Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska

Projektowanie układów sterowania (projekt grupowy)

Sprawozdanie z projektu i ćwiczenia laboratoryjnego nr 1, zadanie nr 12

Paulina Dąbrowska, Miłosz Kowalewski,
Adam Rybojad, Mikołaj Wewiór

Warszawa, 2023

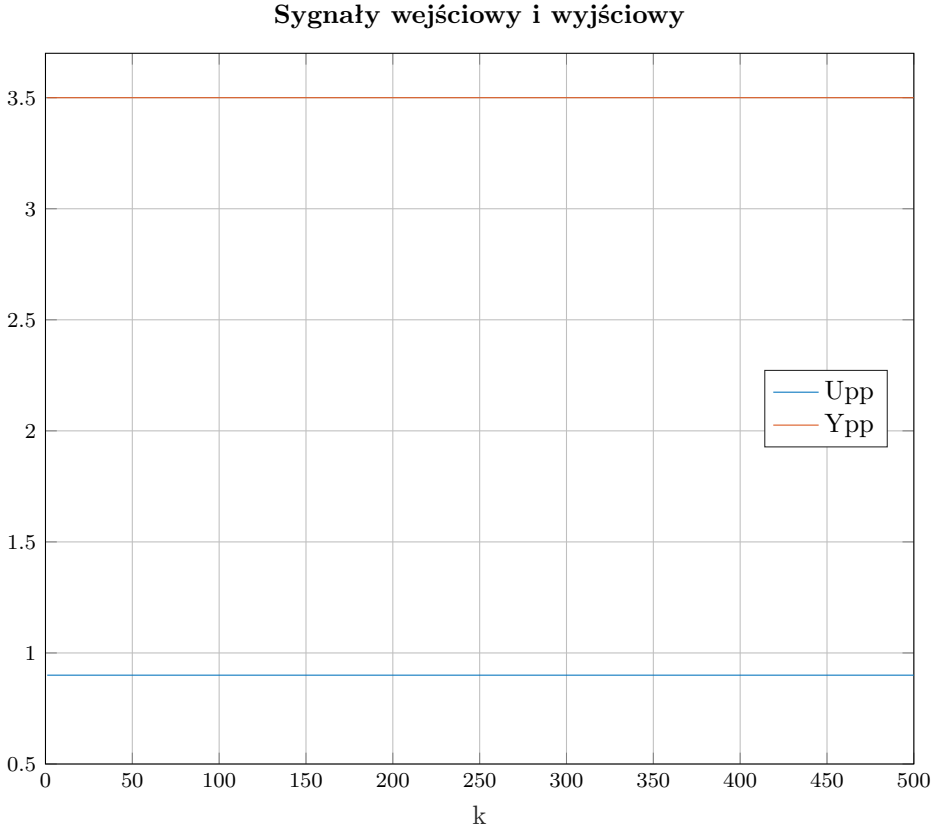
Spis treści

1. CZĘŚĆ PROJEKTOWA

1.1. Sprawdzenie poprawności punktów pracy

Sprawdzenie poprawności punktów pracy polegało na obserwacji wyjścia symulowanego obiektu projektowego $12y\_p1$ przy niezmiennym sterowaniu Upp. Punkty pracy Upp oraz Ypp odczytaliśmy po wywołaniu w terminalu Matlaba: $symulacja\_obiektu12y\_p1$. W tym celu skorzystano z funkcji:

```
n = 500;
Upp = 0.9;  u(1:n) = Upp;
Ypp = 3.5;  y(1:12) = Ypp;

for k = 13:n
    y(k) = symulacja_obiektu12y_p1(u(k-10), u(k-11), ...
        y(k-1), y(k-2));
end
```



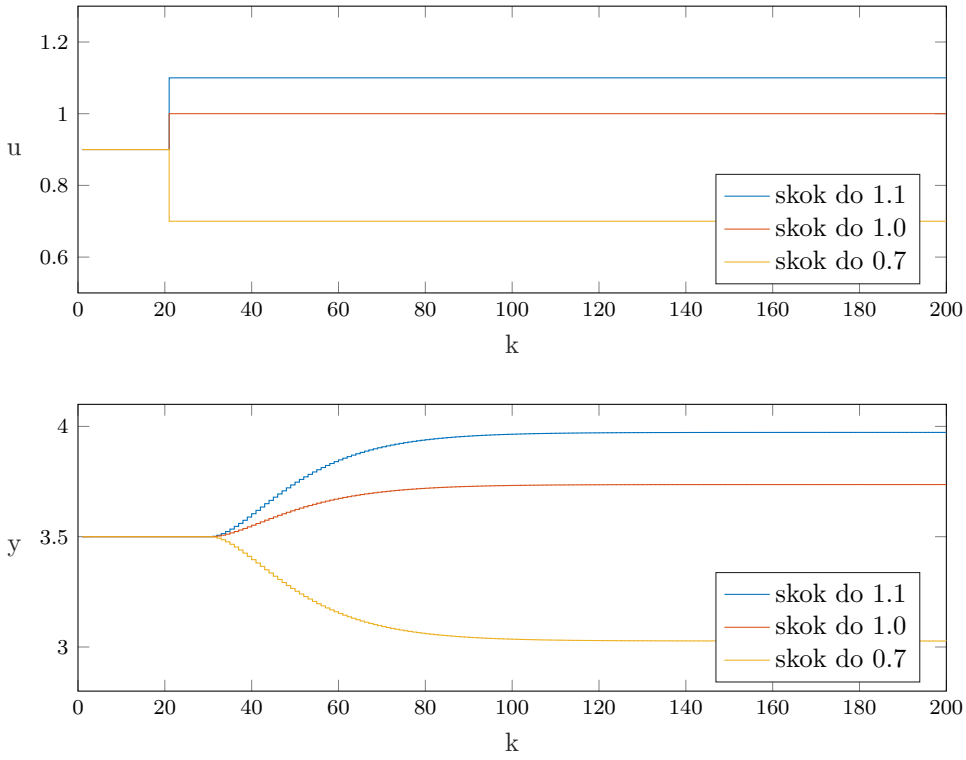
Rys. 1. Punkty pracy Upp (sygnał wejściowy) i Ypp (sygnał wyjściowy)

Jak widać, przy niezmiennym sterowaniu Upp równym 0.9, wyjście obiektu nie zmienia się, pozostając równe 3.5 potwierdzając tym samym, że punkt pracy jest stabilny.

