

V18

## **Reinst-Germanium-Detektor**

Sophie Bork	Michael Windau
sophie.bork@gmx.de	michael.windau@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.11.18	Abgabe: 10.12.18
------------------------	------------------

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>1</b>
1.1	Wechselwirkungen . . . . .	1
1.2	Funktionsweise des Reinst-Germanium-Detektors . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
2.1	Elektronische Schaltung . . . . .	5
2.2	Energiespektrum . . . . .	6
2.3	Versuchsdurchführung . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
3.1	Spektrum von $^{152}\text{Eu}$ . . . . .	8
3.2	Spektrum von $^{137}\text{Cs}$ . . . . .	12
3.3	Spektrum von $^{133}\text{Ba}$ . . . . .	17
3.4	Untersuchung einer unbekannten Quelle . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>20</b>
<b>5</b>	<b>Anhang</b>	<b>20</b>
	<b>Literatur</b>	<b>22</b>

## Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es, sich mit der Funktionsweise eines Reinst-Germanium-Detektors für die Gamma-Spektroskopie vertraut zu machen. Anschließend wird nach einer Kalibrierung des Detektors versucht, aktive Nuklide zu identifizieren.

## 1 Theorie

Bei der Gamma-Spektroskopie handelt es sich um die Messung von Gammastrahlung. Dringt ein Gammaquant in den Absorber ein, kann es dort eine Vielzahl von Wechselwirkungen vollziehen. Durch diese erfährt es Intensitätsverluste, welche abhängig von der Schichtdicke  $D$ , der Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit  $n$  und dem Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  der Photonen sind:

$$N(D) = N_0 \cdot \exp(-\mu \cdot D) \quad (1)$$

$$\mu = n \cdot \sigma \quad (2)$$

Dabei steht  $N$  für die Strahlintensität und  $N_0$  für die ursprüngliche Strahlintensität. Die Variable  $\mu$  wird als Extinktionskoeffizient bezeichnet und ist der reziproke Wert der mittleren Reichweite  $\bar{x}$  der Photonen. Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung.

### 1.1 Wechselwirkungen

Bei den Wechselwirkungen stehen besonders der (innere) Photoeffekt, der Comptoneffekt und die Paarbildung im Vordergrund.

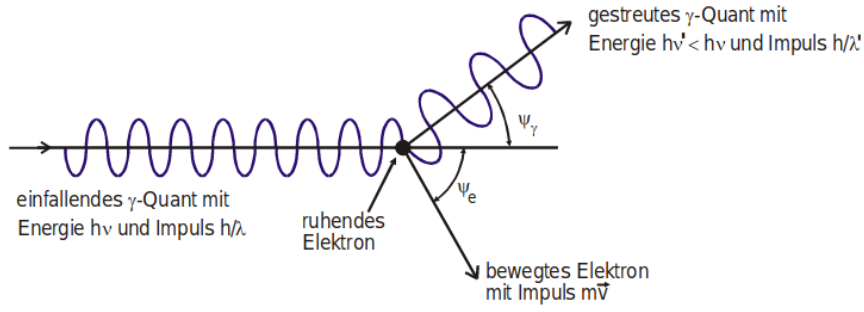
Der Photoeffekt tritt auf, wenn das Photon mit einem Hüllenelektron (bevorzugt aus der K-Schale) wechselwirkt. Dabei nimmt das Elektron die Energie des Gammaquants auf und wird aus der Hülle gelöst, wobei das entstehende Loch anschließend unter dem Emittieren von Röntgenstrahlung von Elektronen höherer Schalen aufgefüllt wird. Damit dieser Effekt auftreten kann, muss die Gammaenergie größer als die Bindungsenergie des Elektrons sein. Da bei diesem Vorgang das Gammaquant vernichtet wird und die Röntgenstrahlung selten den Absorber verlassen kann, wird die gesamte Energie des Teilchens im Absorber deponiert. Der Wirkungsquerschnitt des Photoeffekts ist dabei abhängig von der Kernladungszahl  $Z$ , und der Quantenenergie  $E$ :

$$\sigma_{\text{Ph}} \sim Z^\alpha \cdot E^\delta \quad (3)$$

$$(4)$$

Die Faktoren  $\alpha$  und  $\delta$  sind selber abhängig vom Energiebereich eines Strahlers und liegen für natürliche Strahler bei  $4 < \alpha < 5$  und  $\delta \approx -3.5$ .

Der Comptoneffekt ist vergleichbar mit einem elastischen Stoß zwischen dem Gammaquant und einem freien ruhenden punktförmigen Elektron. Dabei gibt das Gammaquant bei der Wechselwirkung einen Teil seiner Energie dem Elektron in Form von kinetischer



**Abbildung 1:** Darstellung des Comptoneffekts [1].

Energie, und ändert dabei die Richtung seiner Flugbahn (vergleiche Abb. 1). Die Energie des Elektrons ergibt sich zu

$$E_l = E_\gamma \frac{\varepsilon(1 - \cos \Psi_\gamma)}{1 + \varepsilon(1 - \cos \Psi_\gamma)} \quad (5)$$

$$\varepsilon = E_\gamma / (m_0 c^2), \quad (6)$$

wobei  $E_\gamma$  die ursprüngliche Gammaenergie,  $\Psi_\gamma$  den Winkel des gestreuten Gammaquants,  $m_0$  die Ruhemasse des Elektrons und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit darstellt. Da das Gammaquant beim Comptoneffekt nie seine gesamte Energie deponiert, ist er ein eher unerwünschter Effekt bei der Gammaspektroskopie. Sein Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{Co}$  wurden von Klein und Nishina hergeleitet:

$$\sigma_{Co} = \frac{3}{4} \sigma_{Th} \left( \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon^2} \left( \frac{2 + 2\varepsilon}{1 + 2\varepsilon} - \varepsilon^{-1} \ln(1 + 2\varepsilon) \right) + \frac{1}{2\varepsilon} \ln(1 + 2\varepsilon) - \frac{1 + 3\varepsilon}{(1 + 2\varepsilon)^2} \right) \quad (7)$$

Dabei steht  $\sigma_{Th}$  für den Thomsonschen Streuquerschnitt.

Bei der Paarbildung spaltet sich das Gammaquant in ein Elektron und dessen Antiteilchen, ein Positron auf. Dafür benötigt das Gammaquant eine Energie, die größer ist als die zweifache Ruhemasse des Elektrons. Da das Gammaquant in seinem eigenen Ruhesystem ruht, braucht es einen Stoßpartner für die Paarbildung. Aufgrund der auftretenden Rückstoßenergie, die auf den Stoßpartner wirkt, braucht es bei dem Stoß zwischen Gammaquant und Elektron sogar die vierfache Ruhemasse für den Paarbildungsprozess. Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{Pa}$  der Paarbildung ist abhängig von dem Ort der Wechselwirkung. Je nachdem, wo in der Hülle des Atoms die Wechselwirkung stattfindet, erfährt das Gammaquant eine unterschiedlich starke Abschirmung.

Zur Darstellung der Wirkungsquerschnitte der beschriebenen Wechselwirkungen ist in Abb. 2 die Energieabhängigkeit der verschiedenen Extinktionskoeffizienten  $\mu$  für Germanium abgebildet.

## 1.2 Funktionsweise des Reinst-Germanium-Detektors

Bei dem Germanium-Detektor handelt es sich um einen Halbleiter-Detektor. Er besteht aus einem p-dotierten- und einem n-dotierten-Bereich, welche sich durch einen Überschuss

