

| |
|------------------|
| Name: |
| Klasse/Jahrgang: |

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

Angewandte Mathematik

Probeklausur 2014

Teil A / Teil B – Cluster 8

Bearbeitungshinweise

Im vorliegenden Aufgabenheft befinden sich insgesamt acht Aufgaben (fünf Teil-A-Aufgaben und drei Teil-B-Aufgaben), die aus unterschiedlich vielen Teilaufgaben bestehen.

Zur Bearbeitung der Aufgaben sind eine für Ihren Schultyp approbierte Formelsammlung sowie jeglicher Taschenrechner bzw. jegliches Mathematikprogramm ohne Internetanbindung zugelassen.

Alle Teilaufgaben sind unabhängig voneinander lösbar, sodass Sie sich mit jeder einzelnen Teilaufgabe separat beschäftigen können.

Sie haben **270 Minuten** für die Bearbeitung der Aufgaben (Teil A und B) Zeit.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Impfstoff

Verschiedene Pharmaunternehmen produzieren Impfstoffe, die in Packungen verkauft werden.

- a) Unternehmen A hat einen neuen Impfstoff entwickelt. Unternehmen B möchte diesen Impfstoff auch vertreiben.

Es stehen 2 Möglichkeiten für diesen Vertrieb zur Auswahl:

1. Unternehmen B kauft die Rechte von Unternehmen A um € 10 Millionen. Außerdem fallen laufende Produktionskosten in Höhe von € 25 pro Packung an.
2. Unternehmen B kauft das Produkt direkt von Unternehmen A um € 50 pro Packung.

– Stellen Sie die beiden Funktionsgleichungen auf, die den Zusammenhang zwischen der Anzahl der erzeugten Packungen x und den entstehenden Gesamtkosten K (in Euro) für Unternehmen B beschreiben. [2 Punkte]

- b) Ein weiteres Pharmaunternehmen untersucht ebenfalls 2 Möglichkeiten des Vertriebs eines Impfstoffes. Dabei liegen die folgenden Gewinnfunktionen vor:

