

V46

## Faraday-Effekt

Sophie Bork	Michael Windau
sophie.bork@gmx.de	michael.windau@tu-dortmund.de

Durchführung: 04.11.19	Abgabe: 26.11.19
------------------------	------------------

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Effektive Masse . . . . .	3
2.2	Zirkulare Doppelbrechung . . . . .	3
2.3	Faraday-Effekt . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Aufbau</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
4.1	Vermessung des Magnetfeldes . . . . .	6
4.2	Justage . . . . .	6
4.3	Untersuchung der GaAs-Proben . . . . .	6
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
5.1	Magnetfeldmessung . . . . .	6
5.2	Messung der dotierten GaAs-Proben . . . . .	7
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
	<b>Literatur</b>	<b>11</b>

## 1 Zielsetzung

In diesem Versuch sollen mithilfe des Faraday-Effekts verschieden dotierte Gallium-Arsenid-Proben (GaAs) untersucht werden. Aus den Messergebnissen soll die effektive Masse der Leitungselektronen abgeleitet werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Effektive Masse

In der Effektiv-Massen-Näherung wird das Leitungsband eines Halbleiter-Kristalls als parabelförmig mit einem Minimum bei  $k = 0$  angenommen. Das Energieband für einen isotropen Kristall lässt sich durch die Gleichung

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon(0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial k_i^2} \right)_{k=0} \cdot k_i^2 + \mathcal{O}(k^3) = \varepsilon(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} + \mathcal{O}(k^3) \quad (1)$$

beschreiben. Falls die Masse der Kristallelektronen als effektive Masse

$$m_i^* = \frac{\hbar^2}{\left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_i^2} \right)_{k=0}} \quad (2)$$

angenommen wird, folgen die Kristallelektronen im approximierten Leitungsband den gleichen Gleichungen wie freie Elektronen, ohne dass das Kristallpotential extra berücksichtigt werden muss. Ebenso können die Gleichungen der klassischen Mechanik auf die Teilchen angewendet werden, falls kleine elektrische oder magnetische Felder angelegt sind. Dabei muss häufig die Richtungsabhängigkeit von  $m_i^*$  nicht explizit berücksichtigt werden, solange eine ausreichende Kristallsymmetrie in alle Richtungen vorhanden ist. Dies ist bei GaAs der Fall.

### 2.2 Zirkulare Doppelbrechung

Bei der zirkularen Doppelbrechung sorgt ein Festkörper dafür, dass Licht, welches ihn durchläuft, eine Rotation der Polarisation erfährt. Die einfallende linear polarisierte Welle wird als eine Überlagerung aus einer rechts- und einer links-zirkular polarisierten Welle betrachtet, die sich innerhalb des Festkörpers mit unterschiedlicher Phasengeschwindigkeit fortbewegen. Der Rotationswinkel der Polarisationsebene wird durch

$$\theta = \frac{L}{2}(k_R - k_L) = \frac{L\omega}{2} \left( \frac{1}{v_{PhR}} - \frac{1}{v_{PhL}} \right) = \frac{L\omega}{2c}(n_R - n_L) \quad (3)$$

beschrieben, wobei es sich bei  $L$  um die Länge des durchtretenen Materials handelt. Die Doppelbrechung wird mikroskopisch betrachtet durch die Nebendiagonalelemente des Suszeptibilitätstensors verursacht. Die Suszeptibilität verknüpft die Polarisation mit dem elektrischen Feld über die Gleichung

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}. \quad (4)$$

Der Tensor doppelbrechender Materialien hat die Form

$$\begin{pmatrix} \chi_{xx} & i\chi_{xy} & 0 \\ -i\chi_{xy} & \chi_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Dadurch lässt sich der Winkel der Faraday-Rotation durch das Nebendiagonalelement ausdrücken:

$$\theta \approx \frac{L\omega}{2c^2} v_{\text{Ph}} \chi_{xy}. \quad (6)$$

### 2.3 Faraday-Effekt

Beim Faraday-Effekt verändert ein Material, an welches ein magnetisches Feld in Strahlrichtung angelegt ist, die Polarisationssebene des durchtretenden Lichts. Auch bei Materialien, die grundsätzlich einen diagonalen Suszeptibilitätstensor besitzen, treten durch das Magnetfeld Nebendiagonalelemente auf, die zu Doppelbrechung und somit letztendlich zum Faraday-Effekt führen. Der Tensor hat die Gestalt aus Gleichung (5).