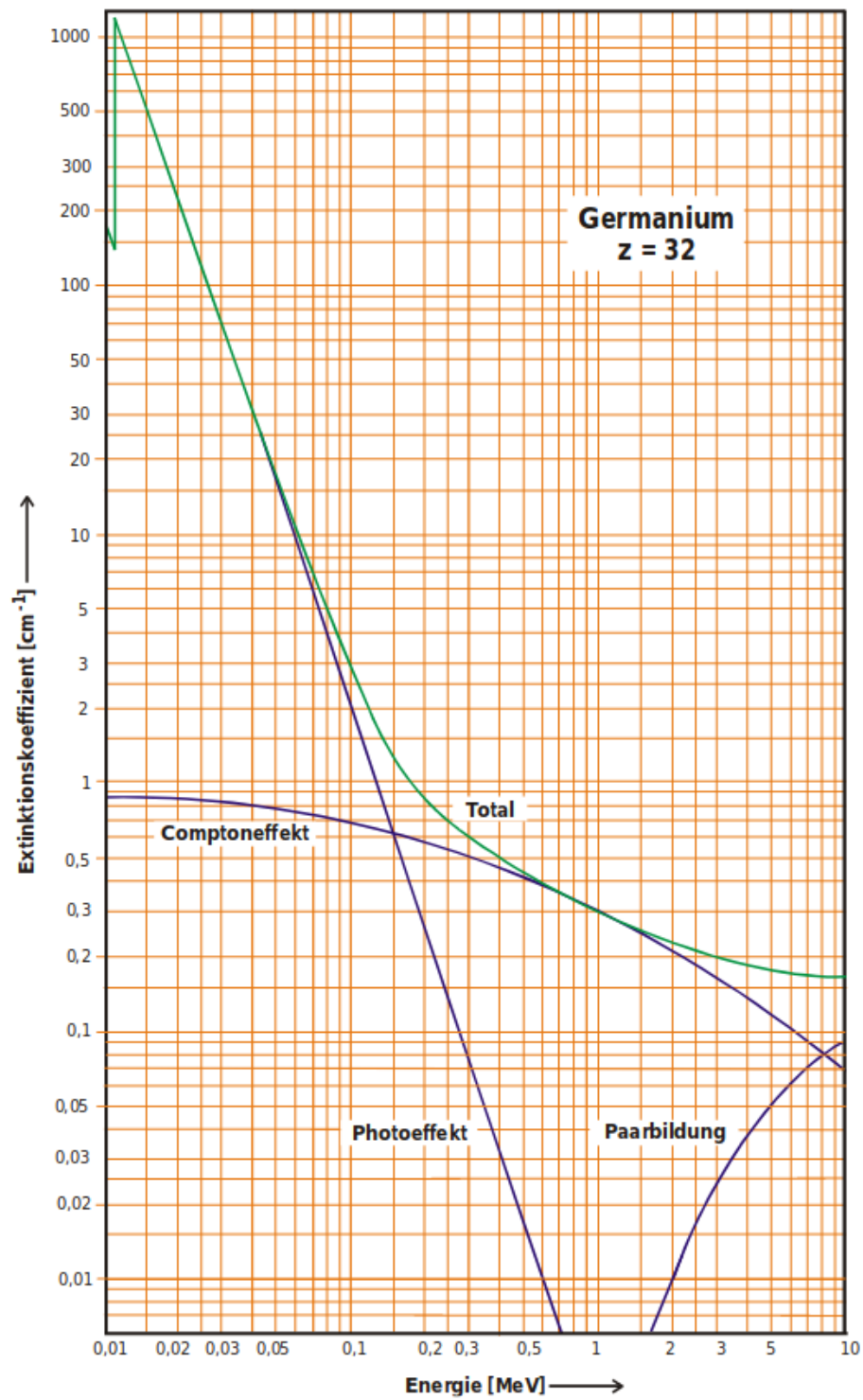
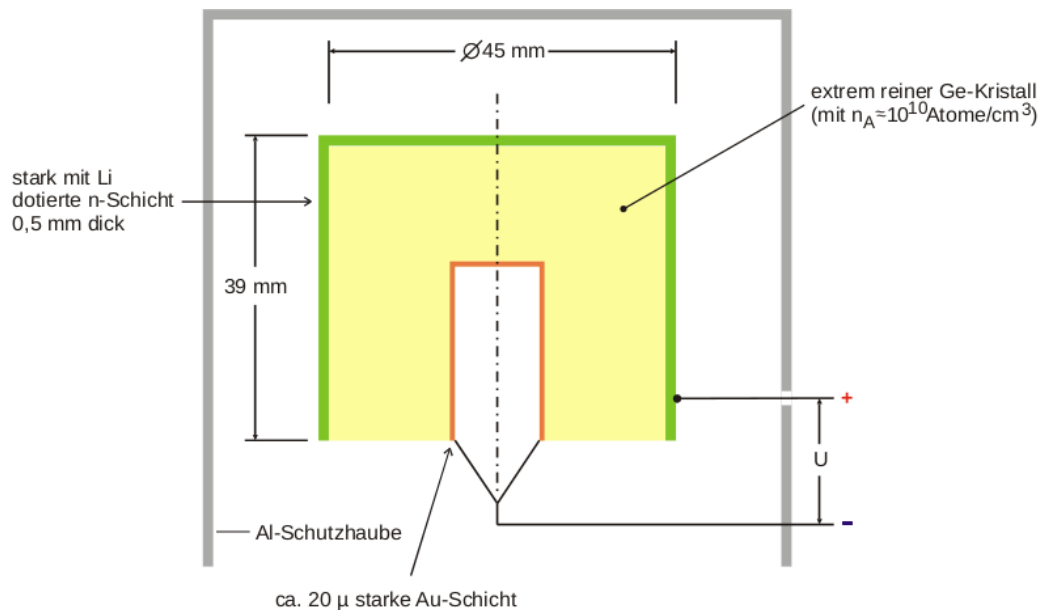


Abbildung 2: Extinktionskoeffizienten der verschiedenen Wechselwirkungen für Germanium [1].

an Elektronen bzw. Elektronenlöchern kennzeichnen. An den Grenzflächen dieser Bereiche rekombinieren die Ladungsträger und bilden eine verarmte Zone. Diese verarmte Zone wird maximiert, indem eine äußere Spannung angelegt wird, sowie eine möglichst ungleich verteilte Dotierung gewählt wird. Wenn ein Gammaquant in diese vergrößerte verarmte Zone eindringt, entstehen mehrere Paare aus Elektronen und Löchern, welche durch die äußere Spannung an verschiedene Elektroden gesaugt werden. Dabei muss die Spannung hoch genug sein, um die Ladungsträger zu trennen, bevor sie rekombinieren können. Aus dem entstehenden Ladungsimpuls bei der Trennung lässt sich über geeignete Verfahren auf die deponierte Energie der Gammaquanten schließen. Die äußere Spannung darf dabei nicht zu hoch gewählt werden, da durch thermische Aktivierung stets ein paar Elektron-Loch-Paare entstehen, die durch die angelegte Spannung getrennt und als Ladungsimpulse detektiert werden. Um diesem Effekt entgegenzuwirken, wird der Detektor auf 77 K gekühlt.

Der Reinst-Germanium-Detektor ist zylinderartig aufgebaut und hat den in Abb. 3 dargestellten Querschnitt. Seinen n-dotierten Bereich bildet die mit Lithium diffundierte Oberfläche, während seine innere Oberfläche mit Gold diffundiert ist und den p-dotierten Bereich darstellt. Um den Detektor herum ist zum Schutz eine Aluminiumschicht, welche dazu führt dass Gammaquanten erst ab einer bestimmten Energie detektiert werden können. Die gesamte Apparatur ist mit Blei umgeben, um Strahlung von außerhalb abzuhalten. Der Detektor kann eine Gammaenergie von einigen MeV messen.



**Abbildung 3:** Querschnitt des Reinst-Germanium-Detektor [1].

Als nächstes wird auf das energetische Auflösungsvermögen des Detektors eingegangen. Dieses ist ein Maß dafür, wie genau der Detektor nah aneinander liegende Spektrallinien voneinander unterscheiden kann. Dafür wird eine Halbwertsbreite  $\Delta E_{1/2}$  eingeführt, die

den benötigten Abstand der Mittelwerte  $E_1$  und  $E_2$  voneinander darstellt, um eine sichere Trennung der Spektrallinien zu gewährleisten. Für die Bestimmung von  $\Delta E_{1/2}$  ist die Anzahl  $n$  der erzeugten Elektron-Loch-Paare bei der Absorption eines Gammaquants entscheidend. Aus dem Verhältnis von Gammaenergie zu Bindungsenergie der Elektron-Loch-Paare, lässt sich der Mittelwert  $\bar{n}$  bestimmen. Da jedoch das Gamma seine Energie auch zur Erzeugung von Phononen verteilt, ergibt sich ein Zusammenhang zwischen der Anzahl von Elektron-Loch-Paaren und den Phononen. Dies führt dazu dass der Fehler nicht mehr aus der Wurzel des Mittelwertes entsteht, sondern mit einem sogenannten Fano-Faktor ergänzt wird:

$$\sigma = \sqrt{F\bar{n}} \quad (8)$$

Aufgrund der vielen Elektron-Loch-Paare lässt sich die Poisson-Verteilung als Normalverteilung annähern, wobei gerade  $\Delta E_{1/2}$  der Halbwertsbreite entspricht. Mit einem Fano-Faktor von 0.1 bei Germanium, ergibt sich:

$$\Delta E_{1/2} = 2\sqrt{2\ln 2} \frac{E_\gamma \sigma}{\bar{n}} \approx 2.35 \cdot (0.1 E_\gamma E_{\text{El}})^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

Dabei steht  $E_{\text{El}}$  für die Bildungsenergie eines Paares von Elektron und Loch. Für einen Germanium-Detektor liegt die typische Halbwertsbreite für 500 keV bei  $\Delta E_{1/2} = 895$  eV. Problematisch für das energetische Auflösungsvermögen sind jedoch Effekte wie das Rauschen des Verstärkers, die Feldinhomogenität sowie der zuvor genannte Strom durch die thermische Aktivierung. Dafür wird nicht nur der Detektor, sondern auch der angeschlossene Verstärker gekühlt. Da die Feldinhomogenität durch eine hohe äußere Spannung verringert werden kann (welche den störenden Strom erhöht), muss ein Mittelmaß für diese gefunden werden.

