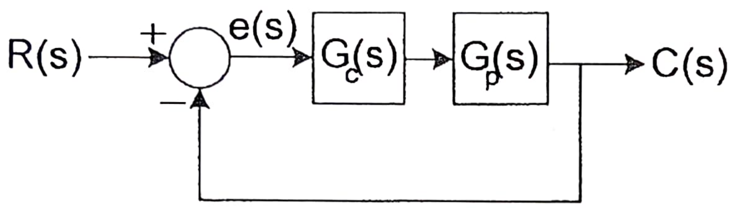
Kontrolör Tasarım Denklemleri

Sürekli-Zaman Kontrolör Tasarım Denklemleri

Şekilde kontrol edilmek istenen sistem $G_p(s)$ ve kontrolör transfer fonksiyonu $G_c(s)$ 'dir.



$$G_c(s) = K_d \frac{s^2 + \frac{K_p}{K_d} s + \frac{K_i}{K_d}}{s}$$ PID kontrolör transfer fonksiyonudur.

$$\boxed{K_p + K_D s + \frac{K_i}{s}}$$

Problem: *verilen bir* s_1 *değeri için,* $F(s_1) = G_c(s_1)G_p(s_1) + 1 = 0$ *diğer bir ifade ile,*

$G_c(s)G_p(s) = \alpha\angle\gamma = \alpha e^{j\gamma}$ *denklemini sağlayan* K_p, K_i *ve* K_d *katsayı parametrelerini bulmaktır.*

Tasarım yöntemi: *Geometrik-yer eğrisine dayalı tasarım yapılacaktır.*

i-) s_1, kompleks olduğundan $s_1 = \sigma_1 + jw_1 = |s_1|e^{j\beta}$ $\boxed{s_1 = \sqrt{\sigma_1^2 + w_1^2}}$ $\boxed{\beta = \tan^{-1}(\frac{w_1}{\sigma_1})}$

ii-) $G_p(s_1)$, kompleks olduğundan $\boxed{G_p(s_1) = |G_p(s_1)|e^{j\psi} \quad \psi = \angle G_p(s_1)}$

iii-) $G_c(s_1)G_p(s_1) = -1 = \alpha e^{j\gamma}$ $\rightarrow \alpha = 1 \quad \gamma = 180^\circ$, *Faz ve genlik koşuludur.* ara işlemlerden

Sürekli-zaman PID kontrolör için

$$\boxed{K_p = -\frac{\sin(\psi + \beta)}{|G_p(s_1)|\sin\beta} - \frac{2K_i \cos\beta}{|s_1|}} \quad \boxed{K_d = \frac{\sin\psi}{|G_p(s_1)||s_1|\sin\beta} + \frac{K_i \sin\beta}{|s_1|^2}}$$ elde edilir.

3 bilinmeyen 2 denklem

$s_1 = |s_1|e^{j\beta}$ $G_p(s_1) = |G_p(s_1)|e^{j\psi}$

K_i, hız hata katsayısından veya istenen bir değere analiz veya benzetim çalışmaları ile atanabilir.

s_1 *Tasarım ilk aşamasında istenen performanstan belirlenen kontrol kutbudur.*

PI kontrolör için, $K_d = 0$

$$K_p = -\frac{\sin(\psi + \beta)}{|G_p(s_1)|\sin\beta} - \frac{2K_i \cos\beta}{|s_1|}$$

$$K_i = -\frac{|s_1|\sin\psi}{|G_p(s_1)|(\sin\beta)^2}$$

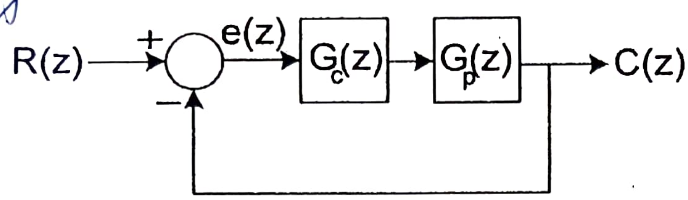
PD kontrolör için, $K_i = 0$

$$K_p = -\frac{\sin(\psi + \beta)}{|G_p(s_1)|\sin\beta}$$

$$K_d = \frac{\sin\psi}{|G_p(s_1)||s_1|\sin\beta}$$

Sayfa 29

Ayrık-Zaman Kontrolör Tasarım Denklemleri



$$G_c(z) = K_p + K_i \frac{z}{z-1} + K_d \frac{z-1}{z}$$

PID transfer fonksiyonu dur.

Problem: *verilen bir* z_1 *değeri için,* $F(z_1) = G_c(z_1)G_p(z_1) + 1 = 0$ *diğer bir ifade ile,*

$G_c(z_1)G_p(z_1) = \alpha\angle\gamma = \alpha e^{j\gamma}$ *denklemini sağlayan* K_p, K_i *ve* K_d *katsayı parametrelerini bulmaktır.*
Ara işlemler verilmeden parametrik denklemler aşağıda verilmiştir.
Tasarım yöntemi: *Geometrik-yer eğrisine dayalı tasarım yapılacaktır.*

i-) z_1, kompleks olduğundan $z_1 = \sigma_{z1} + jw_{z1} = |z_1|e^{j\beta}$ $z_1 = \sqrt{\sigma_{1z}^2 + w_{1z}^2}$ $\beta = \tan^{-1}(\frac{w_{1z}}{\sigma_{1z}})$

ii-) $G_p(z_1)$, kompleks olduğundan $G_p(z_1) = |G_p(z_1)|e^{j\psi}$ $\psi = \angle G_p(z_1)$

Ayrık-zaman PID Kontrolör

Ki → Benzetim deneysel sezgisel bulunabilir
ess hız hatasından hesaplanabilir

$$K_d = \frac{|z_1|}{\sin\beta}\left\{\frac{K_i \sin\beta}{|z_1| - 2\cos\beta + \frac{1}{|z_1|}} + \frac{\sin\psi}{|G_p(z_1)|}\right\} \qquad z_1 = |z_1|e^{j\beta} \qquad G_p(z_1) = |G_p(z_1)|e^{j\psi}$$

$$K_p = -\frac{\cos\psi}{|G_p(z_1)|} - 2K_i|z_1|\frac{|z_1| - \cos\beta}{|z_1|^2 - 2|z_1|\cos\beta + 1} + \frac{-|z_1|\sin\psi + \cos\beta\sin\psi}{|G_p(z_1)|\sin\beta}$$

Ayrık-zaman PI Kontrolör, $K_d = 0$

$$K_p = -\frac{\cos\psi}{|G_p(z_1)|} - 2K_i|z_1|\frac{|z_1| - \cos\beta}{|z_1|^2 - 2|z_1|\cos\beta + 1} + \frac{-|z_1|\sin\psi + \cos\beta\sin\psi}{|G_p(z_1)|\sin\beta}$$

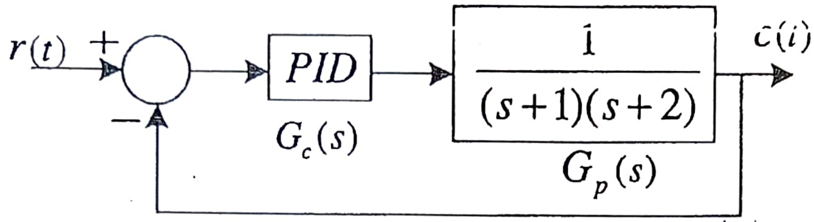
$$K_i = -\frac{\sin\psi}{|G_p(z_1)|}\frac{|z_1| - 2\cos\beta + \frac{1}{|z_1|}}{\sin\beta}$$

Ayrık-zaman PD Kontrolör, $K_i = 0$

$$K_p = -\frac{\cos\psi}{|G_p(z_1)|} + \frac{-|z_1|\sin\psi + \cos\beta\sin\psi}{|G_p(z_1)|\sin\beta}$$

$$K_d = \frac{|z_1|}{\sin\beta}\frac{\sin\psi}{|G_p(z_1)|}$$

Sürekli -Zaman Tasarım



$\to K_I$ bulunabilir.

