



# Doç. Dr. Şuayb Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk



## 4. Elektromanyetik Alanlar

2

### Elektromanyetik Alan ve Bileşenleri

- Statik elektrik alan:

Elektrik yükleri dengede ise zamandan bağımsız bir statik elektrik alan oluştururlar.

- Statik manyetik alan:

Elektrik yükleri sabit hızla hareket ediyorlarsa statik manyetik alan oluştururlar.

- Elektromanyetik alan:

Elektrik yükleri ivmeli hareket ediyorlarsa zamana bağlı elektromanyetik alan oluştururlar.

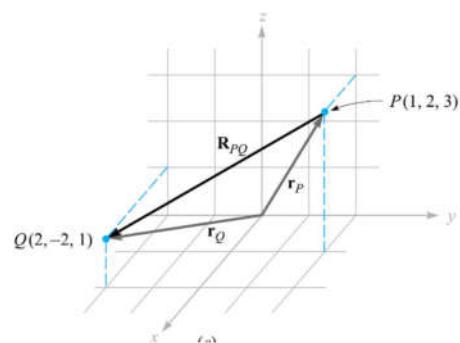
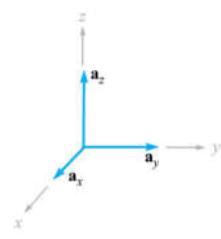
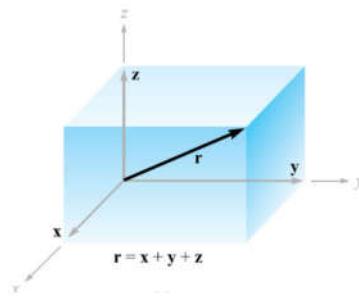
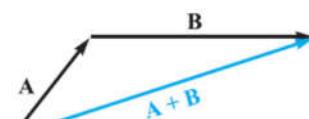
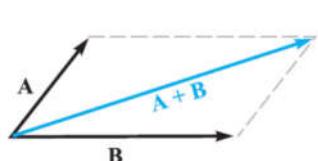


## Vektörel Cebir

- Sakaler kavramı
- Vektör kavramı
- Birim vektör
- Skaler çarpım
- Vektörel çarpım
- Koordinat sistemleri – Kartezyen, Silindirik, Küresel
- Diferansiyel vektör işlemleri: Gradyan, Diverjans, Rotosyonel, Laplasiyen



## Vektörel Cebir



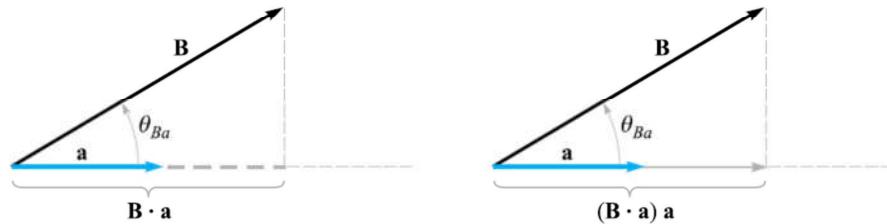
### Temel vektörel cebir işlemleri



## Skaler Çarpım

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta_{AB}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$



## Skaler Çarpım

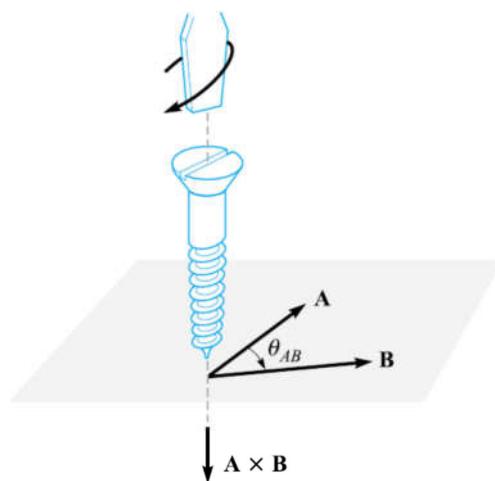


• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

•

## Vektörel Çarpım



$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{a}_N |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \sin \theta_{AB}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

