

V64

Interferometrie

Sophie Bork	Michael Windau
sophie.bork@gmx.de	michael.windau@tu-dortmund.de

Durchführung: 09.12.19	Abgabe: 12.12.19
------------------------	------------------

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Licht, Interferenz und Polarisation	3
2.2 Bestimmung von Brechungsindizes	4
3 Durchführung	5
3.1 Aufbau	5
3.2 Justage	5
3.3 Messung	6
4 Auswertung	6
4.1 Bestimmung des Kontrasts	6
4.2 Bestimmung des Brechungsindex von Glas	9
4.3 Bestimmung des Brechungsindex von Luft	9
5 Diskussion	12
Literatur	12

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist die Justage und anschließende Verwendung eines Sagnac-Interferometers zur Bestimmung der Brechungsindizes von Luft und Glas. Der Vorteil eines Sagnac-Interferometers gegenüber anderen Interferometern ist die hohe Strahlstabilität. Diese ergibt sich dadurch, dass die interferierenden Strahlen im Aufbau die selbe Strecke mit gleicher Länge durchqueren.

2 Theorie

Zum Verstehen eines Sagnac-Interferometers wird zunächst die benötigte grundlegende Theorie des Lichts, der Interferenz und der Polarisation erläutert. Im Anschluss wird auf die Bestimmung von Brechungsindizes in Glas und Luft eingegangen.

2.1 Licht, Interferenz und Polarisation

Es handelt sich bei Licht um elektromagnetische Wellen, weswegen sie im Falle von monochromatischem Licht gänzlich durch ein elektrisches Feld der Form

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i(\omega t - \vec{k}\vec{r})) \quad (1)$$

beschrieben werden können. Dabei wird die Polarisation des Feldes durch \vec{E}_0 dargestellt. Durch die Überlagerung von zwei Wellen \vec{E}_1 und \vec{E}_2 können Interferenzeffekte entstehen. Eine messbare Größe für die Überlagerung stellt dabei die Intensität dar:

$$I_{\text{Laser}} \approx \langle |\vec{E}_1 + \vec{E}_2|^2 \rangle = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2\vec{E}_{01}\vec{E}_{02} \cos(\delta) \cos(\Delta\Phi) \quad (2)$$

Dabei steht δ für den Polarisationswinkel zwischen den beiden Feldervektoren und $\Delta\Phi$ für die Phasendifferenz zwischen den Feldern. Falls die Wellen senkrecht zueinander polarisiert sind ($\delta = \pi/2$) tritt kein Interferenzeffekt auf. Die Polarisation eines elektrischen Feldes kann mit einem Polarisationsfilter beeinflusst werden, da dieser den Lichtanteil senkrecht zum eingestellten Filterwinkel rausfiltert. Durchquert ein Strahl einen Polarisationsfilter mit einem Filterwinkel von θ , lässt sich die Polarisation im Faktor \vec{E}_0 durch

$$\vec{E}_0 = (E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y) \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix} \quad (3)$$

beschreiben. Werden die elektrischen Felder auf eine gemeinsame Polarisation gebracht ($\delta = 0$), ergibt sich insgesamt für die Intensität:

$$I \approx I_{\text{Laser}}(1 + 2 \cos \theta \sin \theta \cos(\Delta\Phi)) \quad (4)$$

Die Intensität wird maximal für konstruktive Interferenz, also einer Phasendifferenz von $0, 2\pi, \dots$ und minimal für destruktive Interferenz, also einer Phasendifferenz von $\pi, 3\pi, \dots$:

$$I_{\text{max/min}} = I_{\text{Laser}}(1 \pm 2 \cos \theta \sin \theta) \quad (5)$$

Es lässt sich für Interferometer ein Kontrast, das heißt die Sichtbarkeit der Interferenz, berechnen:

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (6)$$

$$= |\sin(2\theta)| \quad (7)$$

2.2 Bestimmung von Brechungsindizes

Bei der Bestimmung der Brechungsindizes wird im Vorgehen zwischen Festkörpern und Gasen unterschieden.

