

A 7

$$a) \rho(x, y) = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

$$\sigma_x = 3,5, \sigma_y = 1,5, \text{cov}(x, y) = 4,2$$

$$\Rightarrow \rho(x, y) = 0,8 //$$

b) aus a) folgt: x und y korreliert.

Verwende standardisierte Var.

$$U_i = \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}$$

$$\text{hier: } \mu_i \hat{=} \mu_i$$

$$\phi(U_1, U_2) = k \cdot e^{-\frac{1}{2} \vec{U}^T B \vec{U}} = k \cdot e^{-\frac{1}{2} g(\vec{U})}$$

$$\text{mit } B = \frac{1}{1-\rho^2} \begin{pmatrix} 1 & -\rho \\ -\rho & 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \\ \frac{y - \mu_y}{\sigma_y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

$$g(\vec{U}) = \vec{U}^T \cdot B \cdot \vec{U} = (U_1, U_2) \begin{pmatrix} 1 & -\rho \\ -\rho & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{1-\rho^2}$$

$$= (U_1, U_2) \begin{pmatrix} U_1 - \rho U_2 \\ -\rho U_1 + U_2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{1-\rho^2}$$

$$= (U_1^2 - \rho U_1 U_2 - \rho U_1 U_2 + U_2^2) \cdot \frac{1}{1-\rho^2}$$

hierin gl. Wahrscheinlichkeit:

$$\phi(U_1, U_2) = \text{const.} \Rightarrow \frac{1}{2} g(\vec{U}) = \text{const.}$$

$$\text{betrachte } g(\vec{U}) = 1$$

$$\Rightarrow 1 - \rho^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2 U_1 U_2 \rho$$