C. Vural

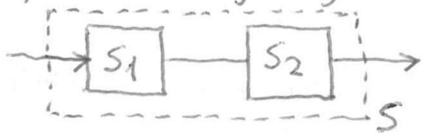
Güz 2011

Sakarya Üniversitesi
Elektrik- Elektronik Mühendisliği
EEM-305 İşaretler ve Sistemler - Ara Sınav

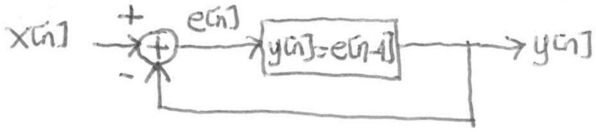
1. Bir ayrık-zaman sistem S, aşağıda gösterildiği gibi S_1 ve S_2 sistemlerinin seri bağlanmasından oluşmuştur. S_1 ve S_2 sistemleri için giriş-çıkış ilişkisi aşağıda verilmiştir

$$S_1: \quad y_1[n] = 2x_1[n] + 4x_1[n-1]$$
$$S_2: \quad y_2[n] = x_2[n-2] + \tfrac{1}{2}x_2[n-3]$$

(a) S sistemi için giriş-çıkış ilişkisini belirleyiniz. [5p]
(b) S sistemi, doğrusal, zamanla değişmeyen ve nedensel midir? [15p]



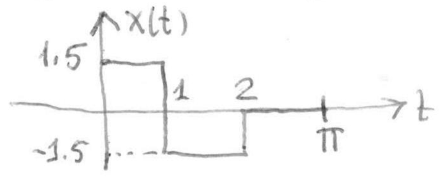
2. Aşağıda verilen geribeslemeli sistemi ele alalım. $n<0$ için $y[n]=0$ olduğunu varsayarak
(a) $x[n]=\delta[n]$ için çıkışı belirleyiniz ve çiziniz. [10p]
(b) (a) şıkkını $x[n]=u[n]$ için tekrarlayınız. [10p]
(ipucu: girişle çıkış arasındaki fark denklemini bulunuz)



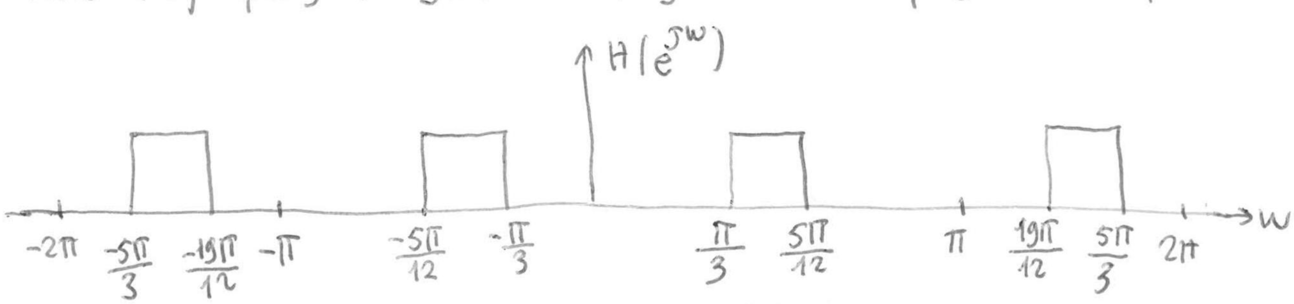
3. Doğrusal ve zamanla değişmeyen bir ayrık-zaman sistemin impuls yanıtı $h[n]$ ve girişi $x[n]$ aşağıda verilmiştir. Sistemin çıkışını konvolüsyon toplamını kullanarak belirleyiniz ve çiziniz. [20p]

$$x[n] = \left(\tfrac{1}{2}\right)^{n-2} u[n-2], \quad h[n] = u[n+2]$$

4. Temel periyodu $w_0 = \pi$ olan ve bir periyodu aşağıda verilen sürekli-zaman işaretinin Fourier serisi katsayılarını belirleyiniz [20p]



5. Bir ayrık-zaman sistemin frekans yanıtı aşağıda verilmiştir. Sisteminin, $x[n] = (-1)^n$ periyodik girişe olan yanıtını hesaplayınız. [20p]



BAŞARILAR...