Explizit lässt sich das Matricelement als

$$\chi_{xy} = \frac{Ne_0^3 \omega B}{\varepsilon_0 ((-m\omega^2 + K)^2 - (e_0 \omega B)^2)} \quad (7)$$

darstellen, wobei  $K$  eine Bindungskonstante des Elektrons ist und  $N$  die Zahl der Ladungsträger pro Volumeneinheit darstellt. Durch die Kenntnis des Matricelements kann der Winkel der Faraday-Rotation durch

$$\theta = \frac{e_0^3}{2\varepsilon_0 c} \frac{\omega^2}{(-m\omega^2 + K)^2 - (e_0 \omega B)^2} \frac{NBL}{n} \quad (8)$$

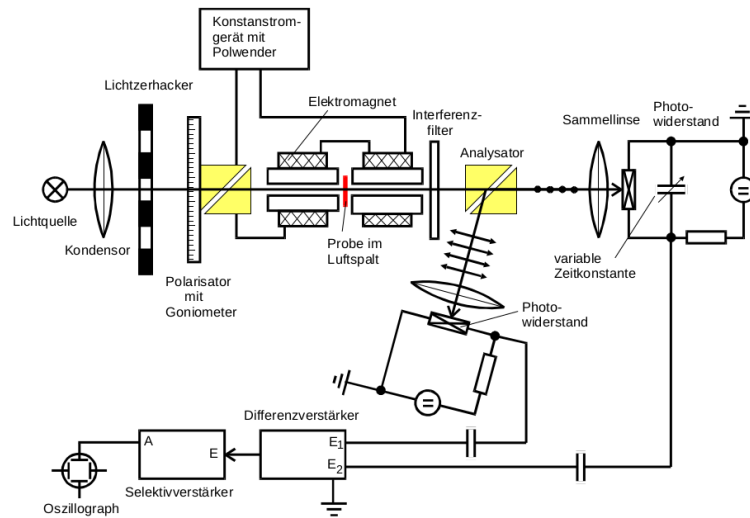
ausgedrückt werden. Falls die Messfrequenz weit unter der Resonanzfrequenz gebundener Ladungsträger liegt, kann der Winkel als

$$\theta \approx \frac{2\pi^2 e_0^3 c}{\varepsilon_0} \frac{1}{m^2} \frac{1}{\lambda^2 \omega_0^4} \frac{NBL}{n} \quad (9)$$

geschrieben werden. Für freie Elektronen oder gebundene Elektronen in der Schreibweise der effektiven Masse, d.h. für die quasifreien Elektronen im Leitungsband, geht die Resonanzfrequenz gegen 0. Dies führt zu folgendem Ausdruck für den Faraday-Winkel:

$$\theta \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{1}{m^2} \lambda^2 \frac{NBL}{n}. \quad (10)$$