## Vektörel Çarpım

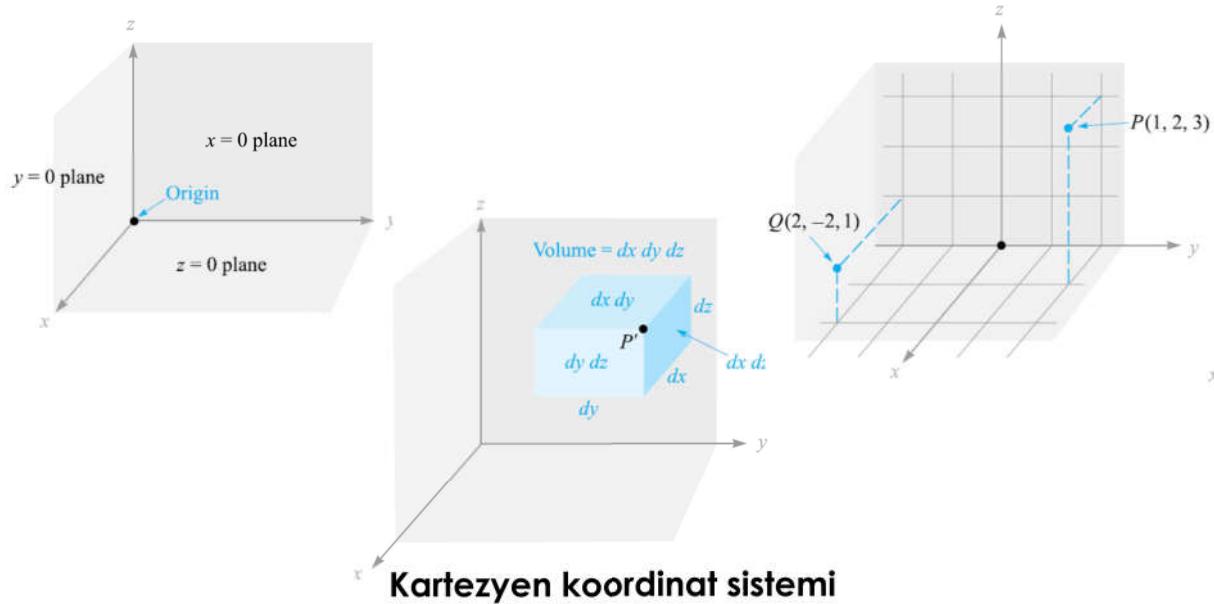


• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

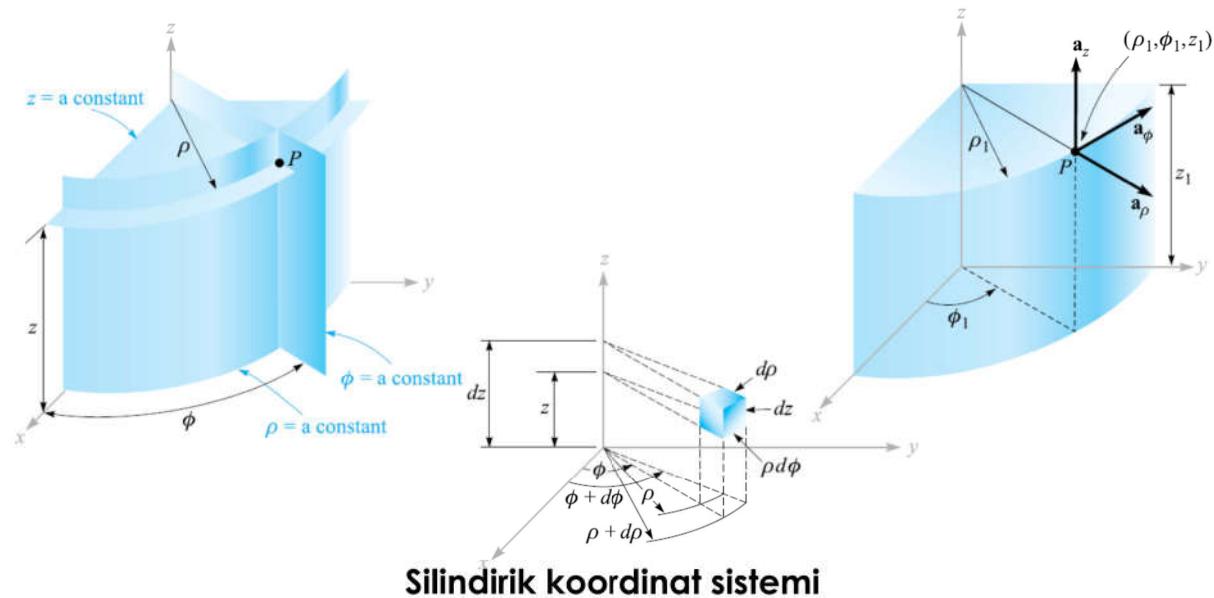
EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

•

## Kartezyen Koordinat Sistemi

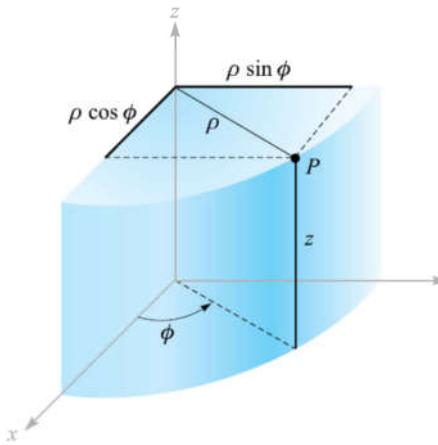


## Silindirik Koordinat Sistemi



# Kartezyen - Silindirik Koordinat

## Sistemleri Arası Dönüşümler



$$x = \rho \cos \phi$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y = \rho \sin \phi$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$z = z$$

$$z = z$$

	$\mathbf{a}_\rho$	$\mathbf{a}_\phi$	$\mathbf{a}_z$
$\mathbf{a}_x$	$\cos \phi$	$-\sin \phi$	0
$\mathbf{a}_y$	$\sin \phi$	$\cos \phi$	0
$\mathbf{a}_z$	0	0	1

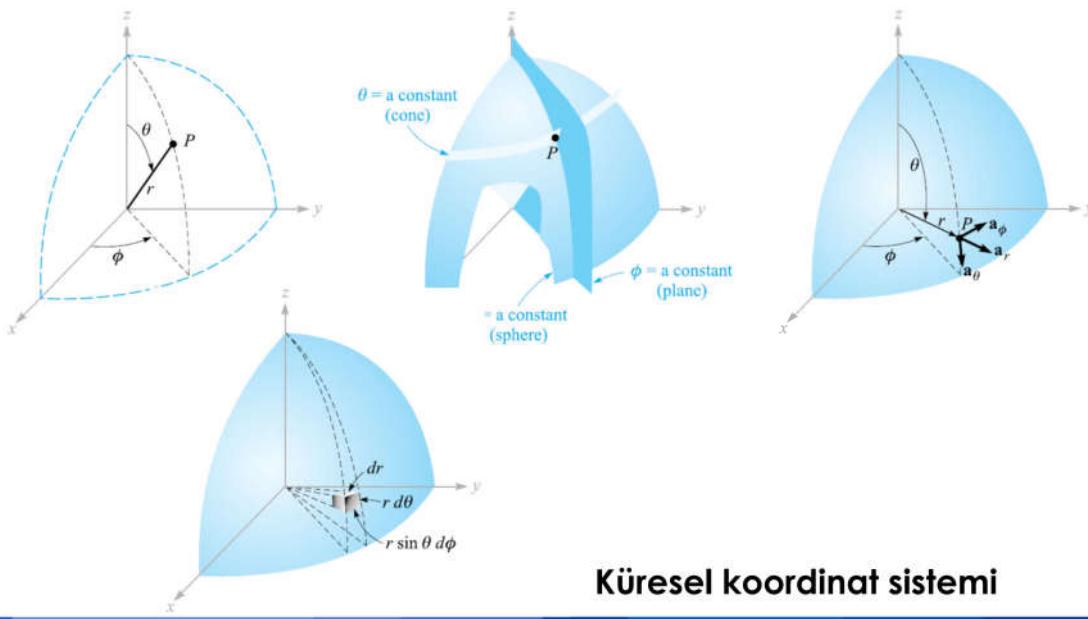
## Kartezyen - Silindirik Koordinat Sistemleri Arası Dönüşümler



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

## Küresel Koordinat Sistemi



Küresel koordinat sistemi



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

## Arası Dönüşümler

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$z = r \cos \theta$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

	$\mathbf{a}_r$	$\mathbf{a}_\theta$	$\mathbf{a}_\phi$
$\mathbf{a}_x$	$\sin \theta \cos \phi$	$\cos \theta \cos \phi$	$-\sin \phi$
$\mathbf{a}_y$	$\sin \theta \sin \phi$	$\cos \theta \sin \phi$	$\cos \phi$
$\mathbf{a}_z$	$\cos \theta$	$-\sin \theta$	0

## Kartezyen - Küresel Koordinat Sistemleri Arası Dönüşümler



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

## Diferansiyel Vektör İşlemleri

- Nabla (del) Operatörü

$$\nabla = \mathbf{a}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{a}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{a}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

- Gradyan:  $\text{grad } f = \nabla \cdot \mathbf{f}$
- Diverjans:  $\text{div } \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A}$
- Rotasyonel:  $\text{rot } \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A}$



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

## İkinci Dereceden Türevler

- Gradyanın diverjansı (laplaşıyen)

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot f) = \nabla^2 \cdot f$$

- Gradyanın rotasyoneli

$$\nabla \times (\nabla \cdot f) = 0$$

- Diverjansın gradyanı

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{A})$$

- Rotasyonelin diverjansı

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

- Rotasyonelin rotasyoneli

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \cdot \mathbf{A}$$



## Coulomb Kanunu

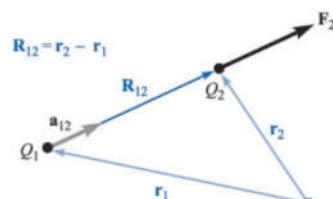
- Yükler arasında itme ve çekme biçiminde ortaya çıkan etkileşme Coulomb Yasası olarak verilmektedir.