1.2. Wyznaczenie symulacyjne odpowiedzi skokowej procesu

1.2.1. Odpowiedzi skokowe

Należało symulacyjnie wyznaczyć odpowiedzi skokowe procesu dla kilku zmian sygnału sterującego. W przypadku tego projektu dokonano zmian z punktu pracy $U_{pp} = 0.9$ do kolejnych wartości sterowania: 1.1, 1.0 oraz 0.7. Następnie obserwowano zmianę na wyjściu y obiektu.



Rys. 2. Zmiana sygnału sterującego oraz odpowiedź skokowa obiektu

Na pierwszy rzut oka wydaje się, że właściwości statyczne i dynamiczne są liniowe. Poniżej przedstawiono implementację:

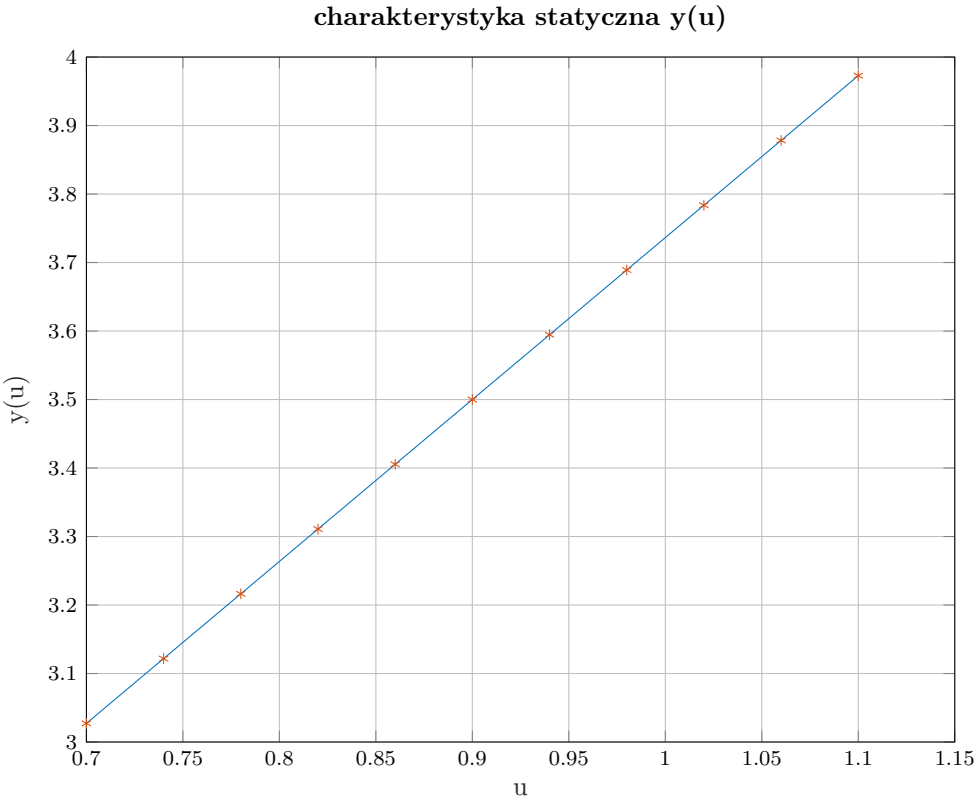
```
delay = 20;
Uk = 1.1    % w kolejnych iteracjach 1.0 oraz 0.7
u(1:delay-1) = Upp;
u(delay:n) = Uk;
y(1:delay-1) = Ypp;

for k = delay:n
    y(k) = symulacja_obiektu12y_p1(u(k-10), u(k-11), ...
        y(k-1), y(k-2));
end
```

1.2.2. Charakterystyka statyczna y(u)

Do wyznaczenia charakterystyki statycznej zostało zebrane wiele różnych punktów pracy obiektu dla całej dziedziny sterowania. Następnie policzono wzmocnienie dla każdego z nich oraz naniesiono je na wykres.

```
x = 0:0.01:0.4;
```

```
Ustat = zeros(size(x, 2), 1);
Ystat = zeros(size(x, 2), 1);
delay = 20;

for i = 1:size(x, 2)

    Uk = 0.7 + x(i);
    u(1:delay-1) = Upp;
    u(delay:n) = Uk;
    y(1:delay-1) = Ypp;

    for k = delay:n
        y(k)=symulacja_obiektu12y_p1(u(k-10), u(k-11), ...
            y(k-1), y(k-2));
    end

    Ustat(i) = u(n); Ystat(i) = y(n);

end

Kstat = zeros(size(x, 2), 1);

for k = 1:size(x, 2)
    if Ystat(k) ~= Ypp
        Kstat(k) = (Ystat(k) - Ypp) / (Ustat(k) - Upp);
    end
end
```



Rys. 3. Charakterystyka statyczna obiektu

Jak widać, charakterystyka statyczna y(u) dla obiektu symulacyjnego jest liniowa.

1.2.3. Wzmocnienie statyczne

Z charakterystyki statycznej (Rys. 3.) można zauważyć, że właściwości obiektu są w przybliżeniu liniowe, a wszystkie zmierzone punkty są współliniowe. Wzmocnieniem statycznym jest współczynnik kierunkowy prostej, na którym znajdują się punkty pracy obiektu. Dla powyższego obiektu wzmocnienie wynosi 2.3639.

