

# **SMD: Blatt 5**

Sophie Bork  
sophie.bork@udo.edu

Simon Schulte  
simon.schulte@udo.edu

Michael Windau  
michael.windau@udo.edu

22. November 2018

## 1 Aufgabe 13

### 1.1 Aufgabe 13a

Zunächst wird die Transformationsmethode auf den Neutrinofluss angewendet:

$$\begin{aligned} E &:= \frac{E}{\text{TeV}} \\ \phi &= \phi_0 \cdot (E)^{-\gamma} \\ \gamma' &:= -\gamma \\ \Rightarrow 1 &= \int_1^\infty \phi_0 E^{+\gamma'} dE = \left[ \phi_0 \frac{1}{\gamma' + 1} E^{\gamma'+1} \right]_1^\infty = -\phi_0 \frac{1}{\gamma' + 1} \\ \Leftrightarrow \phi_0 &= -(\gamma' + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= -(\gamma' + 1) \int_1^E E^{\gamma'} dE \\ &= -(\gamma' + 1) \left[ \frac{1}{\gamma' + 1} E^{\gamma'+1} \right]_1^E \\ &= -(\gamma' + 1) \left[ \frac{1}{\gamma' + 1} \cdot E^{\gamma'+1} \right]_1^E \\ &= -(\gamma' + 1) \left( \frac{1}{\gamma' + 1} \cdot E^{\gamma'+1} - \frac{1}{\gamma' + 1} \right) \\ &= -E^{\gamma'+1} + 1 \\ &= 1 - E^{-1,7} = u \\ \Rightarrow E^{-1,7} &= 1 - u \Leftrightarrow E = (1 - u)^{-\frac{1}{1,7}} \end{aligned}$$

Anschließend werden aus den gleichverteilten Zufallszahlen  $u$   $10^5$  Signalereignisse simuliert. Diese werden unter dem key "Energy" in das DataFrame "data" gespeichert.

### 1.2 Aufgabe 13b

Aus der Wahrscheinlichkeit für eine Detektion wird die Detektorakzeptanz simuliert. Für die Signale aus a) wird die Akzeptanz berücksichtigt. Ein Vergleich ist im Plot 1 zu sehen.

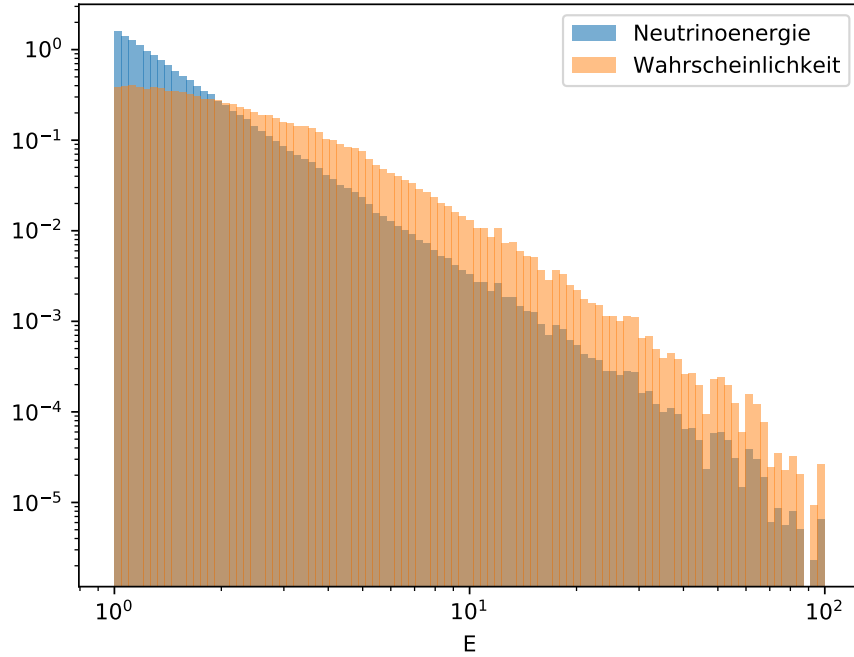


Abbildung 1: Histogramm für die Signale mit und ohne berücksichtigter Akzeptanz.