Propagiert einer der Lichtstrahlen durch ein Glas der Länge T , entsteht eine Phasendifferenz zwischen den Strahlen. Mit dem Snelliusschen Brechungsgesetz und einer Kleinwinkelnäherung kann die auftretende Phasendifferenz wie folgt dargestellt werden:

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} T \left(\frac{n-1}{2n} \theta^2 + \mathcal{O}(\theta^4) \right) \quad (8)$$

Dabei steht λ_{vac} für die Wellenlänge des Lichts im Vakuum und θ für den Winkel, um den das Glas im Strahl gedreht wird. Mit der Anzahl M der Interferenzextrema und einem Faktor von 2, da beide Lichtstrahlen durch die Probe propagieren, lässt sich folgende Gleichung aufstellen:

$$M = \frac{2\Delta\Phi}{2\pi} \approx \frac{T(n-1)}{n\lambda_{\text{vac}}} \theta^2 \quad (9)$$

Da sich die Glasprobe in beiden Lichtstrahlen mit einem jeweils anderen θ befindet, wird die Gleichung durch den linearen Term der Taylorreihe genähert:

$$M \approx \frac{T(n-1)}{n\lambda_{\text{vac}}} (2\theta_0 \Delta\theta) \quad (10)$$

Bei der Bestimmung des Brechungsindizes von Luft, führt man eine Gaszelle in einen der Strahlengänge ein. Propagiert der Lichtstrahl nun durch die Gaszelle entsteht eine Phasendifferenz zwischen den Strahlen, die unter anderem abhängig vom Unterschied zwischen den Brechungsindizes der Luft in und außerhalb der Gaszelle ist. Analog zum Vorgehen beim Glas, wird wieder die Anzahl M der Interferenzextrema betrachtet:

$$M = \frac{\Delta\Phi}{2\pi} = \frac{\Delta n L}{\lambda_{\text{vac}}} \quad (11)$$

Dabei steht L für die Länge der Gaszelle. Im Gegensatz zum Brechungsindex im Glas, ist der Brechungsindex im Gas stark vom Druck p abhängig. Mit dem Lorentz-Lorenz-Gesetz lässt sich eine Näherung [4] für den Brechungsindex vom Gas ermitteln:

$$n \approx \sqrt{1 + \frac{3Ap}{RT}} \quad (12)$$

Hier ist R die Gaskonstante, T die Temperatur und A der molare Brechungsindex.

3 Durchführung

Der Vorteil eines Sagnac-Interferometers gegenüber anderen Interferometern ist die hohe Stabilität der Strahlen, da diese durch den selben Strahlengang propagieren. Im Folgenden wird zunächst auf den Aufbau und die Funktionsweise eines Sagnac-Interferometers eingegangen, bevor zum Schluss die Durchführung und Messungen beschrieben werden.

3.1 Aufbau

In Abbildung 1 ist der Versuchsaufbau dargestellt. Ein HeNe-Laser produziert monochromatisches Licht, welches über die zwei Spiegel M1 und M2 auf einen *polarizing beam splitter cube* (PBSC) gelenkt wird. Ein PBSC teilt den eintretenden Strahl in zwei Strahlen auf die sich orthogonal zueinander ausbreiten und orthogonal zueinander polarisiert sind. Die zwei Strahlen propagieren durch das eigentliche Interferometer, welches durch die Spiegel MA, MB und MC gebildet wird. Im Anschluss treffen die Strahlen erneut auf den PBSC und werden Richtung Detektor weitergeleitet. Der Detektor besteht aus einem weiteren PBSC, der den Strahl teilt und auf zwei Photodioden lenkt, welche die Intensität messen. Durch ein Polarisationsfilter im Strahlengang vor dem ersten PBSC, lässt sich der Anfangsstrahl beliebig linear polarisieren. Es ist möglich diverse Instrumente in den Strahlengang im Interferometer zu stellen, um eine Phasendifferenz zwischen den Strahlen zu erzeugen.

