

SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
ELEKTRİK - ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
İŞARETLER ve SİSTEMLER

VİZE SINAVI

SORU 1 (15P) : Aşağıda verilen sistemleri nedensellik, doğrusallık, zamanla değişim ve kararlılık yönlerinden inceleyiniz.

a) $y(t) = t^2 x(t - t_0), t_0 > 0$

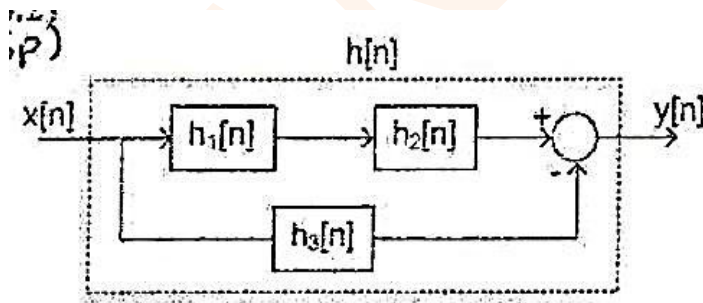
b) $y(t) = \begin{cases} 10 & , x(t) > 5 \\ 2x(t) & , |x(t)| \leq 5 \\ -10 & , x(t) < -5 \end{cases}$

c) $y[n] = nx[n-1] - 2$

ÇÖZÜM 1 :

	a	b	c
NEDENSELLİK	+	+	+
KARARLILIK	-	+	-
DOĞRUSALLIK	+	-	-
ZAMANLA DEĞİŞME	-	+	-

SORU 2 (15P) :



$h_1[n] = u[n+2]$ $h_2[n] = \delta[n-2]$ $h_3[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$ olmak üzere üstte verilen DZD sistem için,

a) $h[n] = ?$ **b)** Sistem kararlı mıdır?

ÇÖZÜM 2 :

a) $h[n] = (h_1[n] * h_2[n]) + h_3[n]$

$$h[n] = (u[n+2] * \delta[n-2]) \quad (u[n+2] * \delta[n-2] = u[n])$$

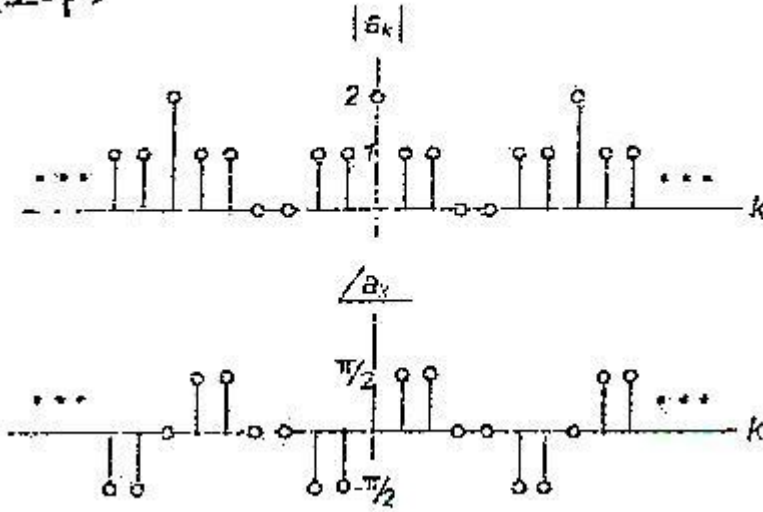
$$\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] = \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) u[n]$$

b) Kararlılık için $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty$ olmalıdır

$\lim_{n \rightarrow \infty} h[n] = 1$ dolayısıyla $\sum_{n=0}^{\infty} |h[n]| = \infty$ olduğundan sistem kararsızdır.

SORU 3 (20P) : $x[n]$ işareti için FS katsayıları aşağıda verildiğine göre $x[n] = ?$

(20P)



ÇÖZÜM 3 : Sentez denklemi $\rightarrow x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk\omega_0 n}$

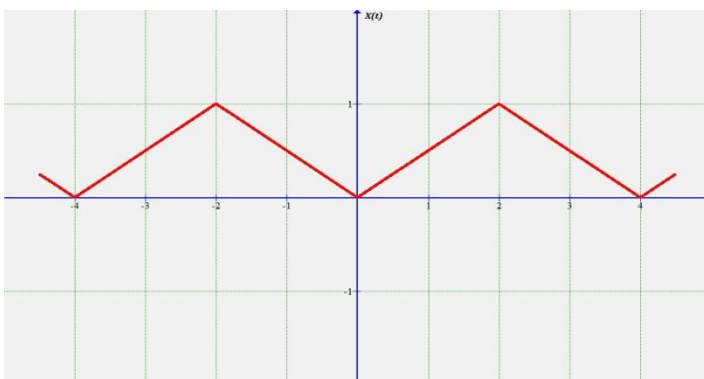
Grafikten $N=7$ ve $\omega_0 = 2\pi/7$

$$x[n] = \sum_{n=-3}^3 a_k e^{jk\frac{2\pi}{7}n} = 0 + 1.e^{j\frac{\pi}{2}}.e^{j(-2)\frac{2\pi}{7}n} + 1.e^{-j\frac{\pi}{2}}.e^{j(-1)\frac{2\pi}{7}n} + e^{j\frac{\pi}{2}}.e^{j(2)\frac{2\pi}{7}n} + 0$$