### 3 Aufbau



**Abbildung 1:** Apparatur zur Messung der Faraday-Rotation [2].

Ein Bild des Aufbaus ist in der Abb. 1 zu sehen. Das für den Versuch verwendete, hauptsächlich infrarote, Licht stammt aus einer Halogen-Lampe und durchläuft einen Kondensor, bevor es auf einen Lichtzerhacker trifft und in einzelne Pulse geteilt wird. Danach trifft es auf ein Glan-Thompson-Prisma, welches das Licht in s- und p-polarisiertes Licht aufteilt. Nur einer dieser beiden Anteile wird später auf die Probe gelenkt, sodass das zur Messung verwendete Licht linear polarisiert ist. Die Probe kann in den Luftspalt von einem umpolbaren Elektromagneten eingesetzt werden, dessen Magnetfeldlinien parallel zum einfallenden Licht sind. Hinter dem Magneten können Interferenzfilter angebracht werden, welche je eine bestimmte Wellenlänge aus dem Spektrum der Halogenlampe filtern. Dieses gefilterte Licht wird zur sog. balancierten Detektion weitergeleitet. Dabei trifft es auf ein weiteres Prisma, das wiederum das Licht in s- und p-polarisierten Anteil aufteilt. Beide Anteile werden fokussiert und von je einem Photowiderstand mit Innenwiderstand proportional zur Intensität aufgefangen. Die Photowiderstände geben ihr Intensitätssignal beide auf einen Differenzverstärker, welcher beide Intensitäten voneinander abzieht und das Ergebnis verstärkt. Die verstärkte Differenz wird durch einen Selektivverstärker geleitet, der auf die Frequenz des Lichtzerhackers eingestellt ist und somit einen Teil der Rauschspannungen der Photowiderstände herausfiltert. Das so gefilterte Signal wird von einem Oszilloskop abgebildet.

## 4 Durchführung

### 4.1 Vermessung des Magnetfeldes

Der Strom zur Speisung des Magnetfeldes wird auf sein Maximum eingestellt. Danach wird eine Hall-Sonde in den Magneten geführt. Sie kann parallel zur Richtung des Lichts, welches durch den Magneten fällt, verschoben werden. Für verschiedene Positionen der Hallsonde um das maximale Magnetfeld herum wird der Wert des Magnetfeldes notiert.

### 4.2 Justage

Die Justage wird ohne eingesetzte Probe und Interferenzfilter durchgeführt. Zunächst wird überprüft, ob der Strahl nach dem Analysatorprisma verschwindet, wenn am Polarisationsprisma gedreht wird. Danach muss die Position der 100 mm-Linse so gesetzt werden, dass das Licht bei beiden Photowiderständen ankommt. Im Anschluss wird am Lichtzerhacker und am Selektivverstärker die gleiche Frequenz von 450 Hz eingestellt. Die Güte des Selektivverstärkers wird für das Experiment maximiert. Durch Bewegung der Lichtquelle und der Kondensorlinse wird nun die maximal mögliche Lichtintensität eingestellt. Nach Einsetzen der Probe und des Filters wird versucht, durch Drehung des Polarisationsprismas ein Nullsignal nach dem Selektivverstärker zu erzeugen. Wenn dies funktioniert, können Messungen durchgeführt werden.

### 4.3 Untersuchung der GaAs-Proben

Es werden die gleichen Messungen an einer hochreinen und an zwei  $n$ -dotierten GaAs-Proben durchgeführt, wobei für eine Probe  $n = 1,2 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$  und für die andere  $n = 2,8 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$  gilt.

Die jeweilige Probe wird an ihren Platz im Magneten gesetzt. Danach wird einer der neun Interferenzfilter angebracht. Nun wird das höchstmögliche positive Magnetfeld eingestellt. Durch Verstellen des Goniometers am ersten Glan-Thompson-Prisma wird das Differenzsignal minimiert. Der eingestellte Winkel wird notiert. Für das entsprechende negative Magnetfeld wird im Anschluss ebenfalls das Differenzsignal minimiert und wieder der Winkel des Goniometers aufgenommen.

## 5 Auswertung

Im Folgenden wird die Auswertung der verschiedenen Messungen präsentiert. Die Fehlerrechnungen und Ausgleichsrechnungen werden mittels *Python* durchgeführt. Für die verwendeten physikalischen Konstanten wurde die *Python*-Bibliothek *SciPy* [3] verwendet.

