ÇALIŞMA SORULARI

A-Aşağıdaki alıştırmalardaki hesaplamaları yaparak a+bi formunda ifade ediniz.

1. (3-4i)(6+2i) 2. (1-i)+(2+4i) 3. i(6-2i) 4. $\frac{1}{i}$ 5. $\frac{2-i}{4+i}$ 6. $\left[2i+\frac{3-i}{2i}\right](1-i)$

7. $\frac{1+i}{1-i}+\frac{2}{i}$ 8. $\frac{(2+i)-(3-4i)}{(2-i)(3+i)}$ 9. $(2+4i)\overline{(6-3i)}$ 10. $\frac{(-4-5i)\overline{(8-4i)}}{\overline{6+2i}}$

11. $\frac{8i}{6-i}$ 12. i^3-4i 13. $(3+i)^2$ 14. $\frac{17-3i}{2+4i}$

15. $\frac{(7+i)(1-5i)}{(4-i)(6+i)}$ 16. $\frac{(3-5i)(3-7i)}{(3+i)i^3}$ 17. (1+i)(3+i)(1+5i) 18. $(2-i)^3$

19. $\left(\frac{3+2i}{-1+i}\right)^2$ 20. (-3-8i)(2i)(3+2i)

B. Aşağıdaki problemlerde z=a+bi alarak reel ve sanal kısımlarına göre cevabı bulunuz.

1. $Re(z^2)$=? , $Im(z^2)$=? 2. |z+2|=? 3. Re $(2z-3\bar{z}+4)$=?

4. Im (z^2+z)=? 5. Im$\left(\frac{2\bar{z}}{|z|}\right)=?$ 6. |z-i|=?

C. z reel veya imajinerdir $\Leftrightarrow$ $z^2=(\bar{z})^2$ olduğunu gösteriniz.

D. z kompleks sayısı için Re(iz)=-Imz ve Im(iz)=Rez olduğunu gösteriniz.

SORULAR 2

A. Aşağıdaki her bir problemde |z|, arg z ve Arg z yi tanımlayıp kompleks sayıları kutupsal gösterimde yazınız.

1. 1+4i 2. 2-6i 3. 8-2i 4. -3 –6i 5. -14i

6. -2-12i 7. 3+9i 8. -4-i 9. -8-3i 10. -5+i

B. Kutupsal gösterimle verilen sayıları a+bi gösterimiyle yazınız.

1. $3\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ 2. $9\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$ 3. $8\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ 4. $14\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ 5. $4\left(\cos\frac{11\pi}{4}+i\sin\frac{11\pi}{4}\right)$ 6. $15\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

7. $5\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ 8. $14\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ 9. $7\left(\cos\frac{8\pi}{3}+i\sin\frac{8\pi}{3}\right)$

C. Aşağıdaki eşitlikleri sağlayan noktaların geometrik yerini düzlemde gösterin.

1. $z^2+(\bar{z})^2=4$ 2. |z|=|z-i| 3. $|z|^2$+Im z=16 4. | z-8+4i | = 9

5. |z|+Rez=0 6. Im |z-i|=Re|z+1| 7. |z-i|+|z|=9 8. |z-i| = z | z+2i |

D. (a) sin(θ/2)≠0 ise Lagrange trigonometrik eşitliği olarak bilinen

$$\sum_{j=0}^{n}\cos\left(j\theta\right)=\frac{1}{2}+\frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)\theta}{2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

nin sağlandığını gösteriniz.

(b) sinθ+ sin2θ+...+ sin[(n-1)θ] = $\frac{1}{2}$ cot(θ/2) - $\dfrac{\cos(n-\frac{1}{2})\theta}{2\sin\frac{\theta}{2}}$ olduğunu gösteriniz (0<θ<2π). (Yol gösterme. $\sum\limits_{j=0}^{n}$ z^j = (1-z^{n+1}) / (1-z) ($z \neq 0$ için) olduğunu kullanın ve z=cosθ+i sinθ alıp de Moivre teoremini kullanıp, bu eşitliği reel ve sanal kısımlarına ayırınız)

E. $\sum_{n=0}^{\infty}$ $r^n e^{in\theta}$ = $\dfrac{1-r\cos\theta+ir\sin\theta}{1+r^2-2r\cos\theta}$ (r<1) olduğunu gösteriniz. Bundan faydalanarak

$\sum_{n=0}^{\infty}$ r^n cos nθ = $\dfrac{1-r\cos\theta}{1+r^2-2r\cos\theta}$ ve $\sum_{n=0}^{\infty}$ r^n sin nθ = $\dfrac{r\sin\theta}{1+r^2-2r\cos\theta}$ olduğunu gösteriniz.

