# SMD: Blatt 2

Sophie Bork
sophie.bork@udo.edu

Simon Schulte
simon.schulte@udo.edu

Michael Windau
michael.windau@udo.edu

1. November 2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

# 1 . Aufgabe

Die Ergebnisse sind in der anliegenden Datei aufgabe5.py implementiert. Die Aufgabenteile a) bis d) basieren auf der Transformation der Gleichverteilung: Dafür wird die normierte Wahrscheinlichkeitsdichte der Verteilungen aufgestellt, welche gleich der gleichverteilten Zufallsvariablen ist. Durch invertieren der Dichte wird auf die Zufallsvariable mit gewünschter Verteilung geschlossen.

a) Normierung:

$$1 = \mathrm{N} \int_{x_{\mathrm{min}}}^{x_{\mathrm{max}}} f(x)\, \mathrm{d}x$$

$f(x)$ ist im Intervall $x_{\mathrm{min}}$ bis $x_{\mathrm{max}}$ gleich 1.

$$\mathrm{N} = \frac{1}{x_{\mathrm{max}} - x_{\mathrm{min}}}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte mit der gleichverteilten Zufallsvariablen $u$:

$$\mathrm{F}(x) = u = \int_{x_{\mathrm{min}}}^{x} \mathrm{N}\, f(x) \mathrm{d}x$$
$$u = \frac{x - x_{\mathrm{min}}}{x_{\mathrm{max}} - x_{\mathrm{min}}}$$

Invertieren:

$$x = u(x_{\mathrm{max}} - x_{\mathrm{min}}) + x_{\mathrm{min}}$$

b) Normierung:

$$1 = \mathrm{N} \int_{0}^{\infty} \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\, \mathrm{d}t$$
$$\mathrm{N} = 1 / \tau$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte mit der gleichverteilten Zufallsvariablen $u$:

$$\mathrm{F}(x) = u = \int_{0}^{t} \mathrm{N}\, \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\, dt$$
$$u = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

Invertieren:

$$t = -\tau \ln(1 - u)$$

c) Normierung:

$$1 = \mathrm{N} \int_{x_{\mathrm{min}}}^{x_{\mathrm{max}}} x^{-\mathrm{n}} \, \mathrm{d}x$$
$$\mathrm{N} = \frac{1-\mathrm{n}}{x_{\mathrm{max}}^{1-\mathrm{n}} - x_{\mathrm{min}}^{1-\mathrm{n}}}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte mit der gleichverteilten Zufallsvariablen $u$:

$$\mathrm{F}(x) = u = \int_{x_{\mathrm{min}}}^{x} \mathrm{N} \, x^{-\mathrm{n}} \, dx$$
$$u = \frac{x^{1-\mathrm{n}} - x_{\mathrm{min}}^{1-\mathrm{n}}}{x_{\mathrm{max}}^{1-\mathrm{n}} - x_{\mathrm{min}}^{1-\mathrm{n}}}$$

Invertieren:

$$x = (u \, (x_{\mathrm{max}}^{1-\mathrm{n}} - x_{\mathrm{min}}^{1-\mathrm{n}}) \, + \, x_{\mathrm{min}}^{1-\mathrm{n}})^{(\frac{1}{1-\mathrm{n}})}$$

d) Normierung:

$$1 = \mathrm{N} \int_{x_{\mathrm{min}}}^{x_{\mathrm{max}}} \frac{1}{1+x^2} \, \mathrm{d}x$$
$$\mathrm{N} = \frac{1}{\arctan x_{\mathrm{max}} - \arctan x_{\mathrm{min}}}$$

N ist gleich $1/\pi$ für $x_{\mathrm{min}} = -\infty$ und $x_{\mathrm{max}} = \infty$. Die Wahrscheinlichkeitsdichte mit der gleichverteilten Zufallsvariablen $u$:

$$\mathrm{F}(x) = u = \int_{x_{\mathrm{min}}}^{x} \mathrm{N} \, \frac{1}{1+x^2} \, dx$$
$$u = \frac{\arctan x - \arctan x_{\mathrm{min}}}{\arctan x_{\mathrm{max}} - \arctan x_{\mathrm{min}}}$$

Invertieren:

$$x = \tan\left(u(\arctan x_{\mathrm{max}} - \arctan x_{\mathrm{min}}) \, + \, \arctan x_{\mathrm{min}}\right)$$

d) In diesem Aufgabenteil ist es notwendig das Neumann'sche Rückweisungsverfahren zu verwenden. Ich habe es aber leider nicht geschafft die Aufgabe weiter zu bearbeiten :( .