

**V27**

## **Zeemann Effekt**

Sophie Bork	Michael Windau
sophie.bork@gmx.de	michael.windau@tu-dortmund.de

Durchführung: 06.01.20	Abgabe: 08.01.20
------------------------	------------------

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Magnetisches Moment des Elektrons . . . . .	3
2.2	Kopplungen der Drehimpulse und magnetischen Momente mehrerer Elek- tronen . . . . .	3
2.2.1	LS-Kopplung . . . . .	3
2.2.2	jj-Kopplung . . . . .	4
2.3	Energieniveaus im Magnetfeld . . . . .	5
2.3.1	Aufspaltung der Energie durch ein Magnetfeld . . . . .	5
2.3.2	Auswahlregeln . . . . .	5
2.4	Zeeman-Effekt . . . . .	5
2.4.1	Normaler Zeeman-Effekt . . . . .	5
2.4.2	Anormaler Zeeman-Effekt . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Aufbau</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>8</b>
4.1	Eichung des Magnetfeldes . . . . .	8
4.2	Justage der optischen Elemente . . . . .	8
4.3	Vermessung der roten Cadmium-Linie . . . . .	9
4.4	Vermessung der blauen Cadmium-Linie . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>9</b>
5.1	Magnetfeldmessung . . . . .	9
5.2	Spektrallinien . . . . .	10
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>16</b>
	<b>Literatur</b>	<b>16</b>

# 1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden die beiden unterschiedlichen Arten des Zeeman-Effekts am Beispiel von Cadmium untersucht. Dazu wird an der roten Cadmium-Linie eine Aufspaltung nach den Regeln des normalen Zeeman-Effekts beobachtet, wohingegen bei der blauen Cadmium-Linie der anormale Zeeman-Effekt aufgefunden werden kann.

## 2 Theorie

### 2.1 Magnetisches Moment des Elektrons

Das magnetische Moment eines Elektrons wird durch einen Drehimpuls erzeugt. Im Elektron gibt es zwei Arten von Drehimpulsen, die je ihr eigenes magnetisches Moment erzeugen. Aus dem Bahndrehimpuls  $\vec{l}$ , dessen Betrag sich mithilfe der Quantenzahl  $l$  als  $|\vec{l}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar$  schreiben lässt, folgt das magnetische Moment

$$\vec{\mu}_l = -\mu_B \frac{\vec{l}}{\hbar} = -\mu_B \sqrt{l(l+1)} \vec{l}_e.$$

Dieser Ausdruck enthält das Bohrsche Magneton

$$\mu_B = -\frac{1}{2}e_0 \frac{\hbar}{m_0}.$$

Aus dem Spin  $\vec{s}$  mit Betrag  $|\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar$  ergibt sich das magnetische Moment

$$\vec{\mu}_s = -g_s \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{s}.$$

Dies unterscheidet sich in seiner Struktur vom magnetischen Moment des Bahndrehimpulses durch den Landéfaktor  $g_s \approx 2$  des Elektrons.

### 2.2 Kopplungen der Drehimpulse und magnetischen Momente mehrerer Elektronen

Je nach Kernladungszahl des Atoms koppeln die einzelnen magnetischen Momente und Drehimpulse unterschiedlich aneinander. Für die beiden Grenzfälle sehr leichter und sehr schwerer Atome lassen sich eindeutige Regeln ableiten. Mittelschwere Atome werden von beiden Grenzfällen beeinflusst.

#### 2.2.1 LS-Kopplung

Die LS-Kopplung spielt eine wichtige Rolle bei kleinen Kernladungszahlen. Dabei wechselwirken die Bahndrehimpulse bzw. die Spins verschiedener Elektronen

untereinander so stark, dass sie zum Gesamtbahndrehimpuls bzw. Gesamtspin aufsummiert werden können:

$$\begin{aligned}\vec{L} &= \sum \vec{l}_i \\ \vec{S} &= \sum \vec{s}_i.\end{aligned}$$

Für die Beträge der Summen gilt analog zu den Einzelbeträgen

$$\begin{aligned}|\vec{L}| &= \sqrt{L(L+1)}\hbar \\ |\vec{S}| &= \sqrt{S(S+1)}\hbar.\end{aligned}$$

$L$  kann 0, 1, 2 oder 3 sein. Aus  $S$  wird die Multiplizität  $M = 2S + 1$  errechnet. Ebenfalls lässt sich dem Gesamtbahndrehimpuls und dem Gesamtspin je ein magnetisches Moment der Form

$$\begin{aligned}|\vec{\mu}_L| &= \mu_B \sqrt{L(L+1)} \\ |\vec{\mu}_S| &= g_s \mu_B \sqrt{S(S+1)}\end{aligned}$$

zuordnen. In kleinen Magnetfeldern wird bei der LS-Kopplung der Gesamtdrehimpuls

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

gebildet. Er hat den Betrag

$$|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar.$$

### 2.2.2 jj-Kopplung

Im Fall sehr schwerer Atome überwiegt die Wechselwirkung zwischen Bahndrehimpuls und Spin innerhalb eines Elektrons. Deshalb werden für alle Elektronen Gesamtdrehimpulse gebildet, die anschließend addiert werden können:

