Informelle Kompetenzmessung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung

BHS

Februar 2016

# Angewandte Mathematik

Teil A + Teil B (Cluster 9)

Korrekturheft

BM BF Bundesministerium für Bildung und Frauen

Bundes institut bifie

# Aufgabe 1

## Vergnügungspark

### Möglicher Lösungsweg

a) $4{,}1 = 9 - x^2$
$x^2 = 4{,}9$
$x = \pm 2{,}213\ldots$

Der Festwagen darf rund 4,42 m breit sein.

$\int_{-3}^{3} (9 - x^2)\,\mathrm{d}x = 36$

Der Flächeninhalt der benötigten Folie beträgt 36 m².

b) Diese Polynomfunktion hat im dargestellten Intervall 2 lokale Extremstellen. Somit muss die 1. Ableitung dieser Funktion 2 Nullstellen haben, also mindestens eine Polynomfunktion 2. Grades sein. Somit muss die gegebene Polynomfunktion mindestens Grad 3 haben.

*oder:*

Eine Gerade parallel zur $x$-Achse hat 3 Schnittpunkte mit dem Graphen der Funktion. Somit muss die gegebene Polynomfunktion mindestens Grad 3 haben.

*oder:*

Der Graph ist keine Gerade und keine Parabel. Somit muss die gegebene Polynomfunktion mindestens Grad 3 haben.

c) rechtwinkeliges Dreieck $FPS$: $\tan(\beta) = \frac{\overline{SP}}{a} \Rightarrow \overline{SP} = a \cdot \tan(\beta)$

rechtwinkeliges Dreieck $FQS$: $\tan(\alpha) = \frac{\overline{SQ}}{a} \Rightarrow \overline{SQ} = a \cdot \tan(\alpha)$

$h = \overline{SP} - \overline{SQ}$
$h = a \cdot \tan(\beta) - a \cdot \tan(\alpha) = a \cdot (\tan(\beta) - \tan(\alpha))$

### Lösungsschlüssel

a) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Breite $b$
1 × B2: für die richtige Berechnung des Flächeninhalts
b) 1 × D: für eine richtige Erklärung
c) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel

# Aufgabe 2

## Luftdruck – Höhenformel

### Möglicher Lösungsweg

a) $p(0) = p_0 \cdot e^{-\frac{0}{7\,991}} = p_0 \cdot 1 = p_0$

$\frac{p_0}{2} = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{7\,991}}$

$h = 7\,991 \cdot \ln(2) = 5\,538{,}9\ldots$

Bei einer Seehöhe von rund 5 539 m beträgt der Luftdruck genau die Hälfte von $p_0$.

b) $f(h) = 1\,013 - \frac{1}{10} \cdot h$

c) Modellierung durch eine lineare Funktion $g$ mit $g(x) = a \cdot x + b$:
$1\,040 = a \cdot 990 + b$
$930 = a \cdot 1\,980 + b$

$g(x) = -\frac{1}{9} \cdot x + 1\,150$

$g(1\,300) = \frac{9\,050}{9} \approx 1\,006$

Der Luftdruck in einer Höhe von 1 300 m über dem Meeresspiegel beträgt rund 1 006 hPa.

### Lösungsschlüssel

a) 1 × D: für einen richtigen Nachweis
1 × A: für den richtigen Lösungsansatz zur Berechnung
1 × B: für die richtige Berechnung der Seehöhe
b) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Funktion
c) 1 × A: für einen richtigen Ansatz (z. B. mithilfe einer linearen Funktion bzw. ähnlicher Dreiecke)
1 × B: für die richtige Bestimmung des Luftdrucks

# Aufgabe 3

## Produktion von Rucksäcken

### Möglicher Lösungsweg

a) Es wird die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis berechnet, dass ein zufällig kontrollierter Rucksack Nahtfehler, aber keine der beiden anderen Fehlerarten aufweist.