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} [N]$$

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon R_{12}^2} \mathbf{a}_{12} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon R_{12}^2} \mathbf{a}_{21}$$

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} = 8.85 \cdot 10^{-12} F/m$$



**Elektrik yükleri arası etkileşim**



## Statik Elektrik Alan

- Sabit bir yük etrafında bir test yükü hareket ettirilirse Coulomb yasasından ortaya konduğu üzere bu yüke her nokta bir kuvvet etkir. Bu sonuç Elektrik Alan olup birim yükle etkiyen kuvvet olarak da tanımlanabilir.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{Q_t}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \quad \mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon R^2} \mathbf{a}_R$$

- Çizgisel yük dağılımının elektrik alanı:

$$E_r = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon r}$$



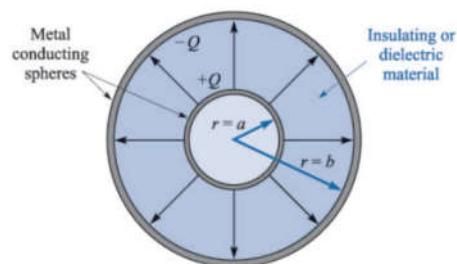
## Elektrik Akı Yoğunluğu

- Elektrik akı yoğunluğu:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \left[ C/m^2 \right]$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \frac{q}{4\pi R^2} \mathbf{a}_R$$



**İki küre çifti arasındaki elektrik akı yoğunluğu**

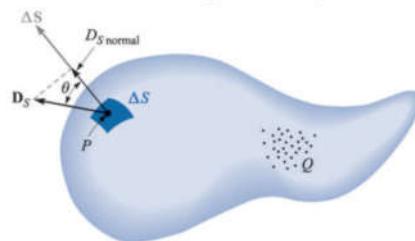


## Gauss Kanunu

- Gauss Yasası:

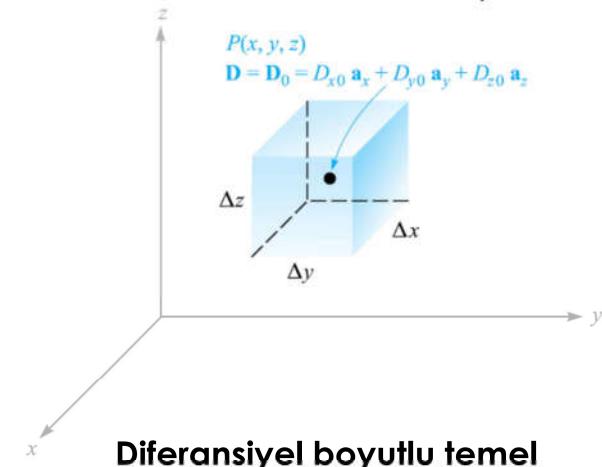
$$\int_S D ds = Q \quad \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q$$

$$\int_V \rho_v dv = Q \quad \int_S \mathbf{D} ds = \int_V \rho dv$$



**Q yükü nedeniyle P noktasındaki elektrik akı yoğunluğu**

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho_v \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = \nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$



**Diferansiyel boyutlu temel alınan bir Gauss yüzeyi**



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

## Elektriksel Potansiyel

- Bir E elektrik alanında Q yükü dL kadar hareket ettirilirse:

$$F_{uyg} = -QE \cdot \mathbf{a}_L \quad dW = -(QE) \cdot \mathbf{d}_L$$

- Söz konusu yükü B noktasından A noktasına kadar götürmek için harcanan enerji:

$$W = - \int_B^A QE \cdot \mathbf{d}_L = -Q \int_B^A E \cdot d_L [J]$$

- Birim yükü bir a noktasından b noktasına götürmek için yapılan iş potansiyel farkına karşılık gelmektedir.

$$V_{AB} = V(A) - V(B) = \frac{W}{Q} = \int_B^A E_t dl = \int_A^B \mathbf{E} d\mathbf{l} [V] \quad V = \frac{q}{4\pi\epsilon r} \quad V = \int_v \frac{\rho dv}{4\pi\epsilon r}$$



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

## Potansiyel Gradyant

- Elektriksel potansiyelin elektrik alanla ilişkisi gradyant tanımı kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E = -\text{grad}V = -\nabla \cdot V = -\left( \mathbf{a}_x \frac{\partial V}{\partial x} + \mathbf{a}_y \frac{\partial V}{\partial y} + \mathbf{a}_z \frac{\partial V}{\partial z} \right)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\nabla(\nabla \cdot V) = -\nabla^2 \cdot V$$

$$\frac{1}{\epsilon} \nabla \cdot \mathbf{D} = -\nabla^2 \cdot V = -\left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right)$$

$$\nabla^2 \cdot V = -\frac{\rho}{\epsilon}$$



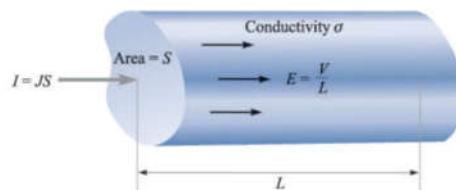
## İletkenler ve Dielektrikler

- Kapalı bir yüzeyden geçen akım:

$$I = \oint \mathbf{J} dS$$

- Akım yoğunluğu ve elektrik alan malzemenin iletkenliğine bağlı olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

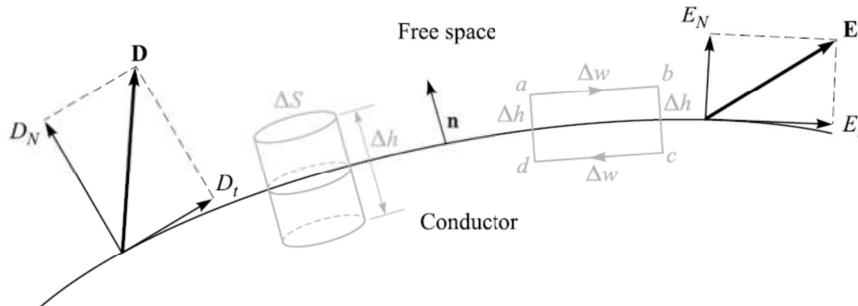
$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$



**Silindirik bölge içinde elektrik alan ve akım yoğunluğu**



## Sınır Şartları (İletken-Dielektrik)

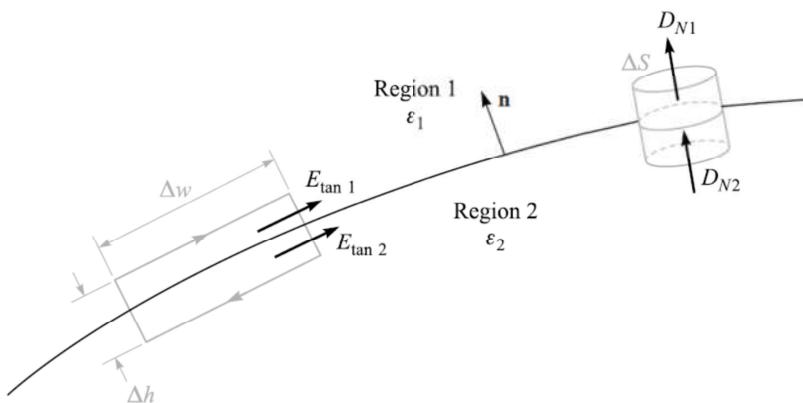


### Sınır Şartları (İletken-Dielektrik)

$$D_T = E_T = 0 \quad D_N = \frac{\rho_s}{\epsilon_0}$$



## Sınır Şartları (Dielektrik-Dielektrik)



### Sınır Şartları (Dielektrik-Dielektrik)

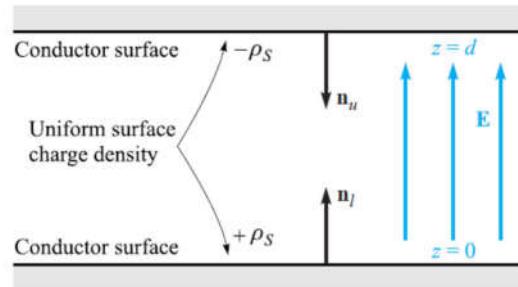
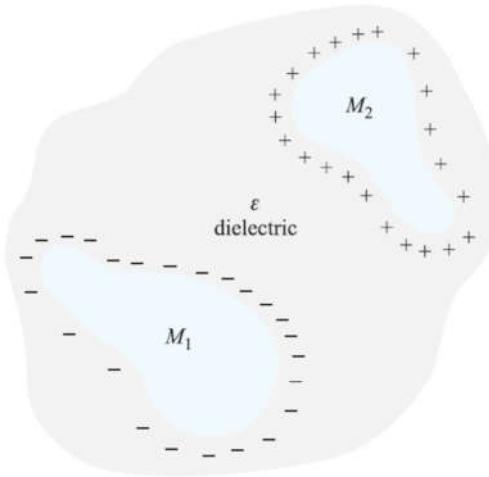
$$E_{1T} = E_{2T}$$

$$\frac{D_{1T}}{D_{2T}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

$$D_{1N} - D_{2N} = \rho_s$$



## Kapasitans



$$Q = \rho_s S$$

$$V_0 = \frac{\rho_s}{\epsilon} d$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