### 5.1 Magnetfeldmessung

Als erstes wird die Messung des Magnetfeldes betrachtet. In Tabelle 1 sind die Magnetfeldstärken  $B$  in Abhängigkeit von der Position  $z$  der Hall-Sonde aufgeführt. Der

höchste Wert des Magnetfeldes entspricht  $B_{\max} = 419 \text{ mT}$ , welcher als Wert innerhalb der Probe angenommen wird und in der nachfolgenden Auswertung verwendet wird.

$z / \text{ mm}$	$B / \text{ mT}$	$z / \text{ mm}$	$B / \text{ mT}$
70	3	96	413
75	16	97	408
80	76	98	401
81	107	99	392
82	149	100	380
83	197	101	362
84	255	102	337
85	320	103	307
86	357	104	262
87	378	105	201
88	392	106	155
89	401	107	113
90	407	108	80
91	410	109	56
92	413	110	39
93	414	115	8
94	419	120	2
95	416		

**Tabelle 1:** Gemessene Magnetfeldstärke  $B$  in Abhängigkeit der Position  $z$  der Hall-Sonde.

## 5.2 Messung der dotierten GaAs-Proben

Die Dicke  $L$  der Proben und ihre Dotierung  $N$  sind in Tabelle 2 aufgelistet. Zunächst werden die gemessenen Winkel in Radialmaß umgerechnet und mittels

$$\theta = \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2) \quad (11)$$

die Faradayrotation bestimmt. Dabei entspricht  $\theta_1$  und  $\theta_2$  den gemessenen Winkeln in Abhängigkeit von den Wellenlängen der Filter und der Polung des Magnetfeldes. Die Faradayrotation wird anschließend über die Dicke der Probe normiert. Die Wellenlängen der verwendeten Filter, die gemessenen Winkel sowie die normierte Faradayrotationen der verschiedenen Proben sind in Tabelle 3-5 aufgeführt.

Zur Betrachtung der Faradayrotation  $\Delta\theta$  die allein durch die Leitungselektronen bedingt ist, wird die normierte Faradayrotation der undotierten Probe von den anderen Proben abgezogen. Die Werte für  $\Delta\theta$  sind in Tabelle 6 dargestellt.

Als nächstes wird die effektive Masse der Elektronen bestimmt. Dafür werden zunächst die berechneten  $\Delta\theta$  über den Wellenlängen dargestellt. Es wird für beide Proben eine

$L / \text{mm}$	$N / \text{/cm}^3$
5,11	-
1,36	$1,2 \cdot 10^{18}$
1,296	$2,8 \cdot 10^{18}$

**Tabelle 2:** Länge  $L$  und Dotierung  $N$  der drei verschiedenen Proben. Die erste Probe ist undotiert.

$\lambda / \mu\text{m}$	$\theta(+B) / ^\circ$	$\theta(-B) / ^\circ$	$\theta_{\text{norm}} / \text{rad/mm}$
1,06	321,58	345,41	0,041
1,29	327,20	341,23	0,024
1,45	327,81	338,41	0,018
1,72	329,76	336,26	0,011
1,96	336,65	342,71	0,010
2,16	336,66	339,16	0,004
2,34	48,58	4,66	0,075
2,51	30,75	21,33	0,016
2,65	63,28	69,23	0,010

**Tabelle 3:** Die Wellenlängen  $\lambda$  der Filter, die Winkel  $\theta$  am Goniometer für die verschiedenen gepolten Magnetfelder und die normierten Faradayrotationen  $\theta_{\text{norm}}$  der ersten Probe.

