

~~Einsetzen:~~

$$1 - \rho^2 = \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2$$

Einsetzen:

$$1 - \rho^2 = \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 + \left(\frac{y - \mu_y}{\sigma_y} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right) \left(\frac{y - \mu_y}{\sigma_y} \right)$$

⇒ Ellipse

c) $g(\vec{u}) = 1$

$$\Rightarrow \phi(u_1, u_2) = k \cdot e^{-\frac{1}{2}} = \frac{k}{\sqrt{e}} \quad \text{mit } k = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y}$$

⇒ Zeichnung für $g(\vec{u}) = 1$
nach der Gleichung aus b)

d) $C = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \text{cov}(x, y) \\ \text{cov}(x, y) & \sigma_y^2 \end{pmatrix}$

C' soll Form $C' = \begin{pmatrix} \sigma_{x'}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{y'}^2 \end{pmatrix}$ haben.

also: $C' = M \cdot C$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \sigma_{x'}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{y'}^2 \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \text{cov}(x, y) \\ \text{cov}(x, y) & \sigma_y^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{mit } M = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \sigma_{x'}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{y'}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \cdot \sigma_x^2 - \sin(\alpha) \cdot \text{cov}(x, y) & \text{cov}(x, y) \cdot \cos(\alpha) - \sigma_y^2 \cdot \sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) \cdot \sigma_x^2 + \text{cov}(x, y) \cdot \cos(\alpha) & \text{cov}(x, y) \cdot \sin(\alpha) + \sigma_y^2 \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \sigma_{x'}^2 \sin(\alpha) + \text{cov}(x, y) \cdot \cos(\alpha) \stackrel{!}{=} 0 \stackrel{!}{=} \text{cov}(x, y) \cdot \cos(\alpha) - \sigma_y^2 \cdot \sin(\alpha) \quad | : \cos(\alpha)$$

$$\Rightarrow \sigma_{x'}^2 \tan(\alpha) + \text{cov}(x, y) = \text{cov}(x, y) - \sigma_y^2 \tan(\alpha) \Rightarrow \text{weiteres Umformen führt nicht zu } \downarrow$$