1.3. Przekształcenie otrzymanej odpowiedzi na odpowiedź skokową dla algorytmu DMC

Aby z otrzymanej odpowiedzi uzyskać odpowiedź skokową dla algorytmu DMC należy pozbyć się offsetu. Można to zrobić w następujący sposób:

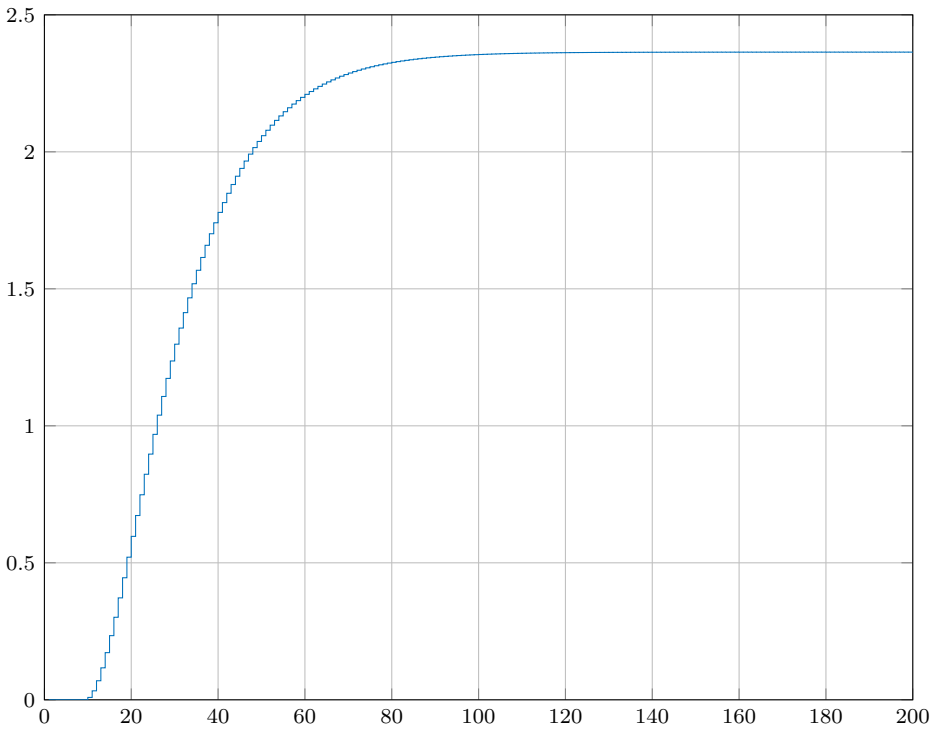
$$s_k = \frac{y(k) - Ypp}{Uk - Upp}$$

gdzie $k = 1, ..., D$ oraz

$$u(k) = \begin{cases} Upp & \text{dla } k < 0 \\ Uk & \text{dla } k >= 0 \end{cases}$$

Implementacja w MATLABIE:

```
    for k = kp : kk + kp
        y(k) = symulacja_obiektu12y_p1(u(k-10), u(k-11), ...
            y(k-1), y(k-2));
    end
    s(1:kk) = (y(kp+1:end)-ones(1, kk)*Ypp)/(Uk-Upp);
```



Rys. 4. odpowiedź obiektu na skok jednostkowy


```
    for k = kp : kk + kp
        y(k) = symulacja_obiektu12y_p1(u(k-10), u(k-11), ...
            y(k-1), y(k-2));
    end
    s(1:kk) = (y(kp+1:end)-ones(1, kk)*Ypp)/(Uk-Upp);
```


1.4. Program do symulacji cyfrowego algorytmu PID oraz algorytmu DMC

1.4.1. PID

Równanie różnicowe regulatora PID ma postać:

$$u(k) = r_2 \cdot e(k-2) + r_1 \cdot e(k-1) + r_0 \cdot e(k) + u(k-1)$$

gdzie parametry r_0, r_1 oraz r_2 dane są poniższymi wzorami:

$$r_o = K_r(1 + \frac{T_p}{2T_i} + \frac{T_d}{T_p}),\ \ r_1 = K_r(\frac{T_p}{2T_i} - 2\frac{T_d}{T_p} - 1),\ \ r2 = \frac{K_r T_d}{T_p}$$

W badanym obiekcie występuje opóźnienie równe jedenastu okresom próbkowania, a więc symulacje można rozpocząć od chwili $kp = 12$.

Implementacja w MATLABIE:

```
function E = PID(K_pid, Ti, Td)
    % inicjalizacja
    Upp = 0.9;       Ypp = 3.5;
    Umin = 0.7;      Umax = 1.1;
    dumax = 0.05;    % maksymalny przyrost sygnału sterowania
    kp = 12;         % chwila początkowa symulacji
    n = 400;         % czas trwania symulacji
    T = 0.5;         % okres próbkowania

    u(1:kp-1) = Upp;         y(1:kp-1) = Ypp;
    yzad(1:kp-1) = Ypp;      yzad(kp:n) = Ypp + 0.2;
    e(1:kp-1) = 0;

    % parametry r regulatora PID
    r0 = K_pid*(1+T/(2*Ti)+Td/T);
    r1 = K_pid*(T/(2*Ti)-2*Td/T-1);
    r2 = K_pid*Td/T;

    for k = kp:n
        % symulacja wyjścia obiektu
        y(k) = symulacja_obiektu12y_p1(u(k-10), u(k-11), ...
                                y(k-1), y(k-2));

        % uchyb regulacji
        e(k) = yzad(k)-y(k);

        % sygnał sterujący regulatora PID
        u(k) = r2*e(k-2) + r1*e(k-1) + r0*e(k) + u(k-1);

        du = u(k) - u(k-1);

        % ograniczenia wartości sygnału sterującego
        if u(k) < Umin
            u(k) = Umin;
        elseif u(k) > Umax
            u(k) = Umax;
        end

        % ograniczenia szybkości zmian sygnału sterującego
        if du > dumax
            u(k) = u(k-1) + dumax;
        elseif du < -dumax
            u(k) = u(k-1) - dumax;
        end
    end

    % wskaźnik jakości regulacji E
```

```
    E = 0;
    for k = 1 : n
        E = E + (yzad(k)-y(k))^2;
    end
end
```

1.4.2. DMC

W najprostszej (oszczędnej obliczeniowo) wersji algorytmu DMC przyrost sygnału sterującego w chwili k można zapisać jako:

$$\Delta u(k) = \Delta u(k|k) = K_e \cdot e(k) - \sum_{j=1}^{D-1} k_j^u \cdot \Delta u(k-j)$$

gdzie

$$K_e = \sum_{i=1}^{N} K_{1,i}$$

$$k_j^u = \bar{K_1} \cdot M_j^P$$

dla $j = 1, ..., D$, przy czym: $\bar{K_1}$ - wiersz 1 macierzy K, M_j^P - kolumna j macierzy M^P.

