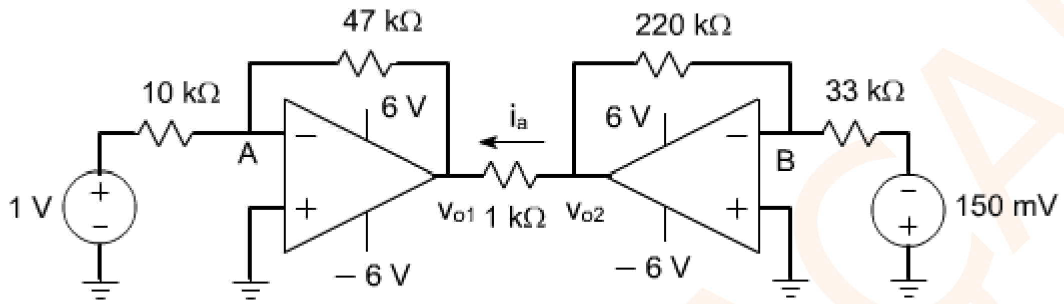
ELEKTRİK DEVRELERİ I FİNAL 2009 - 2010

SORU 1 -) ***Şekil 1 deki işlemsel yükselteç idealdir.***

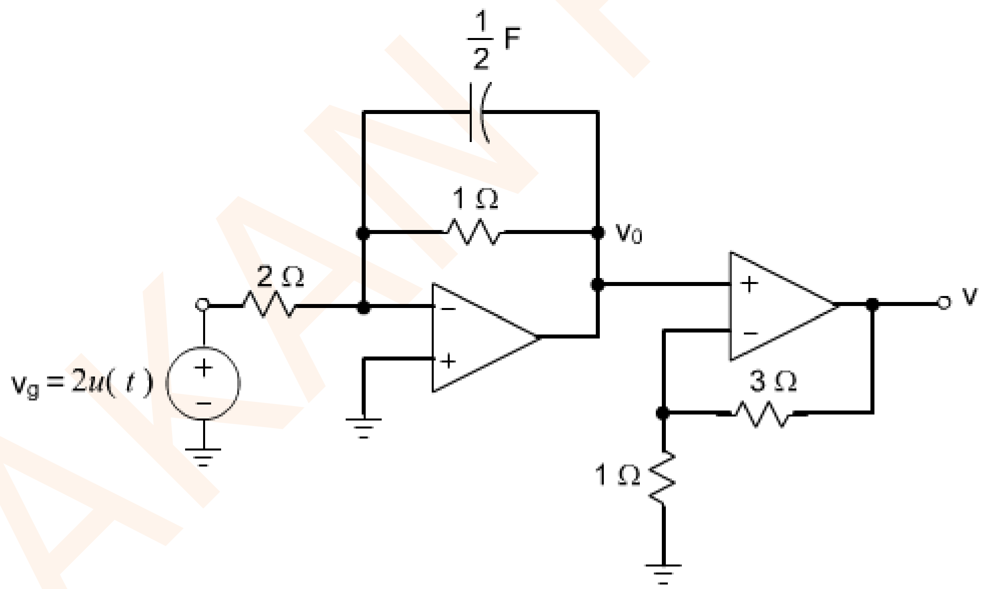
a-) i_a ***akımını bulunuz.***

b-) ***Soldaki gerilim kaynağının hangi değeri için*** $i_a = 0$ ***olur.***



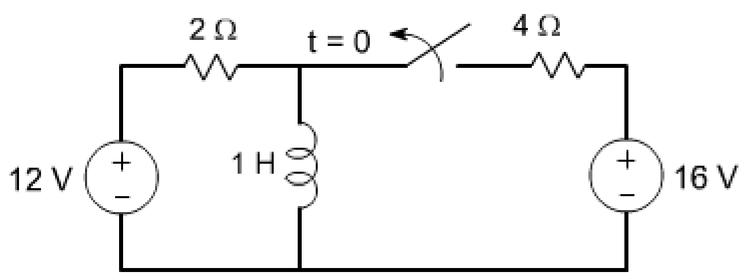
Şekil 1

SORU 2 -) ***2) Şekil 2 deki devrede t > 0 için*** $v(t)$ ***yi bulunuz.***



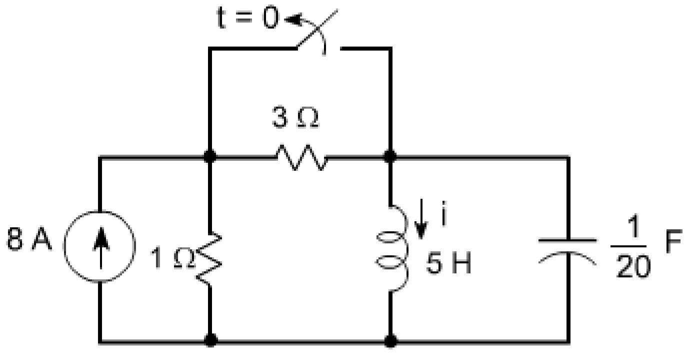
Şekil 2

SORU 3 -) ***Şekil 3 deki devre kararlı halde iken anahtar açılıyor. Bobin akımını bulunuz.***



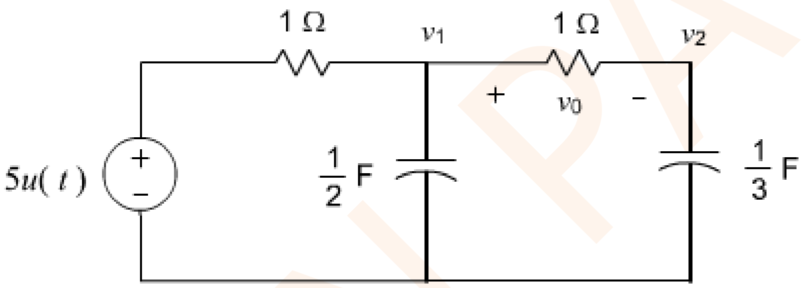
Şekil 3

SORU 4 -) ***Şekil 4 deki devrede anahtar $t=0$ anında açıldığı zaman devre kararlı haldedir. $t>0$ için bobinden geçen i akımını çevre akımları yöntemi ile bulunuz.***



Şekil 4

