SMD: Blatt 1

Sophie Bork
sophie.bork@udo.edu

Michael Windau
michael.windau@udo.edu

Simon Schulte
simon.schulte@udo.edu

25. Oktober 2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 . Aufgabe

In den Abbildungen 1, 2 und 3 sind beide Funktionen zusammen für Werte zwischen 10^{-6} und 10^{6} bzw. einzeln in dem jeweiligen kritischen Bereich dargestellt.

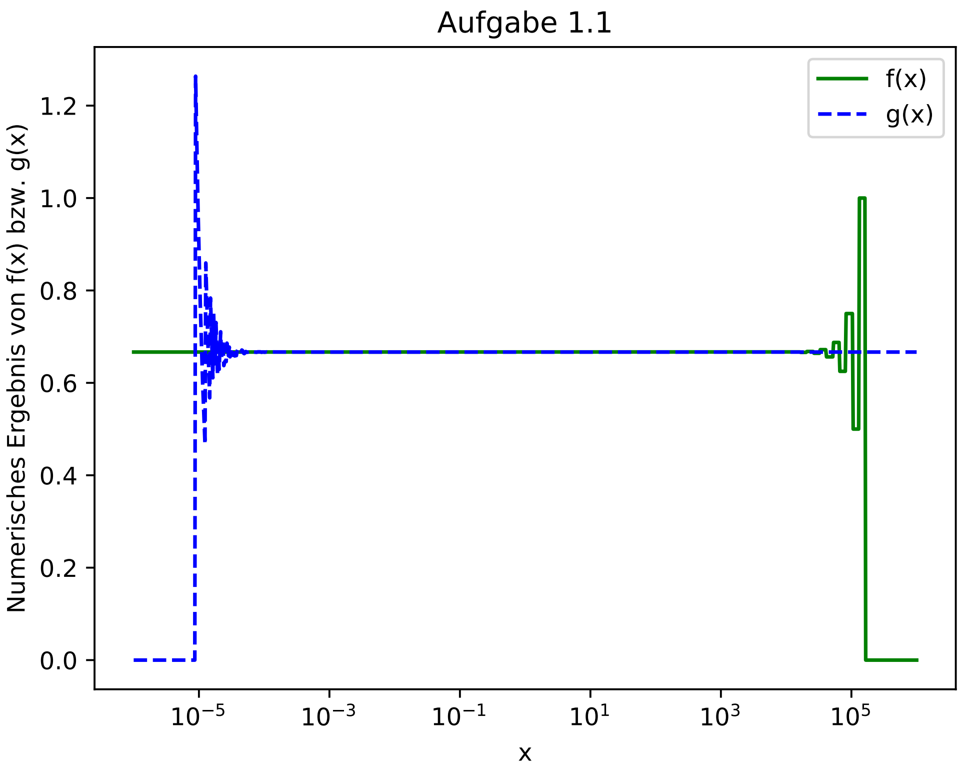

Abbildung 1: Beide Funktionen.

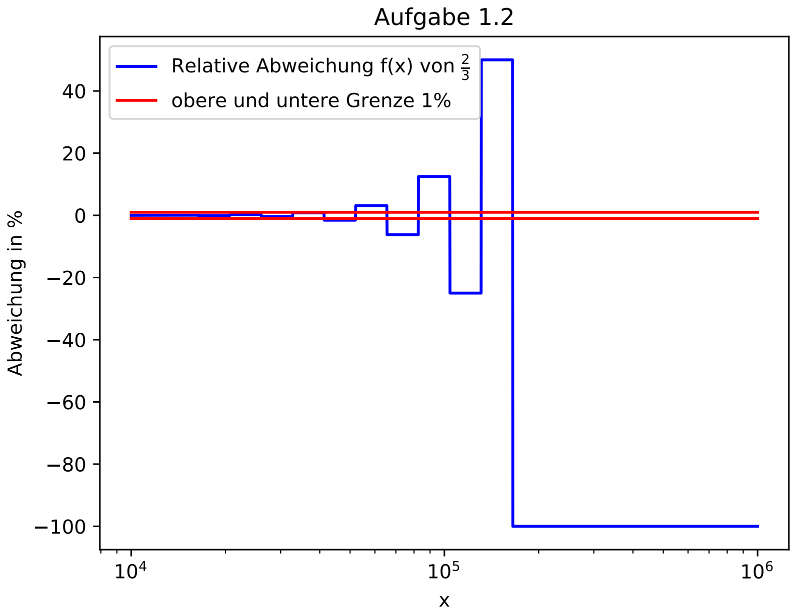

Abbildung 2: f(x).