F. cos4θ ve sin4θ yı sinθ ve cosθ nın kuvvetlerinin bir çarpımı olarak yazın.

SORULAR 3

1- Aşağıdaki hesaplamaları yaparak a+bi formunda ifade ediniz.

a. $(i-1)^3$ b. $(1+i)^{-2}$ c. $\overline{(1+i)(2+i)}$ (3+i) d. $\overline{(1+i\sqrt{3})(i+\sqrt{3})}$

e. $\dfrac{1+2i}{3-4i}-\dfrac{4-3i}{2-i}$ f. $\dfrac{(4-i)(1-3i)}{-1+2i}$ g. (3+i) $\overline{(2+i)}$ h. i^5

2- Aşağıdaki sayıları bulunuz.

a. Re[$(i-1)^3$] b. Im[$\overline{(2+i)(3+i)}$] c. Re $\dfrac{4-3i}{2-i}$ d. Im $\dfrac{1+2i}{3-4i}$

1- $z_1=(x_1,y_1)$ ve $z_2=(x_2,y_2)$ kompleks sayılar olsun.Aşağıdakilerin sağlanıp sağlanmadığını gösteriniz.
 a.Re(z_1+ z_2)=Re z_1+Re z_2 , b. Im(z_1+ z_2)=Imz_1+Imz_2 ,

 c.Re(z_1. z_2)=Re z_1. Re z_2 , d. Im(z_1. z_2)=Imz_1. Imz_2 ,

4- Aşağıdaki noktalardan hangilerinin |z-i|=1 çemberinin içinde olduğunu bulunuz.

a. $\frac{1}{2}$ +i $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b. $\frac{-1}{2}$+i $\sqrt{3}$ c. 1+i $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{2}$ +i e. $\frac{1}{2}$ +i $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5- $\sqrt{2}$ |z| ≥ | Rez | + | Imz | olduğunu gösteriniz.

6- z_1 ve z_2 farklı kompleks sayılar olsun. K pozitif reel sayısını da bu iki nokta arasındaki uzaklıktan daha büyük seçelim. $\{ z : | z-z_1 | + | z-z_2 | = K\}$ nokta kümesinin odak noktaları z_1 ve z_2 olan bir *elips* tanımladığını gösteriniz.

7- z_1 ve z_2 farklı kompleks sayılar olsun. K pozitif reel sayısını da bu iki nokta arasındaki uzaklıktan daha küçük olarak seçelim. $\{z : | z-z_1 | - | z-z_2 | = K\}$ nokta kümesinin odak noktaları z_1 ve z_2 olan bir *hiperbol* tanımladığını gösteriniz.

8- (a) $\operatorname{Arg}(z.\bar{z}) =0$; (b) $\operatorname{Re}z>0$ ise $\operatorname{Arg}(z+\bar{z}) =0$ olduğunu gösteriniz.

9- c bir pozitif reel sayı olsun. $\arg z_1= \arg z_2 \Leftrightarrow z_1=c.z_2$ olduğunu gösteriniz.

10- $\operatorname{Re}z>0 \Leftrightarrow | z - 1 | < | z + 1 |$ olduğunu gösteriniz.

11- $\operatorname{Re} \dfrac{1+z}{1-z} > 0 \Leftrightarrow | z | < 1$ olduğunu gösteriniz.

SORULAR 4

1- Aşağıdaki problemlerde, üstel ifadeyi (a+bi) şeklinde bir kompleks sayı olarak ifade ediniz.

$1-e^{i}$ $\quad 2-e^{1-i}$ $\quad 3-e^{\pi-i}$ $\quad 4-e^{3\pi+4i}$ $\quad 5-e^{2-2i}$

$6-e^{2-\frac{\pi i}{2}}$ $\quad 7-e^{\pi(1+i)/4}$ $\quad 8-e^{2-\frac{\pi i}{6}}$ $\quad 9-e^{-5+7i}$ $\quad 10-e^{9\pi i}$

2-Aşağıdaki kompleks sayıları $re^{i\theta}$ şeklinde yazınız.