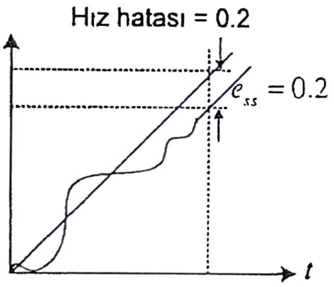
Kontrol sisteminde *birim rampafonksiyon giriş* için hız hatası $e_{ss} = 0.2$ ve *birim basamak giriş için* %2 kriterine göre *yerleşme zamanı* $t_s = 1s$ ve $\zeta = 0.707$ olması istenmektedir.

i- PID Kontrolör parametreleri, K_p, K_i ve K_d=? $e_{ss} = R\dfrac{2\xi}{w_n}$

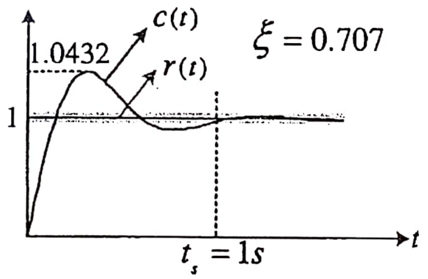
ii- $G_c(s)G_p(s)$ açık-çevrim transfer fonksiyonu olmak üzere yer eğrisini çiziniz. Kapalı-çevrim kontrol kutuplarını (baskın kutupları) yer eğrisinde gösteriniz.

Olması istenenler:

$$\zeta = 0.707 \Rightarrow M_p = e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\pi} \Rightarrow M_p = 0.0432 = \%4.32 \textit{ istenen aşım.}$$



Birim rampa giriş için olması istenen hata



Birim basamak giriş için olması istenen aşım ve yerleşme zamanı

İstenen geçici rejim parametreler ζ ve w_n'i sağlayacak olan PID kontrolör katsayıları K_p, K_i ve K_d hesaplanacaktır. İlk olarak istenen geçici rejim kriterlerinden kontrol kutupları belirlenecektir.

$$s_1 = -\sigma \pm jw_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad 0 < \zeta < 1 \text{ için,}$$

$\zeta = 0.707$ ve yerleşme zamanı,

$$t_s = \frac{4}{\zeta w_n} = \frac{4}{\sigma} \Rightarrow 1 = \frac{4}{\sigma} \Rightarrow \sigma = 4 \textit{ kontrol kutbunun reel kısmıdır.}$$

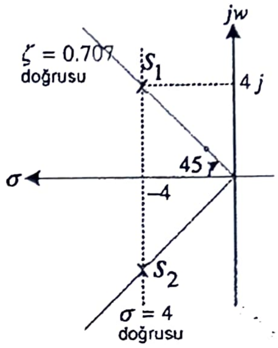
$$w_n = \frac{4}{\zeta t_s} = \frac{4}{0.707 * 1} \quad w_n = 5.6577 \text{ rad/sn}$$

%2 $t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} = \frac{4}{\sigma}$

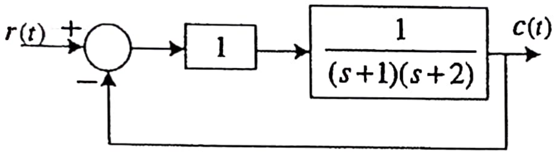
kontrol kutbunun orijinle yaptığı açı, $\theta = arc\cos\zeta$

$\theta = arc\cos(0.707) = 45^\circ$

Neticede kontrol kutupları, $s_{1,2} = -4 \pm 4j$ olarak belirlenir



Kontrolör tasarımından önce sistemin kontrolör etkisiz , $G_c(s) = 1$, davranışını başka bir ifade ile sistemin doğal kapalı-çevrim davranışı incelenecektir.



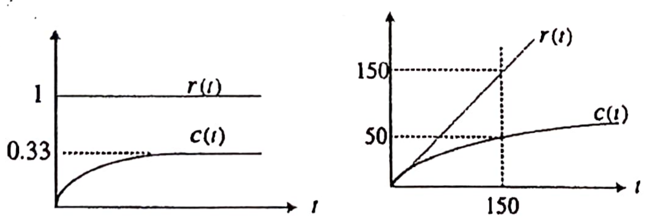
Kontrolcüsüz kapalı çevrim kontrol blok diyagram

Sisteme birim basamak giriş uygulandığında, $R(s) = \frac{1}{s}$ için sürekli hal hatası,

$e_{ss} = \frac{1}{1+k_p} \Rightarrow k_p = \lim_{s\to 0} G(s)$ olarak tanımlanmıştı.

İncelenen sistem için; $k_p = \lim_{s\to 0} \frac{1}{(s+1)(s+2)} = 0.5 \Rightarrow e_{ss} = 0.67 = \%67$ sürekli hal hatası $e_{ss} = \%67$ olarak hesaplanır, *kabul edilebilir sınırların çok ötesindedir.*

Kontrolörsüz sistemin birim basamak ve birim rampa girişleri için cevap eğrisi yaklaşık olarak aşağıda verilmiştir.



Birim basamak giriş için cevap Birim rampa giriş için cevap

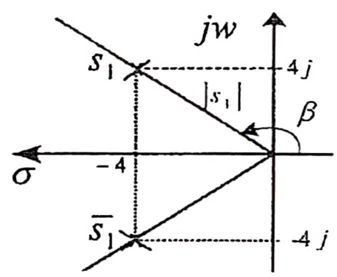
Kontrol edilen sistem $G_p(s)$, Birim basamak ve rampa cevaplarından görüldüğü gibi sistemin sürekli hal cevabının ve dinamiğinin düzeltilmesi gerekmektedir.

Parametrik Denklem ile Kontrolör tasarımı

i-) hız hata katsayısından ***Integratör katsayısı,*** K_i hesaplanır.

$$e_{ss}=0.2 \;\Rightarrow\; e_{ss}=\frac{1}{k_v} \;\Rightarrow\; k_v=5 \textit{ hız hata katsayısı elde edilir.}$$

$k_v=\lim\limits_{s\to 0} sG(s)$, $G(s)=G_{PID}(s)G_p(s)$ *ileri yol transfer fonksiyonudur.*



$$k_v=\lim_{s\to 0} s\left(\left[K_p+\frac{K_i}{s}+sK_d\right]\left[\frac{1}{(s+1)(s+2)}\right]\right)=5$$

$$k_v=\lim_{s\to 0}\left(\frac{K_i}{2}\right)=5 \;\Rightarrow\; K_i=10 \textbf{ integratör katsayısı.}$$

K_p ve K_d, katsayıları sürekli-zaman PID için elde edilen ifadelerden hesaplanacaktır.

Hesap ile edilen kontrol kutup, $s_1=-4\pm 4j$ dir.

$$|G_p(s_1)|=\left|\frac{1}{(-4+4j+1)(-4+4j+2)}\right|=\left|\frac{1}{(-3+4j)(-2+4j)}\right|$$

Kutupsal koordinatlar:

$$|s_1|=4\sqrt{2},\quad \beta=\arctan\frac{4}{-4}=135^\circ$$

$$|G_p(s_1)|=0.04472,\quad \psi=-243.4^\circ$$

$$G_p(s_1)=0.04472\angle -243.4$$

Kutupsal koordinatlarda s_1, $G_p(s_1)$ için hesaplanan modül ve faz değerleri ile kontrolör katsayıları K_p ve K_d aşağıda verilen ifadeler yardımı ile hesaplanır.

