

# Fließgeschwindigkeiten

Aufgabennummer: B\_103

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Die Fließgeschwindigkeit in offenen oder geschlossenen Gerinnen (Fluss, Kanal usw.) hängt von der Querschnittsform des Gerinnes, vom Fließgefälle sowie vom Material des Gerinnes (Beton, Sand, Holz usw.) ab. Sie variiert innerhalb des Querschnitts, daher gibt man sie als Durchschnittswert an.

Für die rechnerische Ermittlung der mittleren Fließgeschwindigkeit von Gerinnen eignet sich die Formel nach Manning-Strickler:

$$v_m = k_{st} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot I^{\frac{1}{2}}$$

$v_m$  ... mittlere Fließgeschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s)

$k_{st}$  ... Proportionalitätskonstante  $\left(\frac{m^{\frac{1}{3}}}{s}\right)$  (berücksichtigt die Gerinnerauheit)

$R$  ... hydraulischer Radius (m) =  $\frac{\text{vom Wasser durchflossener Querschnitt in Quadratmetern (m}^2\text{)}}{\text{benetzter Umfang in Metern (m)}}$

$I$  ... Fließgefälle =  $\frac{\text{Höhe in Metern (m)}}{\text{Länge in Metern (m)}}$

- a) – Erläutern Sie anhand der Formel für  $v_m$ , wie der hydraulische Radius die Fließgeschwindigkeit beeinflusst.
- b) Ein Abflusskanal hat näherungsweise einen Querschnitt in Form eines Halbkreises mit aufgesetztem Quadrat. Das Gerinne hat eine Breite von 80 cm und ein Gefälle von 5 m Höhe auf 1 Kilometer (km) Länge.

$$k_{st} = 100 \left( \frac{m^{\frac{1}{3}}}{s} \right)$$



- Berechnen Sie die mittlere Fließgeschwindigkeit, wenn sich die Wasseroberfläche 40 cm unter dem Kanalrand befindet. Runden Sie dabei auf 2 Stellen.

- c) Ein Wasserversorgungsunternehmen zeichnet in einem Intervall von 900 Sekunden (s) die durch unterschiedliche Durchflussmengen schwankende Fließgeschwindigkeit  $v_m$  in einem Wasserzuleitungsrohr (Durchmesser  $d = 0,6$  m) auf.

Zeit ab Beginn des Beobachtungszeitraums in s	Fließgeschwindigkeit in m/s
0	1,2
180	3,4
360	4,3
540	4,1
720	3,0
900	1,8

- Ermitteln Sie mithilfe der Daten der Tabelle eine Ausgleichsfunktion 2. Grades, die den Verlauf der Fließgeschwindigkeit in diesem Zeitintervall beschreibt.
- Berechnen Sie mit dieser Polynomfunktion und mithilfe der Integralrechnung das während des Beobachtungszeitraums fließende Wasservolumen.  
Runden Sie auf Kubikmeter genau.  
Hinweis:  $V = A \cdot v_m(t) \cdot t$

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

- a) Die Größe  $R$ , die das Verhältnis von durchflossenem Querschnitt zu benetztem Umfang wiedergibt, hat eine positive Hochzahl, d. h.: je größer der hydraulische Radius, desto höher die Fließgeschwindigkeit.

$$\begin{aligned} \text{b) } A &= \frac{0,8^2}{2} + \frac{0,4^2}{2} \cdot \pi \approx 0,57 \text{ m}^2 \\ U_{\text{benetzt}} &= 2 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot \pi \approx 2,06 \text{ m} \\ R &= 0,28 \text{ m} \\ I &= \frac{5}{1000} = 0,005 \\ v_m &= k_{\text{st}} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot I^{\frac{1}{2}} = 100 \cdot 0,28^{\frac{2}{3}} \cdot 0,005^{\frac{1}{2}} \approx 3,01 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Die zu erwartende mittlere Fließgeschwindigkeit liegt bei ca. 3,01 m/s.

*Das Ergebnis kann aufgrund von Zwischenrundungen leicht vom angegebenen Ergebnis abweichen.*

- c) Berechnung der Ausgleichsparabel durch Technologieeinsatz:

$$v_m(t) = -1,38 \cdot 10^{-5} \cdot t^2 + 1,266 \cdot 10^{-2} \cdot t + 1,36429$$

$$\text{Querschnittsfläche } A = 0,3^2 \cdot \pi \approx 0,283 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} V &= A \int_0^{900} v_m(t) dt \approx 0,283 \cdot 3004,8 \\ V &\approx 850 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Während des Beobachtungsintervalls fließt ein Volumen von 850 m<sup>3</sup> durch das Zuleitungsrohr.

*Abweichungen vom Ergebnis aufgrund von Rundung sind zu tolerieren.*

## Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 1 Zahlen und Maße
- c) 4 Analysis

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) —
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) leicht
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 1
- b) 3
- c) 3

Thema: Physik

Quellen: —