1. 3i 2. 2+i 3. 1-i 4. (-1-2i) 5. 3+i 6. (-3-9i)

3- $z\in\mathbb{C}$ için $e^{-z} = \dfrac{1}{e^{z}}$ olduğunu gösteriniz.

4- $z,w\in\mathbb{C}$ için $e^{z-w} = e^z / e^w$ olduğunu gösteriniz.

5- n pozitif bir tamsayı ise birimin n.inci kökleri $e^{2k\pi i/n}$, (k=0,1,2,....(n-1)) şeklindedir. Gösteriniz.

6- e^{z^2} fonksiyonunu u(x,y)+iv(x,y) şeklinde yazınız ve u ile v nin tam düzlemde Cauchy Riemann denklemlerini sağladığını gösteriniz.

7- $e^{1/z}$ yi u(x,y)+iv(x,y) şeklinde yazınız ve $z\neq o$ için u ile v nin Cauchy Riemann denklemlerini sağladığını gösteriniz.

SORULAR 5

1- Aşağıdaki problemlerde, log z nin bütün değerlerini bulun ve Log z yi tanımlayınız?

1. log(2i) 2. log(1+i) 3. log(-9) 4. log(3-2i) 5. log(1-2i) 6. $\log\left[(1+i)^{\frac{1}{4}}\right]$

$7.\log\left(i^{1/3}\right)$ $8.\log\left[\left(2-2i\right)^{1/5}\right]$ $9.\log(-4+2i)$ 10.log(-6-3i) 11.log(2+4i) 12.log[(1-i)(2-3i)]

13.log[(-1-2i)²] $14.\log(-5i)$ $15.\log\left[\left(7-2i\right)^{1/8}\right]$ $16.\log(-8)$ $17.\log\left[\left(2i\right)^{1/2}\right]$

$18.\log\left[\left(6-18i\right)^{-3/4}\right]$ $19.\log\left[\left(2+2i\right)^{35}\right]$ $20.\log\left[\left(-4+3i\right)^{2/7}\right]$

2- Aşağıdakilerin doğruluğunu eşitliğin her iki tarafını da hesaplayarak gösteriniz.

1- log[(1-i)(1+i)]=log(1-i)+log(1+i), 2-log[(1-i)/(1+i)]=log(1-i)-log(1+i)

3- Aşağıdaki problemlerde, $e^{\log z}$ ve $\log(e^z)$ yı doğrudan hesaplayarak $e^{\log z}=z$ ve $\log(e^z)=z+2n\pi i$ ($n\in Z$) olduğunu gösteriniz.

1. z = -1-i 2. z = i 3. z = -4 4. z = 3+3i 5. z = -5+5i

4- z = x+iy, (x>0,y>0) olsun.

1-$\text{Log}z=(1/2)\ln(x^2+y^2)+i\tan^{-1}(y/x)$ olduğunu gösteriniz.

2-Log(z) nin reel ve sanal kısımlarının, (x>0,y>0 dörtte bir düzlemde) I. bölgede Cauchy-Riemann denklemlerini sağladığını gösteriniz.

SORULAR 6

1- Aşağıdaki problemlerde verilen sayının bütün değerlerini veren ifadeyi bulunuz. Tam ifadeyi elde ettikten sonra her bir kuvvetini hesaplayınız?

1. $(1-i)^{1/2}$ 2. $i^{1/4}$ 3. $16^{1/4}$ 4. $(1+i)^{3/2}$ 5. $(-16)^{1/4}$

6. $\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{1/3}$ 7. $1^{1/6}$ 8. $(-1)^{1/5}$ 9. $(-2-2i)^{1/4}$ 10. $(-i)^{1/3}$

11. $i^{3/5}$ 12. $(3+3i)^{4/5}$ 13. $(4i)^{-\frac{1}{2}}$ 14. $(1-i)^{-\frac{3}{7}}$ 15. $(1+4i)^{1/3}$

2-Birimin n.inci kökleri $w_0,w_1,...,w_n$ olsun. $w_0+w_1+...+w_{n-1}=0$ olduğunu gösteriniz.