Zuletzt wird noch auf die Effizienz des Detektors eingegangen. Diese steht für die Energieabhängigkeit der Wahrscheinlichkeit für die vollständige Absorption eines Gammaquants, da nicht alle Gammaquanten ihre Energie komplett im Detektor deponieren. Dies folgt daraus, dass zu einer vollständigen Deponierung nur der Photoeffekt fähig ist.

## 2 Durchführung

Zunächst wird die Schaltung des Versuches erläutert. Anschließend wird auf das Spektrum eines Gamma-Stahlers, welches mit dem Detektor gemessen wurde, eingegangen.

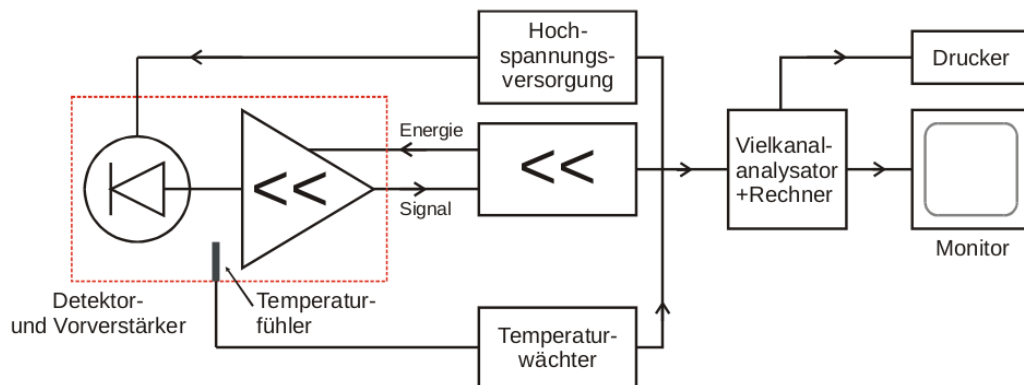
### 2.1 Elektronische Schaltung

Wie bereits im vorherigen Kapitel beschrieben, erzeugt der Detektor elektrische Ladungsimpulse, die proportional zur deponierten Gammaenergie sind. Diese Impulse werden durch elektrische Integration von einem kapazitiv rückgekoppelten Operationsverstärker in Spannungsimpulse umgewandelt. Für die Trennung der einzelnen Spannungsimpulse wird der eingebaute Integrationskondensator nach jedem Impuls mittels einer optoelektronischen Rückkopplung entladen. Diese Konstruktion bildet den sogenannten Vorverstärker.

An den Vorverstärker angeschlossen folgt der Hauptverstärker. Dieser verstärkt die Spannungsimpulse auf eine Skala von 0 bis 10 Volt, und gibt sie anschließend an einen Analog-to-Digital-Converter (ADC) weiter. Dieser verwandelt die Impulse in einen brauchbaren Datensatz. Um sogenannte Pile-Ups, das heißt die Verwechslung von einem hohen und mehreren schnell aufeinanderfolgenden Impulsen, zu verhindern, wird für jeden Impuls der ADC für die benötigte Umwandlungszeit gesperrt. Dadurch entsteht eine effektive Totzeit, die von der gesamten gemessenen Zeit abgezogen werden muss.

Die Impulse gelangen anschließend über einen Adressregister in einen Speicher, wo sie der Höhe und Anzahl nach sortiert werden, und auf den verschiedenen Kanälen gespeichert werden. An einem Computer lassen sich dann nach der Messzeit die gemessenen Signale als Impulshöhenspektrum darstellen.

Die beschriebene Schaltung ist als Blockschaltbild in Abb. 4 dargestellt. Es ist dabei wichtig, den Detektor und Vorverstärker konstant auf 77 K zu kühlen.



**Abbildung 4:** Blockschaltbild der elektrischen Schaltung. Der Temperaturwächter verhindert, dass die Hochspannung an einen Detektor angelegt wird, der nicht ausreichend gekühlt ist [1].

## 2.2 Energiespektrum

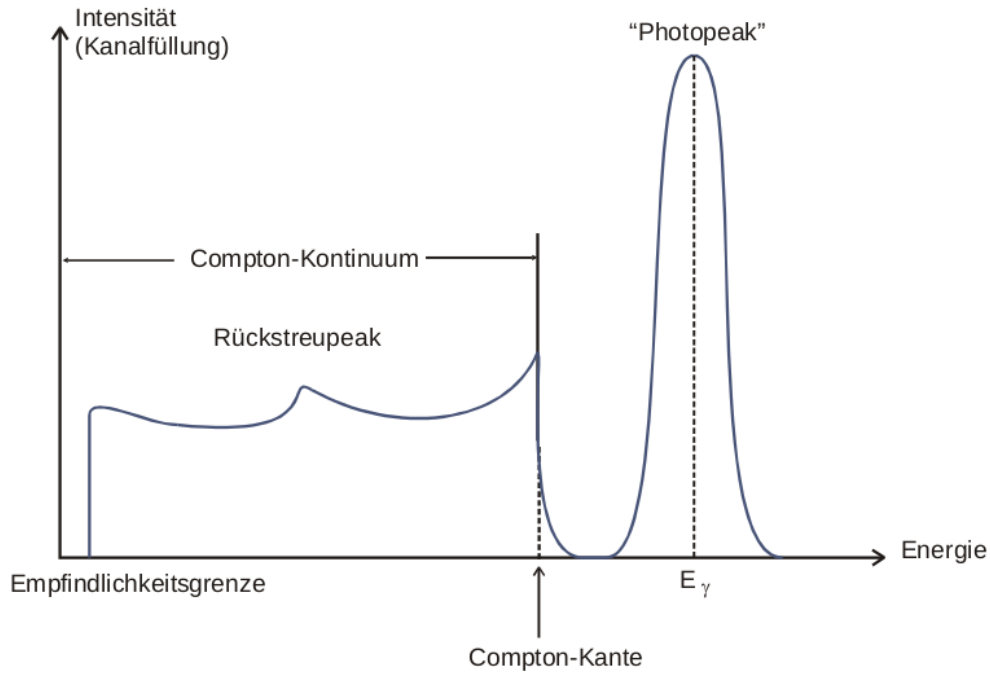
Ein beispielhaftes Spektrum eines monochromatischen Gamma-Strahlers ist in Abb. 5 dargestellt. Von besonderem Interesse ist dabei der Photo- bzw. Vollenergiepeak, da dieser die Gammaquanten beschreibt, die ihre gesamte Energie im Detektor deponieren. Seine Halbwertsbreite ist die im vorherigen Kapitel beschriebene energetische Halbwertsbreite  $\Delta E_{1/2}$  und gibt daher Auskunft über die Auflösung des Detektors. Das in Abb. 5 zu sehende Compton-Kontinuum ist dagegen ein eher unerwünschter Effekt, da bei diesem die Gammaquanten nur einen Teil ihrer Energie deponieren. Es besteht zum einen aus dem Rückstreupeak, welcher durch die Gammaquanten entsteht, die nicht direkt in den Detektor gelangen. Damit sind vor allem die Gammaquanten gemeint die aus der Probe von dem Detektor weggestrahlt werden und erst über mehrere Wechselwirkungen mit der Umgebung in den Detektor gelangen. Zum Anderen besteht das Kontinuum aus der Comptonkante. Diese bezeichnet das Ende des Kontinuums und damit den maximalen



Energieübertrag des Comptoneffekts bei einem Streuwinkel von  $180^\circ$ . Der maximale Energieübertrag beträgt dabei

$$E_{\max} = 2\varepsilon E_\gamma / (1 + 2\varepsilon). \quad (10)$$

Die geringe Intensität nach der Comptonkante entsteht durch mehrfache Comptonstreuung von einem Gammaquant.



