

Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska

Sterowanie Procesami

Sprawozdanie z projektu nr 1
zadanie nr 5

Mikołaj Wewiór
318407

Warszawa, 2023

Wprowadzenie

Proces dynamiczny opisany jest transmitancją ciągłą:

$$G(s) = \frac{(s+1)(s+5)}{(s+6)(s+7)(s+8)} = \frac{s^2 + 6s + 5}{s^3 + 21s^2 + 146s + 336}$$

przy czym stałe czasowe są w sekundach.

1. Wyznaczenie transmitancji dyskretnej

Do wyznaczenia transmitancji dyskretnej użyłem ekstrapolatora zerowego rzędu. Sprowadza się to do zastosowania następującego wzoru:

$$G(z) = \left(\frac{z-1}{z} \right) \cdot Z \left(\frac{G(s)}{s} \right)$$

W pakiecie Matlab skorzystałem z funkcji `c2dm`, o składni:

```
[licz_d, mian_d] = c2dm(licz_c, mian_c, Tp, 'zoh'),
```

gdzie `c` oznacza ciągłą dziedzinę czasu, a `d` dyskretną.

Do wyznaczenia zer oraz biegunów skorzystałem z funkcji `roots`.

Transmitancja dyskretna:

$$G(z) \approx \frac{0,02186z^{-1} - 0,00904z^{-2} + 0,00064z^{-3}}{1 - 0,09830z^{-1} + 0,00297z^{-2} - 0,00003z^{-3}}$$

Zera i bieguny prezentują się następująco:

transmitancja	zera	bieguny
ciągła	$s = \{-1; -5\}$	$s = \{-8; -7; -6\}$
dyskretna	$z \approx \{0,3229; 0,0907\}$	$z \approx \{0,0498; 0,0302; 0,0183\}$

Wszystkie zera i bieguny transmitancji ciągłej są stabilne ponieważ ich część rzeczywista jest ujemna. W przypadku transmitancji dyskretnej również mamy stabilne zera i bieguny ponieważ ich moduł jest mniejszy niż 1 - znajdują się w kole jednostkowym na płaszczyźnie zespolonej.

2. Model dyskretny w przestrzeni stanów

Do wyznaczenia modeli dyskretnych w przestrzeni stanów skorzystałem z funkcji `tf2ss`. Jej wynikiem są macierze odpowiadające pierwszemu wariantowi metody bezpośredniej. Składnia powyższej funkcji:

```
[A1, B1, C1, D] = tf2ss(licznik, mianownik)
```

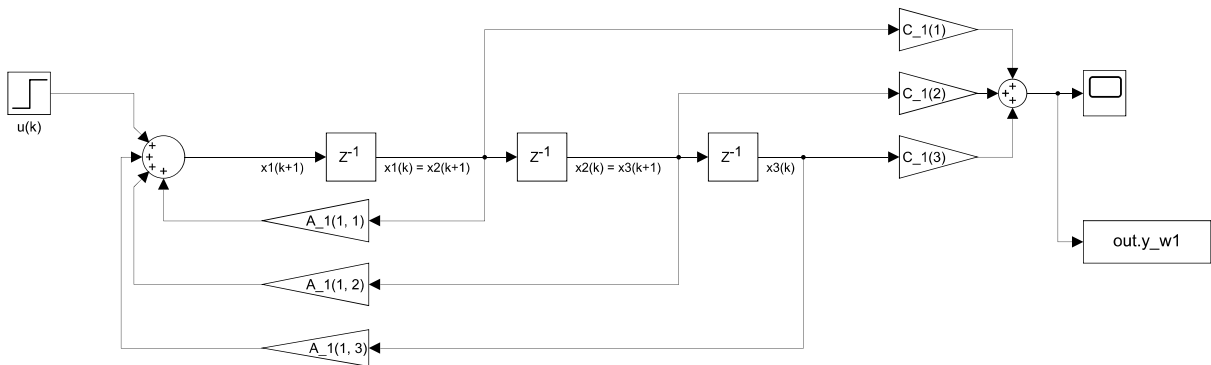
W przypadku drugiego wariantu metody bezpośredniej macierz `A2` jest transpozycją macierzy `A1`, `B2` transpozycją `C1` oraz `C2` transpozycją `B1`. Macierz `D` pozostaje bez zmian.

Postać macierzy pierwszego wariantu metody bezpośredniej:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0,0983 & -0,00297 & 0,00003 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0,02186 & -0,00904 & 0,00064 \end{bmatrix} D = 0$$

Reprezentacja graficzna powyższego modelu:

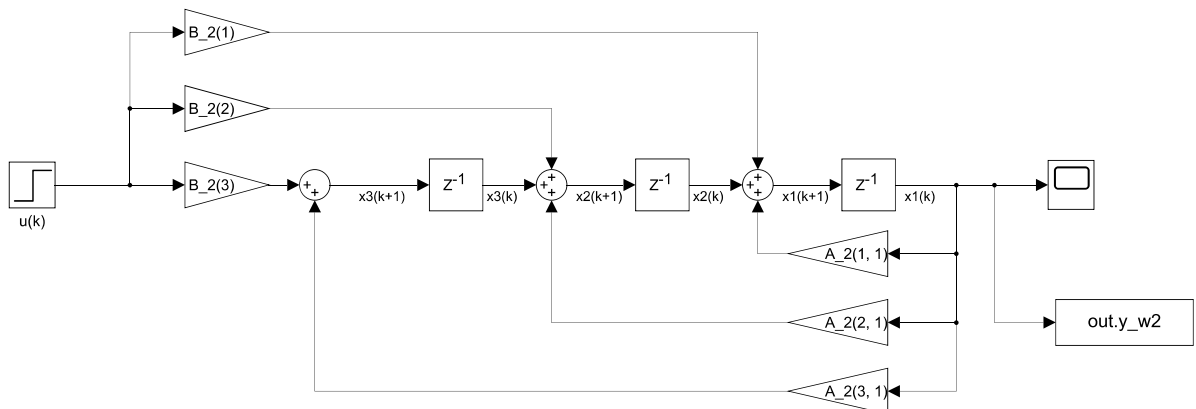


Postać macierzy drugiego wariantu metody bezpośredniej:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0,0983 & 1 & 0 \\ -0,00297 & 0 & 1 \\ 0,00003 & 0 & 0 \end{bmatrix} B_2 = \begin{bmatrix} 0,02186 \\ -0,00904 \\ 0,00064 \end{bmatrix}$$