### 1.3 Aufgabe 13c

Mittels der Polarmethode werden aus zwei gleichverteilten Zufallszahlen zwei normalverteilte simuliert. Diese werden über

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{1 - \rho^2} \cdot \sigma x^* + \rho \sigma y^* + \mu \\ y &= \sigma y^* + \mu \end{aligned}$$

in die gewünschte Normalverteilung transformiert. Aus dieser Normalverteilung werden die Anzahlen der verschiedenen Hits simuliert. Das Ergebniss wird Anschließend im DataFrame unter dem key "NumberOfHits" gespeichert.

### 1.4 Aufgabe 13d

Mittels zwei Normalverteilungen mit dem angegebenen  $\sigma$  und den  $\mu_x = 7$  bzw.  $\mu_y = 3$ , wird die Ortsmessung auf dem Flächendetektor simuliert. Aus den Normalverteilungen werden die jeweiligen Orte der Hits gezogen, und unter den keys "x" und "y" im DataFrame gespeichert. Die Orte sind in Abbildung 2 dargestellt.

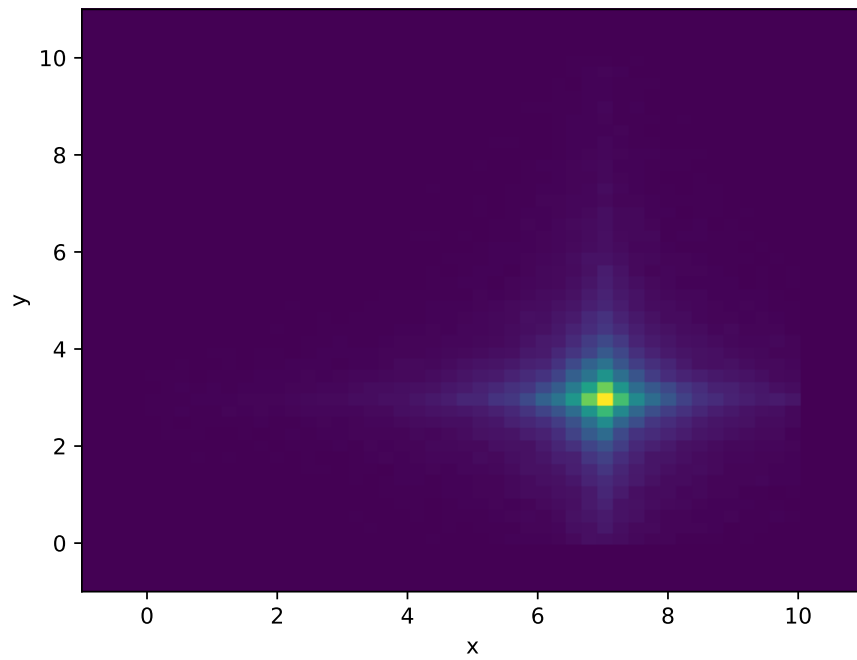


Abbildung 2: Zweidimensionales Histogramm der Ortssimulationen.

### 1.5 Aufgabe 13e

Zum Schluss wird der Untergrund simuliert. Die Ergebnisse dieser Untergrundsimulation sind in Abbildung 3 und 4 dargestellt.

