Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych

Politechnika Warszawska

Sterowanie Procesami

Sprawozdanie z projektu nr 2

zadanie nr 49

Mikołaj Wewiór
318407

Warszawa, 2023

Wprowadzenie

Obiekt regulacji opisany jest transmitancją ciągłą:

$$G(s) = \frac{K_0 e^{-T_0 s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

gdzie: $K_0 = 4,3$, $T_0 = 5$, $T_1 = 1,89$, $T_2 = 4,92$. Po podstawieniu stałych do wzoru otrzymujemy:

$$G(s) = \frac{4,3}{(1,89s + 1)(4,92s + 1)} \cdot e^{-5s} = \frac{4,3 \cdot e^{-5s}}{9,2988s^2 + 6,81s + 1} = \frac{4,3 \cdot e^{-5s}}{s^2 + 0,7324s + 0,1075}$$

1. Wyznaczenie transmitancji dyskretnej

Do wyznaczenia transmitancji dyskretnej wykorzystałem ekstrapolator zerowego rzędu. Czas próbkowania został przyjęty jako $T_p = 0,5s$. Sprowadza się to do zastosowania następującego wzoru:

$$G(z) = \left(\frac{z-1}{z}\right) \cdot Z\left(\frac{G(s)}{s}\right)$$

Do dalszych obliczeń zamieniłem transmitancję $G(s)$ na iloczyn $G_0(s) \cdot e^{-T_0 s}$. Z tabeli transformat możemy w szybki sposób znaleźć dyskretny odpowiednik fragmentu odpowiedniego za opóźnienie. Człon $e^{-5s} = e^{-10 \cdot 0,5s}$ w dziedzinie transformaty $\mathcal{Z}$ jest równoważny wyrażeniu z^{-10}. Dzięki temu, że transformaty Laplace'a i Z są liniowe, możemy skorzystać z zależności, że transformata iloczynu jest równa iloczynowi transformat. Dlatego poniżej obliczyłem transmitancję $G_0(z)$, która następnie została wymnożona przez człon z^{-10}.

W pakiecie Matlab skorzystałem z funkcji `c2dm`, o składni:

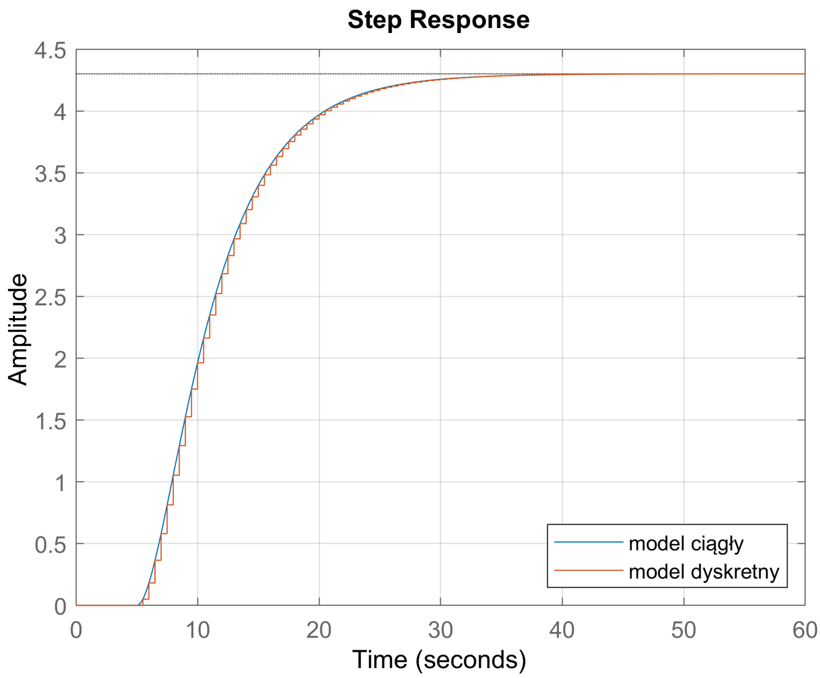
```
[licz_d, mian_d] = c2dm(licz_c, mian_c, Tp, 'zoh'),
```

gdzie `c` oznacza ciągłą dziedzinę czasu, a `d` dyskretną. Po wyliczneniu współczynników możemy przedstawić postać macierzy $G_0(z)$:

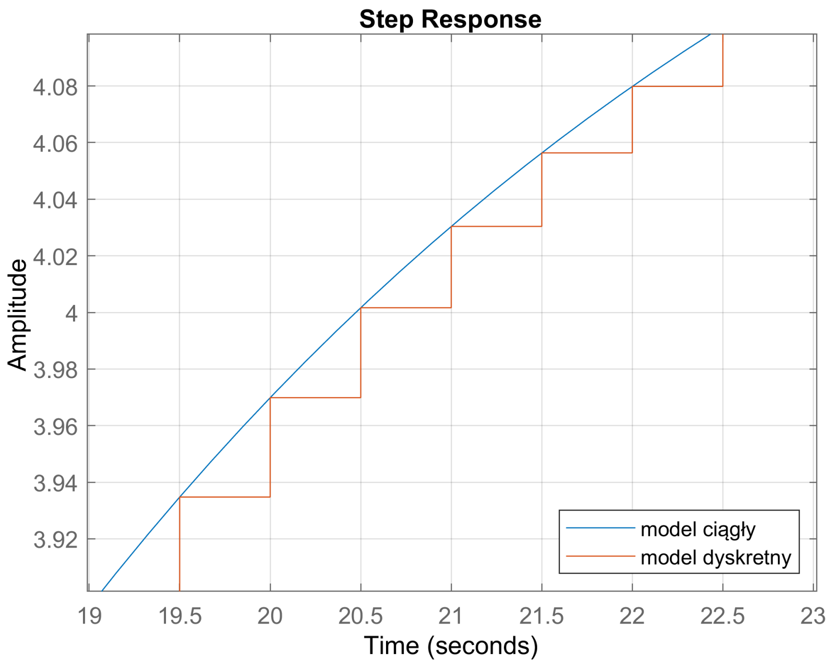
$$G_0(z) \approx \frac{0,0596z^{-1} + 0,0527z^{-2}}{1 - 1,6709z^{-1} + 0,6934z^{-2}}$$

Ostatecznie transmitancja dyskretna obiektu dana jest wzorem:

$$G(z) \approx \frac{0,0596z^{-11} + 0,0527z^{-12}}{1 - 1,6709z^{-1} + 0,6934z^{-2}}$$



Rys. 1. odpowiedź skokowa transmitancji ciągłej i dyskretnej



Rys. 2. zbliżenie aby uwyraźnić czas próbkowania

Widzimy, że model dyskretny bardzo dobrze naśladuje model ciągły. Wzmocnienie statyczne obu modeli jest identyczne i równe co do wartości parametru K, czyli $4,3$.

2. Równanie różnicowe modelu dyskretnego

Do otrzymania równania różnicowego z transmitancji dyskretnej wykorzystałem następującą funkcję matlaba:

```
W = idpoly(mian_dz, licz_dz)
    b = -1*W.A;  c = W.B
```

Po podstawieniu otrzymanych wyników równanie różnicowe dane jest wzorem:

$$y(k) = 1,6709y(k-1) + 0,0693y(k-2) + 0,0596u(k-11) + 0,0527u(k-12)$$

3. Dobór ciągłego regulatora PID metodą Zieglera-Nicholsa

Metoda Zieglera-Nicholsa mówi o doprowadzeniu układu do stałych oscylacji, przy czym regulator PID ma włączony jedynie człon proporcjonalny. Gdy układ znajdzie się w takim stanie możemy zapisać obecne wzmocnienie (tzw. krytyczne, ozn. K_k) oraz odczytać z charakterystyki okres oscylacji (T_k). W tym momencie możemy właściwie nastroić regulator z natępującymi nastawami:

$$K_r = 0,6K_k \qquad T_i = 0,5T_k \qquad T_d = 0,12T_k$$

Transmitancję regulatora PID można zapisać za pomocą parametrów r_0, r_1 oraz r_2 w następujący sposób:

$$R(z) = \frac{r_2 z^{-2} + r_1 z^{-1} + r_0}{1 - z^{-1}}$$

parametry r dane są poniższymi wzorami:

$$r_o = K_r(1 + \frac{T_p}{2T_i} + \frac{T_d}{T_p}), \;\; r_1 = K_r(\frac{T_p}{2T_i} - 2\frac{T_d}{T_p} - 1), \;\; r2 = \frac{K_r T_d}{T_p}$$

po obliczeniu i podstawieniu parametrów transmitancja dana jest wzorem:

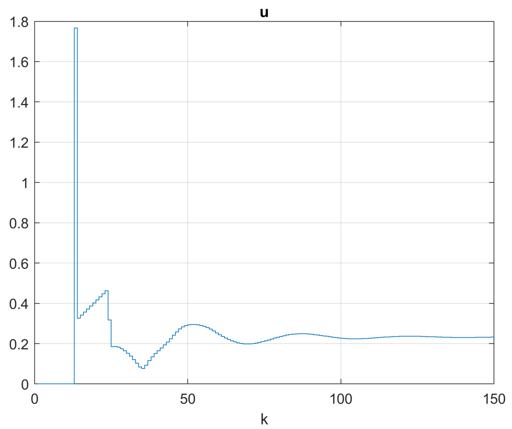
$$R(z) = \frac{1,4562z^{-2} - 3,2082z^{-1} + 1,7671}{1 - z^{-1}}$$

4. Symulacja regulatora PID

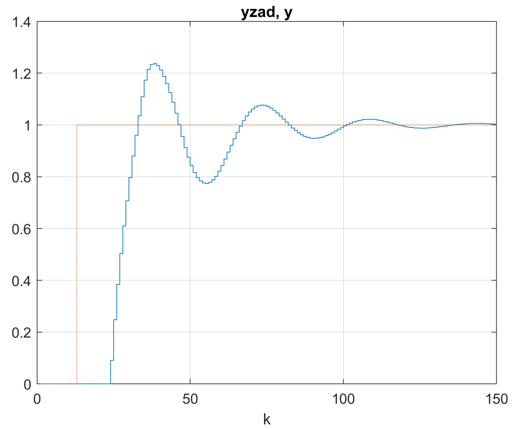
Do symulacji został wykorzystany poprzedni obiekt. W pierwszej części opisano regulator PID. Program do symulacji wykonano w Matlabie, jego kod zaprezentowano poniżej:

```
u(1:12) = 0; y(1:12) = 0; e(1:12) = 0;
yzad(1:12) = 0; yzad(13:koniec) = 1;
for k=13:koniec
    y(k) = b1*y(k-1) + b2*y(k-2) + c11*u(k-11) + c12*u(k-12);
    e(k) = yzad(k) - y(k);
    u(k) = r2*e(k-2) + r1*e(k-1) + r0*e(k) + u(k-1);
end
```

Reakcja obiektu z reglatorem na skok jednostkowy



Rys. 3. sygnał sterujący



Rys. 4. sygnał wyjściowy

Na powyższych rysunkach widać, że regulator nie działa idealnie. Na początku mamy tzw. igłę w sterowaniu, która jest spowodowana członem rózniczkującym, który zareagował na dużą różnicę w sygnałach. Obiekt ma też spore opóźnienie, z którym regulatory PID nie zawsze są w stanie sobie poradzić. Dodatkowo obiekt jest obiektem oscylacyjnym co utrudnia jego wyregulowanie.

5. Symulacja i dobór parametrów regulatora DMC

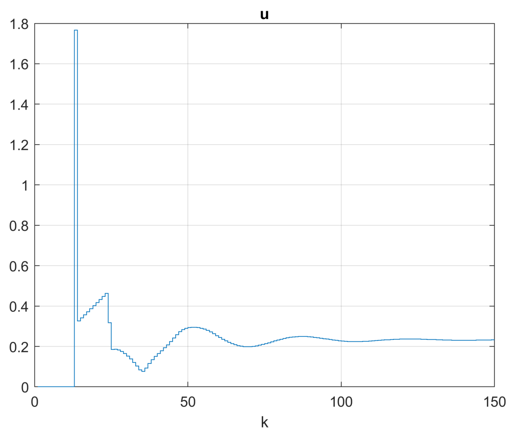
Regulator DMC (Dynamic Matrix Control) jest regulatorem predykcyjnym. Implementację algorytmu należy rozpocząć od zebrania dyskretnych odpowiedzi skokowych obiektu (s_j). Następnie według poniższego algorytmu obliczane jest wyjście obiektu oraz sterowanie regulatora. Obiekt pozostał taki sam jak w poprzednich przypadkach. Parametrami które będą dobierane są: `D, N, Nu` oraz `lambda`. Listing Matlabowego programu do symulacji:

```
for i=1:N

    for j=1:Nu
        if j <= i
            M(i, j) = s(i-j+1);
        end
    end

    for j=1:D-1
        if i+j>D
            Mp(i, j) = s(D) - s(j);
        else
            Mp(i, j) = s(i+j) - s(j);
        end
    end
end

K_dmc = (M'*M + lambda*eye(Nu)) \ (M');
```

