

# Fischwachstum

Aufgabennummer: B\_165

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Das Wachstum von Regenbogenforellen, die als Jungfische ausgesetzt wurden, wird durch Beobachtung markierter Populationen untersucht.

- a) Die Länge der Forellen kann mit folgender Funktion beschrieben werden:

$$L(t) = 71,9 \cdot (1 - e^{-0,06 \cdot (t+9)})$$

$L(t)$  ... Forellenlänge in cm zum Zeitpunkt  $t$

$t$  ... Zeit in Monaten ab dem Zeitpunkt des Aussetzens

- Stellen Sie die Funktion  $L$  grafisch dar.
- Geben Sie die Länge der Forellen zum Zeitpunkt des Aussetzens sowie nach 10, nach 20 und nach 30 Monaten an und markieren Sie die entsprechenden Punkte in der Grafik.
- Interpretieren Sie die Grafik bezüglich der Entwicklung der mittleren Änderungsrate der Forellenlänge in den Zeitintervallen  $[0; 10]$ ,  $[10; 20]$  und  $[20; 30]$ .

- b) Eine Funktion zur Beschreibung der Entwicklung der Masse von ausgesetzten Forellen lautet:

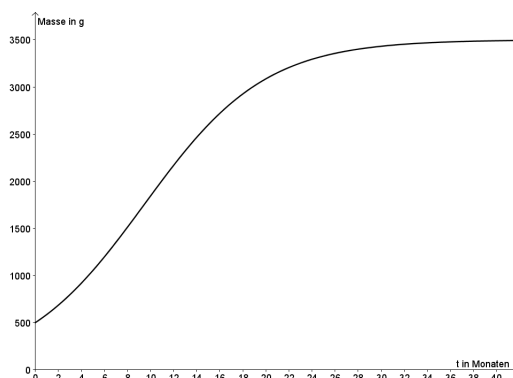
$$M(t) = \frac{3\,500}{1 + 6 \cdot e^{-0,19 \cdot t}}$$

$M(t)$  ... Masse in Gramm (g) zum Zeitpunkt  $t$

$t$  ... Zeit in Monaten

Die nebenstehende Grafik stellt diese Funktion dar.

- Argumentieren Sie anhand der Grafik, warum hier ein logistisches Wachstum vorliegt.
- Beschreiben Sie anhand der Funktion, warum sich für steigende  $t$ -Werte dieser Verlauf des Funktionsgraphen ergibt.



- c) In der Umformung der folgenden Funktionsgleichung nach der Zeit  $t$  befindet sich ein Fehler.  
 – Finden Sie den Fehler und stellen Sie die Umformung richtig.

$$M(t) = \frac{3\,500}{1 + 6 \cdot e^t} \quad | \cdot (1 + 6 \cdot e^t)$$

$$M(t) \cdot (1 + 6 \cdot e^t) = 3\,500 \quad | : M(t)$$

$$1 + 6 \cdot e^t = \frac{3\,500}{M(t)} \quad | - 1$$

$$6 \cdot e^t = \frac{3\,500}{M(t)} - 1 \quad | \ln$$

$$t \cdot \ln(6 \cdot e) = \ln\left(\frac{3\,500}{M(t)} - 1\right) \quad | : \ln(6 \cdot e)$$