**Abbildung 5:** Intensität des von einem Germanium-Detektors aufgenommenen Energiespektrums eines monochromatischen Gamma-Strahlers [1].

Um die Messergebnisse des Detektors auslesen zu können, muss eine Kalibrierung erfolgen. Aus dem aufgenommenen Spektrum eines bekannten Energiespektrums lässt sich mittels einer linearen Ausgleichsrechnung eine Umrechnungsmöglichkeit von Kanalnummer auf Energie bestimmen. Zusätzlich wird bei der Kalibrierung die zuvor erwähnte Effizienz  $Q$  des Detektors bestimmt, da sie aufgrund der vielen Linien im Spektrum dort besonders gut bestimmbar ist. Diese ergibt sich aus

$$Q = 4\pi \cdot Z (\Omega \cdot A \cdot W \cdot t_{mess})^{-1}. \quad (11)$$

Dabei steht  $W$  für die Emissionswahrscheinlichkeit einer bestimmten Gammaenergie,  $Z$  für die Summe der Impulse in einem aufgezeichneten Peak (aus dem Spektrum ablesbar),  $A$  für die Aktivität des Strahlers,  $\Omega$  für den Raumwinkel, unter dem der Detektor den Strahler sieht und  $t_{mess}$  für die Messzeit. Die Aktivität  $A$  muss aus den Herstellerangaben

für den Strahler und dem Zerfall des Nuklides bestimmt werden. Der Raumwinkel  $\Omega$  lässt sich aus

$$\frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} \right) \quad (12)$$

berechnen, wobei der Abstand  $a$  von Probe zum Detektor groß gegenüber der Größe der Probe sein muss. Der Radius  $r$  des Detektors lässt sich aus Abb. 3 ablesen.

Nach der durchgeführten Energiekalibrierung lässt sich aus aufgenommenen Energiespektren auf Aktivität und Nuklidart der Probe schließen.

### 2.3 Versuchsdurchführung

Für die Kalibrierung wird als erstes für etwa eine Stunde das bereits bekannte Energiespektrum eines  $^{152}\text{Eu}$ -Strahlers aufgenommen. Als nächstes wird circa eine Stunde lang das Spektrum eines  $^{137}\text{Cs}$ -Strahlers gemessen, um charakteristische Größen wie das Compton-Kontinuum oder den Photopeak zu erhalten. Anschließend wird ein Strahler für eine Stunde aufgezeichnet, bei dem es sich entweder um  $^{125}\text{Sb}$  oder  $^{133}\text{Ba}$  handelt. Es soll die Aktivität des Strahlers ermittelt werden. Zum Schluss wird zur Nuklidbestimmung ein gänzlich unbekannter Strahler gemessen.

## 3 Auswertung

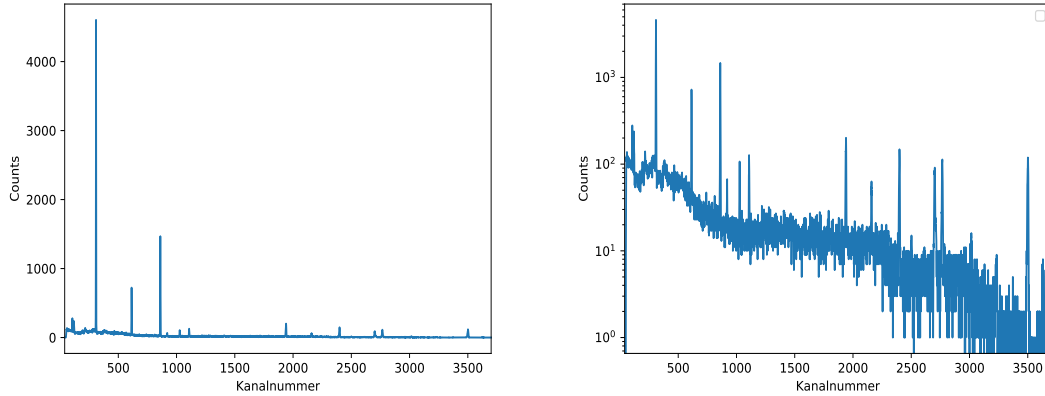
### 3.1 Spektrum von $^{152}\text{Eu}$

Zunächst müssen die Parameter  $m$  und  $n$  für eine Gerade der Form

$$E(K) = m \cdot K + n$$

gefunden werden. Mithilfe dieser Geraden können Kanalnummern ( $K$ ) in Energien ( $E$ ) umgerechnet werden.

Dazu wird das Spektrum von  $^{152}\text{Eu}$  betrachtet, weil die Energien der Europiumpeaks bereits bekannt sind (siehe [1]). In Abb. 6 ist das Europium-Spektrum einmal linear und einmal logarithmisch zu sehen.



**Abbildung 6:** Spektrum von Europium.

Die Lage jedes Peaks wird bestimmt, indem er mit einer Gaußfunktion gefittet wird, welche die folgende Form hat:

$$G(x) = a \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right).$$

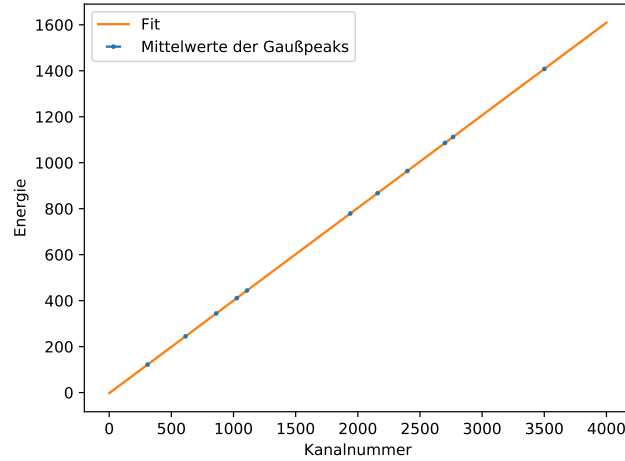
In Tabelle 1 ist für jeden Peak die Energie angegeben sowie die Fitparameter. Der Parameter  $\mu$  gibt dabei die Kanalnummer an, bei welcher die Peakenergie vorliegt, und  $a$  die Anzahl der Counts im Peak. Die Standardabweichung  $\sigma$  der Gaußfunktion ist ebenfalls angegeben.

**Tabelle 1:** Zugeordnete Energie und Fitwerte zur Bestimmung der Peakeigenschaften.

Energie in keV	$a$ in Counts	$\mu$ in Kanälen	$\sigma$ in Kanälen
121,78	$4650 \pm 73$	$308,89 \pm 0,02$	$1,18 \pm 0,02$
244,70	$726 \pm 29$	$613,97 \pm 0,07$	$1,43 \pm 0,07$
344,30	$1447 \pm 16$	$861,02 \pm 0,02$	$1,58 \pm 0,02$
411,12	$91 \pm 9$	$1026,7 \pm 0,3$	$2,5 \pm 0,3$
443,96	$111 \pm 9$	$1108,2 \pm 0,2$	$2,4 \pm 0,2$
778,90	$190 \pm 9$	$1939,4 \pm 0,1$	$2,8 \pm 0,1$
867,37	$51 \pm 4$	$2158,8 \pm 0,4$	$3,9 \pm 0,4$
964,08	$144 \pm 4$	$2398,7 \pm 0,1$	$3,1 \pm 0,1$
1085,90	$81 \pm 4$	$2701,3 \pm 0,3$	$4,0 \pm 0,3$
1112,10	$110 \pm 3$	$2766,2 \pm 0,1$	$3,6 \pm 0,1$
1408,00	$109 \pm 4$	$3500,9 \pm 0,2$	$4,0 \pm 0,2$

Die Fits sind im Anhang in Abb. 18 dargestellt.

Die Mittelwerte werden nun mit den zugehörigen Energien in Abb. 7 geplottet und linear gefittet. An den Mittelwerten sind Fehlerbalken. Da die Fehler jedoch um mehrere Größenordnungen kleiner sind als die Werte, sind die Fehlerbalken nicht zu erkennen.