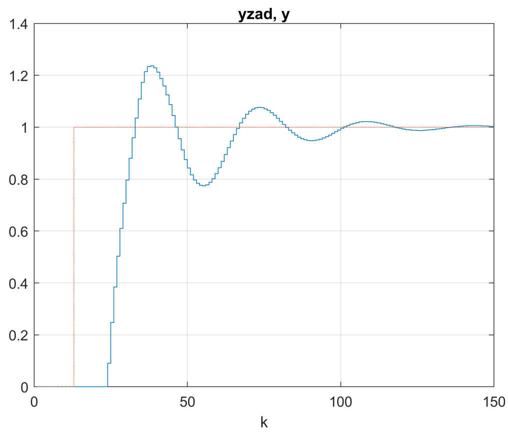
```
for k=13:czas

    y(k) = b1*y(k-1) + b2*y(k-2) + c11*u(k-11) + c12*u(k-12);

    yk = ones(N, 1)*y(k);
    yo = yk + Mp*delta_uP;
    delta_u = K_dmc * (Yzad - yo);
    delta_uP(2:D-1) = delta_uP(1:D-2);
    delta_uP(1) = delta_u(1);

    u(k) = u(k-1) + delta_u(1);
end
```

Patrząc na charakterystykę odpowiedzi skokowej (rys. 1) uznałem, że wystarczającym horyzontem dynamiki (`D`) będzie 74, ponieważ po 37 sekundzie (74 próbka przy czasie próbkowania 0,5s) wyjście obiektu jest już praktycznie niezmienne. Na początek horyzonty predykcji (`N`) i sterowania (`Nu`) pozostawiłem równe horyzonowi dynamiki. Parametr (`lambda`), który możemy uznać jako współczynnik kary za przeregulowanie, pozostawiłem równy 1.

$$D = N = N_u = 74,\ lambda = 1$$



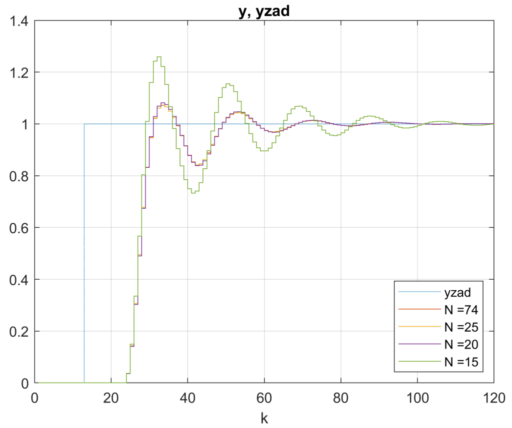
Rys. 5. sygnał sterujący



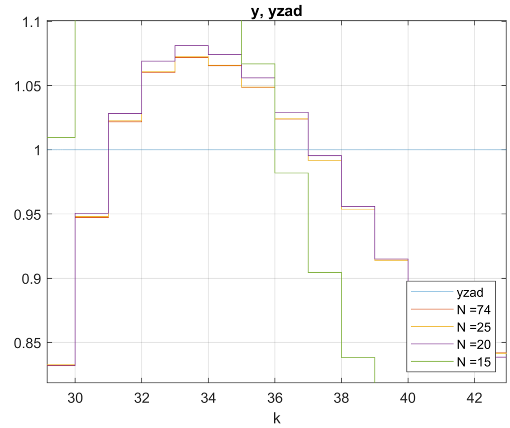
Rys. 6. sygnał wyjściowy

Widzimy, że dla wstępnych nastaw parametrów regulator DMC działa o wiele lepiej od regulatora PID - początkowe przeregulowanie jest prawie dwukrotnie mniejsze, sterowanie oraz wyjście ustalają się o kilkadziesiąt próbek wcześniej.

