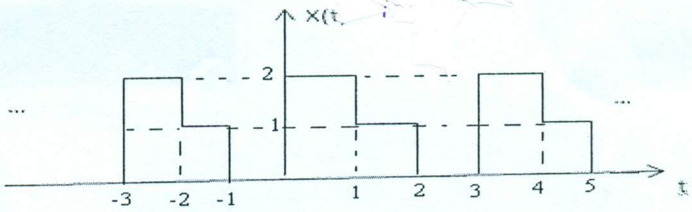
SAÜ – EEM İŞARETLER VE SİSTEMLER VİZE SORULARI

25.11.2015

20p

S.1) Yanda verilen periyodik işaretin Fourier serisi katsayılarını bulunuz.

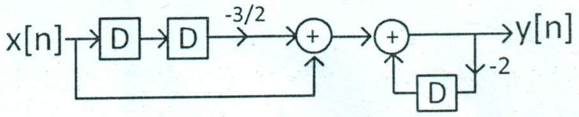


10p

S.2) Nedensel sürekli zaman DZD bir sistemin giriş çıkış ilişkisi $y(t) = 2x(t-1)$ şeklinde veriliyor. $x(t) = \sin(\frac{3\pi}{4}t)$ girişi için Fourier serilerinin özelliklerinden faydalanarak $y(t)$ çıkışının Fourier serisi gösterilimini elde ediniz.

15p

S.3) **a)** Blok diyagram gösterilimi Şekil 2'de verilen nedensel sistemin giriş-çıkış ilişkisini elde ederek doğrusallığını, zamanla değişmezliğini, hafıza ve kararlılık özelliklerini kısaca açıklayarak inceleyiniz.

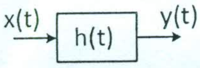


10p

b) $3\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = x(t)$ şeklinde tanımlanan sürekli zaman sistemin blok diyagramını (integral alıcı kullanarak) çiziniz.

25p

S.4)



yanda verilen DZD sistem için $h(t) = e^{-2t}u(t-2)$ olarak belirtilmiştir.

Sistemin girişine $x(t) = u(t-1) - u(t-3)$ uygulandığında;

a) $h(t)$ ve $x(t)$ işaretlerini çiziniz **b)** $y(t)$'yi hesaplayınız.

20p

S.5) $x[n] = \cos\left(3\frac{\pi}{5}n\right) + \sin(\frac{\pi}{5}n + \frac{\pi}{6})$ $\left\{ \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \quad \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$

Verilen $x[n]$ işaretinin F.S. katsayılarını elde ediniz ve F.S. katsayılarını 2 periyotluk değerler için çiziniz.

Formüller:

$$x[n] = \sum_{k=<N>} a_k e^{jk\omega_0 n} = \sum_{k=<N>} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \qquad a_k = \frac{1}{N}\sum_{n=<N>} x[n]e^{-jk\omega_0 n} = \frac{1}{N}\sum_{n=<N>} x[n]e^{-jk(2\pi/N)n}$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk(2\pi/T)t} \qquad a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt$$

$$x(t-t_0) \overset{FS}{\leftrightarrow} e^{-jk\omega_0 t_0}a_k \qquad x(-t) \overset{FS}{\leftrightarrow} a_{-k} \qquad \frac{dx(t)}{dt} \overset{FS}{\leftrightarrow} jk\omega_0 a_k = jk\frac{2\pi}{T}a_k$$

$$x(t) * h(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

Yrd.Doç.Dr.Gökçen ÇETİNEL Doç.Dr.İrfan YAZICI **Süre 90 dk. BAŞARILAR.**

2015 VİZE ÇÖZÜMLERİ (İŞARETLER VE SİSTEMLER)

① $a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)\cdot e^{-jkw_0 t}\,dt$, $T=3$, $w_0 = \frac{2\pi}{3}$

$$a_k = \frac{1}{3}\left\{ \int_0^1 2\cdot e^{-jk\frac{2\pi}{3}t}\,dt + \int_1^2 1\cdot e^{-jk\frac{2\pi}{3}t}\,dt + \cancel{\int_2^3 0\cdot e^{-jk\frac{2\pi}{3}t}\,dt}^{\,0} \right\}$$

$$a_k = \frac{1}{3}\left\{ \cancel{2}\cdot\frac{-3}{jk\cancel{2}\pi} e^{-jk\frac{2\pi}{3}t}\Big|_0^1 - \frac{3}{jk2\pi} e^{-jk\frac{2\pi}{3}t}\Big|_1^2 \right\}$$