$\lambda / \mu\text{m}$	$\theta(+B) / ^\circ$	$\theta(-B) / ^\circ$	$\theta_{\text{norm}} / \text{rad/mm}$
1,06	326,00	336,25	0,066
1,29	329,52	337,00	0,048
1,45	328,87	335,67	0,044
1,72	330,00	336,13	0,039
1,96	335,32	338,58	0,021
2,16	335,58	341,67	0,039
2,34	359,02	367,13	0,052
2,51	27,72	23,87	0,025
2,65	62,70	70,00	0,047

**Tabelle 4:** Die Wellenlängen  $\lambda$  der Filter, die Winkel  $\theta$  am Goniometer für die verschiedenen gepolten Magnetfelder und die normierten Faradayrotationen  $\theta_{\text{norm}}$  der zweiten Probe.



$\lambda / \mu\text{m}$	$\theta(+B) / ^\circ$	$\theta(-B) / ^\circ$	$\theta_{\text{norm}} / \text{rad/mm}$
1,06	327,80	339,00	0,075
1,29	330,48	337,33	0,046
1,45	329,40	336,75	0,049
1,72	330,42	339,17	0,059
1,96	333,32	344,00	0,072
2,16	333,33	345,67	0,083
2,34	356,73	362,63	0,040
2,51	14,58	31,85	0,116
2,65	60,25	72,80	0,084

**Tabelle 5:** Die Wellenlängen  $\lambda$  der Filter, die Winkel  $\theta$  am Goniometer für die verschiedenen gepolten Magnetfelder und die normierten Faradayrotationen  $\theta_{\text{norm}}$  der dritten Probe.

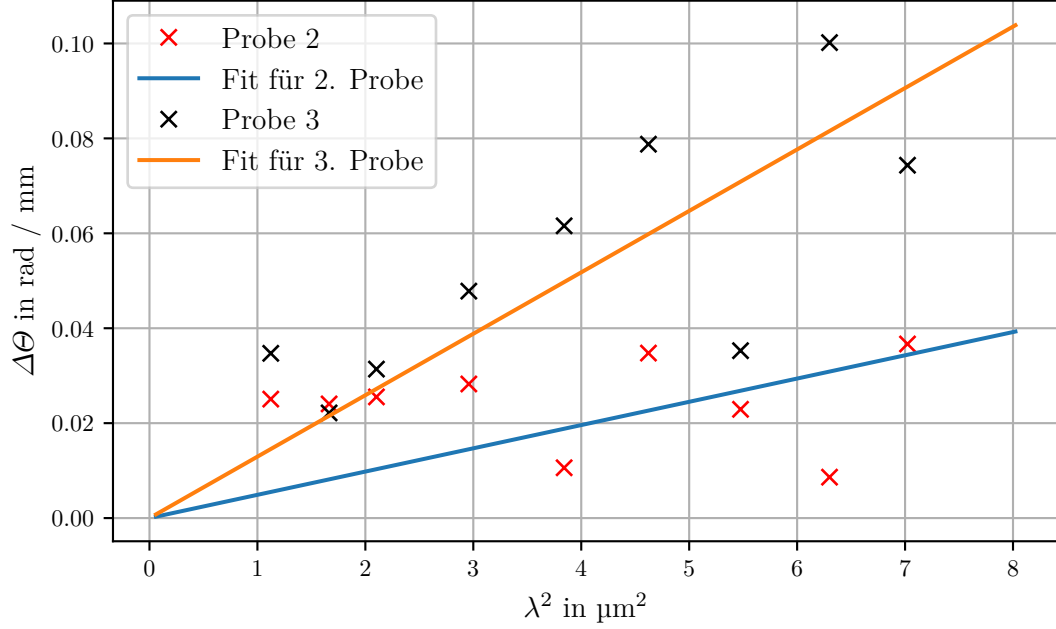
$\lambda / \mu\text{m}$	$\Delta\theta_2 / \text{rad/mm}$	$\Delta\theta_3 / \text{rad/mm}$
1,06	0,025	0,035
1,29	0,024	0,022
1,45	0,025	0,031
1,72	0,028	0,048
1,96	0,011	0,061
2,16	0,035	0,079
2,34	0,023	0,035
2,51	0,009	0,100
2,65	0,037	0,074

