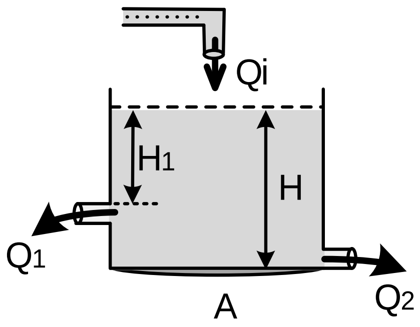
11.04.2016

OTOMATİK KONTROL VİZE SINAVI

S-1



Şekilde verilen sıvı seviye sisteminde **A** havuz taban alanı, $Q_i(t)$ giriş sıvı debisi, $Q_1(t)=D_1H_1(t)$ ve $Q_2(t)=D_2H(t)$ çıkış sıvı debileridir.

a) Şekilde verilen sistemin dinamik denklemlerini **t** ve **s**-domeninde yazınız.

b) Çıkış yükseklik olmak üzere, $H(s)$ ifadesini elde ediniz.

c) Şekildeki fiziksel sisteme ait **açık çevrim** blok diyagramını çiziniz.

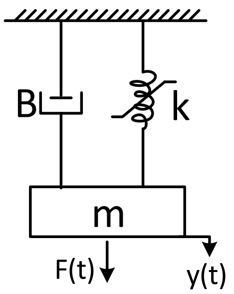
S-2 Açık çevrim transfer fonksiyonu, $G(s)=\dfrac{\frac{5}{3}}{s+\frac{1}{3}}$ olarak verilen sistem örnekleme zamanı $T=0.3sn$ olmak üzere ayrık-zaman sayısal kontrolcü ile kontrol edilmek istenmektedir.

a) Sisteme ait ayrık-zaman kapalı çevrim kontrol blok diyagramını çiziniz. Bloklara ait tüm transfer fonksiyonlarını yazınız.

b) Ayrık zaman sayısal kontrolcü transfer fonksiyonu $D(z)=10$ olmak üzere, kapalı çevrim transfer fonksiyonu $T(z)=\dfrac{C(z)}{R(z)}$ elde ediniz.

c) Giriş işareti; $r(t)=u(t)$ olduğuna göre $c(k)=?$ elde ediniz.

S-3

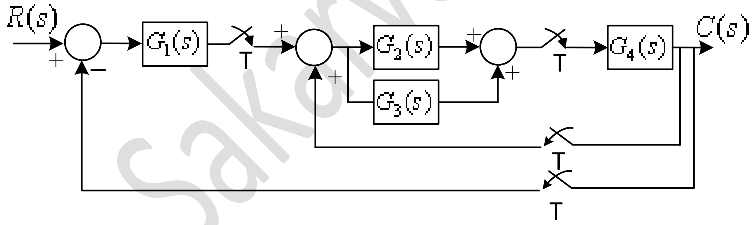


Yanda verilen kütle, yay ve sönüm lendiriciden oluşan sisteme **F(t)** kuvveti uygulanmaktadır (**SİSTEM DENGEDEDİR**). "**k**" yay sabiti $k(y(t))=K_iy^2(t)$ ile verilmektedir. **m** kütle, **B** sönümlendirici katsayısı olmak üzere sisteme ait;

a) t-domeni dinamik denklemi yazınız.

b) Sistemi $y(t)=y_0$ çalışma noktası için doğrusallaştırınız. Sistemin durum denklemlerini vektör matris formu ; $\dfrac{\Delta x(t)}{\Delta t}=A*\Delta x(t)+B*\Delta u(t)$ için yazınız.

S-4



Yanda verilen ayrık-zaman kapalı çevrim blok diyagramda;

a. $\dfrac{C(z)}{R(z)}=?$ elde ediniz.

b. $G_1(s)=\dfrac{2}{s+1}$, $G_2(s)=4$

$G_3(s)=\dfrac{1}{s+2}$, $G_4(s)=2$ $T=0.1sn$

$r(t)=5u(t)$ olduğunda göre

$C(\infty)=?$ değerini hesap ediniz.

