

Schachfigur

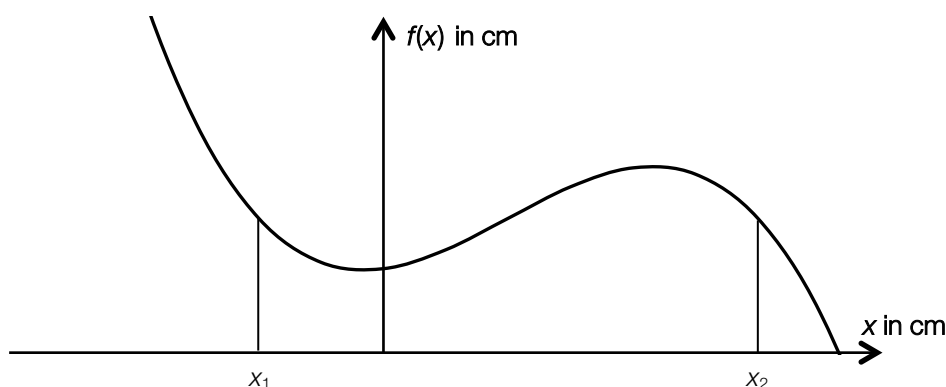
Aufgabennummer: B_057

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Auf einer Fräsmaschine wird eine einfache Schachfigur gefertigt. Wenn die im nachstehenden Diagramm dargestellte Polynomfunktion 3. Grades im Intervall $[x_1; x_2]$ um die x -Achse rotiert, entsteht die Kontur der rotationssymmetrischen Figur.



- a) Eine Alternative zu obiger Polynomfunktion ist eine Funktion mit $f(x) = -0,5 \sin(x) + 1$ mit $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

- Stellen Sie die Funktion in diesem Intervall grafisch dar.
- Berechnen Sie das Volumen der so entstehenden Schachfigur mithilfe der Integralrechnung.

- b) Zur Berechnung des Volumens V eines Rotationskörpers kann die zweite Guldin'sche Regel verwendet werden:

$$V = A \cdot 2\pi \cdot R$$

A ... Flächeninhalt der erzeugenden Fläche

R ... Normalabstand des Schwerpunkts dieser Fläche von der Rotationsachse

Für die Rotation von f um die x -Achse gilt: $R = \frac{1}{2A} \cdot \int_{x_1}^{x_2} f^2(x) dx$.

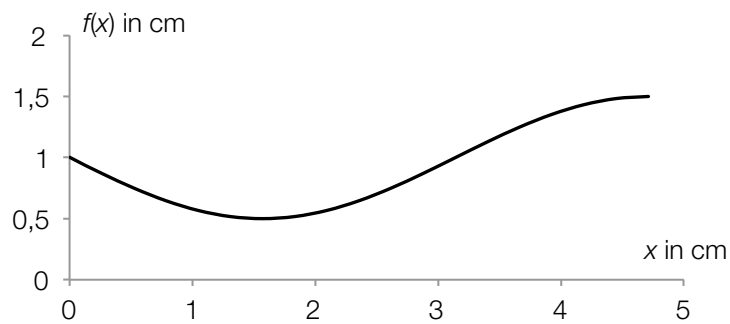
- Zeigen Sie, wie man die zweite Guldin'sche Regel aus dieser Formel erhält.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $f(x) = -0,5 \sin(x) + 1$



Das Volumen wird mittels Technologieinsatz (z. B. mit Mathcad) berechnet:

$$V = \pi \cdot \int_0^{\frac{3\pi}{2}} (-0,5 \sin(x) + 1)^2 dx = 13,513\dots$$

Das Volumen der Schachfigur beträgt ca. 13,5 cm³.

b) $R = \frac{1}{2A} \cdot \int_{x_1}^{x_2} f^2(x) dx \quad | \cdot 2\pi$

$$2\pi \cdot R = \frac{2\pi}{2A} \cdot \int_{x_1}^{x_2} f^2(x) dx \quad | \cdot A$$

$$A \cdot 2\pi \cdot R = \pi \cdot \int_{x_1}^{x_2} f^2(x) dx$$

$$A \cdot 2\pi \cdot R = V_x$$

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 3

Thema: Sonstiges

Quellen: —