SORU 5 -) ***Şekil 5 deki devrede t > 0 için v_0 gerilimini bulunuz. (Not: Önce v_1 ve v_2 gerilimlerini bulunuz.)***



Şekil 5

ÇÖZÜMLER

ÇÖZÜM 1 -)

a-)

Soldaki işlemsel yükselteçte $v^+ = v^- = v_A = 0$ ***ve KAY ile***

$$\frac{v_A - 1}{10\,k} + \frac{v_A - v_{o1}}{47\,k} = 0\,, \quad v_{o1} = \frac{-1}{10} \times 47 = -4.7\,V$$ ***bulunur.***

Sağdaki işlemsel yükselteçte

$$v^+ = v^- = v_B = 0$$

ve KAY ile

$$\frac{v_B + 150 \times 10^{-3}}{33\,k} + \frac{v_B - v_{o2}}{220\,k} = 0\,, \quad v_{o2} = \frac{150 \times 10^{-3}}{33} \times 220 = 1\,V$$

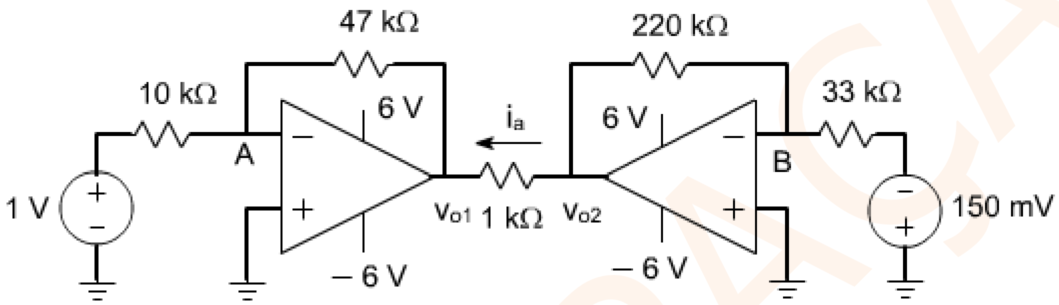
bulunur. Burdan

$$i_a = \frac{v_{o2} - v_{o1}}{1\,k\Omega} = \frac{1-(-4.7)}{1000} = 5.7\ mA$$

elde edilir.

b-) $i_a = \dfrac{v_{o2} - v_o 1}{1000} = 0\,,\quad v_{o2} = v_o 1 = 1V$

olmalıdır.