3- ($a,b,c\in \mathbb{C}$, $a\neq 0$) için $az^2+bz+c=0$ denklemini sağlayan sayıların $[-b\pm(b^2-4ac)^{1/2}]/2a$ olduğunu gösteriniz.

4- $z^2+iz-2=0$ denklemini çözün.

5- $z^2+(1-i)z+i=0$ denklemini çözün.

6- $a,b,c\in IR$ için $az^2+bz+c=0$ denkleminin kökleri eşit değilse kökler eşleniktir. Gösterin.

7- 4 ve 5 deki alıştırmalardaki kökler eşlenik değildirler. Bu alıştırma 6 ile çelişir mi?

8- z^4-$2z^2$=-2 denklemini çözün. (Y.G. t=z^2 alıp t ye göre çözünüz.)

9- Aşağıdaki problemlerde z^α nın bütün değerlerini bulun ve Pr[z^α] yı tanımlayınız.

$1.\, i^{1+i}$ $2.\,(1+i)^{2i}$ $3.\, i^i$ $4.\,(1+i)^{2-i}$ $5.\,(-1+i)^{-3i}$

$6.\,(-4)^{2-i}$ $7.\, 6^{-2-3i}$ $8.\,(7i)^{3i}$ $9.\,(1-i)^{-2-2i}$ $10.\, i^{2-4i}$

$11.\, 2^{3-i}$ $12.\, 3^{5+i}$ $13.\,(3-2i)^i$ $14.\,(8-2i)^{1+2i}$ $15.\,(-3i)^{2i}$

10- z=x+iy, x>0 ve y>0 olsun. α herhangi bir sabit kompleks sayı olmak üzere

Pr[z^α] = u(x,y)+iv(x,y)

olacak şekilde u ve v yi tanımlayınız.

SORULAR 7

1- Aşağıdaki problemlerde fonksiyonun değerini a+bi formunda bir kompleks sayı olarak yazınız. a ve b sayıları, reel trigonometrik ve hiperbolik fonksiyonların bir reel sayıdaki değerleri olarak yazılabilir.

1- sin i 2- cosh(1-i) 3- tan 2i 4- cos(-1-i)

5- sinh (4i) 6- cosec (2+i) 7- cos(-2-4i) 8- sin(π+i)

9- tanh(πi) 10- cot$\left(\frac{\pi}{4}+i\right)$ 11- sin (e^i) 12- cosh(lni)

2- Aşağıdakileri gösteriniz.

1- $\cos^2 z+\sin^2 z=1$ ($\forall z\in\mathbb{C}$) olduğunu gösteriniz,

2- cosz ve sinz nin tam kompleks düzlemde analitik olduğunu gösteriniz. (3 ve 4 denklemlerini ve Teorem 2.15 i kullanınız.)

3- coshz yi u(x,y)+iv(x,y) formunda yazınız. Bu sonucu coshz nin tam kompleks düzlemde analitik olduğunu göstermek için kullanınız.

4- sinhz yi u(x,y)+iv(x,y) formunda yazınız ve $\forall z\in\mathbb{C}$ için sinhz nin analitik olduğunu gösteriniz.

5- $\forall x\in$IR için coshx>0 dır. $z\in\mathbb{C}$ için coshz sıfır veya negatif olabilir mi?

6- sinhz=0 olan $z\in\mathbb{C}$ leri bulunuz.

7- tan z=u(x,y)+iv(x,y) olacak şekilde u(x,y)ve v(x,y) fonksiyonunu tanımlayınız. tanz nin analitik olduğu $z\in\mathbb{C}$ leri bulunuz.

8- sinz=1/2 denklemini çözünüz. (Yol Gösterme: (e^{iz} - e^{-iz}) / 2i =1/2 yazıp $e^{iz}-e^{-iz}=i$ denklemini e^{iz} ile çarpıp, e^{iz} ye göre bu denklemi çözün, sonra z ye göre sonucu bulun.)

9- sinz=i denklemini çözünüz.

10- z=x+iy alalım. |sinhy| $\leq$ |sinz| $\leq$ coshy olduğunu gösteriniz.

11- $\tan\left\{\frac{1}{i}\log\left[\left(\frac{1+iz}{1-iz}\right)^{1/2}\right]\right\}$ ifadesini hesaplayınız.

