigung in Prozent.

b) Die Funktionsgraphen zeigen Weg-Zeit-Diagramme von 2 Schifahrern – S_1 und S_2 – bei der Abfahrt von der Bergstation auf der gleichen Strecke. Interpretieren Sie die Graphen in Bezug auf die Fahrzeit und die Durchschnittsgeschwindigkeit der beiden Schifahrer.

l … Länge in Kilometern (km)
t … Zeit in Minuten (min)



c) Es führen 2 unterschiedlich schwere Strecken zur Talstation. Die leichtere Strecke ist 4,5 km lang, die schwerere 3,5 km. Richard fährt im Schnitt 60 km/h und damit doppelt so schnell wie Bert. Richard wettet, dass er 2-mal die schwere Abfahrt fahren kann, während Bert 1-mal die leichte beendet. Für die Bergfahrt werden 8 Minuten benötigt.
Die beiden starten zugleich an der Bergstation und wollen sich bei der Talstation wieder treffen. Berechnen Sie, ob Richard die Wette gewinnen kann, und erklären Sie Ihr Ergebnis.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Windkraftanlage

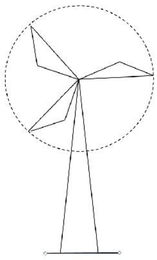
Aufgabennummer: A_020

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

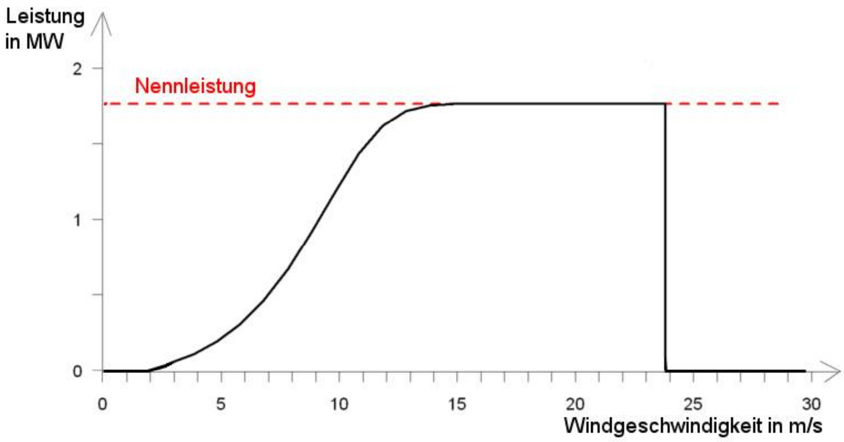
Eine Windkraftanlage setzt Bewegungsenergie in elektrische Energie um. Ihre Nennleistung (= maximal mögliche Leistung) wird in Megawatt (MW) angegeben. Die tatsächlich erreichte Leistung hängt von den Windverhältnissen vor Ort ab und liegt im Jahresschnitt zwischen 20 % und 40 % der Nennleistung.

a) Eine Windkraftanlage mit einer Nennleistung von 1,5 MW erreicht an einem bestimmten Standort im Jahresschnitt 28 % der Nennleistung.
   – Berechnen Sie, wie viel Energie in Megawattstunden (MWh) diese Anlage durchschnittlich pro Jahr (365 Tage) liefert (Energie ist Leistung mal Zeit).

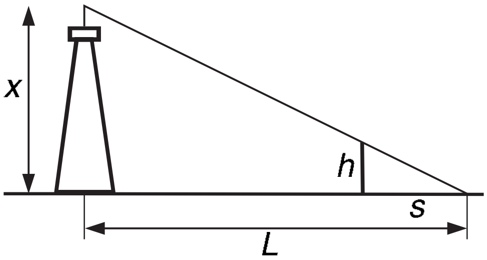
b) Bei voller Leistung schafft der Rotor 17 Umdrehungen pro Minute.
   – Berechnen Sie für diesen Fall die Geschwindigkeit, mit der sich ein Punkt am äußeren Ende eines 32 m langen Rotorblatts bewegt, in Kilometern pro Stunde (km/h).



c) Der untenstehende Graph stellt die Leistung einer 1,75-MW-Windkraftanlage in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit dar.
   – Interpretieren Sie den Graphen dahingehend, wie sich die Windgeschwindigkeit auf die Leistung auswirkt.



d) 2 Personen möchten die Turmhöhe x einer Windkraftanlage mithilfe ihrer Schattenlänge L bestimmen.
   – Argumentieren Sie, welche Strecken gemessen werden müssten, damit man die Höhe des Turmes mithilfe ähnlicher Dreiecke näherungsweise berechnen kann.
   – Erstellen Sie eine geeignete Gleichung.



Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

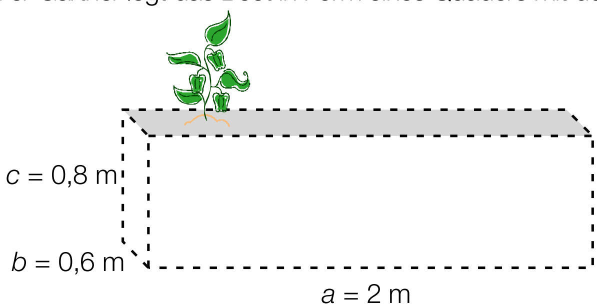
Hochbeet

Aufgabennummer: A_035

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Ein Gärtner möchte ein Hochbeet bauen. Dieses wird bis zu einer Höhe von 40 cm mit Zweigen und Laub gefüllt. Darauf kommt eine 20 cm hohe Schicht aus Gras und Kompost. Der Rest wird mit Gartenerde aufgefüllt.