**Abbildung 7:** Linearer Fit der Kanäle, deren Energien bekannt sind.

Die Fit-Gerade hat die Parameter

$$m = (0,40298 \pm 0,00002) \frac{\text{keV}}{\text{Kanalnummer}}$$

$$n = (-2,65 \pm 0,04) \text{ keV}.$$

Als nächstes wird der Winkel  $\frac{\Omega}{4\pi}$  mit Gleichung (12) berechnet. Dabei stellt  $a$  den Abstand der Quelle vom Detektor dar und  $r$  den Radius der Querschnittsfläche des Detektors. Mit den Werten

$$a = 88,2 \text{ mm}$$

$$r = 22,5 \text{ mm}$$

ergibt sich für den Winkel ein Wert von 0,0155.

Danach wird die Aktivität der Quelle am Messtag berechnet. Dazu kann die Formel

$$A_{\text{Messung}} = A_0 \exp \left( -\frac{t_{\text{aktuell}} \log(2)}{\tau_{1/2}} \right)$$

verwendet werden. Aus der Versuchsanleitung können die Halbwertszeit  $\tau_{1/2} = (4943 \pm 5) \text{ d}$  und die Aktivität  $A_0 = (4130 \pm 60) \text{ Bq}$  vom 1.10.2000 entnommen werden. Zum Versuchstag waren  $t_{\text{aktuell}} = 6618 \text{ d}$  vergangen. Damit ergibt sich für die Aktivität zum Messzeitpunkt  $A_{\text{Messung}} = (1633 \pm 24) \text{ Bq}$ .

Als letztes soll die Effizienz  $Q$  der Spektrallinien berechnet werden, was mithilfe der Formel (11) möglich ist. Die Messzeit liegt bei 3960 s. Die Aktivität und der Winkel sind bereits berechnet.  $Z$  ist der Peakinhalt und wird durch Integration über den Peak gewonnen. In Tabelle 2 finden sich die Energien der Peaks, ihre Wahrscheinlichkeiten (siehe [1]), und die daraus berechnete Effizienz.

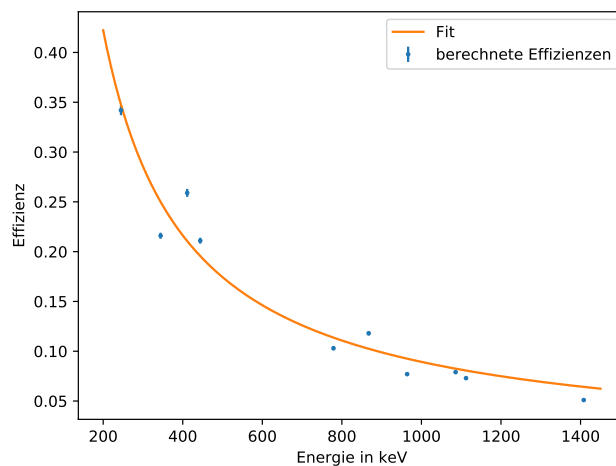
**Tabelle 2:** Wahrscheinlichkeiten, Peakinhalte und Effizienz der Peaks.

Energie in keV	Wahrscheinlichkeiten	Peakinhalte	Effizienz
121,78	0,286	13787	0,481±0,007
244,70	0,076	2605	0,342±0,005
344,30	0,265	5730	0,216±0,003
411,12	0,022	572	0,259±0,004
443,96	0,031	655	0,211±0,003
778,90	0,129	1330	0,103±0,002
867,37	0,042	496	0,118±0,002
964,08	0,146	1132	0,077±0,001
1085,90	0,102	805	0,079±0,001
1112,10	0,136	992	0,073±0,001
1408,00	0,210	1076	0,0511±0,0008

Ein Zusammenhang zwischen der Energie und der Effizienz lässt sich für Energien größer 150 keV durch eine Potenzfunktion der Form

$$Q(E) = A \cdot \left( \frac{E}{1 \text{ keV}} \right)^B$$

finden (siehe Abb.8).



**Abbildung 8:** Fit der Effizienzen mithilfe einer Potenzfunktion.

Es ergeben sich die Fitparameter

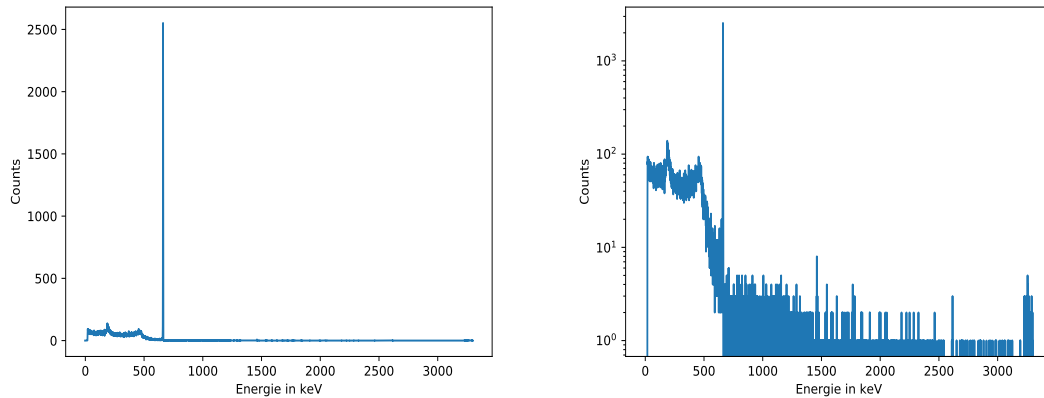
$$A = 70 \pm 38$$

$$B = -0,97 \pm 0,09.$$

### 3.2 Spektrum von $^{137}\text{Cs}$

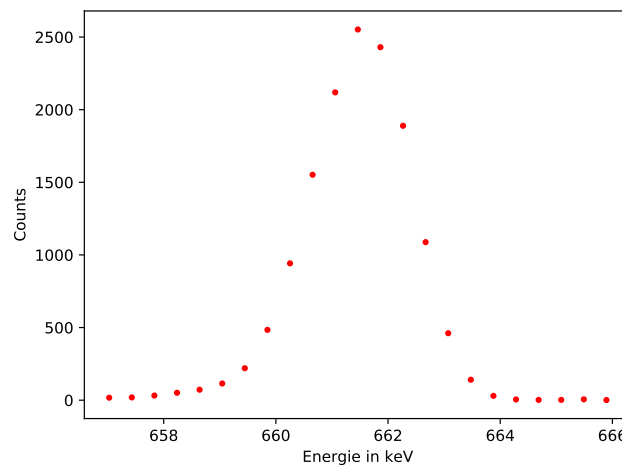
Am Element  $^{137}\text{Cs}$  sollen verschiedene Erscheinungen, die typisch für Energiespektren sind, untersucht werden.

In Abb. 9 ist das Caesium-Spektrum einmal linear und einmal logarithmisch zu sehen.



**Abbildung 9:** Spektrum von Caesium.

Zunächst wird der Photopeak ausfindig gemacht. Er ist in Abbildung 10 dargestellt.



**Abbildung 10:** Photopeak des Caesiumspektrums.

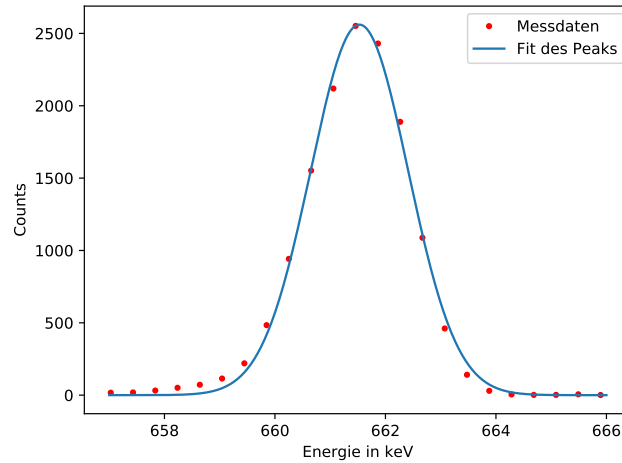
Das Maximum des Peaks wird bei etwa 661,5 keV vermutet. Ungefähr bei 660,5 keV ist der Peak auf die Hälfte abgefallen. Bei etwa 659,6 keV ist nur noch ein Zehntel des maximalen Werts vorhanden. Somit ergibt sich die Halbwertsbreite zu 2 und die

Zehntelwertsbreite zu 3,8. Für das Verhältnis folgt

$$\frac{x_{1/10}}{x_{1/2}} = 1,9.$$

Dies liegt nicht weit entfernt vom geforderten Verhältnis von 1,823.