$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i \Rightarrow \vec{J} = \sum \vec{j}_i.$$

## 2.3 Energieniveaus im Magnetfeld

### 2.3.1 Aufspaltung der Energie durch ein Magnetfeld

Das magnetische Moment durch den Drehimpuls  $\vec{J}$  wird durch die Gleichungen

$$\begin{aligned}\vec{\mu}_J &= \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S \\ |\vec{\mu}_J| &= \mu_B g_J \sqrt{J(J+1)}\end{aligned}$$

definiert. Der Landéfaktor ist dabei durch

$$g_J = \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

gegeben. Für die z-Komponente des Drehimpulses gibt es im Magnetfeld  $2J+1$  Einstellmöglichkeiten. Dies führt zu einer Aufspaltung in Energieniveaus mit

$$E = E_0 + m g_J \mu_B B \quad \text{mit} \quad -J \leq m \leq J.$$

### 2.3.2 Auswahlregeln

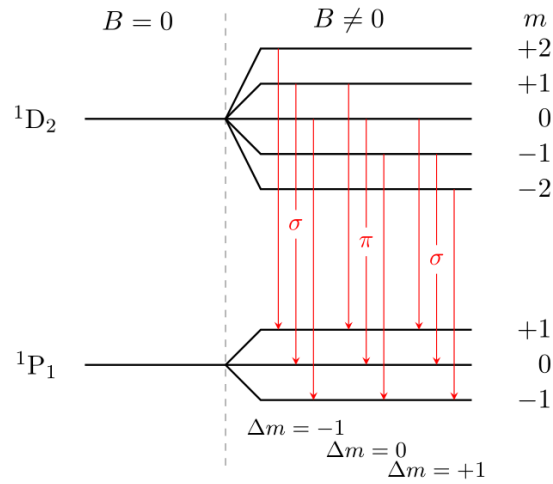
Zwischen Energieniveaus, die zu unterschiedlichen Gesamtdrehimpulsen gehören, sind nicht alle Übergänge erlaubt. Die sogenannten Auswahlregeln besagen, dass Übergänge nur stattfinden können, wenn die Differenz der zu den Niveaus gehörenden  $m \pm 1$  oder 0 beträgt. Für den Übergang mit Differenz 0 ist die emittierte Spektrallinie ( $\pi$ ) linear in Richtung des Magnetfeldes polarisiert. Bei den anderen beiden Übergängen liegt entgegengesetztes zirkular polarisiertes Licht vor. Die Polarisation der  $\sigma$ -Linien ist senkrecht zum Feld.

## 2.4 Zeeman-Effekt

Der Zeeman-Effekt beschreibt das Phänomen, dass sich die Anzahl von Spektrallinien vergrößert, wenn an die Lichtquelle ein Magnetfeld angelegt wird. Anhand der Größe des Gesamtspins kann zwischen normalem und anormalem Zeeman-Effekt unterschieden werden.

### 2.4.1 Normaler Zeeman-Effekt

Beim normalen Zeeman-Effekt beträgt der Gesamtspin der Elektronenhülle 0. Dies hat zur Folge, dass der Gesamtbahndrehimpuls gleich dem Gesamtdrehimpuls ist. Für den Landéfaktor folgt somit, dass er unabhängig vom vorliegenden  $J$  immer 1 ist. Beim normalen Zeeman-Effekt spaltet sich eine Spektrallinie durch das Magnetfeld in 3 einzelne auf. In Abb. 1 ist die Aufspaltung der roten Cadmium-Linie zu sehen, welche durch den Übergang von dem Niveau  $J_2$  zum Niveau  $J_1$  erzeugt wird.

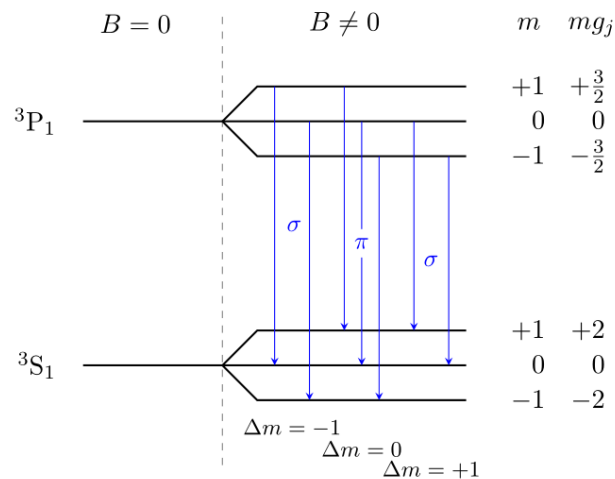


**Abbildung 1:** Darstellung der Aufspaltung der roten Cadmium-Linie, welche beim Übergang  $^1P_1 \rightarrow ^1D_2$  entsteht. Zu erkennen sind die drei Liniengruppen, welche je eine Spektrallinie verursachen. Davon sind zwei  $\sigma$ -polarisiert und die dritte ist  $\pi$ -polarisiert [3].