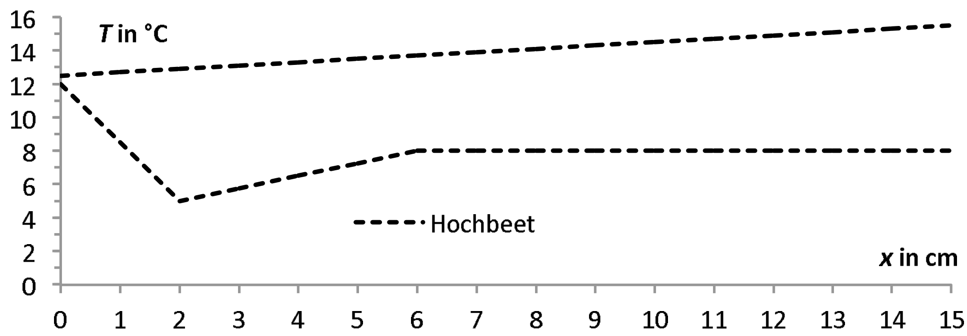
a) Der Gärtner legt das Beet in Form eines Quaders mit den Maßen laut der nachstehenden Skizze an.



– Berechnen Sie die Menge an Gartenerde in Litern (L), die benötigt wird, um das quaderförmige Beet bis zum Rand aufzufüllen.

b) Der Gärtner überlegt, als Beet entweder einen Würfel oder einen gleich hohen aufrecht stehenden Drehzylinder zu verwenden. Die Bepflanzungsfläche und die Höhe der Schichten sollen bei beiden gleich groß sein.
– Argumentieren Sie, warum der Verbrauch an Gartenerde beim zylinderförmigen Beet genau derselbe wie beim würfelförmigen ist.
– Geben Sie eine Formel an, mit der der Radius r des Drehzylinders aus der Kantenlänge a des Würfels berechnet werden kann.

c) Die untenstehende Grafik zeigt den unterschiedlichen Temperaturverlauf im Hochbeet und im Erdboden in Abhängigkeit von der Messtiefe.
– Interpretieren Sie den Temperaturverlauf im Erdboden, indem Sie aus der Grafik diejenigen Bereiche ablesen, bei denen die Temperatur steigt, fällt bzw. gleich bleibt.
– Geben Sie eine Funktionsgleichung für den Temperaturverlauf im Hochbeet an.



x … Messtiefe in cm
T … Temperatur in °C in einer Messtiefe von x cm

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Wasserverbrauch

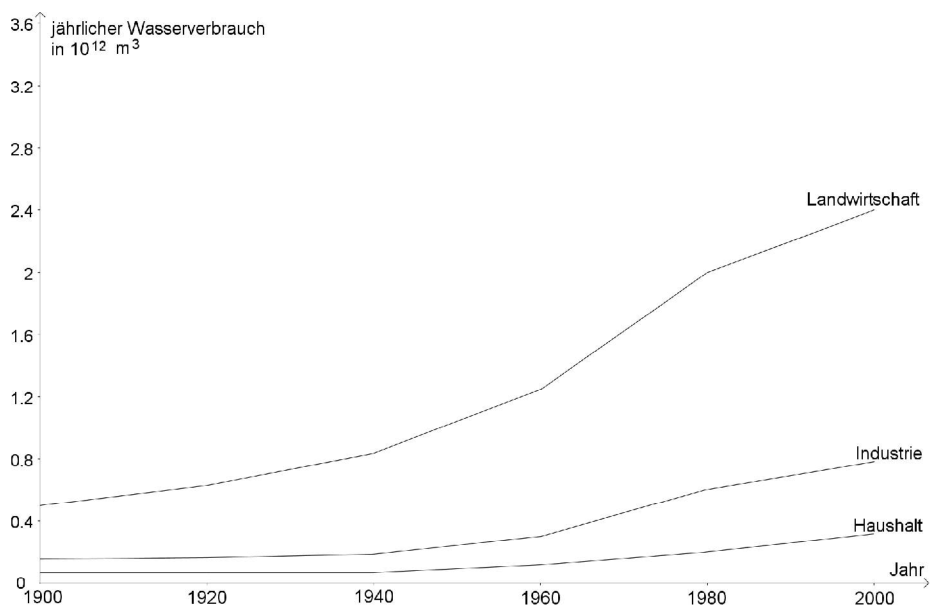
Aufgabennummer: A_058

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

a) Durch die schadhafte Dichtung eines Wasserhahns gehen pro Stunde 0,2 Liter (L) Wasser verloren.
– Berechnen Sie die dadurch entstehenden Mehrkosten in einem Jahr, wenn das Wasserwerk pro Kubikmeter (m^3) Wasser € 2,50 verrechnet.

b) Ein Schwimmbecken wird über den Zufluss in 15 Stunden gefüllt. Über den Abfluss dauert es 20 Stunden, bis das volle Becken geleert ist.
Beim Füllen des Beckens war der Abfluss unbemerkt 4 Stunden lang offen.
– Stellen Sie eine Gleichung auf, mit der Sie berechnen können, wie lange es insgesamt dauert, bis das Schwimmbecken voll ist.
– Berechnen Sie die Zeitdauer, die die Füllung des Schwimmbeckens benötigt.

c) Die untenstehende Grafik zeigt den ungefähren weltweiten jährlichen Wasserverbrauch in den Jahren von 1900 bis 2000 in 10^{12} m^3.



– Ermitteln Sie grafisch den ungefähren Gesamtverbrauch für Landwirtschaft, Industrie und Haushalt im Jahr 2000.
– Um wie viel Prozent war im Bereich *Landwirtschaft* der jährliche Wasserverbrauch im Jahr 1980 höher als im Jahr 1900?

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.