

## Rohrleitungen (2)\*

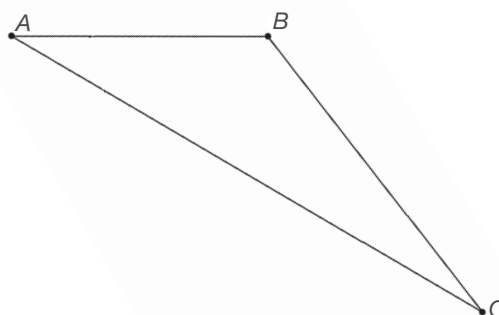
Aufgabennummer: B\_083

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

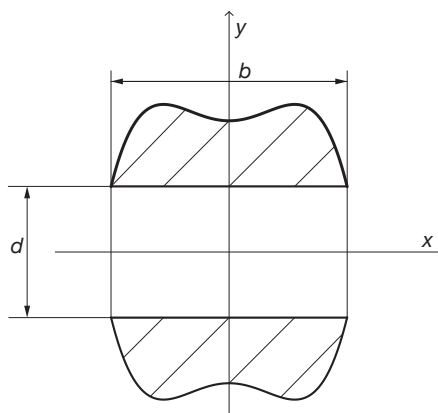
- a) Rohre sollen, wie in der nachstehenden Skizze vereinfacht dargestellt, zwischen den Punkten A, B und C im Raum verlegt werden.



Zur Berechnung eines Winkels wird die folgende Formel verwendet:  $\cos(\phi) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{BC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{BC}|}$

- Zeichnen Sie in der obigen Skizze den mit dieser Formel berechneten Winkel  $\phi$  mit dem Eckpunkt B als Scheitel ein.
  - Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks ABC mithilfe der Vektoren  $\vec{AB}$  und  $\vec{AC}$ .
- b) Ein Verbindungsstück für 2 Rohre soll untersucht werden.

Das Verbindungsstück ist rotationssymmetrisch bezüglich der x-Achse. Die obere Begrenzungskurve der Schnittfläche, die in der nachstehenden Grafik schraffiert dargestellt ist, wird durch die Funktionsgleichung  $y = 2 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}$  beschrieben, wobei x und y Längen in Dezimetern beschreiben. Der innere Durchmesser des Verbindungsstückes ist  $d = 2$  dm.



- Berechnen Sie die Breite  $b$  des Verbindungsstückes.
- Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Volumens des Verbindungsstückes mithilfe der Integralrechnung.

Das Verbindungsstück ist aus einem Material mit der Dichte  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$  gefertigt.

- Berechnen Sie die Masse des Verbindungsstückes.

- c) In einem Rohr nimmt der Druck durch die Reibung ab. Er wird also mit zunehmender Entfernung vom Rohranfang geringer.

Entsprechend dem Gesetz von Hagen-Poiseuille kann der Druck in einem Rohr in Abhängigkeit von der Rohrlänge  $x$  durch eine lineare Funktion  $p$  beschrieben werden.

- Zeigen Sie, dass der Druckverlust  $\Delta p$  proportional zur Rohrlänge ist; d.h., für alle  $x$  ist  $\Delta p(x) = p(0) - p(x) = c \cdot x$  mit  $c$  konstant.

Der Druck in einem Rohr wird an 2 Stellen gemessen. Die Ergebnisse sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Rohrlänge in m	Druck in bar
5	3,998
33	3,901

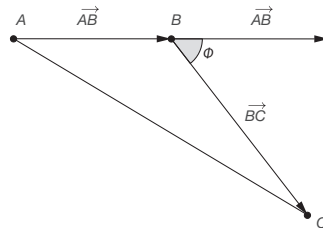
- Bestimmen Sie mithilfe der linearen Interpolation den Druck bei einer Rohrlänge von 14 m.  
– Beschreiben Sie, welche Bedeutung die Steigung der linearen Funktion  $p$  in diesem Sachzusammenhang hat.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

a)



$$\text{Fläche} = \frac{1}{2} \cdot |\vec{AB} \times \vec{AC}|$$

- b) Berechnung der Breite  $b$  durch Lösen der Gleichung  $2 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} = 1$  mittels Technologieeinsatz:  $x = \pm 1,79...$

Die Breite des Verbindungsstückes beträgt rund 3,6 dm.

Formel zur Berechnung des Volumens:

$$V = \pi \cdot \int_{-1,8}^{1,8} y^2 dx - 1^2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 1,8$$

Berechnen der Masse:  $m = \rho \cdot V = 0,9 \cdot 35,4... \Rightarrow m \approx 31,9 \text{ kg}$

- c) Mit  $p(x) = k \cdot x + d$  erhält man  $\Delta p(x) = p(0) - p(x) = d - (k \cdot x + d) = -k \cdot x$ . Also:  $c = -k$ .

Aus den beiden Messwerten ergibt sich die lineare Funktion  $p$  mit  $p(x) = -0,003464 \cdot x + 4,015$ .  
 $p(14) \approx 3,967$

Bei einer Rohrlänge von 14 m ergibt sich mithilfe der linearen Interpolation ein Druck von rund 3,967 bar.

Die Steigung gibt den Druckabfall in Bar pro Meter an.

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Einzeichnen des (mit der Formel berechneten) Winkels in der Skizze  
 1 × A2: für das richtige Erstellen einer Formel mithilfe der Vektoren  $\vec{AB}$  und  $\vec{AC}$  zur Bestimmung des Flächeninhalts
- b) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Breite des Verbindungsstückes  
 1 × A: für das richtige Erstellen einer Formel zur Berechnung des Volumens  
 1 × B2: für die richtige Berechnung der Masse
- c) 1 × D: für den richtigen Nachweis der direkten Proportionalität  
 1 × A: für einen richtigen Ansatz (z. B. mithilfe einer linearen Funktion bzw. ähnlicher Dreiecke)  
 1 × B: für die richtige Bestimmung des Interpolationswertes  
 1 × C: für die richtige Beschreibung der Bedeutung der Steigung in diesem Sachzusammenhang