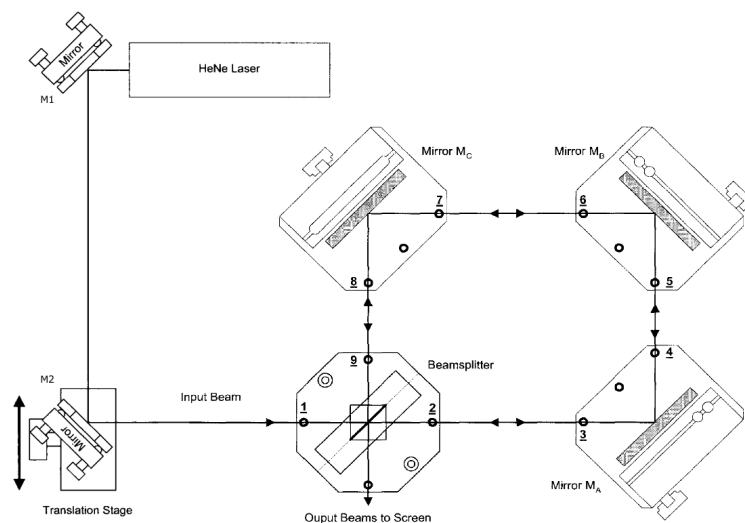


Abbildung 1: Eine Schematische Darstellung des Aufbaus [1].

3.2 Justage

Bevor Messungen zum Brechungsindex vorgenommen werden können, wird der Aufbau zunächst kalibriert. Dafür wird zuerst mittels Justageplatten, Feinjustierschrauben und

Bodenplatten die passierenden Strahlen mittig auf die Spiegel M1, M2 und anschließend auf M3 gerichtet. Dabei muss dringend bedacht werden, die Spiegel nach dem lösen der Schraube zum justieren wieder festzuschrauben. Als Nächstes wird der Strahl nach dem erneuten Propagieren durch den PBSC betrachtet. Da diese orthogonal zueinander polarisiert sind, sind keine Interferenzeffekte sichtbar. Durch das einsetzen eines weiteren Polarisationsfilters mit einem Filterwinkel von 45° hinter dem PBSC, werden Interferenzeffekte sichtbar. Es gilt diese durch feinere Justage zu entfernen.

Um den Lichtstrahl in zwei parallele Strahlen zu teilen, wird der Spiegel M2 parallel zur Oberfläche des PBSC bewegt. Es entstehen zwei Strahlen, die nach der zweiten Propagation durch den PBSC auf einem Punkt fokussiert sind. Zusätzlich wird ein Rotationshalter in den Strahlengang innerhalb des Interferometers installiert. In diesem befinden sich zwei Glasplatten mit einer Dicke von $T = 1$ mm. Es steht jeweils ein Glas in dem Strahlengang von einem der Lichtstrahlen. Die beiden Glasplatten können im Winkel zum Strahl bis zu 10° gedreht werden, wodurch ein Gangunterschied entsteht und ein Interferenzmuster in Abhängigkeit vom Winkel der Glasplatten untersucht werden kann. Zum Schluss wird der zweite Polarisationsfilter durch den zweiten um 45° gedrehten PBSC ersetzt, welcher die Strahlen auf beide Photodioden lenkt.

3.3 Messung

Als Erstes wird der Kontrast des Interferometers und dessen Abhängigkeit von der Polarisation gemessen. Dafür wird der Polarisationsfilter in 15° Schritten gekippt und für jeden Filterwinkel das Maximum und Minimum der Intensität mittels dem Rotationshalter untersucht und anschließend gemessen. Für die nächsten Messungen wird der Polarisationsfilter auf den höchsten ermittelten Kontrast eingestellt. Während für die Messung des Kontrast die Intensität mit nur einer Photodiode gemessen wurde, wird in den folgenden Messungen stets die Differenzspannung der beiden Photodioden nach dem zweiten PBSC verwendet. Der Vorteil liegt darin dass Störeffekte, wie Licht von äußeren Lampen, die sonst einen stetigen Offset erzeugen würden zum großenteil verschwinden.

Als nächstes werden Messungen zur Bestimmung des Brechungsindex der Glasplatten durchgeführt. Dafür wird zehnmal mit einem *Modern Interferometry Controller* die Anzahl der Interferenzextrema in Abhängigkeit vom Drehwinkel der Glasplatten gemessen.

Zuletzt wird für die Bestimmung des Brechungsindex von Luft eine Gaszelle mit Länge $L = (100,0 \pm 0,1)$ mm in den Strahlengang eines Lichtstrahls eingebaut. Die evakuierte Gaszelle wird anschließend langsam mit Luft gefüllt, wobei die Anzahl der Interferenzextrema in Abhängigkeit vom Druck p gemessen und alle 50 mbar aufgezeichnet werden. Diese Messung wird dreimal durchgeführt.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung des Kontrasts

Für verschiedene Polarisationswinkel zwischen 0 und 360° wird die maximale und minimale Intensität aufgenommen und daraus der Kontrast berechnet. Die Werte befinden sich in

Tabelle 1.