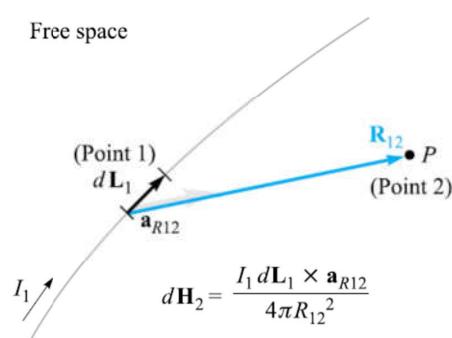
$$C = \frac{Q}{V_0} = \epsilon \frac{S}{d}$$



## Statik Manyetik Alan - Biot-Savart Yasası

$$d\mathbf{H}_2 = \frac{I_1 d\mathbf{L}_1 \times \mathbf{a}_{R12}}{4\pi R_{12}^2}$$

$$\mathbf{H} = \oint \frac{Idl \times \mathbf{a}_R}{4\pi R^2}$$



### Biot-Savart Yasası



## Biot-Savart Yasası

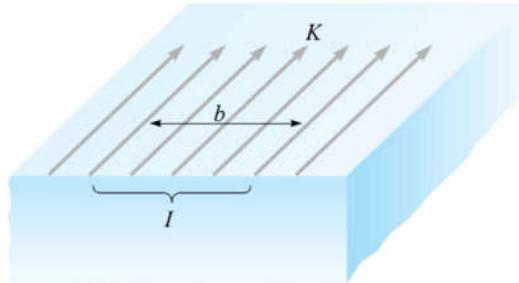
$$I = \int K b$$

$$I = \int K dN$$

$$Id\mathbf{L} = \mathbf{K}dS = \mathbf{J}dv$$

$$\mathbf{H} = \int_s \frac{\mathbf{K} \times \mathbf{a}_R dS}{4\pi R^2}$$

$$\mathbf{H} = \int_v \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{a}_R dv}{4\pi R^2}$$



Düzgün dağılmış  $K$  yüzesel akımına sahip  $b$  gebişlikli yüzeyde toplam  $I$  akımı akmaktadır

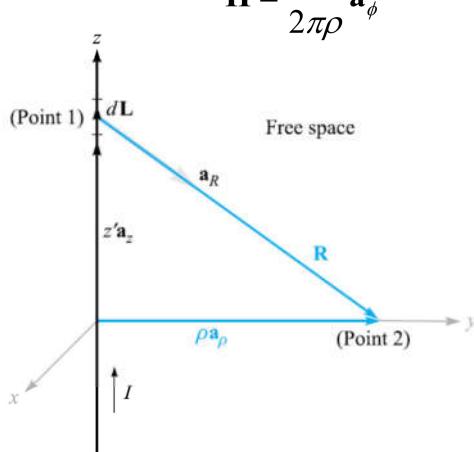


• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

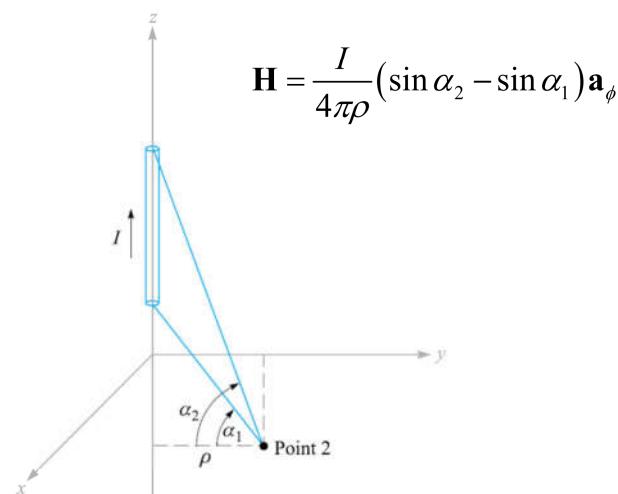
EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

•

## Biot-Savart Yasası Telde Oluşan Manyetik Alan 26



Sonsuz uzunlukta tel



Sonlu uzunlukta tel



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

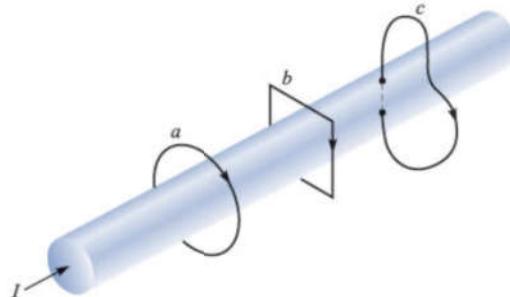
•

## Amper Yasası

- Amper yasası: Manyetik alanın çizgisel integrali ilgili kapalı çevrimce içeren toplam akıma eşittir.

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = I$$

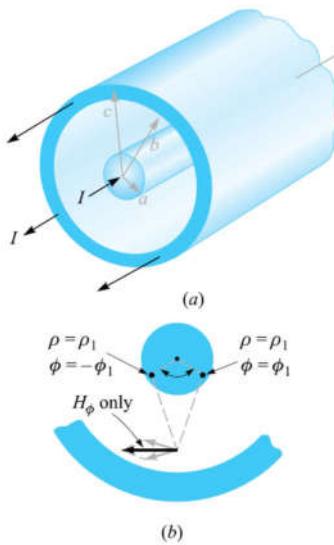
$$I = \oint \mathbf{J} d\mathbf{S}$$



Akan  $I$  akımı nedeniyle oluşan manyetik alan

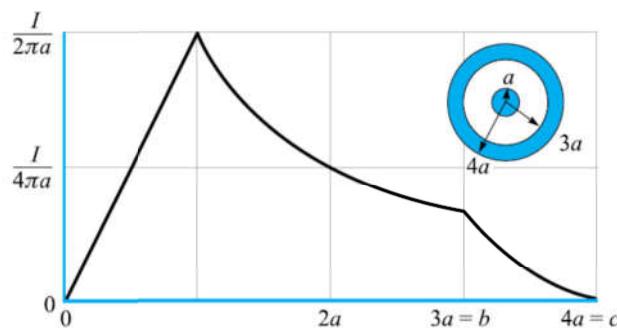


## Koaksiyel Kablonun Manyetik Alanı



$$H_\phi = \frac{I\rho}{2\pi a^2} \quad (\rho < a) \quad H_\phi = \frac{I}{2\pi\rho} \quad (a < \rho < b)$$

$$H_\phi = \frac{I}{2\pi\rho} \frac{c^2 - \rho^2}{c^2 - b^2} \quad (b < \rho < c) \quad H_\phi = 0 \quad (\rho > c)$$