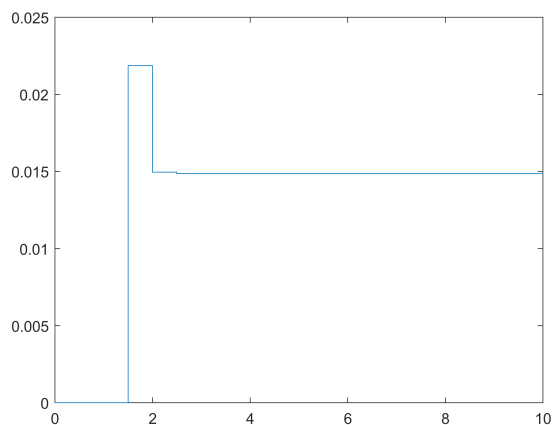
$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} D = 0$$

Reprezentacja graficzna powyższego modelu:

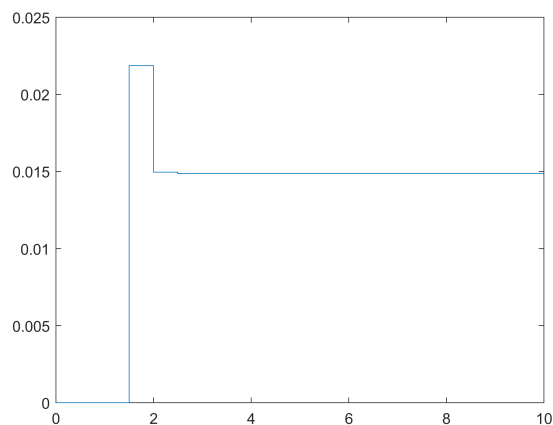


3. Porównanie odpowiedzi skokowych obu modeli dyskretnych

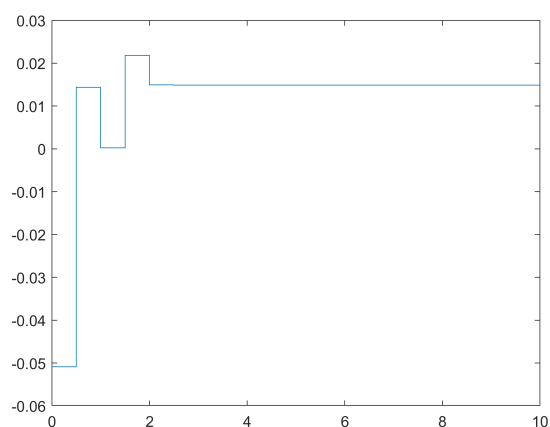
Niezerowymi warunkami początkowymi są odpowiednio -2, 1, 3.



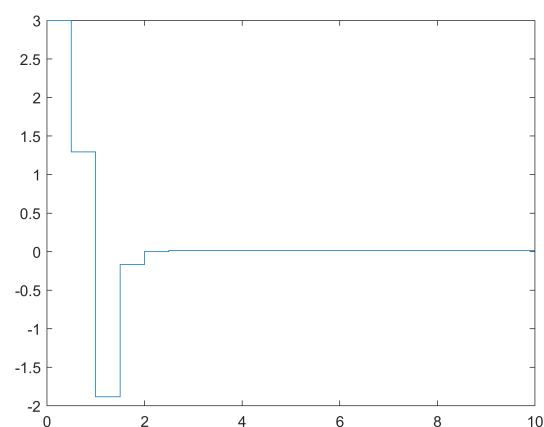
Rys. 1. wariant 1. zerowe warunki początkowe



Rys. 2. wariant 2. zerowe warunki początkowe



Rys. 3. wariant 1. niezerowe warunki początkowe



Rys. 4. wariant 2. niezerowe warunki początkowe

Widzimy, że sygnał wyjściowy, niezależnie od metody przy zerowych warunkach początkowych jest identyczny. Jednak przy niezerowych warunkach tak nie będzie - stany dla dwóch modeli nie są ze sobą tożsame, opisują inne aspekty obiektu.

4. Regulator ze sprzężeniem od stanu

Rozważamy regulator ze sprzężeniem od stanu ($u(k) = -Kx(k)$) dla modelu dyskretnego (pierwszego wariantu metody bezpośredniej) o potrójnym biegunie układu zamkniętego z_b . Do wyznaczenia współczynników wektora K skorzystałem z zależności:

$$\begin{aligned} |zI - A + BK| &= 0 \\ (z - z_b)^3 &= 0 \end{aligned}$$

Po przyrównaniu współczynników wielomianów zmiennej z , które otrzymałem po obliczeniu powyższych równań, wyznaczyłem wartości zmiennych wektora K w zależności od z_b . W tym celu wykorzystałem funkcjonalność modułu *syms* oraz funkcje *coeffs*, *solve* i *polyval* których składnia prezentuje się:

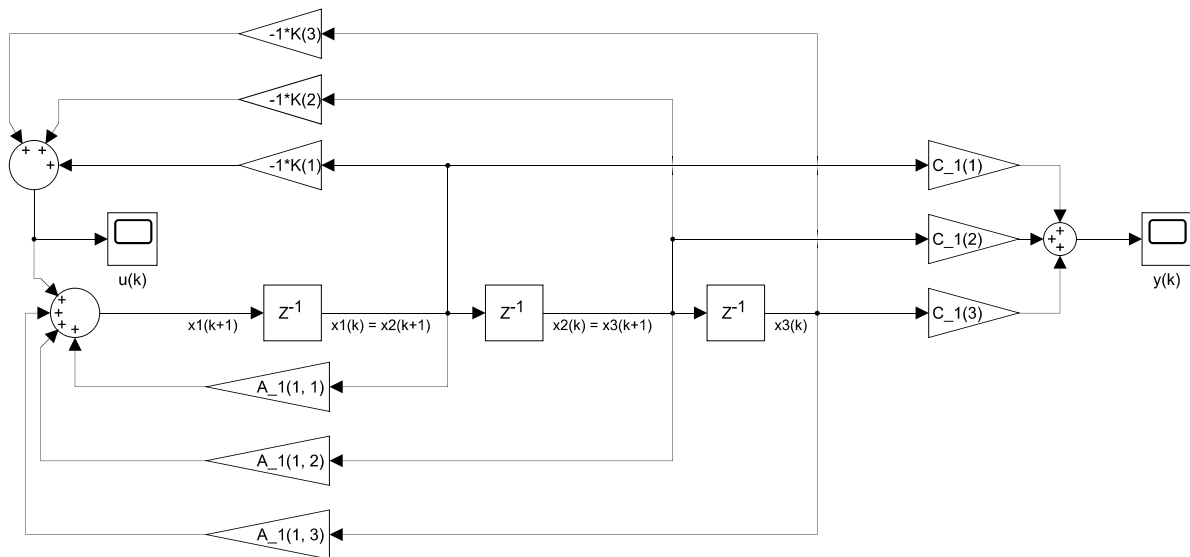
```
współczynniki = coeffs(wielomian, zmienna)
zależność = solve(równanie == 0, zmienna)
gdzie równaniem jest wyżej wspomniane przyrównanie wielomianów zmiennej z.
wartość = polyval(zależność, punkt)
```

