

S.1) Açık çevrim transfer fonksiyonu $G(z)H(z) = K \frac{z+0.5}{z^2-1.2z-0.4}$ olarak verilen sistem için,

- $0 < K < \infty$ aralığı için kök-yer eğrisini çiziniz. (kutup-sıfır noktaları, kopma noktası, imajiner eksen kesme noktası vs. hesaplayınız)
- Sistemin kararlı yapan K aralığını hesaplayınız.

C.1-) Açık çevrim transfer fonksiyonuna ait:

Kutuplar (2p) Sıfırlar (2p)

$$p_1 = 1.4718 \quad z_1 = -0.5$$

$$p_2 = -0.2718 \quad z_2 = -\infty$$

 $n = 2$ Kutup sayısı. $m = 1$ Sıfır sayısı.

$n - m = 2 - 1 = 1$ adet asimtot vardır.

Asimtotların reel eksen ile yaptıkları açı: $\theta = \pm \frac{\pi}{n-m} (2k+1)$ ile hesap edilir. Bir adet asimtot olduğu için $k = 0$ için bir adetasimtot açısı hesap edilir.

$$\theta = \frac{\pi}{1} (2 \cdot 0 + 1) \text{ ise } \theta = \pi \text{ dir. (2p)}$$

(**Not:** k 'ya farklı bir değerde verilse bile, $k=1$ $\theta = 3\pi$ veya $k=-1$ $\theta = -\pi$ gibi. Görüldüğü gibi k 'ya hangi değer verilirse verilsin aynı açı çıkar. Bir adet asimtot olduğu için k 'ya tek değer verilir. Basit olması için $k=0$ verilebilir.)

Asimtotların reel eksen Kesme noktası:

$$\sigma = \frac{\sum \text{sonlu kutuplar} - \sum \text{sonlu sıfırlar}}{n-m} = \frac{1.4718 + (-0.2718) - (-0.5)}{1}$$

$$\sigma = 1.7 \quad \text{(2p)}$$

Kopma noktaları; $\frac{dG(z)H(z)}{dz} = 0$ köklerinden kopma noktaları elde edilir.

$$\frac{d}{dz} \left(K \frac{z+0.5}{z^2-1.2z-0.4} \right) = 0 \text{ dan}$$

$$\Rightarrow K \left[\frac{z^2 - 1.2z - 0.4 - (2z - 1.2z)(z + 0.5)}{(z^2 - 1.2z - 0.4)^2} \right] = 0 \text{ dan } z^2 + z - 0.2 = 0 \text{ denklemi elde edilir.}$$

Bu denklemin Kökleri: -1,171 ve 0.171 olarak bulunur. (4p)

Yer eğrisinin birim çemberi kesme noktaları karakteristik denklem köklerinin kritik kazanç değeri için hesaplanması ile elde edilebilir.

karakteristik denklem: $F(z) = 1 + G(z)H(z) = 1 + K \frac{z+0.5}{z^2-1.2z-0.4} = 0 \Rightarrow F(z) = z^2 + (K-1.2)z + 0.5K - 0.4 = 0 \quad \text{(4p)}$

Jury kararlılık testi ile gerek koşullar:

$$F(1) > 0 \rightarrow 1 + K - 1.2 + 0.5K - 0.4 > 0 \Rightarrow K > 0.4 \quad \text{(1p)}$$

$$(-1)^2 F(-1) > 0 \rightarrow 1 + 1.2 - K + 0.5K - 0.4 > 0 \Rightarrow K < 3.6 \quad \text{(1p)}$$

$$\text{Yeter koşül: } |a_n| > |a_0| \rightarrow 1 > |0.5K - 0.4| \Rightarrow -1.2 < K < 2.8 \quad \text{(2p)}$$