Durch Anschalten des Magnetfelds spalten sich die Linien mit Energie  $E$  in  $2J + 1$  Unterlinien auf, deren Energieniveaus bei  $E + m\mu_B B$  liegen. Übergänge sind laut den Auswahlregeln aber nur für  $\Delta m = \pm 1, 0$  erlaubt. Deshalb entsteht für jedes erlaubte  $\Delta m$  eine Dreiergruppe von erlaubten Übergängen zwischen den Unterschiedlichen  $J$ . Da die Übergänge innerhalb einer Gruppe den gleichen Energieabstand überwinden, bilden sie eine einzige Spektrallinie.

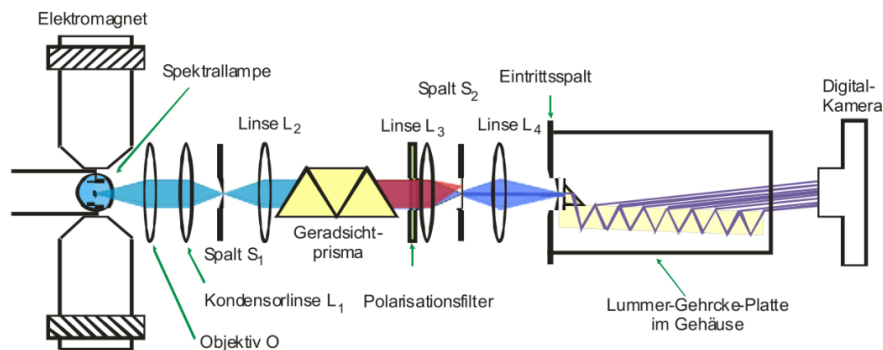
#### 2.4.2 Anormaler Zeeman-Effekt

Beim anormalen Zeeman-Effekt ist der Spin nicht 0, sodass der Landé-Faktor für jedes  $J$  einzeln berechnet werden muss. Dadurch kann nicht angenommen werden, dass innerhalb einer Übergangsgruppe die Energiedifferenzen gleich sind, sodass mehr Spektrallinien auftreten als beim normalen Zeeman-Effekt. Beim anormalen Zeeman-Effekt werden Energieniveaus der Energie  $E$  aufgespalten in  $E + mg_J \mu_B B$ . In Abb. 2 ist der anormale Zeeman-Effekt für die blaue Cadmium-Linie zu sehen. Für die Übergänge mit  $\Delta m = \pm 1$  gibt es je zwei Übergänge mit unterschiedlicher Energie, sodass daraus insgesamt 4 Spektrallinien entstehen. Da der Übergang von  $m = 0$  zu  $m = 0$  verboten ist, gibt es auch für den Übergang mit  $\Delta m = 0$  zwei unterschiedlich energetische Übergänge, die zu insgesamt zwei Spektrallinien führen.



**Abbildung 2:** Darstellung der Aufspaltung der blauen Cadmium-Linie, welche beim Übergang  $^3P_1 \rightarrow ^3S_1$  entsteht. Zu erkennen sind grundsätzlich 7 Übergänge, die verschiedene Übergangsenergien besitzen. Da der Übergang vom  $m = 0$  zu  $m = 0$  jedoch verboten ist, folgen 6 Spektrallinien, wovon zwei  $\pi$ - und vier  $\sigma$ -polarisiert sind [3].