elementy wektora K to:

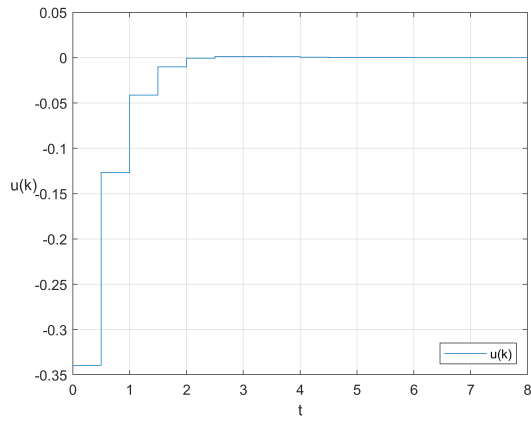
$$\begin{aligned} k1 &= 0,983 - 3z_b \\ k2 &= -0,00297 + 3z_b^2 \\ k3 &= 0,00003 - z_b^3 \end{aligned}$$

Po podstawieniu konkretnej wartości pod z_b i wyliczeniu elementów wektora K otrzymujemy wyniki identyczne jak te z funkcji *acker*

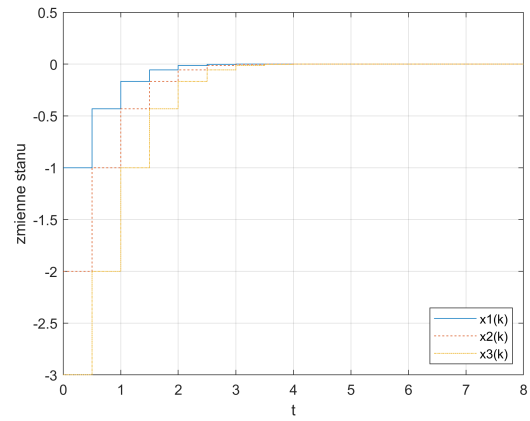
5. Symulacja obiektu z regulatorem



Rys. 5. obiekt wraz z regulatorem sprzężeń od stanu

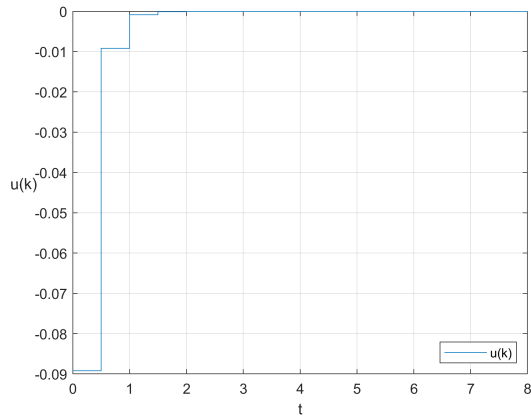


Rys. 6. sygnał sterujący

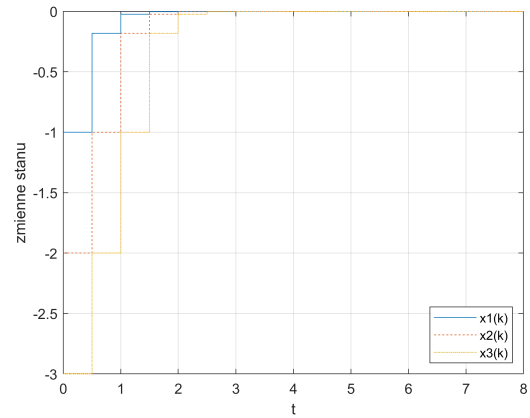


Rys. 7. zmienne stanu

dla bieguna $z_b = 0,4$

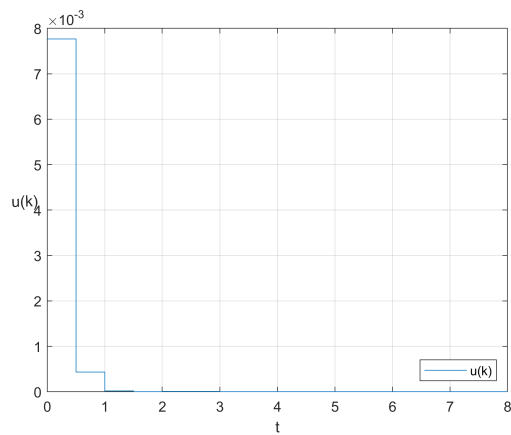


Rys. 8. sygnał sterujący

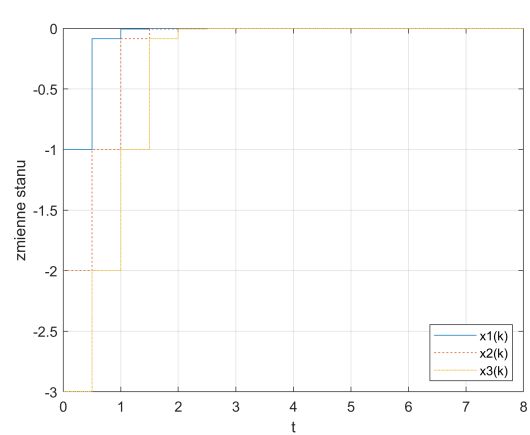


Rys. 9. zmienne stanu

dla bieguna $z_b = 0,07$

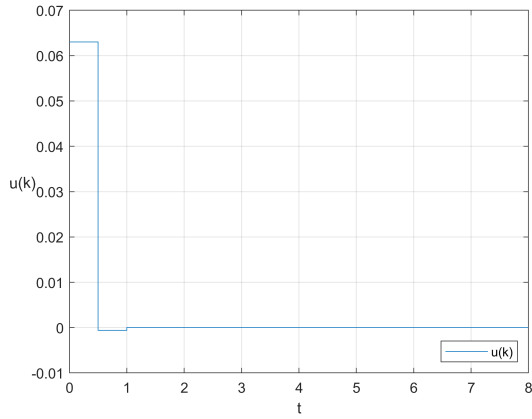


Rys. 10. sygnał sterujący

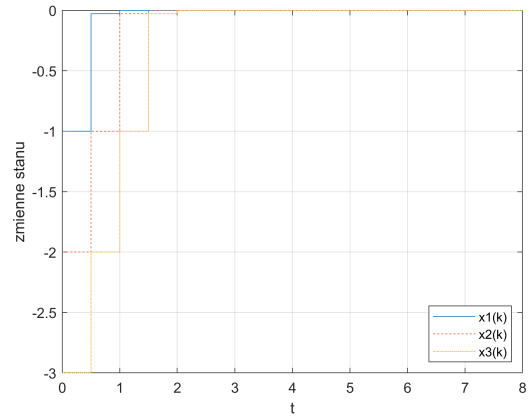


Rys. 11. zmienne stanu

dla bieguna $z_b = 0,03$

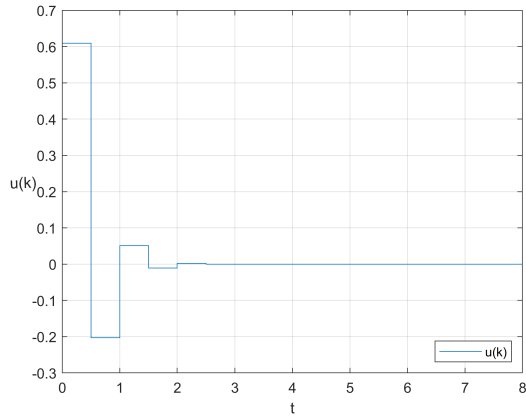


Rys. 12. sygnał sterujący

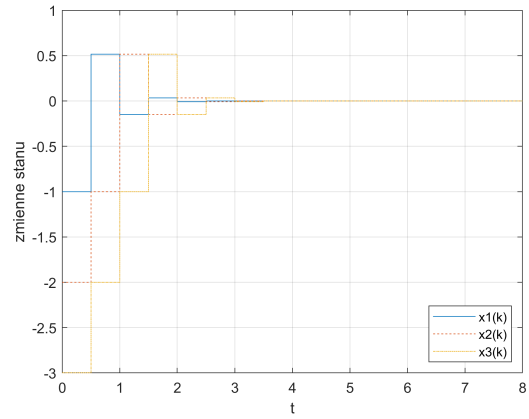


Rys. 13. zmienne stanu

dla bieguna $z_b = 0,01$



Rys. 14. sygnał sterujący



Rys. 15. zmienne stanu

dla bieguna $z_b = -0,134$