Tabelle 1: Werte zur Kontrastbestimmung für verschiedene Polarisationswinkel.

Winkel/°	I_{min}/V	I_{max}/V	Kontrast
0	0,94	0,77	0,100
15	0,71	0,5	0,173
30	0,66	0,15	0,620
45	0,70	0,07	0,818
60	0,89	0,15	0,700
75	1,05	0,32	0,533
90	1,00	0,84	0,087
105	1,65	0,76	0,369
120	2,24	0,39	0,703
135	2,30	0,30	0,769
150	2,00	0,40	0,667
165	1,70	0,75	0,387
180	1,00	0,81	0,105
195	0,47	0,28	0,253
210	0,64	0,17	0,580
225	0,77	0,09	0,790
240	0,77	0,12	0,730
255	1,00	0,37	0,460
270	1,06	0,93	0,065
285	1,69	0,76	0,380
300	2,04	1,30	0,222
315	1,72	1,00	0,265
330	1,74	0,50	0,554
345	1,56	0,86	0,289

Der maximale Kontrast liegt bei einem Winkel von 45° vor, sodass diese Einstellung für die weiteren Messungen verwendet wird. In Abb. 2 sind die prozentualen Kontrastwerte gegen den Rotationswinkel aufgetragen.

Im Bereich von 0 bis 270° können die Werte mithilfe der Funktion

$$a \cdot |\sin(2\vartheta + \vartheta_0)| + b$$

gefittet werden. Dabei ergibt sich für die Parameter

$$a = (81 \pm 4) \%$$

$$b = (-3 \pm 2) \%$$

$$\vartheta_0 = (-0,1668 \pm 0,0003) \text{ rad.}$$

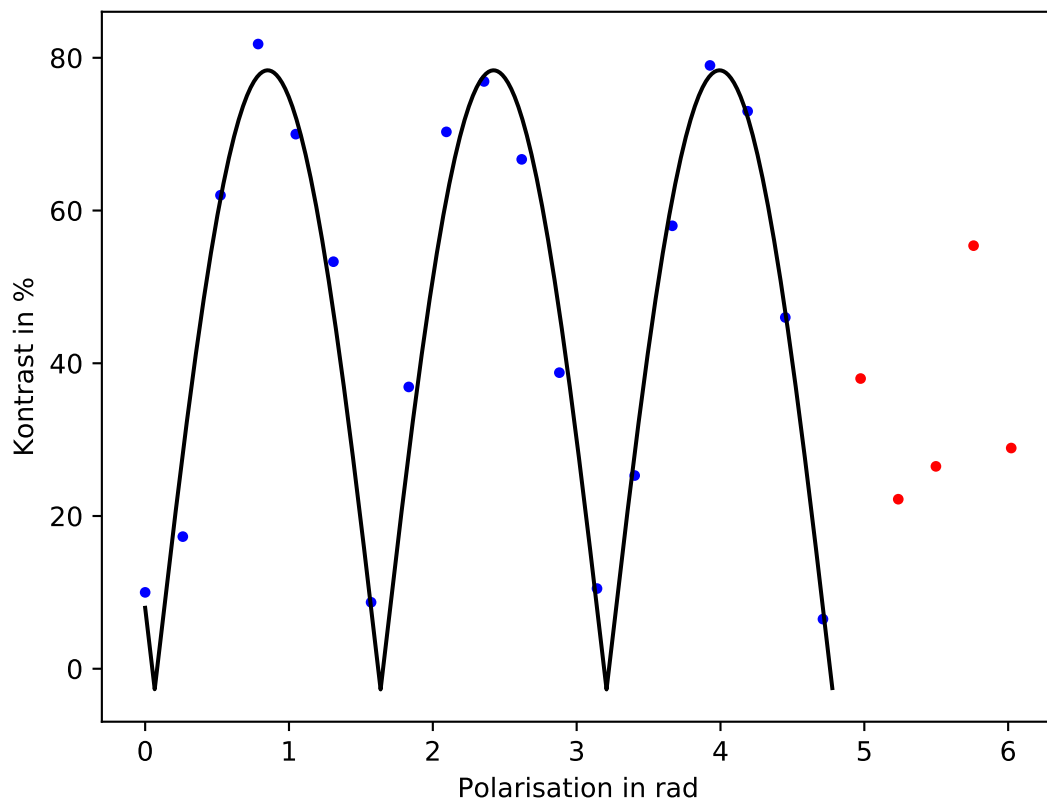


Abbildung 2: Fit der polarisationsabhängigen Kontrastwerte.

