Fence Levelling Algorithmus

Gerald Futschek

nach

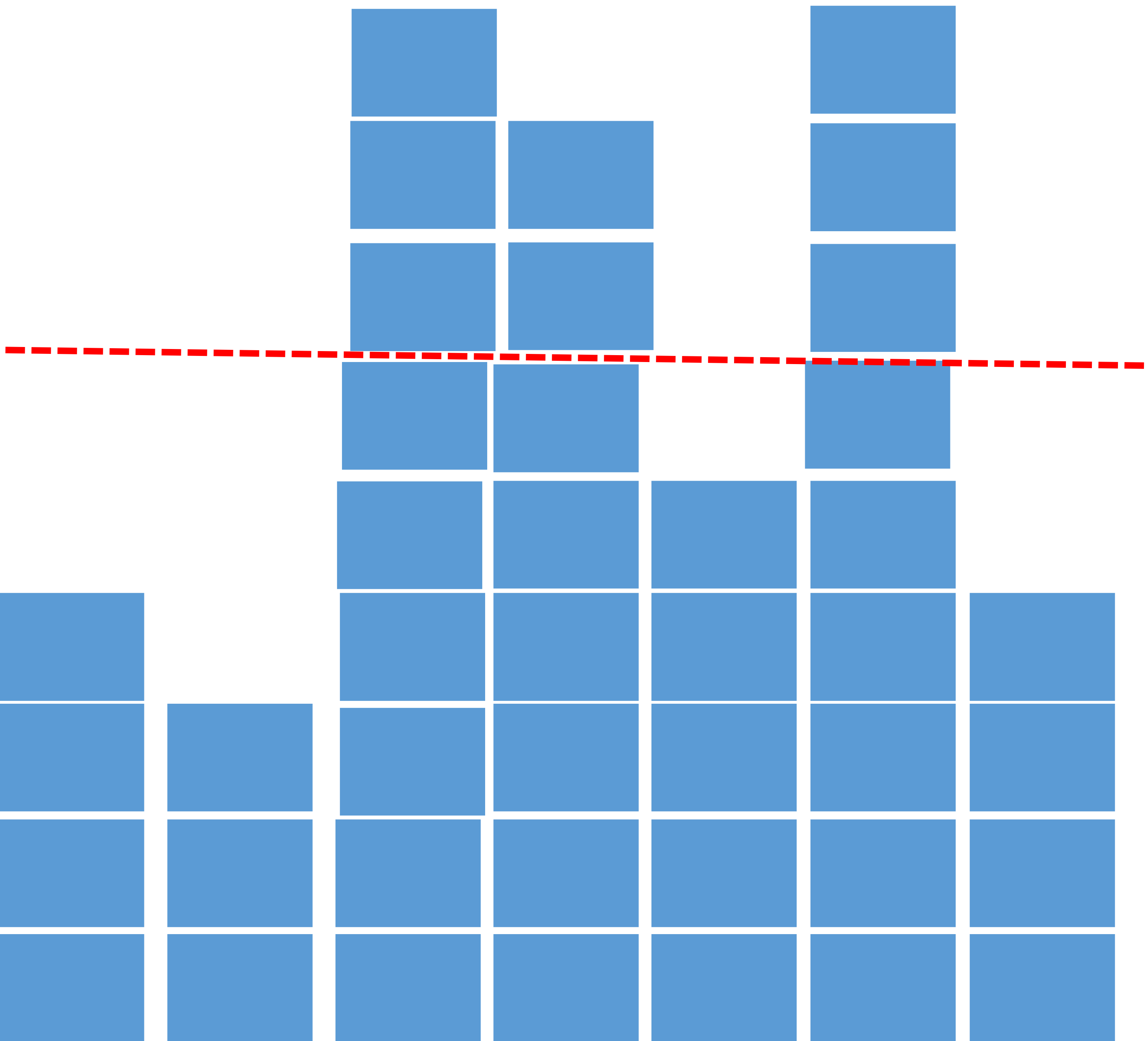
David Ginat

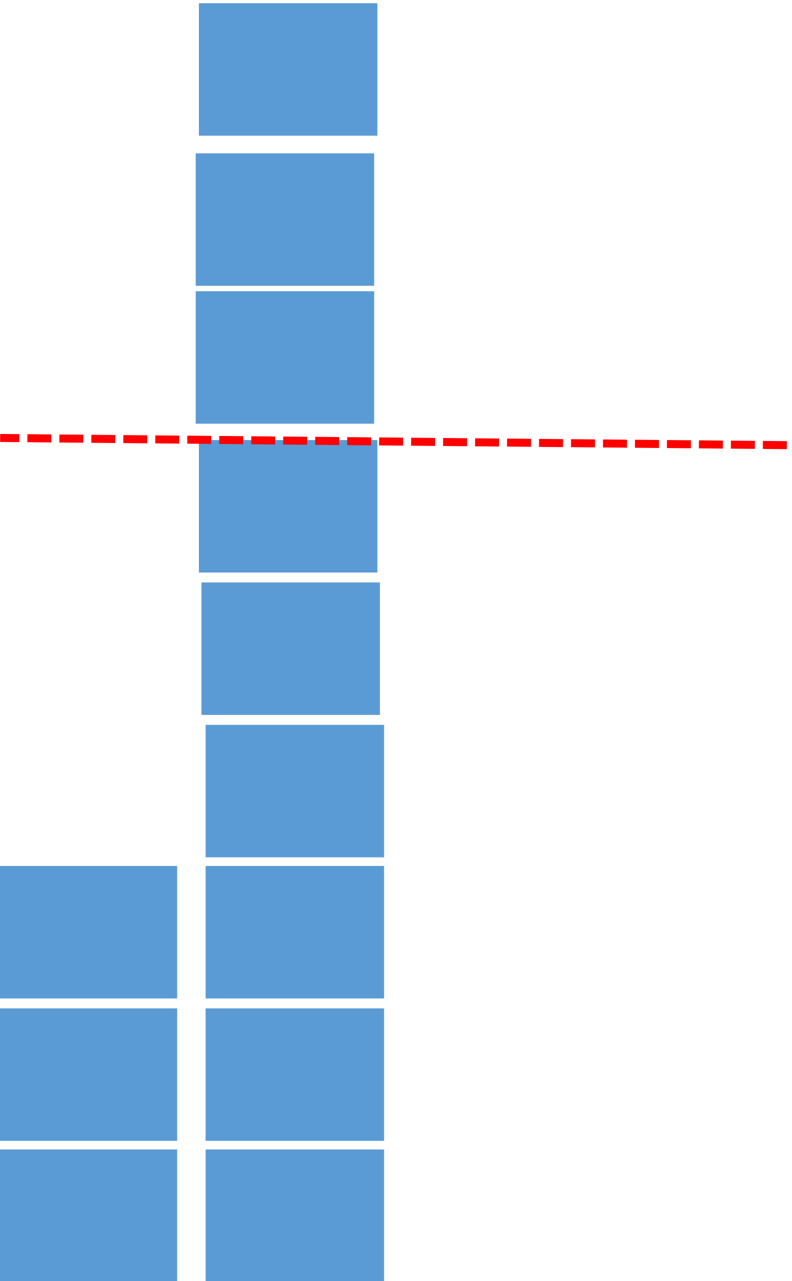
Fence Levelling: Problemstellung

- Ein Zaun aus Steinen mit N Spalten und insgesamt N x h Steinen soll auf gleiche Höhe gebracht werden. h ist die durchschnittliche Höhe des Zauns.
- In einer Steine-Bewegen-Operation wird eine Anzahl von Steinen von einer Spalte zu einer benachbarten Spalte transferiert.
- Gesucht: Minimale Anzahl von notwendigen Steine-Bewegen-Operationen
- Beispiel:

  Höhen der Spalten: 1, 4, 5, 11, 3, 6 (N=6, h = 5)