Uzun bir koaksiyel kabloda manyetik alan değişimi



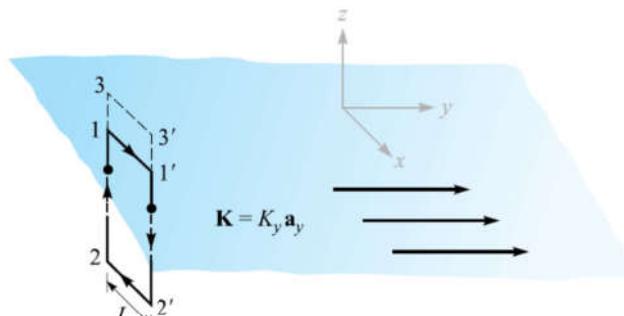
## Plakanın Manyetik Alanı

$$\mathbf{K} = K_y \mathbf{a}_y$$

$$H_x = \frac{1}{2} K_y \quad (z > 0)$$

$$H_x = -\frac{1}{2} K_y \quad (z < 0)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2} \mathbf{K} \times \mathbf{a}_N \quad (z < 0)$$



**$z=0$  düzlemine yerleştirilmiş  $\mathbf{K}=K_y \mathbf{a}_y$  akımı taşıyan bir plaka**

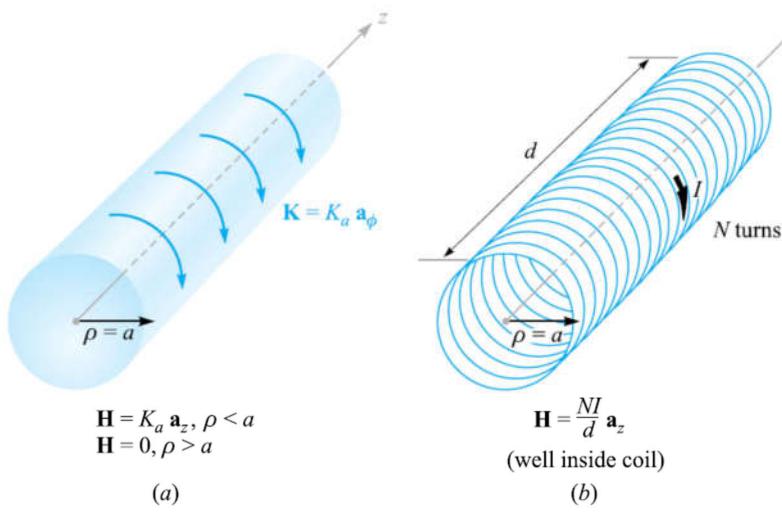
- Mevcut plakanın üstüne  $z=h$  noktasına  $-K_y \mathbf{a}_y$  akımına sahip bir başka plaka konursa:

$$\mathbf{H} = \mathbf{K} \times \mathbf{a}_N \quad (0 < z < h)$$

$$\mathbf{H} = 0 \quad (z < 0, z > h)$$



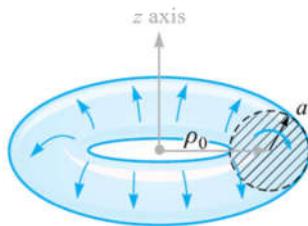
## Selenoidde Manyetik Alan



**a) Sonsuz uzun  $K$  yüzeyel akımıma sahip bir solenoid, b) d sonlu uzunluğuna sahip selenoid**

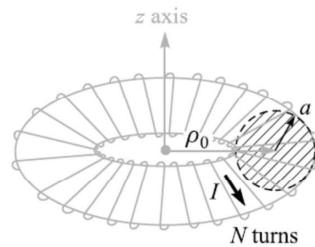


## Toroidde Manyetik Alan



$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= K_a \mathbf{a}_z \text{ at } \rho = \rho_0 - a, z = 0 \\ \mathbf{H} &= K_a \frac{\rho_0 - a}{\rho} \mathbf{a}_\phi \quad (\text{inside toroid}) \\ \mathbf{H} &= 0 \quad (\text{outside}) \end{aligned}$$

(a)



$$\mathbf{H} = \frac{NI}{2\pi\rho} \mathbf{a}_\phi \quad (\text{well inside toroid})$$

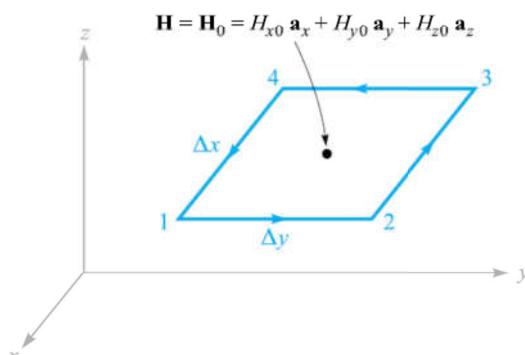
(b)

**a) İdeal toroid, b) I akımı taşıyan N sarımlı torooid**



## Rotasyonel - Curl

- Elektrostatikte diverjans konsepti temelinde bir hacim elemanına Gauss yasası uygulandı. Benzer analoji olarak manyetostatikte rotasyonel konsepti temelinde bir yüzey elemanına Ampere Yasası uygulanmaktadır.



Rotasyonel - Curl



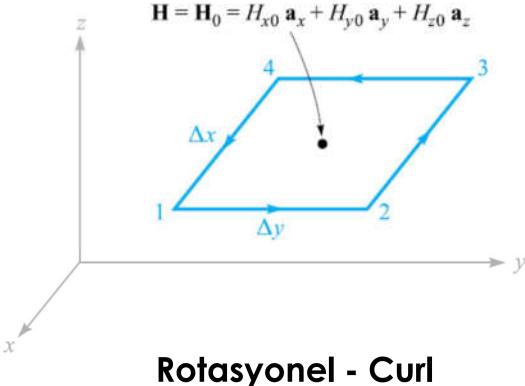
## Rotasyonel - Curl

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y = J_z \Delta x \Delta y$$

$$\frac{\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L}}{\Delta x \Delta y} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = J_z$$

$$\lim_{\Delta x, \Delta y \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L}}{\Delta x \Delta y} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = J_z$$

$$\lim_{\Delta y, \Delta z \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L}}{\Delta y \Delta z} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = J_x$$



$$\lim_{\Delta z, \Delta x \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L}}{\Delta z \Delta x} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = J_y$$



## Rotasyonel - Curl

$$(curl \mathbf{H})_N = \lim_{\Delta S_N \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L}}{\Delta S_N}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} = \mathbf{a}_x \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \mathbf{a}_y \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) + \mathbf{a}_z \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right)$$

$$(curl \mathbf{H})_N = \nabla \times \mathbf{H} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$$



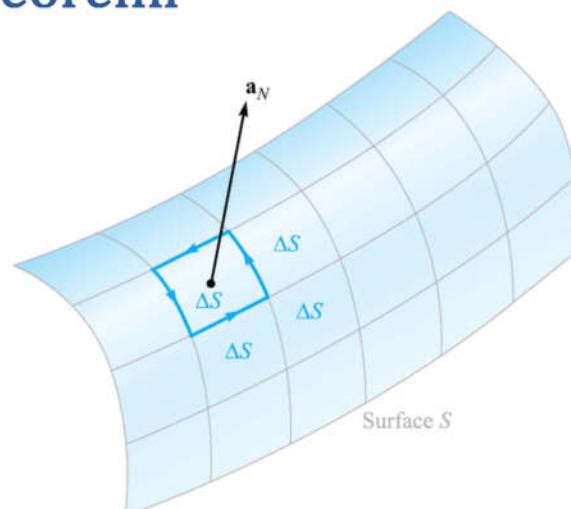
## Stokes Teoremi

$$\frac{\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L}_{\Delta S}}{\Delta S} = (\nabla \times \mathbf{H})_N$$

$$\frac{\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L}_{\Delta S}}{\Delta S} = (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{a}_N$$

$$\begin{aligned}\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L}_{\Delta S} &= (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{a}_N \Delta S \\ &= (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot \Delta \mathbf{S}\end{aligned}$$