Podczas symulacji, warunki początkowe zmiennych stanów były równe $[-1 \ -2 \ -3]^T$. Jako kompromisowy biegun układu regulacji uznałem $z_b = 0,03$, ponieważ dla wyższych wartości mamy do czynienia z większą wartością skoku sterowania oraz dłuższymi czasami ustalenia. Gdy wartość bieguna stanie się mniejsza niż 0,03, to zaczyna pojawiać się przeregulowanie, kosztem niewiele mniejszego czasu ustalenia. W momencie, gdy biegun jest ujemny mamy do czynienia z biegunem dzwoniącym.

Wartym uwagi wydają mi się również wykresy zmiennych stanu. Dla jednej wartości z_b widzimy, że każda z trzech zmiennych ma prawie identyczny wykres, który jest przesunięty względem innych o 1, czyli o różnicę w wartości warunku początkowego.

6. Obserwator pełnego rzędu

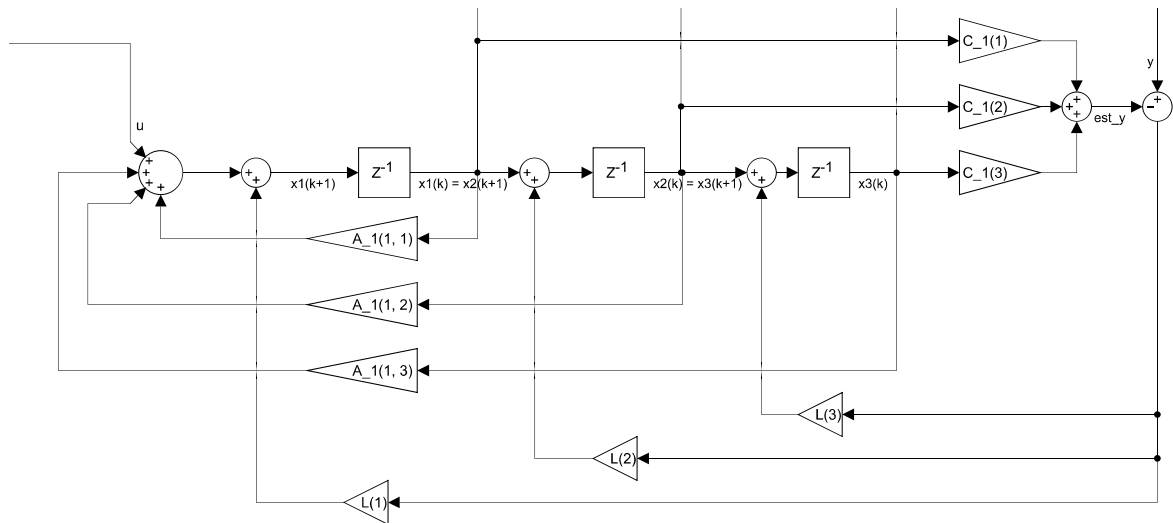
Rozważamy obserwator pełnego rzędu dla modelu dyskretnego (pierwszego wariantu metody bezpośredniej) o potrójnym biegunie układu zamkniętego z_o . Do wyznaczenia współczynników wektora L skorzystałem z zależności:

$$\begin{aligned} |zI - A + LC| &= 0 \\ (z - z_o)^3 &= 0 \end{aligned}$$

Po sprawdzeniu, że rozwiązanie analityczne oraz funkcja `acker` dają jednakowe zależności, do wyliczenia wartości współczynników wektora obserwatora, skorzystałem z tej drugiej opcji, w następujący sposób:

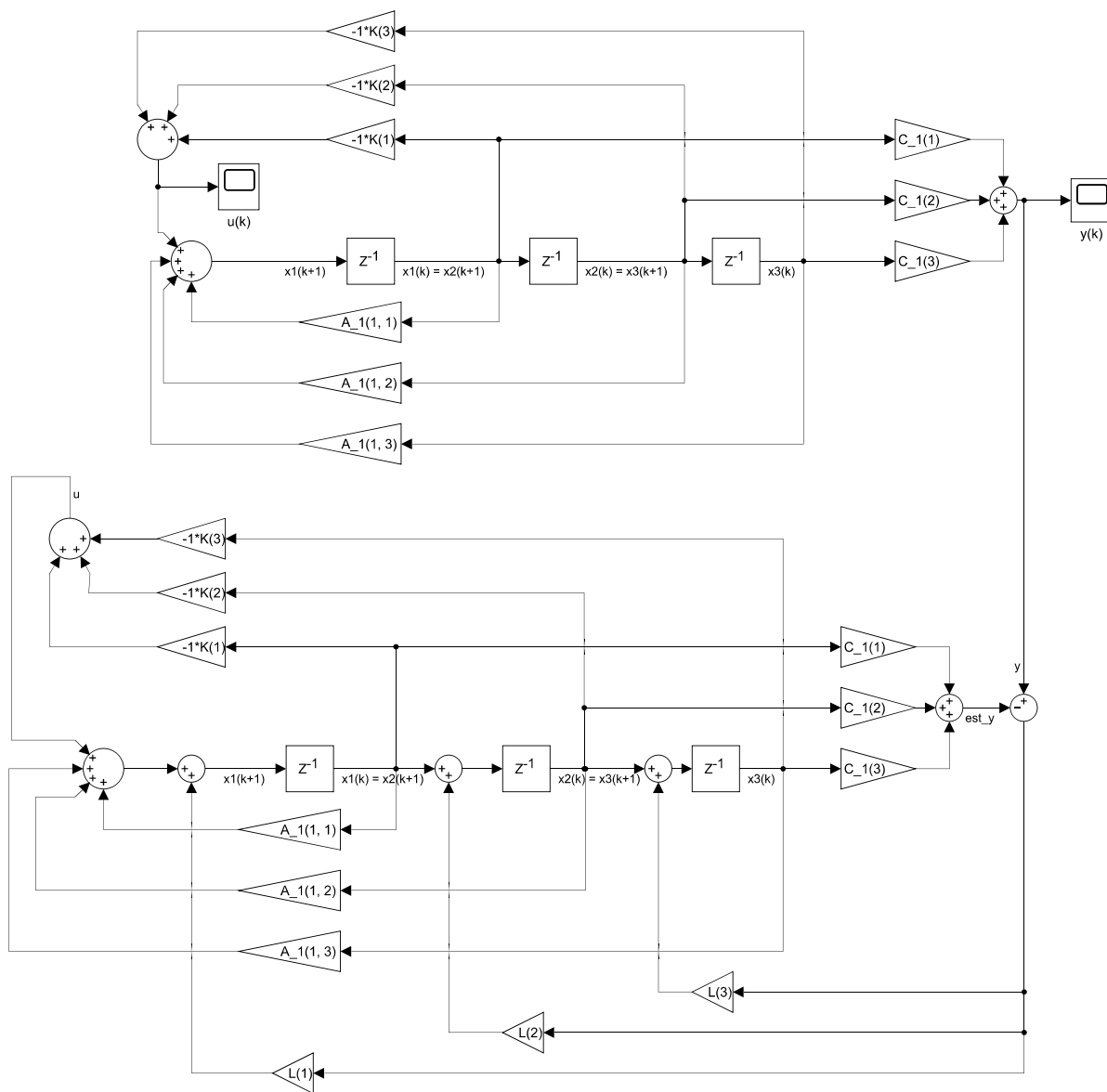
$$L = \text{acker}(A_1', C_1', P)$$

gdzie P jest wektorem pionowym o trzech wierszach, złożonych z z_o



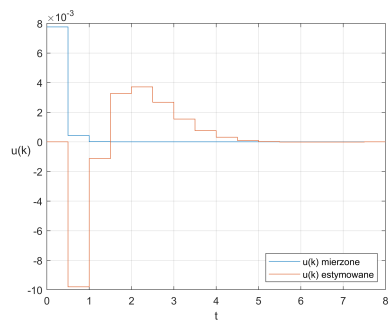
Rys. 16. struktura obserwatora pełnego rzędu

7. Symulacja obserwatora wraz z regulatorem korzystającym z mierzonego stanu

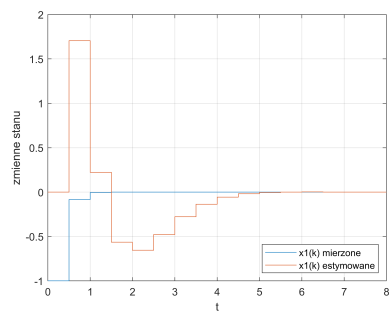


Rys. 17. Cały obiekt z regulatorem korzystającym z mierzonych stanów

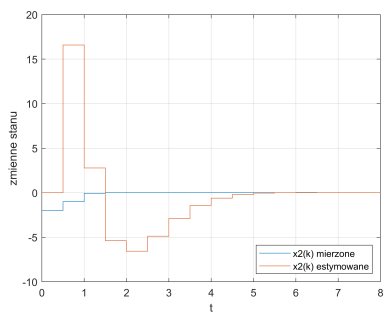
Jako warunki początkowe przyjąłem $[-1 \ -2 \ -3]^T$ dla obiektu oraz $[0 \ 0 \ 0]^T$ dla obserwatora.