$$G_1(x) = 120x$$

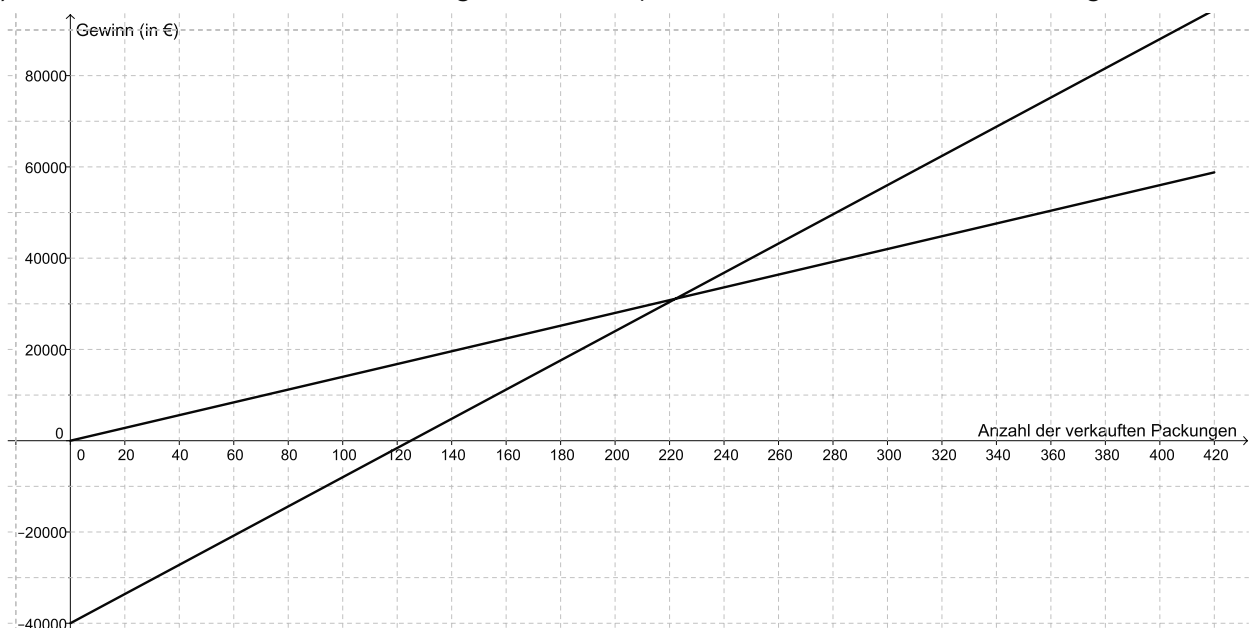
$$G_2(x) = 250x - 750\,000$$

x ... Anzahl der verkauften Packungen

$G_1(x)$, $G_2(x)$... Gewinn bei x verkauften Packungen in Euro

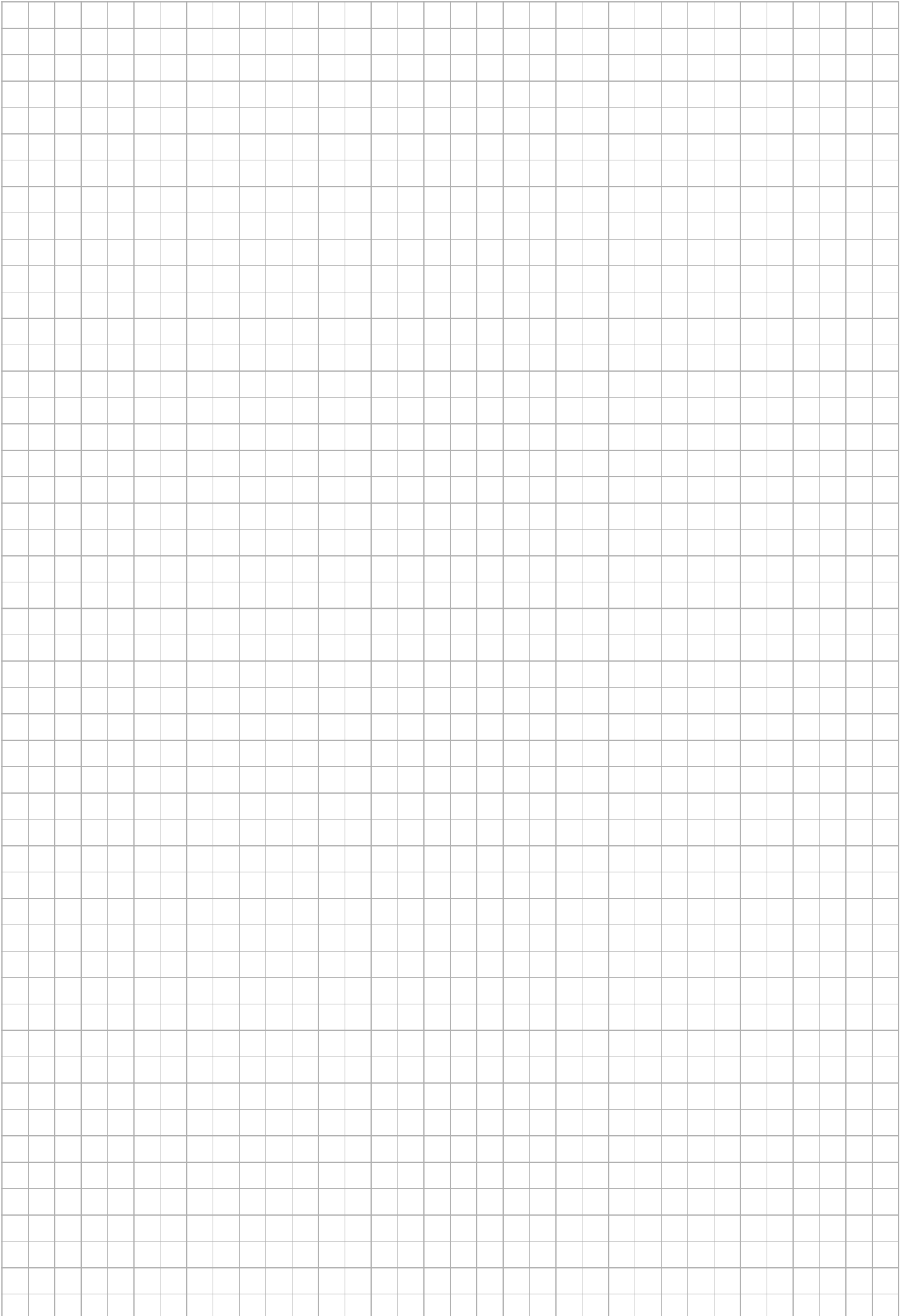
- Stellen Sie diejenige Gleichung auf, mit der berechnet werden kann, bei welcher Anzahl an verkauften Packungen des Impfstoffes die Gewinne gleich sind. [1 Punkt]
- Berechnen Sie, ab welcher Anzahl an verkauften Packungen die Gewinnfunktion G_2 für das Unternehmen besser ist als die Gewinnfunktion G_1 . [1 Punkt]

- c) In der untenstehenden Abbildung sind die Graphen von 2 Gewinnfunktionen dargestellt.



- Lesen Sie ab, für welche Anzahl von verkauften Packungen der Unterschied der Gewinnwerte € 10.000 beträgt. [1 Punkt]

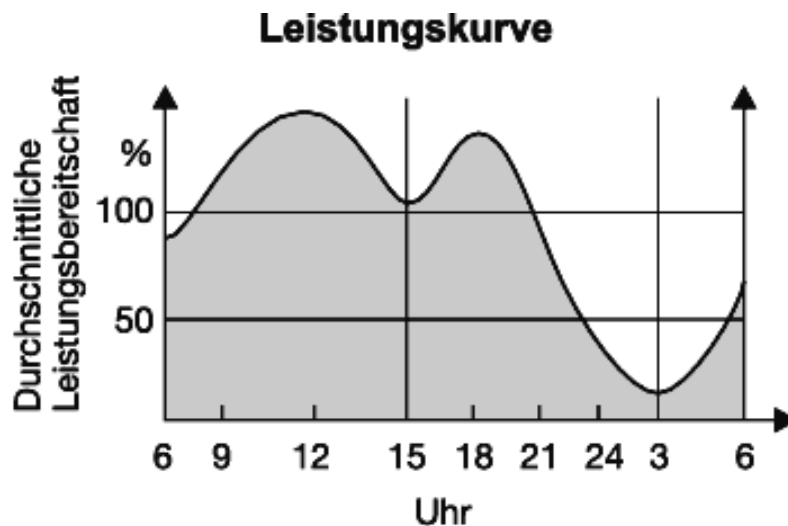
Lösungen bitte hier:



Aufgabe 2

Leistungskurve

Die *Leistungskurve*, auch *Arbeitskurve* genannt, ist die Darstellung der Arbeitsleistung einer Arbeitnehmerin/eines Arbeitnehmers in Abhängigkeit von der Tageszeit unter Berücksichtigung seiner Durchschnittsleistung (100 Prozent). Auf einer Webseite findet man folgende Grafik:



Quelle: <http://wirtschaftslexikon.gabler.de/Archiv/85252/leistungskurve-v9.html>

- a) – Lesen Sie ab, in welchen Zeitintervallen die Leistungsbereitschaft abnimmt. [1 Punkt]
- b) – Skizzieren Sie den Graphen der 1. Ableitungsfunktion der Leistungsbereitschaft im Zeitintervall von 15 Uhr bis 3 Uhr. Achten Sie dabei auf ein korrektes Einzeichnen der Extremstellen und des Monotonieverhaltens. [2 Punkte]
- c) Um 9 Uhr beträgt die Leistungsbereitschaft einer Arbeitnehmerin 110 %. Um 12 Uhr beträgt sie 140 %. Im Zeitintervall von 12 Uhr bis 14 Uhr beträgt die mittlere Änderungsrate der Leistungsbereitschaft –12 % pro Stunde.
- Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Leistungsbereitschaft im Zeitintervall von 9 Uhr bis 12 Uhr. [1 Punkt]
 - Berechnen Sie die Leistungsbereitschaft um 14 Uhr. [1 Punkt]
- d) Die Leistungsbereitschaft eines Arbeitnehmers kann im Zeitintervall von 0 Uhr bis 6 Uhr durch die Funktion f beschrieben werden. Dabei gilt:

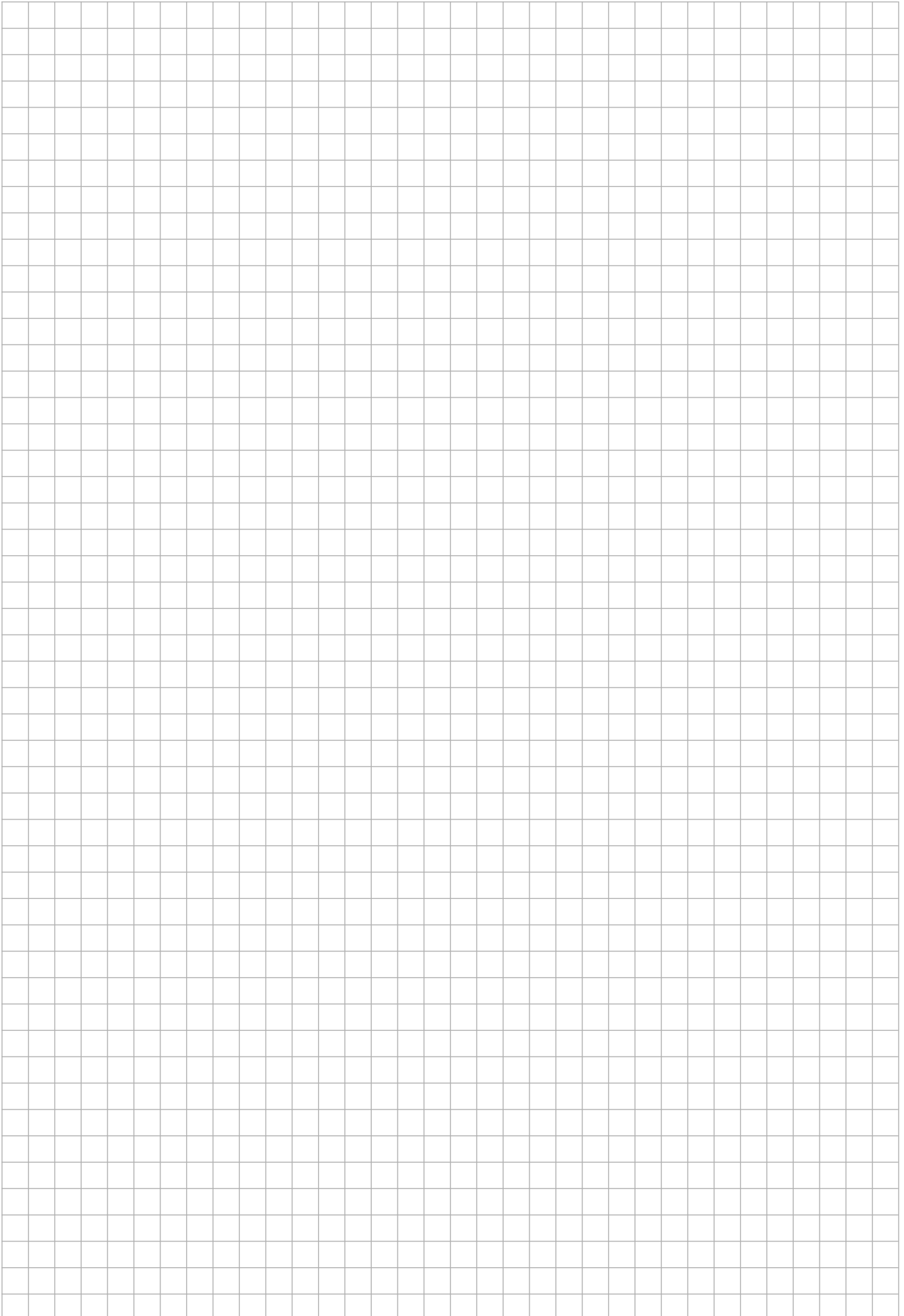
$$f(t) = \frac{10}{3} \cdot t^2 - 20 \cdot t + 40$$

t ... Zeit in Stunden, $0 \leq t \leq 6$

$f(t)$... Leistungsbereitschaft zur Zeit t in Prozent

- Berechnen Sie die 1. Ableitung der Leistungsbereitschaft um 2:30 Uhr. [1 Punkt]
- Erklären Sie die Bedeutung der 1. Ableitung im Sachzusammenhang. [1 Punkt]

Lösungen bitte hier:



Aufgabe 3

Leuchtmittel

In einem Betrieb werden Leuchtmittel erzeugt. Untersuchungen haben ergeben, dass 5 % der erzeugten Leuchtmittel fehlerhaft sind. Die übrigen Leuchtmittel funktionieren einwandfrei. Nun wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 100$ untersucht.

