

**CEVAPLAR**

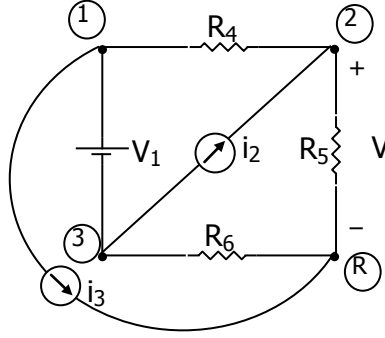
**SORU 1. [ 20 puan ]**

a) Şekildeki devreye ait **Düğüm**

**Denklemlerini** matris formunda

yazınız ve düzenleyiniz

b) Elemanlara ilişkin akım, gerilim ve güçleri bulunuz.



$$V_1 = 3 \text{ V}, \quad i_2 = 6 \text{ A}, \quad i_3 = 9 \text{ A}, \quad R_4 = 1 \Omega, \quad R_5 = 2 \Omega, \quad R_6 = 3 \Omega$$

**Cözüm:**

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{d1} \\ V_{d2} \\ V_{d3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_1 - 9 \\ 6 \\ I_1 - 6 \end{bmatrix}$$

4 bilinmeyenli 3 denklem

1 tane ek denklem yazılmalıdır

$$1) \quad V_1 = 3 = V_{d1} - V_{d3} \rightarrow V_{d1} = V_{d3} + 3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{d3} + 3 \\ V_{d2} \\ V_{d3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_1 - 9 \\ 6 \\ I_1 - 6 \end{bmatrix}$$

$$V_{d3} + 3 - V_{d2} = -I_1 - 9 \rightarrow I_1 - V_{d2} + V_{d3} = -12 \quad \dots(1)$$

$$-V_{d3} - 3 + 1.5 V_{d2} = 6 \rightarrow 1.5 V_{d2} - V_{d3} = 9 \quad \dots(2)$$

$$(1/3)V_{d3} = I_1 - 6 \rightarrow I_1 - (1/3)V_{d3} = \dots\dots\dots(3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1.5 & -1 \\ -1 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_{d2} \\ V_{d3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ 9 \\ -6 \end{bmatrix}$$

1. ve 3. Denklem toplanır

$$-V_{d2} + (4/3)V_{d3} = -18 \quad \dots\dots(1)+(3)$$

(1)+(3), 1.5 ile çarpılıp, (2) ile toplanır

$$V_{d3} = -18 \text{ V olur.}$$

$$V_{d3} = -18 \text{ V'u, (2)'de yazarak, } 1.5 V_{d2} - (-18) = 9, \quad V_{d2} = -6 \text{ V olur.}$$

$$V_{d3} = -18 \text{ V'u ve } V_{d2} = -6 \text{ V'u (1)'de yazarak, } I_1 - (-6) - 18 = -12, \quad I_1 = 0 \text{ A}$$

$$\text{Ek denklemden } V_{d1} = V_{d3} + 3 = -18 + 3, \quad V_{d1} = -15 \text{ olur.}$$