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_S (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}$$



**Stokes Teoremi**



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

•

## Manyetik Akım ve Manyetik Akı

36

### Yoğunluğu

- $B$  [Wb/m<sup>2</sup>, T]: manyetik akı yoğunluğu
- $\Phi$  [Wb]: manyetik akı

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \left[ \text{Wb/m}^2 \right] \quad \mu = \mu_r \cdot \mu_0 \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[ \text{H/m} \right]$$

$$\phi = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} \left[ \text{Wb} \right] \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

- Gauss Yasası benzeri olarak kapalı bir çevre için (manyetik yük çevrelemesi olmadığından):

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

- Koaksiyel kabloda ( $a < r < b$ ):

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r} \quad \Phi = \frac{\mu_0 I d}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

•

## Maxwell Denklemleri

- Elektrik ve manyetik olaylar makroskobik düzeyde 1873 yılında Maxwell tarafından yayımlanan Maxwell Denklemleri ile bir bütün halinde ifade edilir.
- Gauss, Ampere, Faraday ve diğer bilim adamları tarafından gerçekleştirilen önemli teorik ve deneysel bilgi Maxwell Denklemleri ile topluca sunulmuştur.
- Hertz'in elektromanyetik dalganın yayılımını deneysel keşfinde Maxwell'in çalışması temel teşkil etmiştir.



## Maxwell Denklemleri

- Statik elektrik ve manyetik alanlar için Maxwell denklemleri:

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

- E: [V/m]

- H: [A/m]

- D: [C/m<sup>2</sup>]

- B: [Wb/m<sup>2</sup>]

- M (Manyetik Akım Yoğunluğu): [V/m<sup>2</sup>]

- J (Elektrik Akım Yoğunluğu): [A/m<sup>2</sup>]

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q = \int_v \rho_v dv$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$$

$$\oint_C \mathbf{E} d\mathbf{L} = 0$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

$$\oint_C \mathbf{H} d\mathbf{L} = I = \int_S \mathbf{J} d\mathbf{S}$$

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$$

$$E = -\nabla \cdot V$$



## Manyetik Skaler ve Vektör Potansiyel

- Manyetik Skaler Potansiyel:

$$\mathbf{H} = -\nabla \cdot V_m \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} = \mathbf{H} = \nabla \times (-\nabla \cdot V_m)$$

$$\mathbf{H} = -\nabla \cdot V_m \quad \mathbf{J} = 0$$

- Skalar Manyetik Potansiyele İlişkin Laplace Denklemi (Diverjans teoreminden)

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_v (\nabla \cdot \mathbf{B}) dv = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \cdot (\mu_0 \mathbf{H}) = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad \nabla \cdot (-\nabla \cdot V_m) = 0 \quad \nabla^2 \cdot V_m = 0 \quad \mathbf{J} = 0$$



## Manyetik Skaler ve Vektör Potansiyel

- Vektör Manyetik Potansiyel:

A vektör manyetik potansiyel olmak üzere

$$\nabla(\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

- Manyetik Alan İlişkin Poisson Denklemi

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$$



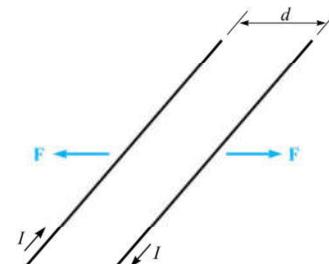
## Manyetik Kuvvet

- Statik elektrik alanda:  $\mathbf{F} = QE$
- Statik manyetik alanda:  $\mathbf{F} = Qv \times \mathbf{B}$
- Her ikisinin birlikte varlığında:  $\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + v \times \mathbf{B})$
- Düzgün manyetik alan dağılımına sahip düz bir iletken için:

$$\mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B} \quad F = BIL \sin \theta$$

- İki akım elemanı arasındaki toplam kuvvet:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_2 &= \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi} \oint d\mathbf{L}_2 \times \oint \frac{d\mathbf{L}_1 \times a_{R_{12}}}{R_{12}^2} \\ &= \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi} \left( \oint \frac{d\mathbf{L}_1 \times a_{R_{12}}}{R_{12}^2} \right) \times d\mathbf{L}_2\end{aligned}$$

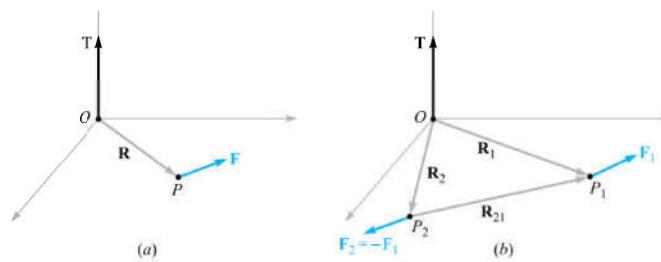


Akım taşıyan iki tel arasındaki kuvvet



## Manyetik Tork

- Tork



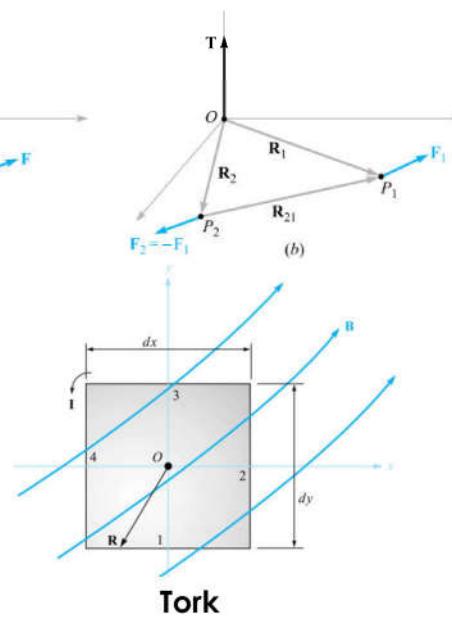
- Manyetik dipol moment

$$d\mathbf{T} = Id\mathbf{S} \times \mathbf{B}$$

$$d\mathbf{m} = Id\mathbf{S}$$

$$d\mathbf{T} = d\mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{T} = I\mathbf{S} \times \mathbf{B} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$



Tork



## Manyetizma ve Manyetik Malzemeler

- Manyetizasyon dikkate alınarak:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

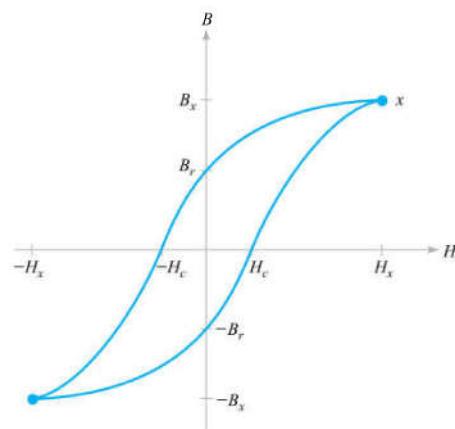
$$\nabla \times \mathbf{M} = \mathbf{J}_B \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad \nabla \times \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \mathbf{J}_T$$