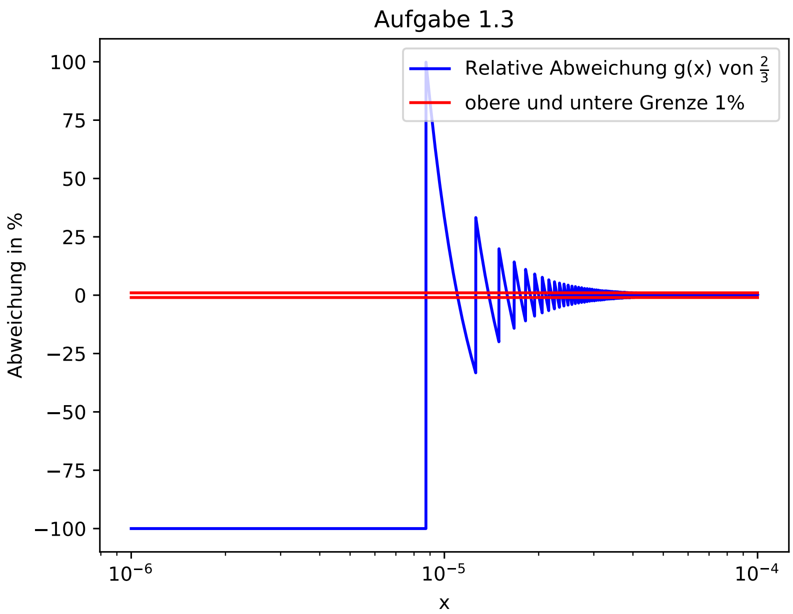

Abbildung 3: g(x).

Das numerische Ergebnis von f(x) weicht bis etwa $4 \cdot 10^4$ um weniger als 1 % von $\frac{2}{3}$ ab und ist ab $2 \cdot 10^5$ gleich Null. Das numerische Ergebnis von g(x) weicht ab etwa $4 \cdot 10^{-5}$ um weniger als 1 % von $\frac{2}{3}$ ab und ist bis $8 \cdot 10^{-6}$ gleich Null.

2 . Aufgabe

a) Die Gleichung ist nicht überall stabil. Bei 0 und bei Vielfachen von π ist die Gleichung instabil, da dort durch eine sehr kleine Zahl geteilt wird.

b) Die Instabilität lässt sich durch eine Umformung der Funktion zu

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{\alpha^2}{s}\left(\frac{(\sin(\theta)^2 + 2)\gamma^2}{\gamma^2\sin(\theta)^2 + \cos(\theta)^2}\right)$$

beheben.

c) In Abbildung 4 ist der Wirkungsquerschnitt für die ursprüngliche Funktion und für die umgeformte Funktion zwischen 0 und 2π dargestellt. Dabei ist noch keine Instabilität zu erkennen. In Abbildung 5 sind beide Funktionen in der Nähe von π dargestellt. Die Umformung hat also das Problem behoben.

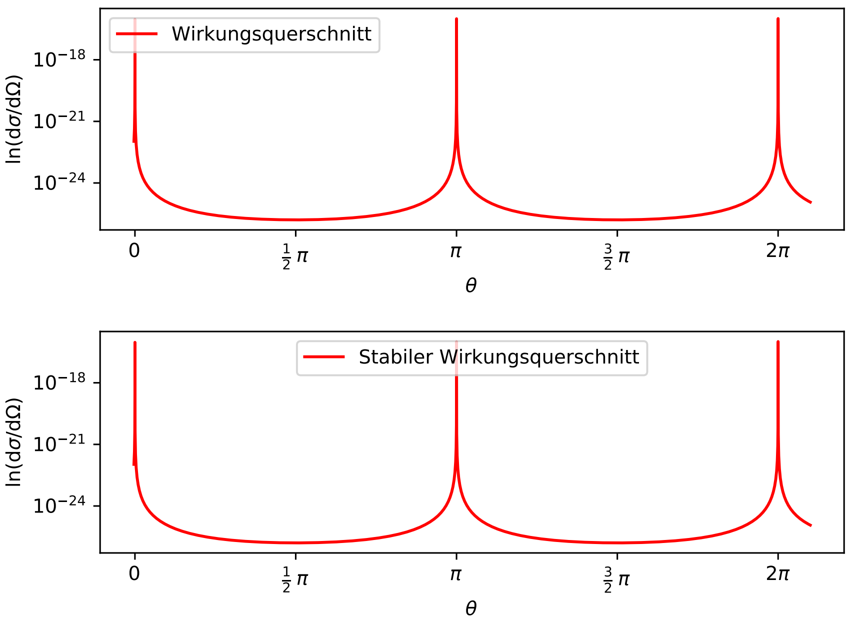

Abbildung 4: Beide Formen zwischen 0 und 2π.

