Genomorientierte Bioinformatik

_

Differential Analysis

Malte Weyrich

12. Januar 2025

Alternatives Spleißing ist ein fundamentaler zellulärer Mechanismus mit großen Einfluss auf regulatorische Prozesse und Genprodukte. Dabei werden die Exons eines Transkripts teilweise übersprungen oder neu angeordnet. Verantwortlich für diesen Prozess ist das Spleißosom. Die Identifizierung von differentiellen Spleiß-Events, also Unterschieden im Spleißverhalten zwischen verschiedenen Bedingungen, ist entscheidend für das Verständnis von Genregulation und Krankheitsmechanismen. Im Folgenden wird ein Programm zur Quantifizierung von Skipped Exon Events vorgestellt und dessen Ergebnisse mit einem Hypothesen Test evaluiert. Es wurde auf zehn bam-Dateien ausgeführt mit annotation_b37.gtf als Referenzgenom. Zusätzlich werden die Resultate mit einem bereist publizierten Tool (DEXSeq aus Anders, Reyes, and Huber 2012) verglichen.

Inhalt

1	Ber	echnung der Percent Spliced-In Werte	3
	1.1	Definition	3
	1.2	Programm Logik	4
2	Нур	pothesen Test	6
3	Kon	nplexität und Korrektheit	8
	3.1	Komplexität	8
	3.2	Korrektheit	10
4	Erge	ebnisse	11
	4.1	Read Abdeckung	11
	4.2	PSI Werte	12
	4.3	Vergleich mit DEXSeq	14
	4 4	Laufzeit	15

1 – Berechnung der Percent Spliced-In Werte

1.1. Definition

Percent Spliced-In (PSI) Werte werden in der Bioinformatik genutzt, um die Evidenz von Skipped Exon Events anhand von beobachteten Daten darzustellen. Die Skipped Exon Events entstehen durch Alternatives Spleißen und beeinflussen maßgeblich das Proteinendprodukt eines Gens. Die Expression von Transkripten kann mittels RNAseq untersucht werden, bei dem die Sequenzen der vorliegenden Transkripte sequenziert werden. Somit entstehen Milliarden von Reads, welche mit der Hilfe von Software zurück auf das Referenz Genom projiziert werden können. Anschließend werden die Reads annotiert, das heißt es wird geschaut, von welchen Transkripten die Reads stammen. Der PSI Wert wird dann mittels Inclusion Read Counts (IRC) und Exclusion Read Counts (ERC) berechnet werden:

$$PSI := \frac{IRC}{IRC + ERC}.$$

Sei G ein Gen mit Transkripten WT und SV. Zudem sei se eine, durch die Annotation implizierte, übersprungene Region in WT, für die der PSI Wert berechnet werden soll. Wenn R die Menge an aligniernten Read Pairs auf G ist, dann ist $I \subseteq R$ die Menge an alignierten Read Pairs auf se und somit

$$IRC_{se} := |I|$$
.

Die Exclusion Reads $E \subseteq R$ sind genau die Read Pairs, welche nicht auf se gemapped werden können.

$$ERC_{se} := |E|$$
.

Ein *PSI* Wert von 1 würde beispielsweise bedeuten, dass die Region se in den beobachteten Transkripten eines Gens überwiegend inkludiert wurde (also nicht durch das Spleißosom heraus gespließt wurde), während ein Wert von 0 auf ein vermehrtes Ausschließen von se hindeuten würde.

