C-1

a) İlk olarak kontrol edilecek sistemin ayrık zaman transfer fonksiyonu bulunmalıdır.

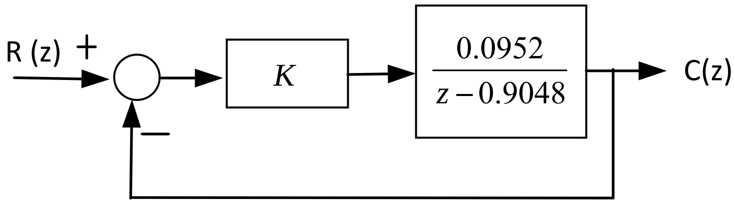
$$G(z) = Z\{G_{zoh}(s)\, G(s)\} \rightarrow \boldsymbol{G_p(z)} = \boldsymbol{Z}\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s}\frac{1}{s+1}\right\} = (1 - z^{-1})\ Z\left\{\frac{1}{s(s+1)}\right\}$$

$$\boldsymbol{G_p(z)} = \frac{z-1}{z}\left\{ s\frac{1}{s(s+1)}\frac{z}{z-e^{sT}}\bigg|_{\substack{s=0\\T=0.1}} + (s+1)\frac{1}{s(s+1)}\frac{z}{z-e^{sT}}\bigg|_{\substack{s=-1\\T=0.1}}\right\}$$

$$\boxed{\boldsymbol{G_p(z)} = \frac{0.0952}{z-0.9048}}$$

Şeklinde elde edilir.

D(z)=K için kontrol sisteminin kapalı çevrim blok diyagramı aşağıdaki gibidir.



Kontrol sisteminin açık çevrim transfer fonksiyonu;

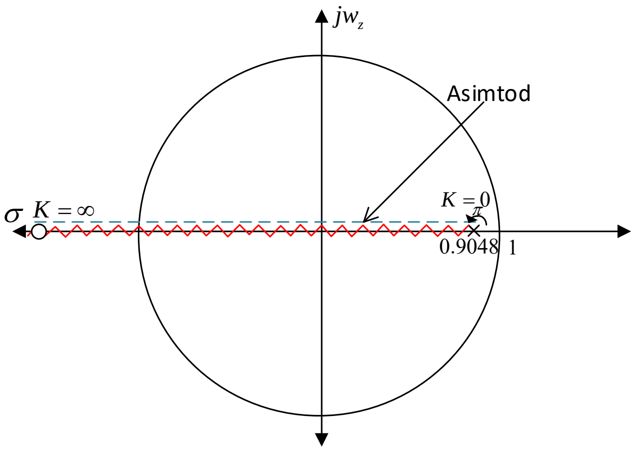
$$G(z)H(z) = \frac{K0.0952}{z-0.9048}$$

Sistemin kutupları ve sıfırları;

$p_1 = 0.9048$ n=1 (Kutup sayısı)

Sonlu sıfır yoktur. m=0 (sıfır sayısı)

Kutbun birim daire üzerine yerleştirilmiş ve kök eğrisine dahil olan bölgeler aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



n-m=1-0=1 tane asimtod vardır.

Asimtotun reel eksenle kesiştiği nokta;

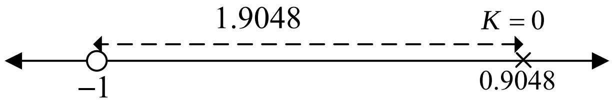
$$\sigma_a = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n-m} = \frac{0.9048 - 0}{1} = 0.9048$$

Asimtotun reel eksenle yaptığı açı;

$$\theta_a = \pm\frac{(2k+1)}{n-m}\pi\,, \quad k = 1,2, \ldots \rightarrow \theta_a = \pi$$

Reel eksen üzerinde açık çevrim transfer fonksiyonu iki kutbu arasında yer eğrisi olmadığından kopma noktası yoktur.

b) Sistemin kararlı olduğu aralığı bulabilmek için sistemin sınır kazancı bulunmalıdır.



$$K^* = \frac{1.9048}{1} = 0.0952K \qquad \rightarrow \qquad K = \frac{1.9048}{0.952} = 20$$

K<20 için sistem kararlıdır.

c) Jury kararlılık analizi için karakteristik denklem $F(z) = 1 + G(z)H(z) = 0$ elde edilmelidir.

$$G(z)H(z) = \frac{K0.0952}{z - 0.9048}$$

$$F(z) = 1 + \frac{K0.0952}{z - 0.9048} = 0$$

$F(z) = z - 0.9048 + K0.0952 = 0$ olarak elde edilir.