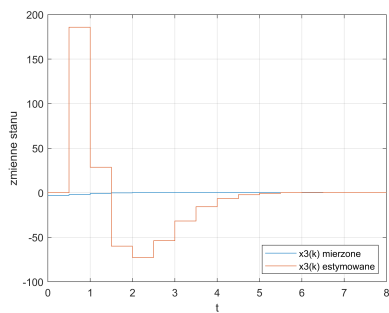
Rys. 18. sygnał sterujący



Rys. 19. zmienna stanu x1

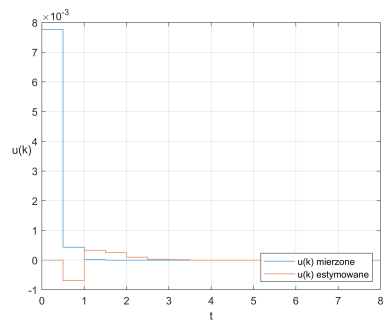


Rys. 20. zmienna stanu x2

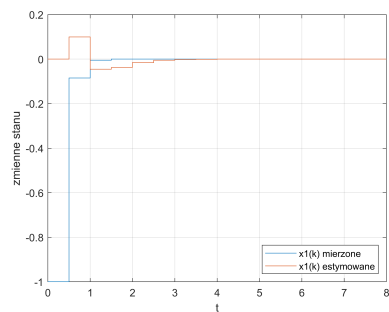


Rys. 21. zmienna stanu x3

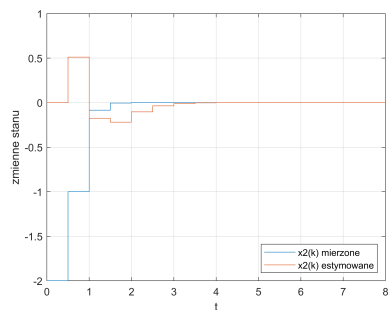
dla bieguna $z_0 = 0,4$



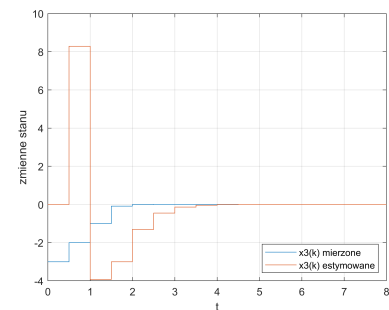
Rys. 22. sygnał sterujący



Rys. 23. zmienna stanu x1

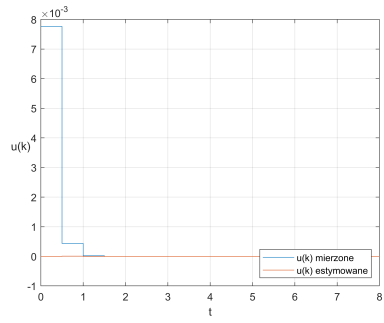


Rys. 24. zmienna stanu x2

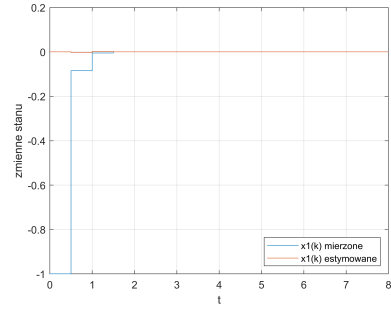


Rys. 25. zmienna stanu x3

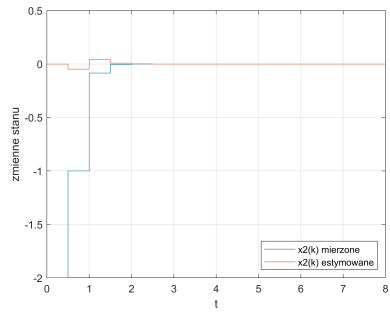
dla bieguna $z_0 = 0,2$



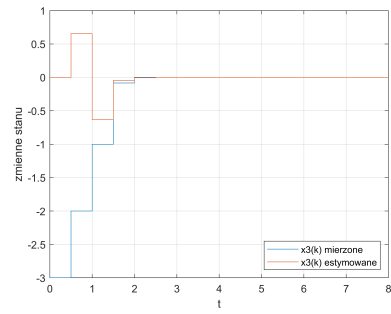
Rys. 26. sygnał sterujący



Rys. 27. zmienna stanu x1

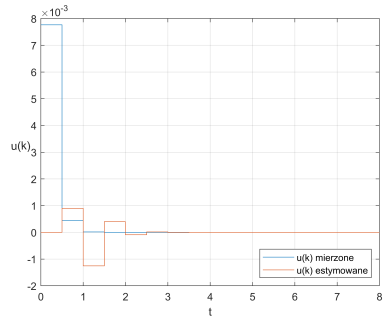


Rys. 28. zmienna stanu x2