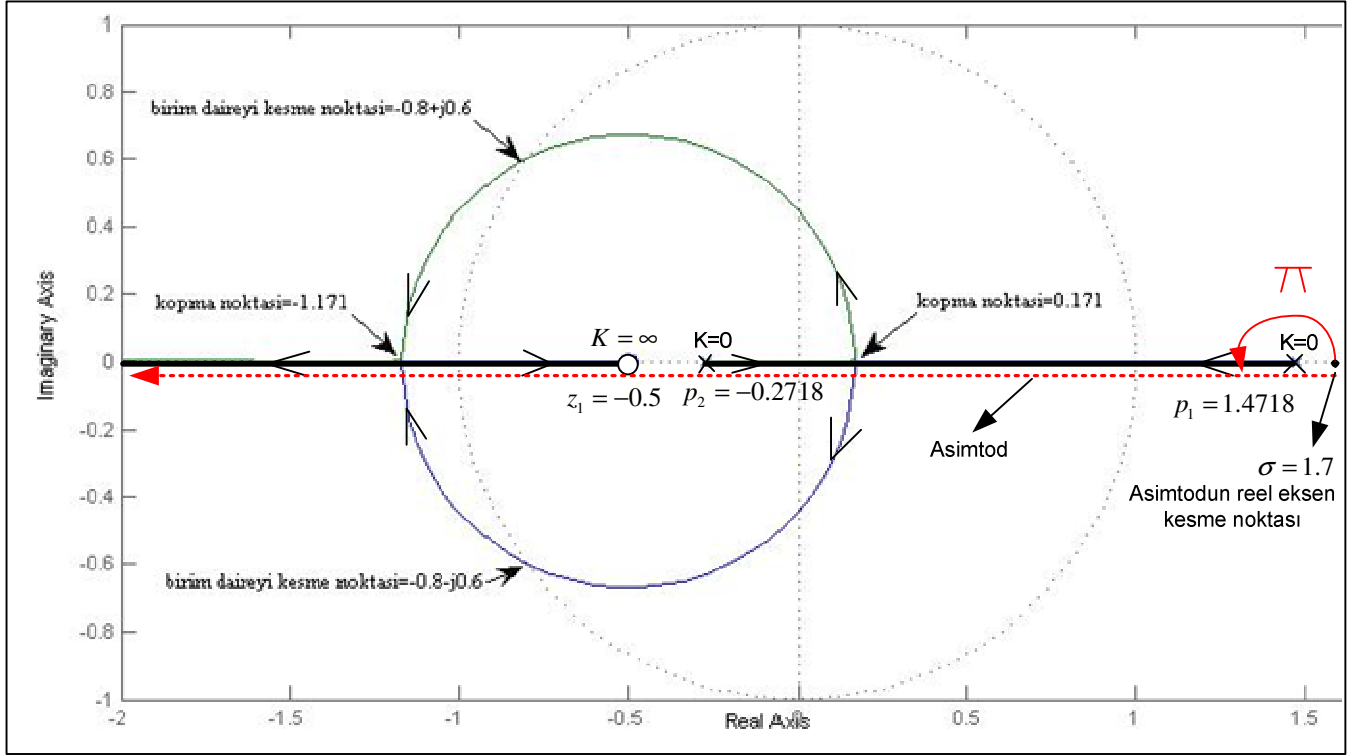
Sistemin kararlı olabilmesi için her üç koşulun sağlandığı bölge: $0.4 < K < 2.8$ elde edilir. Her iki değer için birim daireyi kesme noktaları: $K_s = K = 2.8$ alınarak, Karakteristik denklemde $K = K_s$ yerine koyulur.

$F(z) = z^2 + (2.8 - 1,2)z + 0,5 * 2.8 - 0,4 = 0$ $F(z) = z^2 + 1,6z + 1 = 0$ denklemin kökleri hesap edilir.

$z_{1,2} = -0.8 \pm 0.6j$ birim çemberi kesme noktaları elde edilir. (2p)

olarak bulunur.

(3p)



S.2) Açık çevrim transfer fonksiyonu $G(s)H(s) = \frac{K}{s(\tau s + 1)}$ olarak verilen bir DC-motorun konum kontrolü yapılacaktır Açık

çevrim kazancı $K=0.6$ ve zaman sabiti $\tau = 0.2s$ ve $G_c(s) = K_p$ (oransal kontrolör) olmak üzere;

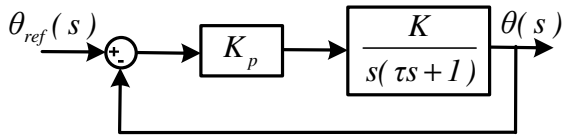
i) Sistemin kapalı çevrim kontrol blok diyagramını çiziniz.

ii) Basamak giriş için sistemin %16.3 aşım ($\xi=0.5$) ve %2 kriterine göre yerleşme zamanının $t_s=1.6s$ olması istendiğine göre K_p değerini hesaplayınız.

iii) Sistemin basamak ($r(t) = u(t)$) ve rampa giriş ($r(t) = tu(t)$) için sürekli-hal hatalarını hesaplayınız.