$$V_1 = 3 \text{ V,}$$

$$I_1 = 0,$$

$$P_1 = 0 \text{ W}$$

$$V_2 = V_{d3} - V_{d2} = -18 - (-6) = -12 \text{ V,}$$

$$I_2 = 6 \text{ A,}$$

$$P_2 = -72 \text{ W}$$

$$V_3 = V_{d1} = -15 \text{ V,}$$

$$I_3 = 9 \text{ A,}$$

$$P_3 = -135 \text{ W}$$

$$V_4 = V_{d2} - V_{d1} = -6 - (-15) = 9 \text{ V,}$$

$$I_4 = 9/1 = 9 \text{ A,}$$

$$P_4 = 81 \text{ W}$$

$$V_5 = V_{d2} = -6 \text{ V,}$$

$$I_5 = -6/2 = -3 \text{ A,}$$

$$P_5 = 18 \text{ W}$$

$$V_6 = V_{d3} = -18 \text{ V,}$$

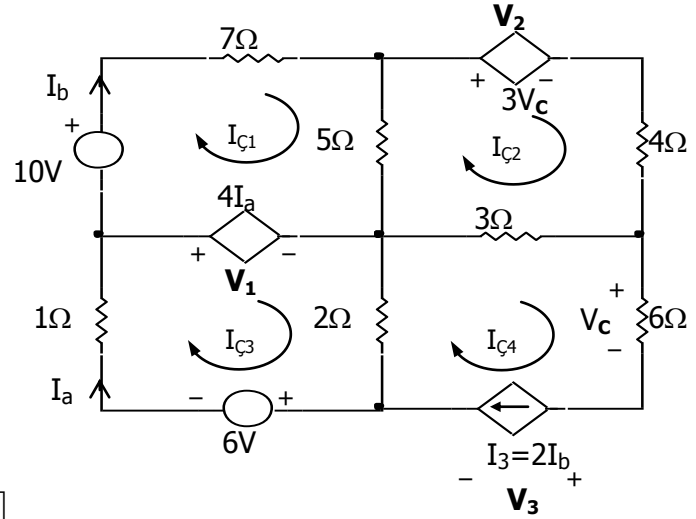
$$I_6 = -18/3 = -6 \text{ A,}$$

$$P_6 = 108 \text{ W}$$

$$\sum P = 0 - 72 - 135 + 81 + 18 + 108 = 0$$

**SORU 2.) [ 20 puan ]**

Şekilde verilen devreye ait **Çevre denklemlerini** matris biçiminde yazınız, matrisi düzenleyerek bilgisayarda çözülebilecek hale getiriniz.



**Çözüm:**

$$\begin{bmatrix} 12 & -5 & 0 & 0 \\ -5 & 12 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & -3 & -2 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{C1} \\ I_{C2} \\ I_{C3} \\ I_{C4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 + V_1 \\ -V_2 \\ -6 - V_1 \\ -V_3 \end{bmatrix}$$

7 bilinmeyenli 4 denklem  
3 tane ek denklem yazılmalıdır

- 1)  $V_1 = 4I_a = 4I_{C3}$ , ( $I_{C3} = I_a$ )
- 2)  $I_{C4} = I_3 = 2I_b$ , ( $I_{C1} = I_b$ ),  $I_{C4} = 2I_{C1}$
- 3)  $V_2 = 3V_c$ , ( $V_c = 6I_{C4}$ ),  $V_2 = 3 \times 6I_{C4} = 18I_{C4} = 18 \cdot 2I_{C1} = 36I_{C1}$

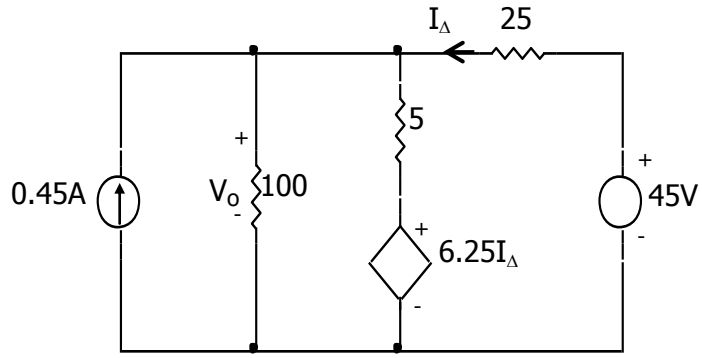
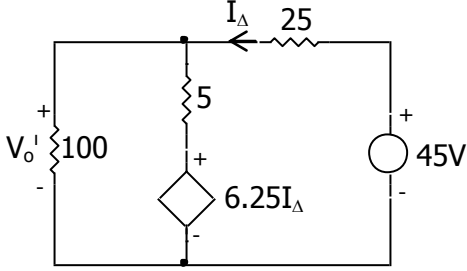
$$\begin{bmatrix} 12 & -5 & 0 & 0 \\ -5 & 12 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & -3 & -2 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{C1} \\ I_{C2} \\ I_{C3} \\ 2I_{C1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 + 4I_{C3} \\ -36I_{C1} \\ -6 - 4I_{C3} \\ -V_3 \end{bmatrix}$$