$G_p(s_1) \longrightarrow \psi$
$s_1 \longrightarrow \beta$

$$K_p=-\frac{\sin(\psi+\beta)}{|G_p(s_1)|\sin\beta}-\frac{2K_i\cos\beta}{|s_1|} \qquad K_d=\frac{\sin\psi}{|G_p(s_1)||s_1|\sin\beta}+\frac{K_i\sin\beta}{|s_1|^2}$$

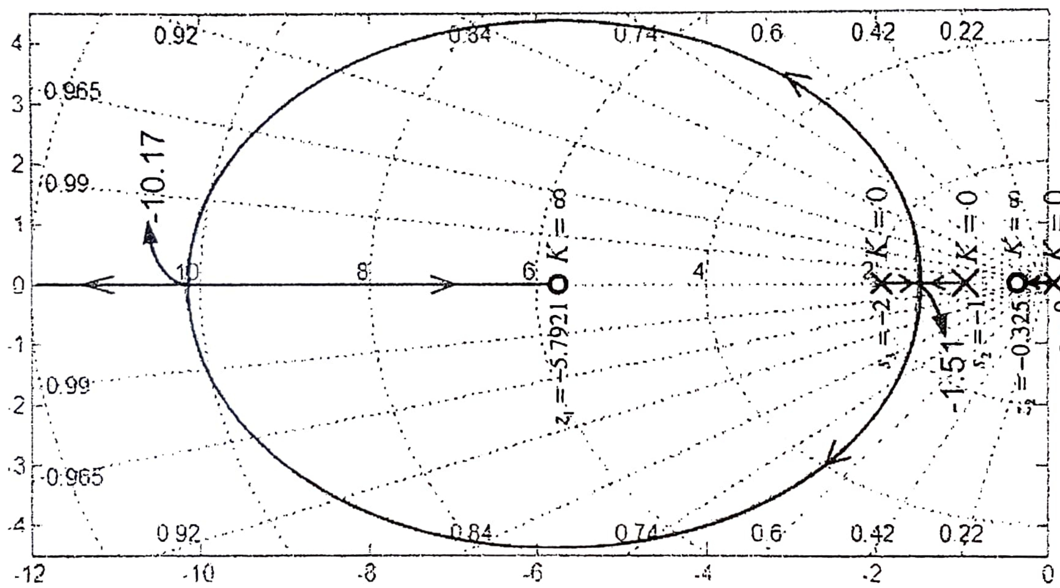
$$K_p=\frac{-\sin(-108.4)}{0.04472\sin(135)}-\frac{2*10\cos(135)}{4\sqrt{2}}=32.25 \text{ ve } K_d=\frac{\sin(-243.4)}{4\sqrt{2}*0.04472\sin(135)}+\frac{10}{(4\sqrt{2})^2}=5.312$$

PID kontrolör ile sisteme ait geometrik yer eğrisi çizimi aşağıda verilmiştir:*Kontrol edilen sistemin açık-çevrim transfer fonksiyonu,*

$$G_c(s)G_p(s) = 5.3125\frac{s^2+6.117s+1.8823}{s(s^2+3s+2)} \text{ dır.}$$

Kutuplar	*Sıfırlar*	*Asimtodlar*	*Kollar*
$s_1 = 0$	$z_1 = -5.7921$	3-2=1 *adet*	n=3 *adet*
$s_2 = -1$	$z_2 = -0.325$	$_n K = 0$'da başlar $K = \infty$'da biter.	
$s_3 = -2$	$z_3 = \infty$	*yer eğrisi ile ilgili diğer hesaplar okuyucuya bırakılmıştır.*	

n=3 Kutup sayısı, m=2 sıfır sayısı



Açık-çevrim transfer fonksiyonu $G_c(s)G_p(s)$'e ait geometrik yer eğrisi

Kontrol edilen sisteme ait karakteristik denklem,

$$F(s) = 1 + G_c(s)G_p(s) = 1 + 5.3125\frac{s^2+6.117s+1.8823}{s(s^2+3s+2)} = 0$$ *yazılır ve düzenlenir ise,*

$F(s) = s^3 + 8.3125s^2 + 34.49s + 10 = 0$ *ve kökler*

$s_1 = -4+4j$, $s_2 = -4-4j$ ve $s_3 = -0.3126$ dir.

Başkın Kökler

İlave sıfır $z=-0.325$ 'den $s=0$ 'a orijine doğru yaklaştıkça sistem cevabı hızlanır , ilave sıfır $z=-0.325$ orijinden $s=0$ 'dan $s=-\infty$ 'a doğru gittikçe sistem cevap hızı yavaşlar.

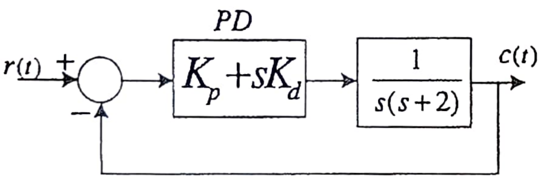
*Yukarıdaki şekilde, cevap eğrilerinin sağ köşesinde**ilave_sitem2** kutup-sıfır dağılımı s-kompleks düzleminde gösterilmiştir. **İlave sıfırın yer değiştirmesine** bağlı olarak **cevap eğrisinin değişim hızı** ilgili oklarla gösterilmiştir.*

3- Birim kazançlı sıfır 2. sıfır $\dfrac{1}{0.325}(s+0.325)$ ilavesi ile yeni sistem

$$\frac{C_3(s)}{R_3(s)}=\frac{32}{s^2+8s+32}\,0.1657\frac{(s+5.7921)(s+0.325)}{s+0.312}$$ olarak elde edilir. Düzenlenir ise,

$$\frac{C(s)}{R(s)}=5.3125\frac{s^2+6.117s+1.8823}{s^3+8.3125s^2+34.49s+10}$$ *PID kontrol kurallı kapalı-çevrimtransfer fonksiyonu elde edilir. Birim basamak cevabı yukarıda incelendiğinden dolayı, tekrar edilmeyecektir.*

Örnek: Kp ve Kd yi formülsüz bulunması /2.Yol/



Verilen sistemde %2 kriterine göre yerleşme zamanı $t_s=2s$, $\%M_p=4.3$ (ζ=0.707) olması isteniyor. Buna göre $K_p, K_d=?$

%2 kriterine göre yerleşme zamanı $t_s=\dfrac{4}{\sigma}=\dfrac{4}{\xi w_n}$ dir.

$t_s=2=\dfrac{4}{\sigma}\ \Rightarrow\ \sigma=2$ ise $w_n=\dfrac{2}{\xi}=\dfrac{2}{0.707}=2.8289\,rad/sn$ ise

---

$w_n=2.8289$ rad/sn ve ζ=0.707 dir. Kontrol kutupları $s_{1,2}$ iki şekilde bulunabilir.

1- $0<\zeta<1$ *için $s_{1,2}$ kontrol kutupları karakteristik denklem kök ifadesinden hesaplanır.*

$s_{1,2}=-\xi w_n \pm jw_n\sqrt{1-\xi^2}=-0.707*2.8289\pm j2.8289\sqrt{1-0.707^2}$ ise, 1 • **Parametrik Denklemler ile PD Tasarım**

Kontrol kuralı olarak PD kontrolör kullanıldığından parametrik ifadelerde $K_i = 0$ alınır.

$$K_i = 0 \quad \text{için } K_p = -\frac{\sin(\psi+\beta)}{|G_p(s_1)|\sin\beta} \quad K_d = \frac{\sin\psi}{|G_p(s_1)||s_1|\sin\beta}$$

$s_1 = -2+2j$ ise $s_1 = |s_1|e^{j\beta} = 2\sqrt{2}e^{j135^{\circ}}$

$G(s) = \dfrac{1}{s(s+2)}$ ise $G(s) = |G(s)|e^{j\psi}$ $s = s_1 = -2+2j$ verilerek,

$$G(s_1) = \frac{1}{(-2+2j)(-2+2j+2)} = 0.1768e^{j135^{\circ}}$$

Kutupsal koordinatlarda hesaplanan genlik ve faz değerleri aşağıda verilmiştir.