C.2. $G(s)H(s) = \frac{K}{s(\tau s + 1)}$

i) Kapalı – Çevrim Kontrol Blok diyagramı: (7p)



ii)

$$K_{\zeta TF} = \frac{\theta(s)}{\theta_{ref}(s)} = \frac{\frac{K_p K / \tau}{s(s + 1/\tau)}}{1 + \frac{K_p K}{\tau} \frac{1}{s(s + 1/\tau)}} = \frac{K_p K / \tau}{s(s + 1/\tau) + K_p K}$$

Değerler yerine konularak;

$$K_{\zeta TF} = \frac{3K_p}{s^2 + 5s + 3K_p} \quad (5p)$$

İkinci dereceden birim geribeslemeli bir sisteme ilişkin kapalı çevrim transfer fonksiyonu eşitliğinden faydalanılarak

$$\frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} = \frac{3K_p}{s^2 + 5s + 3K_p} \text{ ise } 3K_p = w_n^2 \rightarrow K_p = \frac{w_n^2}{3} \text{ olmalıdır.}$$

İstenen %2 yerleşme zamanından, $t_s = \frac{4}{\zeta w_n} = 1.6 \rightarrow w_n = \frac{4}{1.6 \cdot 0.5} = 5$ bu değer yukarıda yerine koyulur ise.

$$K_p = \frac{5^2}{3} \text{ ise } K_p = 8,33 \text{ olarak bulunur. (5p)}$$

iii) Birim geribeslemeli sistem için hata fonksiyonu

A-YOLU

$$\varepsilon(s) = \frac{R(s)}{1 + A.\zeta.T.F} = \frac{R(s)}{1 + G(s)} \text{ ve son de\u011fer teoremi yardımıyla } \textbf{S\u00fcrekli Hal Hatası } e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s)}{1 + A.\zeta.T.F}$$

$$A.\zeta.T.F = G(s) = \frac{25}{s(s+5)}$$

O halde birim basamak giriş için,

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1/s}{1 + \frac{25}{s(s+5)}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(s+5)}{s^2 + 5s + 25} = 0 \quad (4p)$$

Rampa giriş için

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1/s^2}{1 + \frac{25}{s(s+5)}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s+5}{s^2 + 5s + 25} = 0,2 = \%20 \quad (4p)$$

B-YOLU

Basamak giriş için s\u00fcrekli hal hatası: $\varepsilon_{ss} = \frac{1}{1 + K_p}$ ve **konum hata katsayısı:** $K_p = G(0)$ dır.

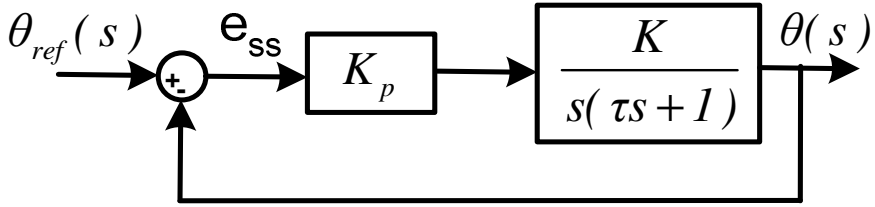
$$G(0) = \frac{25}{0(0+5)} \rightarrow K_p = G(0) = \infty \quad \varepsilon_{ss} = \frac{R}{1 + \infty} \rightarrow \text{Basamak giriş i\u00e7in SHH } \varepsilon_{ss} = 0$$

Basamak Rampa i\u00e7in s\u00fcrekli hal hatası: $\varepsilon_{ss} = \frac{1}{K_v}$ $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$ dır.