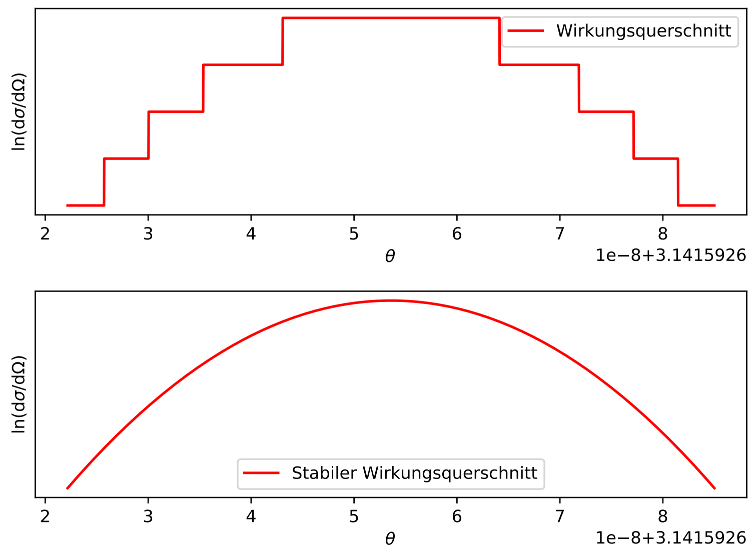

Abbildung 5: Beim näheren Betrachten der kritischen Bereiche sieht man, dass die Umformung das Problem behoben hat.

d) $K = |\theta \frac{2\sin(\theta)\cos(\theta)(-3\beta^2+1)}{(2+\sin(\theta)^2)(1-\beta^2\cos(\theta)^2)^2}|$

e) Der Verlauf der Konditionszahl ist in Abbildung 6 dargestellt. Für $K \geq 1$ ist das Problem schlecht konditioniert.

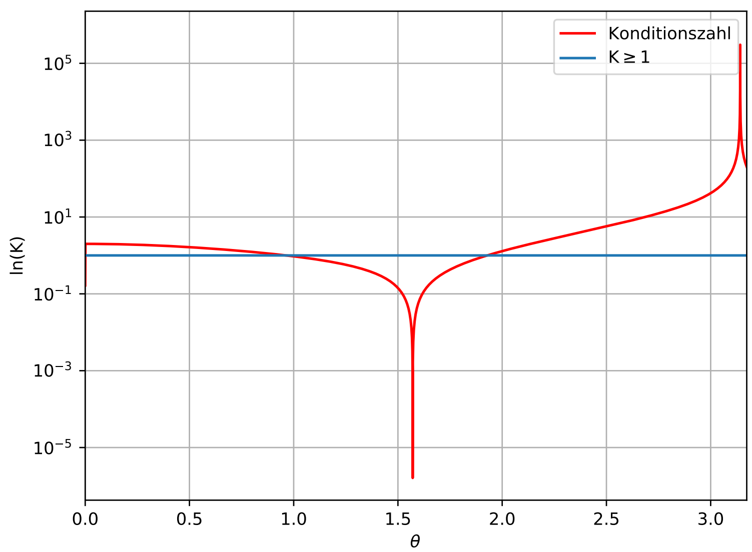

Abbildung 6: Verlauf der Konditionszahl für das ursprüngliche Problem.

3 . Aufgabe

Zuerst muss der Normierungsfaktor N bestimmt werden. Er ergibt sich aus der Bedingung:

$$\int_0^\infty \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_\mathrm{B}T}\right) \cdot 4\pi v^2 \mathrm{d}v = \frac{1}{N}$$

$$N = \left(\frac{m}{2\pi k_\mathrm{B}T}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Und damit:

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi k_\mathrm{B}T}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_\mathrm{B}T}\right) \cdot 4\pi v^2$$

a) Für die Bestimmung der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit v_m wird das Maximum der Verteilung berechnet. Mit der notwendigen Bedinung für Extrema ergibt sich:

$$v_\mathrm{m} = \sqrt{\frac{2k_\mathrm{B}T}{m}}$$

b)-e) /

4 . Aufgabe

a) Für den Fall, dass die Summe der Würfelaugen 9 ergibt, gibt es 4 Möglichkeiten. Jede von diesen hat eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{36}$:
$P(W_\mathrm{rot} + W_\mathrm{blau} = 9) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

b) Es gibt 10 Möglichkeiten eine Summe größer oder gleich 9 zu erhalten:
$P(W_\mathrm{rot} + W_\mathrm{blau} \geq 9) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

c) Hier gibt es 2 Möglichkeiten:
$P(W_1 = 4, W_2 = 5) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

d) $P(W_\mathrm{rot} = 4, W_\mathrm{blau} = 5) = \frac{1}{36}$

e) $P(W_\mathrm{rot} + W_\mathrm{blau} = 9 | W_\mathrm{rot} = 4) = \frac{1}{6}$

f) $P(W_\mathrm{rot} + W_\mathrm{blau} \geq 9 | W_\mathrm{rot} = 4) = \frac{2}{6}$

g) $P(W_\mathrm{rot} = 4, W_\mathrm{blau} = 5 | W_\mathrm{rot} = 4) = \frac{1}{6}$