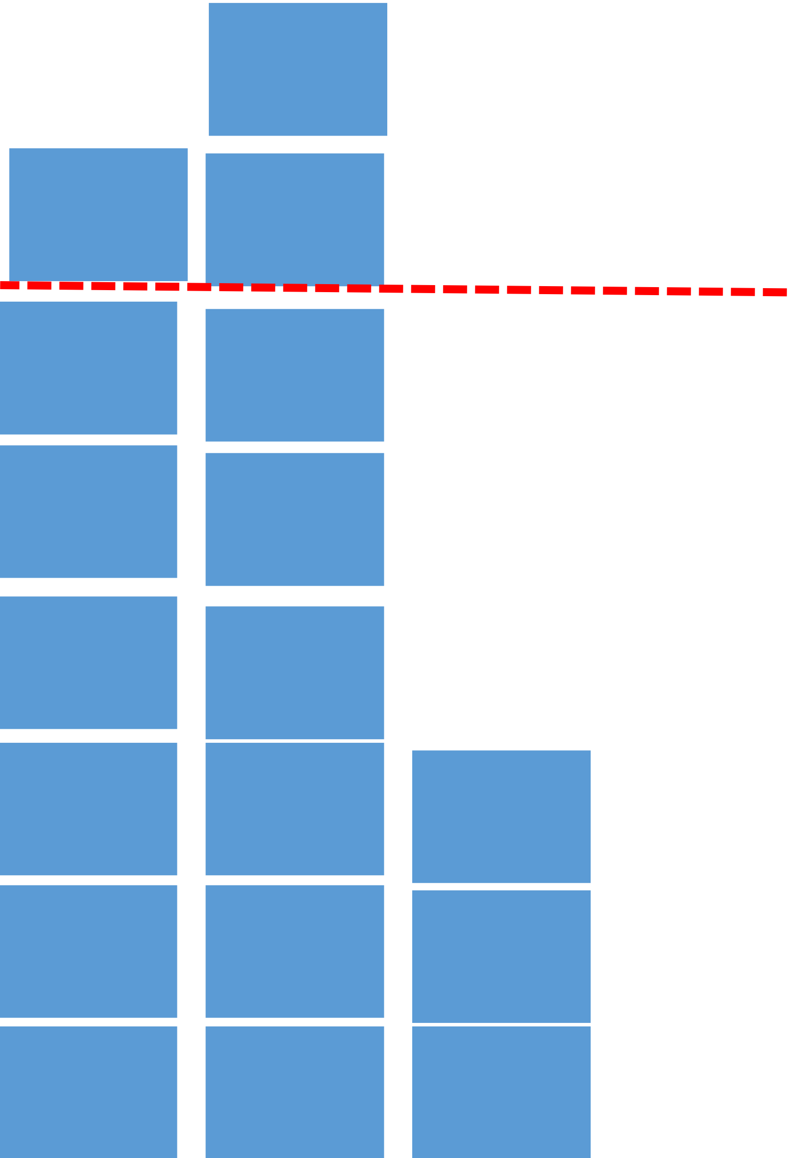
Beispiel: N= 7, h=6

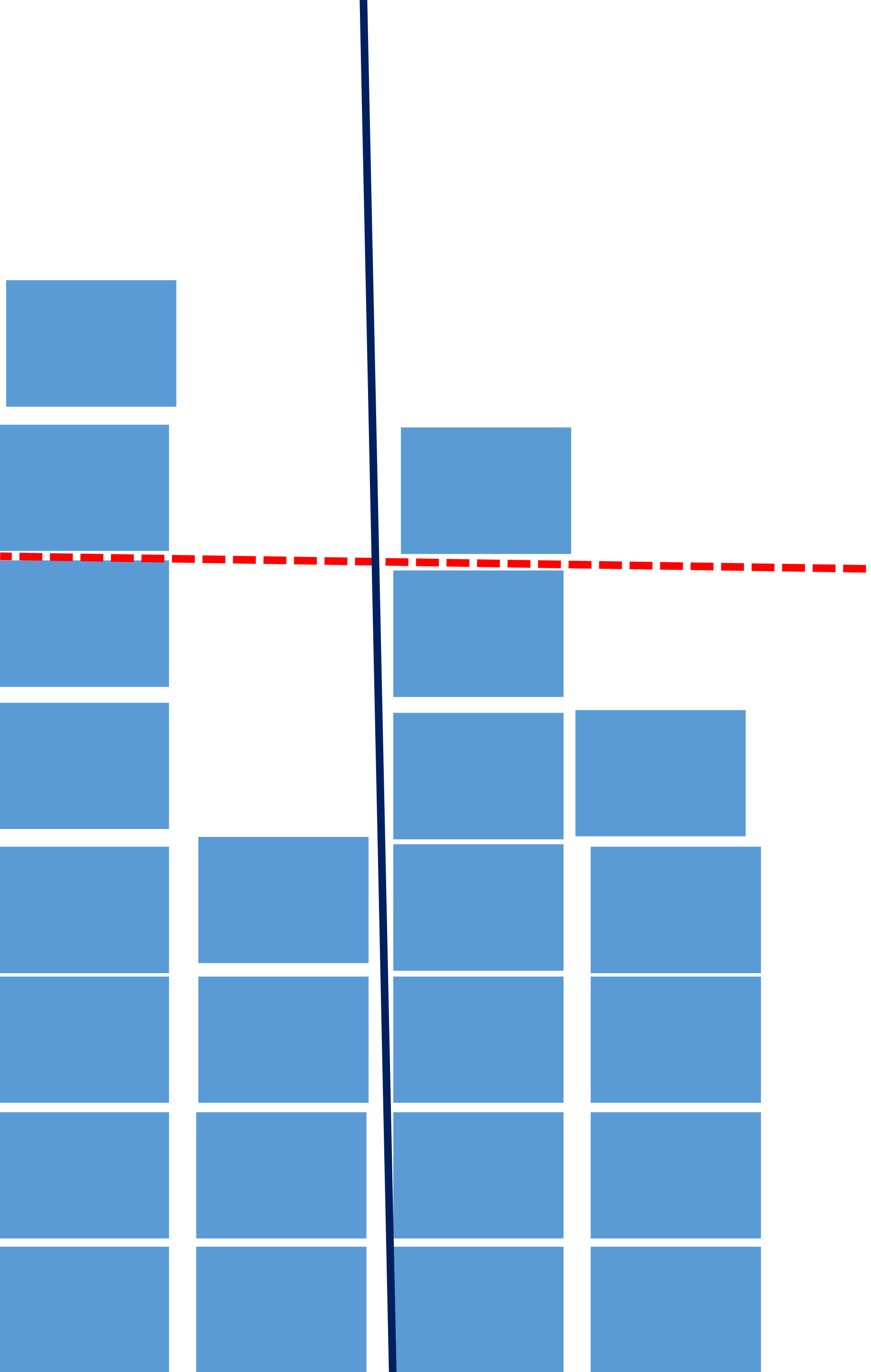




Beispiel: $N= 2, h=6$

Beispiel: N= 3, h=6





Beispiel: N= 4, h=6

Beobachtungen

- Es sind 0 bis maximal N - 1 Operationen notwendig, je nach Anordnung der Steine.
- Falls genau K x h Steine in einer Sequenz von K Spalten sind, dann kann diese Sequenz unabhängig vom Rest betrachtet werden.

  (Eine Sequenz sind unmittelbar aufeinanderfolgende Spalten)
- Falls der gesamte Zaun in unabhängig berechenbare Sequenzen zerlegt werden kann, ist das gewünschte Ergebnis die Summe der Teilergebnisse.
- Falls die N Spalten nicht in unabhängig zu berechnende Sequenzen zerlegt werden kann, ist das Ergebnis N - 1

Entscheidende Beobachtung

- Ist S die maximale Anzahl von unabhängig berechenbaren Sequenzen, dann ist das Ergebnis N - S

- Aber wie kann man S berechnen?

Berechnen von S

- Betrachte von links nach rechts die Anzahl der Steine je Spalte und zähle dabei die unabhängig zu berechnenden Sequenzen mit.
- Eine unabhängig zu berechnende Sequenz ist erreicht, wenn sie bei K Spalten genau K x h Steine enthält (oder anders ausgedrückt: die durchschnittliche Höhe der Sequenz genau h ist).