$|s| = 2\sqrt{2}$ $\qquad \beta = 135^{\circ}$

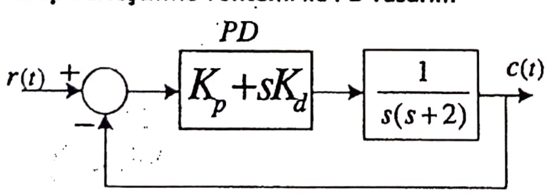
$|G(s)| = 0.1768$ $\qquad \psi = 135^{\circ}$

Bu sayısal değerler, K_p ve K_d **parametrik denklemlerinde yerine koyulur.**

$$K_p = -\frac{\sin(\psi+\beta)}{|G_p(s_1)|\sin\beta} = -\frac{\sin(135+135)}{0.1768*\sin(135)} \quad \text{ise,} \quad K_p = 8$$

$$K_d = \frac{\sin\psi}{|G_p(s_1)||s_1|\sin\beta} = \frac{\sin(135)}{0.1768*2\sqrt{2}*\sin(135)} \quad \text{ise} \quad K_d = 2$$

2 • **Kutup Yerleştirme Yöntemi ile PD Tasarım**



Verilen sisteme ait kapalı-çevrim transfer fonksiyonu elde edilir.

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\frac{K_p+sK_d}{s(s+2)}}{1+\frac{K_p+sK_d}{s(s+2)}}=\frac{K_p+sK_d}{s^2+2s+K_p+sK_d}$$ düzenlenir ise PD kontrol kurallı kapalı-çevrim

$$\frac{w_n^2}{s^2+2\xi w_n s+w_n^2}$$

transfer fonksiyonu, $\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{K_p+sK_d}{s^2+(K_d+2)s+K_p}$, elde edilir.

ζ=0.707 ve $w_n=2.8289$ rad/sn için kontrol kutupları , $s_{1,2}=-2\pm 2j$ edilmişti. II.dereceden sisteme ait karakteristik denklem,

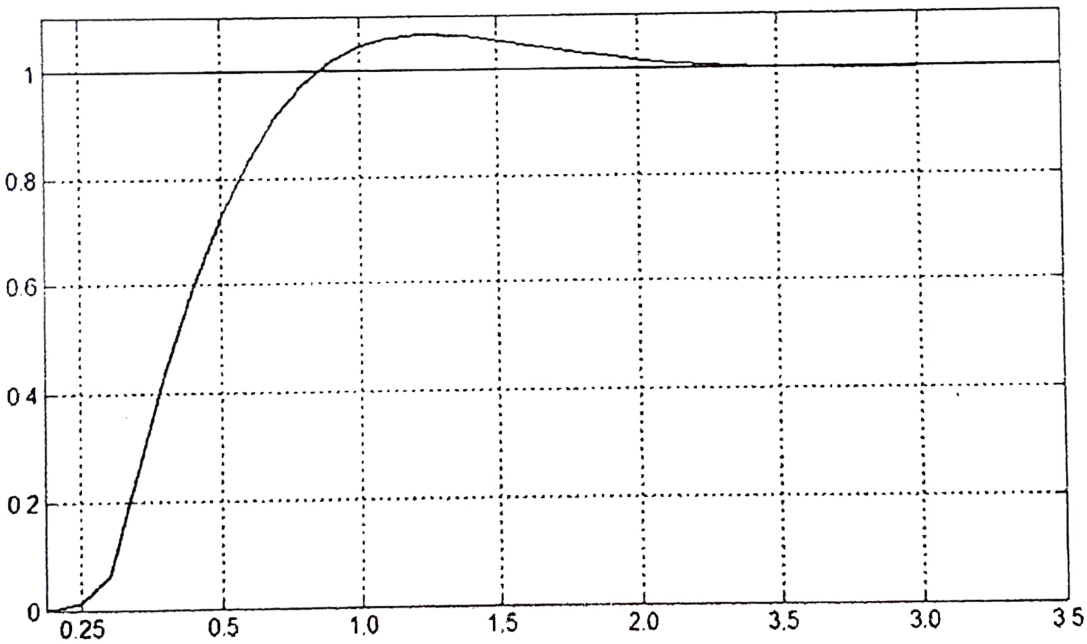
$F(s)=(s-s_1)(s-s_2)=(s+2-2j)(s+2+2j)$ ise,

$F(s)=s^2+4s+8=0$ *Olması istenen karakteristik denklem olarak elde edilir.*

PD kontrol kurallı kapalı-çevrime ait karakteristik denklem ile II. derece sisteme ait karakteristik denklem eşitlenir. Aynı terimli katsayılardan bilinmeyenler hesaplanır.

$F(s)=s^2+(K_d+2)s+K_p=s^2+4s+8=0$ eşitliğinden, $K_p=8$ $K_d+2=4$ ise $K_d=2$ dir.

Hesaplanan katsayılar K_p *ve* K_d *kullanılarak PD kontrol kurallıkapalı-çevrim birim basamak giriş için çıkış cevabı aşağıda verilmiştir.*

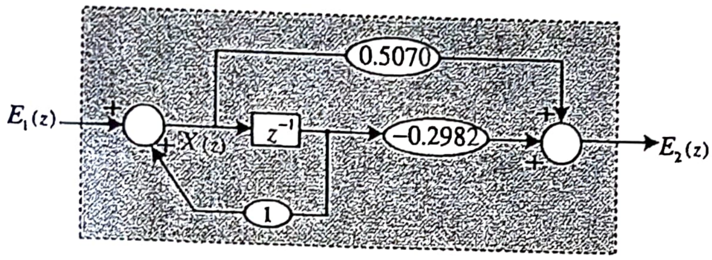


PD kontrol kurallı sistemin birim basamak giriş için cevabı.

$$\frac{E_2(z)}{E_1(z)} = 0.5070\frac{z-0.5881}{z-1}\frac{z^{-1}}{z^{-1}}\frac{X(z)}{X(z)}$$

$$E_1(z) = X(z) - z^{-1}X(z) \quad \Rightarrow \quad X(z) = E_1(z) + z^{-1}X(z) \quad \Rightarrow X(k) = E_1(k) + X(k-1)$$

$$E_2(z) = 0.5070X(z) - 0.2982z^{-1}X(z) \quad \Rightarrow \quad E_2(k) = 0.5070X(k) - 0.2982X(k-1)$$



Sembolik yazılım.