b) $P$(„mindestens 1 Fehler“) = 1 – $P$(„kein Fehler“) = $1 - 0{,}98 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}99 = 0{,}0589... \approx 5{,}9\ \%$

Bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Rucksack mindestens 1 dieser 3 Fehler aufweist, muss bei der Verwendung der Gegenwahrscheinlichkeit nur 1 Ereignis, nämlich das Ereignis, dass kein Fehler auftritt, betrachtet werden.
Bei einer direkten Berechnung müssten die Wahrscheinlichkeiten für eine Vielzahl von Ereignissen berechnet und addiert werden.

c) Berechnung mittels Binomialverteilung: $n = 100$ und $p = 0{,}03$
$P(X < 3) = 0{,}41977\ldots \approx 41{,}98\ \%$

### Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für die richtige Angabe des Ereignisses (es muss auch klar erkennbar sein, dass die beiden anderen Fehlerarten nicht auftreten)
b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
1 × D: für die richtige Erklärung zur Gegenwahrscheinlichkeit
c) 1 × A: für das Erkennen des richtigen Wahrscheinlichkeitsmodells (Binomialverteilung)
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

# Aufgabe 4

## Tennis

### Möglicher Lösungsweg

a) Aufschlaggeschwindigkeit, die von 25 % der Teilnehmer nicht übertroffen wurde: 120 km/h

Quartilsabstand: 30 km/h

b) ähnliche Dreiecke:

$$\frac{2{,}3}{6{,}4 + 6{,}4 + 5{,}5} = \frac{h}{6{,}4}$$

$h = 0{,}80\ldots\text{ m} \approx 0{,}8\text{ m}$

Der Ball ist beim Netz in einer Höhe von rund 0,8 m.
Somit geht der Ball ins Netz.

c) $f'(0) = \frac{2}{5}$

$\arctan\left(\frac{2}{5}\right) = 21{,}801\ldots° \approx 21{,}80°$

Der Ball befindet sich im Abschlagpunkt in einer Höhe von $\frac{21}{50}$ Metern.

### Lösungsschlüssel

a) 1 × C1: für das richtige Ablesen der Aufschlaggeschwindigkeit
1 × C2: für das richtige Ablesen des Quartilsabstands
b) 1 × D: für die richtige Überprüfung
c) 1 × B: für die richtige Berechnung des Steigungswinkels
1 × C: für die richtige Interpretation der Zahl $\frac{21}{50}$

# Aufgabe 5

## Leistung einer Solaranlage

### Möglicher Lösungsweg

a) $P'(6) = 0$

$$0 = \frac{7}{162} \cdot 6^3 - \frac{7}{9} \cdot 6^2 + 2 \cdot a \cdot 6$$

$$a = \frac{14}{9}$$

b) $\int_0^{12} (0{,}007 \cdot t^4 - 0{,}165 \cdot t^3 + 0{,}972 \cdot t^2 + 1{,}221)\,\mathrm{d}t = 67{,}5288$

Die Solaranlage liefert an diesem Tag rund 67,53 kWh Energie.

c) An der Wendestelle $x_0$ einer Funktion $f$ gilt stets: $f''(x_0) = 0$.
Die 2. Ableitung einer Polynomfunktion 3. Grades ist eine lineare Funktion, die genau 1 Nullstelle mit Vorzeichenwechsel hat. Daher hat die Polynomfunktion 3. Grades genau 1 Wendestelle.

### Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für den richtigen Ansatz zur Berechnung des Koeffizienten *a*
1 × B: für die richtige Berechnung des Koeffizienten *a*
b) 1 × B: für die richtige Berechnung des Integrals
c) 1 × D: für eine richtige Begründung

# Aufgabe 6 (Teil B)

## Segeln

### Möglicher Lösungsweg

a) $\overline{BP} = \sqrt{3{,}3^2 + 2{,}7^2 - 2 \cdot 3{,}3 \cdot 2{,}7 \cdot \cos(63°)} = 3{,}176\ldots \approx 3{,}18$

Die Entfernung zwischen dem Punkt $B$ und dem Punkt $P$ beträgt rund 3,18 NM.