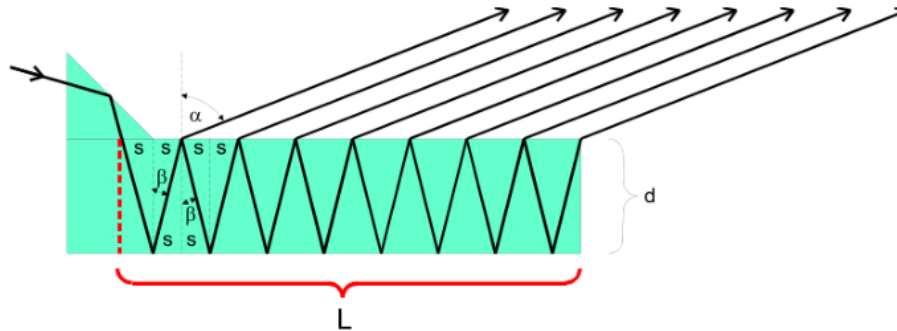
### 3 Aufbau



**Abbildung 3:** Versuchsaufbau zum Vermessen des Zeeman-Effekts an einer Cadmium-Lampe [1].

Ein Bild des Aufbaus ist in Abb. 3 zu sehen. Die verwendete Lichtquelle besteht aus Cadmium und sendet verschiedenfarbige Linien aus, unter anderem rote und blaue. Sie befindet sich in einem Elektromagneten, welcher so geöffnet ist, dass das transversal emittierte Licht von optischen Elementen aufgefangen werden kann. Das Licht passiert ein Okular und eine Sammellinse, bevor es auf einen dünnen Spalt trifft. Danach wird es durch eine Linse wieder aufgefächert und durchtritt ein Geradsichtprisma, welches das

Licht in seine unterschiedlichen Wellenlängen aufspaltet. Dem Prisma folgen ein drehbarer Polarisator, eine Sammellinse und ein weiterer Spalt, mit dessen Hilfe eine einzige der zuvor separierten Farben ausgewählt werden kann. Nach einer weiteren Sammellinse trifft das Licht auf das Prisma einer Lummer-Gehrcke-Platte (siehe Abb. 4).



**Abbildung 4:** Strahlengang innerhalb einer Lummer-Gehrcke-Platte [1].

Die eigentliche Platte besteht aus zwei planparallelen Platten, zwischen welchen das Licht größtenteils reflektiert wird. Interferenz entsteht dadurch, dass bei jeder Reflexion auch ein kleiner Anteil des Lichts austritt. Diese Anteile interferieren für

$$2n d \cos(\beta) = m\lambda, \quad (1)$$

wobei  $n$  und  $d$  Brechungsindex und Dicke der Platte darstellen und  $\beta$  der Einfallswinkel in die Platte ist. Nach der Platte trifft das Interferenzmuster auf eine Kamera, durch die es festgehalten wird.

## 4 Durchführung

### 4.1 Eichung des Magnetfeldes

In dieser Eichung soll der Zusammenhang zwischen dem angelegten Strom und dem resultierenden Magnetfeld innerhalb der Polschuhe des Elektromagneten gefunden werden. Dazu wird in drei Messdurchgängen die Stromstärke im Bereich zwischen 1 und 19 A in 1 A-Schritten variiert und das zugehörige Magnetfeld mithilfe einer Hallsonde gemessen.

### 4.2 Justage der optischen Elemente

Zunächst wird das Licht durch Verschiebung der ersten Linse und des Objektivs so verändert, dass es am ersten Spalt scharf ankommt. Danach wird durch Verschiebung der zweiten Linse garantiert, dass das Lichtbündel parallel und nicht größer als das Prisma auf das Geradsichtprisma trifft. Auf den zweiten Spalt muss das Licht ebenfalls mit einer Sammellinse fokussiert werden. Um den Strahlengang in der Lummer-Gehrcke-Platte



erkennen zu können, wird die Linse horizontal so verschoben, dass das grüne Licht vom Spalt durchgelassen wird, da dieses die höchste Intensität besitzt. Eine Linse nach dem Spalt dient dazu, die ausgewählte Farbe in der richtigen Größe auf das Eingangsprisma der Lummer-Gehrcke-Platte zu bringen. Der Winkel der Platte muss im Folgenden so verändert werden, dass zwischen den planparallelen Platten Licht hin- und herreflektiert wird. Zuletzt muss die Kamera so aufgestellt werden, dass sie das Interferenzmuster der Platte aufnehmen kann.

### 4.3 Vermessung der roten Cadmium-Linie

Mithilfe einer Linse wird nur der rote Anteil des Lichts durch den Spalt vor der Lummer-Gehrcke-Platte gelenkt. Zunächst wird mit der Digitalkamera ein Bild des Interferenzmusters bei abgeschaltetem Magnetfeld aufgenommen. Anschließend wird bei einem Strom von 10 A ein Bild aufgenommen, auf dem der Übergang  $\Delta m = 0$  nicht zu sehen ist, weil er durch den Polarisationsfilter unterdrückt wird. Danach wird der Polarisationsfilter um  $90^\circ$  gedreht, um die Linie dieses Übergangs ebenfalls sichtbar zu machen.