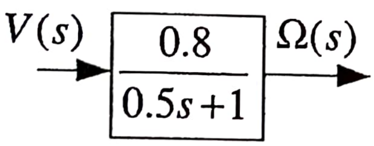
```
      A = 0
dvm:  read e1
      X = e1+A
      e2 =0.5070*X-0.2982*A
      out e2
      A=X
      goto dvm
```

$$X(k) = E_1(k) + X(k-1)$$

$$E_2(k) = 0.5070X(k) - 0.2982X(k-1)$$

$$A = X(k-1)$$

Örnek: Kontrol edilecek olan sisteme ait sürekli-zaman açık-çevrim transfer fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

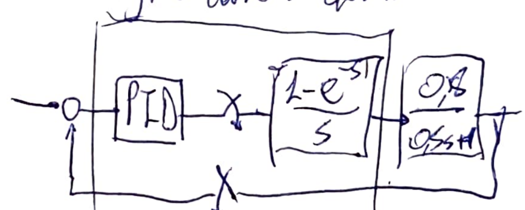


%2 $t_s = 2,5$ sn $\xi = 0,707$
$T = 0,05$ $e_{ss} = 0,0672$

Mikro kontrolör ile PID tasarımı olduğu için ayrık zamana çevrilmeli

a) Açık çevrim ayrık zaman transfer fonksiyonunu bulunuz.
b) Ayrık-zaman PD kontrolör katsayılarını,
   i- Parametrik denklemleri kullanarak elde ediniz.
   ii- Karakteristik denklem metodu ile elde ediniz.
iii- Ayrık-zaman kapalı-çevrim kontrol blok diyagramının çiziniz.
   vi- PID- Kontrolörü sembolik dilde programlayınız

T=0.05 sn



$e^{sT\Delta} = z$

a) $z = e^{sT}$ olmak üzere,

$$\boxed{G_p(z) = Z\{G_{ZOH}(s)G_p(s)\} = Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s}\frac{0.8}{0.5s+1}\right\}}$$

$$G_p(z) = \frac{0.8}{0.5}\left(1-e^{-sT}\right)Z\left\{\frac{1}{s(s+2)}\right\}$$

Rezidü

$$G_p(z) = \frac{0.8}{0.5}(1-z^{-1})\left((s-0)\frac{1}{s(s+2)}\frac{z}{z-e^{sT}}\Bigg|_{s=0} + (s-(-2))\frac{1}{s(s+2)}\frac{z}{z-e^{sT}}\Bigg|_{s=-2} \right)$$

$$G_p(z) = 1.6\left(\frac{z-1}{z}\right)\left(\frac{1}{2}\frac{z}{z-1} - \frac{1}{2}\frac{z}{z-e^{-2T}}\right) = 0.8\left(1-\frac{z-1}{z-0.9048}\right) = \frac{0.8z-0.7238-0.8z+0.8}{z-0.9048}$$

$G_p(z) = \dfrac{0.0762}{z-0.9048}$ Açık-Çevrim Ayrık-zaman transfer fonksiyonu elde edilir.

b)

i- PID kontrolör katsayılarınıniçin parametrik denklemlerile bulunması

kapalı evrim kontrol sistemine ait rampa girişi için sürekli hal hız hatasından **Ki** bulunur. Önce hız hata katsayısı elde edilecektir. $G_c(z)$, PID transfer fonksiyonu ve $G_p(z)$ kontrol edilen sistemin açık isterler çevrik transfer fonksiyonu olmak üzere hız hatası,

$|z_1|, \beta$

$|G_p(z_1)|, \psi$

Ayrık uzaya yansıt

Ki → hız hatasından

$$K_v = \frac{1}{T}\lim_{z\to 1}(z-1)G_c(z)G_p(z)$$ olarak yazılır.

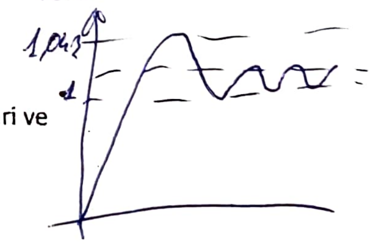
$$K_v = \frac{1}{T}\lim_{z\to 1}(z-1)\left(K_P + K_I\frac{z}{z-1} + K_D\frac{z-1}{z}\right)\frac{0.0762}{z-0.9048}$$

$$K_v = \frac{1}{T}\lim_{z\to 1}\left((z-1)K_P + K_I z + K_D\frac{(z-1)(z-1)}{z}\right)\frac{0.0762}{z-0.9048}$$

$$K_v = \frac{1}{T}K_I\frac{0.0762}{1-0.9048} = \frac{1}{0.05}K_I\frac{0.0762}{0.0952} = 16.0084K_I$$

$\xi = 0{,}707$ $\%M_p = \%4{,}3$

%2



$$e_{ss}(\infty) = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{14.88} \Rightarrow \frac{1}{16.0084K_I} = \frac{1}{14.88} \Rightarrow 16.0084K_I = 14.88 \Rightarrow$$

$\boxed{K_i = 0.9295}$ İntegral katsayısı elde edilir. Aşağıda verilmiş olan K_d, K_p ve $G_p(z)$ ifadeleri ve hesap edilmiş olan K_i değeri kullanılarak oransal ve türevsel katsayı hesaplanır.

$$K_d = \frac{|z_1|}{\sin\beta}\left(\frac{K_i\sin\beta}{|z_1| - 2\cos\beta + \frac{1}{|z_1|}} + \frac{\sin\psi}{|G_p(z_1)|}\right) \quad G_p(z) = \frac{\Omega(z)}{V(z)} = \frac{0.0762}{z-0.9048}$$ olarak bulunmuştu.

$$K_p = -\frac{\cos\psi}{|G_p(z_1)|} - 2*K_i|z_1|\frac{|z_1| - \cos\beta}{|z_1|^2 - 2|z_1|\cos\beta + 1} + \frac{-|z_1|\sin\psi + \cos\beta\sin\psi}{|G_p(z_1)|\sin\beta}$$ dir.

Sırası ile $|z_1|$, β ve $|G_p(z_1)|$, ψ hesaplanacaktır.

$|z_1|$, β **<u>için önce Sürekli zaman kontrol kutupları elde edilir.</u>**

%2 kriterine göre yerleşme zamanı $\boxed{t_s = \dfrac{4}{\xi w_n} = 2.5} \Rightarrow w_n = \dfrac{4}{\xi t_s} = \dfrac{4}{0.707 * 2.5} \rightarrow w_n = 2.2631$

$$s_{1,2} = -\zeta w_n \pm j w_n \sqrt{1-\zeta^2} \qquad \Rightarrow \qquad s_{1,2} = -0.707 * 2.2631 \pm j2.2631\sqrt{1-0.707^2}$$

$$s_{1,2} = -0.707 * 2.2631 \pm j2.2631\sqrt{1-0.707^2}$$

opompl. sürekli zaman sistem

$\boxed{s_{1,2} = -1.6 \pm j1.6005}$ sürekli-zaman kontrol-kutupları (Baskın-kutuplar)

$T = 0.05\,sn$ **<u>için ayrık zaman kontrol kutuplar hesaplanır.</u>**

- Örnekleme zamanı , $T = 0.05\,sn$ için ,

$$z = e^{sT} \Rightarrow z_{1,2} = e^{(-1.6 \pm 1.6005j)0.05} = e^{-0.08} e^{j0.08} = \boxed{0.9201 \pm j0.0738}$$ Ayrık zaman sistem

$z_{1,2} = 0.9201 \pm j0.0738$ ayrık-zaman baskın kutuplar (kontrol-kutuplar) elde edilir.

$z_1 = 0.9201 + j0.0738 \Rightarrow z_1 = \sqrt{0.9201^2 + 0.0738^2}\,\tan^{-1}(\dfrac{0.0738}{0.9201})$ dir.

$z_1 = |z_1|\angle\beta = 0.9231\angle 0.08$ ise $|z_1| = 0.9231$ ve $\beta = 0.08\ rad$ olarak elde edilir.

$$G_p(z_1) = \frac{0.0762}{z_1 - 0.9048} = \frac{0.0762}{(0.9201 + 0.0738j) - 0.9048} = \frac{0.0762}{(0.0153 + 0.0738j)} = \frac{0.0762(0.0153 - 0.0738j)}{0.00568}$$

$$G_p(z_1) = 0.205257 - j0.99$$

$$G_p(z_1) = |G_p(z_1)|\angle\psi \rightarrow G_p(z_1) = \sqrt{0.205257^2 + 0.9900^2}\,\tan^{-1}(\frac{0.9900}{0.205257})$$

$|G_p(z_1)| = 1.0111$ ve $\psi = -1.3664\ rad$ olarak elde edilir.