SORULAR 8

1-Aşağıdaki şıklardan herbirinde uygun işlemleri yaparak her birini a+ib şeklinde yazınız. Her birindeki olabilecek bütün değerleri bulunuz.

1. e^{4-i} 2. $(3i)^{3/4}$ 3. sinh(-5i) 4. log[$(3-2i)^2$] 5. cos(log(1+i))

6. $3^{1/i}$ 7. $\frac{2+4i}{e^{1-i}}$ 8. sin(4i) 9. cosh(-1+i) 10. 2i - e^{2-i}

11. $(2+i)^{4/7}$ 12. $\left(i^i\right)^{2i}$ 13. cosh(3^i) 14. log (-4+7i) 15. $(1+3i)^{21}$
16. $i^{\cos i}$ 17. $(4+i)^{-3/7}$ 18. $1^{1/9}$ 19. $(2+i)^{3/8}$ 20. $i^{1/5}$
21. $(2+i)^{2/3}$ 22. log (2+8i) 23. sinh [$(2+5i)^2$] 24. log (e^{2-i})
25. sin(cos2i)

2- x$\in$R için cos 5x i cosx ve sinx in kuvvetleri cinsinden yazmak için De Moivre formülünü kullanın.

3- $\left|\frac{z-i}{z+3-2i}\right| = 3$ eşitliğini sağlayan noktaları düzlemde gösteriniz.

4- Aşağıdakileri gösteriniz.

1- secz yi u(x,y)+i v(x,y) şeklinde yazınız.

2- z,w$\in\mathbb{C}$ için cosh(z+w)=coshz.coshw + sinhz.sinhw olduğunu gösteriniz.

3- 0<Argz – Argw < p olacak şekilde z,w$\in\mathbb{C}$ alalım. Köşeleri 0,z,w olan üçgenin alanının ½ Im($\bar{z}$.w) olduğunu gösteriniz.

4- n pozitif tamsayı ve sin θ$\neq$ 0 olan θ $\in$R için cosθ + cos3θ+...+cos((2n-1)θ)= $\frac{\sin(2n\theta)}{2\sin\theta}$

olduğunu gösteriniz.

5- z$\neq$ 0 için $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$ olduğunu gösteriniz.

6- K>0 sabit olsun. | (z+1) / (1-z) | = K eşitliğini sağlayan noktaların kümesinin; K=1 ise bir doğru , K$\neq$1 ise bir çember olduğunu gösteriniz.

5- z^5=-4i denklemini çözünüz.

6- (a) dan (e) ye her birinde w=e^z dönüşümü altında z-düzlemindeki dikdörtgenin görüntüsünü bulun. Her birinde, dikdörtgeni ve görüntüsünü çizin.

a-) 0<x<π , 0<y<π b-) -1<x<1 , - π/2<y< π/2 c-) 0<x<1 , 0<y< π/4 d-) $1<x<2$, $0<y<\pi$ e-) $-1<x<2$, $-\pi/2<y<\pi/2$

7- (6) daki soruyu aşağıdaki dikdörtgenlere göre w=cosz dönüşümü için cevaplandırınız.

a-) $0<x<1$, $1<y<z$ b-) $\pi//2<x<\pi$, $1<y<3$ c-) $0<x<\pi$, $\pi//2<y<\pi$

d-) $\pi<x<2\pi$, $1<y<2$ e-) $0<x<\pi//2$, $0<y<1$

8-$w=z^2$ dönüşümü altında $\pi/4 \leq \arg z \leq 5\pi/4$ bölgesinin görüntüsünü bulunuz

9-$w=z^3$ dönüşümü altında $\pi/6 < \arg z < \pi/3$ bölgesinin görüntüsünü bulunuz (çizin)

10- $w=\dfrac{1}{2}\left(z+\dfrac{1}{2}\right)$ dönüşümünün $|z|=r$ çemberini w-düzleminde 1 ve –1 merkezli bir elipse dönüştürdüğünü gösteriniz.

11- $w=\dfrac{1}{2}\left(z+\dfrac{1}{z}\right)$ dönüşümünün arg z=k (sabit) yarı-doğrusunu w-düzleminde 1 ve –1 merkezli bir hiperbolün üzerine görüntülediğini gösteriniz.