- $12I_{C1} - 5I_{C2} = 10 + 4I_{C3} \rightarrow 12I_{C1} - 5I_{C2} - 4I_{C3} = 10 \dots\dots\dots(1)$
- $-5I_{C1} + 12I_{C2} - 3 \cdot 2I_{C1} = -36I_{C1} \rightarrow 25I_{C1} + 12I_{C2} = 0 \dots\dots\dots(2)$
- $3I_{C3} - 2 \cdot 2I_{C1} = -6 - 4I_{C3} \rightarrow -4I_{C1} + 7I_{C3} = -6 \dots\dots\dots(3)$
- $-3I_{C2} - 2I_{C3} + 11 \cdot 2I_{C1} = -V_3 \rightarrow 22I_{C1} - 3I_{C2} - 2I_{C3} + V_3 = 0 \dots\dots\dots(4)$

$$\begin{bmatrix} 12 & -5 & -4 & 0 \\ 25 & 12 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 7 & 0 \\ 22 & -3 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{C1} \\ I_{C2} \\ I_{C3} \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**SORU 3. [ 20 puan ]**

$V_o$  gerilimini **toplamsallık (süperpozisyon)** teoremi yardımıyla bulunuz.?

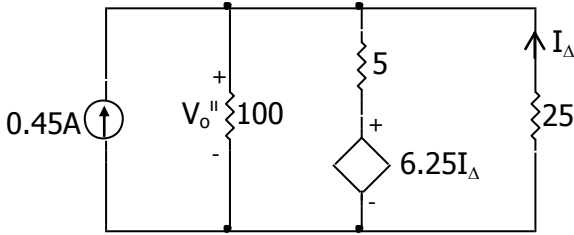
**Cözüm:**

$$V_o' = 45 - 25I_{\Delta} \quad \dots(1)$$

$$I_{\Delta} = \frac{V_o'}{100} + \frac{V_o' - 6.25I_{\Delta}}{5} \Rightarrow 225I_{\Delta} = 21V_o' \quad \dots(2)$$

(2) 'yi (1) 'de kullanarak,  $V_o'$  'ı bulalım:

$$V_o' = 45 - 25 \cdot \frac{21}{225} V_o' \Rightarrow V_o' = \frac{27}{2} \text{ Volt olarak elde edilir.}$$



İkinci aşamada gerilim kaynağını devre dışı edelim (kısa devre edelim). Devre Şekildeki gibi olur. Bu devrede belirtilen  $V_o''$  değerini bulalım.

$$0.45 + I_{\Delta} + \frac{(6.25I_{\Delta} - V_o'')}{5} - \frac{V_o''}{100} = 0$$

$$45 + 100I_{\Delta} + 125I_{\Delta} - 21V_o'' = 0$$

$$45 + 225I_{\Delta} - 21V_o'' = 0 \quad \dots(3)$$

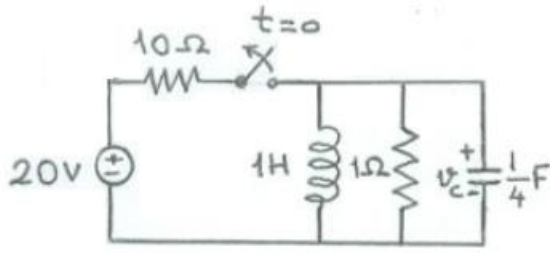
$$V_o'' = -25I_{\Delta} \quad \dots(4); \quad (4) \text{ 'ü (3)'te kullanırsak;}$$

$$45 - 225 \frac{V_o''}{25} - 21V_o'' = 0 \Rightarrow 45 = 30V_o'' \Rightarrow V_o'' = \frac{3}{2} \text{ Volt olarak elde edilir.}$$

$V_o$  , bulduğumuz  $V_o'$  ve  $V_o''$  değerlerinin toplamına eşittir.

$$V_o = V_o' + V_o'' = \frac{27}{2} + \frac{3}{2} = \mathbf{15 \text{ Volt}}$$

**SORU 4. [ 20 puan ]**

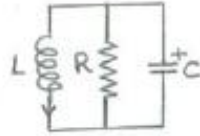


Anahtar kapalı ve devre dc kararlı hâlde iken  $t=0$  anında anahtar açılıyor.  $t>0$  için  $v_c(t)$ 'yi bulunuz.