1.2. Programm Logik

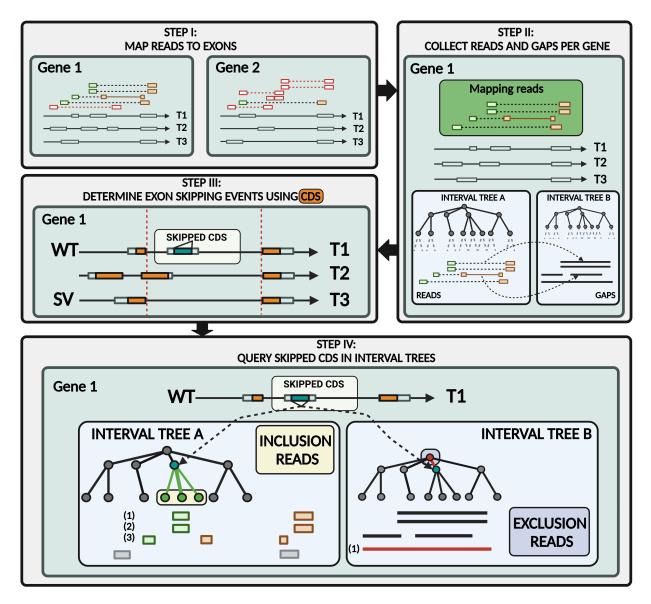


Abbildung 1—Programmlogik zur Berechnung der *IRC* und *ERC counts* pro *Skipped Exon Event*. In dem Beispiel hätte das übersprungene Exon von G1 einen *PSI* Wert von 0.75. Die Abbildung wurde mit BioRender 2024 erstellt.

Der $\mathcal{J}\!AR$ werden eine bam - und ein GTF -Datei übergeben. Zudem muss eine Ausgabedatei Spezifiziert werden:

Die JAR liest zunächst die GTF-Datei ein und speichert alle Gene und deren annotierte Transkripte ab. Dabei enthält jedes Transkript jeweils dessen Exons und Coding DNA Sequences (CDS). Gleichzeitig wird die bam-Datei mittels der samtools library decodiert und abgespeichert. Nach der Einleseroutine kann das Programm in vier Schritte eingeteilt werden (siehe Abbildung 1):

I. MAP READS TO EXONS

Die *Read Pair* Koordinaten werden mit den *Exon* Koordinaten der Transkripte abgeglichen. Sobald mindestens ein *Read Pair* auf ein *Gen mapped*, wird das *Gen* in einer *ArrayList<Gene> mappedGenes* abgelegt. Die Kriterien für einen validen *Read* wurden bereits im letzten Report geklärt. Es werden nur *Reads* in *mappedGenes* hinzugefügt, wenn sie auf genau ein einziges *Transkript* passen.

II. COLLECT READS AND GAPS PER GENE

Für jedes der Gene in mappedGenes werden nun zwei Intervallbäume A, B erstellt. Baum A beinhaltet alle AlignmentBlocks der zum Gen zugeteilten Read Pairs, während Baum B die Lücken zwischen einzelnen AlignmentBlocks und zwischen den Forward und Reverse Reads abspeichert.

III. DETERMINE EXON SKIPPING EVENTS USING CDS

Im nächsten Schritt wird über alle Gene aus *mappedGenes* iteriert. Für jedes einzelne Gen werden alle *Skipped Exon Events* mittels der *CDS* des Gens berechnet. Dabei wird dieselbe Logik wie in Report 1 verwendet.

IV. QUERY SKIPPED CDS IN INTERVALTREE

Für jede CDS werden nun dessen Intervalle in den Bäumen A,B abgefragt und die $Read\ IDs$ gezählt.

$$IRC := |\{A. \textit{getIntervalsSpannedBy}(CDS. \textit{getStart}(), CDS. \textit{getStop}())\}|$$

$$ERC := |\{B. \textit{getIntervalsSpanning}(CDS. \textit{getStart}(), CDS. \textit{getStop}())\}|$$

Dabei werden für IRC Intervalle in A betrachtet, die von der CDS überspannt werden (\equiv "Reads die innerhalb der CDS liegen") und für ERC werden Intervalle in B gesucht, die die CDS überspannen (\equiv "Intervalle, die die CDS beinhalten").

Die *PSI* Werte werden in die Ausgabedatei mit folgendem Format geschrieben:

ENSG00000165623.5	13275735-13275801	25	13	38	0.65
Gene ID	cdsStart-cdsStop	IRC	ERC	Total	PSI

2 – Hypothesen Test

Wir wollen untersuchen, ob der Prozess des *Alternativen Spleißens* anhand von *Exon Skipping Events* (Ψ) rein zufällig stattfindet, oder von regulatorischen Mechanismen gesteuert wird.

- **H**₀ := *Exon Skipping Events* finden zufällig statt.
- **H**₁ := *Exon Skipping Events* sind nicht reiner Zufall.

Dafür nehmen wir an, dass die Anzahl an IRC Binomial Verteilt ist:

$$P(i, N|p) = \binom{N}{i} p^{i} (1-p)^{N-i}.$$

Hierbei beschreibt p die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Exon als Inclusion Read klassifiziert wird, während N die Anzahl an Reads darstellt, die für das momentane Exon einen Informationsgehalt haben. Zudem gehen wir davon aus, dass jedes Transkript mindestens einen informativen Read pro Exon hat.