12- $w=1/z$ dönüşümü altında (birim çemberin dışı) $|z|>1$ in görüntüsünü bulunuz.

13- $w=z^3$ dönüşümü altında Rez>0, Imz>0 birinci dörtte bir düzlemin görüntüsünü bulunuz.

14- $w=z^{1/2}$ dönüşümü altında Imz>0 üst yarı-düzleminin görüntüsünü bulunuz.

SORULAR 9

1- $f(z)=f(x+iy)=x+y+i(x^3y-y^2)$ fonksiyonu için (a) f(-1+3i) (b) f(3i-2) değerlerini bulunuz.

2- $f(z)=z^2+4z\bar{z}-5\,\mathrm{Re}z+\mathrm{Im}z$ fonksiyonu için (a) f(-3+2i) (b) f(2i-1) değerlerini bulunuz.

3- Aşağıdaki fonksiyonlar için f(1+i) değerini bulunuz.

(a) $f(z)=z+(\bar{z})^2+5$ (b) $f(z)=\dfrac{1}{z^2+1}$

4-Aşağıdaki fonksiyonlar için f(2i-3) değerini bulunuz.

(a) $f(z)=(z+3)^3(z-5i)^2$ (b) $f(z)=\dfrac{z+2-3i}{z+4-i}$

5- $f(z)=z^{21}-5z^7+9z^4$ fonksiyonunu kutupsal formda yazınız ve

(a) f(-1+i) (b) $f(1+i\sqrt{3})$ değerlerini bulunuz.

6- Aşağıdaki fonksiyonları u(x,y) + i v(x,y) kartezyen formda yazınız.

(a) $f(z)=(\bar{z})^2+(2-3i)z$ (b) $f(z)=\dfrac{z+2-i}{z-1+i}$

7- Aşağıdaki fonksiyonları $u(r,\theta)+i\,v(r,\theta)$ kutupsal formda yazınız.

(a) $f(z)=z^5+(\bar{z})^5$ (b) $f(z)=z^5+(\bar{z})^3$

8- $f(z)=f(x+iy)=e^x\cos y+i\,e^x\sin y$ fonksiyonu için aşağıdaki değerleri bulunuz.

(a) $f(0)$ (b) $f(1)$ (c) $f(i\frac{\pi}{4})$ (d) $f(1+i\frac{\pi}{4})$

(e) $f(i\frac{2\pi}{3})$ (f) $f(2+i\pi)$

9- $f(z)=f(x+iy) = \frac{1}{2}\ln(x^2+y^2) + i\arctan\frac{y}{x}$ fonksiyonu için aşağıdaki değerleri bulunuz.

(a) $f(1)$ (b) $f(1+i)$ (c) $f(\sqrt{3})$ (d) $f(\sqrt{3}+i)$

(e) $f(1+i\sqrt{3})$ (f) $f(3+i4)$

10- $z = r e^{i\theta}$ olmak üzere $f(z)= r^2(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)$ fonksiyonu için aşağıdaki değerleri bulunuz.

(a) $f(1)$ (b) $f(2e^{i\frac{\pi}{4}})$ (c) $f(\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}})$ (d) $f(\sqrt{3}e^{i\frac{7\pi}{6}})$

11- $r = |z|$, θ= Argz olmak üzere $f(z)= \ln r + i\theta$ fonksiyonu için aşağıdaki değerleri bulunuz.

(a) $f(1)$ (b) $f(1+i)$ (c) $f(-2)$ (d) $f(-\sqrt{3}+i)$

12- $w=f(z) = (1-i)z+1-2i$ dönüşümü için

a) $\operatorname{Im} z > 1$ yarı düzleminin görüntüsünü bulunuz.

b) $z_1=-1+i$, $z_2=i$, $z_3=1+i$ noktalarının görüntüleri olan w_1, w_2, w_3 noktalarını bulunuz.

13- $w=f(z) = (2+i)z-3+4i$ dönüşümü için

$\begin{cases} x=t & (-\infty<t<\infty) \\ y=1-2t \end{cases}$ doğrusunun görüntüsünü bulunuz.

14- $w=f(z) = (3+4i)z-2+i$ dönüşümü için

(a) $|z-1| < 1$ açık yuvarının görüntüsünü bulunuz.