Sistem derecesi 1 olduğundan sistem gerek koşulları sağladığında kararlılık şartı sağlamış olur.

Gerek koşulları incelersek;

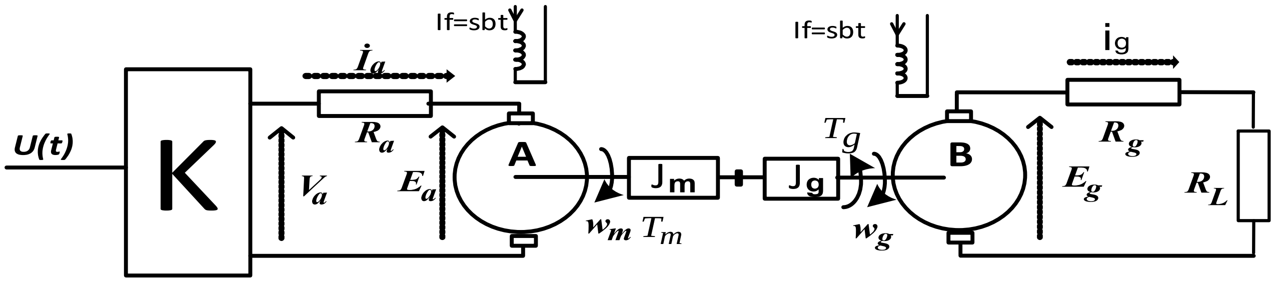
i-)$F(1) > 0$, $F(1) = 1 - 0.9048 + K0.0952 > 0 \quad \rightarrow \quad K > -1$

ii-)$(-1)^2 F(-1) > 0$, $F(-1) = 1 + 0.9048 - K0.0952 > 0 \quad \rightarrow \quad K < 20$

Gerek koşullardan elde edilen kısıtlar birleştirildiğinde -1<K<20 aralığında sistemin kararlı olduğu görülür. Sınır kazanç değeri $K_s = 20$' dir. K>20 için sistem kararsızdır.

C-2

a)



Sisteme ait dinamik denklemler t ve s-domeninde yazılırsa:

t-domeninde

$$u_a(t) = Ku(t)$$

$$u_a(t) = R_a i_a(t) + E_a(t)$$

$$T_e(t) = K_{im} i_a(t)$$

$$T_m(t) = (J_m + J_g)\frac{dw_m(t)}{dt} + T_g(t)$$

$$E_a(t) = K_a w_m(t)$$

$$T_g(t) = K_{ig} i_g(t)$$

$$w_g(t) = w_m(t)$$

$$E_g(t) = K_g w_g(t)$$

$$i_g(t) = \frac{E_g}{R_g + R_L}$$

s-domeninde

$$I_a(s) = \frac{U_{ort}(s) - E_a(s)}{R_a}$$

$$T_e(s) = K_{im} I_a(s)$$

$$T_m(s) = T_e(s)$$

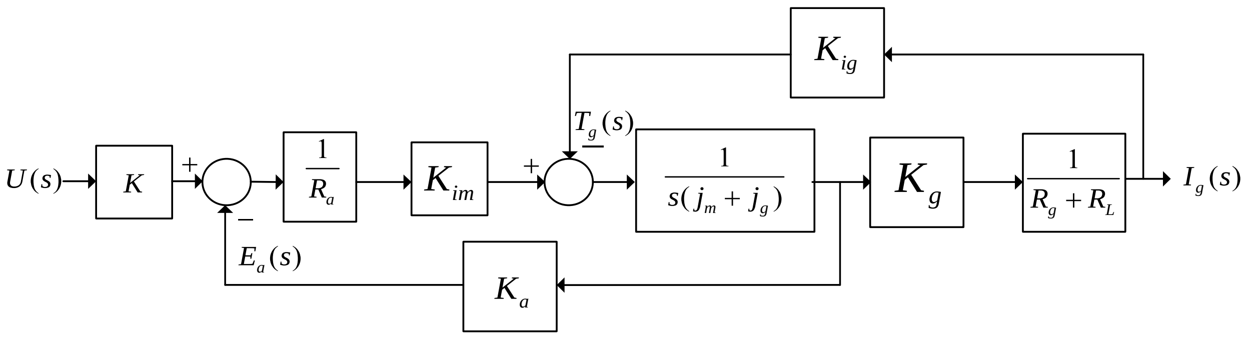
$$\Omega_m(s) = \frac{T_e(s) - T_g(s)}{(J_m + J_g)s}$$

$$T_g(s) = K_{ig} I_g(s)$$

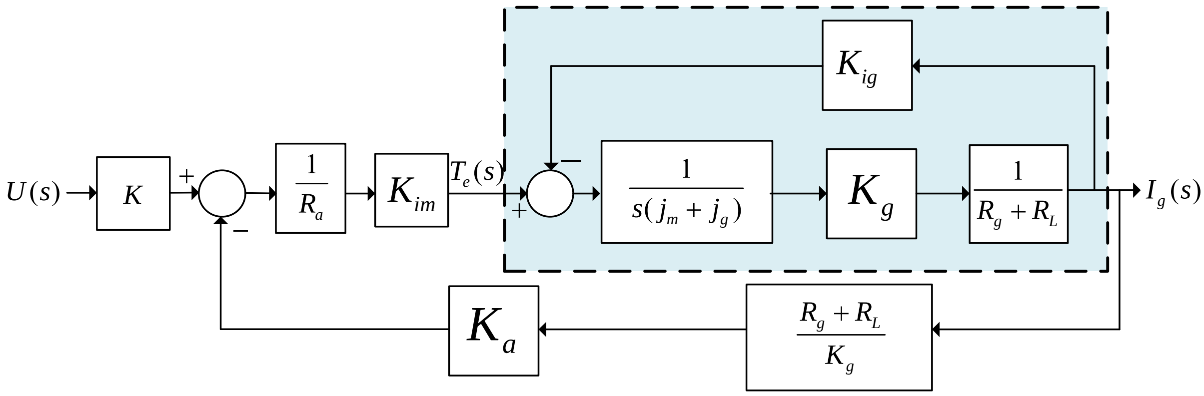
$$\Omega_g(s) = \Omega_m(s)$$

$$E_g(t) = K_g \Omega_g(s)$$

$$I_g(s) = \frac{E_g(s)}{R_g + R_L}$$

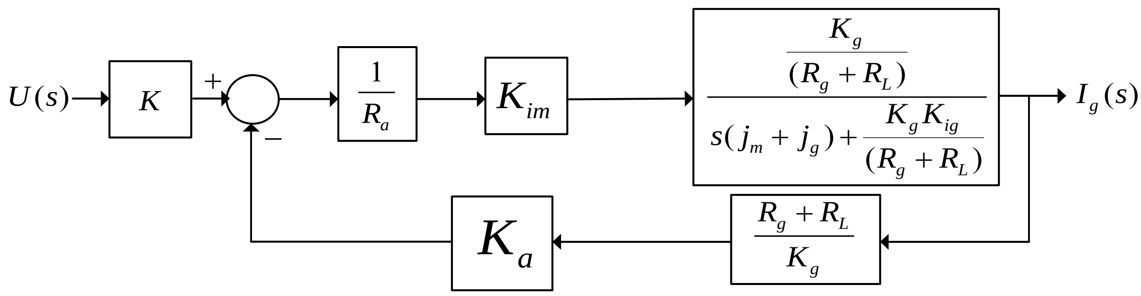


b)



