

Viskositäten von Flüssigkeiten

Aufgabennummer: B_112

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

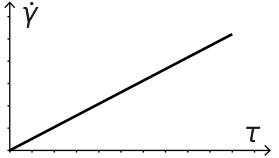
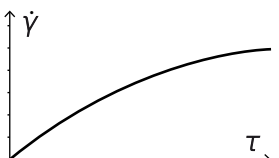
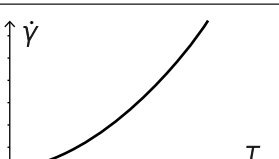
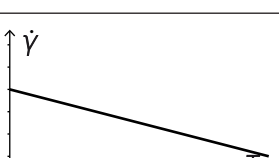
Die dynamische Viskosität η ist definiert als Proportionalitätsfaktor zwischen der Schubspannung τ und dem Geschwindigkeitsgradienten $\dot{\gamma}$. Es gilt daher der folgende Zusammenhang:

$$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma}$$

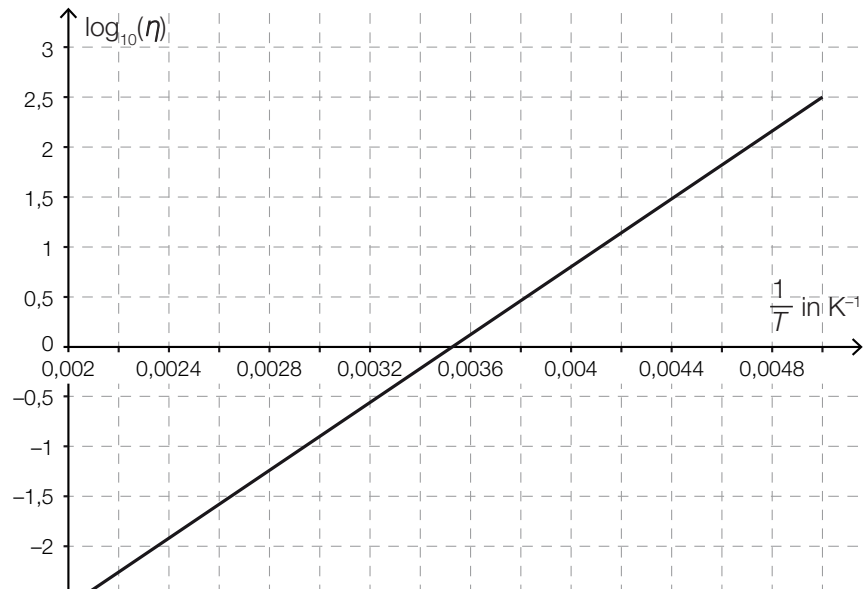
- a) Flüssigkeiten, deren Viskosität η mit steigender Schubspannung τ nicht konstant bleibt, sondern zunimmt, heißen „dilatant“. Nimmt die Viskosität mit steigender Schubspannung ab, so nennt man sie „strukturviskos“.

– Ordnen Sie den beiden Aussagen jeweils das passende Diagramm aus A bis D zu. [2 zu 4]

Der Funktionsgraph beschreibt das Verhalten einer dilatanten Flüssigkeit.	
Der Funktionsgraph beschreibt das Verhalten einer strukturviskosen Flüssigkeit.	

A	
B	
C	
D	

- b) Die nachstehende Grafik stellt die Abhängigkeit der Viskosität von der Temperatur für Ethanol dar.



- Stellen Sie die Funktionsgleichung der dargestellten Geraden auf.
 - Ermitteln Sie die zugehörige Exponentialfunktion η abhängig von der Temperatur T ($T > 0$).
- c) Die Viskosität eines bestimmten Rapsöls ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 160$ Millipascal · Sekunde ($\text{mPa} \cdot \text{s}$) mit einer Standardabweichung $\sigma = 3$ $\text{mPa} \cdot \text{s}$. Aus verfahrenstechnischen Gründen wurde bei der Pressung die Temperatur verändert. Anschließend wurden 6 Proben gezogen und deren Viskositäten gemessen.

Viskosität in $\text{mPa} \cdot \text{s}$	162	156	155	157	160	162
---	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- Überprüfen Sie mithilfe eines symmetrischen 95-%-Vertrauensbereichs, ob man von einer Veränderung des Erwartungswerts ausgehen sollte.
- Begründen Sie, warum sich die Breite des Vertrauensbereichs verringert, wenn bei gleicher Irrtumswahrscheinlichkeit die Stichprobenanzahl erhöht wird.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a)	Der Funktionsgraph beschreibt das Verhalten einer dilatanten Flüssigkeit.	B
	Der Funktionsgraph beschreibt das Verhalten einer strukturviskosen Flüssigkeit.	C

(Folgende Erklärung ist nicht verlangt:

Bei einer Umformung des Zusammenhangs $\tau = \eta \cdot \dot{\gamma}$ zu $\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\eta}$ lässt sich erkennen, dass bei steigendem η der Geschwindigkeitsgradient $\dot{\gamma}$ mit wachsendem τ immer langsamer steigt. Bei abnehmendem η nimmt der Geschwindigkeitsgradient $\dot{\gamma}$ mit wachsendem τ immer schneller zu.)

b) Formulierung der linearen Funktion:

Aus der Grafik lassen sich die Punkte $A = (0,0035 | 0)$ und $B = (0,0044 | 1,5)$ ablesen. Die entsprechende lineare Funktion, ermittelt aus diesen Werten, lautet:

$$\lg(\eta) = 1\,666,6 \cdot \frac{1}{T} - 5,83 \text{ für } T > 0$$

Die zugehörige Exponentialfunktion lautet:

$$\eta(T) = \frac{1}{10^{5,8}} \cdot 10^{\frac{1666,7}{T}}$$

Die Toleranzbereiche für das Ablesen der Punkte: $\Delta x = \pm 0,00005$, $\Delta y = 0,025$

c) $\bar{x} = 158,66 \dots \text{ mPa} \cdot \text{s}$, $s = 3,07 \dots \text{ mPa} \cdot \text{s}$

Zweiseitigen 95-%-Vertrauensbereich mithilfe der t -Verteilung bestimmen:

$$\bar{x} \pm t_{5;0,975} \cdot \frac{s}{\sqrt{6}}$$

$$t_{5;0,975} = 2,5705 \dots$$

Daraus ergibt sich folgender Vertrauensbereich in $\text{mPa} \cdot \text{s}$:

$$[155,437 \dots; 161,895 \dots] \approx [155,44; 161,90]$$

Der Stichprobenmittelwert liegt innerhalb des Vertrauensbereichs. Man kann daher nicht von einer Veränderung des Erwartungswerts ausgehen.

$$\text{Breite eines Vertrauensbereichs: } 2 \cdot t_{f;1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Die Stichprobenanzahl geht bei der Berechnung der Breite des Vertrauensbereichs einerseits in den Term $\frac{s}{\sqrt{n}}$ und andererseits bei der Berechnung des t -Quantils ein ($f = n - 1$).

Durch beide Einflüsse führt eine Erhöhung der Stichprobenanzahl zu einem schmäleren Vertrauensbereich.

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) B Operieren und Technologieeinsatz, C Interpretieren und Dokumentieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren, A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) schwer
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 1
- b) 3
- c) 3

Thema: Sonstiges

Quellen: —