

Straßenbau

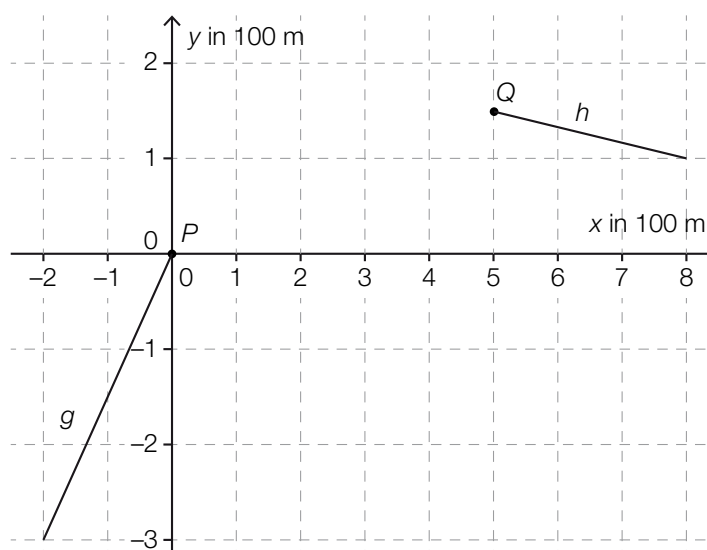
Aufgabennummer: A_101

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Zwei Straßenstücke können mithilfe der linearen Funktionen g und h beschrieben werden. Zwischen den Punkten $P = (x_P | y_P)$ und $Q = (x_Q | y_Q)$ sollen sie durch eine nicht-lineare Funktion f verbunden werden (siehe nebenstehende Abbildung).



- a) Es gelten folgende Bedingungen:

$$g'(x_P) = f'(x_P)$$

$$f''(x_P) = 0$$

– Beschreiben Sie die Bedeutung der gegebenen Bedingungen.

- b) f soll eine Polynomfunktion 4. Grades mit $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ sein.

– Stellen Sie zu den Bedingungen $g(x_P) = f(x_P)$ und $g'(x_P) = f'(x_P)$ die jeweils zugehörige Gleichung auf. Entnehmen Sie dazu die benötigten Zahlenwerte aus der obigen Abbildung.

- c) Die Funktion $y = -0,00352 \cdot x^5 + 0,05067 \cdot x^4 - 0,21333 \cdot x^3 + 1,5 \cdot x$ stellt im Intervall $[0; 5]$ auch ein geeignetes Modell für das gesuchte Straßenstück dar.

– Skizzieren Sie den Funktionsgraphen im Intervall $[0; 5]$ in der obigen Abbildung.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $g'(x_P) = f'(x_P)$:

Die Steigung der Funktionen g und f ist an der Stelle x_P gleich.

$$f''(x_P) = 0:$$

An der Stelle x_P ist die Krümmung des Funktionsgraphen der Funktion f null.

Auch andere sinngemäß richtige Erklärungen sind erlaubt.

b) $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$

$$f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 3 \cdot b \cdot x^2 + 2 \cdot c \cdot x + d$$

$$f''(x) = 12 \cdot a \cdot x^2 + 6 \cdot b \cdot x + 2 \cdot c$$

$$g(x_P) = f(x_P)$$

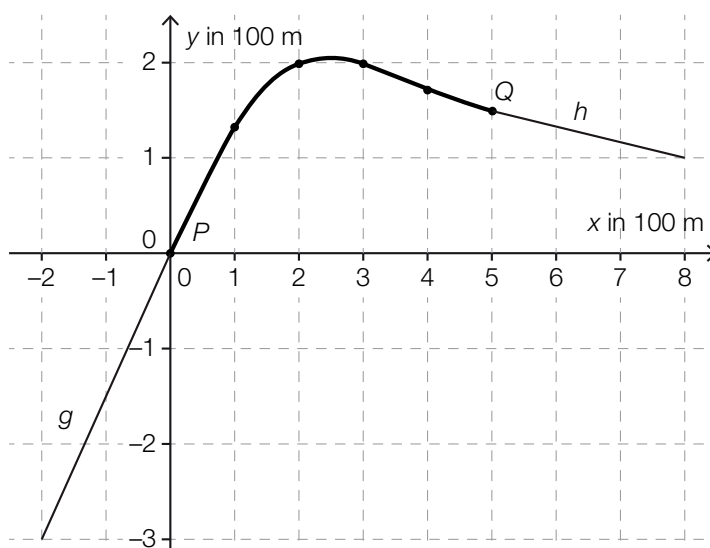
$$g(0) = 0 \Rightarrow 0 = e$$

$$g'(x_P) = f'(x_P)$$

$$g'(0) = 1,5 \Rightarrow d = 1,5$$

c)

x	1	2	3	4
f(x)	1,3338...	1,9914...	1,989	1,7139...



Klassifikation

☒ Teil A

☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 4 Analysis
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) leicht
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 1

Thema: Verkehr

Quellen: —