Çözüm: dc kararlı hâlde endüktans kısa devre kapasite de açık devredir. Böylece anahtar açılınca  $v_c(0)=0$  ve  $i_L(0)=2A$  olur.

$$i_c = -i_L - i_R$$

$$\frac{dv_c}{dt} = -4i_L - 4v_c \quad (1)$$



$$v_L = v_c$$

$$\frac{di_L}{dt} = v_c \quad (2)$$

durum denklemleri:  $\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_c \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ i_L \end{bmatrix} \quad (3)$

olur.  $\det(\alpha[U] - [A]) = 0 \Rightarrow \alpha^2 + 4\alpha + 4 = 0 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = -2$  (katlı kök)

$$\begin{bmatrix} v_c \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \end{bmatrix} e^{-2t} + \begin{bmatrix} C_{12} \\ C_{22} \end{bmatrix} t e^{-2t} \quad (4)$$

elde edilir: (4) ile (3)'e girilerek,

$$-2 \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{12} \\ C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \end{bmatrix}$$

$$C_{11} = C_1$$

$$C_{12} = C_2 \text{ denilirse}$$

$$C_{21} = -\frac{1}{2}C_1 - \frac{1}{4}C_2 \text{ ve}$$

$$C_{22} = -\frac{1}{2}C_2$$

bulunur.

$$\begin{bmatrix} v_c \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ -\frac{1}{2}C_1 - \frac{1}{4}C_2 \end{bmatrix} e^{-2t} + \begin{bmatrix} C_2 \\ -\frac{1}{2}C_2 \end{bmatrix} t e^{-2t} \quad (5)$$

(5)'e ilk şartlar uygulanarak

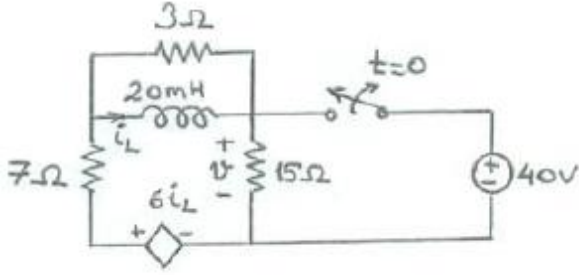
$$C_1 = 0 \text{ ve } C_2 = -8$$

elde edilir. Sonuç olarak,

$$v_c(t) = -8t e^{-2t} \text{ Volt}$$

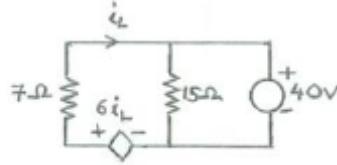
bulunur.

**SORU 5. [ 20 puan ]**



Verilen devrede anahtar uzun süredir kapalı iken  $t=0$  anında açılıyor.  $t>0$  için  $v(t)$ 'yi bulunuz.

**Çözüm :** anahtar açılmadan, dc kararlı hâlde devre aşağıdaki gibidir:

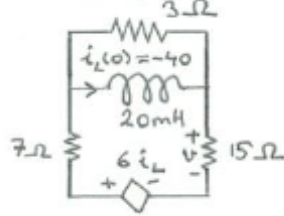


Dış çevre için gerilim denklemi yazılırsa,

$$-6i_L + 7i_L + 40 = 0 \Rightarrow i_L = -40 \text{ A bulunur}$$

Bu değer  $t=0$  anında anahtar açıldığında ortaya çıkan devrede endüktansın ilk şartı olacaktır ( $i_L(0) = -40 \text{ A}$ )

Anahtar açılınca devre,



olur. Alt göz için gerilim denkleminden durum denklemi elde edilir;

$$v_L + \left( \frac{v_L}{3} + i_L \right) 22 - 6i_L = 0$$

$$v_L = -1.92 i_L \quad (1)$$

$$\frac{di_L}{dt} = -96 i_L \quad (2)$$

(2) denkleminin çözümü (tam çözüm = öz çözüm olmaktadır),

$$\alpha + 96 = 0 \Rightarrow \alpha = -96$$

$$i_L = A e^{-96t} \quad (3)$$

(3) denklemine  $i_L(0) = -40$  ilk şartı uygulanarak

$$i_L = -40 e^{-96t}$$

ve (1) denklemini kullanarak da,  $v_L = 76.8 e^{-96t}$  elde edilir.

$$v = \left( \frac{v_L}{3} + i_L \right) 15 = -216 e^{-96t} \text{ Volt}$$