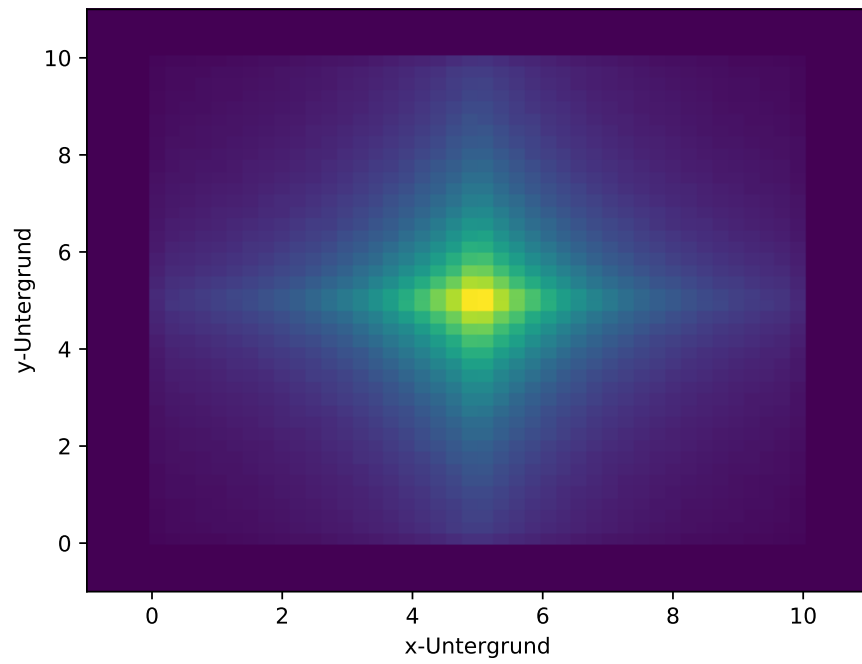


Abbildung 3: Zweidimensionales Histogramm der Ortssimulationen des Untergrunds.

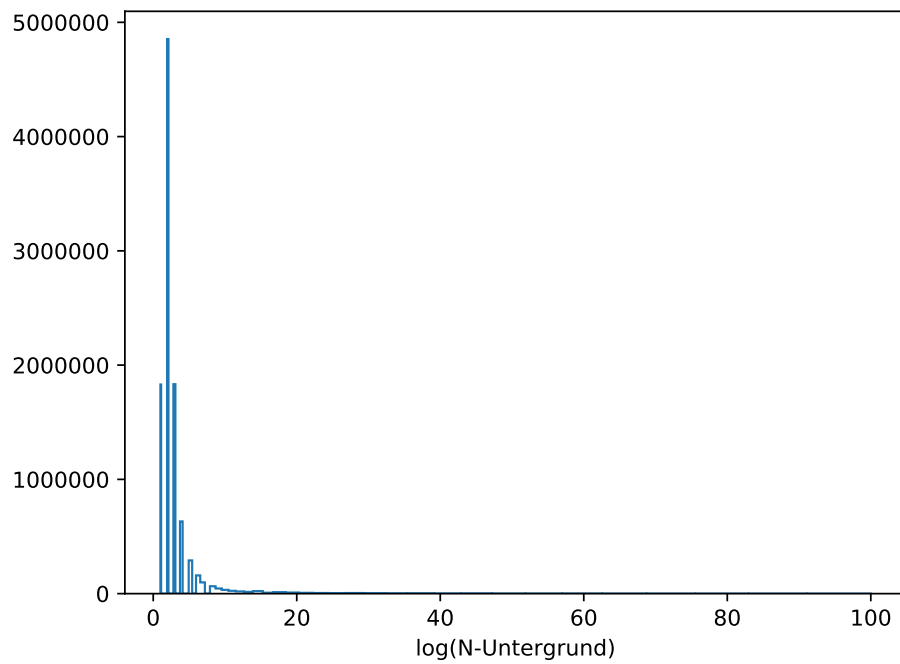


Abbildung 4: Histogramm der Untergrundsimulation.