$$a_k = \frac{1}{\cancel{3}}\left\{ \frac{\cancel{3}j}{k\pi}\left(e^{-jk\frac{2\pi}{3}} - 1\right) + \frac{\cancel{3}j}{2k\pi}\left(e^{-jk\frac{4\pi}{3}} - e^{-jk\frac{2\pi}{3}}\right) \right\}$$

$$a_k = \frac{-j}{k\pi} + \frac{j}{k\pi}e^{-jk2\pi/3} + \frac{j}{2k\pi}e^{-jk\frac{4\pi}{3}} - \frac{j}{2k\pi}e^{-jk2\pi/3} = \frac{-j}{k\pi} + \frac{j}{2k\pi}e^{-jk\frac{2\pi}{3}} + \frac{j}{2k\pi}e^{-jk\frac{4\pi}{3}}$$

$$a_0 = \frac{1}{3}\left\{ \int_0^1 2\,dt + \int_1^2 1\cdot dt \right\} = \frac{1}{3}(2+2-1) = 1$$

② $F.S\{x(t) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}t\right)\} = \frac{1}{2j}\left(e^{j\frac{3\pi}{4}t} - e^{-j\frac{3\pi}{4}t}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2j}$, $a_{-1} = \frac{-1}{2j}$, $w_0 = \frac{3\pi}{4}$

Öteleme ve doğrusallık özelliğinden

$$\underbrace{FS\{y(t)\}}_{b_k} = 2\cdot\underbrace{FS\{x(t)\}}_{a_k}\cdot e^{-jkw_0(1)} \Rightarrow b_1 = 2\cdot\frac{1}{2j}e^{-j\frac{3\pi}{4}} \qquad b_{-1} = 2\cdot\frac{-1}{2j}e^{j\frac{3\pi}{4}}$$

$$\boxed{b_1 = -j\,e^{-j3\pi/4} \qquad b_{-1} = j\,e^{j3\pi/4}}$$

③ a) $y[n] = x[n] - \frac{3}{2}x[n-2] - \underbrace{2\cdot y[n-1]}_{\text{sıfır nedensel olH.}}$

Doğrusallık
$y_1[n] = a x_1[n] - \frac{3}{2}a x_1[n-2]$
$y_2[n] = b x_2[n] - \frac{3}{2}\cdot b x_2[n-2]$
$y_3[n] = (a x_1[n] + b x_2[n]) - \frac{3}{2}(a\cdot x_1[n-2] + b x_2[n-2])$
$y_1[n] + y_2[n] = y_3[n]$ olduğundan sistem doğrusaldır.

Zamanla Değişmezlik
$x[n-n_0] \longrightarrow x[n-n_0] - \frac{3}{2}x[n-n_0-2]$
$y[n-n_0] = x[n-n_0] - \frac{3}{2}x[n-n_0-2]$
eşit olduğundan zamanla değişmezdir

Sistem önceki değerleri gerektirdiğinden hafızalıdır

Giriş sınırlı iken çıkış da sınırlı olacağından sistem kararlıdır.

b) $y(t) = \frac{1}{4}x(t) - \frac{1}{4}\frac{dy(t)}{dt} - \frac{3}{4}\frac{d^2y(t)}{dt^2}$

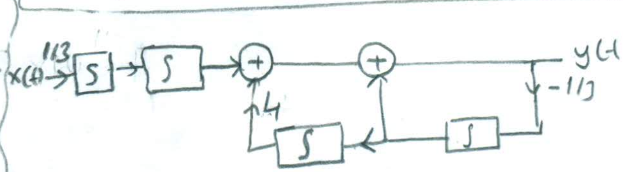
ilk integralde

$\int y(t)dt = \frac{1}{4}\int x(t)dt - \frac{1}{4}y(t) - \frac{3}{4}\frac{dy(t)}{dt}$

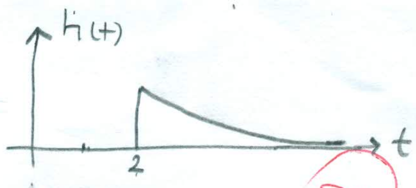
2. integralde

$\int\left(\int y(t)dt\right)dt = \frac{1}{4}\int\left(\int x(t)dt\right)dt - \frac{1}{4}\int y(t)dt - \frac{3}{4}y(t)$

$$\boxed{y(t) = \frac{-4}{3}\int\left(\int y(t)dt\right)dt + \frac{1}{3}\int\left(\int x(t)dt\right)dt - \frac{1}{3}\int y(t)dt}$$

