

Terrassenüberdachung

Aufgabennummer: B_021

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Für die Überdachung einer Terrasse werden Wellblechplatten angebracht. Das Querschnittsprofil des Wellblechs kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion g beschrieben werden:

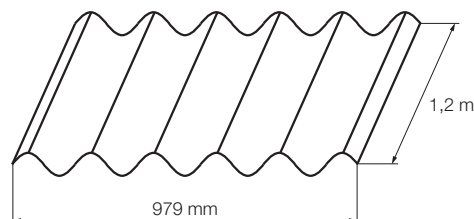
$$g(x) = 27,5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{89} \cdot x\right) \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 979$$

$x, g(x)$... Koordinaten in Millimetern (mm)

a) – Stellen Sie die Funktion g grafisch dar.

Eine montierte Wellblechplatte hat eine Breite von 979 mm, eine Länge von 1,2 m und eine Dicke von 1 mm (siehe nebenstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).

Der Stahl hat eine Dichte von $\rho = 7,85 \text{ g/cm}^3$.



– Berechnen Sie die Masse der Wellblechplatte in Kilogramm (kg).

b) An den Stellen der maximalen Steigung des Querschnitts des Wellblechs sollen Schneesicherungen angebracht werden. Dazu werden die 1. Ableitung g' und die 2. Ableitung g'' berechnet.

Die Berechnung der 2. Ableitung der Funktion g enthält genau einen Fehler.

$$(1) \quad g'(x) = \frac{\pi \cdot 27,5}{89} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{89} \cdot x\right)$$

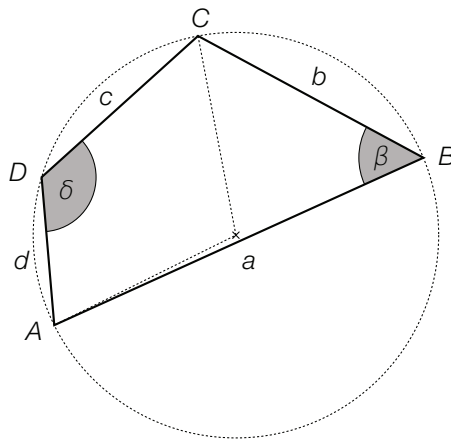
$$(2) \quad g''(x) = \frac{\pi \cdot 27,5}{89} \cdot \left(-\sin\left(\frac{\pi}{89} \cdot x\right)\right)$$

– Beschreiben Sie anhand der Ableitungsregeln, welcher Fehler bei der Berechnung der 2. Ableitung begangen wurde.

– Zeigen Sie, dass die Funktion g an der Stelle $x = 534 \text{ mm}$ eine maximale Steigung hat.

- c) Ein Sehnenviereck ist ein Viereck, dessen Eckpunkte auf einem Kreis liegen, dem Umkreis des Vierecks. In einem Sehnenviereck ist die Summe der gegenüberliegenden Winkel jeweils 180° .

Die Terrasse hat die Form eines Sehnenvierecks mit den Seitenlängen $a = 27$ m, $b = 13,5$ m, $c = 15$ m und $d = 9$ m.



- Stellen Sie eine Formel auf, mit der man den Winkel β aus den Größen a , b , c und d berechnet.

$$\beta = \underline{\hspace{4cm}}$$

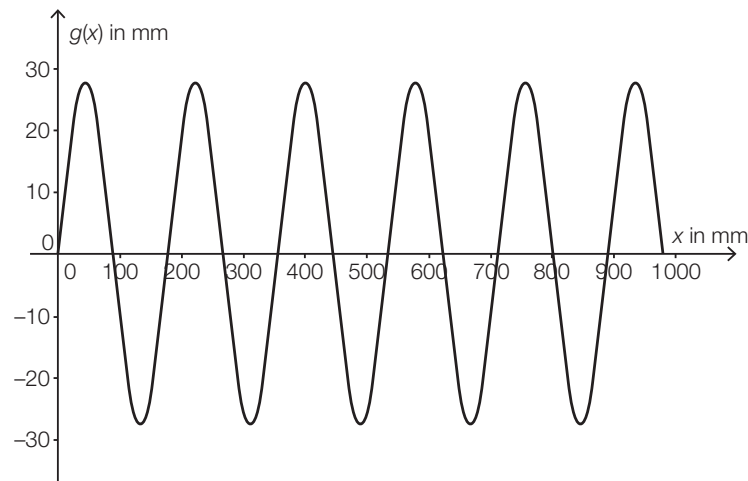
- Berechnen Sie den Flächeninhalt der Terrasse.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)



$$s = \int_0^{979} \sqrt{1 + (g'(x))^2} dx$$

$$s = 1179,633... \text{ mm}$$

$$V = s \cdot 1200 \cdot 1$$

$$V = 1415559,970... \text{ mm}^3 = 1415,559... \text{ cm}^3$$

$$m = V \cdot \rho$$

$$m \approx 11,1 \text{ kg}$$

b) Bei der Berechnung der 2. Ableitung wurde die Kettenregel falsch angewendet. Die innere Ableitung des Ausdrucks $\cos\left(\frac{\pi}{89} \cdot x\right)$ wurde nicht berücksichtigt.

An den Wendestellen des Querschnitts des Wellblechs ist die Steigung maximal.

An diesen gilt: $g''(x) = 0$ und $g'(x) > 0$.

$$\sin\left(\frac{\pi}{89} \cdot 534\right) = 0 \Rightarrow g''(534) = 0$$

$$g'(534) = 0,97... > 0$$

Die Funktion g hat an der Stelle $x = 534$ eine maximale Steigung.

$$c) \ a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\beta) = c^2 + d^2 - 2 \cdot c \cdot d \cdot \cos(\delta)$$

$$\delta = 180^\circ - \beta$$

$$\cos(180^\circ - \beta) = -\cos(\beta)$$

$$a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\beta) = c^2 + d^2 + 2 \cdot c \cdot d \cdot \cos(\beta)$$

$$a^2 + b^2 - c^2 - d^2 = 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\beta) + 2 \cdot c \cdot d \cdot \cos(\beta)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - c^2 - d^2}{2 \cdot (a \cdot b + c \cdot d)}\right)$$

$$\beta = 52,709...^\circ$$

$$A_1 = \frac{a \cdot b \cdot \sin(\beta)}{2}$$

$$A_1 = 144,993... \text{ m}^2$$

$$\delta = 127,290...^\circ$$

$$A_2 = \frac{c \cdot d \cdot \sin(\delta)}{2}$$

$$A_2 = 53,701... \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Terrasse}} = A_1 + A_2 \approx 198,69 \text{ m}^2$$

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 4 Analysis
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) schwer
- b) mittel
- c) schwer

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 2
- c) 3

Thema: Bauwesen

Quellen: —