## 2 Aufgabe 14

### 2.1 Aufgabe 14a

Scatterplot für die ersten zwei Dimensionen des Datensatzes:

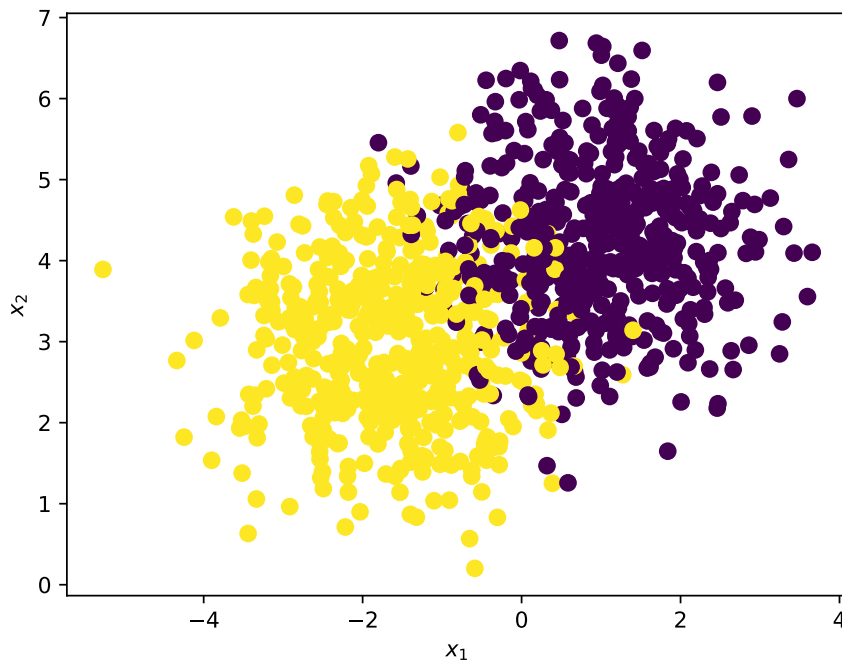


Abbildung 5: Scatterplot von  $x_1$  und  $x_2$ .

## 2.2 Aufgabe 14b

Die Hauptkomponentenanalyse sucht nach einer Basis im Raum indem die Varianz entlang der Basisvektoren maximiert wird.

Gegeben seien also  $N$  Datenpunkte mit  $d$  Dimensionen.

### 1. Zentrierung

- a) Mittelwertvektor  $\mu$  bilden.

$$\mu = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{pmatrix}$$

- b)  $x_i = x_i - \mu$

### 2. Kovarianz

- a) Kovarianzmatrix  $\text{Cov}(\mathbf{X})$  bilden

### 3. Eigenwerte und Vektoren

- a) Die 4 Eigenwerte und Eigenvektoren von  $\text{Cov}(X)$  bestimmen, und der Größe nach sortieren.
- 4. Transformierung
  - a) Den Datensatz  $\mathbf{X}$  mit der Transformationsmatrix  $\mathbf{W}$  aus den Eigenvektoren multiplizieren.

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}\mathbf{W}$$

Es ergibt sich die transformierte Matrix  $\mathbf{X}$

### 2.3 Aufgabe 14c

Die Eigenwerte der Kovarianzmatrix ergeben sich zu:

$$\lambda_1 = 17.519$$

$$\lambda_2 = 0.999$$

$$\lambda_3 = 0.988$$

$$\lambda_4 = 0.899$$

Es ist deutlich dass der erste Eigenwert eine wesentlich höhere Korrelation als die anderen beschreibt.

### 2.4 Aufgabe 14d

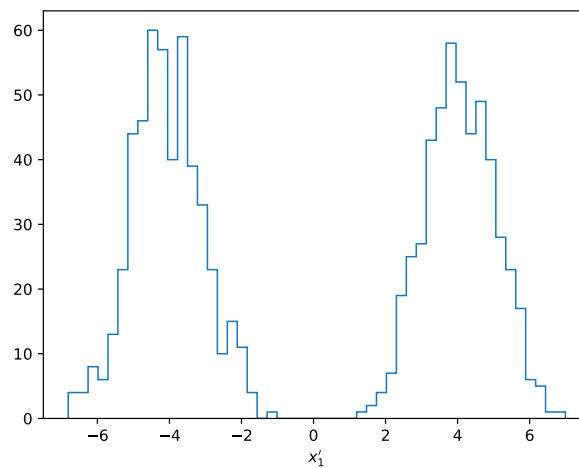


Abbildung 6: Histogramm von  $x'_1$ .