$$x[n] = e^{j(\frac{2\pi}{7}n + \frac{\pi}{2})} + e^{-j(\frac{2\pi}{7}n + \frac{\pi}{2})} + e^{j(\frac{4\pi}{7}n + \frac{\pi}{2})} + e^{-j(\frac{4\pi}{7}n - \frac{\pi}{2})} + 2$$

$$x[n] = 2 + 2\cos\left(\frac{2\pi}{7}n + \frac{\pi}{2}\right) + 2\cos\left(\frac{4\pi}{7}n + \frac{\pi}{2}\right)$$

SORU 4 :





(Genlik:1 Periyot : 4)

(Genlik : 0.5 Periyot : 4)

a) $X(t)$ işaretinin FS katsayılarını bulunuz.

[15P]

b) (a) şıkında elde edilen katsayılardan ve FS özelliklerinden faydalanarak $Z(t)$ işaretinin katsayılarını bulunuz.

[10P]

ÇÖZÜM 4 :

$X(t)$ işaretinin FS katsayıları

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt = \frac{1}{4} \int_0^4 x(t) dt = \frac{1}{4} \left(\int_0^2 \frac{t}{2} dt + \int_2^4 \left(-\frac{t}{2} + 2 \right) dt \right)$$

$$a_0 = \frac{1}{4} \left(\frac{t^2}{4} \Big|_0^2 + \left(-\frac{t^2}{4} + 2t \right) \Big|_2^4 \right) = \frac{1}{4} (1 - 4 + 8 + 1 - 4) = \frac{1}{2}$$

$$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{1}{4} \left(\int_0^2 \frac{t}{2} e^{-jk\omega_0 t} dt + \int_2^4 \left(-\frac{t}{2} + 2 \right) dt \right)$$

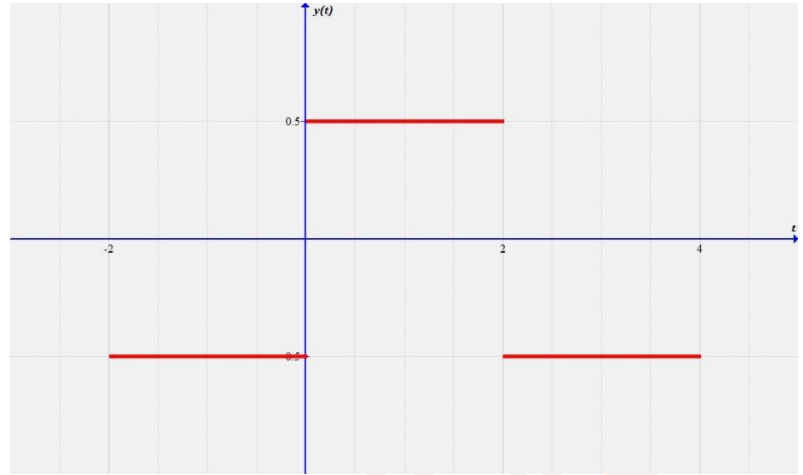
$$a_k = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \int_0^2 t e^{-jk\omega_0 t} dt + \frac{1}{2} \int_2^4 -t e^{-jk\omega_0 t} dt + 2 \int_2^4 e^{-jk\omega_0 t} dt \right)$$

$$\text{kısmi entegrasyon} \Rightarrow \begin{cases} t = u & dv = e^{-jk\omega_0 t} dt \\ dt = du & v = \frac{1}{jk\omega_0} e^{-jk\omega_0 t} \end{cases}$$

$$a_k = \frac{2 \sin(\frac{\pi k}{2})}{j(\pi k)^2} e^{-j\frac{k\pi}{2}}, k \neq 0 \text{ bulunur.}$$