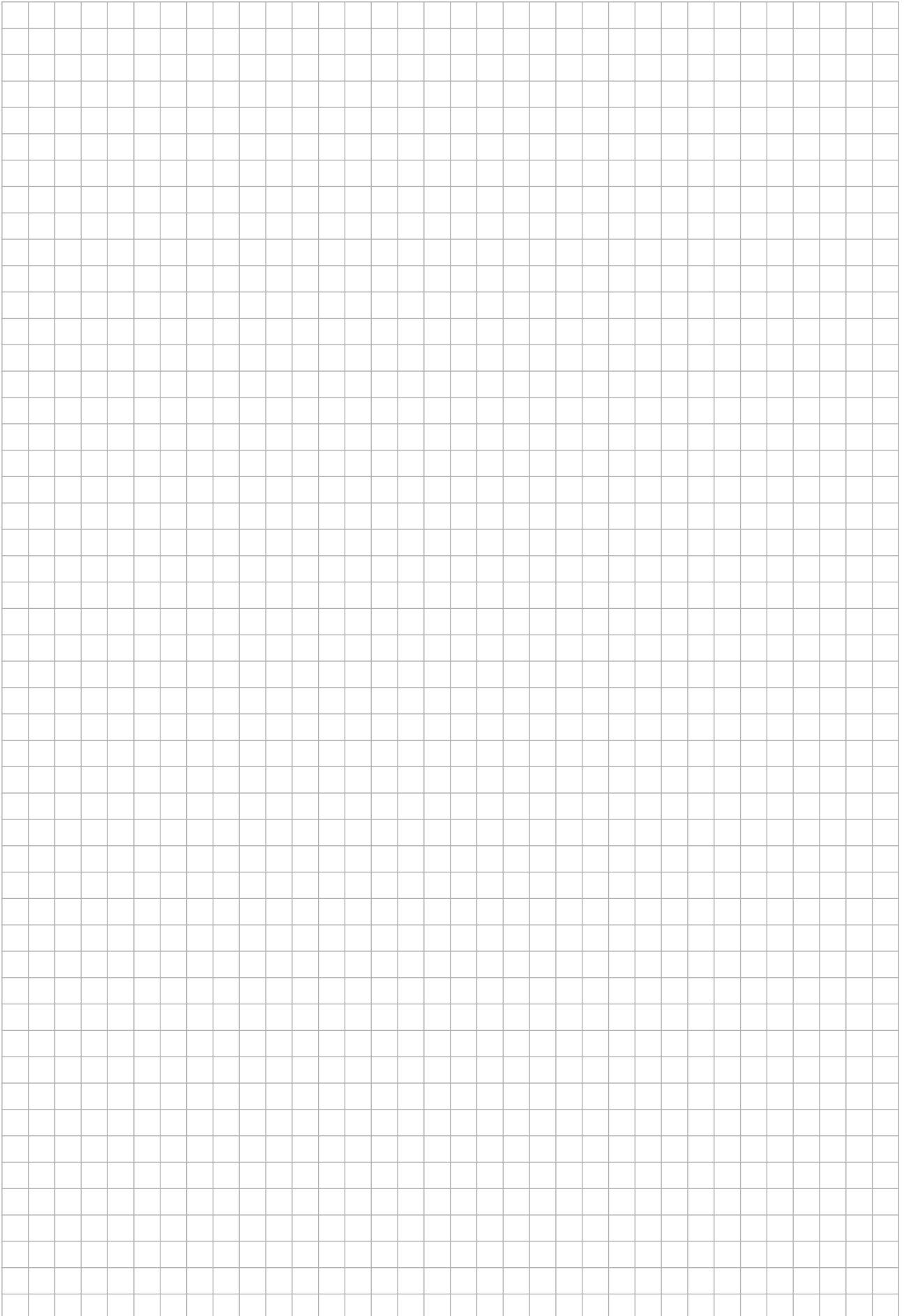
- a) – Erklären Sie, warum die Binomialverteilung hier als Modell zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten verwendet werden kann. *[1 Punkt]*
- b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass 6 oder 7 fehlerhafte Leuchtmittel in der Stichprobe zu finden sind. *[1 Punkt]*
- c) – Beschreiben Sie, welche Wahrscheinlichkeit durch den Ausdruck

$$0,05^4 \cdot 0,95^{96} \cdot \binom{100}{4}$$

berechnet wird. *[1 Punkt]*

- d) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Stichprobe 5 fehlerhafte Leuchtmittel gefunden werden, beträgt 18 %.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in 2 unabhängigen Stichproben gleichen Umfangs jeweils 5 fehlerhafte Leuchtmittel gefunden werden. *[1 Punkt]*

Lösungen bitte hier:



Aufgabe 4

Skipiste

Im italienischen Skisportort Bormio findet jährlich ein Abfahrtsrennen auf der *Pista Stelvio* im Rahmen des Skiweltcups statt. Die Abfahrtsstrecke ist insgesamt 3 186 Meter lang.

- a) – Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit eines Rennläufers in km/h, der die Strecke in 1 Minute 58,62 Sekunden bewältigt. [1 Punkt]
- b) Fahrer *A* bewältigt die Strecke mit einer mittleren Geschwindigkeit von 20 m/s. Fahrer *B* startet 30 Sekunden später und fährt mit einer mittleren Geschwindigkeit von 25 m/s.
 - Berechnen Sie, wie viele Meter vor dem Ziel Fahrer *B* Fahrer *A* einholt. [2 Punkte]
- c) Die größte Steigung der Strecke beträgt 63 %.
 - Erklären Sie anhand einer Skizze, was man unter einer Steigung von 63 % versteht. [1 Punkt]
 - Berechnen Sie den zugehörigen Steigungswinkel. [1 Punkt]

Lösungen bitte hier:

Aufgabe 5

Weitsprung

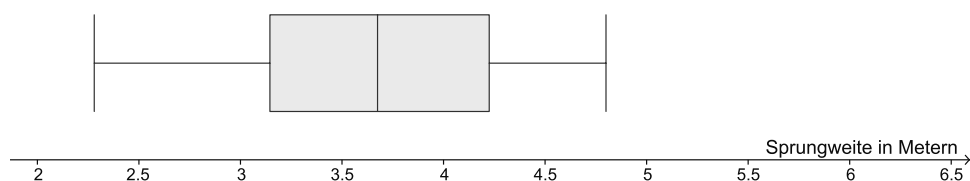
Bei einem Weitsprungwettbewerb einer Schulklasse werden die Sprungweiten (in Metern) von 12 Mädchen aufgezeichnet:

| | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 4,40 | 4,15 | 3,73 | 3,72 | 3,63 | 3,52 | 3,29 | 3,00 | 2,28 | 2,50 | 4,30 | 4,80 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|