### 4.4 Vermessung der blauen Cadmium-Linie

Durch eine Linse und einen Spalt gelangt nur blaues Licht bis zur Lummer-Gehrcke-Platte. Es muss darauf geachtet werden, dass die richtige der zwei blauen Linien untersucht wird. Für diese wird zuerst eine Messung bei abgeschaltetem Magnetfeld durchgeführt. Im Anschluss wird das Magnetfeld auf 6 A eingestellt, damit die zwei  $\sigma$ -Linien sichtbar gemacht werden können. Diese sind eventuell erst nach Drehung am Polarisationsfilter zu sehen. Nach einer Drehung des Polarisators um  $90^\circ$  und einer Felderhöhung auf 19 A sind die zwei  $\pi$ -Linien mithilfe der Kamera zu erkennen.

## 5 Auswertung

Im Folgenden wird die Auswertung der verschiedenen Messungen präsentiert. Die Fehlerrechnungen und Ausgleichsrechnungen werden mittels *Python* durchgeführt. Für die verwendeten physikalischen Konstanten wurde die *Python*-Bibliothek *SciPy* [2] verwendet.

### 5.1 Magnetfeldmessung

Die Eichung des Elektromagneten erfolgt über eine Ausgleichsrechnung an die Messdaten des Magnetfeldes. Dafür wird eine Polynomgleichung dritten Grades an die Hysteresekurve gefittet.

$$B(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D \quad (2)$$

$A / \text{mT/A}^3$	$B / \text{mT/A}^2$	$C / \text{mT/A}$	$D / \text{mT}$
$-0,26 \pm 0,05$	$7 \pm 2$	$10 \pm 13$	$30 \pm 33$
$-0,10 \pm 0,02$	$2,1 \pm 0,7$	$48 \pm 6$	$11 \pm 14$
$-0,09 \pm 0,02$	$2,3 \pm 0,8$	$43 \pm 7$	$32 \pm 16$

**Tabelle 1:** Ermittelte Parameter der Polynomgleichung für die erste steigende, die zweite steigende und die abfallende Hysteresekurve.

In Tabelle 1 sind die ermittelten Parameter der Ausgleichsrechnung für die zwei aufsteigenden und die abfallende Hysteresekurve. Die verschiedenen Ausgleichskurven sind in Abbildung 5 abgebildet. Im Folgenden wird die Eichung durch die zweite Hysteresekurve verwendet.

## 5.2 Spektrallinien

Zur Auswertung der Spektrallinien werden zunächst die Wellenlängenveränderungen  $\delta\lambda$  bestimmt:

$$\delta\lambda = \frac{1}{2} \frac{\delta S}{\Delta S} \Delta\lambda_D \quad (3)$$

Dabei steht  $\delta S$  für den Abstand zwischen den aufgespaltenden Linien in Pixel und  $\Delta S$  für den Abstand zwischen den Linien ohne angelegtem Magnetfeld. Eine Verschiebung  $\Delta\lambda$  in der Wellenlänge ist gleichbedeutend mit einer Verschiebung  $\Delta\nu$  in der Frequenz. Es ergibt sich durch Differenzieren für die Energiedifferenz:

$$\Delta E = h \cdot \Delta\nu = \frac{hc}{\lambda^2} \delta\lambda \quad (4)$$

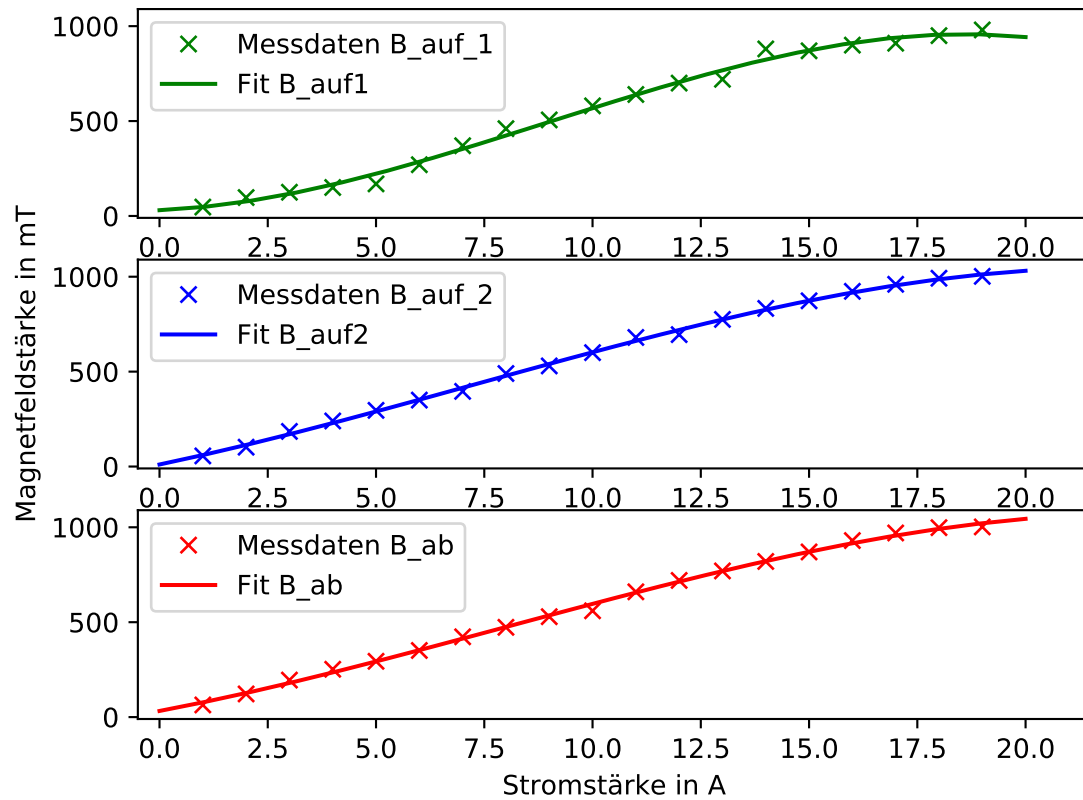
Daraus folgt für den Lande-Faktor  $g$ :