Jetzt wird der Peak wie im vorherigen Aufgabenteil mit einer Gaußkurve gefittet (siehe Abb. 11).



**Abbildung 11:** Gefitteter Photopeak des Caesiumspektrums.

Die Parameter ergeben sich zu

$$a = (2560 \pm 34) \text{ Counts}$$

$$\mu = (661,53 \pm 0,01) \text{ keV}$$

$$\sigma = (0,88 \pm 0,01) \text{ keV}.$$

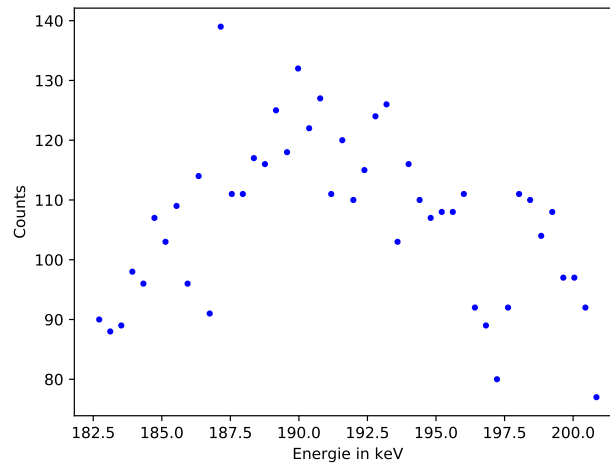
Die Halbwertsbreite kann nun genauer berechnet werden, indem sie aus dem durch den Fit bereits vorliegenden  $\sigma$  mithilfe der Formel aus [1] berechnet wird:

$$x_{1/2} = 2\sqrt{2\ln(2)} \cdot \sigma = (2,077 \pm 0,032) \text{ keV}.$$

Damit ergibt sich für die Zehntelwertsbreite:  $x_{1/10} = x_{1/2} \cdot 1,823 = (3,79 \pm 0,06)$ .

Mithilfe des Photopeaks lässt sich ebenfalls die maximale Energieauflösung des Detektors aus der Formel (9) berechnen. Für die Photopeakenergie ergibt sich eine Auflösung von 1,029 keV.

Als nächstes wird der Rückstreupeak betrachtet. Die Punkte im Bereich des Rückstreupeaks sind in Abb. 12 geplottet. Sie sind nicht gefittet, da der Rückstreupeak keine Gauß-Form besitzt.



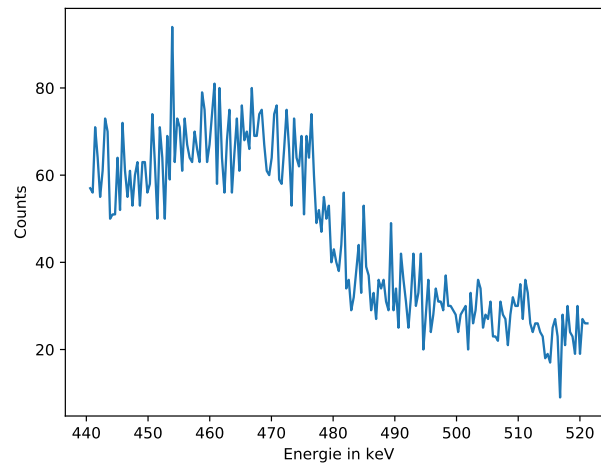
**Abbildung 12:** Rückstreupeak des Caesiumspektrums.

Durch grobes Ablesen wird seine maximale Energie auf etwa 187 keV geschätzt. Dies weicht von der Berechnung mithilfe der Formel

$$E_{rueck} = \frac{E_{\gamma}}{1 + 2\varepsilon}$$

ab, da diese das Ergebnis  $(184,3123 \pm 0,0008)$  keV liefert.

Die Comptonkante kann zunächst grob aus dem Spektrum in Abb. 13 abgelesen werden und wird bei etwa 476 keV vermutet.



**Abbildung 13:** Comptonkante des Caesiumspektrums.



Dies kommt dem aus

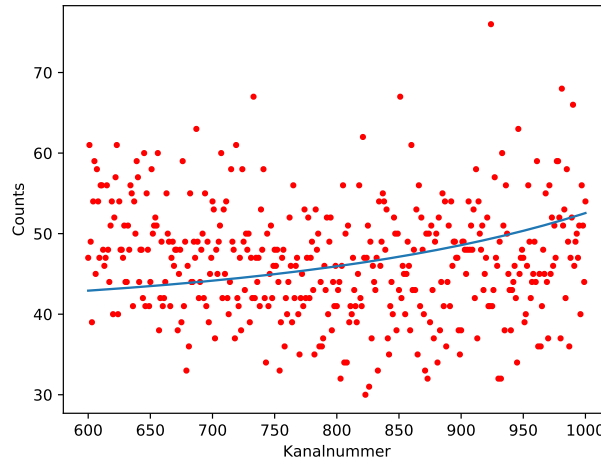
$$E_{kante} = E_{\gamma} \cdot \frac{2\varepsilon}{1 + 2\varepsilon}$$

berechneten Wert, welcher bei  $(477, 208 \pm 0, 009)$  keV liegt, recht nahe.

Um verfälschende Einflüsse niedriger Energien und des Rückstreupeaks zu vermeiden, wird das Compton-Kontinuum mit einer Funktion der Form

$$\frac{d\sigma}{dE} = a \cdot \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \left( 2 + \left( \frac{E}{E_{\gamma} - E} \right)^2 \cdot \left( \frac{1}{\varepsilon^2} + \frac{E_{\gamma} - E}{E_{\gamma}} - \frac{2}{\varepsilon} \left( \frac{E_{\gamma} - E}{E_{\gamma}} \right) \right) \right)$$

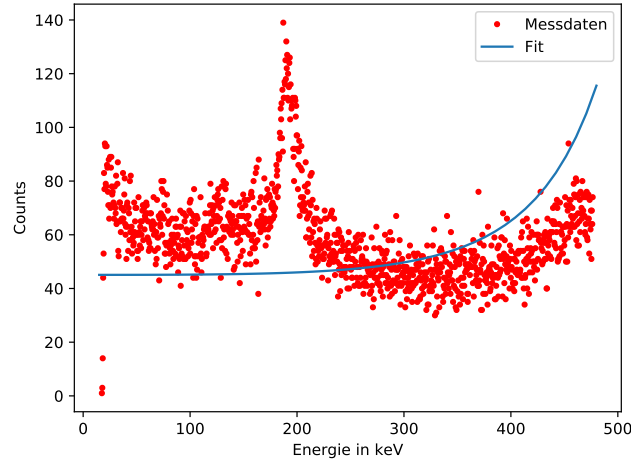
approximiert. Der Fit wird vor der Umrechnung der Kanäle in Energien durchgeführt. Zum fitten werden die Kanäle 600 bis 1000 verwendet (siehe Abb.14).



**Abbildung 14:** Gefitteter Bereich des Compton-Kontinuums in der Kanaldarstellung.

Der Parameter  $a$  ergibt sich in dieser Darstellung zu  $211 \pm 2$ .

Nun wird die Funktion mit dem berechneten Parameter  $a$  vom Anfang des Compton-Kontinuums bis zur Comptonkante integriert. Der Inhalt des Compton-Kontinuums ergibt sich somit zu 52529 Counts. In Abb. 15 ist das Compton-Kontinuum mit Fit in der Energiedarstellung dargestellt.



**Abbildung 15:** Compton-Kontinuum mit Fit.

Für den Fitparameter gilt hier:  $a = 37,8 \pm 0,5$ .

