

# Erlebnisgarten (1)

Aufgabennummer: B\_241

Technologieeinsatz:

möglich ☐

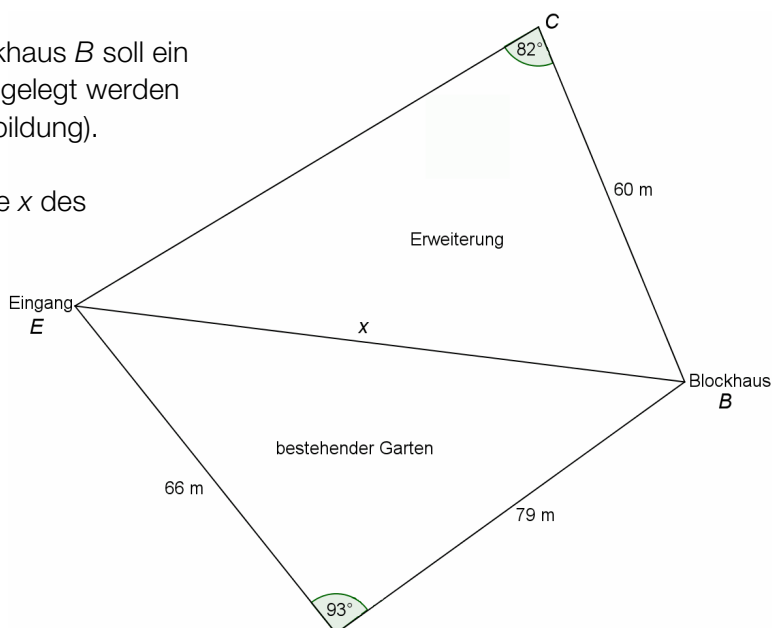
erforderlich ☒

Der Außenbereich eines Kindergartens wird vergrößert und zu einem Erlebnisgarten umgestaltet.

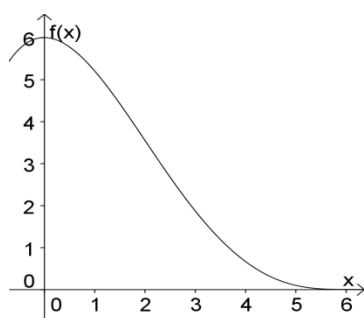
- a) Vom Eingang  $E$  zum Blockhaus  $B$  soll ein geradliniger Barfußweg angelegt werden (siehe nebenstehende Abbildung).

– Berechnen Sie die Länge  $x$  des Weges in Metern (m).

- b) – Dokumentieren Sie, wie Sie den Flächeninhalt der Erweiterung berechnen können, wenn  $x$  als bekannt angenommen wird.



- c) Vom höchsten Punkt eines Hügels soll eine Rutsche herunterführen. Das Profil der geplanten Rutsche kann durch die folgende Funktion  $f$  annähernd beschrieben werden:



$$f(x) = -\frac{1}{72}(x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 432) \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 6$$

Der Neigungswinkel einer Spielplatzrutsche darf laut Norm aus Sicherheitsgründen an keiner Stelle 60 Grad (°) überschreiten, und der mittlere Neigungswinkel der gesamten Rutsche darf nicht größer als 40° sein.

– Überprüfen Sie mithilfe einer Differenzialrechnung, ob die geplante Rutsche normgerecht ist.

- d) Der gesamte Außenbereich soll neu gestaltet werden. Der Gärtner veranschlagt einen Preis (Nettopreis) von  $p$  Euro pro Quadratmeter (€/m<sup>2</sup>) exklusive 20 % Mehrwertsteuer. Bei Barzahlung gewährt der Gärtner einen Preisnachlass von 3 %.

– Erstellen Sie eine Formel für den Gesamtpreis  $P$  inklusive Mehrwertsteuer (Bruttopreis) in Abhängigkeit von der Fläche  $A$  in m<sup>2</sup> bei Barzahlung.  
– Begründen Sie mathematisch, warum das Abziehen des Preisnachlasses vom Nettopreis zum selben Ergebnis führt wie das Abziehen des Preisnachlasses vom Bruttopreis.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

## Möglicher Lösungsweg

a) Cosinussatz:

$$x^2 = 66^2 + 79^2 - 2 \cdot 66 \cdot 79 \cdot \cos(93)$$

$$x = 105,559\dots$$

Der Barfußweg ist ca. 106 m lang.

b) Zuerst die benötigten Winkel im Dreieck  $EBC$  berechnen: den Winkel in der Ecke  $E$  mit dem Sinussatz, den Winkel in der Ecke  $B$  mithilfe der Winkelsumme; anschließend die Strecke von  $\overline{EC}$  zum neuen Eckpunkt  $C$  mit dem Sinussatz berechnen; zuletzt den Flächeninhalt mit der trigonometrischen Flächenformel berechnen.

*Die Argumentation kann auch über die entsprechenden Formeln bzw. über einen anderen Rechenweg erfolgen.*

c)  $f(x) = -\frac{1}{72}(x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 432)$

$$f'(x) = -\frac{1}{72}(4x^3 - 48x^2 + 144x)$$

$$f''(x) = -\frac{1}{72}(12x^2 - 96x + 144)$$

Die Steigung (hier: das Gefälle) ist im Wendepunkt am größten:

$$f''(x) = 0$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 6$

$$f'(6) = 0 \Rightarrow \text{nicht relevant (Flachpunkt)}$$

$$f'(2) = -1,777\dots = k \quad k = \tan(\alpha)$$

$$\alpha = -60,642\dots \approx -61^\circ$$

Der maximal erlaubte Winkel wird überschritten.

$$f(0) = 6$$

$$f(6) = 0$$

$$k = -1 \Rightarrow \alpha = -45^\circ$$

Auch der Winkel der mittleren Neigung ist zu groß.

Die Rutsche ist nicht normgerecht.

d)  $P(A) = p \cdot A \cdot 1,2 \cdot 0,97$

Die Multiplikation ist kommutativ und assoziativ, daher gilt:

$$(p \cdot A \cdot 1,2) \cdot 0,97 = (p \cdot A \cdot 0,97) \cdot 1,2$$

*Auch andere Schreibweisen und andere korrekte Argumentationen sind zulässig.*

## Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 4 Analysis
- d) 1 Zahlen und Maße

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —
- d) 3 Funktionale Zusammenhänge

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) —
- c) A Modellieren und Transferieren, D Argumentieren und Kommunizieren
- d) D Argumentieren und Kommunizieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel
- d) leicht

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 2

Thema: Alltag

Quellen: —