

Navigation mit Sternbildern

Aufgabennummer: B_087

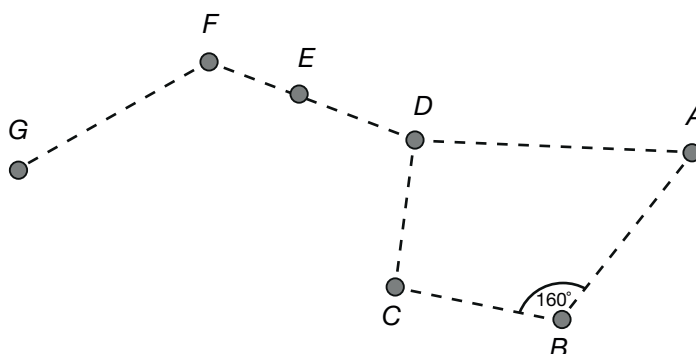
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

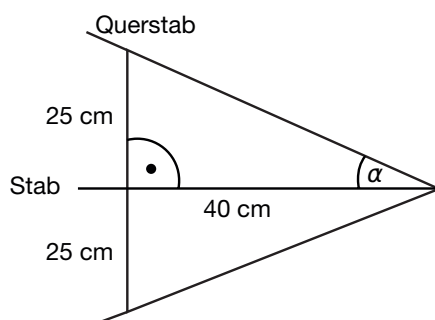
In der Geschichte der Seefahrt wurden schon sehr früh Sterne und Sternbilder als Orientierungspunkte verwendet.

- a) Ein auf der nördlichen Hemisphäre gut zu sehendes Sternbild ist der Große Wagen. In einer historischen Sternkarte sind die Hauptsterne A , B , C , D , E , F und G eingezeichnet. Die Sterne liegen annähernd in einer Ebene.



– Dokumentieren Sie einen Lösungsweg, um den Flächeninhalt des von den 4 Sternen A , B , C und D in der Sternkarte aufgespannten Vierecks zu berechnen.

- b) Lange bevor es die heutigen Navigationssysteme gab, wurde der Jakobsstab zur Höhen- und Entfernungsmessung eingesetzt. Sehr oft wurde der Höhenwinkel der Sonne oder eines Fixsterns über dem Meeresspiegel ermittelt. Der Jakobsstab wurde in Richtung des Gestirns und des Meeresspiegels ausgerichtet und anschließend wurde der Querstab so verschoben, dass sein oberes Ende mit dem Stern und sein unteres mit dem Meeresspiegel übereinstimmt. Auf einer Skala wurde dann der Winkel abgelesen.



– Ermitteln Sie den Höhenwinkel 2α eines Sterns über dem Horizont mithilfe der obigen Skizze. Runden Sie auf 2 Nachkommastellen.

c) Für Linsenfernrohre gilt folgende Linsengleichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

f ... Brennweite in Zentimetern

b ... Bildweite in Zentimetern

g ... Gegenstandsweite in Zentimetern

- Ermitteln Sie eine Formel für die Bildweite b in Abhängigkeit von der Gegenstandsweite g und der Brennweite f .
- Erklären Sie, welche Bildweite sich in den folgenden Fällen ergibt:

- i) $g \rightarrow \infty$ Die Gegenstandsweite ist unendlich groß.
- ii) $g = f$ Die Gegenstandsweite ist gleich der Brennweite.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Zuerst berechnet man mit dem Cosinussatz die Länge der Strecke $\overline{AC} = e$.
- $$e^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos(160^\circ)$$
- Anschließend wird der Winkel $\delta = \angle ADC$ mithilfe des Cosinussatzes berechnet.
- $$e^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DC}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{DC} \cdot \cos(\delta)$$
- $$\delta = \arccos\left(\frac{e^2 - \overline{AD}^2 - \overline{DC}^2}{-2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{DC}}\right)$$
- Zweimaliges Anwenden der Flächenformel:
- $$A_{\Delta 1} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CB} \cdot \sin(160^\circ)}{2} \quad \text{und} \quad A_{\Delta 2} = \frac{\overline{DC} \cdot \overline{AD} \cdot \sin(\delta)}{2}$$
- Am Ende werden die beiden Teilflächen $A_{\Delta 1}$ und $A_{\Delta 2}$ noch addiert.

Auch andere Formeln oder Rechenwege zur Flächenberechnung sind zulässig.

- b) $\tan(\alpha) = \frac{25}{40} \rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{25}{40}\right) \rightarrow \alpha = 32,005\dots^\circ$
 Der Höhenwinkel 2α beträgt somit $\approx 64,01^\circ$.

- c) Umformen der Linsengleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$ auf b :

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{g} = \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{g - f}{g \cdot f}$$

$$b = \frac{f \cdot g}{g - f}$$

$$\text{i) } \lim_{g \rightarrow \infty} (b) = \lim_{g \rightarrow \infty} \left(\frac{f \cdot g}{g - f} \right) = \lim_{g \rightarrow \infty} \left(\frac{f}{1 - \frac{f}{g}} \right) = f$$

Vergrößert man g ins „Unendliche“, nähert sich die Bildweite b der Brennweite f .

$$\text{ii) Ist } g = f, \text{ erhält man: } b = \frac{f^2}{f - f} = \frac{f^2}{0} = „\infty“.$$

Die Funktion b weist an dieser Stelle eine Definitionslücke (Polstelle) auf. Für $g = f$ kann kein scharfes Bild erzeugt werden.

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) 4 Analysis

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) leicht
- c) schwer

Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 1
- c) 3

Thema: Astronomie

Quelle: <http://www.nautisches.com>