1. Sınav süresi 90 dakikadır
2. Bir adet, A4 boyutunda formül kağıdı kullanılabilir.

Sakarya Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği
EEM 305 - İşaretler ve Sistemler Ara Sınav Çözümleri

1. (a)

$$x[n] \to \boxed{S_1} \xrightarrow{v[n]} \boxed{S_2} \to y[n]$$

$v[n] = 2x[n] + 4x[n-1]$ (2.5p)

$$\begin{aligned}
y[n] &= v[n-2] + \tfrac{1}{2} v[n-3] \\
&= 2x[n-2] + 4x[n-3] + \tfrac{1}{2}\{2x[n-3] + 4x[n-4]\} \\
&= 2x[n-2] + 4x[n-3] + x[n-3] + 2x[n-4] \qquad (2.5p) \\
&= 2x[n-2] + 5x[n-3] + 2x[n-4]
\end{aligned}$$

(b)

$$x[n] \to \boxed{S} \to y[n] = 2x[n-2] + 5x[n-3] + 2x[n-4]$$

$x_1[n]$ uygulandığında $y_1[n] = 2x_1[n-2] + 5x_1[n-3] + 2x_1[n-4]$

$x_2[n]$ uygulandığında $y_2[n] = 2x_2[n-2] + 5x_2[n-3] + 2x_2[n-4]$ (5p)

$ax_1[n] + bx_2[n]$ uygulandığında

$$\begin{aligned}
y[n] &= 2\{ax_1[n-2] + bx_2[n-2]\} + 5\{ax_1[n-3] + bx_2[n-3]\} + 2\{ax_1[n-4] + bx_2[n-4]\} \\
&= a\{2x_1[n-2] + 5x_1[n-3] + 2x_1[n-4]\} + b\{2x_2[n-2] + 5x_2[n-3] + 2x_2[n-4]\} \\
&= a\,y_1[n] + b\,y_2[n]
\end{aligned}$$

olup S sistemi doğrusaldır.

Çıkışın n_0 kadar ötelenmişi: $y[n-n_0] = 2x[n-n_0-2] + 5x[n-n_0-3] + 2x[n-n_0-4]$

Sistemin n_0 kadar ötelenmiş girişe olan yanıtı (5p)

$$x[n-n_0] \to \boxed{S} \to y[n] = 2x[n-n_0-2] + 5x[n-n_0-3] + 2x[n-n_0-4]$$

O halde sistem, zamanla değişmez

$y[n] = 2x[n-2] + 5x[n-3] + 2x[n-4]$ ifadesinde çıkışın girişin gelecekteki değerlerine bağlı olmadığı görülmektedir, yani sistem nedenseldir. (5p)

---

2. (a) Verilen blok diyagramdan $e[n] = x[n] - y[n]$, $\boxed{y[n] = e[n-1] = x[n-1] - y[n-1]}$ (5p)

$x[n] = \delta[n]$ için

$$\begin{aligned}
y[0] &= x[-1] - y[-1] = 0 - 0 = 0 \\
y[1] &= x[0] - y[0] = 1 - 0 = 1 \\
y[2] &= x[1] - y[1] = 0 - 1 = -1 \\
&\vdots
\end{aligned}$$

(5p)

$$y[n] = \begin{cases} 0, & n = 0 \\ (-1)^{n-1}, & n > 0 \end{cases}$$

(b) $x[n] = u[n]$ için

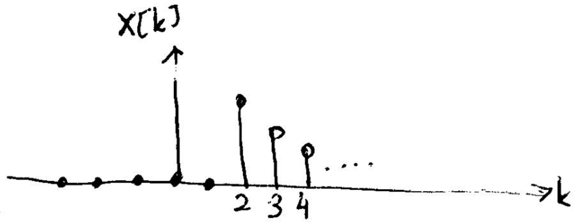
$$\begin{aligned}
y[0] &= x[-1] - y[-1] = 0 \\
y[1] &= x[0] - y[0] = 1 - 0 = 1 \\
y[2] &= x[1] - y[1] = 1 - 1 = 0 \\
&\vdots
\end{aligned}$$