Cevap 1

Şek.4.10.3a dan KAY ile

$$\frac{v_A - v_g}{10\,k} + \frac{v_A - 1}{47\,k} = 0\,,\quad v_g = \frac{-1}{47} \times 10 = -212.27\ mV$$

bulunur.

ÇÖZÜM 2 -)

1. yükselteç

$$v^+ = 0 = v^-$$

2. yükselteç

$$v^+ = v_0 = v^-$$

1. yükselteç

$$\frac{v^- - v_g}{2} + \frac{1}{2}\frac{d(v^- - v_o)}{dt} + \frac{v^- - v_o}{1} = 0,\quad \frac{dv_o}{dt} + 2v_o = -v_g$$

2. yükselteç

$$\frac{v_o}{1} + \frac{v_o - v}{3} = 0,\quad 4v_0 = v,\quad v_o = \frac{1}{4}v$$

Bunu birinci işlemsel yükselteç denkleminde yazarak

$$\frac{1}{4}\frac{dv}{dt}+\frac{2}{4}v=-v_g\,,\quad \frac{dv}{dt}+2v=-4v_g$$

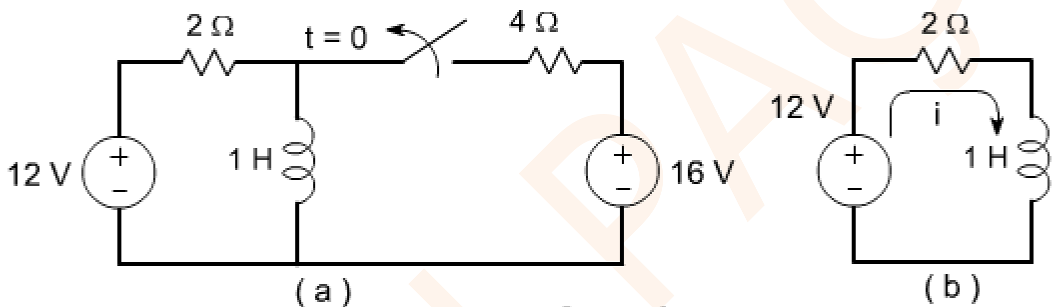
$$\frac{dv}{dt}+2v=-4v_g\,,\; v_n=Ae^{-2t}\,,\; v_f=K,\quad \frac{d}{dt}(K)+2K=-4\times 2,\quad v_f=K=-4$$

$$v=v_n+v_f=Ae^{-2t}-4$$

$$v(0)=0=Ae^{-2\times 0}-4,\quad A=4$$

$$v=4(-1+e^{-2t})u(t)$$

ÇÖZÜM 3 -) ***Şekil 3 deki devre kararlı halde iken anahtar açılıyor. Bobin akımını bulunuz.***



Cevap 3

Kararlı halde bobinin eşdeğeri kısa devredir. Bu durumda bobinden geçen akım

$$i_L(0^-)=i(0^-)=\frac{12}{2}+\frac{16}{4}=10\ A$$

dir. Anahtar açıldıktan sonra devre Şek.6.4.1 (b) deki gibi olur.

Bu devrenin çevre akımı eşitliği

$$-12+2i+1\frac{di}{dt}=0$$

şeklindedir. Bu denklem

$$\frac{di}{dt}+2i=12$$

şeklinde düzenlenir. Doğal çözüm

$$\frac{di}{dt}+2i=0$$

eşitliğinden elde edilir. Bu eşitliğin karakteristik denklemi

$s+2=0$ ***olup, karakteristik denklemin kökü*** $s=-2$ ***olur. Doğal çözüm***

$i_n = Ae^{-2t}$

dir. Zorlanmış çözüm,

$$\frac{di}{dt} + 2i = 12$$

devre denklemine göre $i_f = K$ ***gibi sabit bir büyüklük olur. Bu çözümü yukarıdaki eşitlikte yerine yazarak***

$$\frac{d}{dt}(K) + 2K = 12, \quad i_f = K = 6$$

zorlanmış çözümü elde edilir. Tam çözüm

$$i = i_n + i_f = Ae^{-2t} + 6$$

olur. Başlangıç şartını kullanarak A ***sabitini bulacağız.*** $i_L(0^-) = i(0^-) = 10\ A$ ***başlangıç şartını yukarıdaki denklemde kullanırsak***