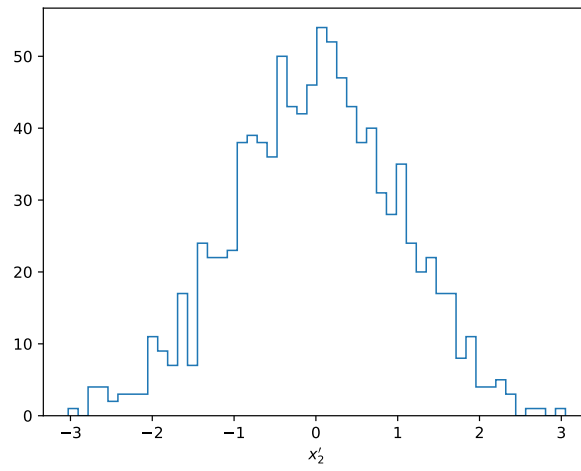


Abbildung 7: Histogramm von  $x'_2$ .

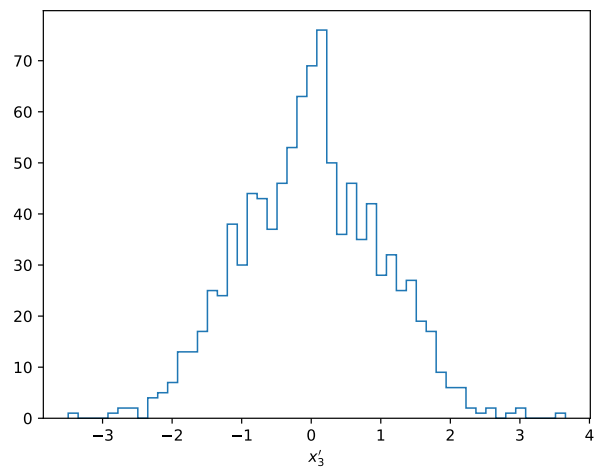


Abbildung 8: Histogramm von  $x'_3$ .

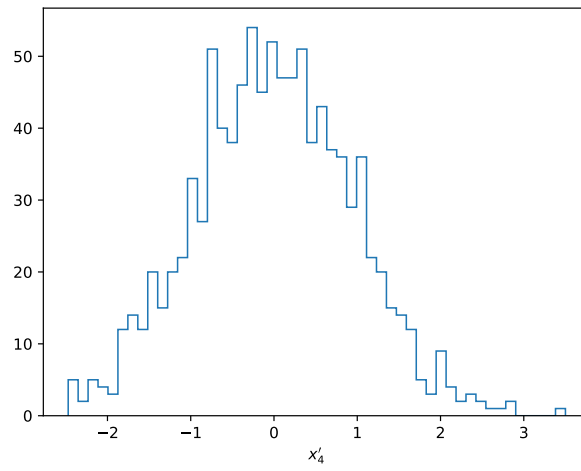


Abbildung 9: Histogramm von  $x'_4$ .

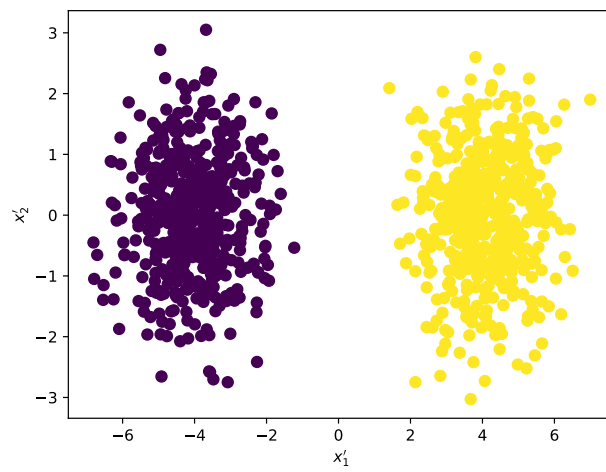


Abbildung 10: Scatterplot von  $x'_1$  und  $x'_2$ .