(b) $z_1=0$, $z_2=1-i$, $z_3=2$ noktalarının görüntülerini bulunuz ve düzlemde gösteriniz.

(c) $\begin{cases} x = 1+\cos t & (-\pi<t\leq\pi) \\ y=1+\sin t \end{cases}$ çemberinin görüntüsünü bulunuz.

15 - $w=f(z) = (2+i)z-2i$ dönüşümünün, köşeleri $z_1=-2+i$, $z_2=-2+2i$, $z_3=2+i$ olan üçgeni yine bir üçgene dönüştürdüğünü gösteriniz.

16- $w =f(z)= z^2$ dönüşümü altında

(a) $y=1$ doğrusunun görüntüsünün $u=\frac{v^2}{4}-1$ parabolü olduğunu gösteriniz.

(b) x=2 doğrusunun görüntüsünün u=4 -$\frac{v^2}{16}$ parabolü olduğunu gösteriniz.

(c) 0<x<2 , 0<y<1 dikdörtgensel bölgesinin görüntüsünü bulunuz.

(d) Köşeleri 0,2 ve 2+2i olan üçgenin görüntüsünü bulunuz.

(e) 1<x<2 şeritsel bölgenin u=1-$\frac{v^2}{4}$ parabolü ile u=4 -$\frac{v^2}{16}$ parabolü arasındaki bölgeye görüntülendiğini gösteriniz.

(f) x^2-y^2=1 hiperbolünün sağındaki bölgenin, Rew>1 yarı düzlemi üzerine görüntülendiğini gösteriniz.

(g) z-düzlemindeki I. bölgedeki xy=1/2 ve xy=4 hiperbolleri arasındaki bölgenin görüntüsünü bulunuz.

17- Aşağıdaki bağıntıları sağlayan noktaların kümesini bulunuz.

(a) Re(z^2)>4 (b) Im(z^2)>6

18- w = f(z) = $z^{1/2}$ dönüşümü altında

(a) x=4 doğrusunun u^2-v^2 =4 hiperbolüne dönüştüğünü gösteriniz.
(b) 2<y<6 şeritsel bölgenin , w-düzleminin I. bölgesindeki uv=1 ve uv=3 hiperbolleri arasındaki bölgeye görüntülendiğini gösteriniz.

c) z-düzlemindeki x=4 - $\frac{y^2}{16}$ parabolünün sağındaki bölgenin Rew>2 yarı düzlemi üzerine dönüştüğünü gösteriniz. (Yol Gösterme: z=w^2 ters dönüşümünü kullanın)

(d) { $r e^{i\theta}$: r>1 ve $-\pi/3<\theta<\pi/2$ } kümesinin görüntüsünü bulunuz.
(e) { $r e^{i\theta}$: 1<r<9 ve $0<\theta<2\pi/3$ } kümesinin görüntüsünü bulunuz.
(f) { $r e^{i\theta}$: r<4 ve $-\pi<\theta<\pi/2$ } kümesinin görüntüsünü bulunuz.

19- w=z^3 dönüşümü altında aşağıdaki kümelerin görüntülerini bulunuz.

(a) { $r e^{i\theta}$: 1<r<2 ve $-\pi/4<\theta<\pi/3$ }
(b) { $r e^{i\theta}$: r>3 ve $2\pi/3<\theta<3\pi/4$ }

20- Aşağıdaki dönüşümler altında {$r e^{i\theta}$: r>0 ve $-\pi<\theta<2\pi/3$ } kümesinin görüntüsünü bulunuz.

(a) w=$z^{1/2}$ (b) w=$z^{1/3}$ (c) w=$z^{1/4}$

SORULAR 10

1- Aşağıdaki limitleri bulunuz.

(a) $\lim\limits_{z\to 2+i}$ (z^2-4z+2+5i) (b) $\lim\limits_{z\to i}\frac{z^2+4z+2}{z+1}$ (c) $\lim\limits_{z\to i}\frac{z^4-1}{z-i}$ (d) $\lim\limits_{z\to 1+i}\frac{z^2+z-2+i}{z^2-2z+1}$

(e) $\lim\limits_{z\to 1+i}\frac{z^2+z-1-3i}{z^2-2z+2}$

2- Aşağıdaki limitleri gösteriniz.