Formüller

$$x(k)=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}}\left[(z-z_i)^m X(z)z^{k-1}\right]_{z=z_i}$$

$$X(z)=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}}{ds^{m-1}}\left[(s-s_i)^m X(s)\frac{z}{z-e^{sT}}\right]_{s=s_i}\right\}$$

Başarılar, Süre 90 dak.

Prof. Dr. Ayhan ÖZDEMİR, Yrd. Doç. Dr. Zekiye ERDEM

C-1:

a)

t-domein	s-domein
1. $Q_i(t)-Q_1(t)-Q_2(t)=A\dfrac{dH(t)}{dt}$	**1.** $Q_i(s)-Q_1(s)-Q_2(s)=AH(s)$
2. $Q_1(t)=D_1H_1(t)$	**2.** $Q_1(s)=D_1H_1(s)$
3. $Q_2(t)=D_2H(t)$	**3.** $Q_2(s)=D_2H(s)$
4. $Q_i(t)-D_1H_1(t)=A\dfrac{dH(t)}{dt}+D_2H(t)$	**4.** $Q_i(s)-D_1H_1(s)=AsH(s)+D_2H(s)$

b)

$$Q_i(s)-D_1H_1(s)=AsH(s)+D_2H(s)\rightarrow H(s)(As+D_2)=Q_i(s)-D_1H_1(s)\rightarrow$$

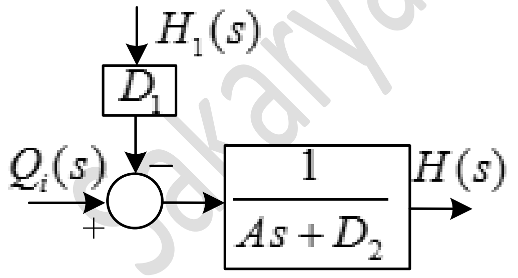
Buradan $H(s)$ ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$H(s)=\frac{1}{As+D_2}Q_i(s)-\frac{D_1}{As+D_2}H_1(s)$$ veya,

$$H(s)=\frac{1}{As+D_2}(Q_i(s)-D_1H_1(s))$$ şeklinde yazılabilinir.

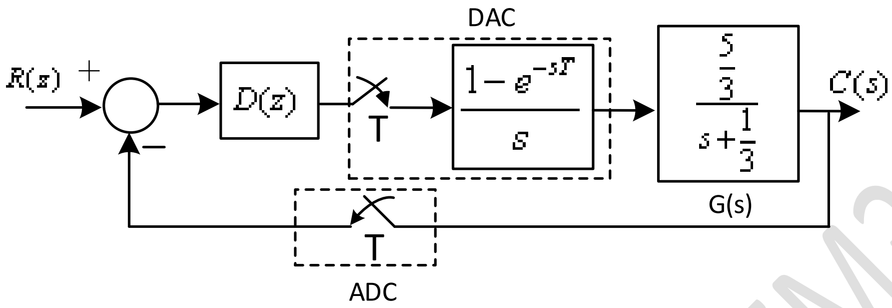
c)

$$H(s)=\frac{1}{As+D_2}(Q_i(s)-D_1H_1(s))$$ ifadesi kullanılarak aşağıdaki blok diyagram çizilir.

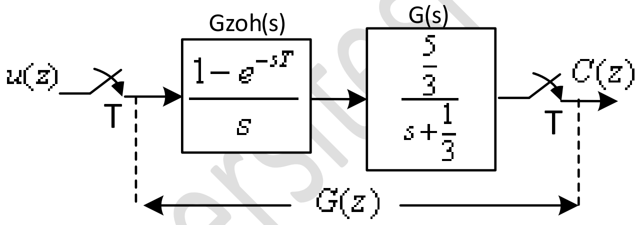


C-2:

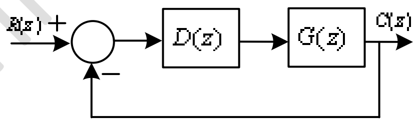
a) Açık çevrim transfer fonksiyonu $G(s)=\dfrac{\frac{5}{3}}{s+\frac{1}{3}}$ ve $D(z)$ sayısal kontrolcü ile verilen sisteme ait ayrık zaman kapalı çevrim kontrol blok diyagramı aşağıda verilmiştir.



b) Yukarıda verilen ayrık zaman kapalı çevrim kontrol blok diyagramında $G_s(s)=G_{zoh}(s)G(s)$ transfer fonksiyona ait z dönüşümü $G(z)$ aşağıdaki gibi elde edilir.



