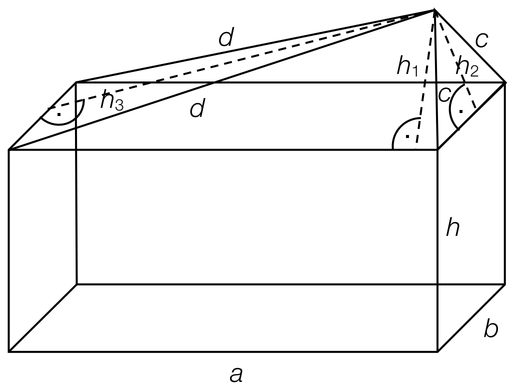
Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Gewächshaus

Aufgabennummer: B_058

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Für die Anzucht von Paradeisern wird ein Gewächshaus aus Glas gebaut (siehe Abbildung).



a) – Zeigen Sie, wie man die gegebene Formel für die Berechnung des Materialbedarfs an Glas für alle 4 Seitenwände und das aus 4 Glasplatten bestehende Dach erhält.

$$O = b \cdot \left(2 \cdot h + \frac{h_2}{2} + \frac{h_3}{2}\right) + a \cdot (2 \cdot h + h_1)$$

b) – Berechnen Sie denjenigen Winkel, den die lange schräge Kante d des Dachs mit der waagrechten Kante a einschließt. Maße: a = 3,8 m, d = 3,2 m, c = 1,3 m.

c) Von der in einer Paradeiserpflanze vorhandenen Flüssigkeitsmenge verdunsten täglich 45 %. Über das Erdreich nimmt die Pflanze im gleichen Zeitraum 12 Milliliter (ml) Flüssigkeit auf. Zu Beginn des Beobachtungszeitraumes enthält die Pflanze 15 ml Flüssigkeit. Die Zunahme der Flüssigkeitsmenge in der Paradeiserpflanze kann durch folgende Funktion y beschrieben werden:

$$y(t) = a \cdot (1 - e^{b \cdot t}) + c$$

t ... Zeit in Tagen
$y(t)$ ... Flüssigkeitsmenge in der Pflanze zum Zeitpunkt t in ml

– Erstellen Sie (ohne Verwendung der Funktionsgleichung) eine Tabelle und eine Grafik, die die tägliche Flüssigkeitsmenge in der Paradeiserpflanze für 15 Tage angeben.
– Ermitteln Sie die Parameter a, b und c. Verwenden Sie dazu die Daten der zuvor erstellten Tabelle.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Die Oberfläche des Glashauses setzt sich aus 4 Rechtecken und 4 Dreiecken zusammen:

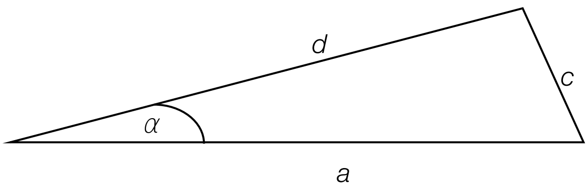
$$O = 2 \cdot \left(a \cdot h + b \cdot h + \frac{a \cdot h_1}{2}\right) + \frac{b \cdot h_2}{2} + \frac{b \cdot h_3}{2}$$

Durch Umformung erhält man:

$$O = 2 \cdot a \cdot h + 2 \cdot b \cdot h + a \cdot h_1 + \frac{b \cdot h_2}{2} + \frac{b \cdot h_3}{2}$$

$$O = b \cdot \left(2 \cdot h + \frac{h_2}{2} + \frac{h_3}{2}\right) + a \cdot (2 \cdot h + h_1)$$

b) (Skizze nicht explizit verlangt.)



$$c^2 = a^2 + d^2 - 2 \cdot a \cdot d \cdot \cos(\alpha)$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{c^2 - a^2 - d^2}{-2 \cdot a \cdot d}\right)$$

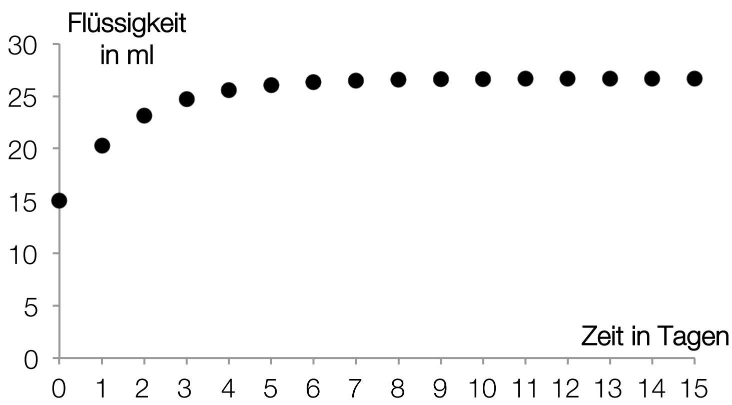
$$\alpha = 19{,}0362...° \approx 19°$$

Der Winkel beträgt etwa 19°.

c) Die Tabelle wird z. B. in Excel iterativ erstellt: ($x_{n+1} = 0{,}55 \cdot x_n + 12$).

Aus der Tabelle wird anschließend die Grafik erstellt.

Tag	Flüssigkeit in der Pflanze in ml
0	15,00
1	20,25
2	23,14
3	24,73
4	25,60
5	26,08
6	26,34
7	26,49
8	26,57
9	26,61
10	26,64
11	26,65
12	26,66
13	26,66
14	26,66
15	26,67



Für die Ermittlung der Parameter *a*, *b* und *c* wird aus der Tabelle abgelesen:

$t = 0$, $y = 15$ ⇒ $\underline{c = 15}$

Der Grenzwert der Funktion für $t \to \infty$ ist ca. 26,67. ⇒ $a = 26{,}67 - 15$
$\underline{a \approx 11{,}67}$

Die Ermittlung von *b* erfolgt durch Einsetzen eines Punktes, z. B. (1|20,25), und Lösen der Exponentialgleichung:

$20{,}25 = 11{,}67 \cdot (1 - e^{b \cdot 1}) + 15$ ⇒ $\underline{b \approx -0{,}6}$

$y(t) = 11{,}67 \cdot (1 - e^{-0{,}6 \cdot t}) + 15$

Auch andere korrekte Lösungswege sind zulässig.

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 2 Algebra und Geometrie
b) 2 Algebra und Geometrie
c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

a) —
b) —
c) 2 Algebra und Geometrie

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) A Modellieren und Transferieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) A Modellieren und Transferieren
c) B Operieren und Technologieeinsatz, C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

a) leicht
b) leicht
c) schwer

Punkteanzahl:

a) 2
b) 2
c) 4

Themen: Architektur, Biologie

Quellen: —