Implementacja w MATLABIE:

```
function E = DMC(D, N, Nu, lambda, s)
    % inicjalizacja
    Upp = 0.9;        Ypp = 3.5;
    Umin = 0.7;       Umax = 1.1;
    dumax = 0.05;     % maksymalny przyrost sygnału sterowania
    Uk = 1;           % skok
    n = 500;          % długość trwania symulacji
    kp = 12;
    kk = N+D-1;

    u(1:kp-1) = Upp;          y(1:kp-1) = Ypp;
    yzad(1:kp-1) = Ypp;       yzad(kp:n) = Ypp + 0.2;
    e(1:kp-1) = 0;


    % odpowiedź skokowa // przekazany zostaje wektor s
    %                   // z poprzedniego podpunktu

    % macierz M
    M = zeros(N, Nu);
    for i = 1 : Nu
        M(i : N, i) = s(1 : (N - i + 1))';
    end

    % macierz Mp
    Mp = zeros(N, D-1);
    for i = 1 : N
        for j = 1 : D-1
```

```
            Mp(i, j) = s(i+j) - s(j);
        end
    end

    % wektor K
    I = eye(Nu);
    K = ((M'*M + lambda*I)^(-1))*M';

    % oszczędna wersja DMC - parametry
    Ke = 0;
    for i = 1 : N
        Ke = Ke + K(1, i);
    end
    ku = K(1, :) * Mp;


    for k = kp : n

        % symulacja wyjścia obiektu
        y(k) = symulacja_obiektu12y_p1(u(k-10), u(k-11), ...
            y(k-1), y(k-2));

        % uchyb
        e = yzad(k) - y(k);

        % obliczenie sumy: k_j_u * delta_u(k-j)
        elem = 0;

        for j = 1 : D-1
            if k-j <= 1
                du = 0;
            else
                du = u(k-j) - u(k-j-1);
            end
            elem = elem + ku(j)*du;
        end

        % optymalny przyrost sygnału sterującego w chwili k
        % (du(k|k))
        dukk = Ke * e - elem;

        % ograniczenia przyrostu sterowania
        if dukk > dumax
            dukk = dumax;
        elseif dukk < -dumax
            dukk = -dumax;
        end

        % prawo regulacji
        u(k) = dukk + u(k-1);
```

```
        % ograniczenia maksymalnych wartości sterowania
        if u(k) > Umax
            u(k) = Umax;
        elseif u(k) < Umin
            u(k) = Umin;
        end

    end

    % wskaźnik jakości regulacji E
    E = 0;
    for k = 1 : n
        E = E + (yzad(k)-y(k))^2;
    end

end
```

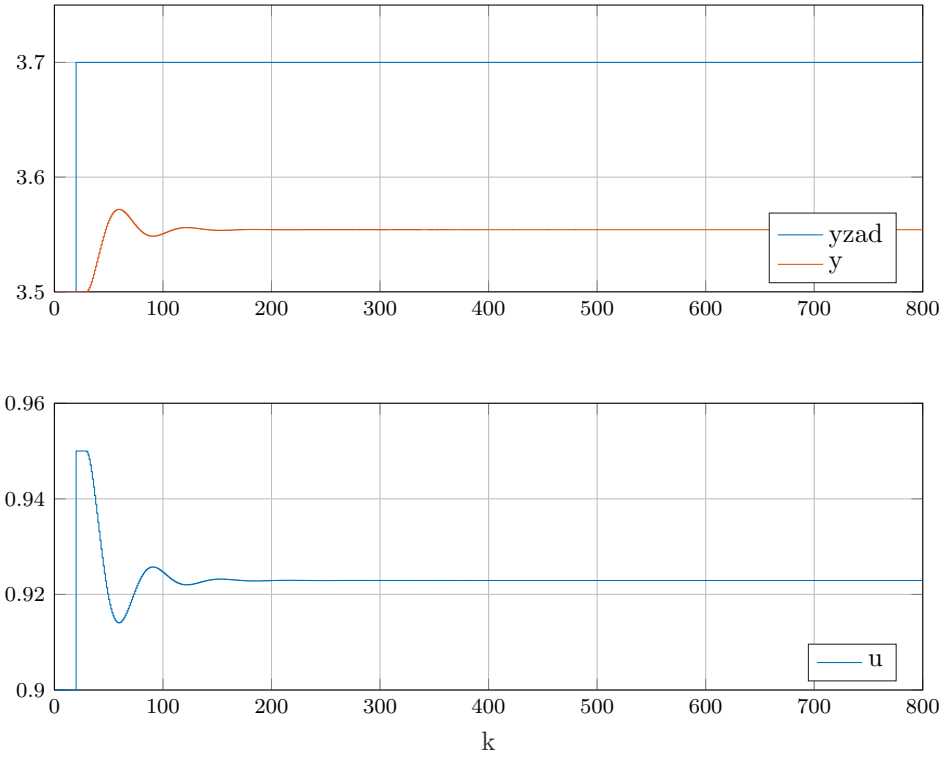
1.5. Dobór nastaw algorytmów regulacji metodą eksperymentalną