$$g = \Delta E \cdot \frac{1}{\mu_B B(I)} \quad (5)$$

Als erstes wird die rote Spektrallinie ausgewertet. Die Dicke der Lummer-Gehrcke-Platte beträgt 4mm und der Brechungsindex für die rote Spektrallinie liegt bei  $n = 1,4567$ . Die Wellenlänge beträgt 643,8 nm. In Abbildung 6 ist ein Ausschnitt der Aufnahme der roten Spektrallinie ohne äußeres Magnetfeld dargestellt. Ausschnitte der Aufnahmen für die lineare beziehungsweise zirkuläre Polarisation, bei einem Magnetfeld von 601 mT, sind in Abbildung 7 und 8 dargestellt.

Wie zu erwarten, tritt in der  $\pi$ -Komponente keine Aufspaltung auf. Es ergibt sich somit ein Lande-Faktor von  $g_\pi = 0$ . In der  $\sigma$ -Komponente ist dagegen eine Aufspaltung erkennbar. Die gemessenen Abstände zwischen den Maxima für die Spektrallinie ohne Magnetfeld  $\Delta S$  und die Abstände für die Spektrallinie mit Magnetfeld und zirkulärer Polarisation  $\delta S$  sind in Pixel in Tabelle 2 aufgelistet. Es ergibt sich für den Lande-Faktor ein Wert von