Ayrık zaman kapalı çevrim kontrol blok diyagramı,



Yardımı ile kapalı çevrim transfer fonksiyonu,

$$\frac{C(z)}{R(z)}=\frac{D(z)G(z)}{1+D(z)G(z)}$$ olarak elde edilir.

$G(z)$ aşağıdaki şekilde hesap edilir.

$$G(z)=Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s}\frac{\frac{5}{3}}{s+\frac{1}{3}}\right\}$$

$$G(z)=\left(1-e^{-sT}\right)Z\left\{\frac{\frac{5}{3}}{s(s+\frac{1}{3})}\right\}$$

$$G(z)=\left(1-z^{-1}\right)Z\left\{\frac{\frac{5}{3}}{s(s+\frac{1}{3})}\right\}=\frac{z-1}{z}\left\{\cancel{s}\frac{\frac{5}{3}}{\cancel{s}(s+\frac{1}{3})}\frac{z}{z-e^{sT}}\bigg|_{s=0}+\cancel{(s+\frac{1}{3})}\frac{\frac{5}{3}}{s\cancel{(s+\frac{1}{3})}}\frac{z}{z-e^{sT}}\bigg|_{s=-1/3}\right\}$$

$G(z)=\dfrac{0.4758}{z-0.9048}$, $\qquad D(z)=10$ verildiğine göre bu ifadeler $\dfrac{C(z)}{R(z)}$ ifadesinde yerine koyulur;

$$\frac{C(z)}{R(z)}=\frac{10.\frac{0.4758}{z-0.9048}}{1+10.\frac{0.4758}{z-0.9048}}=\frac{\frac{4.758}{z-0.9048}}{1+\frac{4.758}{z-0.9048}}$$ sonuç olarak,

$$\frac{C(z)}{R(z)}=\frac{4.758}{z+3.8532}$$ kapalı çevrim transfer fonksiyonu elde edilir.

c) Giriş işareti $\boldsymbol{r(t)=u(t)}$ verildiğine göre, $R(z)=\dfrac{z}{z-1}$ dir. $C(z)=\dfrac{4.758}{z+3.8532}R(z)$ olduğuna göre, çıkış işareti $C(z)$;

$$C(z)=\frac{4.758z}{(z-1)(z+3.8532)}$$ olarak elde edilir. Buradan kompleks değişkenli fonksiyonlar teorisinden rezidü ifadesi kullanılarak ters z dönüşümü $C(k)$ elde edilir ;

$$x(k)=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}}\left[(z-z_i)^m X(z)z^{k-1}\right]_{z=z_i}$$

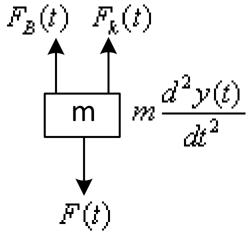
$$C(k)=Z^{-1}\left\{\frac{4.758z}{(z-1)(z+3.8532)}\right\}$$

$$=\left\{\cancel{(z-1)}\frac{4.758z}{\cancel{(z-1)}(z+3.8532)}z^{k-1}\bigg|_{z=1}+\cancel{(z+3.8532)}\frac{4.758z}{(z-1)\cancel{(z+3.8532)}}z^{k-1}\bigg|_{z=-3.8532}\right\}$$

$C(k)=0.9804(1-\left(-3.8532\right)^{k})$ olarak elde edilir.

C-3:

a) Kütle yay ve sönümlendiriciden oluşan sisteme ait serbest cisim gösterimi aşağıda verilmiştir,



Sistemi hareket ettiren net kuvvet $F_{net}(t) = F(t) - (F_B(t) + F_k(t))$ olarak yazılabilinir.