Kesikli çizgi içindeki blok indirgenirse;

$$\frac{I_g(s)}{T_e(s)}=\frac{\dfrac{K_g}{s(j_m+j_g)(R_g+R_L)}}{1+\dfrac{K_gK_{ig}}{s(j_m+j_g)(R_g+R_L)}}=\frac{\dfrac{K_g}{(R_g+R_L)}}{s(j_m+j_g)+\dfrac{K_gK_{ig}}{(R_g+R_L)}}$$



$$\frac{I_g(s)}{U(s)}=K\frac{\dfrac{K_{im}}{R_a}\dfrac{\dfrac{K_g}{(R_g+R_L)}}{\left(s(j_m+j_g)+\dfrac{K_gK_{ig}}{(R_g+R_L)}\right)}}{1+\dfrac{K_{im}}{R_a}\dfrac{\dfrac{K_g}{(R_g+R_L)}}{\left(s(j_m+j_g)+\dfrac{K_gK_{ig}}{(R_g+R_L)}\right)}\dfrac{\left(R_g+R_L\right)}{\cancel{K_g}}\cancel{K_a}}=K\frac{K_{im}\dfrac{K_g}{(R_g+R_L)}}{sR_a(j_m+j_g)+\dfrac{R_aK_gK_{ig}}{(R_g+R_L)}+K_{im}\dfrac{K_g}{\cancel{(R_g+R_L)}}\cancel{\left(R_g+R_L\right)}}$$

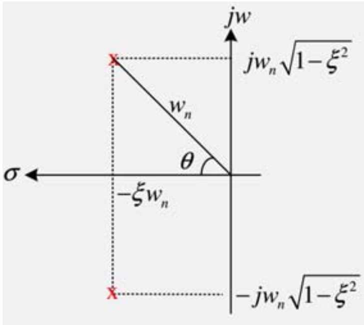
$$\frac{I_g(s)}{U(s)}=K\frac{K_{im}\dfrac{K_g}{(R_g+R_L)}}{sR_a(j_m+j_g)+\dfrac{R_aK_gK_{ig}}{(R_g+R_L)}+K_{im}K_g}$$ Verilen parametreler yerine koyulursa;

$$\frac{I_g(s)}{U(s)}=K\frac{\dfrac{4}{(1+R_L)}}{s+\dfrac{4}{(1+R_L)}+4}=K\frac{4}{(1+R_L)s+4(1+R_L)+4}$$

C-3)

II. Dereceden birim geri beslemeli sistemin transfer fonksiyonu ve s-kompleks düzleminde kutupları aşağıda verilmiştir.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2}$$



a) Soruda verilen sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu**;**

$$\frac{\frac{0.1K}{s(s+0.6)}}{1+\frac{0.1K}{s(s+0.6)}} = \frac{0.1K}{s^2 + 0.6s + 0.1K}$$

Bulunan transfer fonksiyonu ikinci dereceden örnek sisteme eşitlenirse;

$$\frac{0.1K}{s^2 + 0.6s + 0.1K} = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} \quad \Rightarrow \quad \begin{gathered} 2\xi w_n = 0.6 \\ w_n^2 = 0.1K \\ \frac{0.8}{20s+1} \end{gathered}$$

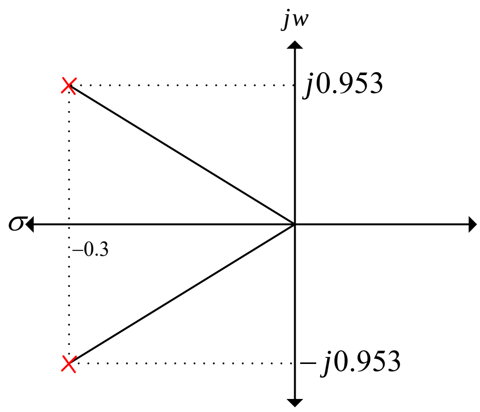
İkinci derece sistemlerin ξ değeri aşımdan hesaplanır. Cevap eğrisinden maksimum aşım=(1.3724-1)=0.3724

Aşım=$e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\pi}$ $\qquad 0.3724 = e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\pi}$ $\qquad 0.9877 = \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\pi$ $\qquad \xi = 0.3$

Yukarıdaki denklemde hesaplanan ξ yerine koyulursa; $w_n = 1$ ve $K = 10$ olarak hesaplanır.