Der Inhalt des Photopeaks kann wieder durch Integration über den Peak gewonnen werden. Das Verhältnis der Inhalte von Compton-Kontinuum und Photopeak ergibt sich zu

$$\frac{\text{Counts}_{compton}}{\text{Counts}_{photo}} = \frac{52529}{14047} \approx 3,74.$$

Aus Abb. 2 können die Absorptionskoeffizienten für den Compton- und den Photoeffekt bei der Energie des Photopeaks abgelesen werden:

$$\begin{aligned}\mu_{photo} &= 0,008 \frac{1}{\text{cm}} \\ \mu_{compton} &= 0,37 \frac{1}{\text{cm}}.\end{aligned}$$

Durch Einsetzen der Absorptionskoeffizienten in

$$P_i = 1 - \exp(-\mu_i \cdot d)$$

ergeben sich für die Kristalllänge 3,9 cm die Absorptionswahrscheinlichkeiten

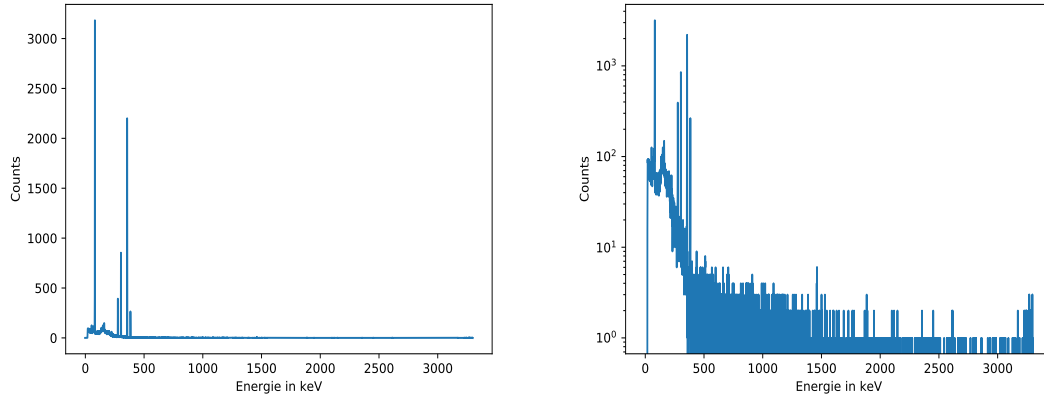
$$\begin{aligned}P_{photo} &\approx 0,0307 = 3,07\% \\ P_{compton} &\approx 0,7638 = 76,38\%.\end{aligned}$$

Das Verhältnis der Absorptionswahrscheinlichkeiten ist

$$\frac{P_{compton}}{P_{photo}} \approx 24,86.$$

### 3.3 Spektrum von $^{133}\text{Ba}$

Beim Vergleich des gemessenen Spektrums (in Abb. 16 sowohl linear als auch logarithmisch dargestellt) mit dem Spektrum von  $^{133}\text{Ba}$  wird sofort deutlich, dass es sich bei dem unbekannten Element um Barium handelt.



**Abbildung 16:** Spektrum von Barium.

Sechs Barium-Peaks sind gut zu erkennen, und werden ebenfalls wieder mit einer Gaußkurve gefittet. In Tabelle 3 befinden sich die charakteristischen Energien, der Fitparameter  $\mu$ , welcher die Lage des Peaks angibt und der Peakinhalt  $Z$ .

**Tabelle 3:** Theoriewerte und Fit-Parameter der Barium-Peaks.

Theorieenergien/keV	$\mu/\text{keV}$	$Z/\text{Counts}$
53,16	$53,4 \pm 0,1$	698
81,00	$81,05 \pm 0,05$	9100
160,61	$160,69 \pm 0,06$	692
302,85	$302,95 \pm 0,04$	3122
356,02	$356,09 \pm 0,04$	8367
383,85	$383,91 \pm 0,05$	1190

Für Energien, die größer als 150 keV sind, kann mithilfe der im Kapitel über Europium berechneten Potenzfunktion die Effizienz bestimmt werden. Die Messzeit beträgt 3504 s. Übergangswahrscheinlichkeiten können der Quelle [1] entnommen werden. Damit sind für diese vier Energien sämtliche Werte bekannt, die zur Berechnung der Aktivität nötig sind. In Tabelle 4 sind für diese vier Energien die Übergangswahrscheinlichkeiten, die berechneten Effizienzen und die berechneten Aktivitäten aufgeführt.

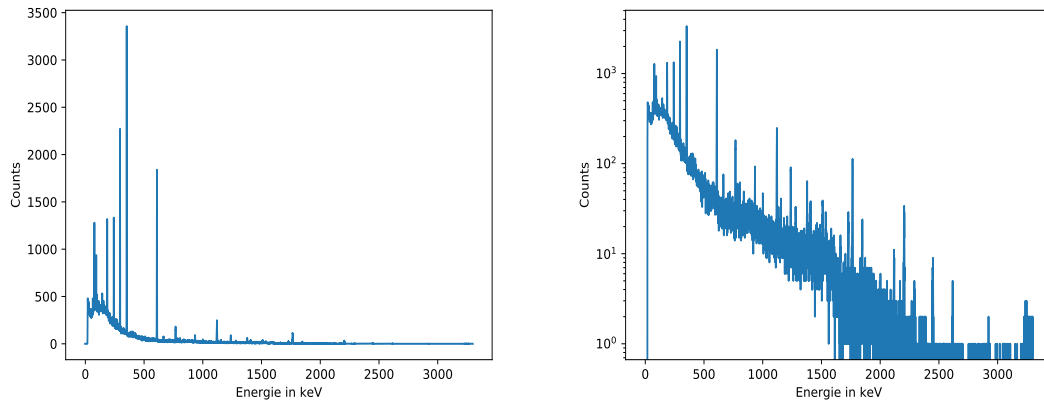
Der Mittelwert der hier berechneten Aktivitäten liegt bei  $(1900 \pm 1400)$  Bq. Wird der erste Wert, welcher stark von den anderen abweicht, nicht berücksichtigt, ergibt sich die Aktivität zu  $(1100 \pm 800)$  Bq.

**Tabelle 4:** Übergangswahrscheinlichkeiten und Aktivitäten für Barium-Energien größer 150 keV.

Energie in keV	Effizienz	Wahrscheinlichkeit	Aktivität in Bq
$160,68 \pm 0,07$	$0,5 \pm 0,3$	0,006	$4183 \pm 2669$
$302,94 \pm 0,05$	$0,3 \pm 0,2$	0,183	$1145 \pm 865$
$356,09 \pm 0,05$	$0,2 \pm 0,2$	0,621	$1058 \pm 802$
$383,90 \pm 0,05$	$0,2 \pm 0,2$	0,089	$1129 \pm 861$

### 3.4 Untersuchung einer unbekannten Quelle

Das Spektrum der unbekannten Quelle ist in Abb. 17 einmal linear und einmal logarithmisch zu sehen.



**Abbildung 17:** Spektrum einer unbekannten Quelle.

Insgesamt können 23 Peaks lokalisiert werden, von welchen 19 bekannten Elementen zuzuordnen sind. In Tabelle 5 werden die Energien und Inhalte der gefundenen Peaks, die zugehörigen Elemente mit Theorieenergiewerten, sowie die Übergangswahrscheinlichkeiten angegeben. Die Theorieenergiewerte und Übergangswahrscheinlichkeiten sind den Quellen [2] und [1] entnommen. Der Tabelle ist zu entnehmen, dass der Strahler  $^{234}\text{Thorium}$ ,  $^{226}\text{Radium}$ ,  $^{214}\text{Bismut}$  und  $^{214}\text{Blei}$  aus der  $^{238}\text{Uran}$ -Zerfallsreihe beinhaltet.

**Tabelle 5:** Gefundene Peaks.

Peak	$\mu$ in keV	Element	Theoriewert in keV	Wahrscheinlichkeit	$a$
1	$74,87 \pm 0,07$	unbekannt	-	-	$909 \pm 39$
2	$77,10 \pm 0,06$	unbekannt	-	-	$1229 \pm 53$
3	$87,24 \pm 0,07$	unbekannt	-	-	$756 \pm 33$
4	$92,66 \pm 0,06$	$^{234}\text{Th}$	93,00	0,040	$944 \pm 31$
5	$186,09 \pm 0,06$	$^{226}\text{Ra}$	186,00	0,040	$1343 \pm 49$
6	$242,07 \pm 0,06$	$^{214}\text{Pb}$	242,00	0,040	$1315 \pm 65$
7	$295,29 \pm 0,05$	$^{214}\text{Pb}$	295,00	0,190	$2321 \pm 62$
8	$351,96 \pm 0,05$	$^{214}\text{Pb}$	352,00	0,360	$3393 \pm 51$
9	$609,20 \pm 0,06$	$^{214}\text{Bi}$	609,00	0,470	$1873 \pm 30$
10	$665,5 \pm 0,1$	$^{214}\text{Bi}$	665,45	0,0146	$76 \pm 4$
11	$768,2 \pm 0,1$	$^{214}\text{Bi}$	769,00	0,050	$166 \pm 8$
12	$786,0 \pm 0,2$	$^{214}\text{Bi}$	786,1	0,0031	$56 \pm 8$
13	$933,86 \pm 0,07$	$^{214}\text{Bi}$	935,00	0,030	$93,1 \pm 0,4$
14	$1000,8 \pm 0,1$	unbekannt	-	-	$42 \pm 3$
15	$1120,30 \pm 0,09$	$^{214}\text{Bi}$	1120,00	0,170	$252 \pm 8$
16	$1238,00 \pm 0,09$	$^{214}\text{Bi}$	1238,11	0,0579	$87 \pm 2$
17	$1378,2 \pm 0,1$	$^{214}\text{Bi}$	1378,00	0,050	$59 \pm 3$
18	$1509,6 \pm 0,2$	$^{214}\text{Bi}$	1509,00	0,020	$36 \pm 3$
19	$1729,3 \pm 0,3$	$^{214}\text{Bi}$	1728,00	0,030	$26 \pm 3$
20	$1764,7 \pm 0,1$	$^{214}\text{Bi}$	1764,00	0,170	$118 \pm 4$
21	$1848,1 \pm 0,1$	$^{214}\text{Bi}$	1847,42	0,0211	$21 \pm 1$
22	$2117,0 \pm 0,2$	$^{214}\text{Bi}$	2118,55	0,0114	$11 \pm 2$
23	$2204,2 \pm 0,1$	$^{214}\text{Bi}$	2204,00	0,050	$32 \pm 3$