Bulunan değerler, denklemlerde yerlerine koyulur ise,

hız hatası

$e_{ss} = \dfrac{1}{K_v} = 0{,}0672$

$K_v = \dfrac{1}{0{,}0672}$

hız hata katsayısı

$$K_d = \frac{0.9231}{\sin 0.08}\left(\frac{0.9295 * \sin 0.08}{0.9231 - 2 * \cos 0.08 + \dfrac{1}{0.9231}} + \frac{\sin 1.3664}{1.0111}\right) = 11.5532\left(\frac{0.0743}{0.0128} + 0.9684\right) = \boxed{78.2508}$$

K_i

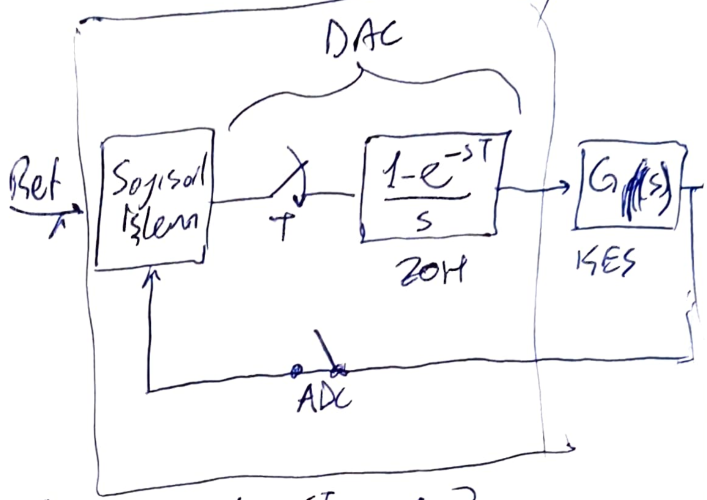
$$K_p = -\frac{\cos\psi}{|G_p(z_1)|} - 2 * K_i |z_1| \frac{|z_1| - \cos\beta}{|z_1|^2 - 2|z_1|\cos\beta + 1} + \frac{-|z_1|\sin\psi + \cos\beta\sin\psi}{|G_p(z_1)|\sin\beta}$$

$$K_p = -\frac{\cos 1.3664}{1.0111} - 2 * 0.9295 * 0.9231 \frac{0.9231 - \cos 0.08}{0.9231^2 - 2 * 0.9231 * \cos 0.08 + 1} + \frac{-0.9231 * \sin 1.3664 + \cos 0.08 * \sin 1.3664}{1.0111 * \sin 0.08}$$

$K_v = \dfrac{1}{T} \lim\limits_{z \to 1} (z-1)\underbrace{(G_c(z) G_p(z))}_{\text{ileri yol T.F.}}$

Sayısal // KES = Kontrol edilecek Sistem

Mikrokontrolör



$K_p = -0.2007 - 1.1622(-6.2362) + 0.8935 = 7.9405$

~~$K_p = 7.9405$~~ 9,6091

$K_d = 78.2508$ PID katsayıları olarak elde edilir.

$K_i = 0.9295$

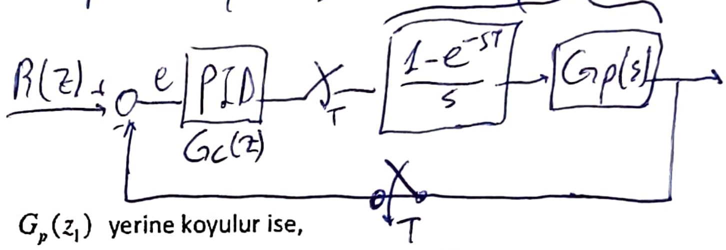
ii- Karaktereistlik denklem metodu

$$F(z) = 1 + G_c(z)G_p(z) = 0$$

$$G_c(z) = K_p + K_d(\frac{z-1}{z}) + K_i(\frac{z}{z-1})$$

$$G_p(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s} G_p(s)\right\}$$

Hesaplanmış olan değişkenler,



$K_i = 0.9295$

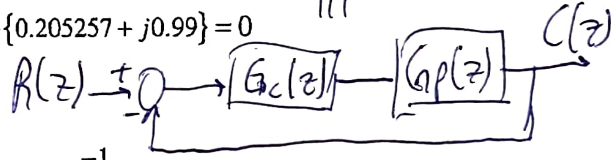
$z_1 = 0.9201 + j0.0738$

$G_p(z_1) = 0.205257 + j0.99$ dir.

$1 + \left\{K_p + K_d(\frac{z_1 - 1}{z_1}) + K_i(\frac{z}{z-1})\right\} G_p(z_1) = 0$, z_1 ve $G_p(z_1)$ yerine koyulur ise,

$$1 + \left\{K_p + K_d(\frac{0.9201 + j0.0738 - 1}{0.9201 + j0.0738}) + K_i(\frac{0.9201 + j0.0738}{0.9201 + j0.0738 - 1})\right\}\{0.205257 + j0.99\} = 0$$

|||



düzenlenir ise,

$$K_p + K_d(-0.0799 + 0.0866j) + K_i(-5.7538 - 6.2381j) = \frac{-1}{0.205257 + j0.99} = 0.2008 - 0.9685j$$

$$K_p - 0.0799K_d + 0.0866K_d j - 5.7538K_i - 6.2381K_i j = 0.2008 - 0.9685j$$

$$K_p - 0.0799K_d + (0.0866K_d - 6.2381 * 0.9295)j = 0.2008 - 0.9685j + 5.7538 * 0.9295$$

$$K_p - 0.0799K_d + (0.0866K_d - 5.7983)j = 5.5490 - 0.9685j$$

$$(0.0866K_d - 5.7983)j = -0.9685j \rightarrow K_d = 55.7714$$

$$K_p - 0.0799K_d = 5.5490 \rightarrow K_p = 5.5490 + 0.0799 * 55.7714 = 10.0051$$

$$G_c(z) = K_p + K_I \frac{z}{z-1} + K_D \frac{z-1}{z}$$
? ? ?

$\boxed{K_p = 10.0051 \quad 9{,}6091 \qquad K_d = 55.7714 \quad \text{elde edilir.} \qquad K_i = 0.9295}$

Bilinenler: ① KES'in A.G.TF G(s) biliniyor

② Kontrol (Baskın) kutuplar biliniyor ($s_{1,2}$)

Aşım → ξ $t_s \rightarrow w_n$

$s_{1,2} = -\xi w_n \mp j w_n\sqrt{1-\xi^2}$

— Ayrık ve sürekli de aynı bilinenler

iii-Ayrık-zaman kapalı-çevrim kontrol blok diyagram aşağıda verilmiştir.

