

Biegeversuch

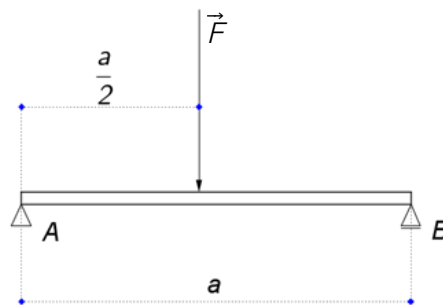
Aufgabennummer: B_010

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Holzträger mit rechteckigem Querschnitt mit der Breite b , der Höhe h und der Länge $a = 300$ mm ruht auf 2 Auflagerpunkten A und B und wird in seiner Mitte mit einer Einzelkraft \vec{F} senkrecht belastet.



- a) Der Biegeversuch dient zur Ermittlung der Biegespannung $\sigma_B = \frac{3 \cdot F \cdot a}{2 \cdot b \cdot h^2}$.

F ... Betrag der Kraft \vec{F} in Newton (N)

- Zeigen Sie, dass sich die obige Formel für die Biegespannung aus dem Quotienten des maximalen Moments $M = F \cdot \frac{a}{4}$ und des Widerstandsmoments W_x mit der Formel

$$W_x = \frac{\frac{2}{3} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \left(\frac{h}{2}\right)^3 dx}{\frac{h}{2}}$$

entwickeln lässt.

- b) Die allgemeine Funktion der Biegelinie für den beschriebenen Belastungsfall lautet:

$$y(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$y(x)$... Durchbiegung in mm im Abstand x vom Auflagerpunkt A

x ... Abstand vom Auflagerpunkt A in mm ($150 \leq x \leq 300$)

Der Graph der Biegelinie hat an der Stelle $x = 150$ mm die größte Durchbiegung von 1,875 mm.

Die Nullstelle bei $x = 300$ mm ist der Wendepunkt der Biegelinie.

- Stellen Sie dasjenige Gleichungssystem auf, das zur Ermittlung von a , b , c und d benötigt wird.
 – Berechnen Sie die Funktionsgleichung.

- c) Für einen Biegeversuch an Holzträgern sind die Daten der Biegespannung σ_B und der Dichte ρ in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

σ_B in N/mm ²	112,5	84,4	112,5	93,9	95,6	83,8	66,9	100,1	109,7	121,5
ρ in g/cm ³	0,52	0,46	0,51	0,49	0,48	0,48	0,50	0,44	0,50	0,55

- Erstellen Sie die Gleichung der Regressionsgeraden.
- Ermitteln Sie den Korrelationskoeffizienten r .
- Stellen Sie die Punktwolke und die Regressionsgerade grafisch dar.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

$$a) \quad W_x = \frac{\frac{2}{3} \cdot \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{b}{2}} \left(\frac{h}{2}\right)^3 dx}{\frac{h}{2}} = \frac{\left[\frac{2}{3} \cdot \frac{h^3}{8} \cdot x\right]_{\frac{h}{2}}^{\frac{b}{2}}}{\frac{h}{2}} = \frac{\frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3}{\frac{h}{2}} = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$\sigma_B = \frac{F \cdot \frac{a}{4}}{W_x} = \frac{F \cdot \frac{a}{4}}{\frac{b \cdot h^2}{6}} = \frac{3 \cdot F \cdot a}{2 \cdot b \cdot h^2}$$

$$b) \quad y(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$$y'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$y''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$$

$$\text{I } y'(150) = 0 \quad 3 \cdot a \cdot 150^2 + 2 \cdot b \cdot 150 + c = 0$$

$$\text{II } y(150) = 1,875 \quad a \cdot 150^3 + b \cdot 150^2 + c \cdot 150 + d = 1,875$$

$$\text{III } y''(300) = 0 \quad 6 \cdot a \cdot 300 + 2 \cdot b = 0$$

$$\text{IV } y(300) = 0 \quad a \cdot 300^3 + b \cdot 300^2 + c \cdot 300 + d = 0$$

$$\text{I } y'(150) = 0 \quad \text{waagrechte Tangente an der Stelle } x = 150$$

$$\text{II } y(150) = 1,875 \quad \text{Funktionswert von 1,875 an der Stelle } x = 150$$

$$\text{III } y''(300) = 0 \quad \text{Wendepunkt an der Stelle } x = 300$$

$$\text{IV } y(300) = 0 \quad \text{Nullstelle an der Stelle } x = 300$$

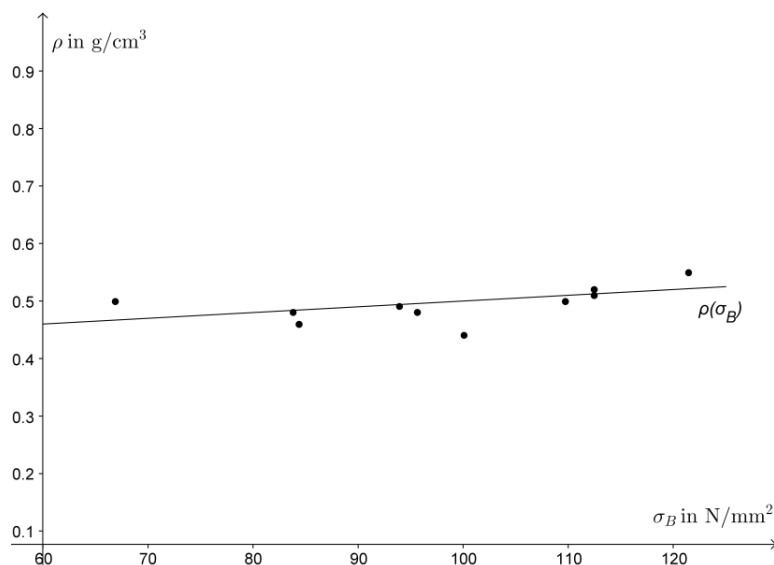
Die Angabe der Definitionen ist nicht erforderlich.

Die Funktionsgleichung wird zum Beispiel mittels Technologieeinsatz bestimmt und lautet:

$$y(x) = 2,7 \cdot 10^{-7} \cdot x^3 - 0,00025 \cdot x^2 + 0,05625 \cdot x - 1,875$$

$$c) \quad \text{Regressionsgerade: } \rho(\sigma_B) = 9,7 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma_B + 0,4 \quad (\text{mittels Technologieeinsatz ermittelt})$$

Der Korrelationskoeffizient beträgt $\approx 0,52$.



Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 4 Analysis
- c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) leicht
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 4
- c) 3

Thema: Holztechnik

Quellen: —