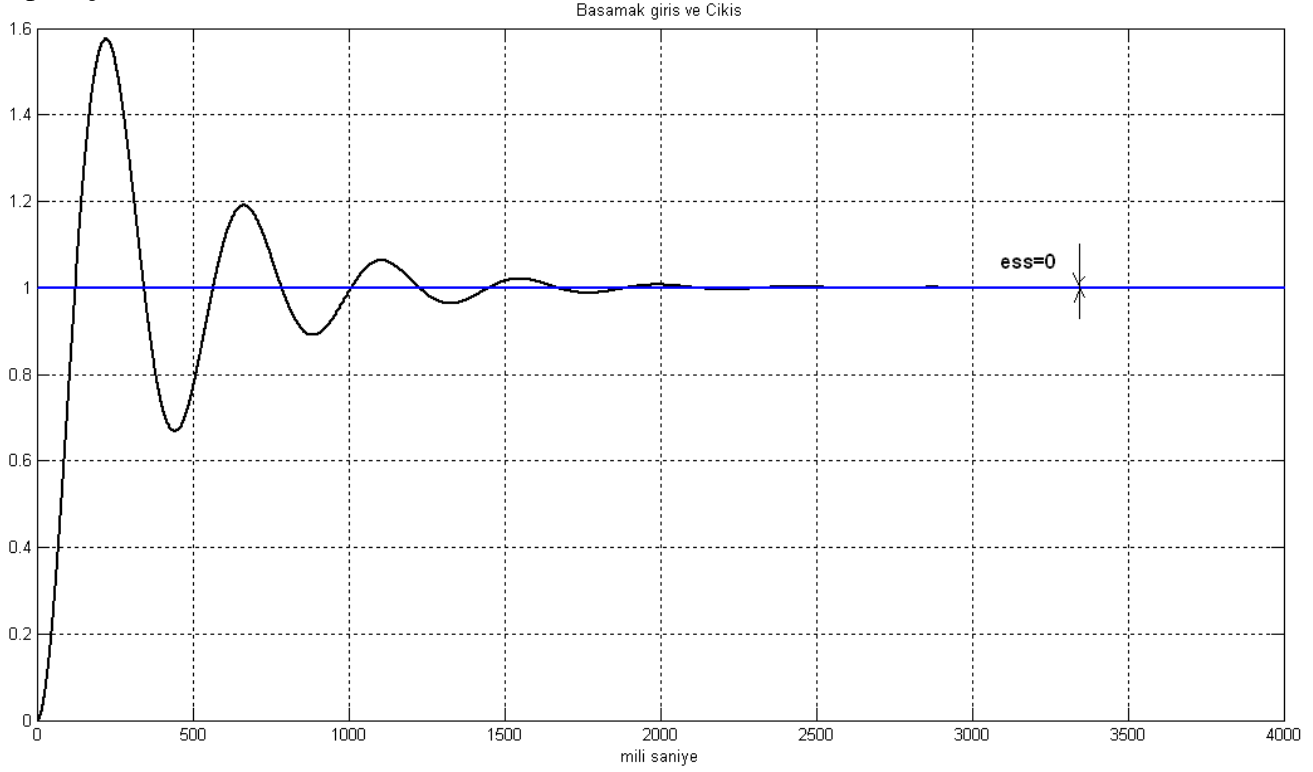
$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{25}{s(s+5)} = 5 \text{ olarak elde edilir ve } \varepsilon_{ss} \text{ ifadesinde yerine koyulur.}$$

$$\varepsilon_{ss} = \frac{1}{5} \rightarrow \varepsilon_{ss} = 0,2 = \%20 \text{ dır.}$$