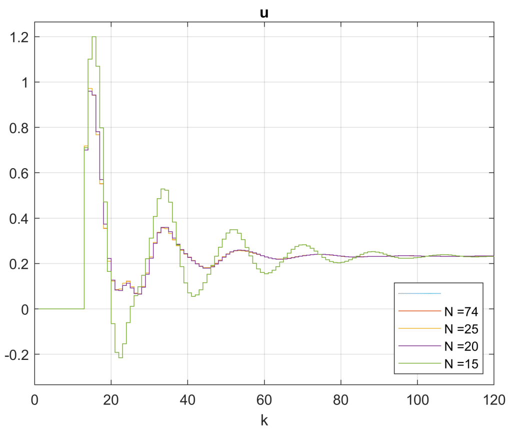
Porównanie naniesionych na siebie charakterystyk dla N równych kolejno [74, 25, 20, 15], $N_u = N$, $D = 74$:



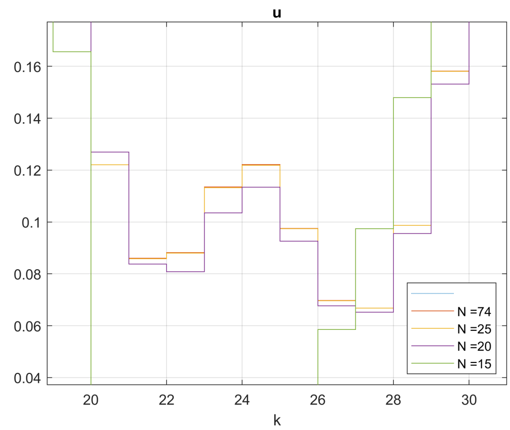
Rys. 7. sygnał wyjściowy



Rys. 8. sygnał wyjściowy - zbliżenie



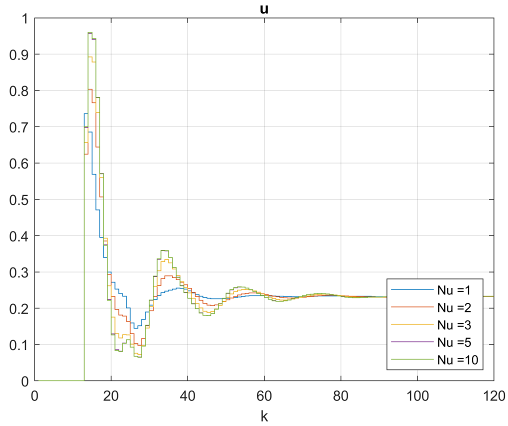
Rys. 9. sygnał sterujący



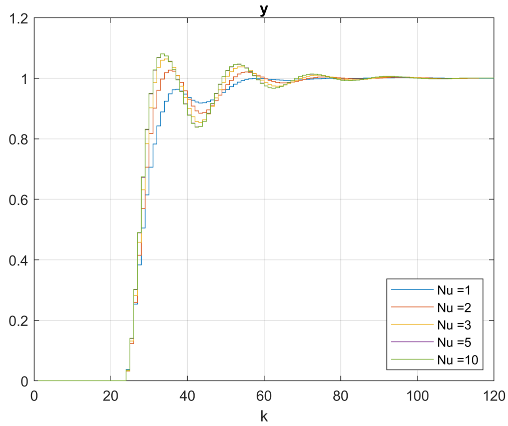
Rys. 10. sygnał sterujący - zbliżenie

Widzimy, że do N równego 25 praktycznie nie widzimy różnicy w przebiegach względem wyższychwartości. Dopiero dla N równego 20, widzimy różnicę w przebiegach, jednak jest ona znikomo mała. Ale już przy 15 zauważmy duże różnice, zarówno w sygnale sterującym, jak i wyjściowym. Dlateogo do dalszych badań wybrałem właśnie $N = 20$.

Porównanie naniesionych na siebie charakterystyk dla Nu równych kolejno [1, 2, 3, 5, 10], $N = 20$, $D = 74$:



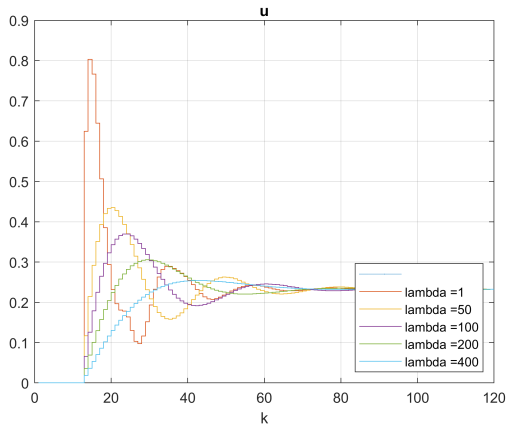
Rys. 11. sygnał sterujący



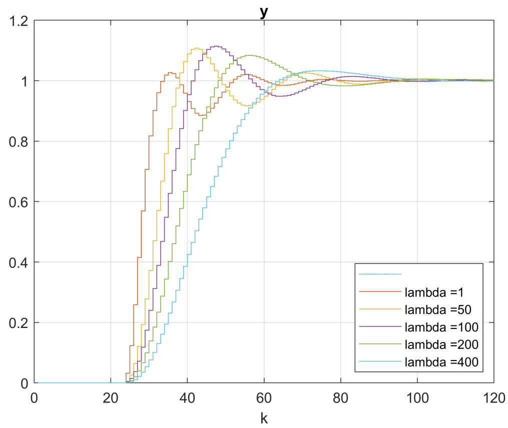
Rys. 12. sygnał wyjściowy

Regulator działa najlepiej dla N_u równego 1. Na początku nieco to mine zdziwiło jednak, gdy spojrzymy na definicję, to zauważymy, że przy $N_u = 1$, tak naprawdę wyznaczamy jedynie aktualne sterowanie - nie liczymy żadnych przyszłych przyrostów sterowania. Dlatego do dalszych badań skorzystam jednak z N_u równego 2, który w podobnym czasie, ale niestety większym kosztem przesterowania osiąga zadany cel.

Dla regulatora DMC o parametrach: $D = 74$, $N = 20$, $N_u = 2$ należało jeszcze zbadać wpływ współczynnika `lambda`, który jest tzw. współczynnikiem kary za przeregulowanie. Zadaniem było wybranie odpowiedniej lambdy, która zapewni kompromis między szybkością regulacji obiektu, a postacią sygnału sterującego.



Rys. 13. sygnał sterujący



Rys. 14. sygnał wyjściowy

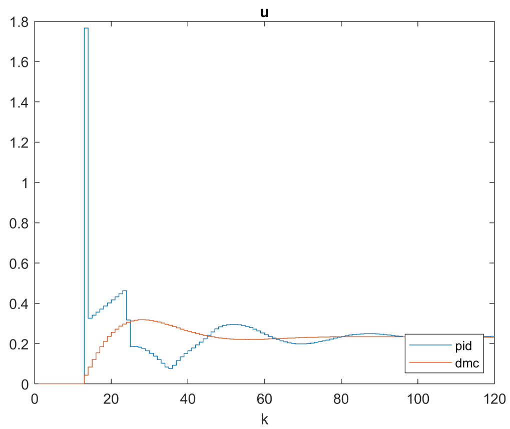
Z powyższych wykresów najlepszym wynikiem wydaje mi się ten, gdzie `lambda` jest równa 200 - sygnał sterujący nie ma szpilek, jego maksymalna wartość nie przekracza stabilnej o 30%, sygnał wyjściowy ustala się minimalnie wolniej oraz nie ma on tak dużego przesterowania jak te z mniejszą lambdą .

Ostateczne parametry wyglądają następująco:

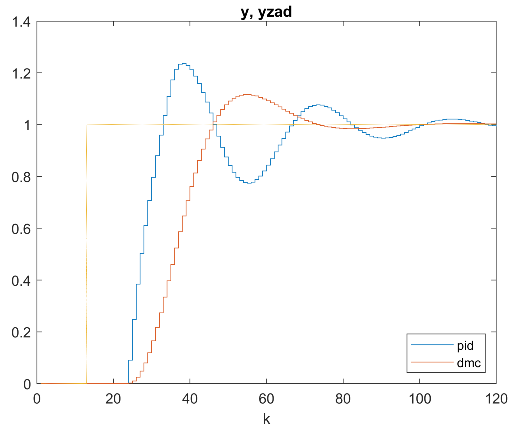
$$D = 74, \qquad N = 20, \qquad N_u = 2, \qquad lambda = 200$$

6. Porównanie jakości regulacji algorytmów PID oraz DMC

Regulacja algorytmem PID na niebiesko, a DMC na czerwono



Rys. 15. sygnały sterujący



Rys. 16. sygnały wyjściowy

Widzimy, że regulator DMC dużo lepiej poradził sobie z obiektem danym w zadaniu. W regulacji algorytmem DMC doprowadziliśmy do znaczącego zmniejszenia przeregulowania oraz łagodniejszego przebiegu sygnału sterującego. Okazał się on również sposobem na szybsze ustabilizowanie obiektu przy mniejszym przeregulowaniu sygnału wyjściowego.