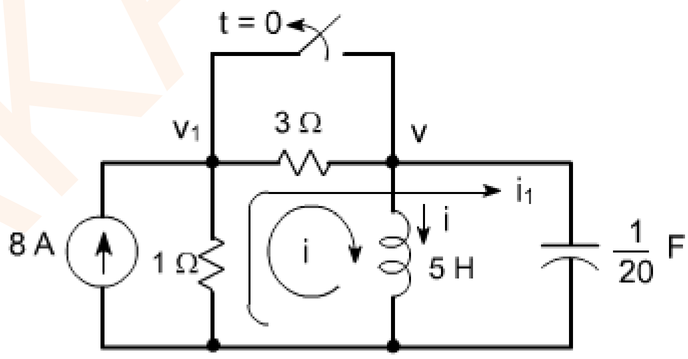
$$i(0^-) = i(0^+) = 10 = Ae^{-2\times 0} + 6 = A + 6, \quad A = 4$$

bulunur. Çözümde yerine yazarsak

$$i = 4e^{-2t} + 6$$

elde edilir.

ÇÖZÜM 4 -)



Şekil 4

$t = 0^-$ ***anında başlangıç şartları***

$$i(0^-) = i_L(0^-) = 8\ A$$
$$v_C(0^-) = 0$$

olur.

Devrenin Çevre eşitlikleri

$$1(i+i_1-8)+3(i+i_1)+5\frac{di}{dt}=0, \quad 5\frac{di}{dt}+4i-8=-4i_1, \quad i_1=-\frac{5}{4}\frac{di}{dt}-i+2$$

$$\frac{di_1}{dt}=-\frac{5}{4}\frac{d^2i}{dt^2}-\frac{di}{dt}$$

$$1(i_1+i-8)+3(i_1+i)+20\int_{-\infty}^{t} i_1 dt=0, \quad 4\frac{di_1}{dt}+20i_1+4\frac{di}{dt}=0$$

şeklinde elde edilir. Çevre eşitliğinin birincisinde i_1 ***akımı ile türevi ikinci eşitlikte yerine yazılırsa***

$$4\left(-\frac{5}{4}\frac{d^2i}{dt^2}-\frac{di}{dt}\right)+20\left(-\frac{5}{4}\frac{di}{dt}-i+2\right)+4\frac{di}{dt}=0,$$

$$\left(-5\frac{d^2i}{dt^2}-4\frac{di}{dt}\right)+\left(-25\frac{di}{dt}-20i+40\right)+4\frac{di}{dt}=0,$$

$$-5\frac{d^2i}{dt^2}-25\frac{di}{dt}-20i+40=0$$

diferansiyel denklemi elde edilir, ve bu eşitlik sadeleştirme ile

$$\frac{d^2i}{dt^2}+5\frac{di}{dt}+4i=8$$

şeklini alır. Bu eşitliğin karakteristik denklem ve köklerinden

$$s^2+5s+4=0$$

$$s_1=\frac{-5+\sqrt{25-4\times 4}}{2}=-1, \quad s_2=-4$$

doğal çözüm aşağıdaki gibi olur.

$$i_n=Ae^{-t}+Be^{-4t}$$

Zorlanmış çözüm devrenin diferansiyel denkleminin sağ yanına bakılarak

$$i_{f=K}$$

şeklinde olduğu görülür. Bu çözüm devrenin diferansiyel denklemininde yerine yazılırsa, zorlanmış çözüm

$$\frac{d^2}{dt^2}(K)+5\frac{d}{dt}(K)+4K=8, \quad K=i_f=2$$

olur.