Die letzten Werte zwischen 270 und 360° werden nicht mit in den Fit einbezogen, da das Spannungsmessgerät dort stark schwankt und somit keine zuverlässigen Werte für den Kontrast ermittelt werden können.

4.2 Bestimmung des Brechungsindex von Glas

Der Brechungsindex von Glas wird mithilfe der Formel

$$n = \frac{1}{1 - \frac{M\lambda_{vac}}{2d\theta\theta_0}}$$

berechnet, wobei M die Anzahl der Maxima, λ_{vac} die Wellenlänge des Lasers im Vakuum (632,99 nm), d die Dicke des Glases (1 mm), θ den Drehwinkel (10°) und θ_0 den von vornherein gegebenen Drehwinkel (10°) darstellt. Die jeweilige Anzahl pro Durchlauf ist in der Tabelle 2 gegeben.

Tabelle 2: Anzahl der Maxima in verschiedenen Durchläufen.

Durchlauf	Counts
1	35
2	39
3	36
4	37
5	35
6	36
7	35
8	34
9	35
10	37

Daraus ergibt sich ein Mittelwert von $M = 35,9$ Counts. Aus Einsetzen dieses Mittelwertes folgt für den Brechungsindex von Glas

$$n_{Glas} = 1,59.$$

4.3 Bestimmung des Brechungsindex von Luft

Für die Bestimmung des Brechungsindex von Luft wird die Formel

$$n = 1 + \frac{M\lambda_{vac}}{2l}$$

verwendet, in der die Anzahl der Maxima M , die Wellenlänge 632,99 nm und die Länge des Gasbehälters $l = 100$ mm vorkommen.

Die in drei Durchläufen erhaltenen Werte für die Counts bei unterschiedlichen Drücken sind in der Tabelle 3 zu sehen.

Tabelle 3: Anzahl der Maxima für unterschiedliche Drücke für drei verschiedene Durchläufe.

Druck/mbar	Counts Durchlauf 1	Counts Durchlauf 2	Counts Durchlauf 3
50	1	2	1
100	4	5	4
150	8	7	6
200	10	9	8
250	12	11	10
300	16	13	12
350	19	15	14
400	21	17	16
450	24	19	18
500	26	21	20
550	28	23	22
600	30	26	25
650	33	29	27
700	35	31	29
750	37	32	31
800	39	34	33
850	41	36	37
900	43	38	39
950	45	40	41
986	47	42	43

In Abb. 3 sind die quadrierten Brechungsindices für die drei Durchläufe sowie deren Mittelwert eingezeichnet.

Der Mittelwert wird mithilfe der Formel

$$n^2 = c \cdot p + 1$$

linear gefittet, wobei sich für die Steigung der Geraden

$$c = (2,827 \pm 0.008) 10^{-7} \text{ mbar}$$

ergibt. Da die Messungen bei einer Durchschnittlichen Temperatur von $21,2^\circ$ durchgeführt wurden, ist die Kurve für genau diese Temperatur gültig. Ebenfalls in Abb. 3 ist die entsprechende Gerade für eine Temperatur von 15° zu sehen. Aus ihr lässt sich für einen Druck von 1.013 bar ein Brechungsindex von