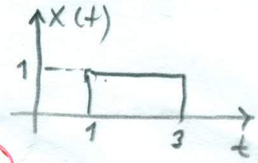


C.4 $h(t) = e^{-t} u(t-2)$ 25p

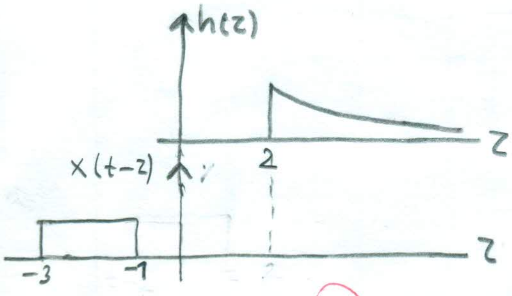


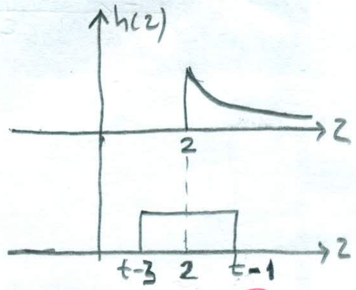
5p

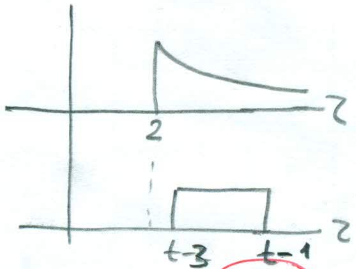
$x(t) = u(t-1) - u(t-3)$



5p







5p

$y(t) = 0$

$0 < t < 3$

$3 < t < 5$ 5p

$$y(t) = \int_2^{t-1} e^{-2z}\,dz$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} e^{-2z}\Big|_2^{t-1}$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}\left(e^{-2(t-1)} - e^{-4}\right)$$

$5 < t < \infty$ 5p

$$y(t) = \int_{t-3}^{t-1} e^{-2z}\,dz$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} e^{-2z}\Big|_{t-3}^{t-1} = -\frac{1}{2}\left(e^{-2(t-1)} - e^{-2(t-3)}\right)$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} e^{-2t}\left(e^{2} - e^{6}\right)$$

C.5 $x[n] = \underbrace{\cos\left(3\frac{\pi}{5}n\right)}_{k=3} + \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{5}n + \frac{\pi}{6}\right)}_{k=1}$ 20p

$$\Rightarrow x[n] = \frac{e^{j3\frac{\pi}{5}n} + e^{-j3\frac{\pi}{5}n}}{2} + \frac{e^{j\left(\frac{\pi}{5}n + \frac{\pi}{6}\right)} - e^{-j\left(\frac{\pi}{5}n+\frac{\pi}{6}\right)}}{2j}$$

$N = \frac{2\pi}{(\pi/5)} = 10$ 2p

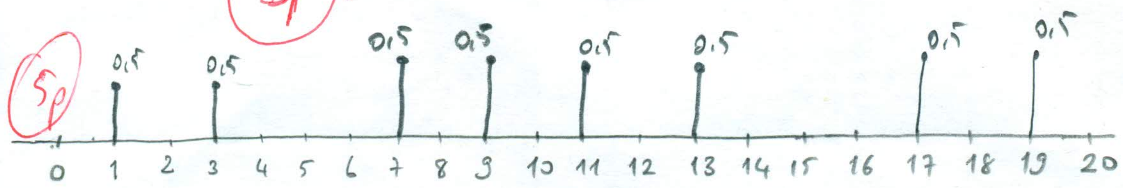
5p

$$a_1 = \frac{1}{2j} e^{j\pi/6} = \frac{1}{2j}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}j\right) = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}j = 0{,}5\angle{-60^\circ},$$

$$a_{-1} = -\frac{1}{2j} e^{-j\pi/6} = -\frac{1}{2j}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}j\right) = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}j = 0{,}5\angle 60^\circ$$

3p $a_3 = a_{-3} = \frac{1}{2}$

$|a_k|$ 5p



$\angle a_k$ 5p