- a) – Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert und die Standardabweichung der Sprungweiten. [1 Punkt]
- b) Die Sprungweiten werden in die Noten im Gegenstand *Bewegung und Sport* eingearbeitet. Es gilt die folgende Notenskala:

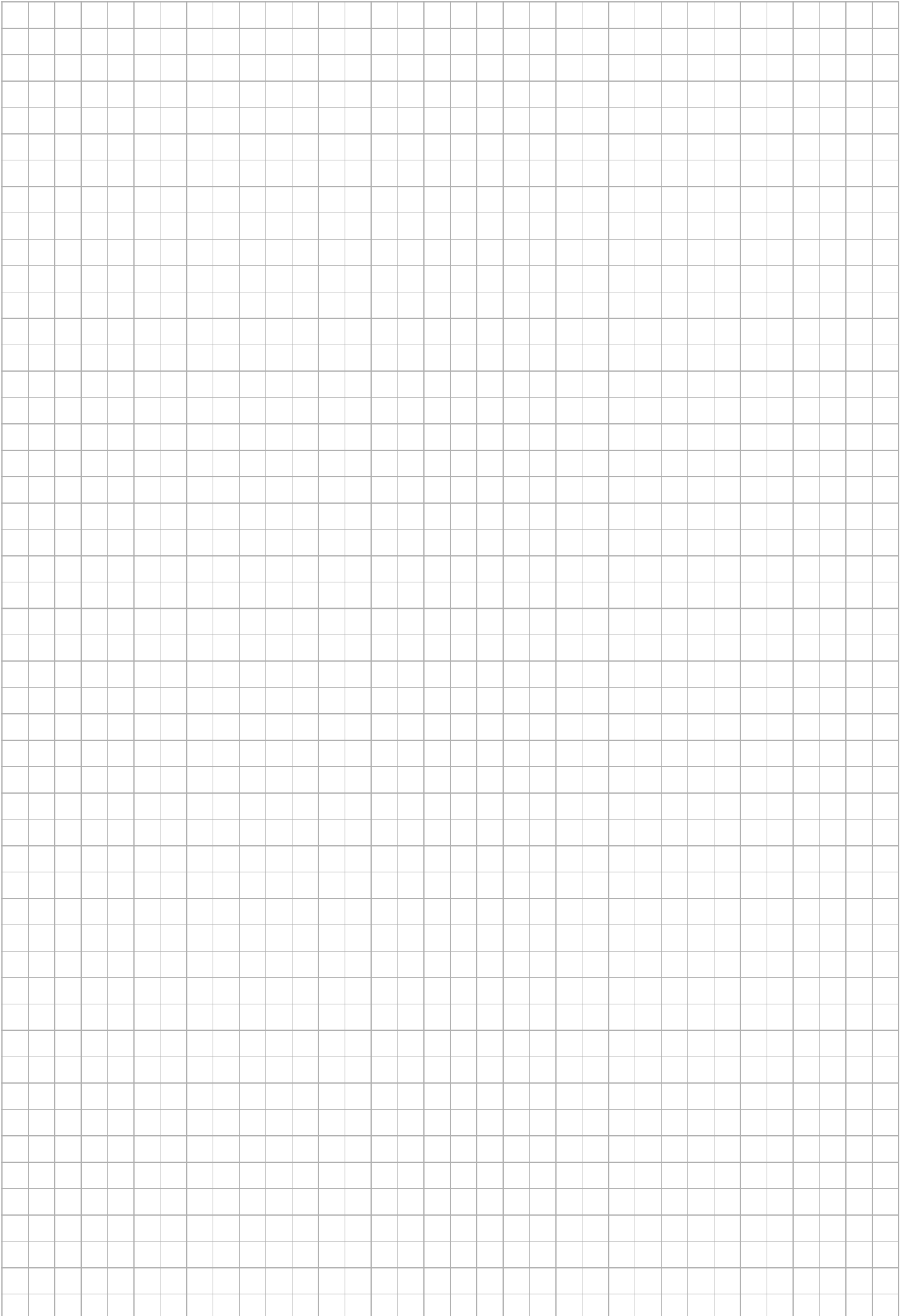
| | |
|----------------|----------------|
| Sehr gut | ab 4 m |
| Gut | 3,5 m – 3,99 m |
| Befriedigend | 3,0 m – 3,49 m |
| Genügend | 2,5 m – 2,99 m |
| Nicht genügend | unter 2,5 m |

- Erstellen Sie ein Säulen- oder Balkendiagramm, in welchem die Häufigkeiten der jeweiligen Noten dargestellt werden. [1 Punkt]
- c) In der untenstehenden Abbildung ist der Boxplot der Sprungweiten dargestellt.



- Lesen Sie aus dem Boxplot den Median und das 1. Quartil ab. [1 Punkt]
- Erklären Sie deren Bedeutung. [1 Punkt]
- d) In dieser Schulklasse beträgt die Standardabweichung der Sprungweiten bei den Mädchen an einem anderen Wettbewerbstag 0,70 Meter und bei den Burschen 0,49 Meter.
- Erklären Sie, was die beiden Werte im Vergleich über die Leistungen der beiden Gruppen aussagen. [1 Punkt]

Lösungen bitte hier:



Aufgabe 6 (Teil B)

