Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

Angewandte Mathematik

Korrekturheft zur
Probeklausur März 2013

Teil-A-Aufgaben

Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung
des österreichischen Schulwesens

Aufgabe 1

Milchverpackung

Mögliche Lösungserwartung

a) $O = \left(4 \cdot \left(b \cdot \frac{b}{2} + b \cdot h + b \cdot 25 + b \cdot 10\right) + 3 \cdot b \cdot 7 + 15 \cdot \frac{b}{2} + 15 \cdot h + 15 \cdot 25 + 15 \cdot 10\right)$ mm²

$V = 1\ \text{dm}^3 = 1\,000\,000\ \text{mm}^3$

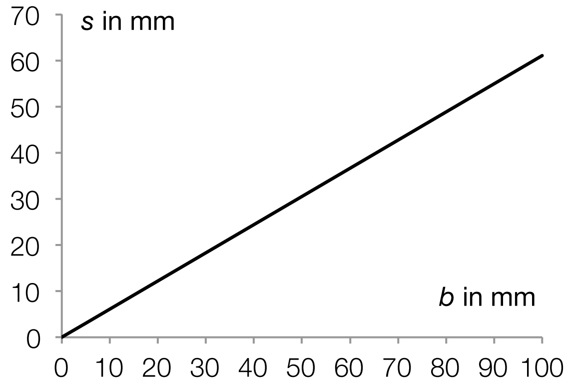
$b^2 \cdot h = 10^6\ \text{mm}^3 \Longrightarrow h = \frac{10^6}{b^2}$ mm

$O = \left(2b^2 + \frac{4 \cdot 10^6}{b} + 100b + 40b + 21b + 7{,}5b + 15 \cdot \frac{10^6}{b^2} + 375 + 150\right)$ mm²

$O = \left(168{,}5b + \frac{4 \cdot 10^6}{b} + \frac{15 \cdot 10^6}{b^2} + 2 \cdot b^2 + 525\right)$ mm²

b) $s = \frac{b}{2 \cdot \cos(\alpha)}$

$\alpha = 35° \Longrightarrow s(b) \approx 0{,}61 \cdot b$



c) X … Milchverpackung nicht korrekt ausgestanzt

$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$

$P(X = 0) = \binom{4}{0} \cdot 0{,}04^0 \cdot 0{,}96^4 = 0{,}849347$

$P(X \geq 1) = 0{,}150653 \approx 15\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 1 Milchverpackung nicht korrekt ausgestanzt wurde, beträgt ca. 15 %.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Oberflächenformel
1 × B: für die richtige Formel in Abhängigkeit von b

b) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel für s
1 × B: für das richtige Zeichnen des Graphen von s

c) 1 × A: für das richtige Erkennen des Wahrscheinlichkeitsmodells (Binomialverteilung)
1 × B: für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit

Aufgabe 2

Energieverbrauch und Joggen

Mögliche Lösungserwartung

a) $\overline{k} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}\ \frac{\text{kJ}}{\text{min} \cdot \text{kg}}$

Die mittlere Änderungsrate einer linearen Funktion ist gleichbedeutend mit ihrer Steigung.

b) Der „Abnahmekoeffizient“ pro Minute ist 0,995. Der Energieverbrauch zu Beginn ist 73 kJ/min.

$$f(t) = 73 \cdot 0{,}995^t$$

t … Zeit in Minuten
$f(t)$ ... Energieverbrauch (in kJ) pro Minute zum Zeitpunkt t

c) Gesamtenergieverbrauch E für 30 Minuten in der Ebene joggen: 1 980 kJ

$$E = \int_0^t (-0{,}05t^2 + 3t + 66)\mathrm{d}t = 1\,980 \text{ kJ}$$

Die Berechnung des Integrals führt zu folgender Gleichung:

$$1\,980 = -\frac{0{,}05t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} + 66t$$

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung der mittleren Änderungsrate
1 × D: für die richtige Erklärung

b) 1 × A: für das richtige Erkennen des exponentiellen Modells
1 × A: für die richtige Funktionsgleichung

c) 1 × B: für die richtige Berechnung des Energieverbrauchs
1 × A: für das richtige Aufstellen der Gleichung

Aufgabe 3

Geländewagen

Mögliche Lösungserwartung

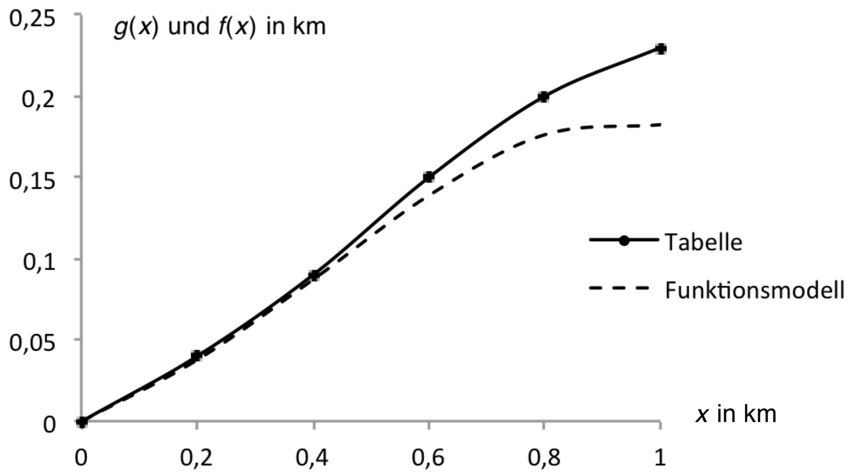
a) Aus der Tabelle werden die Steigungen der einzelnen Abschnitte ermittelt.