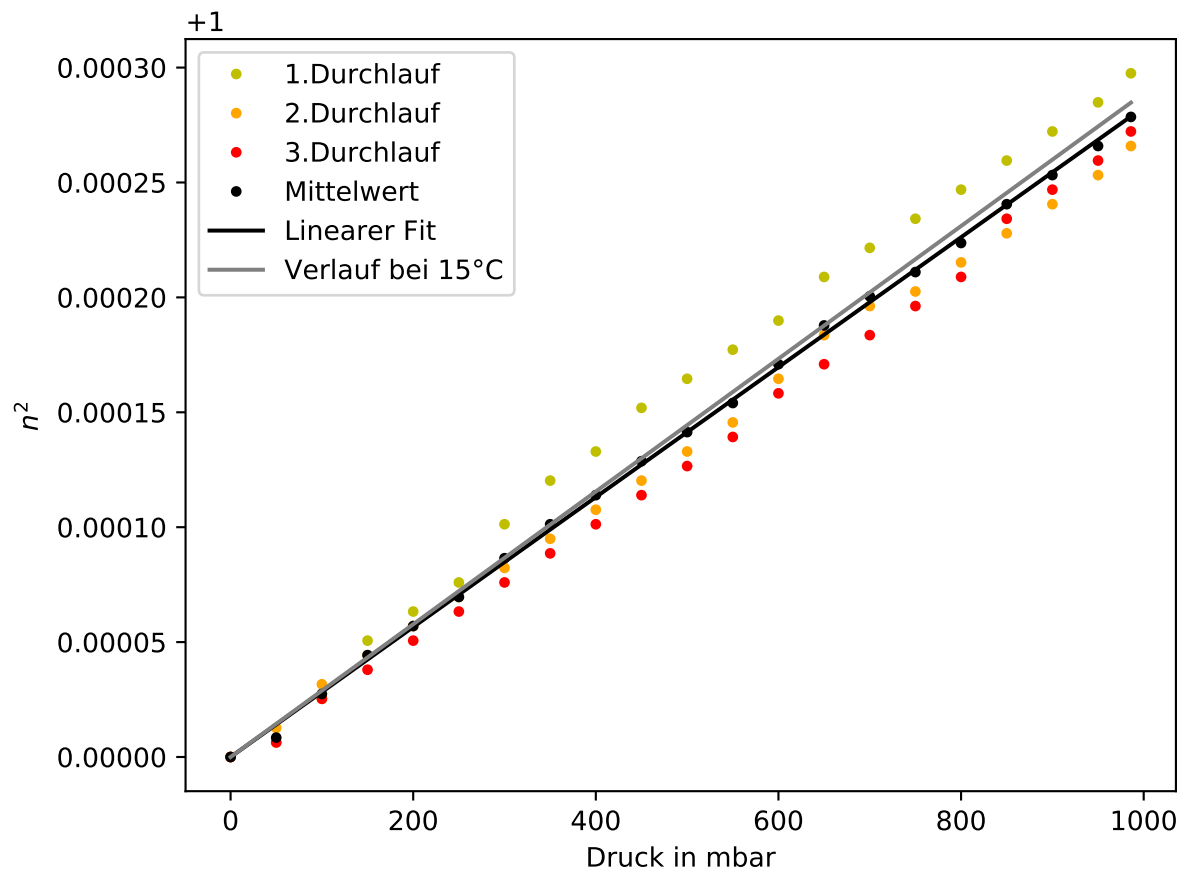


Abbildung 3: Zusammenhang zwischen Druck und Brechungsindex von Luft.

$$n_{Luft} \approx 1,00015$$

berechnen.

5 Diskussion

Der Kontrast des Interferometers ist bei 45° am besten, was mit den Vorüberlegungen übereinstimmt. Er liegt bei 0,818. Mit diesem Kontrast können gute Messungen durchgeführt werden. Der Wert ist jedoch vermutlich durch präzisere Ausrichtung noch vergrößerbar. Der Fit der Werte macht deutlich, dass die Abhängigkeit des Kontrastes vom Polarisationswinkel den zuvor angenommenen Verlauf annimmt.

Der Brechungsindex von Glas liegt bei etwa 1,5 [2], weshalb der mit dem Interferometer ermittelte Wert von 1,59 nahe an der Realität liegt. Der Brechungsindex von Luft liegt, genau wie der durch das Interferometer gemessene, bei etwa 1 [3], sodass hier eine gute Übereinstimmung zwischen Literatur und Praxis vorliegt.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu V64-Interferometrie*. 2019.
- [2] Mikhail N. Polyanskiy. *Refractive index database*. <https://refractiveindex.info>.
- [3] Jack A. Stone und Jay H. Zimmerman. *Index of Refraction of Air*. URL: <https://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Ciddor.asp>.
- [4] Unknown. *Lorentz–Lorenz equation*. 28. Sep. 2008. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Clausius%E2%80%93Mossotti_relation (besucht am 11.12.2019).