Pumpenproduktion

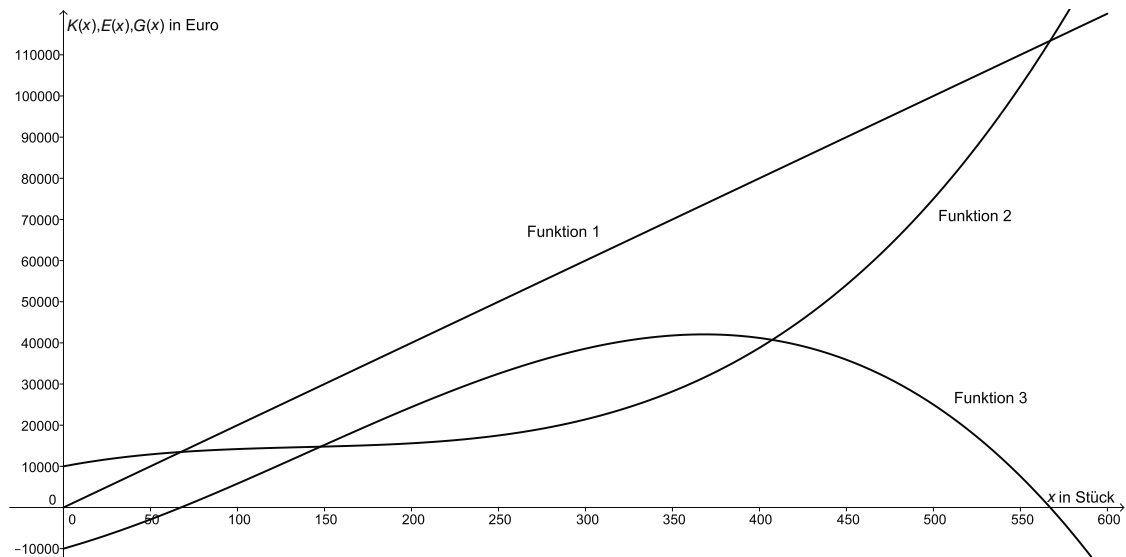
Bei der Produktion von Schmutzwasserpumpen wird ein bestimmtes Modell hergestellt. Für die Kostenfunktion K bei der Herstellung dieses Modells gilt:

$$K(x) = 0,0012x^3 - 0,5x^2 + 80x + 10\,000$$

x ... Stückzahl produzierter Schmutzwasserpumpen

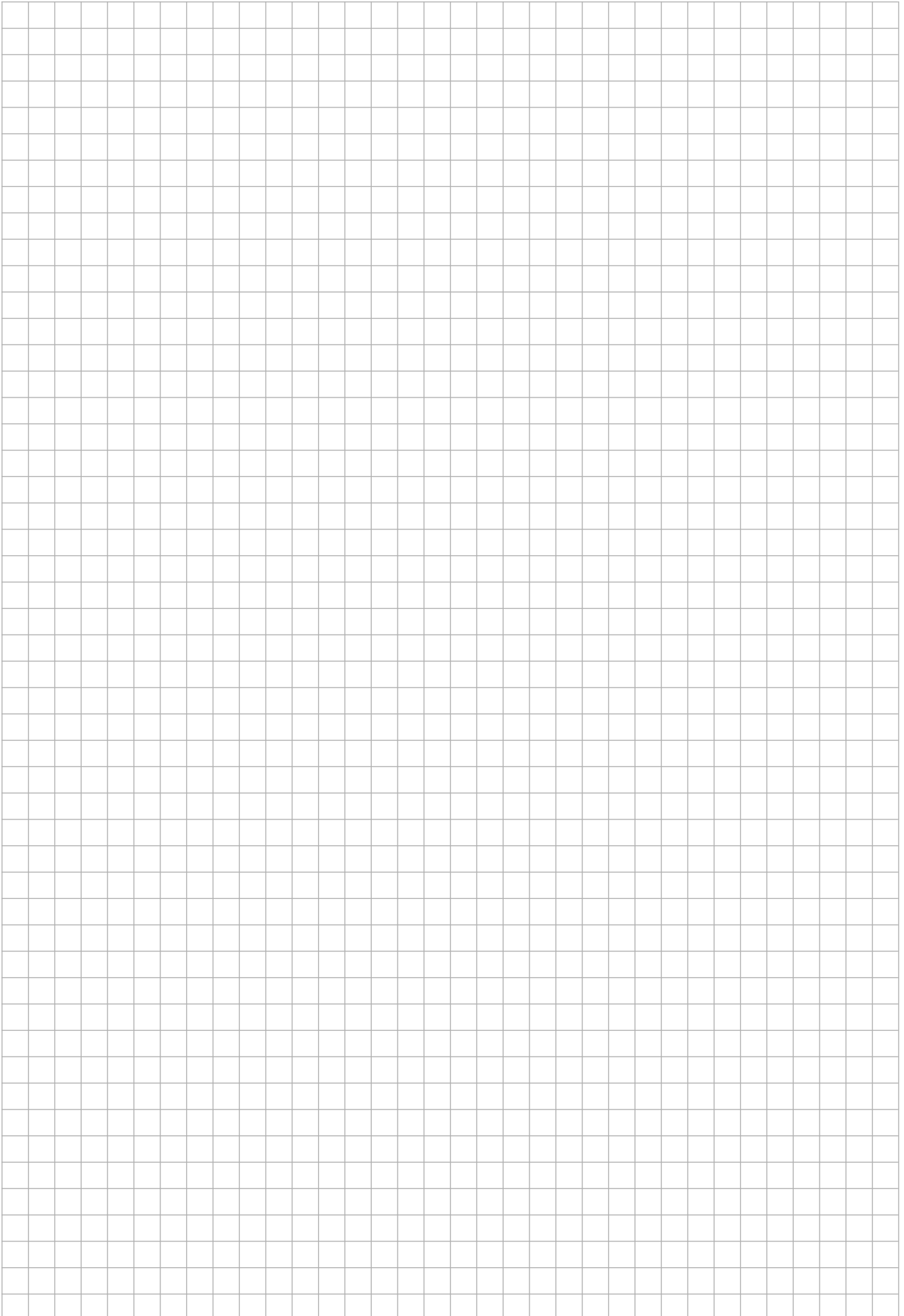
$K(x)$... Kosten bei der Produktion von x Schmutzwasserpumpen in Euro (€)

- a) Die untenstehende Abbildung zeigt die Funktionsgraphen
- der Kostenfunktion K
 - der Erlösfunktion E
 - der Gewinnfunktion G