Für den Test wurden die zehn Ausgabedateien der $\mathcal{J}AR$ in zwei Gruppen unterteilt (siehe Tabelle 1):

Tabelle 1-Einteilung der Samples in zwei Gruppen

Ausgabedatei i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gruppe g_i	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
IRC	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}
Gesamt Anzahl	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}
$\Psi_{\mathbf{reduced}} \sim (p_0)$	p_0									
$\Psi_{\mathbf{full}} \sim (p_1, p_2)$	p_1	p_1	p_1	p_1	p_1	p_2	p_2	p_2	p_2	p_2

Dabei simulieren wir zwei Modellen:

- $\Psi_{\mathbf{reduced}} \sim (p_0)$: Hat einen einzigen Parameter p_0 für alle Gruppen.
- $\Psi_{\mathbf{full}} \sim (p_1, p_2)$: Besitzt zwei verschiedenen Parameter.

Die Likelihood kann nun mit der Maximum Likelihood Estimation Methode abgeschätzt werden.

Die Log-Likelihood Funktionen lasses sich wie folgt definieren:

•
$$\mathcal{L}_{reduced}(p_0) := \log \left(\prod_{j=1}^{10} P(i_j, N_j | p_0) \right)$$

• $\mathcal{L}_{full}(p_1, p_2) := \log \left(\prod_{j=1}^{10} P(i_j, N_j | p_{g_j}) \right)$

Indem man die jeweilige Ableitung von \mathcal{L} gleich null setzt, erhält man die MLE Schätzer \hat{p}_0 und \hat{p}_1, \hat{p}_2 :

$$\mathcal{L}(\hat{p}_{0}) = \log \left(\prod_{j=1}^{10} {N \choose i_{j}} p_{0}^{i_{j}} (1 - p_{0})^{N_{j} - i_{j}} \right)$$

$$\mathcal{L}(\hat{p}_{0}) = \sum_{j=i}^{10} \log \left({N_{j} \choose i_{j}} \right) + \log(p_{0}) \sum_{j=1}^{10} i_{j} + \log(1 - p_{0}) \sum_{j=1}^{10} (N_{j} - i_{j})$$

$$\mathcal{L}'(\hat{p}_{0}) = \frac{\sum_{j=1}^{10} i_{j}}{p_{0}} - \frac{\sum_{j=1}^{10} (N_{j} - i_{j})}{1 - p_{0}}$$

$$0 = \frac{\sum_{j=1}^{10} i_{j}}{p_{0}} - \frac{\sum_{j=1}^{10} (N_{j} - i_{j})}{1 - p_{0}}$$

$$\hat{p}_{0} = \frac{\sum_{j=1}^{10} i_{j}}{\sum_{j=1}^{10} N_{j}}$$

$$\mathcal{L}(\hat{p}_{1}, \hat{p}_{2}) = \log \left(\prod_{j=1}^{10} {N \choose i_{j}} p_{g_{i}}^{i_{j}} (1 - p_{g_{i}})^{N_{j} - i_{j}} \right)$$

$$\iff \mathcal{L}(\hat{p}_{1}, \hat{p}_{2}) = \mathcal{L}_{\mathbf{Gruppe_{1}}}(p_{1}) + \mathcal{L}_{\mathbf{Gruppe_{2}}}(p_{2})$$

$$\mathcal{L}_{\mathbf{Gruppe_{1}}}'(\hat{p}_{1}) = \frac{\sum_{j \in Gruppe_{1}} i_{j}}{p_{1}} - \frac{\sum_{j \in Gruppe_{1}} (N_{j} - i_{j})}{1 - p_{1}}$$

$$\iff \hat{p}_{1} = \frac{\sum_{j \in Gruppe_{1}} i_{j}}{\sum_{j \in Gruppe_{1}} N_{j}}$$

$$\mathcal{L}_{\mathbf{Gruppe_{2}}}'(\hat{p}_{2}) = \dots$$

$$\hat{p}_{2} = \frac{\sum_{j \in Gruppe_{2}} i_{j}}{\sum_{i \in Gruppe_{2}} N_{i}}$$

Die *Likelihood Schätzer* können nun verwendet werde, um $\mathcal{L}_{reduced}(\hat{p}_0)$ und $\mathcal{L}_{full}(\hat{p}_1, \hat{p}_2)$ zu berechnen. Zudem bestimmen wir jeweils die *Likelihood Ratio Statistik (LRS)*:

$$LRS := -2\log\left(\frac{\mathcal{L}_{reduced}}{\mathcal{L}_{full}}\right).$$

Dabei gilt:

$$LRS \sim \chi^2$$
.