Elemanlara ait kuvvet ifadeleri kullanılarak, sisteme ait dinamik denklemler aşağıdaki gibi verilir,

$$m\frac{d^2y(t)}{dt^2} = F(t) - (B\frac{dy(t)}{dt} + k(y)\cdot y(t))$$

$\boldsymbol{k(y) = K_i y^2(t)}$ ifadesi yukarıdaki denklemde yerine koyulursa;

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = \frac{1}{m}F(t) - \frac{B}{m}\frac{dy(t)}{dt} - K_i\frac{y^3(t)}{m}$$

Sistemi tanımlayan lineer olmayan ikinci dereceden diferansiyel denklem elde edilir.

b) Durum denklemlerinin elde edilmesi:

i) Durum değişkenleri tanımlanır.

$x_1(t) = y(t)$: ***konum olsun***

$x_2(t) = \dfrac{dx_1(t)}{dt} = \dfrac{dy(t)}{dt}$: ***hız olsun***

$\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} = \dfrac{dx_2(t)}{dt}$ dir.

ii) Tanımlanan durum değişkenleri kullanılarak durum denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$f_1(t) = \dfrac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t)$ **1. Durum denklemi**

$f_2(t) = \dfrac{dx_2(t)}{dt} = \dfrac{1}{m}F(t) - \dfrac{B}{m}x_2(t) - \dfrac{K_i}{m}x_1^3(t)$ **2. Durum denklemi**

Ek Bilgi:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dx_1(t)}{dt} \\ \dfrac{dx_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & x_2(t) \\ -\dfrac{K_i}{m}x_1^3(t) & -\dfrac{B}{m}x_2(t) \end{bmatrix}}_{f(.)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{m} \end{bmatrix}}_{g(.)} F(t)$$ şeklinde yazılabilinir.

$\dfrac{\Delta x(t)}{\Delta t} = A^{*}\Delta x(t) + B^{*}\Delta r(t)$ vektör matris formunda yazabilmek için A^{*} ve B^{*} matrisleri hesap edilmelidir.

$$A^{*} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{y_0 = x_{01}}$$

ve bir adet giriş olduğundan $r(t) = F(\mathrm{t})$ dir. $B^{*} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial r} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial r} \end{bmatrix}$ matrisleri hesaplanır.

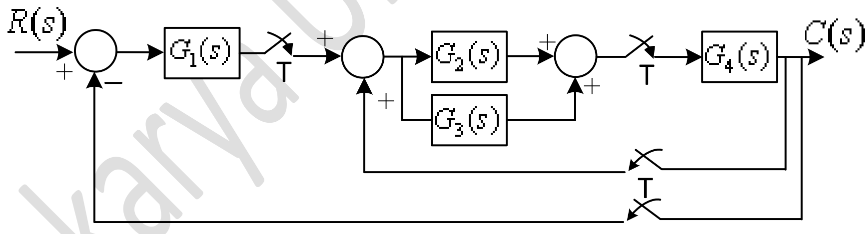
$$A^{*} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{x = x_0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{3K_i}{m} x_{01}^2 & -\dfrac{B}{m} \end{bmatrix}$$

$$B^{*} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial r} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{m} \end{bmatrix}$$

Elde edilen matrisler $\dfrac{\Delta x(t)}{\Delta t} = A^{*}\Delta x(t) + B^{*}\Delta r(t)$ *formunda yazılır ise*;

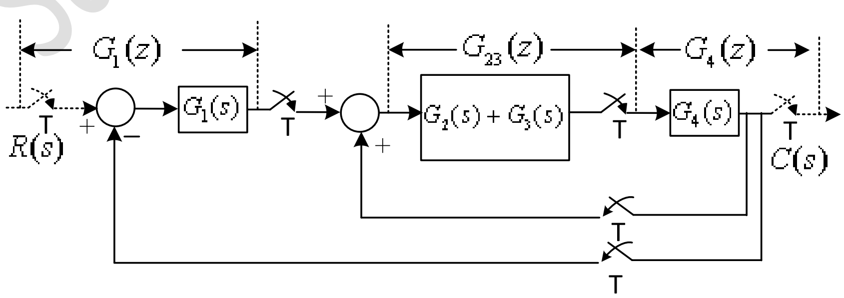
$$\begin{bmatrix} \dfrac{\Delta x_1(t)}{\Delta t} \\ \dfrac{\Delta x_2(t)}{\Delta t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{3K_i}{m} x_{01}^2 & -\dfrac{B}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1(t) \\ \Delta x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{m} \end{bmatrix} \Delta r(t)$$