1.5.1. PID

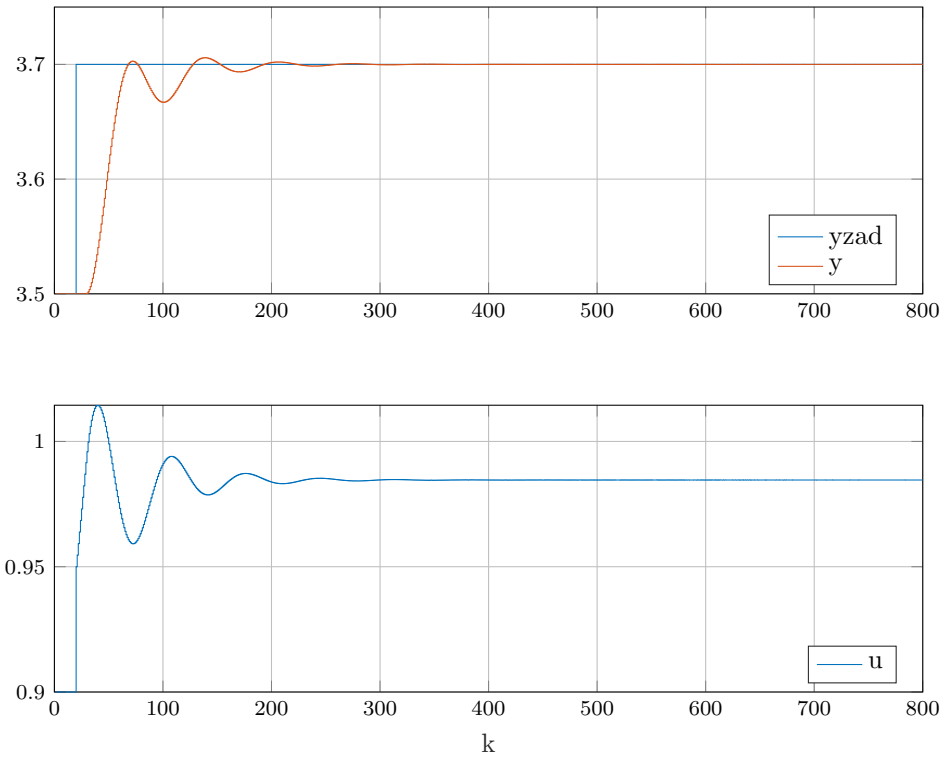
Kolejne kroki doboru nastaw algorytmu PID metodą eksperymentalną:
1. Analiza regulatora P - wyzerowanie członu całkującego (tzn. ustawienie parametru T_i na bardzo dużą wartość) i różniczkującego (tzn. ustawienie parametru T_d na zero). Zwiększanie parametru wzmocnienia K do momentu jak najmniejszego uchybu ustalonego i pojawienia się na wyjściu oscylacji.
2. Dodanie członu całkującego - stopniowe zwiększanie wpływu członu całkującego (zmniejszanie wartości T_i) i ewentualne zwiększenie wzmocnienia.
3. Dodanie członu różniczkującego - zwiększanie wartości parametru T_d. Gdy regulator będzie działał odpowiednio szybko można zwiększyć wpływ członu całkującego lub wzmocnienia.

Nastawy regulatora po takim dostrojeniu wyglądają następująco:

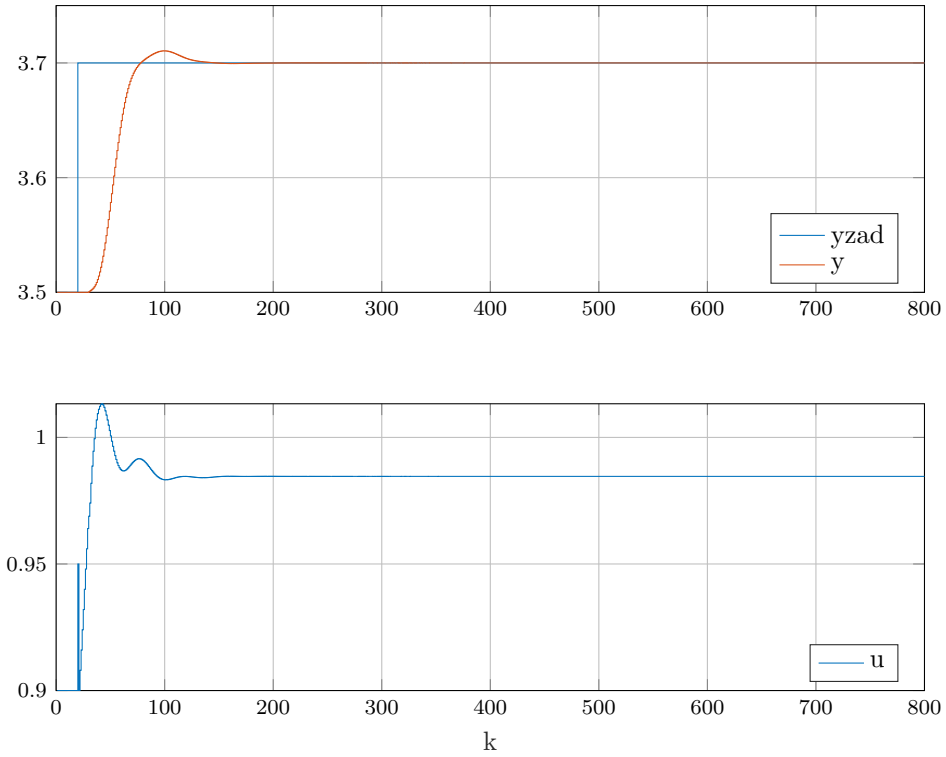
$$K = 0.8, T_i = 10, T_d = 4$$



Rys. 5. Doprowadzanie regulatora P pojawienia się pierwszych oscylacji ($K = 0.5$).
Błąd ilościowy: $E = 16.8957$



Rys. 6. Dostrojenie regulatora PI ($K = 0.6, T_i = 13$).
Błąd ilościowy: $E = 0.9767$



Rys. 7. Dostrojenie regulatora PID ($K = 0.8, T_i = 10, T_d = 4$).
Błąd ilościowy: $E = 1.1265$