$k = \frac{\Delta g(x)}{\Delta x}$ mit $\Delta x = 0{,}2$ km

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
0,2	0,25	0,3	0,25	0,15

Der Geländewagen kommt den Berg hinauf, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:
– Die Steigung im 3. Abschnitt ist konstant.
– Die Steigung in den anderen Abschnitten ist nirgends größer als 0,3.

b)



Das Funktionsmodell beschreibt die Daten der Tabelle im Intervall [0 km; 0,5 km] ganz gut. Danach ist der Anstieg der Funktion f kleiner als bei den Daten aus der Tabelle, d. h., der nach 1 km zu überwindende Höhenunterschied wäre laut Modell zu gering.
Die Funktion f hat außerdem bei $x = 0{,}93$ km ein lokales Maximum, d. h., sie fällt anschließend, was ebenfalls nicht den Daten in der Tabelle entspricht.

c) Es wurde die Funktion f 2-mal differenziert und die 2. Ableitung null gesetzt. Man erhält jene x-Werte der Funktion f, an denen die Steigung (in diesem Fall) maximal ist.

$f'(x) = 0{,}3$

Der Wert 0,3 gibt die maximale Steigung der Funktion f an. Die maximale Steigung, die das Geländeauto zu überwinden hat, beträgt somit 30 %.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung der einzelnen Steigungen
1 × D: für die logisch richtige Argumentation

b) 1 × B: für die richtige grafische Darstellung der Tabellendaten und der Funktion
1 × D: für die logisch richtige Argumentation

c) 1 × C: für die richtige Interpretation der Rechenschritte
1 × D: für die richtige Erklärung des Ergebnisses im Kontext

Aufgabe 4

Zylindrische Gefäße

Mögliche Lösungserwartung

a) Bei einer linksseitigen Annäherung von r an 0 strebt der Funktionswert gegen $-\infty$.
Bei einer rechtsseitigen Annäherung von r an 0 strebt der Funktionswert gegen ∞.
An der Stelle $r = 0$ hat die Funktion eine Polstelle. Der Funktionswert an der Stelle 0 ist nicht definiert.

Definitionsbereich $D = \mathbb{R}^+$

b) Die möglichen Radien sind 0,2 dm und 2,7 dm.
Eine angemessene Ungenauigkeit beim Ablesen der Werte wird toleriert.

Die Zuordnung Radius in Abhängigkeit der Außenfläche ist keine Funktion, da bei dieser Zuordnung einem Wert A aus der Definitionsmenge bis auf eine Ausnahme immer 2 Werte r der Wertemenge zugeordnet werden. Dies widerspricht der Definition einer Funktion.

c) Es wird die 1. Ableitung $A'(r)$ berechnet.

$$A'(r) = 2 \cdot r \cdot \pi - \frac{10}{r^2}$$

Das Auflösen der Gleichung $A'(r) = 0$ ergibt $r = 1{,}2$ dm.
Auf die rechnerische Kontrolle, ob es sich beim berechneten Wert tatsächlich um ein Minimum handelt, kann verzichtet werden, da die Funktion A für $V = 3$ dm³ bereits in der Angabe grafisch dargestellt ist.

Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für die richtige Beschreibung des Funktionsverhaltens
1 × C: für die richtige Angabe der Definitionsmenge

b) 1 × C: für das korrekte Ablesen der Radien
1 × D: für die logisch richtige Argumentation

c) 1 × A: für das Aufstellen des richtigen Modells ($A'(r) = 0$)
1 × B: für das richtige Berechnen des Radius r

Aufgabe 5

Torten

Mögliche Lösungserwartung

a) Der Zusammenhang zwischen dem Volumen und dem Tortenradius ergibt aus der Formel eine quadratische Abhängigkeit. Die zugehörige Darstellung muss *Abbildung 1* sein. Auf der waagrechten Achse ist der Tortenradius r in dm aufgetragen.
Die *Abbildung 2* ist eine lineare Funktion.
Der Zusammenhang zwischen dem Volumen und der Tortenhöhe ergibt aus der Formel eine lineare Abhängigkeit. Auf der waagrechten Achse muss daher die Tortenhöhe h in dm aufgetragen sein.

b) Die benötigte Geleemasse für eine Torte entspricht dem Volumen eines Zylinders mit Durchmesser d = 28 cm = 2,8 dm und Höhe h = 5 mm = 0,05 dm.

$V = \left(\frac{2{,}8}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 0{,}05 = 0{,}308$

Für 15 Torten benötigt man 15 · 0,308 L = 4,62 L Gelee.

c) x … Menge des benötigten Schlagobers in Litern
y … Menge des benötigten Joghurts in Litern

Gleichungssystem:
$y = 2x$
$x + y = \frac{3}{4} \cdot V$

Auch andere Lösungswege sind zulässig.

d) P(*„genau 1 Kapsel leer“*) $= 8 \cdot 0{,}001 \cdot 0{,}999^7 = 0{,}007944$
Die Wahrscheinlichkeit, dass genau 1 Kapsel leer ist, beträgt ca. 0,8 %.

Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für die richtige Beschriftung der beiden Abszissen
1 × D: für die richtigen Begründungen

b) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel
1 × B: für die richtige Berechnung des Geleevolumens in Litern

c) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Gleichung, die den Zusammenhang zwischen Schlagobers und Joghurt ausdrückt
1 × A: für das richtige Aufstellen der Gleichung, die den Zusammenhang zwischen Cremevolumen, Joghurt und Schlagobers ausdrückt

d) 1 × A: für das Erkennen des richtigen Wahrscheinlichkeitsmodells (Binomialverteilung)
1 × B: für die richtige Berechnung