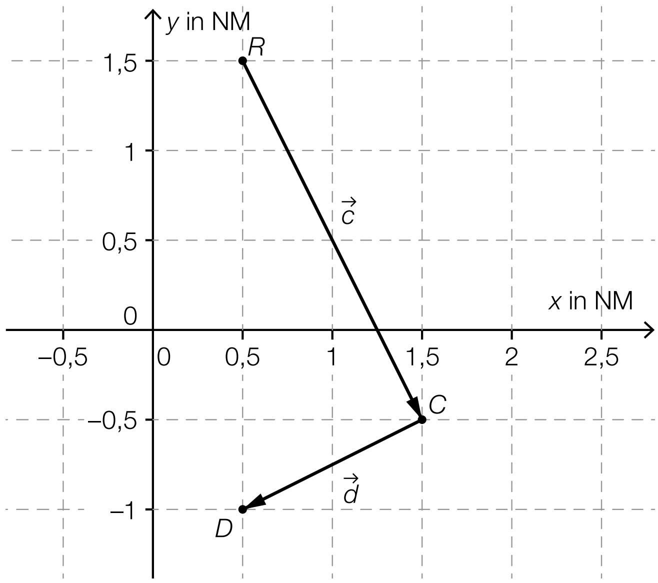
$\overline{PA} + \overline{AB} + \overline{BP} = 9{,}176\ldots$

$t = \frac{9{,}176\ldots}{6{,}8} = 1{,}349\ldots \approx 1{,}35$

Die Umrundung dauert etwa 1,35 Stunden.

Sinussatz: $\frac{\overline{PA}}{\sin(\beta)} = \frac{\overline{BP}}{\sin(\alpha)} \Rightarrow \overline{BP} = \frac{\overline{PA} \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$

b) $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$




$\vec{c} \cdot \vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -0{,}5 \end{pmatrix} = 0$

Die beiden Vektoren $\vec{c}$ und $\vec{d}$ stehen normal aufeinander.

c) $A = \frac{4 \cdot F_V}{1{,}225 \cdot v_W^2} = \frac{4 \cdot 153}{1{,}225 \cdot 5^2} = 19{,}9\ldots \approx 20$

Die Segelfläche muss dazu rund 20 m² groß sein.

Eine Verdoppelung der Windgeschwindigkeit führt zu einer Vervierfachung der Vortriebskraft.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Entfernung $\overline{BP}$
1 × B2: für die richtige Berechnung der Dauer dieser Umrundung
1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel
b) 1 × C1: für das richtige Ablesen der Koordinaten des Vektors $\vec{c}$
1 × A: für das richtige Einzeichnen des Punkts $D$
1 × B: für die richtige Berechnung des Skalarprodukts
1 × C2: für die richtige geometrische Interpretation des Skalarprodukts
c) 1 × B: für die richtige Berechnung des Flächeninhalts der Segelfläche
1 × C: für die richtige Beschreibung

# Aufgabe 7 (Teil B)

## Schwangerschaft

### Möglicher Lösungsweg

a) Ermittlung der Gleichung der Regressionsgeraden mittels Technologieeinsatz:
$y = 1{,}36 \cdot x - 10{,}42$

Gemäß dem Modell nimmt die Scheitel-Steiß-Länge durchschnittlich rund 1,36 cm pro Woche zu.

b) $m(25) = 638{,}3\ldots \approx 638$
Die Masse des Fötus zum Zeitpunkt $t = 25$ beträgt rund 638 g.

Die stärkste Massezunahme erfolgt an der Wendestelle $m''(t) = 0$.
Lösung dieser Gleichung mittels Technologieeinsatz: $t = 35{,}26\ldots \approx 35{,}3$
Nach etwa 35,3 Wochen ist die Massezunahme am größten.

### Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Ermittlung der Gleichung der Regressionsgeraden
1 × C: für die richtige Interpretation der Steigung der Regressionsgeraden im gegebenen Sachzusammenhang

b) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Masse des Fötus
1 × B2: für das richtige Bestimmen des Zeitpunktes, zu dem die Massezunahme am größten ist (In der Grafik ist klar zu erkennen, dass an der Wendestelle die größte Massezunahme vorliegt. Eine rechnerische Überprüfung des Steigungsverhaltens der Funktion an der berechneten Stelle sowie eine Überprüfung der Randstellen sind daher nicht erforderlich.)

# Aufgabe 8 (Teil B)

## Minigolf

### Möglicher Lösungsweg

a) Die Steigung der Funktion $f$ muss in den Punkten $A$ und $B$ null sein.

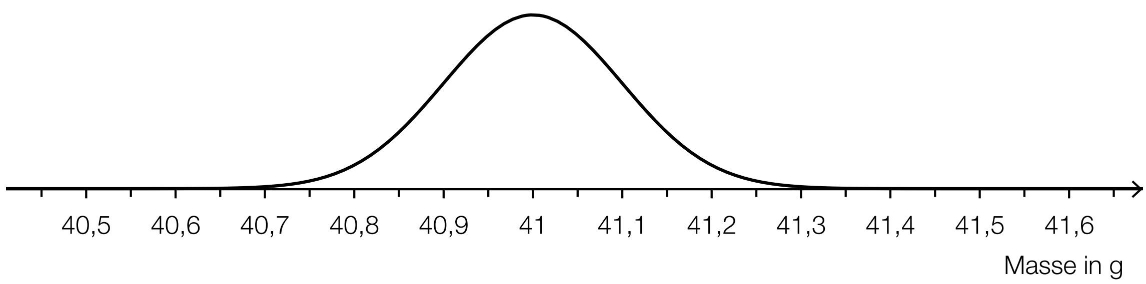
I. $f'(0) = 0$
II. $f'(3) = 0$
III. $f(0) = 0$
IV. $f(3) = 1{,}2$

Lösen des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:
$a = -\frac{4}{45}$; $b = \frac{2}{5}$; $c = 0$; $d = 0$

b) Die momentane Änderungsrate der Funktion $v$ zum Zeitpunkt $t_0$ ist die Beschleunigung des Balles zu diesem Zeitpunkt.

Der zurückgelegte Weg entspricht dem Flächeninhalt unter dem Graphen im Intervall [0; 4,5].
Flächeninhalt des Rechtecks: $A_1 = 1{,}4 \cdot 1 = 1{,}4$
Flächeninhalt unter dem Graphen der Polynomfunktion im Intervall [1; 4,5]: $A_2 = \int_1^{4{,}5} v(t)\,\mathrm{d}t = 2{,}45$
$A = A_1 + A_2 = 3{,}85$
Der zurückgelegte Weg des Balles beträgt 3,85 m.

c) $P$(„Minigolfball wird aussortiert“) $= 1 - P(X < 41{,}25) = 0{,}0062\ldots \approx 0{,}6\ \%$




Bei einer kleineren Standardabweichung wäre die Gauß’sche Glockenkurve schmäler und höher.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für die richtige Modellbildung zur Steigung der Funktion $f$
   1 × A2: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
   1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten
b) 1 × D: für die richtige Erklärung
   1 × A: für einen richtigen Ansatz (Aufteilen in 2 Teilflächen)
   1 × B: für die richtige Berechnung des zurückgelegten Weges
c) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
   1 × A: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Dichtefunktion (Glockenkurve mit Maximum an der Stelle $\mu$ und Wendepunkten an den Stellen $\mu \pm \sigma$ erkennbar)
   1 × C: für die richtige Beschreibung