$Z(t)$ işareti, $X(t)$ işaretinin türevinin "1" birim sola kaydırılması ile elde edilir. $Z(t)$ işaretinin katsayılarını iki basamakta elde edebiliriz. (t) , $X(t)$ nin türevi olsun. $y(t)$ nin FS katsayıları b_k ,

$$b_k = jk\omega_o a_k = jk \frac{2\pi}{4} a_k \text{ olur.}$$



İşaret "1" birim sola kaydırılırsa $Z(t)$ elde edilir ve $Z(t)$ nin FS katsayıları c_k ,

$$c_k = b_k e^{-jk\omega_o(-1)} = jk \frac{2\pi}{4} a_k e^{-j\frac{k\pi}{2}}$$

$$c_k = jk \frac{\pi}{2} e^{j\frac{k\pi}{2}} \cdot \frac{2 \sin(\frac{\pi k}{2})}{j(4\pi)^2} e^{-j\frac{k\pi}{2}} = \frac{\sin(\frac{\pi k}{2})}{k\pi}$$

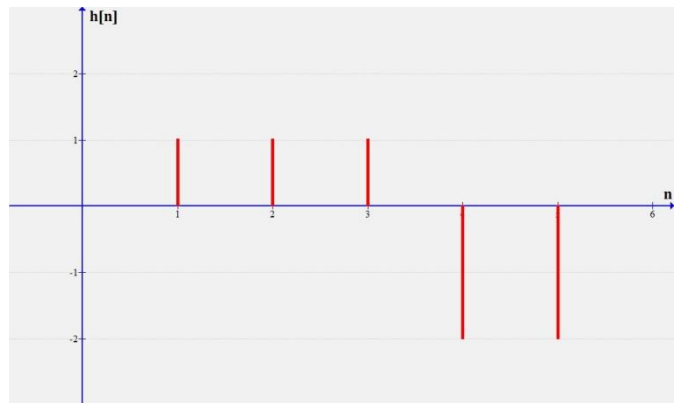
$$c_o = \frac{1}{4} \left(\int_{-1}^1 \frac{1}{2} dt + \int_1^3 -\frac{1}{2} dt \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{t}{2} \Big|_{-1}^1 - \frac{t}{2} \Big|_1^3 \right) = \frac{1}{4} (1 - 1) = 0$$

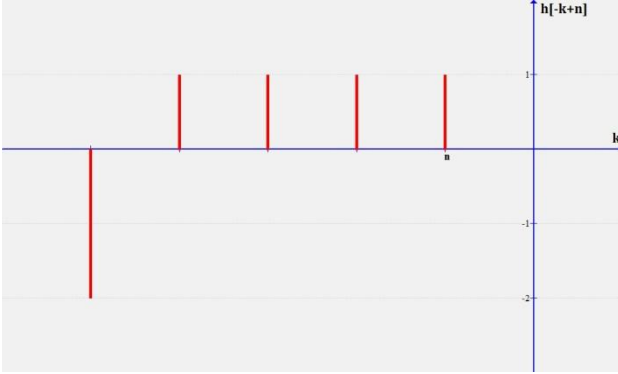
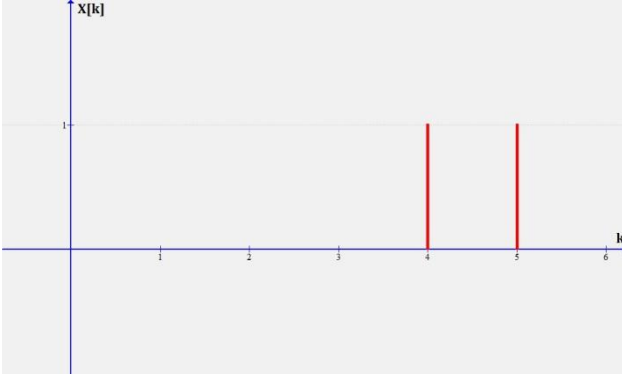
SORU 5 : DZD bir sistemin girişi $x[n]=u[n-4]$, impuls cevabı $h[n]=u[n]-u[n-4]$ şeklinde veriliyor. Buna göre $0 \leq n \leq 5$ aralığı için ;

a) Giriş işaretini ve impuls cevabını çizerek sistemin çıkışını hesaplayınız. [15P]

b) Sistemin çıkışını çiziniz. [10P]

ÇÖZÜM 5 :





$$y[n] = \sum_k x[k] h[n-k]$$

$$y[n] = \sum_k u[k-4] (u[n-k] - 3u[-4+n-k]) \quad k < 4 \text{ için } y[n] = 0 \text{ olur}$$

$$k \geq 4 \text{ için } y[n] = \sum_k u[k-4] (u[n-k] - 3u[-4+n-k]) \text{ aralıklara bölünerek bulunur.}$$

$$y[n] = \sum_4^5 u[k-4] (u[n-k] - 3u[-4+n-k]) \dots (u[n-k] - 3u[-4+n-k]) \neq 0 \text{ olması için}$$

$$n \geq k \text{ veya } n \geq k-4 \text{ olmalıdır.}$$