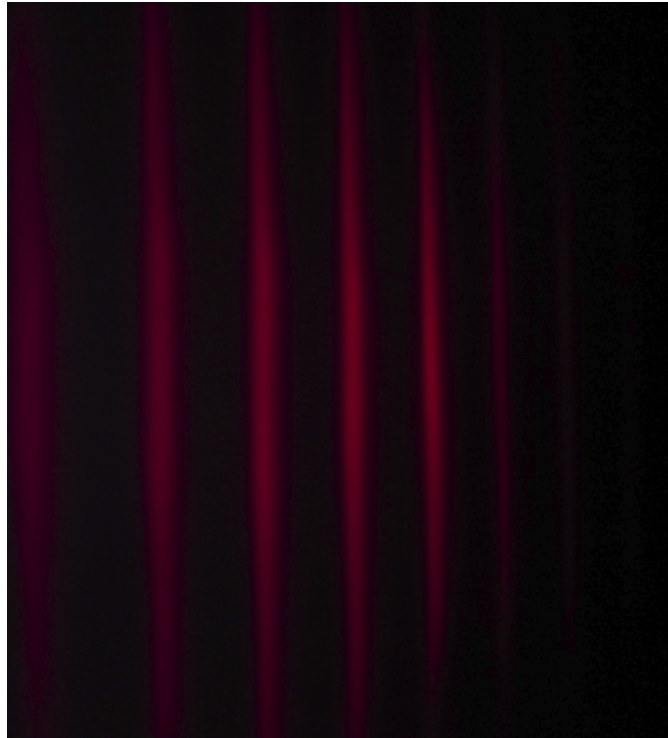
$$g_\sigma = 1,85 \pm 0,20 \quad (6)$$



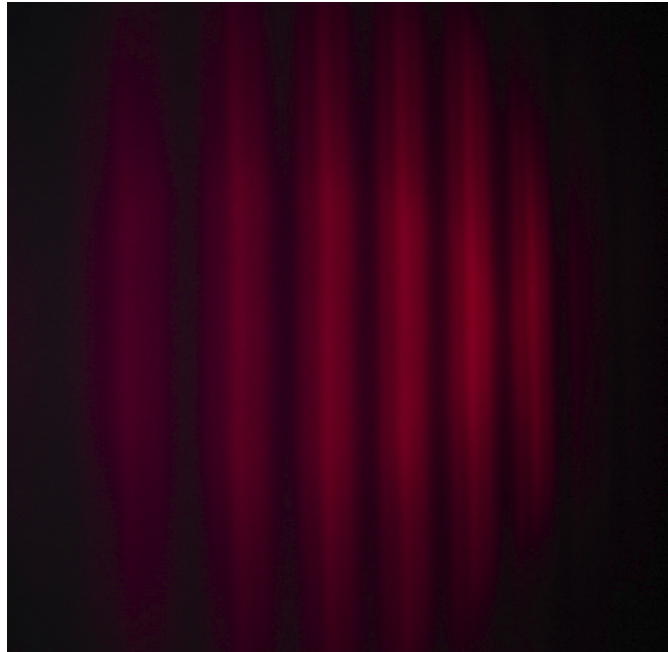
**Abbildung 5:** Ausgleichsrechnungen für die erste steigende, die zweite steigende und die abfallende Hysteresekurve.

$\Delta S$ / px	$\delta S_\sigma$ / px
176,70	125,83
138,29	121,24
115,24	104,20
107,57	106,08
99,88	87,15
99,87	94,72

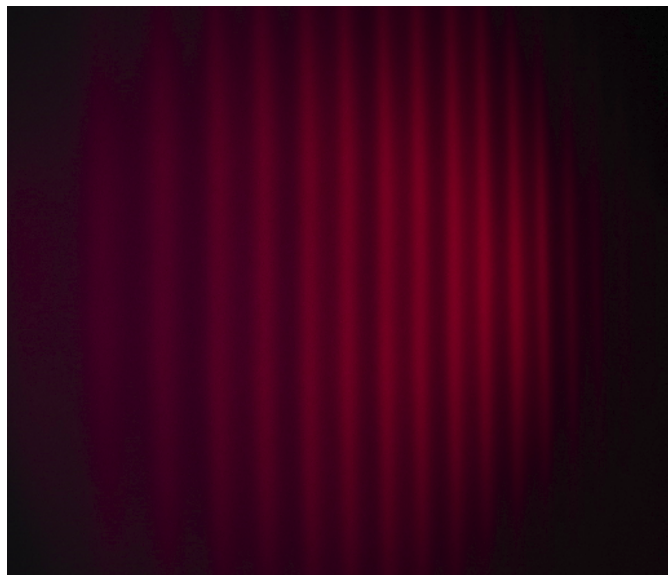
**Tabelle 2:** Gemessene Abstände zwischen den Maxima der roten Spektrallinie.



**Abbildung 6:** Ein Ausschnitt der Aufnahme zur Vermessung der roten Spektrallinie ohne äußeres Magnetfeld.

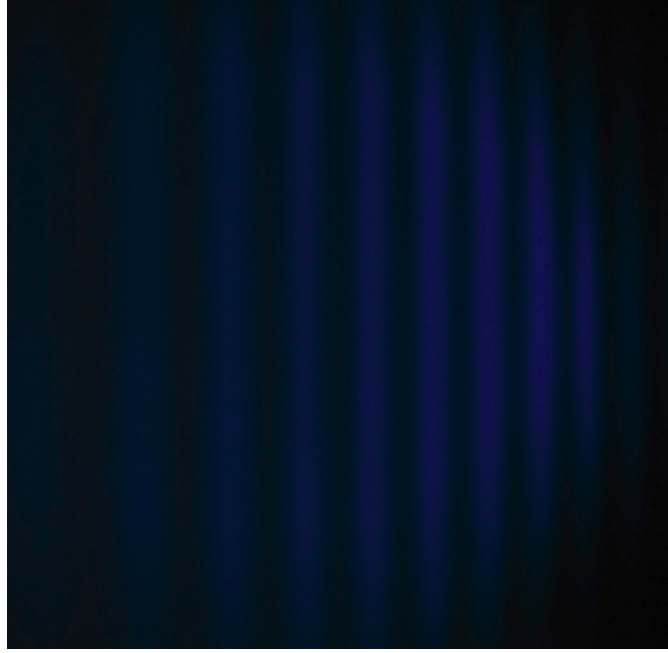


**Abbildung 7:** Ein Ausschnitt der Aufnahme zur Vermessung der roten Spektrallinien mit äußerem Magnetfeld und linearer Polarisation.



**Abbildung 8:** Ein Ausschnitt der Aufnahme zur Vermessung der roten Spektrallinien mit äußerem Magnetfeld und zirkularer Polarisation.

Als nächstes wird die blaue Spektrallinie ausgewertet. Der Brechungsindex beträgt  $n = 1,4635$  und die Wellenlänge liegt bei 480 nm. Ein Ausschnitt der verwendeten Aufnahme für die Spektrallinie ohne Magnetfeld ist in Abbildung 9 dargestellt. Für die Vermessung der  $\sigma$ -Komponente wird ein äußeres Magnetfeld von 353 mT erzeugt. Ein Ausschnitt der Aufnahme ist in Abbildung 11 abgebildet. Die Aufnahme der  $\pi$ -Komponente erfolgte dagegen bei einem Magnetfeld von 995 mT. Die Aufnahme befindet sich in Abbildung 10.