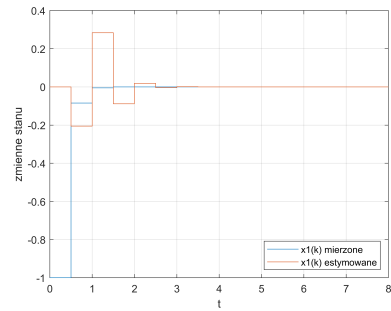


Rys. 29. zmienna stanu x3

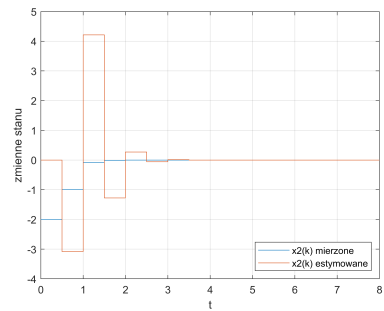
dla bieguna $z_0 = 0,08$



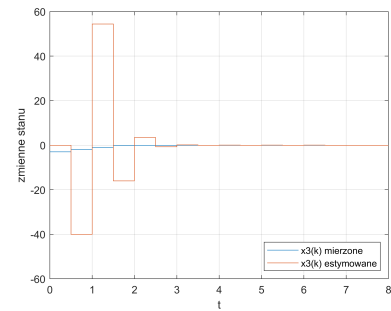
Rys. 30. sygnał sterujący



Rys. 31. zmienna stanu x1



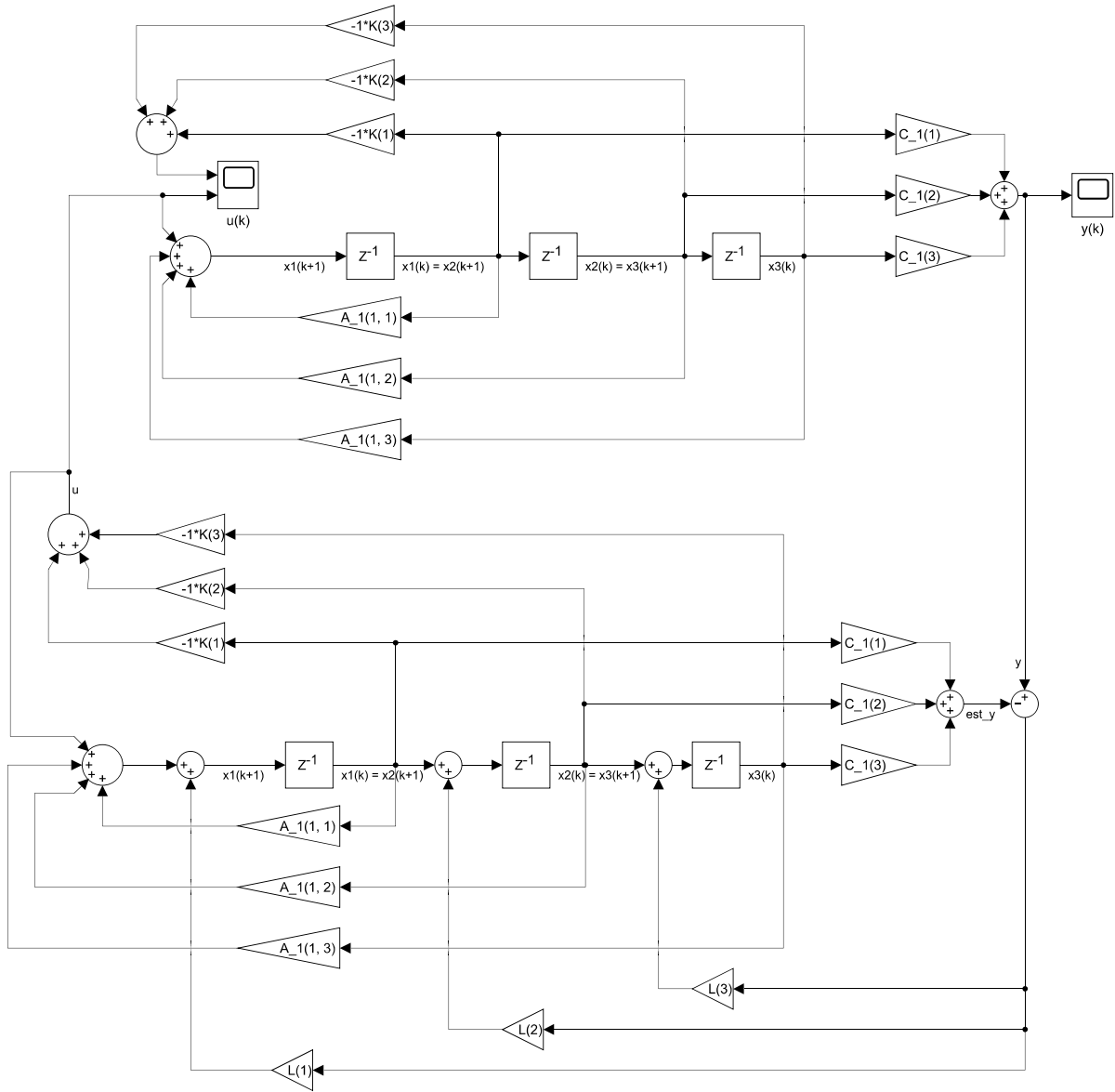
Rys. 32. zmienna stanu x2



Rys. 33. zmienna stanu x3

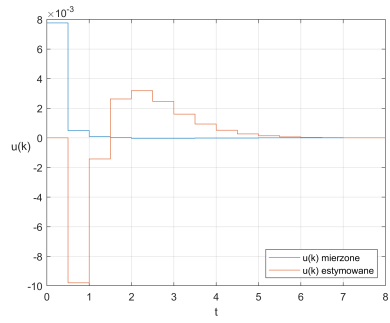
dla bieguna $z_0 = -0,1$

8. Symulacja obserwatora wraz z regulatorem korzystającym z estymowanego stanu

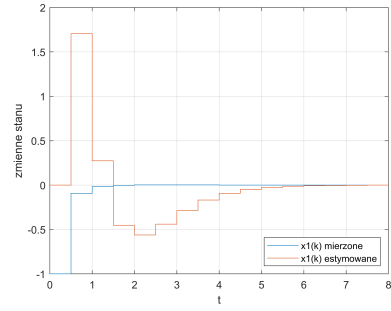


Rys. 34. Cały obiekt z regulatorem bez pomiaru zmiennych stanu (estymowane stany z obserwatora)

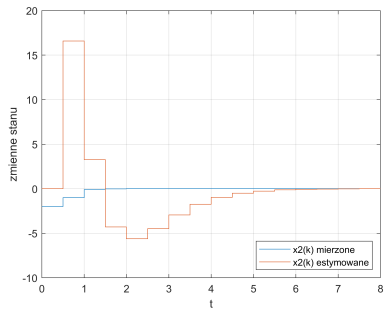
Jako warunki początkowe przyjąłem $[-1 \ -2 \ -3]^T$ dla obiektu oraz $[0 \ 0 \ 0]^T$ dla obserwatora.