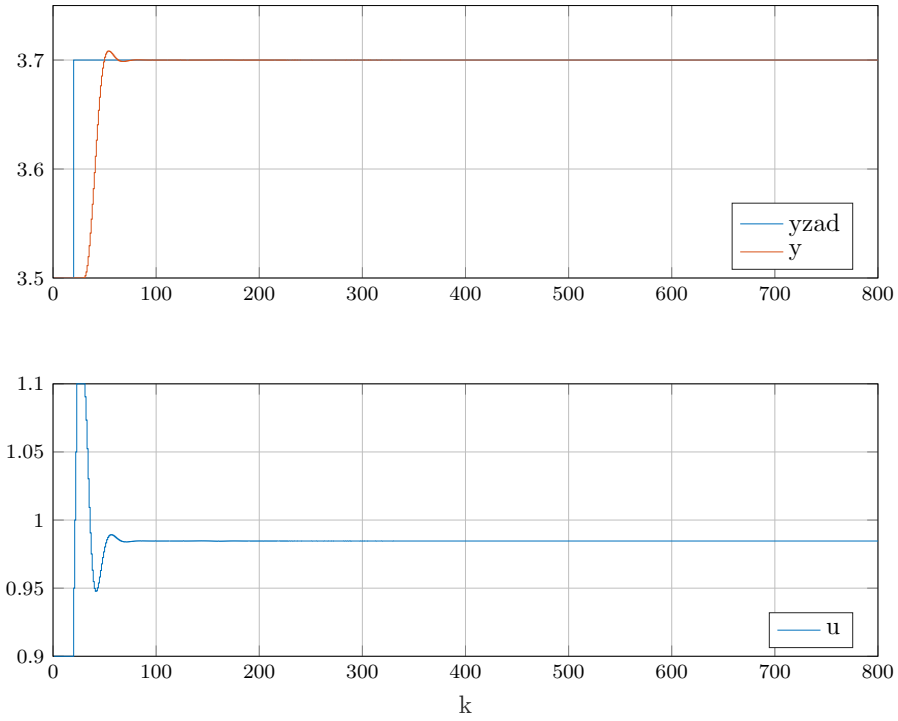
Najmnieszy błąd wskaźnika regulacji miał regulator PI o nastawach $K = 0.6$ i $T_i = 13$. Jednak jakościowo najlepszy przebieg ma regulator PID o nastawach $K = 0.8$, $T_i = 10$, $T_d = 4$. nie ma tutaj znacznego przeregulowania i oscylacji. Sygnał sterujący również nie zmienia się gwałtownie. Wyjątkiem jest "szpilka" na początku sygnału sterującego - jest ona spowodowana członem różniczkującym, który zaraz po rozpoczęci działania reaguje na bardzo duży uchyb.

1.5.2. DMC

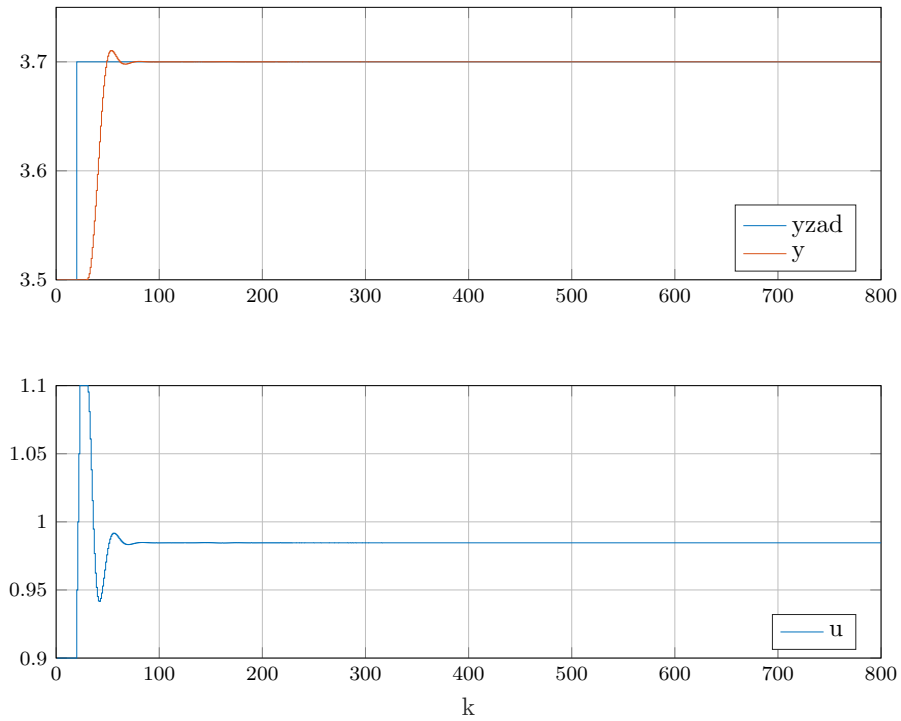
Kolejne kroki doboru nastaw algorytmu DMC metodą eksperymentalną:
1. Ustalenie długości horyzontu dynamiki z odpowiedzi skokowej obiektu - moment gdy sygnał na wyjściu się nie zmienia lub zmienia się nieznacznie. W przypadku naszego obiektu przyjęliśmy $D = 130$
2. Ustawienie wartości horyzontu predykcji i horyzontu sterowania równych horyzontowi dynamiki. Ustawienie parametru lambda na 1.
3. Stopniowe zmniejszanie wartości horyzontu predykcji i horyzontu sterowania.
4. Zmniejszenie wartości horyzontu sterowania.
5. Zmiana wartości lambdy - zmniejszenie, aby zmniejszyć przeregulowanie dla sygnału sterującego, zwiększenie aby przyspieszyć działanie regulatora. Warto rozważyć zwiększenie horyzontu predykcji

W wyniku przeprowadzonych eksperymentów dobrano następujące nastawy regulatora:

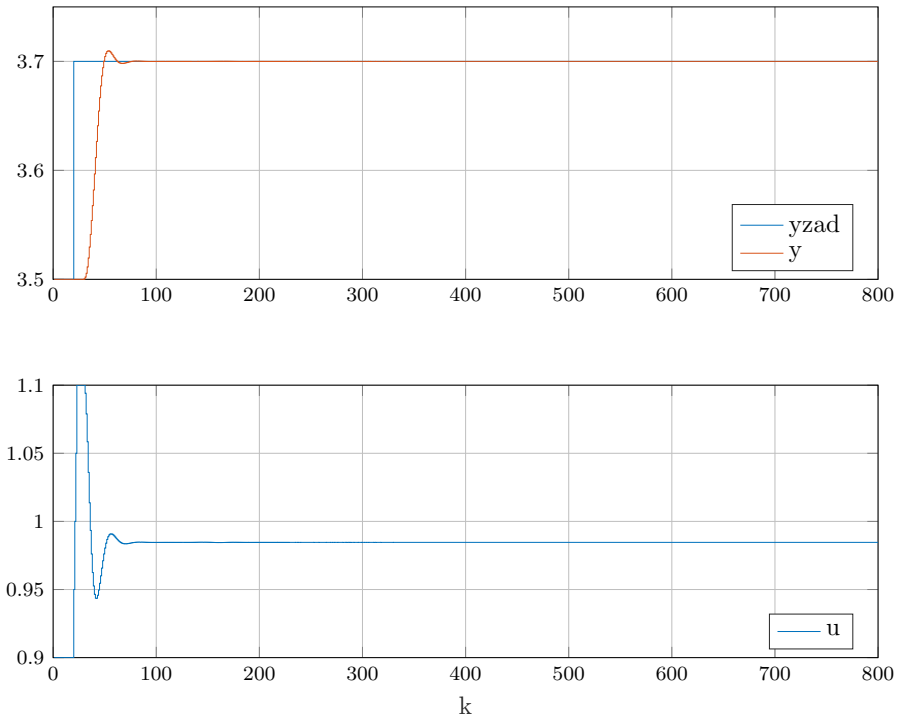
$$N = 40,\ N_u = 5,\ \lambda = 1$$



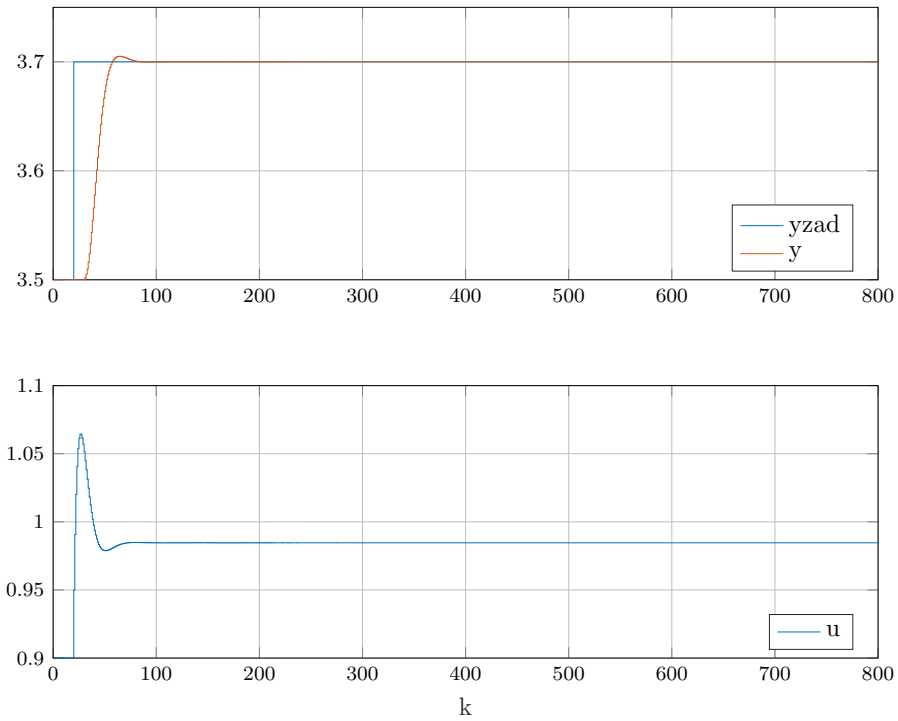
Rys. 8. $N = N_u = D = 130$, $\lambda = 1$
Błąd ilościowy: $E = 0.7239$



Rys. 9. $N = N_u = 20$, $\lambda = 1$
Błąd ilościowy: $E = 0.7238$



Rys. 10. $N = 20, N_u = 5, \lambda = 1$
Błąd ilościowy: $E = 0.7238$



Rys. 11. $N = 40, N_u = 5, \lambda = 10$
Błąd ilościowy: $E = 0.7751$

Widać, że dla horyzontu predykcji oraz horyzontu sterowania można stosunkowo bezkarnie znacznie zmniejszyć ich długość - wpływ na kształt sygnałów oraz błąd jest znikomy. Po zwiększeniu lambdy musieliśmy zwiększyć horyzont predykcji. Po tym zabiegu błąd wzrósł nieznacznie, ale kształt obu sygnałów znacznie się poprawił - sygnał sterowania nie przyjmuje maksymalnych wartości, a wyjście jest delikatnie wolniejsze.

1.6. Dobór nastaw algorytmów regulacji w wyniku optymalizacji

Nastawy algorytmów regulacji można również odnaleźć metodą optymalizacji funkcji błędu, która zależna jest od nastawów regulatorów. W programi MATLAB w takim celu można wykorzystać funkcję `fmincon`. Poniżej przedstawiono implementację funkcji dla obu regulatorów.

Funkcja `fmincon` przyjmuje handler funkcji symulującej regulację PID, która ostatecznie zwraca wskaźnik jakości regulacji dla wybranych nastawów. Nastawy regulatora dobierane są przez funkcję `fmincon`, która zwraca zatrzymuje się, kiedy osiągnie najmniejszą funkcję błędu.

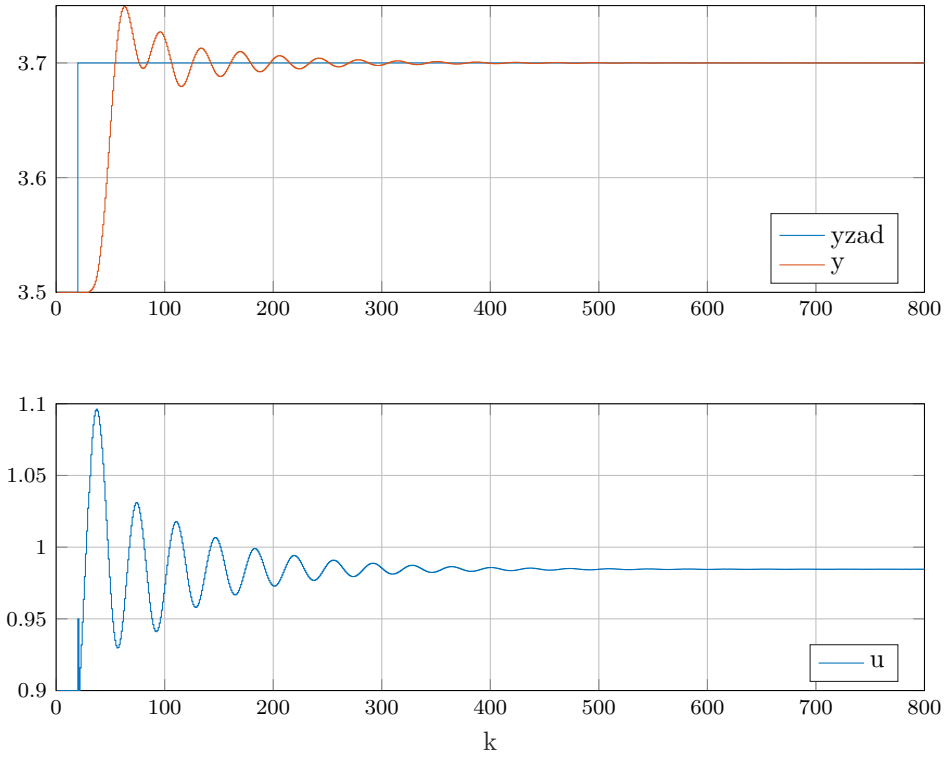
1.6.1. PID

```
    %% Optymalizacja nastaw PID

%fmincon
objective = @(x) PID (x(1), x(2), x(3));
x_initial = [0.8; 10; 4];
lb = [0.4, 5, 0];
ub = [10, 1000000, 10];

nonlcon = [];

options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'iter');
[x_optimal, fval] = fmincon(objective, x_initial, ...
        [], [], [], [], lb, ub, nonlcon, options);

function E = PID(K_pid, Ti, Td)
    IMPLEMENTACJA REGULATORA PID
end
```