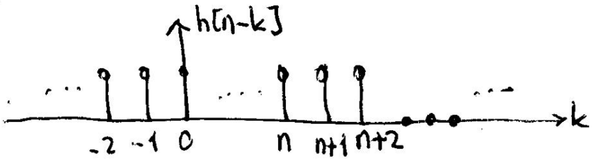
(10p)

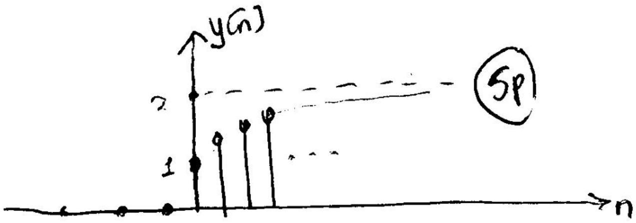
$$y[n] = \begin{cases} 0, & n \text{ çift ise} \\ 1, & n \text{ tek ise} \end{cases}$$

3.

(5p)







(5p)

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

Şekillerden görüldüğü gibi (5p)

$n<0 \Rightarrow x[k]h[n-k]=0$ olup $y[n]=0$

$n \geq 0$ için $x[k]h[n-k]$ çarpımı $[2,n+2]$ aralığında sıfırdan farklıdır

$$y[n] = \sum_{k=2}^{n+2} x[k]h[n-k] = \sum_{k=2}^{n+2} \left(\tfrac{1}{2}\right)^{k-2} \cdot 1$$ (5p)

$k-2=u$ değişken dönüşümü yapılırsa

$$y[n] = \sum_{u=0}^{n} \left(\tfrac{1}{2}\right)^{u} = \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}} = 2\left[1-\left(\tfrac{1}{2}\right)^{n+1}\right] = 2-\left(\tfrac{1}{2}\right)^{n}$$

---

4. $T=\pi \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ (1p)

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt = \frac{1}{\pi}\left[\int_0^1 1.5\,dt - \int_1^2 1.5\,dt\right] = 0$$ (4p)

$k \neq 0$ ise $$a_k = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,e^{-jk\omega_0 t}\,dt = \frac{1}{\pi}\left[\int_0^1 1.5\,e^{-j2kt}\,dt - \int_1^2 1.5\,e^{-jk2t}\,dt\right]$$ (10p)

$$= \frac{1.5}{\pi}\left[\left\{-\frac{1}{j2k}e^{-j2kt}\Big|_0^1\right\} - \left\{-\frac{1}{j2k}e^{-j2kt}\Big|_1^2\right\}\right] = \frac{1.5}{j2\pi k}\left[1-2e^{-j2k}+e^{-j4k}\right]$$ (5p)

---

5. $x[n]$, $N=2$ ile periyodiktir. $\omega_0 = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

1 periyot aralığı olarak 0 ve 1 seçilebilir $(n=0,1)$

$$x[n] = \sum_{k=\langle N\rangle} a_k e^{jk\omega_0 n} = \sum_{k=0}^{1} a_k e^{jk\pi n}$$ (10p)

$$a_0 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{1} x[n] = \frac{1}{2}[1+(-1)] = 0$$

$$a_1 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{1} x[n]\,e^{-j\pi n} = \frac{1}{2}\left[1\cdot e^{-j\pi 0} + (-1)\,e^{-j\pi(-1)}\right] = \frac{1}{2}[1+(-1)(-1)] = 1.$$ (5p)

$$y[n] = \sum_{k=\langle N\rangle} a_k H(e^{jk\omega_0})\,e^{jk\omega_0 n} = a_0 H(e^{j0})\,e^{j0n} + a_1 H(e^{j\pi})\,e^{j\pi n}$$

Soruda verilen $H(e^{j\omega})$ grafiğinden $H(e^{j0}) = H(e^{j\pi}) = 0$ olduğundan

$$y[n] = 0 \times 0 \times e^{j0n} + 1 \times (0) \times e^{j\pi n} = 0$$ (5p)