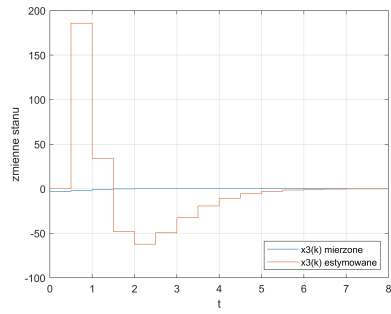
Rys. 35. sygnał sterujący



Rys. 36. zmienna stanu x_1

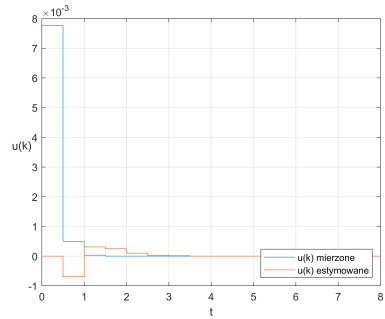


Rys. 37. zmienna stanu x_2

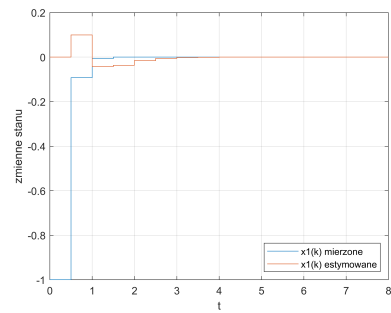


Rys. 38. zmienna stanu x_3

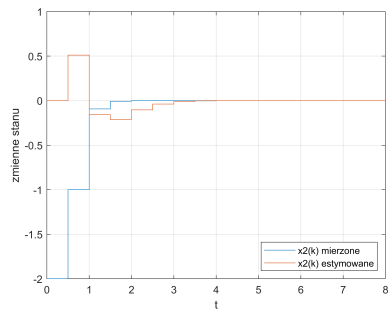
dla bieguna $z_0 = 0,4$



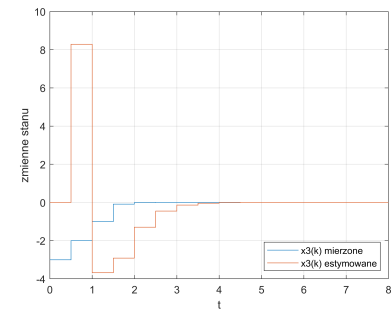
Rys. 39. sygnał sterujący



Rys. 40. zmienna stanu x_1

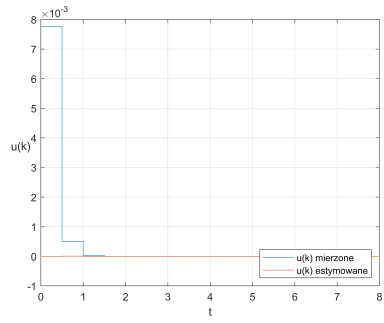


Rys. 41. zmienna stanu x_2

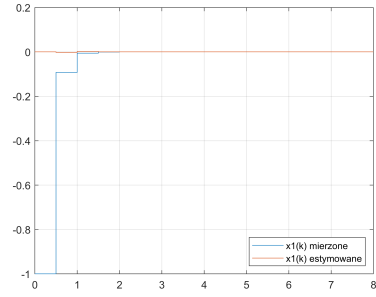


Rys. 42. zmienna stanu x_3

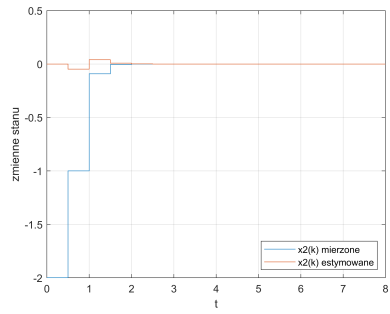
dla bieguna $z_0 = 0,2$



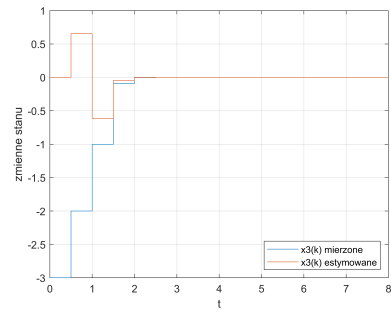
Rys. 43. sygnał sterujący



Rys. 44. zmienna stanu x1

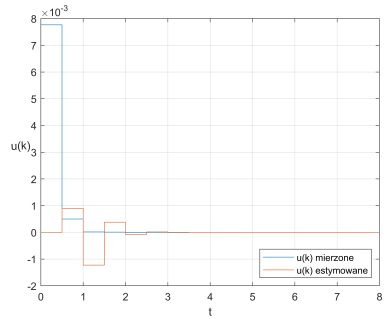


Rys. 45. zmienna stanu x2

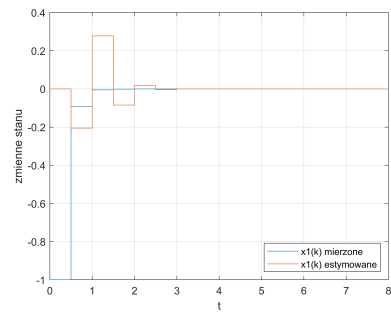


Rys. 46. zmienna stanu x3

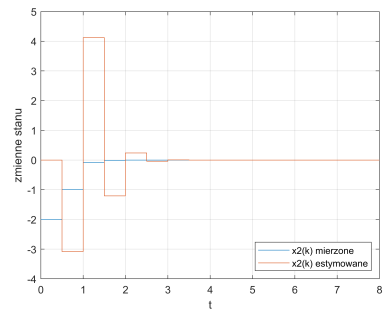
dla bieguna $z_0 = 0,08$



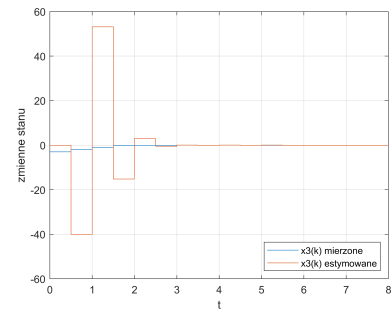
Rys. 47. sygnał sterujący



Rys. 48. zmienna stanu x1



Rys. 49. zmienna stanu x2



Rys. 50. zmienna stanu x3

dla bieguna $z_0 = -0,1$

9. Podsumowanie symulacji obiektu z obserwatorem

Z powyższych wyników możemy zobaczyć, że gdy wartości biegunów z dążą prawostronnie do zera, to uzyskujemy układ, który działa bardzo dobrze.