Somit können wir für jeden der berechneten PSI Werte einen p Wert berechnen. Zudem wurde die $Benjamini\ Hochburg$ Methode (Benjamini and Hochberg 1995) verwendet, um die p Werte anzupassen, da multiple Hypothesen Tests durchgeführt wurden.

Das R Skript LRS.R implementiert die Berechnung der LRS und p Werte und schreibt die Resultate in eine Ausgabedatei:

3 – Komplexität und Korrektheit

3.1. Komplexität

Das entwickelte Java Programm benutzt für das Einlesen der *GTF*-Datei, dem Bestimmen der *Exon Skipping Events* und dem *Mapping* der *Reads* dieselbe Komplexität wie die Programme aus Report 1 und 3. Das einzige was an zusätzlichem Aufwand anfällt ist die Erstellung der Intervallbäume pro Gen (A) und das anschließende Zählen der *IRC* und *ERC* (B).

(A) Erstellen der Intervallbäume:

Sei \tilde{G} die Menge aller *Gene* aus der vorliegenden *Annotation* und \tilde{R} die Menge aller *Reads* aus dem Sequenzierexperiment. Dann ist $G \subseteq \tilde{G}$ die Teilmenge an *Genen*, auf welche es ein *Mapping* von *Reads* gibt. Jedes *Gen* $g_i \in G$ hat also eine Teilmenge R_i an alignierten *Reads* aus \tilde{R} . Für jedes Gen g_i werden alle zugehörigen *Reads* R_g in die Intervallbäume R_g und R_g eingefügt. Das Einfügen in einen Intervallbaum hat ein logarithmisches Kostenmaß: $\mathcal{O}(\log n)$,

wobei n die Gesamtanzahl an Intervallen ist, welche sich bereits in dem Baum befinden. Für das konsekutive Einfügen von Reads aus R_g in A ergibt sich folgende, von oben abgeschätzte Laufzeit:

$$1 + \log(1) + \log(2) + \dots + \log(|R_g| + k) < \sum_{j=1}^{|R_g| + k} \log(|R_g| + k)$$

$$\in \mathcal{O}\Big((|R_g| + k) \cdot \log(|R_g| + k)\Big)$$

Bei k handelt es sich um eine Konstante, welche die Anzahl an Fällen beschreibt, wo ein einzelner Read aus R_g aus mehreren Alignment Blocks besteht.

Das gleiche gilt für die *Gaps*, welche in den zweiten Intervallbaum eingefügt werden:

$$1 + \log(1) + \log(2) + \dots + \log(R_i/2 + c) < \sum_{i=0}^{|R_g|/2 + c} \log(|R_g|/2 + c)$$

$$\in \mathcal{O}\Big((|R_g|/2 + c) \cdot \log(|R_g|/2 + c)\Big)$$

$$\in \mathcal{O}\Big((|R_g| + c) \cdot \log(|R_g| + c)\Big)$$

Da es sich um paired end Daten handelt (Abbildung 1), gibt es zwischen nicht überlappenden $Read\ Pairs$ einen Gap (also insgesamt $\leq |R_g|/2$) und zusätzlich c viele Gaps zwischen den jeweiligen AlignmentBlocks der Reads (hierbei ist c == k, da durch jeden zusätzlichen AlignmentBlock in einem Read auch ein zusätzlicher Gap im Read existiert).

Da wir insgesamt |G| viele Gene haben also:

$$\mathcal{O}\left(|G| \cdot \left((|R_{\tilde{g}}| + k) \cdot \log(|R_{\tilde{g}}| + k) + (|R_{\tilde{g}}| + c) \cdot \log(|R_{\tilde{g}}| + c)\right)\right)$$

$$\in \mathcal{O}\left(|G| \cdot \left(2 \cdot (|R_{\tilde{g}}| + k) \cdot \log(|R_{\tilde{g}}| + k)\right)\right)$$

$$\in \mathcal{O}\left(|G| \cdot \left((|R_{\tilde{g}}| + k) \cdot \log(|R_{\tilde{g}}| + k)\right)\right)$$

, wobei

$$\tilde{g} := \bigvee_{\substack{R_g \in R, \\ R_g \neq R_{\tilde{g}}}} R_g \le R_{\tilde{g}}$$

das Gen mit den meisten alignierten Reads ist.