C-4:

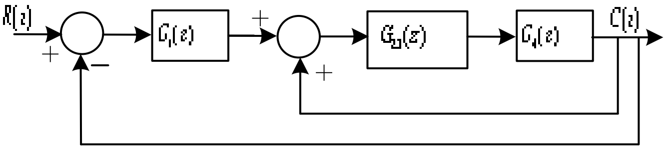


a)

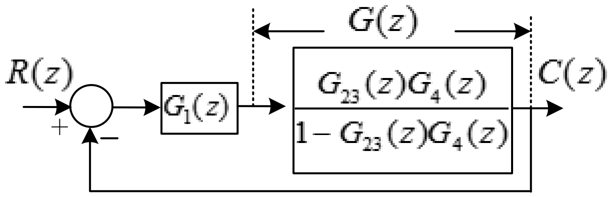
Yukarıda verilen blok diyagramı,



Gibi düşünülür ve



Olarak çizilebilinir. Bu blok diyagram kullanılarak sırasıyla aşağıdaki indirgemeler yapılabilinir;



$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G_1(z)\cdot G(z)}{1+G_1(z)\cdot G(z)}$$

$$G_1(s) = \frac{2}{s+1}\ ,\ ,G_2(s) = 4\ ,G_3(s) = \frac{1}{s+2},G_4(s) = 2,\ T = 0.1sn$$

Herbir transfer fonksiyonuna ait z dönüşümü aşağıda verildiği gibi sırasıyla yapılabilinir;

$$G_1(z) = Z\left\{ \left.\frac{2}{s+1}\right|_{T=0.1} \right\} = 2\frac{z}{z-e^{-0.1}} = \frac{2z}{z-0.9048}$$

$$G_{23}(z) = Z\left\{ (G_2(s)+G_3(s)) \right\} = Z\left\{ (4+\frac{1}{s+2}) \right\} = Z\left\{ \left.\frac{4s+9}{s+2}\right|_{T=0.1} \right\} = \frac{z}{z-e^{-2T}} = \frac{z}{z-0.8187}$$

$$G_4(z) = 2$$

$$G(z) = \frac{G_{23}(z)G_4(z)}{1-G_{23}(z)G_4(z)} = \frac{2\dfrac{z}{z-0.8187}}{1-2\dfrac{z}{z-0.8187}} = \frac{2z}{-z-0.8187}$$

Yukarıda elde edilen transfer fonksiyonları $\dfrac{C(z)}{R(z)}$ ifadesinde yerine koyulur ise;

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G_1(z)\cdot G(z)}{1+G_1(z)\cdot G(z)} = \frac{\dfrac{2z}{z-0.9048}\cdot\dfrac{2z}{-z-0.8187}}{1+\dfrac{2z}{z-0.9048}\cdot\dfrac{2z}{-z-0.8187}} = \frac{4z^2}{3z^2+0.0861z+0.7408}$$

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{4z^2}{3z^2+0.0861z+0.7408}$$ olarak elde edilir.

b) $r(t)=5\,u(t)$ giriş için $C(\infty)$ değeri aşağıda hesaplanır;

$$C(z)=\frac{4z^2}{3z^2+0.0861z+0.7408}\frac{5z}{z-1}$$ olduğuna göre son değer teoremi kullanılarak;

$$C(\infty)=\lim_{z\to 1}\cancel{(z-1)}\frac{4z^2}{3z^2+0.0861z+0.7408}\frac{5z}{\cancel{z-1}}\bigg|_{z=1}=5.2262$$ olarak elde edilir.