**Tabelle 6:** Die Wellenlängen  $\lambda$  der Filter und die normierten Faradayrotationen abzüglich der Faradayrotationen der ersten Probe  $\Delta\theta_2$  und  $\Delta\theta_3$ .

lineare Ausgleichsrechnung in der Form

$$\frac{\Delta\theta}{L} = A \cdot \lambda^2 \quad (12)$$

durchgeführt. Der Fit und die Messdaten sind in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** Abgebildet sind die berechneten  $\Delta\theta$  über dem Quadrat der Wellenlängen  $\lambda^2$  der Filter. Für beide Proben ist eine lineare Ausgleichsrechnung eingezeichnet.

Desweiteren wird der Brechungsindex  $n$  der verschiedenen Filter betrachtet. Die Brechungsindizes sind in Tabelle 7 aufgelistet. Für die folgende Bestimmung der effektiven Masse wird der Mittelwert der Brechungsindizes verwendet:

$$n = 3,36 \pm 0,05 \quad (13)$$

Mit dem Parameter  $A$  aus der Ausgleichsrechnung lässt sich die effektive Masse bestimmen:

$$(m^*)^2 = \frac{NBe_0^3}{8\pi^2\epsilon_0c_0^3nA} \quad (14)$$

Dabei steht  $e_0$  für die Elementarladung,  $c_0$  für die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und  $\epsilon_0$  für die Elektrische Feldkonstante.

Es ergibt sich für die zwei dotierten Proben:

$$m_2^* = (8 \pm 1) \cdot 10^{-32} \text{ kg} \quad (15)$$

$$m_3^* = (7,7 \pm 0,4) \cdot 10^{-32} \text{ kg} \quad (16)$$

Das Verhältnis aus effektiver Masse und Ruhemasse  $m_0$  ergibt sich zu

$$\frac{m_2^*}{m_0} = 0,089 \pm 0,010 \quad (17)$$

$$\frac{m_3^*}{m_0} = 0,084 \pm 0,005 \quad (18)$$

$\lambda / \mu\text{m}$	$n$
1,06	3,4744
1,29	3,4078
1,45	3,3820
1,72	3,3551
1,96	3,3404
2,16	3,3323
2,34	3,3261
2,51	3,3217
2,65	3,3187

**Tabelle 7:** Die Wellenlängen  $\lambda$  der Filter und die Brechungsindizes  $n$  [4].

## 6 Diskussion

Ein Vergleich der bestimmten effektiven Masse mit einem theoretischen Wert von  $m_t^* = 0,067m_0$  [1], zeigt eine Übereinstimmung in der Größenordnung aber keinen gemeinsamen Wert im Fehlerintervall. Beide ermittelten effektiven Massen zeigen einen zu hohen Wert. Dennoch liegen beide ermittelten Werte innerhalb eines Fehlerintervalls.

Ein Grund für die Abweichung liegt in der hohen Verschmutzung der Filter, die teilweise Fingerabdrücke und Löcher aufwiesen. Ein andere Problematik war die Einstellung der Winkel auf das Minimum. Dieses war häufig schwer zu erkennen und schlecht einem genauen Winkel zu zuordnen. Zuletzt könnte die Erwärmung des Magneten im Laufe der Messung eine Auswirkung auf die Temperatur der Proben gehabt haben.

## Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 3*. 2016.
- [2] TU Dortmund. *Alte Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 46 Faraday-Effekt an Halbleitern*. 2019.
- [3] Eric Jones, Travis Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. (besucht am 21.11.2019). 2001–. URL: <http://www.scipy.org/>.

- [4] Mikhail N. Polyanskiy. *Refractive index database*.  
<https://refractiveindex.info/?shelf=main&book=GaAs&page=Skauli>.  
(besucht am 27.11.2019).