③ $z_{1,2} = e^{s_{1,2}T}$

$F(z) = 1 + G_c(z)G_p(z) = 0$

$= (z+x)(z-z_1)(z-z_2) = 0$

$z_1 = \sigma_1 + j w_1$

① $|z_1| = \sqrt{\sigma_1^2 + w_1^2}$

② $\beta = \tan^{-1}\frac{w_1}{\sigma_1}$

③ $G_p(z_1) = G_p(z)|_{z_1}$

④ $|G_p(z_1)| = \sqrt{A^2 + B^2}$

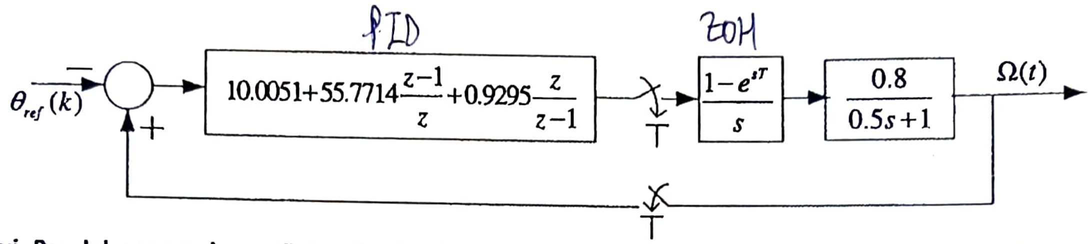
⑤ $\psi = \tan^{-1}\frac{b}{a}$

$1+G_c(z)G_p(z)=0$

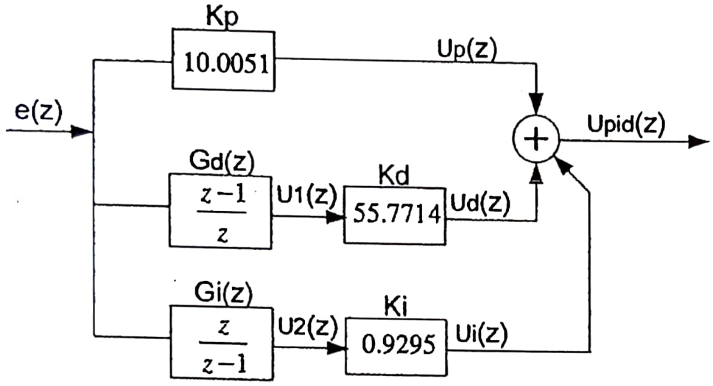
$G_c(z)=-\frac{1}{G_p(z)}$

$K_p+K_I\frac{z}{z-1}+K_D\frac{z-1}{z}=-\frac{1}{G_p(z)}$

$K_p+K_D\frac{z-1}{z}\Big|_{z_1}=-\frac{1}{G_p(z)}-K_I\frac{z}{z-1}\Big|_{z_1}$



vi- Paralel programlama yöntemi ile PID kontrolör sembolik dilde tasarımı: Aşağıda PID kontrol kuralına ait kontrol blok diyagramı verilmiştir.



PID kontrol kuralının sayısal işlemcide gerçekleştirilmesi amacı için paralel programlama yöntemi kullanılacaktır. Paralel programlamada her bir blok kendi içinde doğrudan programlama yöntemi ile programlanacaktır.

Up(z): *Oransal Kontrol* $U_p(z)=43.87E(z)$

Ud(z): Türevsel kontrol $U_d(z)=U_1(z)K_d$ =>

$$G_d(z)=\frac{U_1(z)}{E(z)}=G_d(z)\frac{z^{-n}}{z^{-n}}\frac{X}{X} \Rightarrow \frac{U_1(z)}{E(z)}=\frac{z-1}{z}\frac{z^{-1}}{z^{-1}}\frac{X_d}{X_d}=\frac{X_d-X_dz^{-1}}{X_d}\quad \frac{U_1(z)}{E(z)}=\frac{X_d-X_dz^{-1}}{X_d}$$

$$E(z)=X_d$$

$$U_1(z)=X_d-\overset{B}{X_dz^{-1}}$$

Ui(z): *Integral kontrol* $U_i(z)=U_2(z)K_i$ =>

Doğrudan programlama yöntemi

$$G_i(z)=\frac{U2(z)}{E(z)}=G_i(z)\frac{z^{-n}}{z^{-n}}\frac{X}{X} \Rightarrow \frac{U_2(z)}{E(z)}=\frac{z}{z-1}\boxed{\frac{z^{-1}}{z^{-1}}\frac{X_i}{X_i}}=\frac{X_i}{X_i-X_iz^{-1}}$$

$$E(z)=X_i-\overset{A}{X_iz^{-1}} \Rightarrow X_i=E(z)+X_iz^{-1}$$

$$U_2(z)=X_i$$

Xin bir önceki değeri

$U_p=10E$

$X_I=E+A$

$U_I=0,9295X_I$

$X_d=E$

$U_d=55,76(X_d-B)$

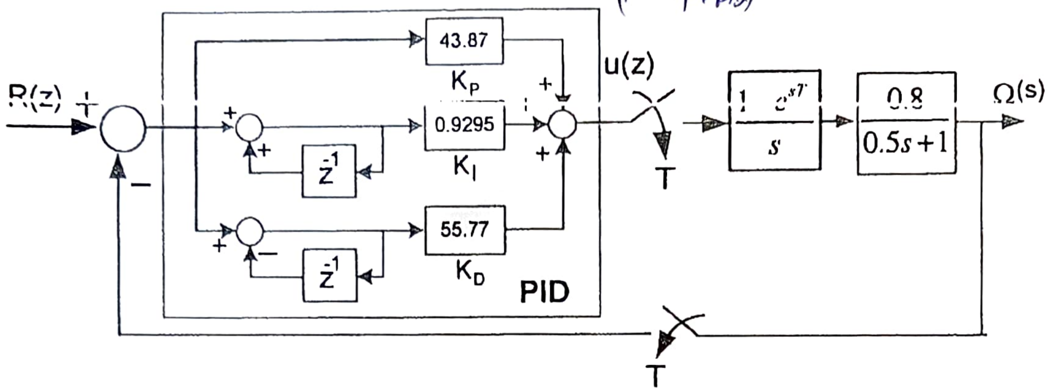
$U_{pid}=U_p+U_I+U_d$

$T=0,05\,sn = 50\,msn$

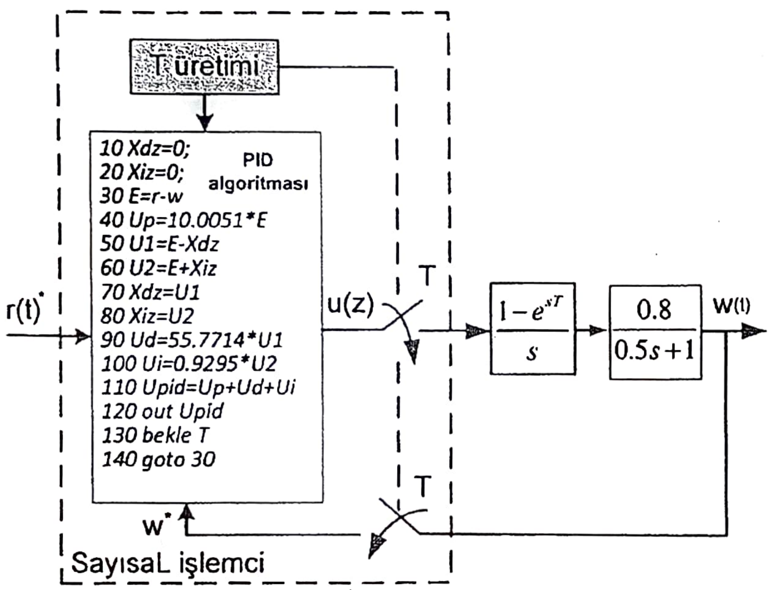
$$\frac{U_{pid}}{E} = K_p + K_I\frac{z}{z-1} + K_d\frac{z-1}{z}$$

$$= K_{pid}\frac{z^2+az+b}{z(z-1)} \rightarrow \text{sembolik programla doğrudan}$$

$(K_I+K_p+K_d)$



Paralel programlama ile PID kontrol kurallı programlama diyagramı ile ayrık-zaman kapalı çevrim kontrol blok diyagram yukarıda ve simgesel dilde yazılımı ise aşağıda verilmiştir.