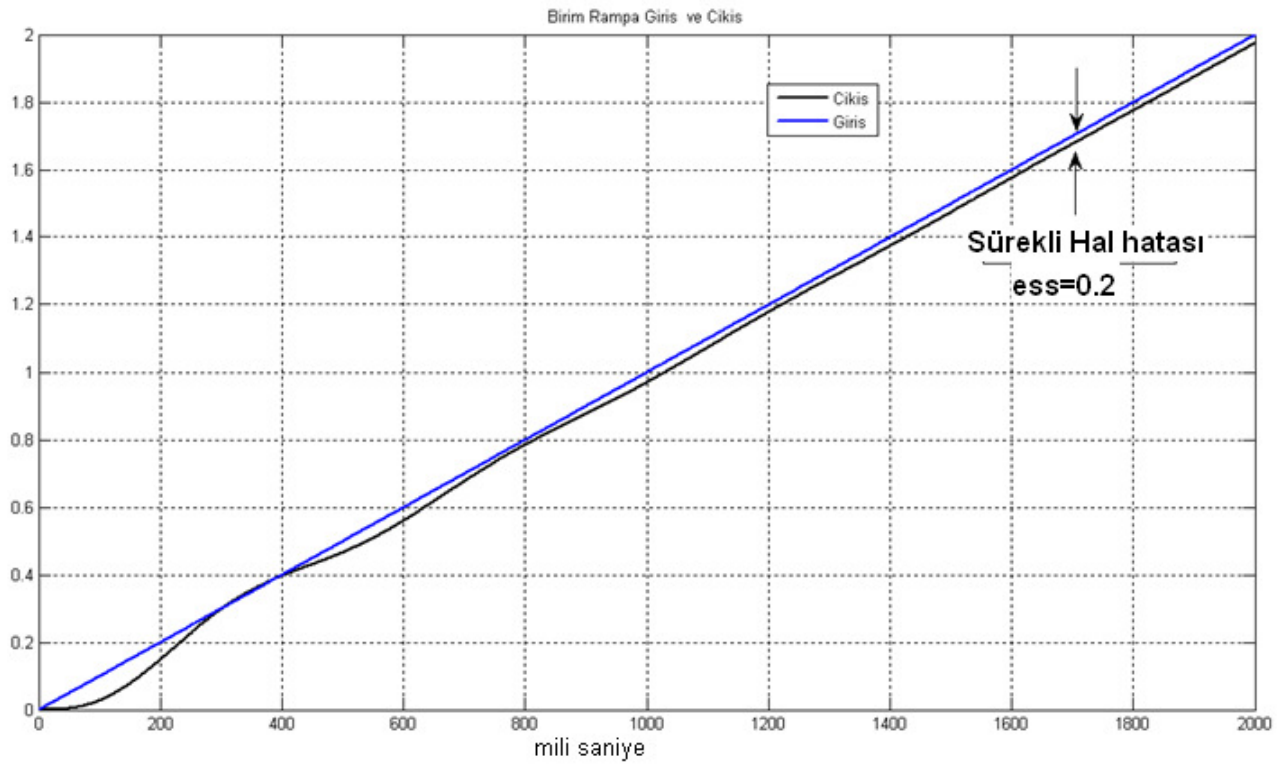
Bilgi Amaçlı:



Kapalı Çevrim Kontrol sistemi

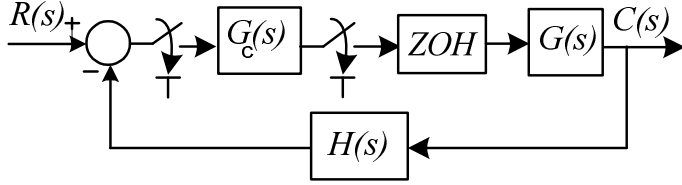


Birim Basamak giriş ve cevap



Birim rampa giriş ve Cevap

S.3)



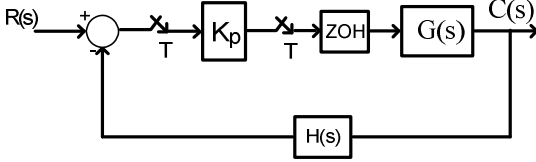
a) $\frac{C(z)}{R(z)}$ Ayırık-zaman kapalı çevrim transfer

fonksiyonunu elde ediniz.

b) $G_c(s) = 0.025$ $G(s) = \frac{e^{-s}}{s+1}$ $H(s) = 1$ $T = 1sn$ ve $r(t) = 10u(t)$ olmak üzere $C(z) = ?$ elde ediniz.

c) $C(k) = ?$ elde ediniz. $C(5) = ?$ değerini hesap ediniz.

C.3.



a) $\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G_c(z)G_s(z)}{1 + G_c(z)G_{sh}(z)}$ (7p)

b) $G_s(z) = z \left\{ \frac{1 - e^{-sT}}{s} G(s) \right\}$ $G_{sh}(z) = z \left\{ \frac{1 - e^{-sT}}{s} G(s) H(s) \right\}$

G(s) ve H(s) arasında örnekleyicinin bulunmadığına dikkat edilmelidir! Dolayısıyla $G_s(z) = G_{sh}(z)$

$$G_c(s) = 0,025$$

$$G_s(z) = G_{sh}(z) = z \left\{ \frac{1 - e^{-sT}}{s} \frac{e^{-s}}{s+1} \right\}_{T=1} = (1 - z^{-1}) z^{-1} z \left\{ \frac{1}{s(s+1)} \right\}_{T=1} = \frac{0,632}{z(z - 0,368)}$$

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{0,025 \frac{0,632}{z(z - 0,368)}}{1 + 0,025 \frac{0,632}{z(z - 0,368)}} = \frac{0,0158}{z^2 - 0,368z + 0,0158} \rightarrow C(z) = \frac{0,0158}{z^2 - 0,368z + 0,0158} R(z)$$

$$C(z) = \frac{0,0158}{(z - 0,32)(z - 0,05)} \frac{z}{z - 1} \text{ Olarak elde edilir (8p)}$$

c) Rezidü yöntemi kullanılarak;