(B) Ermittlung der IRC und ERC:

Eine Suchoperation in einem Intervallbaum hat ebenfalls eine Komplexität von $\mathcal{O}(\log n)$. Nach **Schritt (A)** befinden sich in den Bäumen A, B von einem Gen $g \in G$ genau $|R_i|$ und $|R_i|/2 + c$ viele *Reads*. Jedes $g \in G$ besitzt e_g viele *Exon Skipping Events*. So muss $|e_g|$ oft in jeweils beiden Bäumen eine Suche getätigt werden. Pro Gen also:

$$|e_g| \cdot \log(R_{\tilde{g}}) + |e_g| \cdot \log(R_{\tilde{g}}/2 + c) = |e_g| \cdot (\log(R_{\tilde{g}}) + \log(R_{\tilde{g}} + c)) \in \mathcal{O}(|e_g| \cdot \log(R_{\tilde{g}} + c)).$$

3.2. Korrektheit

Der Ansatz mit den Intervallbäumen ist Korrekt. In den Intervallbäumen werden nur Reads abgespeichert, die genau auf ein Transkript passen. Somit werden schon mal alle Reads ohne eindeutigen Informationsgehalt ignoriert. Zusätzlich werden zu jeder hinzugefügten Region (in beiden Bäumen), die $Ursprungs\ ID$ (in diesem Fall die Transkript ID) und die $Read\ ID$ gespeichert. Da der Intervallbaum korrekt implementiert ist, liefert diese entweder alle Intervalle, die von der übersprungenen CDS beinhaltet werden (Baum A), oder alle Gaps, welche die CDS überspannen (Baum B). Die Anzahl an einzigartigen $Read\ IDs$ beider Abfragen ergibt dann die jeweiligen IRC und ERC. Der einzige Sonderfall ergibt sich, wenn eine Region T0 aus dem Baum T1 diesem Fall impliziert T2 dann keinen T3 sonder einen T4 den T5 wurde schließlich eindeutig auf das $Transkript\ T$ 5 aligniert.

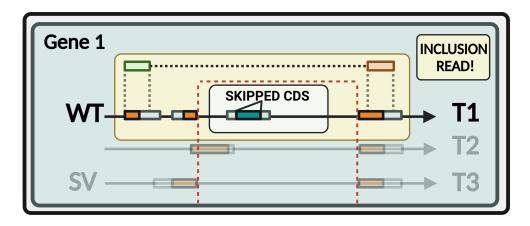


Abbildung 2 — Sonderfall bei der Berechnung von *ERC*. Der *Read* passt hier nur auf T1 und obwohl sich die übersprungene *CDS* in der Lücke zwischen *Forward* und *Reverse Read* befindet, zählt dieser *Read* als *IRC*, denn er kann nur durch T1 entstanden sein. Die Abbildung wurde mit BioRender 2024 erstellt

4 - Ergebnisse

4.1. Read Abdeckung

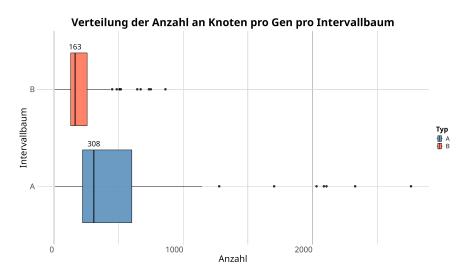


Abbildung 3 — Verteilung der Anzahl von abgespeicherten Intervalle der Bäume A, B pro Gen. Dabei beinhaltet Typ A jeweils alle abdeckenden AlignmentBlocks/Reads für ein Gen und B die Gaps zwischen AlignmentBlocks eines Reads und zwischen Forward und Reverse Read.