$$K = 1.22,\ T_i = 7.67,\ T_d = 4.07$$

Przy nastawach optymalnych, wskaźnik jakości regulacji wynosi:

$$E = 0.9713$$



Rys. 12. Regulacja obiektu przy optymalnych nastawach

Pomimo nazwy "optymalne", można mieć wrażenie, że nastawy wyliczone przez funkcję `fmincon` wcale nie są najlepsze. Faktycznie funkcja błędu ma wartość najmniejszą z testowanych. Jednak kształt sygnałów zarówno wyjściowego, jak i sterowania nie są najlepsze. Obiekt ustala się dosyć długo - dopiero w chwili 500-setnej, co stanowi prawie trzykrotnośc w porównaniu z eksperymentalną metodą, gdzie obiekt już był ustalony w okolicach 150 chwili.

1.6.2. DMC

Implementacja wygląda podobnie w przypadku regulatora DMC.

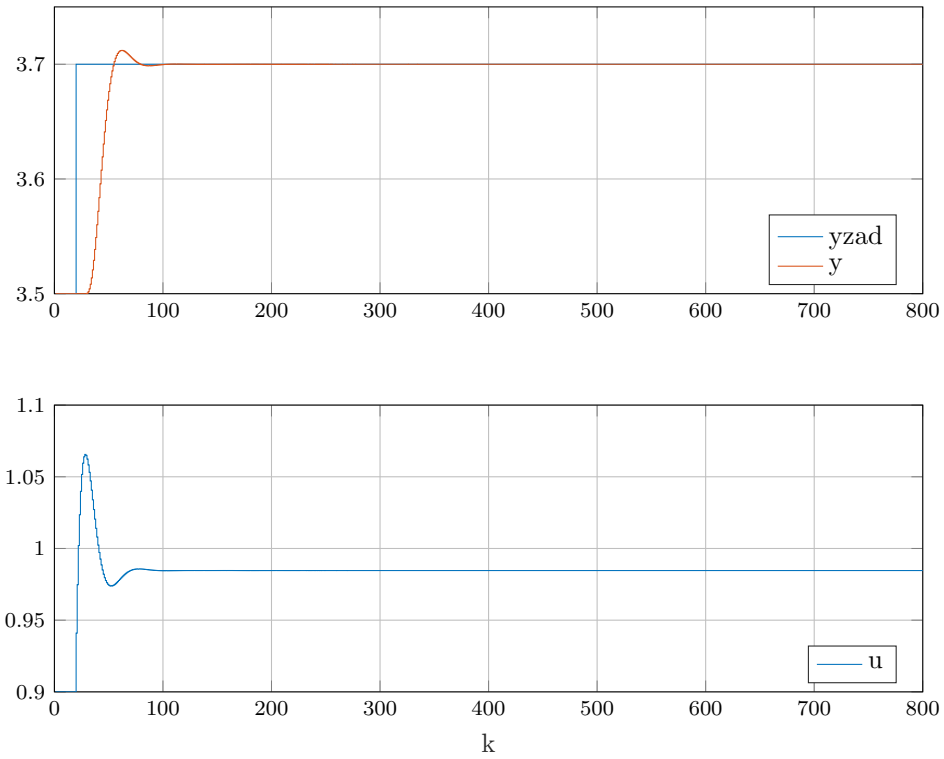
```
    %% Optymalizacja nastaw DMC
%fmincon
objective = @(x) DMC (x(1), x(2), x(3), x(4));
x_initial = [130, 130, 130, 1];
lb = [70, 10, 1, 0.1];
ub = [150, 150, 150, 30];

nonlcon = [];

options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'iter');
[x_optimal, fval] = fmincon(objective, x_initial, ...
    [], [], [], [], lb, ub, nonlcon, options);

function E = DMC(D, N, Nu, lambda)
    %%%
    IMPLEMENTACJA REGULATORA DMC
    %%%
end
```

Po uruchomieniu skryptu, otrzymuje się optymalne nastawy:

$$D = 141,\ N = 116,\ N_u = 129,\ \lambda = 20$$

Przy nastawach optymalnych, wskaźnik jakości regulacji wynosi:

$$E = 0.7867$$



Rys. 13. Regulacja obiektu przy optymalnych nastawach

Tutaj ciekawa sytuacja, ponieważ nastawy otrzymane z `fmincona` mają gorsze skutki niż te otrzymane eksperymentalnie przez nas - nieznacznie ale jednak.

2. CZĘŚĆ LABORATORYJNA

2.1. Sprawdzenie możliwości sterowania i pomiaru stanowiska

2.2. Wyznaczenie odpowiedzi skokowej procesu

2.3. Przekształcenie odpowiedzi skokowej

2.3.1. Odpowiedź skokowe wykorzystywana w algorytmie DMC

2.3.2. Aproksymacja odpowiedzi skokowej

2.3.3. Optymalizacja parametrów modelu

2.3.4. Porównanie aproksymowanego modelu z obiektem

2.4. Regulacja PID oraz DMC

2.5. Dobór nastawów regulatorów PID oraz DMC metodą eksperymentalną