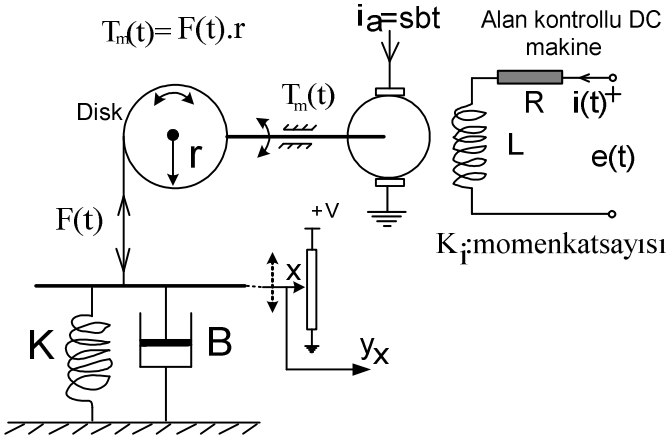
$$c(k) = (z - 0,32) \frac{0,0158z}{(z - 0,32)(z - 0,05)(z - 1)} z^{k-1} \Big|_{z=0,32} + (z - 0,05) \frac{0,0158z}{(z - 0,32)(z - 0,05)(z - 1)} z^{k-1} \Big|_{z=0,05} + (z - 0,32) \frac{0,0158z}{(z - 0,32)(z - 0,05)(z - 1)} z^{k-1} \Big|_{z=1}$$

$$c(k) = \frac{5,056 \cdot 10^{-3} \cdot 3,125}{0,27 \cdot (-0,68)} 0,32^k + \frac{7,9 \cdot 10^{-4} \cdot 20}{(-0,27)(-0,95)} 0,05^k + \frac{0,0158}{0,68 \cdot 0,95} 1^k$$

$$c(k) = -0,086 \cdot 0,32^k + 0,062 \cdot 0,05^k + 0,025 \cdot 1^k \text{ (7p)}$$

$$c(5) = 0,025 \text{ olarak elde edilir. (3p)}$$

S.4)



Yanda verilen yay ve sönümlendirici sisteminde alan kontrollü DC makine ile pozisyon kontrolü yapılmaktadır. Disk ve motora ait atalet ve sürtünmeler ihmal edilmektedir ($J_m = B_m = 0$).

- Sisteme ait dinamik denklemleri yazınız. Kontrol blok diyagramını elde ediniz.
 $y_x = x(t)$ (ölçülen konum)
- y_r referans konum girişi ve $G_c(z)$ ayrık-zaman kontrolör olmak üzere, ayrık-zaman sayısal kapalı çevrim kontrol blok diyagramını çiziniz.

C.4. a)(5p)

$$e(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

$$T_e(t) = K_i i(t)$$

$$T_m(t) = T_e(t)$$

$$\text{Sürekli rejimde;}$$

$$T_e(t) = T_m(t)$$

$$T_m(t) = F(t) \cdot r$$

$$F(t) = kx(t) + B \frac{dx(t)}{dt}$$

(5p)

$$E(s) = RI(s) + sLI(s) \rightarrow I(s) = \frac{E(s)}{R + sL}$$

$$T_m(s) = K_i I(s)$$

$$T_m(s) = F(s) \cdot r$$

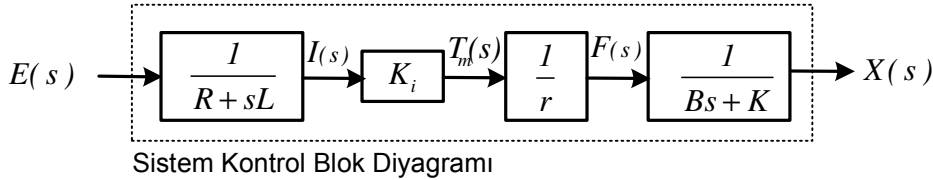
$$F(s) = BsX(s) + K \cdot X(s), \quad m = 0$$

Giriş E(s), çıkış X(s) olduğuna göre

$$X(s) = \frac{F(s)}{Bs + K}$$

Olarak bulunur.

(5p)



b)(10p)