Wie bereits in Abschnitt 3.1 beschrieben, sollte die Anzahl an Intervallen pro Gen in Baum B nicht größer als in A sein. Die Verteilungen in Abbildung 3 lassen dies bereits vermuten, da die Verteilung der Werte für B ungefähr um den Faktor 0.5 nach links verschoben ist. Ebenfalls

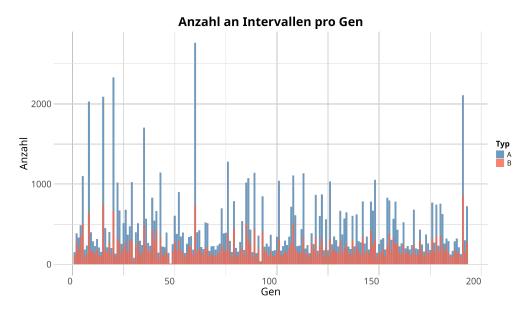


Abbildung 4 – Anzahl an Intervallen pro Gen pro Intervallbaum.

zusehen ist, dass die Hälfte aller Gene mindesten 308 alignierte AlignmentBlocks.

In Abbildung 4 ist es deutlicher zu erkennen, dass die Mengen $|R_g|$ in Bäumen A immer größer ist als die Anzahl an Gaps in B. Ebenfalls zu sehen ist , dass es einige Gene mit vielen überlappenden Forward und $Reverse\ Reads$ gibt. Dies ist der Fall wenn Baum A mehr als doppelt so viele Intervalle beinhaltet als Baum B.

4.2. PSI Werte

In Abbildung 5 wurden die korrigierten, logarithmierten P-Werte nach chromosomaler Position aufgetragen. Der Großteil an signifikanten Werten liegt in den Chromosomen 1-9, was darauf hindeuten könnte, dass die *Exon Inklusion* innerhalb dieser Regionen durch regulatorische Elemente wie z.B. *Promotoren, Enhancern* oder *Silencer* gesteuert wird. Der Trend könnte ebenfalls implizieren, dass die Gene auf denn ersten neun Chromosomen anfälliger für Alternatives Spleißen sind, da sie beispielsweise für wichtige Spleißvarianten codieren.

Abbildung 6 zeigt die Verteilung der Wahrscheinlichkeiten p_0 , p_1 und p_2 , welche jeweils mit den Likelihood Schätzern pro Event errechnet worden sind. Hier ist bereits ein Unterschied zwischen dem $\Psi_{\text{reduced}} \sim (p_0)$ und dem $\Psi_{\text{full}} \sim (p_1, p_2)$ zu sehen, da die da die p_0 -Verteilung eine einzelne, konzentrierte Wahrscheinlichkeitsverteilung zeigt, während das vollständige Modell zwei separate Verteilungen (p_1 und p_2) mit unterschiedlichen Maxima aufweist.

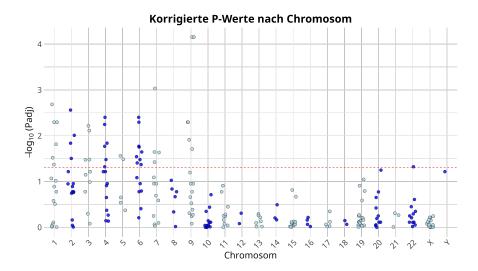


Abbildung 5 — Angepasste P-Werte nach Chromosomen. Die Rote Linie kennzeichnet das transformierte Signifikanzniveau von $\alpha=0.05$. Alle Punkte über der Indikatorlinie sind als signifikant zu interpretieren. Insgesamt wurden 232 Exon Skipping Events entdeckt.

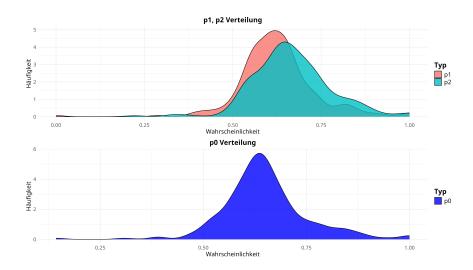


Abbildung 6 – Verteilung der p_0 , p_1 und p_2 Werte für das $\Psi_{\mathbf{reduced}}$ und $\Psi_{\mathbf{full}}$ Modell.

4.3. Vergleich mit DEXSeq

Um unsere Ergebnisse mit *DEXSeq* zu vergleichen, haben wir die selben zehn *bam*-Dateien für das Tool aufbereitet und als Eingabe verwendet. Die resultierenden Exons wurden zurück auf die von uns verwendete Annotationsdatei projiziert, um sie mit den Ergebnissen unseres Modells vergleichen zu können. Für beide Tools wurde in Abbildung 7 die *"Receiver Operating Characteristics"* (ROC) Kurve aufgetragen.