(a) $\lim\limits_{z \to i} \dfrac{x^2}{z}$ = 0 (b) $\lim\limits_{z \to i} \dfrac{|z|^2}{z}$ = 0

3- f(z) = $\dfrac{z^2}{|z|^2}$ = $\dfrac{x^2 - y^2 + i2xy}{x^2 + y^2}$ fonksiyonu verilsin.

(a) y=x doğrusu boyunca z$\to$0 için $\lim\limits_{z \to 0}$ f(z) yi bulunuz.

(b) y=2x doğrusu boyunca z$\to$0 için $\lim\limits_{z \to 0}$ f(z) yi bulunuz.

(c) y=x^2 doğrusu boyunca z$\to$0 için $\lim\limits_{z \to 0}$ f(z) yi bulunuz.

(d) z$\to$0 için f(z) nin limiti hakkında ne söyleyebilirsiniz ?

4- u(x,y) = $\dfrac{x^3 - 3xy^2}{x^2+y^2}$ fonksiyonunun (x,y)$\to$ (0,0) için limiti var mıdır ?

5- Aşağıdaki fonksiyonların nerede sürekli olduklarını bulunuz.

(a) z^4-9z^2+iz-2 (b) $\dfrac{z+1}{z^2+1}$ (c) $\dfrac{z^2+6z+5}{z^2+3z+2}$

(d) $\dfrac{z^4+1}{z^2+2z+2}$ (e) $\dfrac{x+iy}{x-1}$ (f) $\dfrac{x+iy}{|z|-1}$

6- z≠0 için f(z) = $\dfrac{z.\mathrm{Re}\,z}{|z|}$ ve f(0)=0 olsun. f nin her z için sürekli olduğunu gösteriniz.

7- f(z) = x e^y + i y^2 e^{-x} fonksiyonunun her z için sürekli olduğunu gösteriniz.

8- f(z) = $\dfrac{x^2+iy^2}{|z|^2}$ (z≠0 için) ve f(0)=1 olsun. f(z) nin z=0 da sürekli olmadığını gösteriniz.

9- f(z) = $\dfrac{\mathrm{Re}\,z}{|z|}$ (z≠0 için) ve f(0)=1 olsun. f(z) , z=0 da sürekli midir ? Gösteriniz.

10- f(z) = $\dfrac{(\operatorname{Re} z)^2}{|z|}$ ($z\neq 0$ için) ve f(0)=1 olsun. f(z) , z=0 da sürekli midir ? Gösteriniz.

11- $f(z)= z^{1/2} = r^{1/2}$ ($\cos(\theta/2) + i\sin(\theta/2)$) ($r>0$ ve $-\pi< \theta\leq \pi$) olsun. f(z) nin negatif x-ekseni üzerindeki noktalarda sürekli olmadığını gösteriniz.

12- f(z)= ln|z| + i Arg z ($-\pi<\operatorname{Arg} z \leq \pi$) fonksiyonunun z_0 =0 ve negatif x-ekseni üzerindeki noktalarda sürekli olmadığını gösteriniz.

13- f(z) fonksiyonu her z için sürekli olsun.

(a) g(z) = f($\bar{z}$) fonksiyonunun her z için sürekli olduğunu gösteriniz.

(b) h(z) = $\overline{f(z)}$ fonksiyonunun her z için sürekli olduğunu gösteriniz.

SORULAR 11

1- Aşağıdaki alıştırmalarda f '(z_0) türevinin olup olmadığını, türev tanımı kullanarak elde ediniz.

1- $f(z)=z^2$, $z_0=1+i$ 2- $f(z)=z+2\bar{z}$, $z_0=3i$ 3- $f(z)=\dfrac{z}{1+z}$, $z_0=2$

4- f(z)=Imz, $z_0\in\mathbb{C}$ 5- f(z)=|z|, $z_0=i$ 6-f(z)=Rez, $z_0\in\mathbb{C}$

7- f(z)=Rez+i.Imz, $z_0\in\mathbb{C}$ 8- $f(z)=(\bar{z})^2$, $z_0=2-i$ 9- f(z)=i+Rez, $z_0=4+7i$

10- $f(z)=\dfrac{2}{1+z}$, $z_0=-1+4i$