Tam çözüm

$i = i_n + i_f = Ae^{-t} + Be^{-4t} + 2$

olup, $i(0^-) = i_L(0^-) = 8\ A, \quad v_C(0^-) = 0$ ***başlangıç şartları ile sabitler***

$$1(i_1 + i - 8) + 3(i_1 + i) + 20\int_{-\infty}^{t} i_1 dt = 0, \quad 4i_1 + 4i + 20\int_{-\infty}^{t} i_1 dt = 8$$

$$i_1 + i + \left(20\int_{-\infty}^{t} i_1 dt\right)/4 = 2, \quad i_1(0) + i(0) + v_c(0)/4 = 2, \qquad i_1(0) = 2 - 8 + 0/4 = -6$$

$$5\frac{di}{dt} + 4i - 8 = -4i_1$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_0 = -\frac{4}{5}i(0) - \frac{4}{5}i_1(0) + \frac{8}{5} = -\frac{4}{5}\times 8 - \frac{4}{5}\times(-6) + 8/5 = 0$$

$$i(0) = Ae^{-0} + Be^{-4\times 0} + 2 = 8, \quad A + B = 6$$

$$i = Ae^{-t} + Be^{-4t} + 2, \quad \left.\frac{di}{dt}\right|_0 = -Ae^{-0} - 4Be^{-4\times 0} = 0$$

$$A + B = 6, \quad A = -4B, \quad B = -2, \quad A = 8$$

olarak elde edilir. Sabitler yerine yazılarak tam çözüm ise aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$i = 8e^{-t} - 2e^{-4t} + 2$$

ÇÖZÜM 5 -)

$$\frac{v_1 - 5}{1} + \frac{1}{2}\frac{dv_1}{dt} + \frac{v_1 - v_2}{1} = 0 \qquad \textit{(1)}$$

$$\frac{v_2 - v_1}{1} + \frac{1}{3}\frac{dv_2}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dv_2}{dt} + 3v_2 - 3v_1 = 0 \qquad \textit{(2)}$$

(1) den $v_2 = \frac{1}{2}\frac{dv_1}{dt} + 2v_1 - 5 \quad \rightarrow \quad \frac{dv_2}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d^2v_1}{dt^2} + 2\frac{dv_1}{dt}$ ***elde edilen bu eşitlikleri (2) de yerine yazalım.***

$$\frac{dv_2}{dt} + 3v_2 - 3v_1 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}\frac{d^2v_1}{dt^2} + 2\frac{dv_1}{dt} + 3\left(\frac{1}{2}\frac{dv_1}{dt} + 2v_1 - 5\right) - 3v_1 = 0$$

$$0.5\frac{d^2v_1}{dt^2} + 3.5\frac{dv_1}{dt} + 3v_1 = 15 \quad \rightarrow \quad \frac{d^2v_1}{dt^2} + 7\frac{dv_1}{dt} + 6v_1 = 30 \qquad (3)$$

Karakteristik denklem ve kökleri

$$s^2 + 7s + 6 = 0, \qquad s_1 = -1, \qquad s_2 = -6$$

Doğal çözüm $v_{1n} = Ae^{-t} + Be^{-6t}$

Zorlanmış çözüm :

$v_{1f} = K$ ***şeklindedir. (3) eşitliğinde yerine yazarak***

$$\frac{d^2K}{dt^2} + 7\frac{dK}{dt} + 6K = 30 \qquad \rightarrow \qquad v_{1f} = K = 5$$

Tam çözüm: $v_1 = v_{1n} + v_{1f} = Ae^{-t} + Be^{-6t} + 5$

Başlangıç Şartları :

$$v_1(0) = 0, \qquad v_2(0) = 0, \qquad \left.\frac{dv_1}{dt}\right|_0 = -4v_1(0) + 2v_2(0) + 10 = 10$$

Olup tam çözümde yerine yazarak

$$v_1(0) = 0 = Ae^{-0} + Be^{-6\times 0} + 5, \qquad \rightarrow \qquad A + B = -5$$

$$\left.\frac{dv_1}{dt}\right|_0 = -Ae^{-0} - 6Be^{-6\times 0} = 10, \qquad \rightarrow \qquad -A - 6B = 10$$

$$A = -4, \qquad B = -1$$

$$v_1 = v_{1n} + v_{1f} = -4e^{-t} - e^{-6t} + 5$$

(1) eşitliğinden

$$v_2 = \frac{1}{2}\frac{dv_1}{dt} + 2v_1 - 5 = \frac{1}{2}(4e^{-t} + 6e^{-6t}) + 2(-4e^{-t} - e^{-6t} + 5) - 5$$

$$v_2 = -6e^{-t} + e^{-6t} + 5$$

$$v_0 = v_1 - v_2 = 2e^{-t} - 2e^{-6t} = 2\left(e^{-t} - e^{-6t}\right)V, \qquad t > 0$$