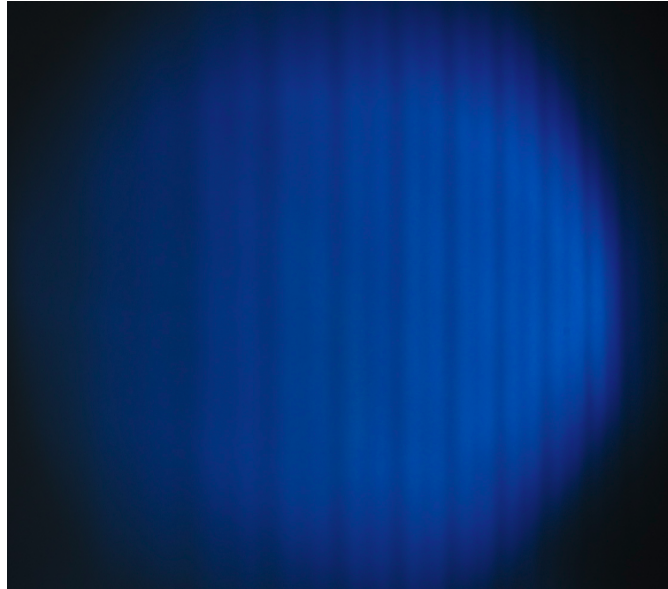


**Abbildung 9:** Ein Ausschnitt der Aufnahme zur Vermessung der blauen Spektrallinie ohne äußeres Magnetfeld.

Die gemessenen Abstände in Pixel zwischen den Maxima für die verschiedenen Konfigurationen sind in Tabelle 3 dargestellt. Es ergeben sich die Lande-Faktoren:

$$g_{\sigma} = 1,9 \pm 0,3 \quad (7)$$

$$g_{\pi} = 0,70 \pm 0,13 \quad (8)$$



**Abbildung 10:** Ein Ausschnitt der Aufnahme zur Vermessung der blauen Spektrallinien mit äußerem Magnetfeld und linearer Polarisation.



**Abbildung 11:** Ein Ausschnitt der Aufnahme zur Vermessung der blauen Spektrallinien mit äußerem Magnetfeld und zirkularer Polarisation.

$\Delta S$ / px	$\delta S_\pi$ / px	$\delta S_\sigma$
260,95	130,57	110,37
257,94	118,71	110,38
232,72	97,93	104,41
199,07	118,71	101,42
168,22	100,27	92,48
157,02	94,96	101,43
151,40	80,13	83,52
137,39	86,06	83,53
120,56	94,97	80,55

**Tabelle 3:** Gemessene Abstände zwischen den Maxima der blauen Spektrallinie.

## 6 Diskussion

Die ermittelten Lande-Faktoren und ihre theoretischen Werte sind in Tabelle 4 aufgelistet.

	$g_{ij}$	$g_{\text{theo}}$
$\sigma_{\text{rot}}$	$1,8 \pm 0,2$	1
$\sigma_{\text{blau}}$	$1,9 \pm 0,3$	1,75
$\pi_{\text{blau}}$	$0,70 \pm 0,13$	0,5

**Tabelle 4:** Ermittelte Lande-Faktoren und theoretische Werte.

Nur der Faktor für die  $\sigma$ -Komponente der blauen Spektrallinie liegt in einem Fehlerintervall mit dem theoretischen Wert. Der theoretische Wert 1,75 setzt sich dabei aus dem Mittelwert der Lande-Faktoren für  $\Delta m = 0, \pm 1$  zusammen, da die aufgespalteten Linien nicht voneinander unterschieden werden können. Während der Wert für die rote Spektrallinie eine hohe Abweichung zum theoretischen Wert hat, liegt die  $\pi$ -Komponente der blauen Spektrallinie fast in einem Fehlerintervall mit ihrem theoretischen Wert.

Ein Grund für die sichtbare Abweichung liegt in der Messung des Magnetfeldes. Diese ist sehr fehleranfällig und kann zu ungenauen Werten führen. Weiterhin wurde keine Ungenauigkeit auf das Messen der Abstände zwischen den Maxima betrachtet. Insgesamt konnte nur für die  $\sigma$ -Komponente der blauen Spektrallinie der theoretische Wert bestätigt werden.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr.27 Zeeman-Effekt*. 2019.



- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Joshua Luckey. *Der Zeeman-Effekt*. 2019. URL: <https://github.com/LuckyJosh/PhysikFP2015>.