- Begründen Sie, warum der Graph von Funktion 3 den Verlauf der Gewinnfunktion beschreibt. [1 Punkt]
- b) – Berechnen Sie den Kostenanstieg, wenn die Produktion von 100 auf 101 Stück erhöht wird. [1 Punkt]
- Berechnen Sie die Grenzkosten für 100 Stück mithilfe der Grenzkostenfunktion. [1 Punkt]
 - Begründen Sie, warum die Ergebnisse dieser Berechnungen unterschiedlich sind. [1 Punkt]
- c) Die Schmutzwasserpumpen werden zu einem Preis von € 200 pro Stück verkauft.
- Stellen Sie die Funktionsgleichung der Gewinnfunktion G auf. [1 Punkt]
 - Berechnen Sie, bei wie vielen verkauften Schmutzwasserpumpen der Gewinn maximal ist. [1 Punkt]

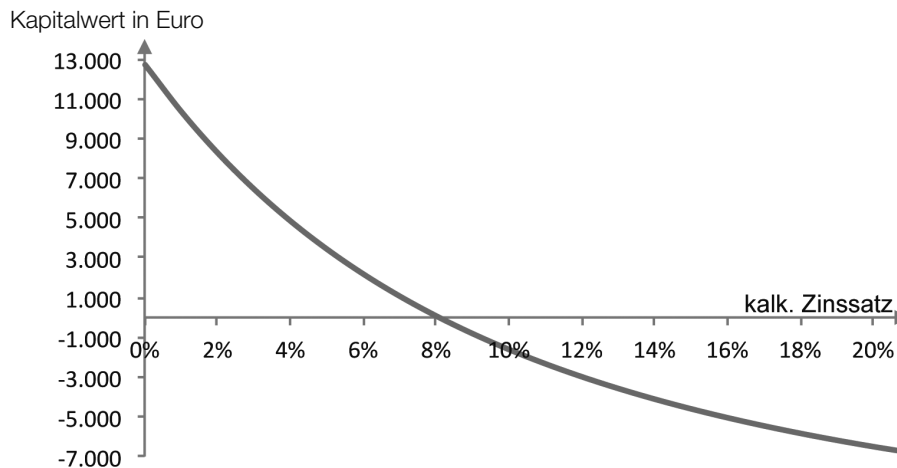
Lösungen bitte hier:



Aufgabe 7 (Teil B)

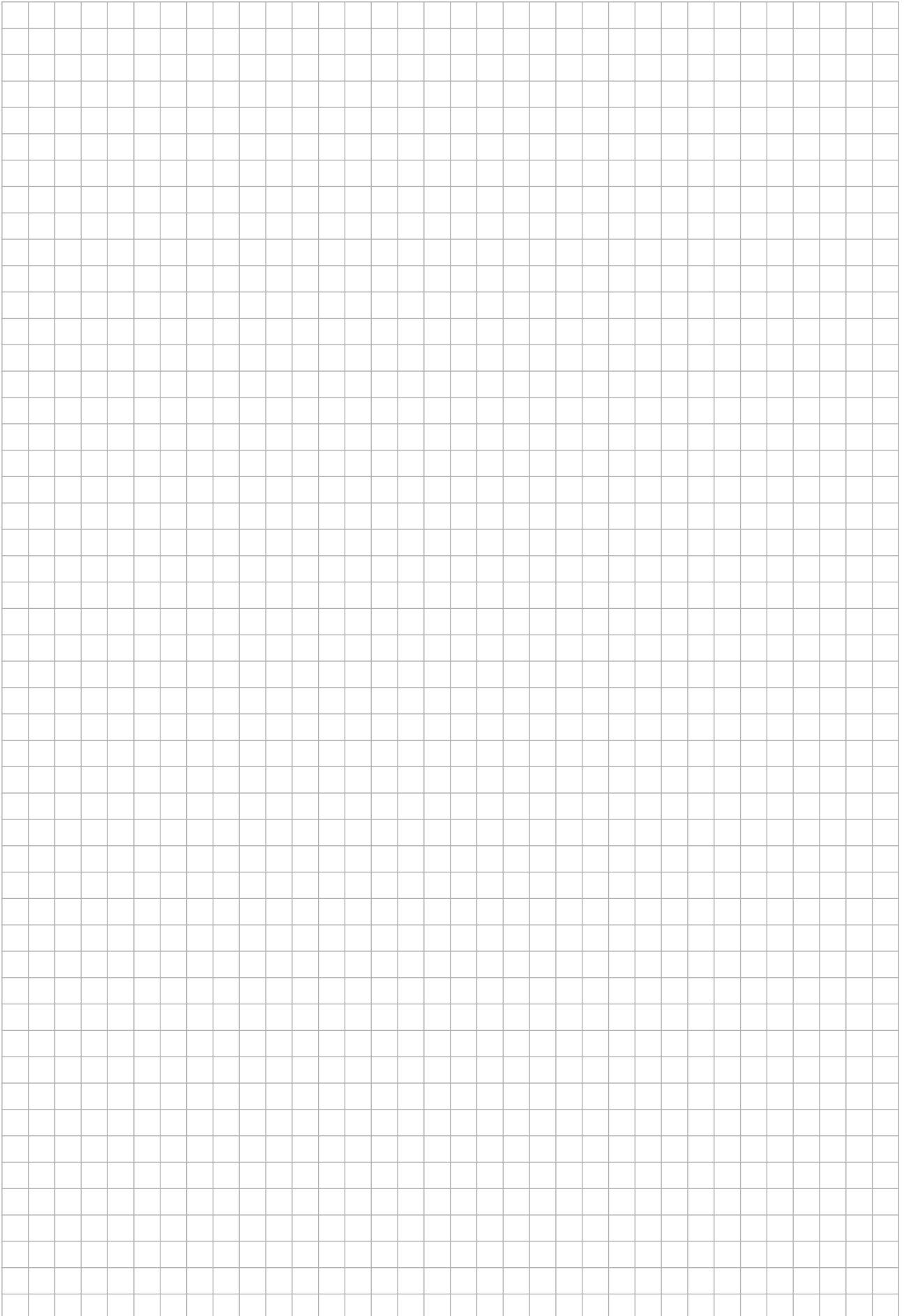
Photovoltaik

- a) Herr Maier kann die Kosten für seine Photovoltaikanlage bar bezahlen. Unter Berücksichtigung aller zukünftigen Einnahmen und Ausgaben sowie einer Einmalförderung von € 2.000 zum Errichtungszeitpunkt ergibt sich untenstehender Funktionsgraph für den Kapitalwert der Anlage in Abhängigkeit vom kalkulatorischen Zinssatz.