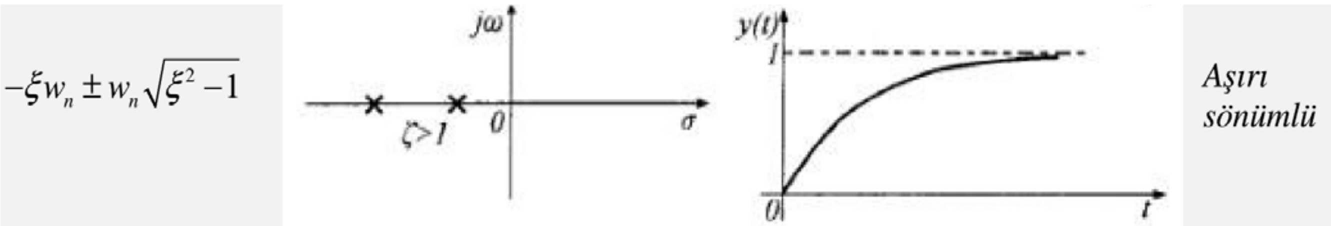
$0 < \xi < 1$ için kutuplar;

$$s_{1,2} = -\xi w_n \pm j w_n \sqrt{1-\xi^2} = -0.3 \pm j0.953$$



b) Yerleşme zamanı %2 için $t_s = \frac{4}{\xi w_n} = \frac{4}{0.3} = 13.33\ sn$ ve tepe zamanı $t_p = \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\xi^2}} = 3.296\ sn$

c) ikinci derecen sistemin aşırı sönümlü olabilmesi için gerek şart, s-kompleks düzleminin sol tarafında farklı iki **reel** kökü olmasıdır.



$s^2 + 0.6s + 0.1K \rightarrow\ \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 0.36 - 0.4K$

$$s_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0.6 \pm \sqrt{0.36 - 0.4K}}{2}$$

Sistemin reel kökü olması için kök içinde bulunan değerin 0'dan büyük olması gereklidir yani $\sqrt{\Delta} > 0$ olmalıdır.

$\sqrt{0.36 - 0.4K} > 0 \rightarrow 0.36 > 0.4K \rightarrow 0.9 > K$ olmalıdır.

C-4)

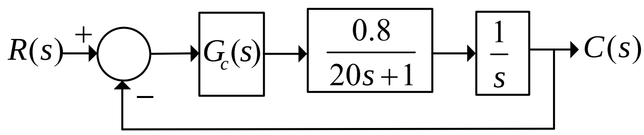
a) $G_s(s)$ için verilen cevap eğrisinden; sisteminden açık çevrim kazancı $K = \frac{5-1}{5} = 0.8$

Sistemin zaman sabiti (son değerin %0.632'sine vardığı süre) 4*0.632=2.53, başlangıç değeri eklendiğinde 2.53+1=3.53 grafikten -> $\tau = 20$ sn olarak belirlenir.

Böylece 1. dereceden sistem için transfer fonksiyonu;

$$G_s(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{0.8}{20s + 1}$$

İç döngü düzenlenerek sistem aşağıdaki forma dönüştürülebilir.



Buradan sistemin ileriyol transfer fonksiyonu $G_c(k) = K\ için;\ İYTF = \frac{0.8K}{s(20s+1.8)}$

(Kapalı çevrim transfer fonksiyonu, $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{0.8K}{20s^2+1.8s+0.8K}$)

b) Konum hatası, $e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$, $K_p = \lim_{s\to 0} G(s)H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{0.8K}{s(20s+1.8)} = \infty$, $e_{ss} = \frac{1}{1+\infty} = 0$

Hız hatası, $e_{ss} = \frac{1}{K_v}$, $K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)H(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{0.8K}{s(20s+1.8)} = 0.44K$

$$e_{ss} = \frac{1}{0.44K} < 0.2 \;\rightarrow\; K > 11.36$$