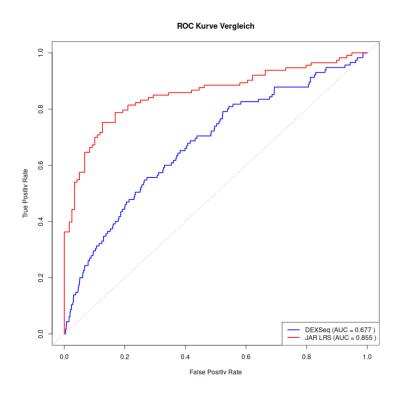


Abbildung 7 – ROC Kurven Vergleich mit DEXseq.

Die ROC-Kurven zeigen einen deutlichen Leistungsunterschied zwischen unserem JAR LRS Modell und DEXSeq. Unser Modell erreicht einen AUC-Wert von 0.855, während DEXSeq einen niedrigeren AUC-Wert von 0.677 aufweist (kaum besser als ein Zufälliges Modell mit AUC = 0.5). Dies deutet auf eine überlegene Diskriminierungsfähigkeit des JAR LRS Modells hin. Der steilere Anstieg der roten Kurve im linken Bereich des Diagramm bedeutet, dass unser Modell eine höhere True Positive Rate bei einer niedrigeren False Positive Rate erreicht - eine wichtige Eigenschaft für die praktische Anwendung, da sie auf eine bessere Fähigkeit hinweist, tatsächliche differentielle Spleiß-Events zu erkennen, während gleichzeitig weniger falsch-positive Ergebnisse produziert

werden.

4.4. Laufzeit

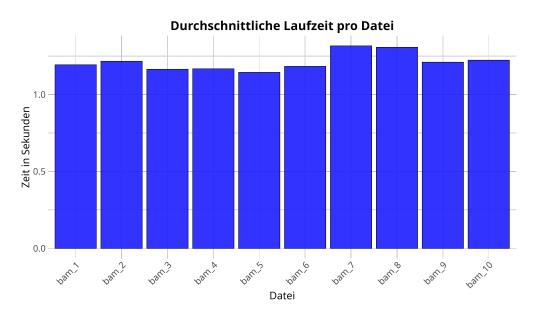


Abbildung 8 — Durchschnittliche Laufzeit der JAR auf allen Dateien nach zehnfacher Ausführung auf AMD Ryzen 7 PRO 4750U with Radeon Graphics (16) @ 1.700GHz.

Die Laufzeiten in Abbildung 8 sind alle knapp über einer Sekunde. Das liegt aber vor allem daran, dass die *GTF*-Datei für diese Aufgabe manuell überarbeitet wurde, sodass jedes Gen höchstens zwei Transkripte besitzt. Dadurch ist die gekürzte Version nur 24MB groß. Das Einlesen der *GTF*- und das Prozessieren der *bam*-Dateien nimmt am meisten Zeit in Anspruch: 323ms für das Einlesen der *Annotation* und 800ms für das *Mapping* einer *bam*-Datei auf die Gene in der *GTF*. Die Methode *getPctSplicedCounts* ist zuständig für die:

- Identifizierung von Exon Skipping Events
- Berechnung der *PSI* Werte

Sie benötigt lediglich 68ms, da es insgesamt nur 199 Gene in mappedGenes gab uns nur 232 Exon Skipping Events durch die Annotationsdatei impliziert werden.

Referenzen

Anders, Simon, Alejandro Reyes, and Wolfgang Huber. 2012. "Detecting differential usage of exons from RNA-seq data." *Genome Research* 22:4025. https://doi.org/10.1101/gr.133744.111. (Cited on page 1).

Benjamini, Yoav, and Yosef Hochberg. 1995. "Controlling the False Discovery Rate: A Practical and Powerful Approach to Multiple Testing." *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)* 57 (1): 289–300. https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1995.tb02031.x. eprint: https://rss.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.2517-6161.1995.tb02031.x. https://rss.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.2517-6161.1995.tb02031.x. (Cited on page 8).

BioRender. 2024. *BioRender - Biological Figure Creation Tool.* https://BioRender.com. Accessed: 2024-12-09. (Cited on pages 4, 11).