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$



**B-H histerezis eğrisi (Silikon çelik için)**



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

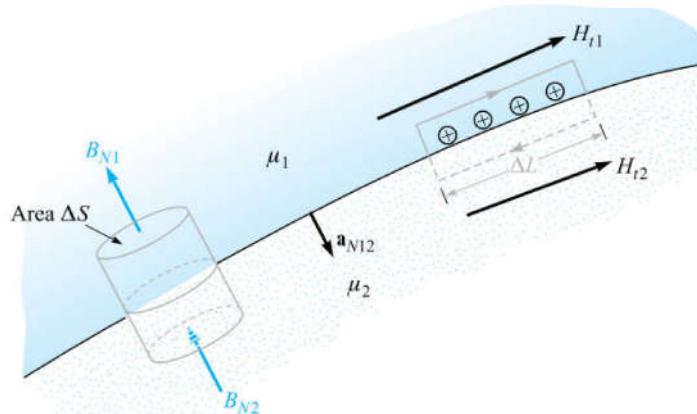
EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

## Manyetik Devre

- Manyetik Sınır Koşulları

$$B_{N2} = B_{N1}$$

$$H_{t1} - H_{t2} = K$$



$\mu_1$  ve  $\mu_2$  manyetik geçirgenliklerine sahip ortamlar arasında sınır koşulları



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

## Manyetik Devre

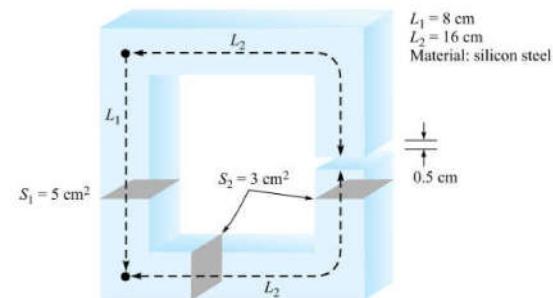
- Manyetik-Elektrik Devre İlişkisi

$$R = \frac{d}{\sigma S}$$

$$\mathfrak{R} = \frac{d}{\mu S}$$

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{L} = 0$$

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{L} = NI$$



Manyetik devre örneği



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

•

## Manyetik Malzemelerde Potansiyel Enerji 46 ve Kuvvet

- Enerji ve Kuvvet

$$W_E = \frac{1}{2} \int_v \mathbf{D} \mathbf{E} dv$$

$$W_H = \frac{1}{2} \int_v \mathbf{B} \mathbf{H} dv$$

$$dW_H = F dL = \frac{1}{2} \frac{B_{st}^2}{\mu_0} S dL$$

$$F = \frac{B_{st}^2 S}{2 \mu_0}$$



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

•

## Endüktans

- Endüktans

$$L = \frac{N\Phi}{I}$$

- Koaksiyel kablo:

$$\Phi = \frac{\mu_0 Id}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad L = \frac{\mu_0 d}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

Uzunluk başına:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

- Toroid:

$$B_\Phi = \frac{\mu_0 NI}{2\pi\rho} \quad \Phi = \frac{\mu_0 NIS}{2\pi\rho_0} \quad L = \frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi\rho_0}$$



## Zamanla Değişen Alanlar – Faraday Yasası

- Faraday Yasası

$$emf = -\frac{d\Phi}{dt}[V] \quad emf = -N \frac{d\Phi}{dt}[V]$$

$$emf = \oint \mathbf{E} d\mathbf{L} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} \quad \phi = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

- Deplasman Akımı

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \mathbf{J}_d = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{L} = I + I_d = I + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{S}$$



## Maxwell Denklemleri

- Maxwell Denklemleri (Zamanla değişen alanlar için):

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

$$\mathbf{J} = \rho_v \mathbf{v}$$



## Maxwell Denklemleri

- Maxwell Denklemleri (Polarizasyon ve magnetizasyon alanları göz önüne alınarak) fazör formda:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B} - \mathbf{M}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mu \mathbf{H} - \mathbf{M}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \epsilon \mathbf{E} + \mathbf{J}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

- Polarizasyon ve magnetizasyonları bulunduğuunda:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$\mathbf{B} = \mu (\mathbf{H} + \mathbf{M})$$



## Düzlem Dalga, Helmholtz Denklemi

- Kaynaksız, lineer, yönbağımsız ve homojen bir bölgede Maxwell Denklemeleri:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} - \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \mathbf{D} = \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}$$

- Dalga denklemeleri genel formda:

$$\nabla^2 \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{D} \\ \mathbf{H} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \mu \sigma \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{D} \\ \mathbf{H} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{D} \\ \mathbf{H} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}$$



## Boş uzayda (kaynaksız ortam) Düzlem

### Dalga, Dalga Denklemleri

- Dalga denklemeleri  $\sigma=0, \varepsilon=\varepsilon_0, \mu=\mu_0$  olarak düzenlenirse,

$$\rho_v = \mathbf{J} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}$$



## Dalga, Dalga Denklemleri

- Dalga yayılım yönü ve komponent değerleri dikkate alınarak:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad E_x = E_m e^{j\omega t}$$

- Gerekli matematiksel düzenlemeler ve diferansiyel denklem çözümleri yapılrsa:

$$E_x = E_m^+ e^{j(\omega t - \beta z)} + E_m^- e^{j(\omega t + \beta z)} \quad \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2}$$

$$E_x = E_m^+ \cos(\omega t - \beta z) + E_m^- \cos(\omega t + \beta z)$$

$$H_y = H_m^+ \cos(\omega t - \beta z) + H_m^- \cos(\omega t + \beta z)$$

- Dalga Hızı:

$$v = v_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \quad \beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \quad \beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 [m/s] = c$$



## Dalga, Dalga Denklemleri

- E ve H vektörleri arasındaki ilişki - Ortam empedansı:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

$$H_m^+ = \frac{\beta}{\omega \mu} E_m^+ = \frac{E_m^+}{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}$$

$$H_m^- = -\frac{\beta}{\omega \mu} E_m^- = -\frac{E_m^-}{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (H_y \mathbf{a}_y)$$

$$H_y = \frac{\beta}{\omega \mu} E_m^+ \cos(\omega t - \beta z) + \frac{\beta}{\omega \mu} E_m^- \cos(\omega t + \beta z)$$

$$\eta = \frac{E_m^+}{H_m^+} = \frac{E_m^+}{H_m^-} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \Omega$$

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \Omega$$



## Fazör Formda Dalga Denklemleri

- Maxwell denklemleri:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E}$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \left[ \nabla \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right]$$

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}) \right]$$

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu \left[ \frac{\partial}{\partial t} \left( \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \right]$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

- Kaynaksız ortam için,

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = 0 \quad \nabla^2 \mathbf{E} = \mu \left[ \frac{\partial}{\partial t} \left( \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \right] \quad \nabla^2 \mathbf{E} = \mu [j\omega(\mathbf{J} + j\omega\mathbf{D})]$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu [j\omega(\sigma\mathbf{E} + j\omega(\epsilon\mathbf{E}))] \quad \nabla^2 \mathbf{E} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{E} \quad \nabla^2 \mathbf{E} = \gamma^2 \mathbf{E}$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{H} \quad \nabla^2 \mathbf{H} = \gamma^2 \mathbf{H}$$



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

•

## Propagasyon Sabiti ve Ortam Empedansı

- Propagasyon Sabiti:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{E} \quad \nabla^2 \mathbf{E} = \gamma^2 \mathbf{E} \quad \gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{H} \quad \nabla^2 \mathbf{H} = \gamma^2 \mathbf{H}$$

- Zayıflama ( $\alpha$ ) ve faz ( $\beta$ ) sabiti:

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} - 1 \right] [Np/m] \quad \beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} + 1 \right] [rad/m]$$

- Ortam Empedansı:

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} \quad \eta = |\eta| \angle \theta \quad |\eta| = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}{\sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2}} \quad \tan 2\theta = \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \quad 0 < \theta < 45^\circ$$



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

•

## Çözümleri

- Herhangi bir ortamda EM dalga yayılımı için parametreler:

Dalga Hızı:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{\omega}{\beta} = f\lambda [m/s]$$

Propagasyon sabiti:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} [m^{-1}]$$

Zayıflama sabiti:

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} - 1 \right]} [Np/m]$$

Faz sabiti:

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} + 1 \right]} [rad/m]$$

Ortam Empedansı:

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} [\Omega]$$

Dalga Boyu:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v}{f} [m]$$



## Kayıpsız Ortamda (Mükemmel Dielektrik)

### Düzlem Dalgalar

- Dalga denklemleri  $\sigma=0$ ,  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_r \mu_0$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{\omega}{\beta} = f\lambda [m/s]$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(0 + j\omega\epsilon)} \quad \alpha = 0 \quad \beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon} [rad/m]$$

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{0 + j\omega\epsilon}}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} = 377 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \Omega$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v}{f} [m]$$



## Genel Kayıplı Ortamda Düzlem Dalga

- İletkenliği  $\sigma$  olan bir iletken ortamda Maxwell Denklemleri rotasyonel formda aşağıdaki gibi verilir. Ortamın yayılma sabiti öncekinden farklı olarak kompleksdir. Bu durumda  $\gamma$ 'nın bileşenleri  $\alpha$  zayıflama sabiti ve  $\beta$  faz sabiti olur.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E} + \sigma\mathbf{E}$$

$$\nabla^2 \times \mathbf{E} + \omega^2 \mu\epsilon \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right) \mathbf{E} = 0$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{1 - j \frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$



## Genel Kayıplı Ortamda Düzlem Dalga

- İletkenliği  $\sigma \neq 0$  olan bir kayıplı ortamın yayılma sabiti kompleksdir. Bu durumda  $\gamma$ 'nın bileşenlerinin her ikisi ( $\alpha$  zayıflama sabiti ve  $\beta$  faz sabiti) mevcut olur.

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \gamma^2 E_x = 0 \quad E_x(z) = E^+ e^{-jkz} + E^- e^{jkz} \quad H_y = \frac{1}{\eta} (E^+ e^{-\gamma z} - E^- e^{\gamma z}) \\ e^{-\gamma z} = e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} \quad \gamma = jk = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} \quad \gamma = \sqrt{j\omega\epsilon \left(1 + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon}\right) j\mu\epsilon}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j \frac{\sigma}{\omega\epsilon}}} \quad = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{\frac{\sigma}{j\omega\epsilon}}$$



## Çözümleri

- İletkenliği  $\sigma \approx 0$  olarak kabul edilebilecek pratik bir dielektrik için propagasyon sabiti bağıntısında binom açılımı uygulanır ve yüksek dereceli terimler ihmal edilirse:

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{\frac{\sigma}{j\omega\epsilon}} \quad \gamma = \alpha + j\beta = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} + j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \quad \alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad \beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

- Benzer biçimde ortam empedansı bağıntısında da binom açılımı uygulanır ve yüksek dereceli terimler ihmal edilirse:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left( 1 + j \frac{\sigma}{2\omega\epsilon} \right)$$

- Kayıp tanjant:  $\sigma \gg \epsilon\omega$  iken (iletken) kayıt tanjant çok büyük,  $\sigma \ll \epsilon\omega$  iken malzeme dielektrik kayıt tanjant çok küçütür.

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \quad \tan \theta = \frac{\sigma}{\omega\epsilon}$$



## İyi İletkende Düzlem Dalgalar

- İyi iletken  $\sigma \gg \epsilon\omega$  durumuna karşılık gelir.

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}$$

$$\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \gg 1 \quad \gamma = \alpha + j\beta \cong j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{\frac{\sigma}{j\omega\epsilon}} = (1+j) \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\pi f \mu \sigma} + j\sqrt{\pi f \mu \sigma}$$

$$\alpha = \sqrt{\pi f \mu \sigma} [Np/m] \quad \beta = \sqrt{\pi f \mu \sigma} [rad/m]$$

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} \quad \sigma \gg j\omega\epsilon \quad \eta = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}}$$

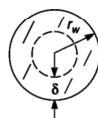


## Deri Etkisi

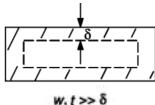
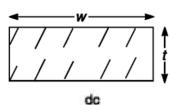
- Deri etkisi:

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \sigma}} [m]$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \mu_0}} \sqrt{\frac{\rho}{\mu_r f}} \cong 503 \sqrt{\frac{\rho}{\mu_r f}}$$

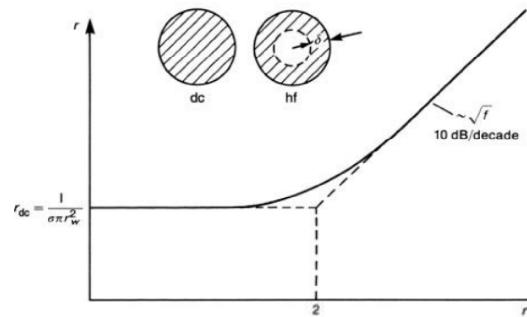
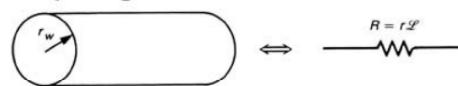


(a)



(b)

$$E_x = E_m^+ e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$$



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk

## Çeşitli Ortamlarda Düzlem Dalga

Quantity	Type of Medium		
	Lossless ( $\epsilon'' = \sigma = 0$ )	General Lossy	Good Conductor ( $\epsilon'' \gg \epsilon'$ or $\sigma \gg \omega\epsilon'$ )
Complex propagation constant	$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$ $= j\omega\sqrt{\mu\epsilon'}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon'}}$	$\gamma = (1 + j)\sqrt{\omega\mu\sigma}/2$
Phase constant (wave number)	$\beta = k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\beta = \text{Im}\{\gamma\}$	$\beta = \text{Im}\{\gamma\} = \sqrt{\omega\mu\sigma}/2$
Attenuation constant	$\alpha = 0$	$\alpha = \text{Re}\{\gamma\}$	$\alpha = \text{Re}\{\gamma\} = \sqrt{\omega\mu\sigma}/2$
Impedance	$\eta = \sqrt{\mu/\epsilon} = \omega\mu/k$	$\eta = j\omega\mu/\gamma$	$\eta = (1 + j)\sqrt{\omega\mu/2\sigma}$
Skin depth	$\delta_s = \infty$	$\delta_s = 1/\alpha$	$\delta_s = \sqrt{2/\omega\mu\sigma}$
Wavelength	$\lambda = 2\pi/\beta$	$\lambda = 2\pi/\beta$	$\lambda = 2\pi/\beta$
Phase velocity	$v_p = \omega/\beta$	$v_p = \omega/\beta$	$v_p = \omega/\beta$

### Çeşitli ortamlarda düzlem dalga yayılım özellikleri



• Doç. Dr. Ş. Çağrı YENER

EEM 465 – Elektromanyetik Uyumluluk