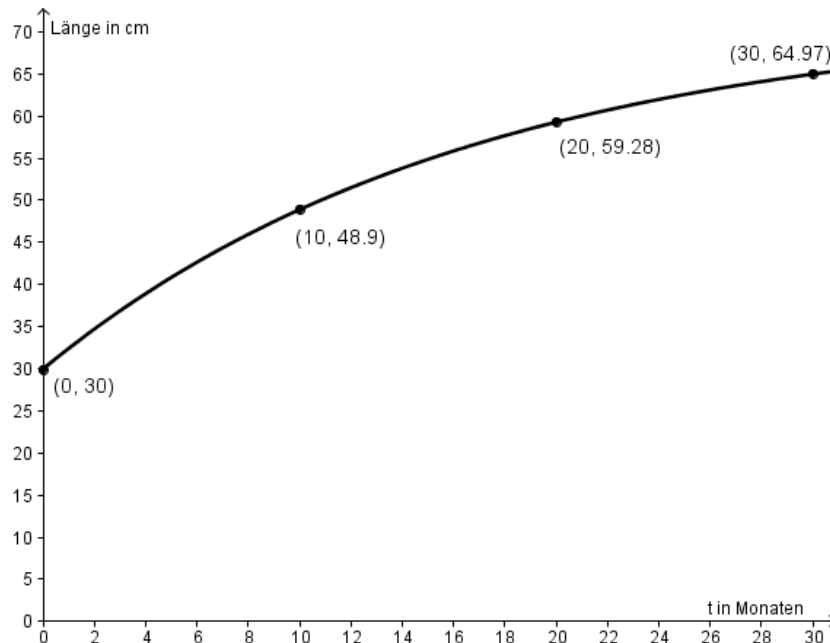
$$t = \frac{\ln\left(\frac{3\,500}{M(t)} - 1\right)}{\ln(6 \cdot e)}$$

*Hinweis zur Aufgabe:*

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

## Möglicher Lösungsweg

a) 1)



- 2) Zwischen 0 und 10 Monaten wächst die Forelle mit rund 1,89 cm/Monat.  
 Zwischen 10 und 20 Monaten wächst die Forelle mit rund 1,04 cm/Monat.  
 Zwischen 20 und 30 Monaten wächst die Forelle mit rund 0,57 cm/Monat.  
 In den ersten 10 Monaten ist das mittlere Fischwachstum pro Monat am größten.

3) Die Wachstumsrate nimmt im Laufe der Zeit ab. Das Wachstum der Fische verlangsamt sich also mit fortschreitendem Alter.

- b) Das logistische Wachstum beschreibt eine begrenzte Entwicklung mit einem S-förmigen Funktionsgraphen. Bei  $t = 0$  befindet sich der Anfangswert. Dieser beträgt im Falle der gegebenen Funktion 500 g. Für steigende  $t$  geht der Nenner in Form einer immer langsamer fallenden exponentiellen Entwicklung von 7 (Wert zu Beginn) gegen 1 und somit entwickelt sich das Gewicht der Fische gegen die Grenze von 3 500 g.

Oder:

Zu Beginn, bei  $t = 0$ , besitzt  $e^0$  den Wert 1 und somit der Nenner den Wert 7.

Mit wachsendem  $t$  geht der Exponent von  $e$  gegen minus unendlich und damit  $e^{-0,19 \cdot t}$  gegen null. Dadurch strebt der Nenner dem Wert 1 und die Funktion dem Wert 3 500 entgegen.

- c) Der Fehler ist in der fünften Zeile:  $\ln(6 \cdot e^t) \neq t \cdot \ln(6 \cdot e)$   
 sondern:  $\ln(6 \cdot e^t) = \ln(6) + \ln(e^t)$

$$6 \cdot e^t = \frac{3500}{M(t)} - 1 \quad | \ln$$

$$\ln(6) + t \cdot \ln(e) = \ln\left(\frac{3500}{M(t)} - 1\right) \quad | - \ln(6)$$

$$t \cdot \ln(e) = \ln\left(\frac{3500}{M(t)} - 1\right) - \ln(6) \quad | \ln(e) \text{ ist gleich } 1$$

$$t = \ln\left(\frac{3500}{M(t)} - 1\right) - \ln(6)$$

Auch andere richtige Umformungen sind zu akzeptieren.

## Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) —
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) schwer

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 2
- c) 2

Thema: Biologie

Quelle: [http://aquaticcommons.org/5458/1/INFN\\_34\\_4\\_155-160\\_bf.pdf](http://aquaticcommons.org/5458/1/INFN_34_4_155-160_bf.pdf)