## 4 Diskussion

Die für die Kalibrierung errechneten Mittelwerte liegen sehr genau auf einer Geraden, weshalb die Parameter  $m$  und  $n$  nur geringe Fehler besitzen. Daher führt die Kalibrierung in weiteren Aufgabenteilen nur zu geringen Fehlern.

Die Potenzfunktion, welche einen Zusammenhang zwischen Energie und Effizienz darstellt, verläuft grob durch die Punkte der gemessenen Effizienzen. Allerdings sind die meisten Punkte auch im Rahmen ihrer Fehler nicht mit der Funktion verträglich, woraus geschlossen werden kann, dass die Potenzfunktion nur eine grobe Annäherung für den wirklichen Verlauf der Effizienz ist.

Der Wert des Vollenergiepeaks weicht um 0,52 keV vom Literaturwert ab. [2] Dies ist auf kleine Ungenauigkeiten beim Fitten und bei der Regressionsrechnung zurückzuführen. Der abgelesene Wert des Rückstreupeaks weicht um 1,46% vom errechneten Wert ab. Dies kommt dadurch, dass die Messpunkte keinen klar erkennbaren Gaußpeak darstellen und es somit schwierig ist, ein Maximum abzulesen.

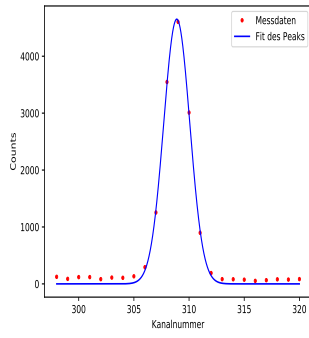
Die Comptonkante ist für das Auge besser zu erkennen, weshalb dort die Abweichung des abgelesenen und vom errechneten Wert nur bei 0,25% liegt.

Das gemessene Verhältnis von Comptoneffekt zu Photoeffekt weicht um 85% vom berechneten Verhältnis ab. Aus der Versuchsanleitung geht allerdings hervor, dass die verwendete Formel die Absorptionswahrscheinlichkeit für den Photoeffekt unterschätzt. Dies liegt daran, dass ein Photon mehrfach über den Photoeffekt Energie im Detektor deponieren kann. In der verwendeten Formel werden jedoch nur einfache Photoeffekte berücksichtigt, weshalb der Wert, den sie liefert, zu gering ist.

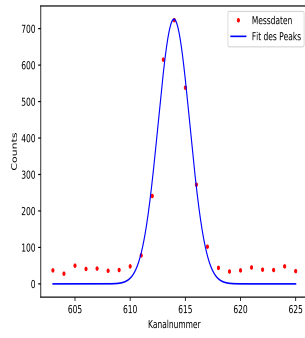
Die gemessenen und gefitteten Werte für Barium unterscheiden sich erst nach dem Komma von den Literaturwerten. Kleine Abweichungen kommen zustande, da die leicht fehlerbehaftete Kalibrierung durch Europium verwendet wird, und die Peaks ihrerseits gefittet werden.

Die Energiewerte der unbekannten Quelle weichen teilweise etwas deutlicher, also in der Größenordnung von 1 eV, von den Literaturwerten der vermuteten Elemente ab. Dies kommt durch die erhöhte Peakdichte, welche die Ermittlung und den Fit einzelner Peaks schwerer macht.

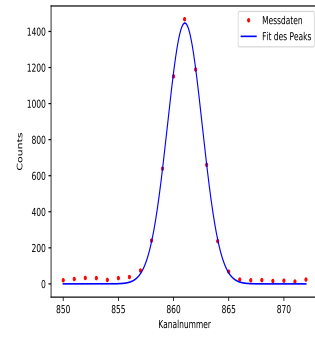
## 5 Anhang



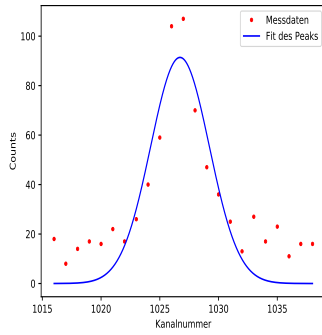
(a) Peak zu 121,78 keV.



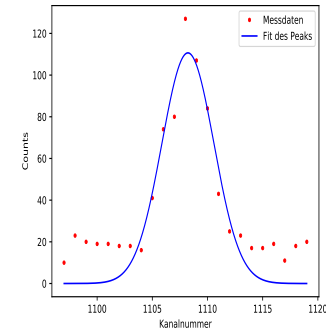
(b) Peak zu 224,70 keV.



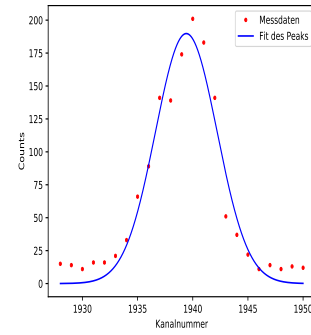
(c) Peak zu 344,30 keV.



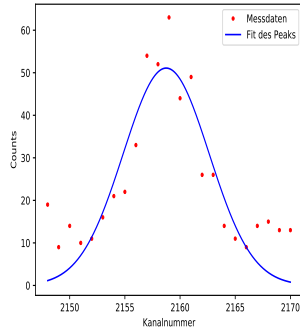
(d) Peak zu 411,12 keV.



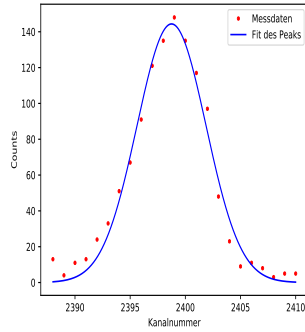
(e) Peak zu 443,96 keV.



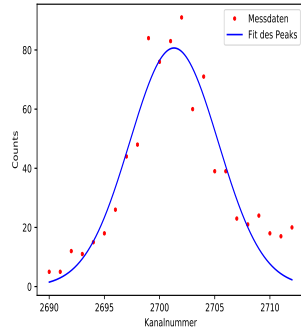
(f) Peak zu 778,90 keV.



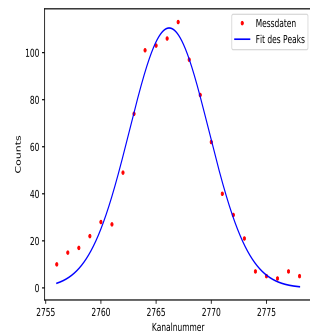
(g) Peak zu 867,37 keV.



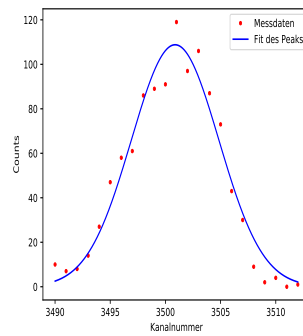
(h) Peak zu 964,08 keV.



(i) Peak zu 1085,90 keV.



(j) Peak zu 1112,10 keV.



(k) Peak zu 1408,00 keV.

**Abbildung 18:** Mit Gaußkurven gefittete Peaks des Europiumspektrums.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 18 Reinst-Germanium-Detektor*. 2018. URL:  
<http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V18.pdf>.
- [2] IAEA - Nuclear Data Section. *Live Chart of Nuclides*. 2018. URL:  
<https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>.