Simgesel Dilde Program

```
10 Xdz=0;
20 Xiz=0;
30 E=r-w
40 Up=10.0051*E
50 U1=E-Xdz
60 U2=E+Xiz
70 Xdz=U1
80 Xiz=U2
90 Ud=55.7714*U1
100 Ui=0.9295*U2
110 Upid=Up+Ud+Ui
120 out Upid
130 bekle T
140 goto 30
```

olur → RPM → ADC 2 kanal

Burada Uçurum var 2017'ye Geç

MODİFİYE EDİLMİŞ PID KONTROLÖR

Bu bölümde *standart (Klasik) PID kontrol kural* mimarisi ile *Modifiye edilmiş PID Kontrol kural* mimarisi incelenecek ve kapalı çevrim transfer fonksiyonları ayrı ayrı elde edilecektir.

i- **Klasik PID kontrol kuralı** ile kontrol edilen sisteme ait kapalı çevrim transfer fonksiyonu,

$k=0$

$$x(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x(0) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cancel{u(0)}\,1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$k=1$

$$x(2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 1 \\ -3 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix}$$

$$x(k) = \Phi(k)x(0) + \sum_{j=0}^{k-1} \Phi(k-1-j)\,B\,u(j)$$

Serbest Rejimde $u(j)=0$

$x(k) = \phi(k)\,x(0)$ dur.

$$D = \begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z & -1 \\ +2 & z+3 \end{bmatrix}$$

z^2+3z+2

$$\frac{1}{\det D} \begin{bmatrix} z+3 & 1 \\ -2 & z \end{bmatrix}$$

z^2+3z

$$\frac{(z+3)\cdot z}{(z+1)(z+2)} = \frac{A}{(z+1)} + B$$

$\cancel{z}A\,z + 2A + Bz + B$

$-A+B=1$

$2A+B=3$

$A=2 \qquad B=-1$

$$U1 = K_1 * E \qquad K_1 = K_p$$

$$U_2 = K_2 * \left(E + \cancel{X}^{-1}\right)$$

$$X = E + X^{-1}$$

- $\phi(t) = e^{At}$

$$x(t) = \phi(t)\,x(0) + \int_0^t \phi(t-\tau)\,B\,u(\tau)\,d\tau$$

- $\gamma(T) \triangleq e^{AT}\left[\int_0^T e^{-A\tau}\,d\tau\right]B$

$$\phi(t) = e^{At}, \qquad \phi(T) = e^{AT}$$

$$\phi(t)\Big|_{t=T} = \phi(T)$$

Lyapunov

$$A^T P + PA = I$$

$$V(x) = x^T P x$$

Örnekleme zamanı başlangıç olarak 10'da 1'i alınabilir

$$\frac{K}{\tau s+1}$$

Sürekli hal hatası
Tam Integratör
Geçici hal hataları için Türevci

$$\frac{0{,}8}{(0{,}5s+1)(s+1)}$$

$\tau_1 = 0{,}5$ $\quad \tau_2 = 1$

$$T = \frac{0{,}5}{10}$$

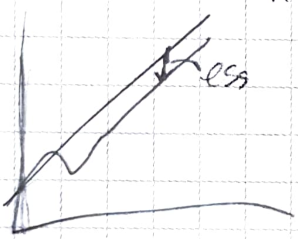
$t_s = 2\tau \sim 6\tau$

sisotool

pidtuner

$z \rightarrow c2d$

$$e_{ss} = \frac{2\xi}{\omega_n}$$

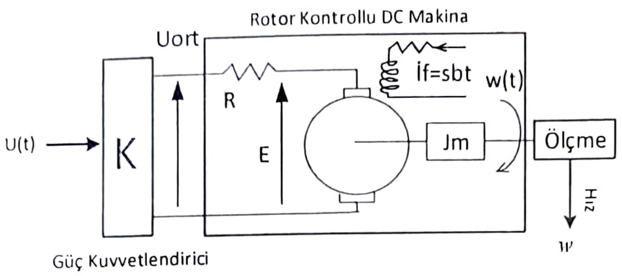


K'yı hesaplanabilir

DİJİTAL KONTROL FİNAL SINAVI

08/01/2019

S-1)



$R = 5\ \Omega\ ,\quad L = 0\ \ mH$

$K_b = 0.1\ \ V/rad/sn$

$K_i = 0.1\ \ Nm/A$

$J_m = 0.02\ \ kgm^2$

$B_m = 0\quad K = 1\ \ V/V$

$T_y = 0\quad$ *yük yok*

$\frac{62X}{122} = \frac{22}{103} \quad 3/5$

a) Hız kontrolü yapılmak istenen DC makineye ait transfer fonksiyonu $T = 0.1$ sn için $G(z) = \frac{0.0995}{z-0.99}$ olarak verilmektedir. Ayrık-zaman durum denklemini yazınız.

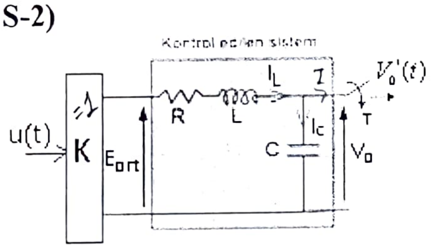
b) Kontrol kuralı olarak dinamik durum geri-besleme uygulanmak istenmektedir. Sistem cevabının sonlu zaman olabilmesi için katsayıları hesap ediniz.

c) Dinamik durum-geri beslemeli sisteme ait kontrol blok diyagramını çiziniz.

$-z^{-1}$

$z = e^{sT}$

S-2)



a) Şekilde verilen R-L-C devresinde ait dinamik denklemleri yazınız. x_1: *Bobin akımı* ve x_2: *kondasatör gerilimi* Örnekleme zamanı $T = 0.05\ sn$, $L = 0.1\ H$, $R = 0.3\ oHm$, $C = 5F$

$\frac{sC}{s^2LC + sRC + 1}$

$1 - z^{-1}$

$\frac{z-1}{z}$

b) Yaklaşık Ayrık-zaman durum denklemlerini elde ediniz. Gözlenebilirlik testini yapınız.

c) Çıkış kondansatör gerilimi ölçülmektedir. Gözleyici cevap hızı sistem cevap hızından 4 kat daha hızlı olacak şekilde Luenberger gözleyici tasarlayınız.

S-3) $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ ile verilen sistem PD kontrol kuralı ile denetlenecektir.

$\frac{1-e^{-sT}}{s}$ $\quad e^{sT} + se^{sT}$

- a- **İstenen karakteristik denklem $s^2 + 5s + 12.5 = 0$ olduğuna göre K_p ve K_D** katsayılarını hesap ediniz.
- b- **Bu durumda** %2 **kriterine göre yerleşme zamanı ve aşımı hesap ediniz.**
- c- Bu kriterle göre örnekleme zamanı $T = 0.1$ **sn** için ayrık-zaman kontrol kutuplarını elde ediniz.

$\frac{4}{\zeta w_n}$

$$K_p = -\frac{\cos\psi}{|G_p(z_1)|} + \frac{-|z_1|\sin\psi + \cos\beta\sin\psi}{|G_p(z_1)|\sin\beta} \qquad X(z) = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}}{ds^{m-1}}\left[(s-s_i)^m X(s)\frac{z}{z-e^{sT}}\right]\bigg|_{s=s_i}\right\}$$

$\frac{z}{zs - se^{sT} + z - e^{sT}}$

$$K_d = \frac{|z_1|}{\sin\beta}\frac{\sin\psi}{|G_p(z_1)|}$$

$T(z) = C[zI - A]^{-1}B + D \qquad \frac{-z}{z-1}$

$-\frac{\cos B}{A} + \frac{-D\sin B + \cos C\sin B}{A\sin C} \quad , \quad \frac{D}{\sin C}\frac{\sin B}{A}$

Başarılar **süre: 100dakika** **Prof.Dr Ayhan Özdemir**

$|G_p(z_1)| \to A$
$\psi \to B$
$\beta \to C$
$|z_1| \to D$

$\frac{-z(z-2)}{(z-1)^2}$

$\frac{d}{ds}\left(s^2 \frac{1}{s^2(s+1)} \cdot \frac{z}{z-e^{sT}}\right)$

$\frac{-z(z - e^{sT} - se^{sT} - e^{sT})}{(zs - se^{sT} + z - e^{sT})^2}\bigg|_{s=0}$

$\frac{-Tze^{sT}}{(z-e^{sT})^2}$