- Lesen Sie aus dem Funktionsgraphen ab, bis zu welchem ungefähren kalkulatorischen Zinssatz die geförderte Anlage rentabel ist. [1 Punkt]
 - Skizzieren Sie in obiger Abbildung den ungefähren Verlauf des Funktionsgraphen, wenn Herr Maier die Einmalförderung von € 2.000 nicht erhält. [1 Punkt]
- b) Eine Bank bietet Frau Zangerl einen Kredit über € 12.560 für die Finanzierung einer Photovoltaikanlage an. Dieser Kredit soll in 15 Jahren durch monatliche nachschüssige Raten in Höhe von je € 98 getilgt werden. Eine Bearbeitungsgebühr von 3 % der Kreditsumme wird bei der Auszahlung des Kredits von der Kreditsumme abgezogen. (Weitere Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)
- Ermitteln Sie den jährlichen Effektivzinssatz dieses Angebots in Prozent. [3 Punkte]
- c) Man rechnet in den nächsten Jahren mit einer Strompreissteigerung von 4 % pro Jahr. Derzeit kostet eine Kilowattstunde (kWh) Strom € 0,16.
- Stellen Sie eine passende Funktionsgleichung für die Entwicklung des Strompreises in Euro pro Kilowattstunde (€/kWh) in Abhängigkeit von der Zeit in Jahren auf. [1 Punkt]
- Gewerbliche Photovoltaik-Betreiber werden durch spezielle Fördergelder unterstützt. Für einen Zeitraum von 13 Jahren wird ihnen garantiert, dass sie überschüssigen Strom zu einem gleichbleibenden Tarif von € 0,38/kWh ins Netz einspeisen können.
- Ermitteln Sie mithilfe der erstellten Funktion, ob der Strompreis innerhalb von 13 Jahren unter dem garantierten Tarif von € 0,38/kWh liegt. [1 Punkt]

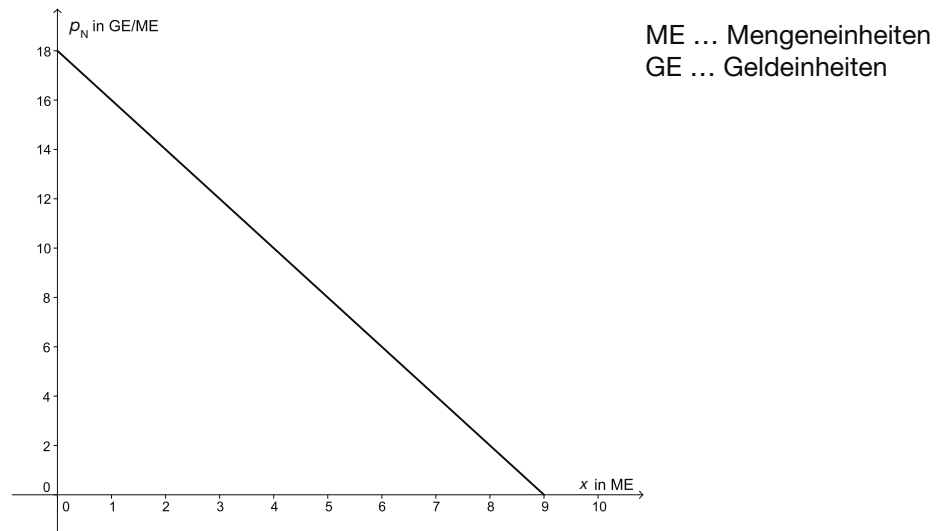
Lösungen bitte hier:



Aufgabe 8 (Teil B)

Zeitschrift

In der untenstehenden Abbildung ist der Graph der Preisfunktion der Nachfrage p_N für eine Sonderausgabe einer Zeitschrift dargestellt.



- a) Der Preis der Sonderausgabe wird von 14 GE/ME auf 12 GE/ME gesenkt.
- Kennzeichnen Sie in der Abbildung die entsprechenden Verkaufsmengen. [1 Punkt]
 - Berechnen Sie, um wie viele Geldeinheiten sich der zu erwartende Verkaufserlös verändert. [1 Punkt]
- b) – Stellen Sie die Funktionsgleichung der oben dargestellten Preisfunktion der Nachfrage p_N auf. [1 Punkt]
- Für die Preisfunktion des Angebots p_A gilt:
- $$p_A(x) = 1 + 4,5\sqrt{x}$$
- x ... angebotene Menge in ME
 $p_A(x)$ Angebotspreis in GE/ME
- Berechnen Sie den zugehörigen Gleichgewichtspreis. [3 Punkte]
- c) Bei einem Verkaufspreis von 9 GE/ME ist die Elastizität der Nachfrage genau -1 .
- Begründen Sie, warum sich durch eine Preissenkung der zu erwartende Erlös nicht erhöhen lässt. [1 Punkt]
- d) Einige Zeit später soll eine weitere Sonderausgabe gedruckt werden. Das Nachfrageverhalten hat sich mittlerweile verändert. Bei einem Preis von 8 GE/ME können nur mehr 3 ME abgesetzt werden. Die Elastizität bei 8 GE/ME ist $-0,6$.
- Interpretieren Sie diese Elastizität hinsichtlich der relativen Mengenänderung, die bei einer Preissenkung von 10 % zu erwarten ist. [1 Punkt]
 - Berechnen Sie, um welchen Betrag sich der zu erwartende Erlös verändert, wenn der Preis um 10 % gesenkt wird. [1 Punkt]

Lösungen bitte hier:

