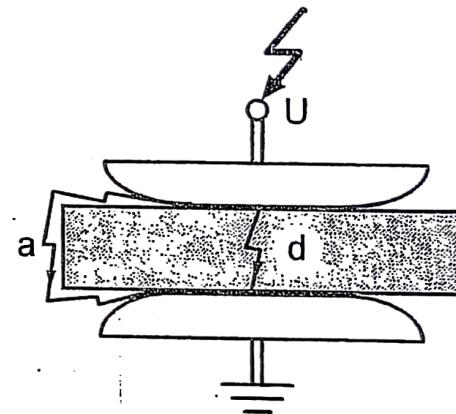
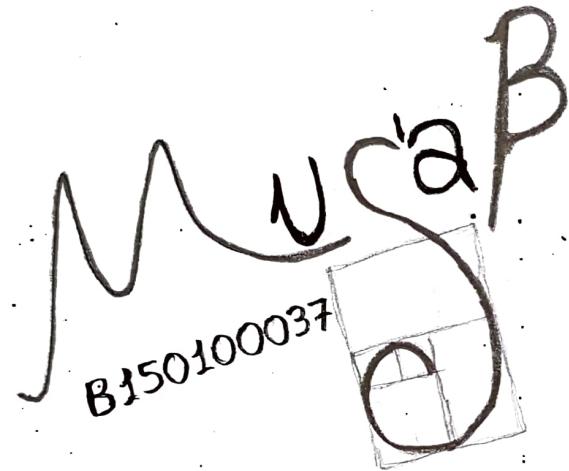


28

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

Statik Elektrik Alanı ve Boşalma Olayları



BU
OFE 198

Prof. Dr. Muzaffer ÖZKAYA

İstanbul Teknik Üniversitesi
Elektrik - Elektronik Fakültesi

| SAKARYA ÜNİVERSİTESİ KÜT. DOK. D.BŞK. | |
|--|--------------|
| Konu No. | Demirbaş No. |
| 621,31913 599/1996 | 0065198 |

İSTANBUL 2008
BİRSEN YAYINEVİ

© Bu kitabın her hakkı saklıdır ve Türkiye'de tüm yayın hakları "BİRSEN BASIM, YAYIN, DAĞITIM TİC. ve SANAYİ LİMİTED ŞİRKETİ'ne" aittir. Bu kitabı tamamı veya herhangi bir bölümü yayinevinin yazılı izni olmaksızın yayımlanamaz, basılamaz, mikrofilme çekilemez, dolaylı dahi olsa kullanılamaz. TEKSİR, FOTOKÖPİ veya başka bir teknikle çoğaltılmaz, bilgisayarlar da, dizgi makinalarında işlenebilecek bir ortama aktarılmasız.

Aksi davranışta bulunanlar 5846 sayılı yasann 7.6.1995 tarihli değiştirilen 4110 No.lu kanunda belirtilen maddelerce Yazanın ve Yayinevinin maddi ve manevi zararını kabul etmiş olurlar. Bu konunun mercii makam'ı TC. İstanbul Mahkemeleri'dir.

Bu kitap T.C. Kültür Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayinevimize bilgi vermesini ve bandolsuz yayınları satın almamasını diliyoruz.

| | | |
|----------------|---|--|
| Kod No | : | Y.0029 |
| ISBN | : | 978-975-511-136-0 |
| Sertifika No | : | 0607-34-008690 |
| Kitabın Adı | : | YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ Statik Elektrik Alanı ve Boşalma Olayları |
| Kitabın Yazarı | : | Prof. Dr. Muzaffer ÖZKAYA |
| Yayınlayan | : | Birsen Yayınevi Ltd. Şti. Cağaloğlu Yokuşu, Evren Çarşısı, No: 29/13 Cağaloğlu / İSTANBUL Tel: (0212) 527 85 78 - 522 08 29 Fax: (0212) 527 08 95 e-mail:birsenyayin@isbank.net.tr e-mail:info@birsenyayinevi.net http://www.birsenyayinevi.net |
| Montaj | : | Myra Ajans Tel: (0212) 520 38 92 |
| Baskı | : | Vesta Matbaası Tel: (0212) 613 19 16 |
| Kapak Baskı | : | Volkan Matbaası Tel: (0212) 613 89 89 -90 |
| Cilt | : | Güven Mücellit Tel: (0212) 445 00 04 |



BİRİNCİ BASKININ ÖNSÖZÜ

Bu kitap 1958 yılından beri İ.T.Ü. Elektrik ve İ.T.Ü. Maçka Elektrik Fakültelerinde okutulmakta olduğum Yüksek Gerilim Tekniği ders notlarının önemli bir kısmının bir araya getirilmesiyle meydana gelmiştir. Bilindiği üzere son yıllarda Fakültemiz Elektrik Mühendisliği Bölümünde Yüksek Gerilim Tekniği dersleri 6. ve 7. yarıyılında Yüksek Gerilim Tekniği I ve II adı altında iki ayrı ders olarak okutulmaktadır. Kitabın hacmini çok fazla büyütmemek ve her ders için öğrenciyeye ayrı bir kitap vermek amacıyla, bu kitapta sadece Yüksek Gerilim Tekniği I dersinin konuları, Statik Elektrik Alanı ve Boşalma Olayları iki bölüm halinde incelenmiştir.

İkinci kitapta ise Yüksek Gerilim Tekniği II dersinin konuları, Aşırı Gerilimler ve Bınlara Karşı Koruma, Yüksek Gerilimlerin Üretilmesi ve Ölçülmesi üç bölüm halinde incelenecektir.

Kitabın amacı, öğrencilere Yüksek Gerilim Tekniği I dersi için bir ders kitabı vermek ve ayrıca uygulamada Yüksek Gerilim Tekniği ile uğraşan elektrik mühendislerine başvuru kitabı olarak yardımcı olmaktadır. Kitabın Birinci bölümünde statik elektrik alanının temel denklemleri verildikten sonra, düzlemsel, küresel ve silindirsel elektrot sistemleri deneysel ve ekonomik bakımdan incelenmiş, bazı elektrot sistemlerinde maksimum elektrik alanının yaklaşık olarak hesabı verilmiş, tabakalı elektrot sistemleri anlatılmış ve konform dönüşüm, Schwarz Christoffel dönüşümü yöntemleriyle elektrik alanları incelenmiştir.

İkinci bölüm gaz, sıvı ve katı yalıtkan maddelerde boşalma olaylarına ayrılmıştır. Bu bölümde ilk dört konu boşalma olaylarının temellerini içermekte, ondan sonraki altı konu gazlarda boşalma olaylarına, onbirinci konu sıvı yalıtkan maddelerde ve onikinci konu da katı yalıtkan maddelerde boşalma olaylarına ayrılmış bulunmaktadır.

Kitaptaki konular, özellikle elektrik alanının incelenmesi ile ilgili çeşitli yöntemler ve boşalma olayları ile ilgili tamamlayıcı bilgiler hakkında daha geniş bilgi almak isteyenler konuya ilgili başka kaynaklarla müracaat etmelidirlər. Bu amaçla bölümün sonuna yararlanılabilecek eserlerin en önemlilerinden oluşan birer liste eklenmiştir.

Ders notlarının kitap haline getirilmesinde ve şekillerin hazırlanmasında Yüksek Gerilim Tekniği Birimi elemanlarından doktora

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

öğrencisi Yük.Müh. Özcan Kalenderli'nin büyük emeği geçmiştir. Aynı şekilde Araştırma Görevlisi Müh. Ethem Bakaç'da ders notlarının IBM ile yazılmasını sağlamıştır. Burada her ikisine ayrı ayrı teşekkür etmeyi bir borç bilirim. Kitabın öğrenciler ve okuyucular için yararlı olmasını dilerim.

İstanbul, Kasım 1987

Prof. Dr. Muzaffer ÖZKAYA

İKİNCİ BASKININ ÖNSÖZÜ

İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik Fakültesi Elektrik Mühendisliği Bölümünde 6. yarıyilda (3+1) saat olarak okutulan Yüksek Gerilim Tekniği I adlı dersin ders kitabı olarak 1988 yılında yayınlanan kitabımın ikinci baskısı, kitap üzerinde 1988 yılından beri yaptığım düzeltmeler, ekler ve yenilikler göz önünde tutularak yeniden hazırlanmıştır.

Kitabın ikinci bölümünü oluşturan Boşalma Olayları, Gazlarda, Sıvı ve Katı Yalıtkanlarda Boşalma Olayları olmak üzere üç kısım halinde düzenlenmiş, Gazlarda Boşalma Olayları on konu, Sıvı ve Katı Yalıtkanlarda Boşalma Olayları da ikiser konu olarak ele alınmıştır.

Kitap birinci baskısından çok farklı olarak okuyucunun ilgisini çekecek şekilde yeniden düzenlenmiş ve sonuna alfabetik indeks de eklenmiştir.

Kitabın bu yeni biçimde hazırlanmasında Yrd.Doç.Dr. Özcan Kalenderli ve eşi Aknur Kalenderli'nin çok büyük emeği geçmiştir. Dolayısıyle burada her ikisine de ayrı ayrı en içten teşekkürlerimi sunuyorum.

Kitabın bu yeni düzenlenmesiyle öğrencilere ve okuyuculara yararlı olacağını umuyorum.

İstanbul, 1.4.1996

Prof. Dr. Muzaffer ÖZKAYA

İÇİNDEKİLER

Birinci Baskının Önsözü
İkinci Baskının Önsözü

GİRİŞ

BÖLÜM 1 STATİK ELEKTRİK ALANI

1. STATİK ELEKTRİK ALANININ TEMEL DENKLEMLERİ

2. TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

| | |
|--|----|
| 2.1. Düzlemsel Elektrot Sistemi | 15 |
| 2.1.1. Elektrik Alanı ve Potansiyel | 15 |
| 2.1.2. Sistemin Kapasitesi | 18 |
| 2.1.3. Sistemin Zorlanma Bakımından İncelenmesi | 18 |
| 2.2. Küresel Elektrot Sistemi | 19 |
| 2.2.1. Elektrik Alanı ve Potansiyel | 19 |
| 2.2.2. Sistemin Kapasitesi | 23 |
| 2.2.3. Bazı Tanımlar | 23 |
| 2.2.4. Sistemin Delinme Bakımından İncelenmesi ve En Elverişli Düzen | 25 |
| a. Dış Küre Yarıçapının Sabit Olması Durumu | 26 |
| b. İç Küre Yarıçapının Sabit Olması Durumu | 30 |
| 2.2.5. Sistemin Ekonomik Bakımdan İncelenmesi | 35 |
| 2.3. Silindirsel Elektrot Sistemi | 36 |
| 2.3.1. Eşeksenli Silindirsel Elektrot Sistemi | 36 |
| 2.3.1.1. Elektrik Alanı ve Potansiyel | 36 |
| 2.3.1.2. Sistemin Kapasitesi | 40 |
| 2.3.1.3. Sistemin Delinme Bakımından İncelenmesi ve En Elverişli Düzen | 42 |
| a) Dış Silindir Yarıçapının Sabit Olması Durumu | 42 |

| YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ | |
|---|----|
| b) İç Silindir Yarıçapının Sabit Olması Durumu | 47 |
| c) Elektrot Açıklığının Sabit Olması Durumu | 48 |
| 2.3.1.4. Sistemin Ekonomik Bakımdan İncelenmesi | 50 |
| 2.3.2. Paralel Eksenli Silindirsel Elektrot Sistemi | 54 |
| 2.3.2.1. Çizgisel Bir Yük Kaynağının Alanı | 54 |
| 2.3.2.2. Paralel Çizgisel İki Yük Kaynağının Alanı | 55 |
| 2.3.2.3. Karşılıklı Paralel İki Silindir Özel Durumlar: | 59 |
| a) Eşit Yarıçaplı İki Silindir | 63 |
| b) Paralel İki İletken | 63 |
| 2.3.2.4. Eksenleri Kaçık İç İçe Paralel İki Silindir | 66 |
| 3. BAZI ELEKTROT SİSTEMLERİNDE MAKSİMUM ELEKTRİK ALANININ YAKLAŞIK OLARAK HESABI | 72 |
| 3.1. Küresel Sistem | 72 |
| 3.1.1. Küre-Düzlem Elektrot Sistemi | 72 |
| 3.1.2. Küre-Küre Elektrot Sistemi | 74 |
| 3.2. Paralel Silindirsel Sistem | 75 |
| 3.2.1. Silindir-Düzlem Elektrot Sistemi | 75 |
| 3.2.2. Silindir-Silindir Elektrot Sistemi | 76 |
| 3.3. Çapraz İki Silindir | 77 |
| 3.4. Karşılıklı İki Halka | 77 |
| 3.5. İç İçe Halka-Silindir | 78 |
| 4. TABAKALI ELEKTROT SİSTEMLERİ | 81 |
| 4.1. Sınır Yüzeyde Kırılma | 81 |
| 4.2. Tabakalı Düzlemsel Elektrot Sistemi | 85 |
| 4.2.1. İki Tabakalı Sistem | 86 |
| 4.2.1.1. Seri Düzen | 86 |

| İÇİNDEKİLER | |
|--|-----|
| 4.2.1.2. Paralel Düzen | 93 |
| 4.2.1.3. Eğik Düzen | 95 |
| 4.2.2. Çok Tabakalı Sistem | 96 |
| 4.2.2.1. İki Tür Yalıtkanlı Çok Tabakalı Sistem | 96 |
| 4.2.2.2. Çok Yalıtkanlı Çok Tabakalı Sistem | 98 |
| 4.3. Tabakalı Silindirsel Elektrot Sistemi | 108 |
| 4.3.1. İki Tabakalı Eşeksenli Silindirsel Sistemler | 109 |
| 4.3.2. Çok Tabakalı Eşeksenli Silindirsel Sistemler | 113 |
| 4.3.2.1. Çok Yalıtkanlı Çok Tabakalı Sistem | 113 |
| 4.3.2.2. İki Tür Yalıtkanlı Çok Tabakalı Sistem | 114 |
| 4.3.3. Düzgün Zorlanmalı Eşeksenli Silindirsel Sistemler | 123 |
| 4.3.3.1. Düzgün Zorlanmalı Kablo | 124 |
| 4.3.3.2. Düzgün Zorlanmalı Kablo ile Bir Tabakalı Sistemin Karşılaştırılması | 127 |
| a) Zorlanma ve Delinme Bakımdan Karşılaştırma | 127 |
| b) Ekonomik Bakımdan Karşılaştırma | 129 |
| 4.3.3.3. Kondansatörlü Geçit İzolatörleri | 131 |
| a) Radyal Zorlanma | 132 |
| b) Eksenal Zorlanma | 139 |
| 5. KONFORM DÖNÜŞÜM YÖNTEMİYLE ELEKTRİK ALANI İNCELENMESİ | 145 |
| 5.1. Konform Dönüşümün Esası | 145 |
| 5.1.1. Konform Dönüşümün Özellikleri | 147 |
| 5.1.1.1. Sonsuz Küçük Eğri Parçaları Arasındaki Bağıntı | 147 |
| 5.1.1.2. Açılar Arasındaki Bağıntı | 148 |
| 5.1.1.3. Elektrik Alanları Arasındaki Bağıntı | 149 |
| 5.1.1.4. Dönüşüm Yönü ve Elektrik Alanı Bağıntıları | 150 |
| a) v' nin Potansiyel Olarak Seçilmesi Durumu | 150 |
| b) u' nun Potansiyel Olarak Seçilmesi Durumu | 151 |

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

İÇİNDEKİLER

| | | |
|--|-----|-----|
| 5.2. Konform Dönüşüm Örnekleri | | |
| 5.2.1. $w=z^m$ Dönüşümü | 152 | |
| 5.2.2. $z=w^{1/2}$ Dönüşümü | 152 | |
| 5.2.3. $z=w^{1/3}$ Dönüşümü | 154 | |
| 5.2.4. $w=e^z$ Dönüşümü | 156 | |
| 5.2.5. $z=1/w$ Dönüşümü | 157 | |
| a) Silindir-Düzlem Sistemi | 160 | |
| b) Silindir-Silindir Sistemi | 162 | |
| 5.2.6. $w=\frac{1}{2}\left(z+\frac{1}{z}\right)$ Dönüşümü | 165 | |
| a) İki Keskin Kenar Arasındaki Elektrik Alanı | 169 | |
| b) Keskin Bir Kenarla Bir Düzlem Arasındaki Elektrik Alanı | 172 | |
| c) Hiperbolik Elektrotlar Arasındaki Elektrik Alanı | 174 | |
| d) Yassı Bir Bara Etrafındaki Elektrik Alanı | 174 | |
| 5.2.7. $w=\frac{1}{2}\left(e^z + \frac{1}{e^z}\right)$ Dönüşümü | 174 | |
| 5.2.8. $w=z+e^z$ Dönüşümü | 175 | |
| 6. SCHWARZ-CHRISTOFFEL DÖNÜŞÜMÜ | | |
| KAYNAKLAR (BÖLÜM.1) | | |
| BÖLÜM 2 | | |
| BOŞALMA OLAYLARI | | |
| KISIM 1 | | |
| GAZLarda BOŞALMA OLAYLARI | | |
| Giriş | 199 | |
| 1. ATOMUN YAPISI, UYARIMI VE İYONİZASYON | | |
| 2. KİNETİK GAZ TEORİSİ HAKKINDA TEMEL BİLGİLER | | 204 |
| 2.1. Basınç | 204 | |
| 1) Boyle-Mariotte Yasası | 205 | |
| 2) Gay-Lussac Yasası | 205 | |
| 3) Avagadro Hipotezi | 206 | |
| 2.2. Hız | 207 | |
| 2.3. Serbest Yol | 210 | |
| 3. İYONİZASYON TÜRLERİ | | 215 |
| 3.1. Çarpma Suretiyle İyonizasyon | 215 | |
| 3.2. Foto İyonizasyon | 216 | |
| 3.3. Termik İyonizasyon | 217 | |
| 3.4. Yüzeysel İyonizasyon | 217 | |
| 4. İYONİZASYONA ZİT OLAYLAR | | 218 |
| 4.1. Elektrikli Parçacıkların Hareketi (Devingenliği) | 218 | |
| 4.2. Elektrikli Parçacıkların Yayılması (Difüzyon) | 222 | |
| 4.3. Elektrikli Parçacıkların Tekrar Birleşmesi (Rekombinasyon) | 222 | |
| 5. TOWNSEND BOŞALMA TEORİSİ | | |
| DÜZGÜN VE AZ DÜZGÜN ELEKTRİK ALANINDA BOŞALMA OLAYLARI | | 229 |
| 5.1. Townsend'in Birinci İyonlaşturma Katsayısi ve Elektron Çığı | 229 | |
| 5.2. Townsend'in İkinci İyonlaşturma Katsayısi ve Düzgün Alanda Delinme Gerilimi | 234 | |
| 5.3. Az Düzgün Alanda Delinme Gerilimi | 240 | |
| 6. KANAL BOŞALMA TEORİSİ | | 244 |
| 6.1. Düzgün Alanda Kanal Boşalması | 244 | |

| YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ | |
|--|------------|
| 6.2. Düzgün Olmayan Alanda Kanal Boşalması | 249 |
| 6.3. Boşalma Süresi | 253 |
| 7. DELİNME GERİLİMİ İLE İLGİLİ DENEY SONUÇLARI | 258 |
| 7.1. Doğru ve Alternatif Gerilimde Delinme Gerilimleri | 258 |
| 7.2. Darbe Geriliminde Delinme Gerilimleri | 262 |
| 7.3. Açıma-Kapama Aşırı Gerilimlerinde Delinme Gerilimleri | 268 |
| 8. KORONA BOŞALMALARI | 272 |
| 8.1. Genel Bilgi | 272 |
| 8.2. Alternatif Gerilimde Korona Geriliminin Hesabı | 274 |
| 8.3. Alternatif Gerilimde Korona Kayıpları | 276 |
| 8.3.1. Peek Formülü | 276 |
| 8.3.2. Peterson Formülü | 279 |
| 9. YÜZEYSEL BOŞALMALAR | 285 |
| 9.1. Düzgün Alanda Yüzeysel Boşalma | 285 |
| 9.2. Düzgün Olmayan Alanda Yüzeysel Boşalma | 287 |
| 10. YILDIRIM BOŞALMALARI | 292 |
| 10.1. Yıldırım Bulutunda Yüklerin Oluşumu | 292 |
| 10.2. Yıldırım Boşalmasının Özellikleri | 296 |
| 10.3. Yıldırının Etkileri | 299 |
| KISIM 2 | |
| SIVI YALITKANLarda BOŞALMA OLAYLARI | 300 |
| 1. SIVI YALITKANLarda DELİNME GERİLİMİNE ETKİ EDEN ETKENLER | 300 |
| 1.1. Nem | 300 |
| 1.2. Toz, İs ve Elyaflı Parçacıklar | 301 |

| İÇİNDEKİLER | |
|--|------------|
| 1.3. Gaz Kabarcıkları ve Hava Boşlukları | 302 |
| 1.4. Basınç | 303 |
| 1.5. Sıcaklık | 303 |
| 1.6. Elektrot Malzemesi ve Yüzey Durumu | 304 |
| 1.7. Elektrot Şekilleri ve Elektrotlar Arası Açıklık | 304 |
| 1.8. Gerilimin Uygulanma Süresi | 305 |
| 2. SIVI YALITKANLarda DELİNME TÜRLERİ | 307 |
| 2.1. Termik Delinme | 307 |
| 2.2. Elektromekanik Delinme | 307 |
| 2.3. Elektriksel Delinme | 308 |
| KISIM 3 | |
| KATI YALITKANLarda BOŞALMA OLAYLARI | 310 |
| 1. DİELEKTRİK KAYIPLARI VE KAYIP SAYISI | 310 |
| 2. KATI YALITKANLarda DELİNME TÜRLERİ | 315 |
| 2.1. Anı Delinme | 315 |
| 2.2. Elektromekanik Delinme | 316 |
| 2.3. Elektriksel veya Kanal Delinmesi | 317 |
| 2.4. Termik Delinme | 319 |
| 2.5. Boşluk veya Erozyon Delinmesi | 323 |
| KAYNAKLAR (BÖLÜM 2) | 327 |
| İNDEKS | 329 |

GİRİŞ

Yüksek gerilim teknigi, elektrik enerjisinin uzun mesafelere iletimi gereksiniminden doğmuş ve çok çabuk gelişmiş bir bilim dalıdır. Bilindiği üzere, çok büyük güçte elektrik enerjisinin çok uzun mesafelere iletimi teknolojik ve ekonomik bakımdan ancak yüksek gerilimle mümkün olabilmektedir. Bugün için gerçekleştirilebilen en yüksek gerilimli enerji iletim şebekesi 750 kV'tur. 1200 kV, hatta 1500 kV'luk enerji iletim projeleri de ele alınmıştır. Bundan başka yüksek doğru gerilimle enerji iletimi sorunları üzerinde de çalışılmaktadır.

Eğer gerilim belli bir değeri aşarsa, elektrik alanı önem kazanmaya başlar ve yeni bazı teknik sorunlar ortaya çıkar: Boşalma olayları, yalıtım problemleri, korona kayıpları, radyo parazitleri, aşırı gerilimler ve bunlara karşı koruma gibi. Ayrıca yüksek gerilimlerin üretilmesi ve doğru olarak ölçülmesi gerekir. Şüphesiz boşalma olaylarını ve yalıtım problemlerini inceleyebilmek için, önce statik elektrik alanını iyi bilmek gerekir. Ondan sonra gaz, sıvı ve katı yalıtkanlarda boşalma olaylarının incelenmesi gereklidir.

Gün geçtikçe daha büyük elektrik güçlerinin daha uzun mesafelere iletimi söz konusu olduğundan, iletim hatlarının gerilimlerinin daha yüksek olması ve hatların daha büyük güvenilirlikle çalışması için yüksek gerilim şebekesinde meydana gelebilecek aşırı gerilimlerin ve bunlara karşı koruma çarelerinin incelenmesi de yüksek gerilim tekniginin temel konularından birini oluşturur.

Gördüğü üzere, yüksek gerilim teknigi konuları beş ana bölüm altında toplanabilir:

- 1) Statik Elektrik Alanı,
- 2) Boşalma Olayları,
- 3) Aşırı Gerilimler ve Bunlara Karşı Koruma,
- 4) Yüksek Gerilimlerin Üretilmesi,
- 5) Yüksek Gerilimlerin Ölçülmesi.

Bu konulardan ilk ikisi Yüksek Gerilim Tekniği I dersinin, son üçü de Yüksek Gerilim Tekniği II dersinin konularını oluşturmaktadır.

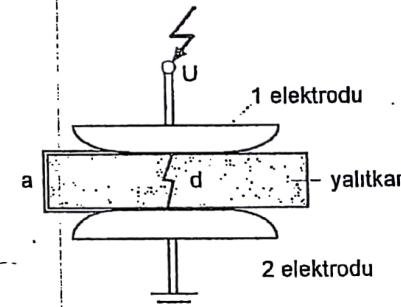
BÖLÜM 1

STATİK ELEKTRİK ALANI

1

STATİK ELEKTRİK ALANININ TEMEL DENKLEMLERİ

Statik elektrik alanı ile ilgili temel denklemler verilmeden önce, statik elektrik alanının yüksek gerilim teknigideki önemi kısaca anlatılacaktır. Bunun için söyle bir deney yapıldığı varsayılsın: Bir yalıtkan madde 1 ve 2 elektrotları arasına konmuş ve elektrotlara bir U gerilimi uygulanmış olsun (Şekil 1.1).



Şekil 1.1. Boşalma deneyi.

1. 2: Kenar etkisi olmayan düzlemsel elektrotlar.

• U gerilimi yavaş yavaş yükseltildiğinde, gerilimin bir U_0 değerinde 1 ve 2 elektrotları arasında bir boşalma meydana gelir. Bu boşalma iki şekilde olabilir: ya yalıtkan madde d ile gösterilen yol üzerinden delinir, bu durumda boşalma gerilimine delinme gerilimi denir veya yalıtkan madde delinmez, boşalma a ile gösterilen yol üzerinden atılır, bu durumda boşalma gerilimine atlama gerilimi denir.

Delinmede yalıtkan madde kullanılmaz duruma gelir; atlamada ise boşalma kısa süre devam eder ve malzeme tahrif olmaz, tekrar kullanılabilir. Burada atlama, malzeme bakımından zararsız ise de, şebekce bakımından devrede aşırı gerilimlerin meydana gelmesine sebep olduğu için delinme kadar sakincalıdır. Dolayısıyla yüksek gerilim tesislerinde her ikisinden de kaçınmak gereklidir. Bosalma gerilimi U_d ile, işletme gerilimi de U_n ile gösterilirse, U_d/U_n oranına yalıtkan maddenin emniyet (güvenlik) derecesi denir ve e ile gösterilir.

$$e = U_d / U_n > 1 \quad (1.1)$$

dir. e'nin değeri daima 1'den büyük olmalıdır. Çeşitli yalıtkan maddelerin delinme veya atlama gerilimleri, ancak laboratuvar dencyeleriyle bulunabilir.

Bir yalıtkan maddenin gerilme dayanımı bakımından değerlendirilememesi ancak birim yalıtkan madde kalınlığına karşılık olan delinme gerilimi yardımıyla yapılabilir. Buna da özgül delinme gerilimi veya delinme dayanımı denir ve E_d ile gösterilir. Delinme dayanımının birimi olarak uygulamada daha çok kV/cm kullanılır. Kalınlığı a (cm) olan bir yalıtkan madde U_d (kV) geriliminde delinmişse bu maddenin delinme dayanımı.

$$E_d = \frac{U_d}{a} \text{ (kV/cm)} \quad (1.2)$$

olur. Örneğin 0,2 cm kalınlığında bir yalıtkan maddenin delinme gerilimi 20 kV ve 0,1 cm kalınlığında diğer bir yalıtkan maddenin delinme gerilimi de 15 kV ise, birinci maddenin delinme dayanımı.

$$E_{d1} = \frac{20}{0.2} = 100 \text{ kV/cm}$$

ve ikinci maddenin delinme dayanımı

$$E_{d2} = \frac{15}{0.1} = 150 \text{ kV/cm}$$

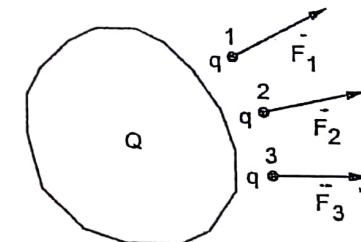
olduğundan, ikinci maddenin delinme dayanımı bakımından birinci

Bölüm 2 ye volta

maddeden daha iyi olduğu anlaşılmıştır. Yalnız burada şunu anımsatmak gereklidir: Yukarıda verilen örnekte yalıtkan madde 1 cm kalınlıkta olduğu zaman bu maddelerden birincisinin 100 kV'a ve ikincisinin 150 kV'a dayanacağını söylemek doğru değildir. Ayrıca, delinme dayanımı bakımından yalıtkan madde kalınlığı boyunca gerilim dağılımının, dolayısıyla elektrik alanının da önemi vardır. Özellikle maksimum elektrik alanı, boşalma olayında birinci derecede rol oynar. Gerçekte $E = E_{\max} \geq E_d$ olduğu zaman boşalma başlar. E_{\max} 'in değeri, ancak elektrotlar arası elektrik alanının incelenmesi ile bulunabilir. Bu nedenle bu bölümde temel elektrot şekilleri için statik elektrik alanı incelencektir.

Bu incelemelere geçmeden önce, statik elektrik alanı ile ilgili temel denklemeler kısaca gözden geçirilecektir. Bu denklemeler, yapıldığı varsayılan aşağıdaki dört deneye meydana çıkarılabilir:

Deneysel 1: Üzerinde Q elektrik yükü bulunan bir cismin etrafında bir kuvvet alanı meydana gelir. Kuvvet alanı, üzerinde küçük bir q elektrik yükü bulunan küçük bir araştırmacı parçacık yardımıyla meydana çıkarılabilir. Araştırmacı parçacık 1 noktasında ise bu durumda parçacığa \bar{F}_1 kuvveti, 2 noktasında \bar{F}_2 kuvveti, 3 noktasında \bar{F}_3 kuvveti v.s. etkiyor.



Şekil 1.2. Kuvvet alanının varlığını ortaya çıkarılan deney.

Araştırmacı parçacık üzerindeki elektrik yükü değişirse, buna etkilenen kuvvet de elektrik yükü ile orantılı olarak değişir.

Tanım olarak şiddet ve önce bulunduğu yerde duran birim pozitif elektrik yüküne etki eden kuvvetle elektrik alanı denir ve \bar{E} ile gösterilir. Böylece kuvvetle elektrik alanı arasındaki bağıntı;

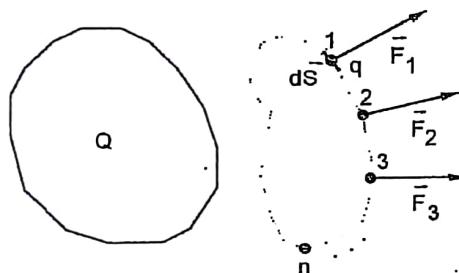
$$\bar{F} = k \cdot q \cdot \bar{E} \quad (1.3)$$

olur. Burada \bar{F} kuvveti, \bar{E} elektrik alanını, q de araştıracı parçacık üzerindeki elektrik yükünü göstermektedir. Bu denklem, bir nokta için değil, bütün noktalar için geçerlidir. Dolayısıyla bu bir alan denklemidir. Denklemde şiddet ve yön söz konusu olduğundan, bu alan vektörel bir alandır. k katsayısi sadece birimlere bağlı bir katsayıdır (oranti faktörüdür). q (C) ve E (V/m) cinsinden alınırsa, F 'nin (N) cinsinden çıkması için $k=1$ olmalıdır. Buna göre rasyonelize MKS birim sisteminde (1.3) denklemi,

$$\bar{F} = q \cdot \bar{E} \quad (1.4)$$

şekline girer. Bu denklem elektrik alanını tanımlar.

Deneysel 2: Bir araştıracı parçacık elektrik alanının bulunduğu bir bölgede hareket ettirilmektedir. Bu parçacık başladığı noktaya gelecek şekilde kapalı bir yol boyunca hareket ettirilirse, toplam olarak ne bu parçacığa karşı ve ne de bu parçacık



Şekil 1.3. Elektrik alanının bir potansiyel alandan üreyen bir alan olduğunu gösteren deney.

tarafından bir iş yapılmış olur. Bu deneyden elde edilen sonuç araştıracı parçacığın izlediği yoluyla bağlı değildir. Daire, elips, kare veya herhangi bir kapalı eğri olabilir. Sonuç, elektrik alanının kaynağından da bağımsızdır. Elektrik alanı, elektrikle yüklü bir cisimden veya birkaç cisimden veya uzaya yayılmış elektrik yüklerinden ileri gelebilir. Yalnız, elektrik alanını meydana getiren elektrik yükü, deney sırasında değişimmemelidir. Çünkü bu deney, bir statik elektrik alanı deneyidir.

Enerji kuvvetle yolu skaler çarpımına eşit ve toplam enerji de kapalı yol boyunca herbir küçük yol parçası üzerinde meydana gelen enerjilerin toplamı veya integrali olduğundan,

$$\oint \bar{F} \cdot d\bar{s} = 0 \quad (1.5)$$

dir. \bar{F} yerine $q\bar{E}$ yazılırsa,

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{s} = 0 \quad (1.6)$$

olur. Burada \bar{s} integrasyon yolunu göstermektedir. Bu denklem vektörel analizden bilinen Stokes teoremi uygulanırsa,

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{s} = \int (\nabla \wedge \bar{E}) \cdot d\bar{S} = \int (\text{rot } \bar{E}) \cdot d\bar{S} = 0 \quad (1.7)$$

elde edilir. Burada ∇ (nabla) operatörünün kartezyen koordinat sistemindeki ifadesi,

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

dir. Yukarıdaki denklemden çıkan sonuç, elektrik alanının rotasyonelsiz bir alan olduğunu göstermektedir. Şüphesiz \bar{E} alanının belirli bir kapalı yol boyunca eğrisel integrali için sıfır değeri veren bir tek ölçüden bu sonuç çıkmaz; çünkü böyle bir sonuç (1.7) denkleminin integrasyon yüzeyi üzerinde rotasyonelin integrali rasgele sıfır olsa dahi alan içerisinde çeşitli noktalarda, rotasyonelin var olabilme imkanlarını ortadan kaldırır. Fakat (1.6) denkleminin bütün kapalı yollara, dolayısıyle (1.7) denkleminin bütün kapalı yollara karşılık olan yüzeylere uygulandığı düşünülürse, bunun tek yolu

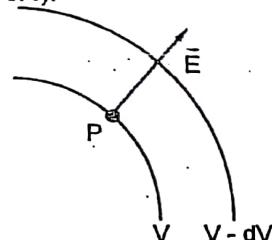
$$\nabla \wedge \bar{E} = 0 \quad \text{veya} \quad \text{rot } \bar{E} = 0 \quad (1.8)$$

olduğu görülür. Demek ki, elektrik alanı rotasyonelsiz bir alandır. Vektörel analizden bilindiği gibi, rotasyonelsiz bir alan, skaler bir V potansiyel alanından türer; yani elektrik alanı eksi işaretile V potansiyel alanının gradyanına eşittir.

$$\bar{E} = -\nabla V = -\text{grad } V$$

dir.

Çok kez bir statik elektrik alanı probleminin çözümünde V potansiyel alanı bilinir. Dolayısıyle yukarıdaki denklem yardımcı ile \bar{E} bulunur. $V=\text{sabit eşpotansiyel yüzeyleri verir. (1.9)} \text{ denklemi, elektrik alanının eşpotansiyel yüzeylere dik (ortogonal) ve potansiyelin azaldığı yönde olduğunu gösterir (Şekil 1.4).}$



Şekil 1.4. Elektrik alanının doğrultusu ve yönü.

Eğer elektrik alanının kapalı bir eğri yerine 1 ve 2 noktaları arasındaki eğrisel integrali hesaplanırsa, o zaman bu iki nokta arasındaki U gerilimi elde edilir.

$$U = \int_1^2 \bar{E} \cdot d\bar{s} \quad (1.10)$$

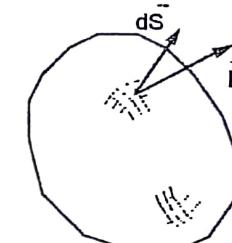
Potansiyel de bir nokta için tanımlanır ve V ile gösterilir.

$$V = \int_1^\infty \bar{E} \cdot d\bar{s} = - \int_\infty^1 \bar{E} \cdot d\bar{s} = - \int \bar{E} \cdot d\bar{s} + K \quad (1.11)$$

dir. Buradaki K integrasyon sabiti sınır koşullarından bulunur.

Deney 3: Bu deneyde uzay içine kapalı bir yüzey konmuştur. Bu yüzey küre, küp, elipsoid veya herhangi kapalı bir yüzey şeklinde olabilir (Şekil 1.5).

(1.9)



Şekil 1.5. Kapalı bir yüzey içindeki elektrik yükü, bu yüzeyden çıkan elektrik akısına eşittir.

Bu yüzey, içinde kalan uzayı dışında kalan uzaydan ayırrı ve herhangi katı veya sıvı bir maddeyi içine almayacak veya böyle bir maddeyi kesmeyecek şekilde seçilir. Teorik olarak bu kapalı yüzeyin hiçbir maddesel cisimden geçmemesi istenirse de hava, bu deneyden elde edilen sonuçlara çok az etki eder. Akla gelen her türlü kapalı yüzey boyunca $\oint \bar{E} \cdot d\bar{S}$ integrali hesaplanırsa sonucun kapalı yüzey içinde kalan elektrik yükü ile orantılı olduğu görülür. ϵ_0 bir sabit ve Q da yüzeyindeki elektrik yükü ise, boşlukta

$$\epsilon_0 \oint \bar{E} \cdot d\bar{S} = Q \quad (1.12)$$

olar. Bu bir yüzey integralidir. S kapalı yüzeyin alanını gösterir. Kapalı yüzeyin içinde hiç elektrik yükü yoksa veya pozitif elektrik yüküne eşit miktarda negatif elektrik yükü varsa bu durumda (1.12) denklemi

$$\epsilon_0 \oint \bar{E} \cdot d\bar{S} = 0 \quad (1.13)$$

şeklinde yazılır. Burada ϵ_0 'a boşluğun dielektrik sabiti denir. Bunun değeri E (V/m), S (m^2) ve Q (C) cinsinden ölçülürse, $\epsilon_0 = 10^{-9}/9.4\pi = 8.86 \cdot 10^{-12}$ F/m olur.

Deney 4: Kapalı yüzey, yağ veya diğer yalıtkan maddeler içine konarak deney 3 tekrarlanırsa, (1.12) denkleminin bütün yalıtkan maddelere uygulanabilmesi için denklemi bu maddelerin karakteristiği olan bir katsayı ile çarpmak gereklidir. ϵ_r ile gösterilen bu katsayıya yalıtkan

maddenin bağıl dielektrik katsayısı adı verilir. Bu durumda (1.12) denklemi

$$\epsilon_r \epsilon_0 \oint \bar{E} \cdot d\bar{S} = Q \quad (1.14)$$

şeklini alır. ϵ_r 'nin değeri, yalıtkan maddenin cinsine bağlıdır, sıcaklıkla ve diğer fiziksel koşullarla biraz değişir. Petrolden elde edilen yağlar için ϵ_r 'nın değeri 2 ile 2,5 arasındadır. Pamuk yağı ve zeytinyağı için 3, oda sıcaklığında etil alkol için 25, saf damıtık su için 80 dir. Boşlukta $\epsilon_r=1$ ve havada $\epsilon_r=1,0006$ dir.

Deney 4'ü tamamlamak üzere, ölçülerin birçok değişik yalıtkan madde içinden geçen kapalı yüzeyler için yapıldığı düşünülebilir. Bu durumda integrasyon yüzeyi kısmen hava, kısmen yağ, kısmen bir diğer yalıtkan madde olabilir. Bu bir yalıtkan maddeden diğer bir yalıtkan maddeye geçişte ϵ_r 'nın değişmesi demektir. Dolayısıyle (1.14) denklemi daha genel olarak

$$\oint \epsilon_r \epsilon_0 \bar{E} \cdot d\bar{S} = Q \quad (1.15)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\epsilon_r \epsilon_0$ yerine ϵ konursa, denklem,

$$\oint \epsilon \bar{E} \cdot d\bar{S} = Q \quad (1.16)$$

şeklini alır. Burada ϵ , söz konusu yalıtkan maddenin dielektrik katsayısıdır.

$$\bar{D} = \epsilon \bar{E} \quad (1.17)$$

ile gösterilirse, yukarıdaki denklem,

$$\oint \bar{D} \cdot d\bar{S} = Q \quad (1.18)$$

olur. Burada \bar{D} vektörünün yüzeysel integrali söz konusudur. \bar{D} 'ye elektriksel akı yoğunluğu veya kısaca deplasman vektörü denir. Deplasman vektörünün herhangi bir S yüzeyi boyunca integrali, bu yüzeyden geçen elektrik akışını tanımlar ve ψ harfi ile gösterilir.

$$\psi = \int \bar{D} \cdot d\bar{S} \quad (1.19)$$

dir. Buına göre (1.18) denkleminin sol tarafı kapalı yüzeyden çıkan elektrik akışını, sağ tarafı da bu yüzey içinde kalan elektrik yükünü gösterir. Demek ki, bir kapalı yüzeyden çıkan elektrik akısı, bu yüzey içinde kalan elektriksel yüklerin cebirsel toplamına eşittir, yani

$$\psi = Q \quad (1.20)$$

dir. Bu denklemler statik elektrik için gerekli bütün bilgileri vermektedir. (1.18)'denklemine vektörel analizden bilinen Green teoremi uygulanırsa,

$$\oint \bar{D} \cdot d\bar{S} = \int (\nabla \cdot \bar{D}) \cdot dv = \int (\operatorname{div} \bar{D}) \cdot dv = Q \quad (1.21)$$

denklemi elde edilir. İçinde elektrik yükü bulunmayan bir bölgede $Q=0$, dolayısıyla

$$\int (\nabla \cdot \bar{D}) \cdot dv = \int (\operatorname{div} \bar{D}) \cdot dv = 0$$

olur. Bu da,

$$\nabla \cdot \bar{D} = 0 \quad \text{veya} \quad \operatorname{div} \bar{D} = 0 \quad (1.22)$$

verir. Fakat yükün sıfır olmadığı yerde diverjans sıfır değildir. Diverjansı, ρ ile gösterilen hacimsel yük yoğunluğu cinsinden ifade etmek uygundur. Kapalı bir yüzey içindeki elektrik yükü, yük yoğunluğunun bu yüzey içindeki hacimsel integraline eşittir, yani

$$\int \rho \cdot dv = \int (\nabla \cdot \bar{D}) \cdot dv = \int (\operatorname{div} \bar{D}) \cdot dv = Q \quad (1.23)$$

olduğundan,

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho \quad \text{veya} \quad \operatorname{div} \bar{D} = \rho \quad (1.24)$$

bulunur. ϵ 'un noktadan noktaya değişmediği homojen (düzgün) bir madde içinde bu denklem

$$\nabla \cdot \bar{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad \text{veya} \quad \operatorname{div} \bar{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (1.25)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklem, elektrik alanı ile yük yoğunluğu arasındaki bağıntıyı vermektedir.

$\bar{E} = -\operatorname{grad} V = -\nabla V$ denklemi $\nabla \cdot \bar{E} = \operatorname{div} \bar{E} = \rho/\epsilon$ denkleminde yerine konarak, potansiyel ile yük yoğunluğu arasındaki bağıntı elde edilir.

$$\nabla \cdot (\nabla V) = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad \text{veya} \quad \operatorname{div}(\operatorname{grad} V) = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

veya,

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (1.26)$$

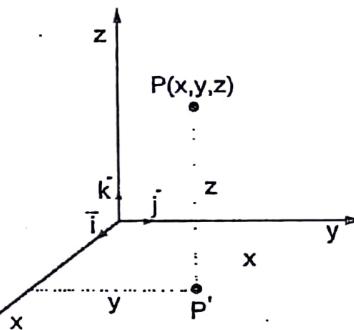
olur. Nabla operatörünün anlamı düşünülürse, bu son denklemin ikinci mertebeden bir diferansiyel denklem olduğu anlaşılır. Bu denklem Poisson denklemi denir. Elektrik yükü olmayan bir uzay parçası için denklem

$$\nabla^2 V = 0 \quad (1.27)$$

şeklini alır. Buna da Laplace denklemi denir. $\nabla^2 V$ Laplasyeni ile ∇V gradyanının kartezyen, küresel ve dairesel-silindirik koordinat sistemlerindeki ifadeleri aşağıda verilmiştir:

Kartezyen koordinat sisteminde (Şekil 1.6) bir P noktasının koordinatları x, y, z; birim vektörler $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ ile gösterilirse, Laplasyen,

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad (1.28)$$



Şekil 1.6. Kartezyen koordinat sistemi.

ve gradyan,

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \quad (1.29)$$

olur.

Alanın sadece x ekseni boyunca değişmesi durumunda Laplace denklemi

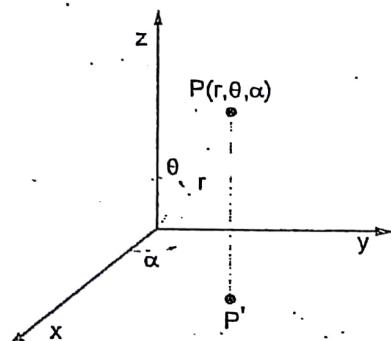
$$\frac{d^2 V}{dx^2} = 0 \quad (1.30)$$

ve elektrik alanı da,

$$E = -\frac{dV}{dx} \quad (1.31)$$

şeklini alır.

Küresel koordinat sisteminde (Şekil 1.7) bir P noktasının koordinatları,



Şekil 1.7. Küresel koordinat sistemi.

$$\left. \begin{array}{l} x = r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta \\ y = r \cdot \sin \alpha \cdot \sin \theta \\ z = r \cdot \cos \theta \end{array} \right\} \quad (1.32)$$

ve birim vektörler $\bar{i}_r, \bar{i}_\alpha, \bar{i}_\theta$ ile gösterilirse. Laplasyen.

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \alpha^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \theta} \quad (1.33)$$

ve gradyanı da.

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r} \bar{i}_r + \frac{1}{r \cdot \sin \theta} \cdot \frac{\partial V}{\partial \alpha} \bar{i}_\alpha + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta} \bar{i}_\theta \quad (1.34)$$

olar.

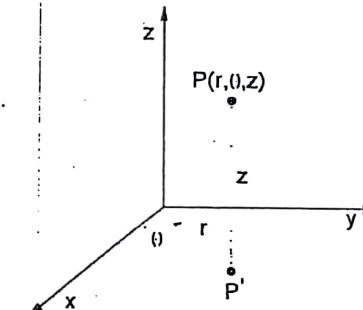
Alanın sadece r boyunca değişmesi durumunda Laplace denklemi.

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{dV}{dr} = 0 \quad (1.35)$$

elektrik alanı da.

$$E = - \frac{dV}{dr} \quad (1.36)$$

şeklini alır.



Şekil 1.8. Dairesel-silindirik koordinat sistemi.

Dairesel-silindirik koordinat sisteminde (Şekil 1.8) bir P noktasının koordinatları.

$$\left. \begin{array}{l} x = r \cdot \cos \theta \\ y = r \cdot \sin \theta \\ z = z \end{array} \right\} \quad (1.37)$$

ve birim vektörler $\bar{i}_r, \bar{i}_\theta, \bar{k}$ ile gösterilirse. Laplasyen.

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad (1.38)$$

ve gradyanı da

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r} \bar{i}_r + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta} \bar{i}_\theta + \frac{\partial V}{\partial z} \bar{k} \quad (1.39)$$

olur.

Alanın sadece r boyunca değişmesi durumunda Laplace denklemi

$$\frac{d^2V}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dV}{dr} = 0 \quad (1.40)$$

elektrik alanı da

$$E = -\frac{dV}{dr} \quad (1.41)$$

şeklini alır.

2

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

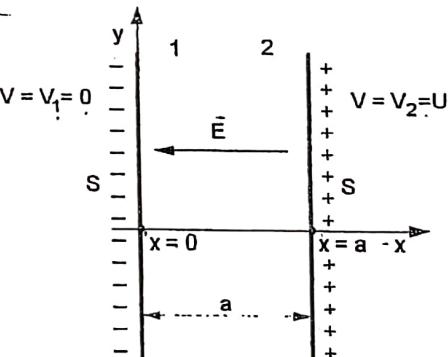
Bu bölümde düzlemsel, küresel ve silindirsel elektrot sistemlerinin en basit durumları olan kenar etkisi olmayan paralel düzlemsel, eşmerkezli küresel ve eşeksenli ve paralel eksenli silindirsel elektrot sistemleri incelenecaktır.

Bu incelemelerde genel olarak ortamda serbest yüklerin bulunmadığı, diğer bir deyişle hacimsel yük yoğunluğunun sıfır ($\rho=0$) olduğu kabul edilecektir. Dolayısıyla potansiyel alan için Laplace denklemi kullanılacaktır.

2.1. Düzlemsel Elektrot Sistemi

2.1.1. Elektrik Alanı ve Potansiyel

Şekil 2.1'de elektrot alanı S , elektrotlar arası açılığı a ve elektrotlara uygulanan gerilimi U olan kenar etkisi olmayan paralel düzlemsel elektrot sistemi gösterilmiştir.



Şekil 2.1. Düzlemsel elektrot sistemi

Burada V potansiyeli yalnız x doğrultusunda değiştiğinden, kartezyen koordinat sisteminde Laplace denklemi

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1)$$

ve $\bar{E} = -\nabla V$ elektrik alanı denklemi de

$$E = -\frac{dV}{dx} \quad (2.2)$$

şeklini alır. (2.1) denkleminin genel çözümü

$$V = A + Bx \quad (2.3)$$

dir. Denklemdeki A ve B sabitleri sınır koşullarından bulunur: $x=0$ için $V=V_1=0$, ve dolayısıyla $A=0$ ve $x=a$ için $V=V_2=U$, dolayısıyla $B=U/a$ dir. Buna göre, potansiyel değişimi için

$$V = \frac{U}{a}x \quad (2.4)$$

ifadesi, elektrik alanı için de

$$E = -\frac{U}{a} = \text{sabit} \quad (2.5)$$

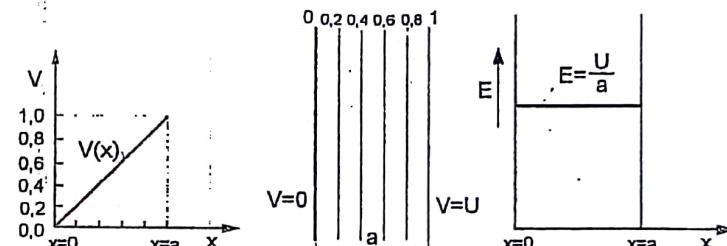
ifadesi bulunur.

Bu denklemelerden kolayca görüleceği gibi kenar etkisi olmayan paralel düzlemsel elektrot sisteminde V potansiyeli x 'e göre lineer olarak değiştiği halde, E elektrik alanı x 'e bağlı değildir. U gerilimi ve a elektrot açılığının sabit olduğunu ve elektrik alanı da sabittir; yani elektrik alanı, elektrotlar arası açıklıkta noktadan noktaya değişmez; alan düzgün alandır. (2.5) denklemindeki ekski işaret ise, alan vektörünün potansiyelin azalan yönünde olduğunu gösterir. Ortamı delinmeye zorlayan E elektrik alanının mutlak değerine elektriksel zorlanma da denir.

Şekil 2.2.a, b ve c'de potansiyel değişimi, eşpotansiyel yüzeylerin şekil düzlemi üzerindeki izleri ve elektrik alanının $E=U/a=\text{sabit}$ değerleri gösterilmiştir.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

İstenirse elektrik alan ve potansiyel ifadeleri, yüklerden giderken de bulunabilir: Şekil 2.1'de 2 elektrodunu kuşatan ve buna çok yakın seçilen kapalı bir yüzeyden çıkan elektrik akısı, bu elektrotdaki elektrik



Şekil 2.2. Düzgün alanda potansiyel değişimi, eşpotansiyel çizgiler ve elektrik alanı.

yüküne eşittir. 2 elektrodunun 1 elektroduna bakan tarafında düzlemsel simetriden dolayı \bar{D} deplasmanı her noktada aynı değerde olduğundan,

$$\oint \bar{D} \cdot d\bar{S} = Q$$

denklemi

$$D \cdot S = Q \quad (2.6)$$

şeklini alır. $\bar{D} = \epsilon \bar{E}$ olduğu düşünülürse, elektrik alanı için

$$E = \frac{Q}{\epsilon S} \quad (2.7)$$

denklemi bulunur. Gerilim,

$$U = \int_{\text{2}}^{\text{1}} \bar{E} \cdot d\bar{s}$$

denklemiyle tanımlandığından ve \bar{E} her noktada sabit olduğundan

$$U = E \cdot a$$

veya

$$E = \frac{U}{a} = \text{sabit}$$

(2.8)

olur.

V potansiyeli de $V = - \int \bar{E} \cdot dx + K$ denkleminden bulunur.

$$V = -E \cdot x + K$$

dır. K integral sabiti sınır koşulundan elde edilir: $x=0$ için $V=0$ olduğundan, $K=0$ olur. Dolayısıyla, elektrik alanı ile potansiyel arasındaki bağıntı

$$V = -E \cdot x$$

dır.

2.1.2. Sistemin Kapasitesi

Sistemin kapasitesi $C=Q/U$ bağıntısından hesaplanır. (2.7) ve (2.8) denklemelerinden

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon S}{a}$$

$\approx \frac{E \cdot S}{E \cdot a} = \frac{S}{a}$

olur. Burada S (m^2), a (m) ve $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ da $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12}$ F/m cinsinden yerine konursa, C (F) cinsinden bulunur.

2.1.3. Sistemin Zorlanma Bakımından İncelenmesi

Daha önce de belirtildiği gibi, herhangi bir elektrot sisteminde elektriksel zorlanma, yalıtkan maddenin E_d delinme dayanımına eşit veya bundan büyükse ($E \geq E_d$) o zaman sisteme boşalma olayları başlar. Düzgün olmayan alanlarda korona şeklinde başlayan boşalma olayları, gerilimin yükseltilmesi durumunda kısmi boşalma aşamalarını geçirdikten

sonra, tam delinme ile sonuçlanır. Düzgün alanda delinme koşulu alanın her noktasında aynı anda gerçekleştiğinden, elektrotlardan biri üzerinde başlayan boşalma olayı kısmi boşalma aşamaları gelişme olağlığı bulamadan, derhal tam delinme ile sonuçlanır. Bu nedenle düzgün alanda boşalmanın başladığı U_0 boşalma başlangıç gerilimi ile tam delinmenin meydana geldiği U_d gerilimi birbirine eşittir. Buna göre, düzgün alanda delinme gerilimi

$$U_d = E_d \cdot a$$

denklemiyle verilir.

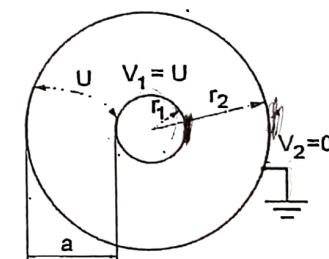
2.2. Küresel Elektrot Sistemi

Burada bir tabakalı eşmerkezli küresel elektrot sistemi incelenecaktır.

2.2.1. Elektrik Alanı ve Potansiyel

Şekil 2.3'de yarıçapları r_1 , r_2 ve elektrotlarına uygulanan gerilimi U olan eşmerkezli küresel elektrot sistemi gösterilmiştir.

Burada V potansiyeli yalnız r 'ye bağlı olarak değiştiğinden, küresel koordinat sisteminde Laplace denklemi



Şekil 2.3. Küresel elektrot sistemi.

$$\frac{d^2V}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{dV}{dr} = 0 \quad (2.9)$$

$$V + \frac{2}{r} V = 0 \quad V = C \text{ dersel}$$

$$C'' + \frac{2}{r} C' = 0 \Rightarrow \int \frac{C'}{C} = \int -\frac{2}{r}$$

20

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

şeklini alır. Bu denklem genel çözümü,

$$\boxed{V = A + \frac{B}{r}}$$

dir. A ve B sabitleri sınır koşullarından bulunur. $r=r_1$ için $V=V_1=U$ ve $r=r_2$ için $V=V_2=0$ olduğu gözönünde tutulursa,

$$A = -U \frac{r_1}{r_2 - r_1} \quad B = U \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1} \quad (2.11)$$

değerleri elde edilir. Bunlar yukarıdaki denklemde yerine konursa, potansiyel ifadesi

$$V = U \frac{r_1}{r_2 - r_1} \left(\frac{r_2}{r} - 1 \right) \quad (2.12)$$

olur. Alan şiddeti için de $E = -dV/dr$ bağıntısından

$$\boxed{E = U \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1} \cdot \frac{1}{r^2}} \quad (2.13)$$

denklemi elde edilir. Bunların irdelenmesine geçmeden önce, düzlemsel elektrot sisteminde yapıldığı gibi, elektrik alanı ve potansiyelin yüklerden giderek hesabı yapılacaktır.

\bullet r_1 yarıçaplı kureyi kuşatan r yarıçaplı ($r_1 \leq r \leq r_2$) bir kure düşünülmesi. Bu kure yüzeyinde, küresel simetriden dolayı, D deplasmanı her noktada aynı olduğundan, $\oint \bar{D} \cdot d\bar{S} = Q$

denklemi

$$D \cdot 4\pi r^2 = Q \quad (2.14)$$

şeklini alır. $\bar{D} = \epsilon \bar{E}$ olduğu düşünülürse, elektrik alanı,

$$\bar{E} = -\nabla V$$

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

21

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r^2} \quad (2.15)$$

olur. Diğer yandan U gerilimi

$$U = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2} \quad (2.16)$$

olduğundan, (2.15) denkleminde $Q/4\pi\epsilon$ yerine,

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon} = U \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1}$$

konursa, E elektrik alanı ifadesi

$$E = U \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1} \cdot \frac{1}{r^2} \quad (2.17)$$

şekline girer.

Potansiyel ifadesi de, $V = - \int E \cdot dr + K$ denkleminden elde edilir.

$$V = U \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1} \cdot \frac{1}{r} + K \quad (2.18)$$

dir.

Burada K integral sabiti $r=r_2$ için $V=V_2=0$ koşulundan kolayca bulunur.

$$K = -\frac{r_1}{r_2 - r_1} \cdot U$$

değeri yukarıda yerine konursa, potansiyel ifadesi

$$V = U \frac{r_1}{r_2 - r_1} \left(\frac{r_2}{r} - 1 \right)$$

olur.

$$r=r_1 \text{ için } E = E_{\max} = U \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{1}{r_2 - r_1}$$

*Birim kütün Saremls
olen E_{max}*

(2.19)

$$r=r_2 \text{ için } E = E_{\min} = U \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{1}{r_2 - r_1}$$

(2.20)

olurlar. Ortalama elektrik alanı, elektrotlara uygulanan gerilimin elektrotlar arası açılığa oranı ile tanımlanır ve E_{ort} ile gösterilir. Bunun değeri

$$E_{\text{ort}} = \frac{U}{r_2 - r_1}$$

(2.22)

dir.

E 'nin E_{ort} 'ya eşit olduğu r_{ort} yarıçapı.

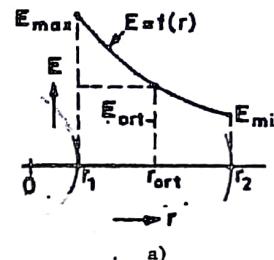
$$E = E_{\text{ort}} = U \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1} \cdot \frac{1}{r_{\text{ort}}^2} = \frac{U}{r_2 - r_1}$$

denkleminden

$$r_{\text{ort}} = \sqrt{r_1 \cdot r_2}$$

(2.23)

olarak bulunur. Şekil 2.4.a'da $E=f(r)$ eğrisi. E_{\max} , E_{\min} ve E_{ort} değerleri ve Şekil 2.4.b'de de $V=f(r)$ eğrisi gösterilmiştir.



Şekil 2.4. Küresel elektrot sisteminde elektrik alanının ve potansiyelin r' ye göre değişimi.

2.2.2. Sistemin Kapasitesi

Sistemin kapasitesi (2.16) denkleminden kolayca bulunur.

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1} \quad (2.24)$$

dir. Burada r (m) ve $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ de $\epsilon_0 = 8.86 \cdot 10^{-12}$ F/m cinsinden yerine konursa, C (F) cinsinden bulunur.

2.2.3. Bazı Tanımlar

Gerçek açılık: a ile gösterilir. Eşmerkezli küresel elektrot sisteminde

$$a = r_2 - r_1$$

(2.25)

dir.

Eşdeğer açılık: α ile gösterilir ve bir elektrot sistemi için

$$\alpha = \frac{U}{E_{\max}} \quad \begin{matrix} \text{Dizleksel ile kareseli} \\ \text{kısıtlıstanın da} \end{matrix} \quad (2.26)$$

denklemiyle tanımlanır. Eşmerkezli küresel elektrot sisteminde.

$$E_{\max} = U \cdot \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{1}{r_2 - r_1}$$

olduğundan α nin değeri,

$$\alpha = \frac{r_1}{r_2} \cdot (r_2 - r_1)$$

olar. Buna göre eşdeğer açıklık, gerçek açıklıktan r_1/r_2 kadar daha küçütür. $V=f(r)$ eğrisinin r ye göre türevi alınıp $r=r_1$ için teget altı hesaplanırsa, bunun eşdeğer açıklığa eşit olduğu görülür.

$$\tan \theta = \left. \frac{dV}{dr} \right|_{r=r_1} = -\frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{U}{r_2 - r_1} = -\frac{U}{NP}$$

$$\overline{NP} = \frac{r_1}{r_2} \cdot (r_2 - r_1) = \alpha$$

dir (Şekil 2.4.b).

Geometrik karakteristik: Genel olarak, basit küresel ve silindirsel elektrot sistemlerinde sistemin geometrik durumunu karakterize etmek ve aynı cins elektrot sistemleri arasında benzerlik koşulunu belirtmek amacıyla sistemin geometrik boyutları arasında oluşturulan orana geometrik karakteristik denir.

Eşmerkezli küresel sistem ile eşeksenli silindirsel sistemlerde sistemlerin geometrik bakımdan benzerlikleri için bir tek koşula gereksinim olduğu halde, yan yana veya iç içe küresel ve silindirsel sistemlerde, geometrik benzerlik için iki koşula, daha doğrusu iki geometrik karakteristike gereksinim vardır. p ve q ile gösterilen geometrik karakteristikler

$$p = \frac{r_1 + a}{r_1}$$

$$q = \frac{r_2}{r_1}$$

Eşmerkezli Sistem

Eşeksenli Küresel Sistem

(2.29)

şeklinde tanımlanırlar.

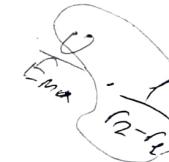
Eşmerkezli küresel elektrot sisteminde $a=r_2-r_1$ olduğundan, p geometrik karakteristiği

$$p = \frac{r_1 + (r_2 - r_1)}{r_1} = \frac{r_2}{r_1} = q \quad (2.30)$$

olur.

Faydalama faktörü: η ile gösterilir ve

$$\eta = \frac{\alpha}{a} = \frac{E_{\text{öri}}}{E_{\max}} \quad (2.31)$$



denklemiyle tanımlanır. Eşmerkezli küresel elektrot sisteminde,

$$\alpha = \frac{r_1}{r_2} \cdot (r_2 - r_1) = \frac{a}{p}$$

olduğundan, η faydalama faktörü,

$$\eta = \frac{1}{p} \quad (2.32)$$

dir.

Genel olarak bir elektrot sisteminin η faydalama faktörü, a elektrotlar arası açıklığı ve U geriliği bilinirse,

$$U = E_{\max} \cdot \alpha = E_{\max} \cdot a \cdot \eta \quad E_{\max} = \frac{U}{\eta a} \quad (2.33)$$

bağıntısı yardımıyla, E_{\max} elektrik alanı kolayca hesaplanır.

2.2.4. Sistemin Delinme Bakımından İncelenmesi ve En Elverişli Düzen

Daha önce de belirtildiği gibi, herhangi bir elektrot sisteminde maksimum zorlanma, ortamın delinme dayanımına eşit veya bundan büyük olduğu zaman ($E_{\max} \geq E_d$), eğrilik yarıçapı küçük olan elektrot üzerinde, ortamda bir boşalma olayı başlar. Bilindiği gibi, düzungün alanda başlayan bir boşalma olayı, derhal elektrotlar arasında tam delinme ile sonuçlanır.

Buna karşılık düzgün olmayan alanlarda, önce ön boşalma olayları meydana gelir. Gerilim yükseltildiğinde, bu ön boşalma olayları da gelişme olanğını bulur ve değişik boşalma kademelerinden geçtikten sonra tam delinme ile sonuçlanır. Bu olayların gelişmesi ve geçirdikleri safhalar, alan şecline, daha doğrusu alanın düzgünsüzlük derecesine bağlıdır.

Düzgünsüzlük derecesi, faydalama faktörünün tersi olarak tanımlanır; yani $1/\eta$ dir. Eşmerkezli küresel elektrrot sistemi için düzgünsüzlük faktörü, p 'ye eşittir. Dolayısıyle sistemin delinme bakımından incelenmesinde, E_{\max} 'in p ye veya η ya göre değişimi esas alınabilir. Şimdi, burada söz konusu olabilecek iki karakteristik durum ele alınacaktır. İlk önce r_2 =sabit ve U =sabit kalmak koşulu ile E_{\max} 'in r_1 'e göre değişimi veya r_2 =sabit ve $E_{\max}=E_d$ =sabit kalmak koşulu ile U 'nın r_1 'e göre değişimi incelenecel, ondan sonra da r_1 =sabit kalmak koşulu ile delinme başlangıç geriliminin r_2 'ye bağlı olarak değişimi incelenecel.

a. Dış Küre Yarıçapının Sabit Olması Durumu:

Once r_2 =sabit ve U =sabit olması durumunda E_{\max} 'in r_1 'e göre değişimini inceleyelim.

$$E_{\max} = U \cdot \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{1}{r_2 - r_1}$$

denkleminin r_1 'e göre türevi alınıp sıfır eşit yapıılırsa, E_{\max} 'i minimum yapan r_1 yarıçapı bulunur.

$$\frac{dE_{\max}}{dr_1} = -\frac{(r_2 - 2r_1) \cdot r_2 \cdot U}{(r_1 \cdot r_2 - r_1^2)^2} = 0 \quad (2.34)$$

denkleminden

$$r_1 = \frac{r_2}{2} \quad 2r_1 = r_2$$

koşulu bulunur. Demek ki,

$$(E_{\max})_{\min} = U \cdot \frac{r_2}{r_2/2} \cdot \frac{1}{r_2 - (r_2/2)} = \frac{4U}{r_2} = \frac{2U}{r_1} = \frac{2U}{a} = 2 \cdot E_{\text{ort}}$$

$$d = r_2 - r_1 \quad d = 2r_1 - r_1 = r_1$$

dir. Bu durumda sistemin geometrik karakteristiği,

$$p_d = \frac{r_1 + a}{r_1} = \frac{r_2}{r_1} = 2 \quad (2.36)$$

ve faydalama faktörü de

$$\eta = \frac{1}{p_d} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad (2.37)$$

dir.

Aynı problemde $E_{\max}=E_d$ =sabit olması durumu için çözümü: $U=E_{\max}$ olduğundan, U_{\max} olması için α_{\max} olmalıdır. $\alpha=(r_1/r_2) \cdot (r_2-r_1)$ olduğundan, bunun r_1 'e göre türevi alınıp sıfır eşit yapıılırsa, α 'yı maksimum yapan r_1 değeri bulunur.

$$\frac{d\alpha}{dr_1} = 1 - \frac{2r_1}{r_2} = 0 \quad (2.38)$$

denkleminden

$$r_1 = \frac{r_2}{2}$$

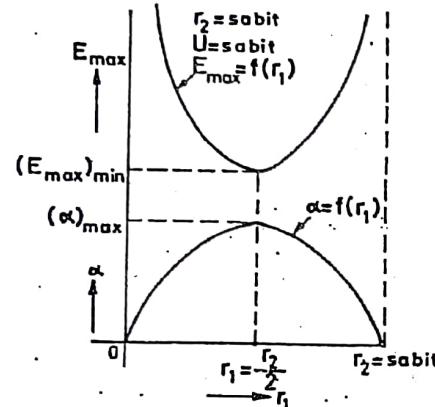
koşulu elde edilir. Demek ki,

$$\alpha_{\max} = \frac{r_2}{4} = \frac{r_1}{2} = \frac{a}{2} \quad (2.39)$$

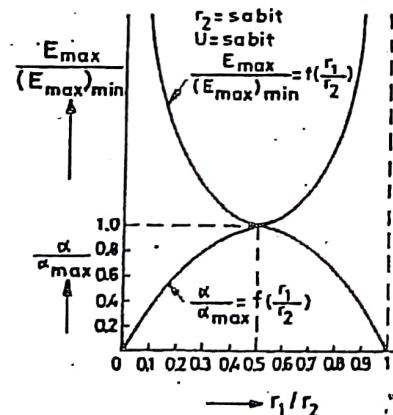
dir. Şekil 2.5 de $E_{\max}=f(r_1)$ ve $\alpha=f(r_1)$ eğrileri ve $(E_{\max})_{\min}$ ile α_{\max} değerleri gösterilmiştir. İstenirse, E_{\max} ve α nin en elverişli düzendeneki değerlerine indirgenmiş $E_{\max}/(E_{\max})_{\min}$ ve α/α_{\max} bağıl değerlerinin $r_1/r_2=1/p$ ye göre değişimleri de çizilebilir (Şekil 2.6). Şimdi $r_1=0$ dan r_2 'ye kadar değişirken E_{\max} 'in değişimi dolayısıyle boşalma olaylarını inceleyelim.

Ortamda yalıtkan madde olarak hava bulunsun ve havanın E_d delinme dayanımı sabit kabul edilsin. Gerçekte havanın delinme dayanımı iç küre yarıçapına bağlıdır. Delinme dayanımının sabit kabul edilmesi, boşalma

olaylarının özelliğini temel olarak değiştirecek nitelikte değildir. Böyle bir kabul ancak boşalma bölgelerinde belirli bir kaymaya karşı düster.

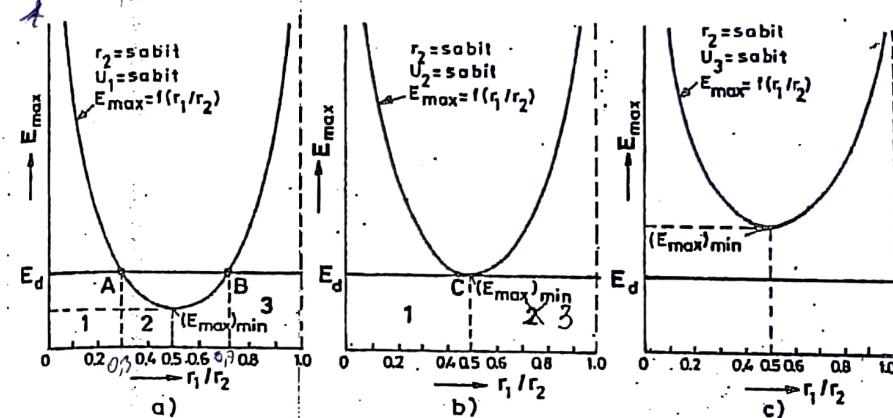


Şekil 2.5. $E_{\max}=f(r_1)$ ve $\alpha=f(r_1)$ eğrileri.



Şekil 2.6. $E_{\max}/(E_{\max})_{\min}=f(r_1/r_2)$ ve $\alpha/\alpha_{\max}=f(r_1/r_2)$ eğrileri.

Şekil 2.7.a, b ve c'de $E_d=\text{sabit}$ ve $E_{\max}=f(r_1/r_2)$ eğrileri $U_1 < U_2 < U_3$ olmak üzere $U_1=\text{sabit}$, $U_2=\text{sabit}$, $U_3=\text{sabit}$ ve $r_2=\text{sabit}$ değerleri için gösterilmiştir.



Şekil 2.7. $E_d=\text{sabit}$, $E_{\max}=f(r_1/r_2)$ eğrileri.
 $U_1 < U_2 < U_3$.

Şekil 2.7'de a durumunda ($U_1=\text{sabit}$), $E_{\max}=f(r_1/r_2)$ eğrisi, $E_d=\text{sabit}$ doğrusunu A ve B noktalarında kesmektedir. Dolayısıyle burada boşalma olayları bakımından 3 bölge söz konusudur. Bunlar sırasıyla 1, 2 ve 3 bölgeleridir. 1 bölgesinde A noktasına kadar olan düzenlerde iç küre üzerinde E_{\max} , E_d 'den büyük olduğundan $(E_{\max})_{\min}$, bu bölgedeki her elektrot düzeneinde iç küre üzerinde muhakkak surette bir boşalma olayı başlayacaktır. Bu boşalma olayı sırasında iç küreyi çevreleyen hava tabakası ışıklı duruma gelir ki, buna korona tabakası denir. Bu tabaka iletken olup, iç küre yarıçapı bu tabaka kalınlığı kadar artmış gibi etkiler. Dolayısı ile 1 bölgesindeki her elektrot düzeneinde korona tabakasının dış yüzeyinde $E_{\max} > E_d$ olduğu sürece boşalma olayı gelişmesini sürdürür. Fakat bu gelişme ancak A noktasına kadar devam edebilir.

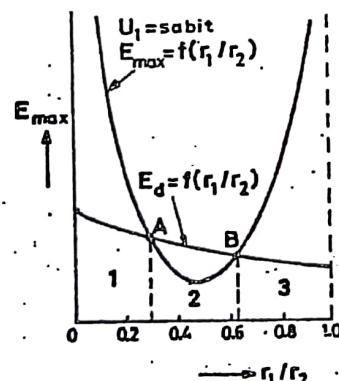
A'dan sonraki 2 bölgelerde $E_{\max}(E_d$ olduğundan, boşalma olayı artık devam edemez. $U_1=\text{sabit}$ olduğu sürece A noktasına kadar gelişen bu boşalmalar ön boşalma şeklinde devam eder. Bu ön boşalmalar, ortamın belirli bir kısmını kapsadığından, bunlara aynı zamanda kısmi boşalmalar da denir.

3 bölgelere gelince, burada da söz konusu bütün elektrot düzenlerinde $E_{\max} > E_d$ olduğundan, bu bölgede de 1 bölgesinde olduğu gibi daima bir boşalma olayı başlayacaktır. Fakat bu bölgede E_{\max} eğrisi yükselen bir

karakteristik, yani dE_{\max}/dr_1 gradyanı pozitif olduğundan başlayan her boşalma, daima ani bir gelişme göstererek tam delinme ile sonuçlanır. Bu nedenle 3 bölgelere tam delinme bölgesi de denir. Burada açıklanan 3 bölge uygulanan gerilim değerine bağlıdır. Gerilim yükseltildiğinde, $E_{\max}=f(r_1/r_2)$ eğrisi yukarıya doğru kayar ve örneğin Şekil 2.7.b'de $U_2=\text{sabit}$ için C noktasında $E_d=\text{sabit}$ doğrusuna teğet olur. $(E_{\max})_{\min}=E_d$ dir. Bu durumda 2 bölgesi ortadan kalkar; yani A ve B noktaları birleşir. Dolayısıyla biri ön boşalma diğeri tam delinme olmak üzere iki bölge söz konusu olur. C noktası, daha önce de belirtildiği gibi, eşmerkezli küresel elektrot sisteminin delinme bakımından en elverişli düzenine karşı düşer.

Sisteme uygulanan gerilim daha fazla yükseltilirse Şekil 2.7.c'de $U_3=\text{sabit}$ için bütün elektrot düzenlerinde $E_{\max}>E_d$ olduğundan, herhangi bir düzende başlayan boşalma olayı, iki elektrot arasında daima tam delinme ile sonuçlanır.

Yalıtkan ortamın delinme dayanımı sabit değilse, yani küre yarıçapına göre değişiyorsa, Şekil 2.7.a'daki durum Şekil 2.8'de gösterildiği gibi olur. Burada da ön boşalma ve tam delinme bölgeleri söz konusudur. Ancak burada A ve B noktalarına karşı düşen düzenler ve söz konusu iki bölgelin sınırları Şekil 2.7.a'dakinden biraz farklıdır.



Şekil 2.8. $E_d=f(r_1/r_2)$ ve $E_{\max}=f(r_1/r_2)$ eğrileri.

b. İç Küre Yarıçapının Sabit Olması Durumu:

Bu durumda da iç küre yarıçapının $r_1=\text{sabit}$ ve dış küre yarıçapının

değişken olduğu varsayılar. Sisteme uygulanan gerilim $U=\text{sabit}$ ise

$$E_{\max} = \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{U}{r_2 - r_1} = \frac{p \cdot U}{r_2 - r_1} = \frac{p}{p-1} \cdot E_{\max,\infty} \quad (2.40)$$

olarak,

$$E_{\max,\infty} = \frac{U}{r_1} \quad (2.41)$$

dir. Buradan görülüyor ki, p büyüdükle, E_{\max} küçülmekte ve $p=(r_2/r_1)\rightarrow\infty$ için belirli bir $E_{\max,\infty}$ değerine düşmektedir. Burada $E_{\max,\infty}$ dış küre yarıçapının sonsuz olması durumunda iç küre üzerindeki maksimum zorlanmayı göstermektedir. Bu durum, uzaya bir küre durumuna karşı düşer.

• Sistemin delinme başlangıç gerilimi ise,

$$U = E_{\max} \cdot \frac{r_1}{r_2} (r_2 - r_1) = E_{\max} \cdot r_1 \left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right)$$

ifadesinden E_{\max} yerine E_d ve U yerine U_d konularak bulunur:

$$U_d = E_d \cdot r_1 \left(1 - \frac{1}{p}\right) = \frac{p-1}{p} \cdot U_{d,\infty} \quad (2.42)$$

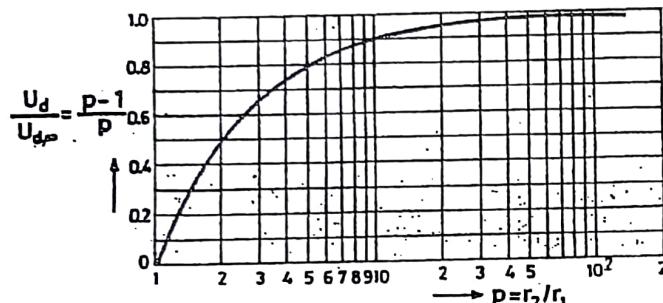
Burada

$$\boxed{U_{d,\infty} = E_d \cdot r_1} \quad (2.43)$$

dir. Buna göre U_d delinme başlangıç gerilimi p 'ye bağlı olarak büyümekte ve $p\rightarrow\infty$ için belirli bir $U_{d,\infty}$ değerine yaklaşmaktadır. Bu bağlantı uzaya veya p 'nin büyük değerlerinde, boşalma meydana gelmeden iç küreye uygulanabilecek gerilimin sınırlı olduğunu ve bunun $E_d=\text{sabit}$ olması durumunda r_1 ile orantılı olduğunu göstermektedir.

Şekil 2.9'da $U_d/U_{d,\infty}=(p-1)/p$ nin $p=r_2/r_1$ ye göre değişimi verilmiştir. Bu eğriden de kolayca görüleceği gibi, p nin büyük değerlerinde ($p>3$), dış küre yarıçapının büyümesi, sistemin delinme başlangıç gerilimi üzerine az

etki eder. Örneğin $p=1,5$ düzeninden bunun iki katı olan $p=3$ düzenine geçişte delinme başlangıç gerilimi 2 katı büyüğü halde, p 'nin büyük olduğu bölgede ve örneğin $p=5$ düzeninden $p=10$ düzenine geçişte, bu değişimde ancak 1,13 kat kadar olmaktadır.



Şekil 2.9. $U_d/U_{d,\infty} = f(p)$ eğrisi.

Bu açıklamalar r_2 'nin büyütülmesinin sistemin delinme başlangıç geriliminin yükselmesini bakımından yeterli bir yarar sağlamadığını gösterir. Bu gibi durumlarda delinme başlangıç geriliminin yükseltilmesi ancak iç küre yarıçapının büyütülmlesiyle olur.

Sayısal Örnekler:

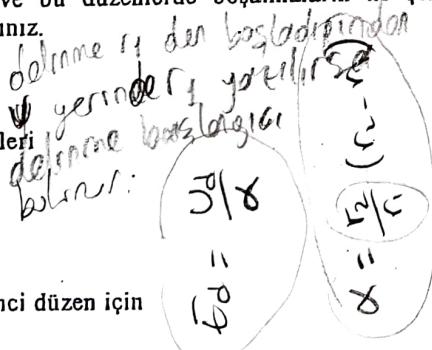
1. İç küre yarıçapları $r_1 = 50$ cm, $r_2 = 120$ cm ve dış küre yarıçapı $r_2 = 200$ cm olan iki eşmerkezli küresel sisteme havanın delinme dayanımı $E_d = 30$ kV/cm=sabit olduğuna göre, sistemlerin delinme başlangıç gerilimlerini hesaplayınız ve bu düzendenlerde boşalmaların ne şekilde meydana geleceğini açıklayınız.

Yanıt:

Delinme başlangıç gerilimleri

$$U_d = E_d \cdot r_1 \left(1 - \frac{r_1}{r_2} \right)$$

denkleminden hesaplanır: Birinci düzende



$$U_d = 30 \cdot 50 \left(1 - \frac{50}{200} \right) = 1125 \text{ kV}$$

ve ikinci düzende

$$U_d = 30 \cdot 120 \left(1 - \frac{120}{200} \right) = 1440 \text{ kV}$$

dur. Birinci düzendenin geometrik karakteristiği $p' = 200/50 = 4$ ve ikinci düzendenin de $p'' = 200/120 = 1,66$ dir. Oysa delinme bakımından en uygun düzende geometrik karakteristik $p_d = 2$ dir. Buna göre birinci düzende $p' > p_d$ olduğundan yalnız ön boşalmalar ve ikinci düzende ise $p'' < p_d$ olduğundan tam delinmeler meydana gelir.

2. Yarıçapları farklı ve fakat geometrik karakteristikleri aynı olan ($p' = p'' = p = 1,2$) benzer iki eşmerkezli küresel sistemin delinme başlangıç gerilimleri $U_d = 600$ kV olduğuna göre, bu iki sistemin iç ve dış yarıçaplarını hesaplayınız.

Not: $E_d = 30 \text{ kV/cm} = \text{sabit kabul edilecektir.}$

Yanıt:

Delinme başlangıç gerilimi ifadesi

$$U_d = E_d \cdot r_1 \left(1 - \frac{r_1}{r_2} \right) = E_d \cdot r_1 \left(\frac{p'-1}{p'} \right)$$

olduğundan sırasıyla $U_d = 240$ kV ve $U_d = 600$ kV değerleri yerine konursa.

$$240 = 30 \cdot r_1 \left(\frac{1,2 - 1}{1,2} \right) = 30 \cdot r_1 \cdot \frac{0,2}{1,2}$$

$$600 = 30 \cdot r_1 \left(\frac{1,2 - 1}{1,2} \right) = 30 \cdot r_1 \cdot \frac{0,2}{1,2}$$

denklemlerinden

$r_1 = 48\text{ cm}$ ve $r_1'' = 120\text{ cm}$ olarak bulunurlar. $p = r_2 / r_1'$ olduğundan $r_2 = 1.2 \cdot 48 = 57.6\text{ cm}$ ve $p'' = r_2'' / r_1''$ olduğundan, $r_2'' = 1.2 \cdot 120 = 144\text{ cm}$ olur.

3. Yaklaşık olarak küre şeklinde kabul edilen ve yarıçapı $r_2 = 10\text{ m}$ olan bir laboratuvarın merkezinde bulunan küresel bir elektroda $U = 750\text{ kV}$ uygulanacaktır. Söz konusu kürede herhangi bir boşalma olayının meydana gelmemesi için küre yarıçapı ne olmalıdır?

Not: $E_d = 30\text{ kV/cm} = \text{sabit kabul edilecektir.}$

Yanıt:

Küreye uygulanan gerilim, sistemin en elverişli düzeneine karşılık olan

$$U_{d,\max} = \frac{E_d \cdot r_2}{4} = \frac{30 \cdot 1000}{4} = \frac{30000}{4} = 7500\text{ kV}$$

dan çok küçük olduğundan, uygulanacak gerilime, biri delinme geriliminin sol kolunda ve diğerinin sağ kolunda olmak üzere, geometrik karakteristikleri farklı iki ayrı düz, dolayısıyla yarıçapları farklı iki ayrı küre karşı düşcektir. Bu küre yarıçapları r_1' ve r_1'' ile gösterilirse, bu yarıçaplar

$$r_1'^2 - r_2 r_1' + \frac{U_d}{E_d} \cdot r_2 = 0$$

denklemi yardımıyla bulunur. Denklemin çözümü,

$$\begin{aligned} r_1' \cdot r_1'' &= \frac{r_2}{2} \pm \sqrt{\frac{r_2^2}{4} - \frac{U_d}{E_d} r_2} = \frac{1000}{2} \pm \sqrt{250000 - 25000} = 500 \pm \sqrt{225000} \\ &= 500 \pm 474,34 = 26,975\text{ cm dir.} \end{aligned}$$

$r_1' = 26\text{ cm}$ ve $r_1'' = 975\text{ cm}$ dir. Uygulama bakımından burada r_1' yarıçapı söz konusudur. % 20 U_d kadar bir güvenlik payı gözönüne alınırsa, söz konusu küre yarıçapı için yaklaşık olarak $r_1' = 31\text{ cm}$ değeri alınabilir.

4. Yarıçapı $r_1 = 50\text{ cm}$ olan küresel bir elektrot havada yalnız başına durduğuna ve havanın delinme dayanımı $E_d = 30\text{ kV/cm}$ olduğuna göre küreye boşalma olmaksızın uygulanabilecek en büyük gerilimi hesaplayınız.

Yanıt:

$$U_d = E_d \cdot r_1$$

denklemiyle hesaplanır. Burada $E_d = 30\text{ kV/cm}$ ve $r_1 = 50\text{ cm}$ yerlerine konursa $U_d = 30 \cdot 50 = 1500\text{ kV}$ olur.

2.2.5. Sistemin Ekonomik Bakımdan İncelenmesi

Bundan amaç, elektrotlara uygulanan gerilimi ve delinme dayanımı bilinen bir elektrot sisteminde hangi elektrot yarıçaplarında yalıtkan maddenin en az olduğunu belirlemektir. Bunun için yalıtkan maddenin ağırlığı yazılır ve bunu minimum yapan yarıçaplar arasındaki bağıntı, yani geometrik karakteristik aranır. Yalıtkan maddenin özgül ağırlığı γ ise, G ağırlığı,

$$G = \frac{4}{3} \pi \gamma (r_2^3 - r_1^3) \quad (2.44)$$

dir. Bunu $p = r_2/r_1$ cinsinden yazarsak

$$G = \frac{4}{3} \pi \gamma r_1^3 (p^3 - 1) \quad (2.45)$$

elde edilir. Burada r_1 yerine

$$U = E_{\max} (r_2 - r_1) \frac{r_1}{r_2} = E_{\max} \cdot r_1 \frac{p - 1}{p} \quad (2.46)$$

denkleminden bulunan

$$r_1 = \frac{U}{E_{\max}} \cdot \frac{p}{p - 1} = \alpha \frac{p}{p - 1} \quad (2.47)$$

değeri yerine konursa, yalıtkan maddenin ağırlığı,

$$G = \frac{4}{3} \cdot \pi \gamma \alpha^3 \cdot \frac{p^3}{(p-1)^3} (p^3 - 1) \quad (2.48)$$

olur. Bunun p 'ye göre türevi alınır ve sıfıra eşit yapılrsa, aranan p_e değeri bulunur.

$$\frac{dG}{dp} = 0 \quad (2.49)$$

denkleminden

$$p_e \approx 1,8$$

$$\frac{r_2}{r_1} = 1,8$$

$$r_1 = \frac{r_2}{1,8} \quad (2.50)$$

olur. Görülüyor ki, esmerkezli küresel elektrot sistemi delinme bakımından en uygun seçildiğinde $p_d=2$ ve ekonomik bakımından en uygun seçildiğinde de $p_e \approx 1,8$ olmalıdır.

$$P_d=2 \Rightarrow r_2=2r_1$$

2.3. Silindirsel Elektrot Sistemi

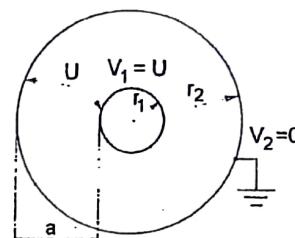
Küresel elektrot sisteminin uygulama alanı az olduğu halde silindirsel elektrot sistemi uygulamada çok kullanılır. Yüksek gerilim havâ hatları, kablolar ve geçit izolatörleri bu sisteme örnektirler. Dolayısıyle burada eş eksenli ve paralel eksenli silindirsel elektrot sistemleri ayrı ayrı incelenecaktır.

2.3.1. Eş eksenli Silindirsel Elektrot Sistemi

2.3.1.1. Elektrik Alanı ve Potansiyel

Şekil 2.10'da yarıçapları r_1 , r_2 : uzunluğu l ve elektrotlarına uygulanan gerilimi U olan eş eksenli silindirsel elektrot sistemi gösterilmiştir. Burada V potansiyeli yalnız r 'ye bağlı olarak değiştiğinden, silindirsel koordinat sisteminde Laplace denklemi

$$\frac{d^2V}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dV}{dr} = 0$$



Şekil 2.10. Eş eksenli silindirsel elektrot sistemi.

$$E = -\frac{dV}{dr} \rightarrow \frac{dE}{dr} = -\frac{d^2V}{dr^2}$$

$$\frac{dE}{dr} + \frac{1}{r} E = 0 \rightarrow \frac{dE}{E} = -\frac{dr}{r}$$

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

şeklini alır. Bu denklem genel çözümü,

$$V = A + B \cdot \ln r$$

(2.51)

dir. A ve B integral sabitleri sınır koşullarından bulunur:

$$A = \frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \ln r_2, \quad B = -\frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

(2.52)

değerleri elde edilir. Bunlar yukarıdaki denklemde yerine konursa, potansiyel bağıntısı

$$V = \frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \ln \frac{r_2}{r} = \frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (\ln r_2 - \ln r)$$

(2.53)

olur. Alan şiddeti için de $E = -\frac{dV}{dr}$ bağıntısından,

$$E = \frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \frac{1}{r}$$

(2.54)

denklemi elde edilir. Bunların irdelenmesine geçmeden önce, düzlemsel ve küresel sistemlerde yapıldığı gibi, elektrik alanı ve potansiyel bağıntıları bir kez de yüklerden giderek hesaplanacaktır.

r_1 yarıçaplı silindiri kuşatan r yarıçaplı ($r_1 \leq r \leq r_2$) bir silindir göz önüne alın. Bu silindir yüzeyinde silindirsell simetriden dolayı D deplasmanı her noktada aynı olduğundan,

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

denklemi

$$2\pi r l \cdot D = Q$$

(2.55)

şeklini alır. $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ olduğu düşünülürse, elektrik alanı,

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon l} \cdot \frac{1}{r}$$

olur. Diğer taraftan U gerilimi

$$U = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon l} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon l} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}$$

(2.56)

(2.57)

olduğundan, (2.56) denkleminde $Q/2\pi\epsilon l$ yerine $U/\ln(r_2/r_1)$ konursa, E elektrik alanı,

$$E = \frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \frac{1}{r}$$

şekline girer.

(2.58)

Potansiyel bağıntısı da $V = - \int E \cdot dr + K$ denkleminden elde edilir.

$$V = - \frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \ln r + K \quad (2.59)$$

dır. Burada K integral sabiti $r=r_2$ için $V=V_2=0$ koşulundan kolayca bulunur.

$$K = \frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \ln r_2 \quad (2.60)$$

olduğundan, bu değer yukarıda yerine konursa, potansiyel bağıntısı

$$V = \frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \ln \frac{r_2}{r} \quad (2.61)$$

olur.

$$r = r_1 \text{ için } E = E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (2.62)$$

$$r = r_2 \text{ için } E = E_{\min} = \frac{U}{r_2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (2.63)$$

olur. Ortalama elektrik alanı da

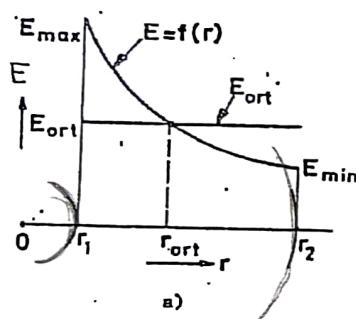
$$E_{\text{ort}} = \frac{U}{r_2 - r_1} = \frac{U}{r_{\text{ort}} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (2.64)$$

dir. Burada

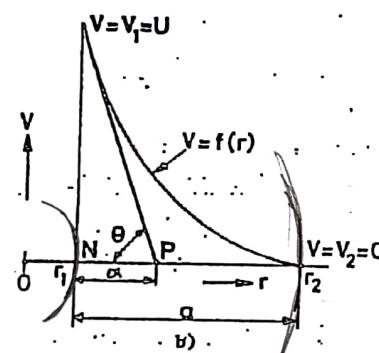
$$\boxed{r_{\text{ort}} = \frac{r_2 - r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}}$$

dir:

Şekil 2.11.a'da $E=f(r)$ eğrisi, E_{\max} , E_{\min} ve E_{ort} değerleri ve Şekil 2.11.b'de de $V=f(r)$ eğrisi gösterilmiştir.



Şekil 2.11. Eşeksenli silindirsel elektrot sisteminde $E=f(r)$ ve $V=f(r)$ eğrileri.



2.3.1.2. Sistemin Kapasitesi

Sistemin kapasitesi (2.57) denkleminden bulunur:

$$\boxed{C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}}$$

dir. Burada r_1 , r_2 ve l metre cinsinden ve $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ de $\epsilon_0 = 8.86 \cdot 10^{-12}$ F/m olarak yerine konursa C kapasitesi farat cinsinden bulunur.

Şimdi burada sistemin delinme bakımından incelenmesine geçmeden

önce küresel elektrot sisteminde açıkladığımız tanımların karşılıklarını verelim:

Gerçek açıklık:

$$\boxed{a = r_2 - r_1} \quad (2.67)$$

Eşdeğer açıklık:

$$\boxed{\alpha = \frac{U}{E_{\max}} = r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (2.68)$$

dir. $V=f(r)$ eğrisinin r' 'ye göre türevi alınıp, $r=r_1$ için teğet altı hesaplanırsa, bunun eşdeğer açıklığına eşit olduğu görülür.

$$\begin{aligned} \lg \theta &= \left[\frac{dV}{dr} \right]_{r=r_1} = -\frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = -\frac{U}{NP} \\ NP &= r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} = \alpha \end{aligned} \quad (2.69)$$

dir (Şekil 2.11.b).

Geometrik Karakteristik:

$$\boxed{p = \frac{r_1 + a}{r_1} = \frac{r_2}{r_1} \quad q = \frac{r_2}{r_1} = p} \quad (2.70)$$

dir.

Faydalama Faktörü:

$$\boxed{\eta = \frac{\alpha}{a} = \frac{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}{r_2 - r_1} = \frac{\ln p}{p - 1}} \quad (2.71)$$

dir.

2.3.1.3. Sistemin Delinme Bakımından İncelenmesi ve En Elverişli Düzen

Eşmerkezli küresel sistemde olduğu gibi burada da sistemin dış ve iç silindir yarıçaplarının sabit tutulmaları durumları incelenecaktır, ayrıca elektrot açıklığının sabit tutulması durumu ele alınacaktır.

a) Dış silindir yarıçapının sabit olması durumu

Önce $r_2=\text{sabit}$ ve $U=\text{sabit}$ olması durumunda E_{\max} 'in r_1 'e göre değişimi incelenecaktır.

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (2.72)$$

denkleminin r_1 'e göre türevi alınıp sıfır'a eşit yapılrsa E_{\max} 'i minimum yapan r_1 yarıçapı bulunur.

$$\frac{dE_{\max}}{dr_1} = \frac{-\left(\ln \frac{r_2}{r_1} - \frac{r_1}{r_2}\right) \cdot U}{\left(r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}\right)^2} = 0 \quad (2.73)$$

denkleminden

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = 1 \quad \text{veya} \quad \frac{r_2}{r_1} = e = 2,718 \rightarrow r_1 = \frac{r_2}{e} \quad (2.74)$$

koşulu bulunur. Demek ki,

$$(E_{\max})_{\min} = \frac{U}{r_1} = \frac{U}{\frac{r_2}{e}} = e \cdot U \quad (2.75)$$

dir. Bu durumda sistemin geometrik karakteristiği,

$$p_d = \frac{r_1 + a}{r_1} = \frac{r_2}{r_1} = e = 2,718 \quad (2.76)$$

ve faydalama faktörü de

$$\eta_d = \frac{a}{a} = \frac{r_1}{r_2 - r_1} = \frac{1}{e - 1} = \frac{1}{2,718 - 1} = 0,583 \quad (2.77)$$

dir. Aynı problemin $E_{\max}=E_d=\text{sabit}$ olması durumu için çözümü:

$$U = E_{\max} \cdot \alpha \quad (2.78)$$

olduğundan, $U=U_{\max}$ olması için $\alpha=\alpha_{\max}$ olmalıdır. $\alpha=r_1 \cdot \ln(r_2/r_1)$ denkleminin r_1 'e göre türevi alınıp sıfır'a eşit yapılrsa, α 'yı maksimum yapan r_1 yarıçapı bulunur.

$$\frac{d\alpha}{dr_1} = \ln \frac{r_2}{r_1} - 1 = 0 \quad (2.79)$$

denkleminden

$$\frac{r_2}{r_1} = e \quad \text{veya} \quad r_1 = \frac{r_2}{e} \quad (2.80)$$

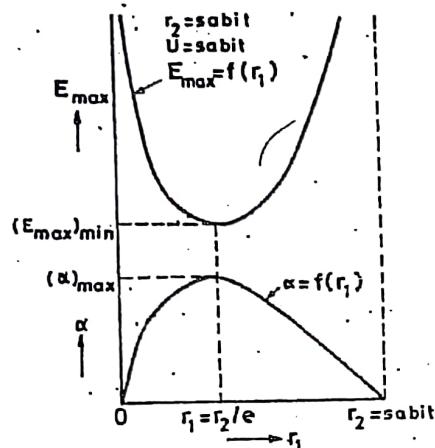
koşulu elde edilir. Demek ki,

$$\alpha_{\max} = r_1 \quad (2.81)$$

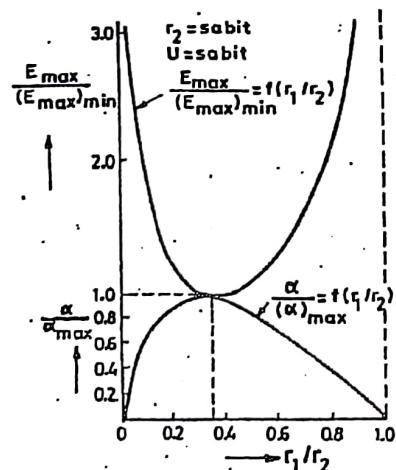
dir. Şekil 2.12'de $E_{\max}=f(r_1)$ ve $\alpha=f(r_1)$ eğrileri ve $(E_{\max})_{\min}$ ile α_{\max} değerleri gösterilmiştir.

İstenirse E_{\max} ve α nın en elverişli düzendeği değerlerine indirgenmiş $E_{\max}/(E_{\max})_{\min}$ ve α/α_{\max} bağılı değerlerinin $r_1/r_2=1/p$ ye göre değişimleri de çizilebilir (Şekil 2.13).

Eşkesenli silindirsel sistemin boşalma olayları bakımından durumu, eş merkezli küresel sisteminkine benzer. Dolayısıyla burada bu açıklamalar tekrarlanmayacaktır.



Şekil 2.12. Eşeksenli silindirsel elektrot sisteminde $E_{\max}=f(r_1)$ ve $\alpha=f(r_1)$ eğrileri.



Şekil 2.13. Eşeksenli silindirsel elektrot sisteminde $E_{\max}/(E_{\max})_{\min}=f(r_1/r_2)$ ve $\alpha/\alpha_{\max}=\alpha_{\min}=f(r_1/r_2)$ eğrileri.

Delinme Başlangıç Gerilimi:

Küresel sisteme belirtildiği gibi $E_{\max}=E_d$ koşulundan giderek,

$$U_d = E_d \cdot \alpha \quad (2.82)$$

bağıntısı yardımıyla bulunur. Burada şüphesiz ortamın E_d delinme dayanımının verilmesi gereklidir. Bunun değeri, silindir yarıçapına ve yalıtkan ortam cinsine bağlıdır. Eşmerkezli küresel sisteme olduğu gibi burada da sistem önce $E_d=\text{sabit}$ alınarak incelencek ve daha sonra E_d 'nin gerçek değerlerine geçilecektir.

Yukarıdaki bağıntıda $E_d=\text{sabit}$ alınırsa, U_d 'nın değişimi belli bir katsayı ile ($E_d=\text{sabit}$ ile) α 'nın bundan önce bulunan değişimini verecektir. Aynı şekilde U_d delinme başlangıç gerilimi de benzer bir değişim gösterecektir ve $P_d=2.718$ için bir maksimumdan geçecektir. $\alpha_{\max}=r_1$ olduğuna göre, delinme geriliminin maksimum değeri,

$$U_{d,\max} = E_d \cdot \alpha_{\max} = E_d \cdot r_1 \quad (2.83)$$

olar. Şekil 2.14'de $U_d=f(r_1/r_2)$ eğrisi gösterilmiştir. Burada $r_2=\text{sabit}$ ve $E_d=\text{sabit}$ alınmıştır.

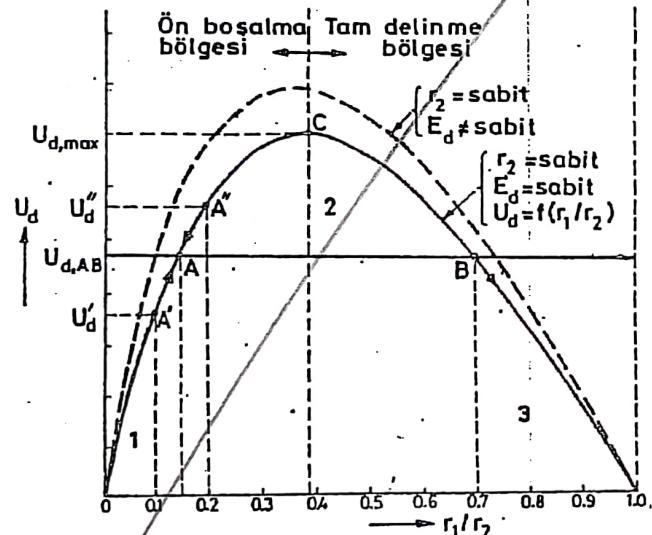
Bu eğriye sistemin delinme başlangıç gerilimi eğrisi veya kısaca delinme eğrisi denir. Değişken olarak alınmış olan iç küre yarıçapının her bir değerine eğri üzerinde belirli bir delinme başlangıç gerilimi karşı düster.

Boşalma olaylarının gelişmesi bakımından bu eğrinin sağ ve sol kolu farklı özellikler gösterir. $U_{d,\max}$ 'dan küçük herhangi bir $U_{d,AB}$ gerilimine Şekil 2.14'de görüldüğü gibi eğri üzerinde biri sol ve diğeri sağ kolda olmak üzere A ve B gibi iki nokta diğer bir deyimle geometrik karakteristikleri farklı iki ayrı düzen karşı düster.

Bundan önce küresel sisteme $U=\text{sabit}$, $E_{\max}=f(r_1/r_2)$ eğrisinde yapıldığı gibi, bu eğri boşalma olayları bakımından üç bölgeye ayrılabilir. Bu bölgeler Şekilde 1, 2 ve 3 ile gösterilmiştir.

I bölgesinde eğri üzerinde alınan herhangi bir A' noktasına karşı düşen düzende, sisteme uygulanan $U_{d,AB}$ gerilimi bu düzenden delinme başlangıç geriliminden büyük olduğundan ($U_{d,AB} > U_d$) iç küre üzerinde korona şek-

linde başlayan boşalma olayı, ancak A noktasına kadar gelişebilir. Zira A noktasından sonra, 2 bölgesindeki düzenlerin ve örneğin A'' noktasına karşı düşen düzenin delinme geriliği, sisteme uygulanan gerilimden $U_d > U_{d,AB}$ büyük olduğundan, boşalma olayı, bu noktadan sonra gelişme olağlığı bulamaz. İki elektrot arasındaki bölgenin bir kısmını kapsayan bu boşalmalar, daha önce de belirtildiği gibi, ön boşalmalar veya kısmi boşalmalar denir. A noktası boşalma olayları bakımından kararlı bir noktadır. Eğrinin sol kolu üzerinde bulunan bütün noktalar aynı özelliğin gösterdiğiinden, bu bölgeye kararlı bölge veya ön boşalmalar bölgesi denir. Bu bölgede boşalma olayları, sisteme uygulanan gerilim, sistemin maksimum delinme geriliminden ($U_{d,AB} < U_{d,max}$) küçük olduğu sürece ön boşalmalar halinde kalır, tam delinmeler meydana gelmez.



Şekil 2.14. Eşeksenli silindirsel elektrot sisteminde $U_d = f(r_1/r_2)$ eğrisi.

2 bölgelere gelince, bu bölgelerdeki düzenlere $U_{d,AB} < U_d$ olduğundan bu bölgede herhangi bir şekilde boşalma olayları meydana gelmez.

3 bölgesinde sisteme uygulanan gerilim, söz konusu düzenlerin delinme başlangıç gerilimlerinden $U_{d,AB} > U_d$ büyük olduğundan, bu düzenlerde

daima bir boşalma olayı başlar ve başlayan her boşalma olayı, bu bölgelerdeki delinme eğrisinin düşen karakterde olması nedeniyle, ani bir gelişme göstererek iki elektrot arasında derhal tam delinme ile sonuçlanır. 3 bölgesindeki düzenler, boşalmaların tam delinme ile sonuçlanması nedeniyle kararsız bir karakter gösterirler. Dolayısıyla bu bölgeye kararsız bölge veya tam delinme bölgesi denir.

Bu açıklamalara göre, delinme eğrisi üzerinde en elverişli düzene karşı düşen C noktasının sol tarafındaki bölge ön boşalma bölgesini ve sağ tarafındaki bölge de tam delinme bölgesini gösterir. C noktası ise ön boşalma ve tam delinme arasında kararsız bir noktadır. Bununla beraber, bu nokta tam delinmenin meydana geldiği bir nokta olarak kabul edilir. Bu nedenle bu noktaya karşı düşen $U_{d,max}$ gerilimi, sistemin maksimum delinme gerilimi olarak ele alınır.

Bu açıklamalar küresel sistemde olduğu gibi, burada da $p > p_d$ ise ön boşalmaların ve $p \leq p_d$ ise tam delinmelerin meydana geldiğini gösterir. Eğrinin tam delinmelerin meydana geldiği sağ koluna karşı düşen düzenlerdeki alan şekli yaklaşık olarak düzgün olan ve ön boşalmaların meydana geldiği sol koluna karşı düşen düzenlerdeki alan şekli de düzgün olmayan olarak tanımlanır. Burada bu iki alanın sınırları, geometrik karakteristikle belirlenir. $p > 3$ olan silindirsel sistemlerin alanı yaklaşık düzgün olan ve $p < 3$ olan sistemlerin alanı da düzgün olmayan alan olarak varsayıılır. Böylece düzgün ve yaklaşık düzgün alanlarda boşalmaların tam delinmeler şeklinde ve düzgün olmayan alanlarda ise, ön boşalmalar şeklinde meydana geleceği söylenebilir.

Yukarıdaki incelemelerde $E_d = \text{sabit}$ alınmıştır. E_d 'nin gerçek değerinin alınması durumunda delinme eğrisi Şekil 2.14'de kesikli çizgi ile gösterilen şekli alır. Şekilden de kolayca görüleceği gibi sistemin gerçek delinme eğrisi, $E_d = \text{sabit}$ eğrisi gibi, bir maksimumdan geçmekte ve hemen hemen benzer bir değişim göstermektedir. Dolayısıyla $E_d = \text{sabit}$ için söylenenler A ve B noktalarının kayması dışında burada da aynen geçerlidir.

b) İç silindir yarıçapının sabit olması durumu

$r_1 = \text{sabit}$, $r_2 = \text{değişken olması}$ durumunda, delinme başlangıç gerilimi

$$U_d = E_d \cdot r_1 \cdot \ln p \quad (2.84)$$

bağıntısına göre logaritmik olarak yükseliş gösterir. Burada $r_1 = \text{sabit}$

olduğundan ortamın E_d delinme dayanımı için de sabit bir değer söz konusudur.

c) Elektrot açıklığının sabit olması durumu

Burada a =sabit kalacak şekilde, iç ve dolayısıyla dış silindir yarıçapının değişmesi durumunda, sistemin delinme başlangıç geriliminin iç silindir yarıçapına bağlı olarak değişimini incelenecaktır.

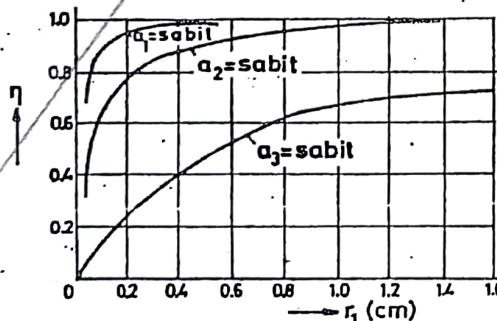
İlk önce sistemin delinme başlangıç gerilimini veren

$$U_d = E_d \cdot a = E_d \cdot a \cdot \eta = U_{d0} \cdot \eta \quad (2.85)$$

bağıntısında E_d =sabit varsayılar. Burada $U_{d0}=E_d a$ gerilimi, aynı elektrot açıklığında düzgün alanın delinme gerilimini gösteriyor. Bu bağıntıdan da kolayca görüleceği gibi, faydalananma faktörünün iç silindir yarıçapına göre değişimini delinme başlangıç geriliminin iç silindir yarıçapına göre değişimini verecektir. Bu nedenle delinme başlangıç geriliminin değişimini yerine, faydalananma faktörünün değişimini cle alınabilir. Faydalananma faktörü,

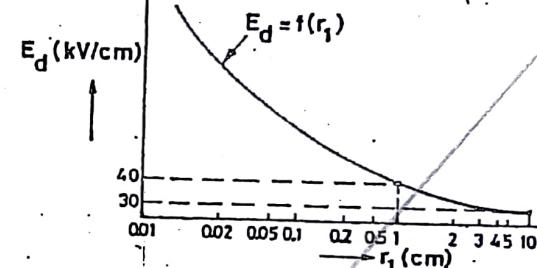
$$\eta = \frac{\ln p}{p-1} = \frac{\ln(1+a/r_1)}{a/r_1} \quad (2.86)$$

olduğundan faydalananma faktörünün a =sabit parametre olmak üzere r_1 'e göre değişimini Şekil 2.15'te gösterildiği gibi olur.

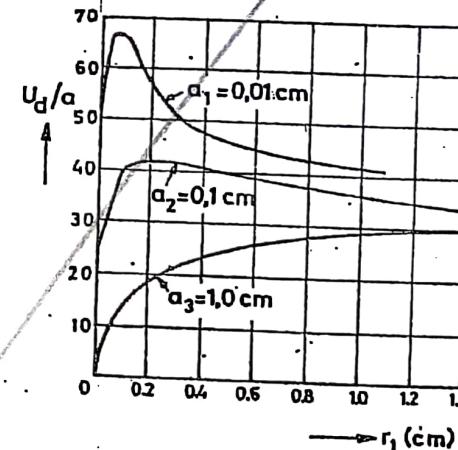


Şekil 2.15. $a_1 / a_2 / a_3$ parametre olmak üzere, $\eta - f(r_1)$ eğrileri.

Şekilden görüleceği gibi sistemin faydalananma faktörü dolayısıyla delinme başlangıç gerilimi, iç silindir yarıçapı büyütükçe yükselmekte ve r_1 'in çok büyük değerlerinde, yanı $a/r_1 \ll 1$ için $\eta \rightarrow 1$ 'e yaklaşmaktadır. Bu durumda $U_d \approx U_{d0}$ olur. Bu da bize bu gibi durumlarda sistemin düzgün alanlı bir sistem gibi cle alınabileceğini gösterir. Bilindiği gibi, düzgün alanda $\eta=1$ dir. Yukardaki bağıntıda $a/r_1 \ll 1$ için $\eta \approx 1$ alınabilir.



Şekil 2.16. Havanın E_d delinme dayanımının r_1 'e göre değişimi.



Şekil 2.17. $U_d/a - f(r_1)$ eğrileri.

E_d 'nin gerçek değişimine göre delinme başlangıç geriliminin değişimini araştırılması: Bu incelemede yalıtkan ortamın hava olduğunu kabul edelim. Havanın delinme dayanımı r_1 'e bağlı olarak Şekil 2.16'da

gösterildiği gibi değişir. Bu değişim esas alınarak farklı elektrot açıklıklarında delinme başlangıç gerilimi için Şekil 2.17'de gösterilen eğriler elde edilir. Burada birbirinden çok farklı elektrot açıklıkları için bulunan eğrilerin aynı şekilde daha dar bir bölgede gösterilebilmesi için U_d yerine U_d/a değerleri alınmıştır.

Bu eğrilerden de kolayca görülebileceği üzere, farklı elektrot açıklıklarında delinme başlangıç geriliminin değişimi farklı olmakta ve çok küçük elektrot açıklıklarında delinme başlangıç gerilimi bir maksimumdan geçmektedir. Elektrot açıklığı küçüldükçe maksimumdan geçme durumu da daha belirgin bir şekilde kendini göstermektedir. $a_1=0,01$ cm elektrot açıklığında delinme başlangıç gerilimi r_1 'in çok küçük değerlerinde büyük değerler almaktır ve Şekil 2.17'de görüldüğü gibi, bir maksimumdan geçmektedir.

2.3.1.4. Sistemin Ekonomik Bakımından İncelenmesi

Eşeksiz silindirsel sistemin en önemli uygulamalarından biri de bir damarlı yüksek gerilim kablolarıdır. Bunlar, ya delinme bakımından en elverişli düzene göre veya ekonomik bakımından en elverişli düzene göre boyutlandırılır veya birçok durumda olduğu gibi, bu ikisi arasında bir arası bulunur.

Delinme bakımından en elverişli düzene bulunmasında olduğu gibi burada da $r_2=sabit$ kabul edilecek ve buna göre sistemde kullanılacak yalıtkan malzeme miktarının iç silindir yarıçapına bağlı olarak değişimi bulunacak ve yalıtkan malzeme kullanımının minimum olduğu geometrik karakteristiğin değeri hesaplanacaktır. Bunun için ön koşul olarak sisteme uygulanan U geriliminin ve yalıtkan malzemenin E_d delinme dayanımının sabit olduğu kabul edilecektir.

Sistemin birim uzunluğuna düşen yalıtkan malzemenin ağırlığı,

$$G = \pi \gamma (r_2^2 - r_1^2) = \pi \gamma r_1^2 (p^2 - 1) \quad (2.87)$$

ve sistemin gerilim ifadesi

$$U = E_d \cdot r_1 \cdot \ln p \rightarrow r_1 = \frac{U}{E_d \cdot \ln p} \quad (2.88)$$

olduğuna göre, birim uzunluktaki ağırlık için

$$G = \pi \gamma \left(\frac{U}{E_d} \right)^2 \frac{p^2 - 1}{(\ln p)^2} = K \frac{p^2 - 1}{(\ln p)^2}, \quad K = \text{sabit} = \pi \gamma \left(\frac{U}{E_d} \right)^2 \quad (2.89)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntıda G 'yi minimum yapan p geometrik karakteristiği ya çizimle veya

$$\frac{dG}{dp} = 0 \rightarrow \frac{K \cdot 2p(\ln p)^2 - \frac{2}{p} \ln p \cdot K(p^2 - 1)}{(\ln p)^4} = 0 \quad (2.90)$$

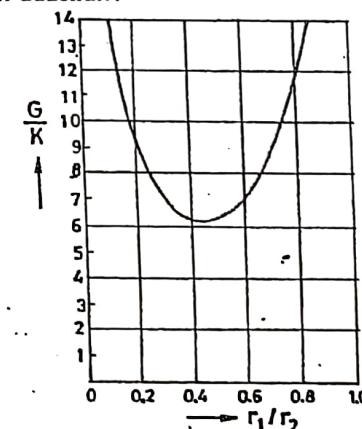
türev işlemi yapılarak bulunabilir. Türev işleminden elde edilen

$$p^2 \cdot \ln p - p^2 + 1 = 0 \quad (2.91)$$

denklemi sayısal deneme yöntemiyle çözülürse p 'nin yaklaşık olarak

$$p = p_e = \frac{r_2}{r_1} \approx 2,21 \quad (2.92)$$

değeri için G 'nın yani yalıtkan malzeme miktarının bir minimumdan geçtiği görülür. Geometrik karakteristiği p_e olan düzen ekonomik bakımından en elverişli düzendir.



Şekil 2.18. $G/K=f(r_1/r_2)$ eğrisi.

Yukarıdaki bağıntıda $G/K = (p^2 - 1) / (ln p)^2$ değerinin $r_1/r_2 = 1/p$ 'ye göre değişimi Şekil 2.18'de gösterilmiştir. Bu eğrinden de kolayca görüleceği üzere, G/K yaklaşık olarak $p=2.219$ değerinde bir minimumdan geçmektedir.

Elden edilen sonuçlar $p_e < p_d$ olduğunu göstermektedir. Her iki durumda $E_d = \text{ sabit}$ kabul edildiğine göre, bunlar arasında yaklaşık olarak $p_e/p_d \approx 0.82$ gibi bir oran bulunur. Bu sonuç, bir çok durumda ekonomik bakımından küçümsenemeyecek bir değer ifade eder. E_d 'nin silindir yarıçapına bağlı olan gerçek değerlerinin alınması durumunda hiç şüphesiz değer olarak biraz farklı sonuçlar elde edilir.

Sayısal Örnekler:

1. $U=300$ kV'luk bir doğru gerilime dayanabilecek hava yalıtkanlı bir duvar tipi geçit izolatörünün iç ve dış silindir yarıçapları hesaplanacaktır. Bu hesapta kenar etkisi ihmal edilecek ve $E_d=30$ kV/cm=sabit kabul edilecektir.

Yanıt:

Burada $U=300$ kV altında en elverişli dönemin maksimum delinme gerilimidir. Delinme bakımından en elverişli düzende $p_d=2,718$ olduğundan $E_d=f(r_1)$ eğrisi yardımıyla (Şekil 2.16) iç ve dış silindir yarıçapları yaklaşık olarak,

$$U_{d,\max} = E_d \cdot r_1 \quad r_1 = 10 \text{ cm} \quad r_2 = p_d \cdot r_1 = 27,18 \text{ cm}$$

değerleri bulunur. Bu değerler sistemin delinme bakımından optimum boyutlarındır. Bununla beraber, delinmenin kesin olarak meydana gelmesi için, belirli bir güvenlik payı göz önüne alınarak sistemin boyutları $p_d = \text{sabit}$ kalmak koşuluyla belirli bir oranda büyütülebilir. Elde edilecek sistemler geometrik bakımından birbirinin benzeridir.

2. Delinme bakımından en elverişli düzende boyutlandırılmış bulunan ve $U_{d,\max}=600$ kV olan hava yalıtkanlı bir duvar tipi geçit izolatöründe, duvardaki delinme yarıçapı $r_2 = \text{sabit}$ kalmak koşuluyla iletkenin, yani iç silindirin r_1 yarıçapı değiştiriliyor. Öyle bir düzen bulunuz ki bu düzen $U=450$ kV'luk bir gerilime, ön boşalma veya tam delinme meydana

gelmeden dayanabilsin. Hayanın ortalama delinme dayanımı $E_d=30$ kV/cm alınacaktır.

Yanıt:

En elverişli düzende $U_{d,\max} = E_d \cdot r_1$ olduğundan $r_1 = 20$ cm ve $r_2 = p_d \cdot r_1 = 2.718 \cdot 20 = 54.36$ cm bulunur. $r_2 = \text{sabit}$ kalmak üzere r_1 'in değiştirilmesi durumunda, verilen $U=450$ kV'a dayanabilen iki düzen söz konusu olur. Şekil 2.14'deki delinme gerilimi eğrisinden de görüleceği üzere, bu düzenlerden biri ön boşalmalar bölgesinde, diğer tam delinmeler bölgesindedir. Bu düzenler 've " üsleri ile belirttilirse, her iki düzenin delinme başlangıç gerilimleri birbirine eşit olduğuna göre,

$$U_d = E_d \cdot r_1 \cdot \ln p' = E_d \cdot r_1 \cdot \ln p'' = E_d \cdot \alpha$$

bunların eşdeğer açıklıkları da $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ birbirine eşit olur. Bu düzenlere karşı düşen iç silindir yarıçapları r ve geometrik karakteristikleri p ile gösterilirse ve bu düzenlerin gerilimi ile en elverişli dönemin delinme gerilimi karşılaştırılırsa,

$$\frac{U_d}{U_{d,\max}} = \frac{r \cdot \ln p}{r_1} = 0.75$$

bağıntısı elde edilir. Burada $r_1 = r_2/2.718$ ve söz konusu düzenlerin geometrik karakteristikleri $p = r_2/r_1$ olduğuna göre aranan düzenler için genel olarak yukarıdaki bağıntıdan

$$p = 3.62 \ln p$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntıyı sağlayan p' ve p'' değerleri, sayısal deneme yöntemi veya grafik yöntemle bulunur ve yaklaşık olarak,

$$p' = 7.1 \quad \text{ve} \quad p'' = 1.52$$

değerleri elde edilir. Buradan her iki dönemin iç silindir yarıçapları yaklaşık olarak,

$$r_1' = r_2 / p' = 7.6 \text{ cm} \quad r_1'' = r_2 / p'' = 35.9 \text{ cm}$$

Bu düzenlerden p' düzeni $p' > p_d$ olduğundan, delinme gerilim eğrisinin ön boşalmalar bölgesinde, p'' düzeni ise, $p'' < p_d$ olduğundan tam delinmeler

bölgelerindendir. Aranan düzende uygulanan $U=450$ kV'luk gerilimde, herhangi bir ön boşalma veya tam delinme meydana gelmemesi istendiğinden, bu koşulun tam olarak yerine getirilebilmesi için, belirli bir güvenlik payının da kabul edilmesi ve dolayısıyla bu iki dönemin geometrik karakteristikinin, delinme eğrisi üzerinde, boşalmaların meydana gelmediği 2 bölgesinde (Şekil 2.14) seçilmesi gereklidir. Buna göre, söz konusu iki dönemin geometrik karakteristikleri ve dolayısıyla iç elektrot yarıçapları, belirli bir güvenlik payı da göz önünde tutularak,

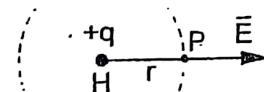
$$p' > p \quad \text{ve} \quad r_1 < r_2$$

olacak şekilde seçilir. Burada p ve r_1 , delinme eğrisi üzerinde 2 bölgesinde alınacak düzenlerden birine ait geometrik karakteristiği ve iç silindir yarıçapını göstermektedir. Bu iki düzenden hangisinin daha elverişli olacağı, uygulamadaki koşullara bağlıdır.

2.3.2. Paralel Eksenli Silindirsel Elektrot Sistemi

Bu sisteme uygulamada çok rastlanır. Hava hattları ve yüksek gerilim kabloları bu sınıfa girerler. Dolayısıyla bu bölümde eksenleri kaçık karşılıklı ve iç içe silindirsel elektrot sistemleri incelenecaktır. Sistemlerin alanı, çizgisel yük yoğunlukları birbirine eşit ve fakat zit işarette olan sonsuz uzunlukta paralel çizgisel iki yük kaynağının alanından, paralel çizgisel iki yük kaynağının alanı da sonsuzdan gelip sonsuza giden çizgisel bir yük kaynağının alanından gidilerek bulunabilir.

2.3.2.1. Çizgisel Bir Yük Kaynağının Alanı



Şekil 2.19. Çizgisel bir yük kaynağı.

Şekil 2.19'da çizgisel yük yoğunluğu $+q$ olan sonsuz uzunlukta bir hattın şekil düzlemine dik izi H ile gösterilmiştir. Bu yük kaynağının r uzaklığında bulunan bir P noktasında elektrik alanı,

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r} \quad (2.93)$$

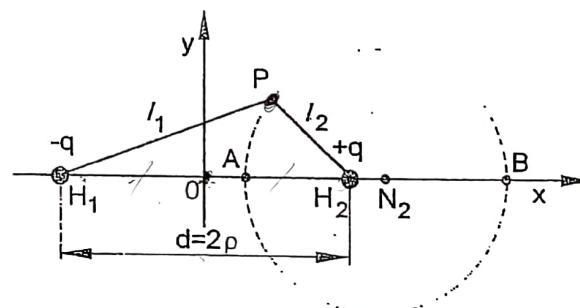
ve potansiyel de

$$\begin{aligned} V &= - \int E \cdot dr + K = - \frac{q}{2\pi\epsilon} \int \frac{dr}{r} + K \\ V &= - \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln r + K \end{aligned} \quad (2.94)$$

dir.

2.3.2.2. Paralel Çizgisel İki Yük Kaynağının Alanı

Şekil 2.20'de verilen ve çizgisel yük yoğunlukları $-q$ ve $+q$ olan sonsuz uzunlukta paralel çizgisel iki yük kaynağının şekil düzlemine dik izleri H_1 ve H_2 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.20. Paralel çizgisel iki yük kaynağı.

Bu iki yük kaynağının uzaklıklarını l_1 ve l_2 olan herhangi bir P noktasının potansiyeli,

$$V = - \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln r + K \quad (2.95)$$

denklemi yardımıyla bulunabilir: H_1 'in P noktasında meydana getirdiği V_1 potansiyeli

$$V_1 = +\frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln l_1 + K_1 \quad (2.96)$$

ve H_2 'nin P noktasında meydana getirdiği V_2 potansiyeli de

$$V_2 = -\frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln l_2 + K_2 \quad (2.97)$$

olduğundan, P noktasının potansiyeli

$$V = V_1 + V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{l_1}{l_2} + K \quad (2.98)$$

olur. K integral sabiti sınır koşullarından bulunur. Simetri düzlemi üzerindeki bir nokta için $l_1 = l_2$ ve $V=0$ olduğundan $K=0$ dır. Demek ki, V potansiyeli

$$V = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{l_1}{l_2} \quad (2.99)$$

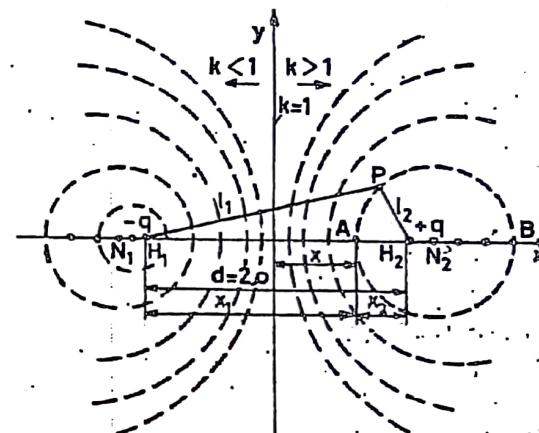
dir. V=sabit eşpotansiyel yüzeyleri (silindirleri) veya şekil düzlemindeki izleri eşpotansiyel çizgileri (daireleri) verir. Demek ki, eşpotansiyel çizgiler için

$$\frac{l_1}{l_2} = k = \text{sabit} \quad (2.100)$$

olmalıdır. H_1, H_2 gibi sabit iki noktaya olan uzaklıklarının oranı sabit olan noktaların geometrik yeri analitik geometri den bilindiği üzere, merkezi $\overline{H_1 H_2}$ doğrusu üzerinde, yani x eksenini üzerinde olan bir Apollonius dairesidir. Bu daire $\overline{H_1 H_2}$ doğru parçasını harmonik olarak böler. k oranı sonsuz sayıda değer alabileceğinden, burada, merkezleri x eksenine üzerinde bulunan sonsuz sayıda eşpotansiyel daire söz konusudur (Şekil 2.21).

$k=1$ değeri potansiyeli $V=0$ olan simetri düzlemini verir. $k>1$ değerlere karşılık olan ve simetri düzleminin sağında bulunan eşpotansiyel

silindirler $+q$ yükünü ve $k<1$ değerlere karşılık olan ve simetri düzleminin solunda bulunan eşpotansiyel silindirler ise $-q$ yükünü kuşatırlar.



Şekil 2.21.

Böyle bir sisteme özellikle x eksen boyunca elektrik alanının değişimi önemlidir. Dolayısıyla x eksen üzerindeki herhangi bir A noktasının potansiyeli

$$V_A = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{x_1}{x_2} \quad (2.101)$$

ve elektrik alanı da

$$E_A = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) \quad (2.102)$$

olur. Burada x_1 ve x_2 yerine

$$\begin{cases} x_1 = p+x \\ x_2 = p-x \end{cases} \quad (2.103)$$

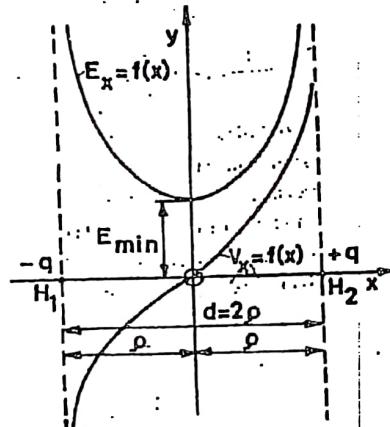
konursa genel olarak V_A potansiyeli

$$V_A = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{\rho+x}{\rho-x} \quad (2.104)$$

elektrik alanı da

$$E_A = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{\rho+x} + \frac{1}{\rho-x} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2} \quad (2.105)$$

şeklini alır. Şekil 2.22'de $E_A=f(x)$ ve $V_A=f(x)$ eğrileri gösterilmiştir.



Şekil 2.22. $E_A=f(x)$ ve $V_A=f(x)$ eğrileri.

$$x=0 \text{ için } E_A = E_{\min} = \frac{q}{\pi\epsilon\rho} \quad (2.106)$$

$x=\pm\rho$ için $E_A = \infty$ olur. E_A/E_{\min} değeri de,

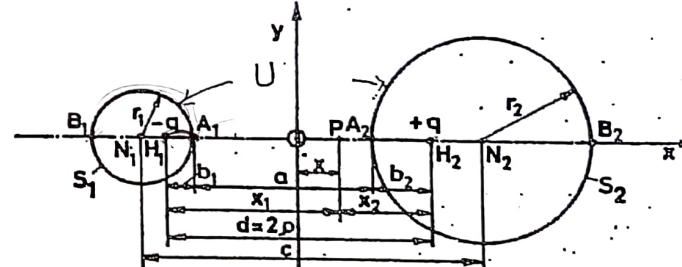
$$\frac{E_A}{E_{\min}} = \frac{\rho^2}{\rho^2 - x^2} \quad (2.107)$$

dir.

2.3.2.3. Karşılıklı Paralel İki Silindir

Şekil 2.21'de verilen paralel çizgisel iki yük kaynağının alanında, eş-potansiyel yüzeylerden karşılıklı olan herhangi iki eşpotansiyel yüzeyin ince iletken bir madde ile kaplanması durumunda karşılıklı paralel iki silindire karşı düşen bir sistem elde edilir. Eşpotansiyel silindir yüzeylerinin bu şekilde iletken kabul edilmesiyle, alan şeklinde hiçbir değişiklik olmaz. Bu da söz konusu karşılıklı paralel iki silindirin alanını paralel çizgisel iki yük kaynağının alanını veren bağıntılardan gidilerek bulunabileceğini gösterir. Burada sorun r_1 , r_2 , a veya c verilmişken, $d=2\rho$ veya b_1 , b_2 'nin bulunmasıdır.

Buna örnek olmak üzere, örneğin Şekil 2.23'de verilen ve yarıçapları r_1 , r_2 , elektrot açıklığı a ve dolayısıyla eksenler arasındaki açıklığı c ve elektrotlara uygulanan gerilimi U olan, l uzunluğunda paralel iki silindirden oluşan sistemin maksimum alanı bulunacaktır.



Şekil 2.23.

Bunun için önce r_1 , r_2 , a veya c verilmişken $d=2\rho$ veya b_1 , b_2 değerleri hesaplanır. Şekil 2.23'den, S_1 silindiri için

$$\frac{\overline{A_1H_1}}{\overline{A_1H_2}} = \frac{\overline{B_1H_1}}{\overline{B_1H_2}} = k_1 = \frac{b_1}{a+b_2} = \frac{2r_1 - b_1}{2r_1 + a + b_2} \quad (2.108)$$

denklemi ve S_2 silindiri için de

$$\frac{\overline{A_2H_2}}{\overline{A_2H_1}} = \frac{\overline{B_2H_2}}{\overline{B_2H_1}} = k_2 = \frac{b_2}{a+b_1} = \frac{2r_2-b_2}{2r_2+a+b_1} \quad (2.109)$$

denklemi yazılabilir. Burada

$$\left. \begin{array}{l} \overline{A_1H_1} = b_1, \quad \overline{A_1H_2} = a+b_2, \quad \overline{B_1H_1} = 2r_1-b_1, \quad \overline{B_1H_2} = 2r_1+a+b_1 \\ \overline{A_2H_2} = b_2, \quad \overline{A_2H_1} = a+b_1, \quad \overline{B_2H_2} = 2r_2-b_2, \quad \overline{B_2H_1} = 2r_2+a+b_1 \end{array} \right\} \quad (2.110)$$

ve

$$a = c - (r_1 + r_2) = d - (b_1 + b_2) \quad (2.111)$$

oldukları gözönünde tutulursa, yukarıdaki denklemlerin çözümünden

$$d = \frac{1}{c} \sqrt{m} = 2p \quad (2.112)$$

elde edilir. Burada m ,

$$m = (c^2 - r_1^2 - r_2^2)^2 - 4r_1^2 r_2^2 \quad (2.113)$$

konmuştur. İstenirse aynı denklemlerden

$$b_1 = \frac{2r_1c - (r_1^2 - r_2^2) - c^2 + \sqrt{m}}{2c} \quad (2.114)$$

$$b_2 = \frac{2r_2c - (r_2^2 - r_1^2) - c^2 + \sqrt{m}}{2c} \quad (2.115)$$

ifadeleri de bulunabilir.

Bu silindisel sistemin potansiyeli, kapasitesi ve elektrik alanı da şekilde hesaplanır:

$$V_A = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{x_1}{x_2} \quad (2.116)$$

denkleminde x_1 ve x_2 yerine A_1 noktasının koordinatları konursa, S_1 silindirinin V_1 potansiyeli,

$$V_1 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{b_1}{a+b_2} \quad (2.117)$$

ve A_2 noktasının koordinatları konursa, S_2 silindirinin V_2 potansiyeli

$$V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{a+b_1}{b_2} \quad (2.118)$$

olur. $U = V_2 - V_1$ olduğundan, U gerilimi için

$$U = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[\left(\frac{a+b_1}{b_2} \right) \left(\frac{a+b_2}{b_1} \right) \right] \quad (2.119)$$

denklemi bulunur. b_1 ve b_2 yerine eşitleri konur ve kısaltmalar yapılarsa, denklem

$$U = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[\frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right] \quad (2.120)$$

şeklini alır.

Sistemin birim uzunluğuna düşen kapasitesi de

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[\frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \quad (2.121)$$

olur. Elektrik alanı ise,

$$E_A = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{p+x} + \frac{1}{p-x} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{2p}{p^2 - x^2} \quad (2.122)$$

olduğundan, burada $\frac{q}{2\pi\epsilon}$ yerine U cinsinden değeri konursa,

$$E_A = \frac{U}{\ln \left[\frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2p}{p^2 - x^2} \quad (2.123)$$

elde edilir. $x=0$ için $E_A=E_{\min}$ ve $x=p-b_1$ için de $E_A=E_{\max}$ dir; yani

$$E_{\max} = \frac{U}{\ln \left[\frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2p}{2pb_1 - b_1^2} \quad (2.124)$$

$$= \frac{U}{\ln \left[\frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{\frac{1}{c} \cdot \sqrt{m}}{\frac{\sqrt{m}}{c} \cdot b_1 - b_1^2} \quad (2.124)$$

veya b_1 yerine de eşiti konursa,

$$E_{\max} = \frac{\left[\frac{2 - r_2^2 + c^2 + 2r_1c}{r_1^2 - r_2^2 + c^2 - 2r_1c} \right]^{1/2}}{r_1 \cdot \ln \left[\frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot U \quad (2.125)$$

olur. Burada $(r_1+a)/r_1$ yerine p ve r_2/r_1 yerine de q geometrik karakteristikleri konursa, E_{\max} 'in ifadesi,

$$U = E_{\max} \cdot r_1 \left[\ln \frac{(p+q)^2 - (1-q)^2 + \sqrt{[q^2 + 1 - (p+q)^2]^2 - 4q^2}}{(p+q)^2 - (1-q)^2 - \sqrt{[q^2 + 1 - (p+q)^2]^2 - 4q^2}} \right] \cdot \left[\frac{1 - q^2 + (p+q)^2 + 2(p+q)}{1 - q^2 + (p+q)^2 - 2(p+q)} \right]^{1/2} \quad (2.126)$$

şeklini alır. Sistemin α eşdeğer açıklığı,

$$\alpha = r_1 \left[\ln \frac{\dots}{\dots} \right] \cdot \left[\frac{\dots}{\dots} \right]^{1/2} \quad (2.127)$$

ve η faydalama faktörü de,

$$\eta = \frac{\alpha}{a} = \frac{r_1}{a + r_1 - r_1} \cdot \left[\ln \frac{\dots}{\dots} \right] \left[\frac{\dots}{\dots} \right]^{1/2} \quad (2.128)$$

$$\eta = \frac{1}{p-1} \left[\ln \frac{(p+q)^2 - (1-q)^2 + \sqrt{[q^2 + 1 - (p+q)^2]^2 - 4q^2}}{(p+q)^2 - (1-q)^2 - \sqrt{[q^2 + 1 - (p+q)^2]^2 - 4q^2}} \right] \cdot \left[\frac{1 - q^2 + (p+q)^2 + 2(p+q)}{1 - q^2 + (p+q)^2 - 2(p+q)} \right]^{1/2} \quad (2.129)$$

olurlar.

Özel Durumlar:

a) Eşit yarıçaplı paralel iki silindir

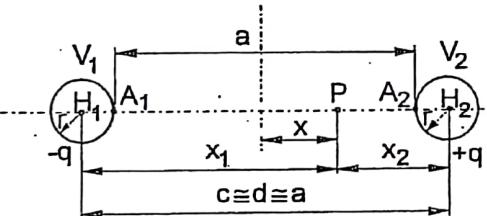
Silindir yarıçaplarının birbirine eşit olması durumunda, $r_1=r_2=r$ ve $q=1$ olduğundan, E_{\max} 'in ifadesi,

$$U = E_{\max} \cdot r \left[\frac{\ln \frac{(p+1)^2 + \sqrt{[2-(p+1)^2]^2 - 4}}{(p+1)^2 - \sqrt{[2-(p+1)^2]^2 - 4}}}{\ln \frac{(p+1)+2}{(p+1)-2}} \right]^{1/2} \quad (2.130)$$

şekline girer.

b) Paralel iki iletken

Eşit yarıçaplı paralel iki silindir sisteminde, silindir yarıçaplarının eksenler arasındaki açılığa göre çok küçük $r \ll c = d = a$ olması durumunda paralel iki iletkeninden oluşan sistem elde edilir. Şekil 2.24'de gösterilen böyle bir sistemde, iletkenlerin geometrik ve elektriksel eksenlerinin üst üste geldikleri ve $d \ll c = a$ olacağı kabul edilebilir. Bu sistemin maksimum alan şiddeti, paralel iki silindir sistemine ilişkin ifade eden gerekli ihmaller yapılarak yaklaşık olarak bulunabilir.



Şekil 2.24. Paralel iki iletken.

$$U = E_{\max} \cdot 2r \cdot \ln \frac{d}{r}, \quad C = \frac{2\pi\epsilon l}{2 \cdot \ln \frac{d}{r}} \quad (2.131)$$

dir. Yapılan hata $d > 20r$ durumu için, yaklaşık olarak %1,5'un altındadır.

Yukarıdaki ifade iletkenlerin geometrik ve elektriksel eksenlerinin üst üste gelmelerinden ve $d \ll c = a$ olmasından giderek şöyle hesaplanabilir (Şekil 2.24). Şekilde P noktasının potansiyeli,

$$V_x = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{x_1}{x_2} \quad (2.132)$$

olduğundan A₁ noktasının V₁ potansiyeli,

$$V_1 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{r}{d-r} \equiv \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{r}{d} \quad (2.133)$$

ve A₂ noktasının V₂ potansiyeli,

$$V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{d-r}{r} \equiv \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{d}{r} \quad (2.134)$$

olar. Buradan $U = V_2 - V_1$ gerilimi için,

$$U = V_2 - V_1 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left(\frac{d}{r} \right)^2 \equiv \frac{q}{\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{d}{r} \quad (2.135)$$

ifadesi bulunur. E_x elektrik alanı da

$$E_x = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) \quad (2.136)$$

dir. Burada A₁ veya A₂ noktasında E_x = E_{max} dir. x₁ yerine d-r ve x₂ yerine de r konursa, A₂ noktasındaki E_{max} elektrik alanı bulunur.

$$E_{\max} \equiv \frac{q}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{d-r} + \frac{1}{r} \right) \equiv \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r} \quad (2.137)$$

dir. Burada $q/2\pi\epsilon$ yerine $U = (2q/2\pi\epsilon)/\ln(d/r)$ denkleminden,

$$\frac{q}{2\pi\epsilon} = \frac{U}{2 \ln \frac{d}{r}} \quad (2.138)$$

*yle etmezse
calışmaya
(ihmal edilecek)*

değeri yerine konursa

$$E_{\max} \equiv \frac{U}{2r \ln \frac{d}{r}}$$

dolayısıyla

$$U = E_{\max} 2r \ln \frac{d}{r}$$

olur. $p = (r+a)/r \equiv d/r$ olduğu gözönünde tutulursa

$$U = E_{\max} 2r \ln p$$

elde edilir.

Sistemin α eşdeğer açılığı,

$$\alpha = 2r \ln p$$
(2.142)

ve η faydalama faktörü de

$$\eta = \frac{\alpha}{a} = \frac{2r \ln p}{a} = \frac{2r \ln p}{a+r-r} = \frac{2 \ln p}{\frac{a+r}{r}-1} = \frac{2 \ln p}{p-1}$$
(2.143)

dir

Gerçekte A_2 noktası için bulunan E_{\max} elektrik alanı r yarıçaplı iletken yüzeyindeki ortalama elektrik alanıdır. Eğer iletken yüzeyindeki gerçek maksimum alanın hesabı istenirse, o takdirde yukarıda yapılan bazı ihmallerden vazgeçmek gerekir.

2.3.2.4. Eksenleri Kaçık İç İçe Paralel İki Silindir

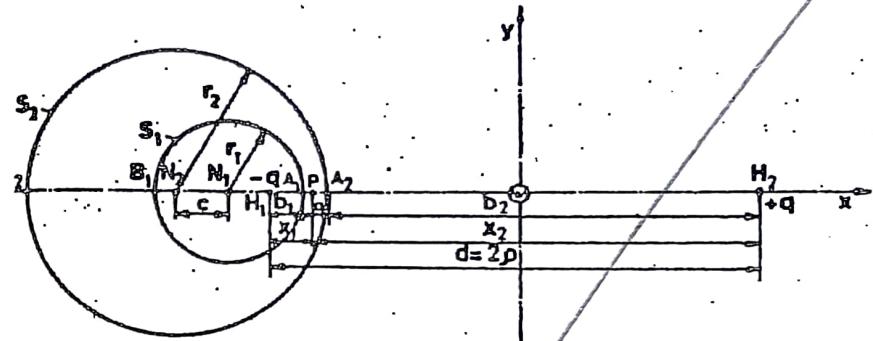
Potatol

Şekil 2.21'de gösterilen paralel çizgisel iki yük kaynağının alanında, eşpotansiyel dairelerden birini kuşatan herhangi iki eşpotansiyel daireye karşı düşen silindisel sistem, aranan sistemi, yani eksenleri kaçık iç içe paralel iki silindirden oluşan sistemi verir (Şekil 2.25).

(2.139)

(2.140)

(2.141)



Şekil 2.25. Eksenleri kaçık iç içe paralel iki silindir.

Burada da bütün problem r_1 , r_2 , a veya c verilmişken, $d=2p$ veya b_1 , b_2 yi bulmaktan ibarettir. Yani sistemin N_1 , N_2 geometrik eksenleri ve r_1 , r_2 yarıçapları verilmiş, H_1 ve H_2 elektriksel eksenleri aranmaktadır.

Şekil 2.25'den S_1 silindiri için,

$$\frac{\overline{A_1H_1}}{\overline{A_1H_2}} = \frac{\overline{B_1H_1}}{\overline{B_1H_2}} = k_1 = \frac{b_1}{a+b_2} = \frac{2r_1 - b_1}{2r_1 + a + b_2} \quad (2.144)$$

denklemi

$$\frac{\overline{A_2H_2}}{\overline{A_2H_1}} = \frac{\overline{B_2H_2}}{\overline{B_2H_1}} = k_2 = \frac{b_2}{a+b_1} = \frac{2r_2 - b_2}{2r_2 + a - b_1} \quad (2.145)$$

denklemi yazılabilir. Burada

$$\left. \begin{array}{l} \overline{A_1H_1} = b_1, \quad \overline{A_1H_2} = a + b_2, \quad \overline{B_1H_1} = 2r_1 - b_1, \quad \overline{B_1H_2} = 2r_1 + a + b_2 \\ \overline{A_2H_2} = b_2, \quad \overline{A_2H_1} = a + b_1, \quad \overline{B_2H_2} = 2r_2 - b_2, \quad \overline{B_2H_1} = 2r_2 + a + b_1 \end{array} \right\} \quad (2.146)$$

ve

$$a = r_2 - r_1 - c = d - b_1 - b_2 \quad (2.147)$$

oldukları düşünülürse, yukarıdaki denklemlerin çözümünden, b_1 ve b_2 ,

$$b_1 = \frac{2r_1c - (r_1^2 - r_2^2) + c^2 + \sqrt{m}}{2c} \quad (2.148)$$

$$b_2 = \frac{2r_2c - (r_1^2 - r_2^2) + c^2 - \sqrt{m}}{2c} \quad (2.149)$$

olur. Burada m yerine

$$m = (c^2 - r_1^2 - r_2^2)^2 - 4r_1^2r_2^2 \quad (2.150)$$

konmuştur.

S_1 silindirinin V_1 potansiyeli de

$$V_1 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{b_1}{a+b_2} \quad (2.151)$$

ve S_2 silindirinin V_2 potansiyeli de

$$V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{a+b_1}{b_2} \quad (2.152)$$

olduğundan, U gerilimi

$$U = V_2 - V_1 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[\left(\frac{a+b_1}{b_2} \right) \left(\frac{a+b_2}{b_1} \right) \right] \quad (2.153)$$

veya r_1 , r_2 , c ve m cinsinden.

$$U = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[\frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right] \quad (2.154)$$

olur. Sistemin birim uzunluğa düşen kapasitesi de

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[\frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \quad (2.155)$$

dir. Elektrik alanı ise,

$$E_x = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{\rho+x} + \frac{1}{\rho-x} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2} \quad (2.156)$$

denkleminde $q/2\pi\epsilon$ yerine,

$$\frac{q}{2\pi\epsilon} = \frac{U}{\ln \left[\frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \quad (2.157)$$

konursa,

$$E_x = \frac{U}{\ln \left[\frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2} \quad (2.158)$$

olur. $x=\rho-b_1$ için $E_x=E_{\max}$ dir.

$$E_{\max} = \frac{\left[\frac{r_1^2 - r_2^2 + c^2 + 2rc}{r_1^2 - r_2^2 + c^2 - 2rc} \right]^{1/2}}{r_1 \cdot \ln \left[\frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot U \quad (2.159)$$

dir. Burada $(r_1+a)/r_1$ yerine p ve r_2/r_1 yerine q geometrik karakteristikleri konursa,

$$U = E_{\max} \cdot r_1 \left[\ln \frac{(1+q)^2 - (q-p)^2 + \sqrt{[q^2 + 1 - (p+q)^2]^2 - 4q^2}}{(1+q)^2 - (q-p)^2 - \sqrt{[q^2 + 1 - (p-q)^2]^2 - 4q^2}} \right] \cdot \left[\frac{1-q^2 + (q-p)^2 - 2(q-p)}{1-q^2 + (q-p)^2 - 2(q-p)} \right]^{1/2} \quad (2.160)$$

olur. Sistemin α eşdeğer açıklığı,

$$\alpha = r_1 \cdot \left[\frac{\ln \frac{(1+q)^2 - (q-p)^2 + \sqrt{[q^2 + 1 - (p-q)^2]^2 - 4q^2}}{(1+q)^2 - (q-p)^2 - \sqrt{[q^2 + 1 - (p-q)^2]^2 - 4q^2}}}{(1+q)^2 - (q-p)^2 + \sqrt{[q^2 + 1 - (p-q)^2]^2 - 4q^2}} \right]^{-1/2} \quad (2.161)$$

ve η faydalananma faktörü de,

$$\eta = \frac{\alpha}{a} = \frac{r_1}{a + r_1 - r_1} \left[\ln \frac{(1+q)^2 - (q-p)^2 + \sqrt{[q^2 + 1 - (p-q)^2]^2 - 4q^2}}{(1+q)^2 - (q-p)^2 - \sqrt{[q^2 + 1 - (p-q)^2]^2 - 4q^2}} \right]^{1/2} \quad (2.162)$$

$$\eta = \frac{1}{p-1} \left[\ln \frac{(1+q)^2 - (q-p)^2 + \sqrt{[q^2 + 1 - (p-q)^2]^2 - 4q^2}}{(1+q)^2 - (q-p)^2 - \sqrt{[q^2 + 1 - (p-q)^2]^2 - 4q^2}} \right]$$

olur. Çizelge 2.1'de küresel ve silindirsel elektrot sistemlerinin p ve q geometrik karakteristiklerine göre η faydalama faktörleri toplu olarak verilmiştir.

Cizelge 2.1. Küresel ve silindirsel elektrot sistemlerinde farklı p ve q değerleri için η faydalananma faktörü değerleri.

| Küresel Elektrot Sistemleri | | Silindirsel Elektrot Sistemleri | | | | | | | | | |
|-----------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|
| P |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |
| | $q=1$ | $q=\infty$ | $q=p$ | $q=1$ | $q=3$ | $q=5$ | $q=10$ | $q=\infty$ | $q=10$ | $q=20$ | $q=p$ |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 1,5 | 0,05 | 0,732 | 0,667 | 0,824 | 0,884 | 0,878 | 0,871 | 0,861 | 0,855 | 0,857 | 0,811 |
| 2 | 0,732 | 0,503 | 0,500 | 0,861 | 0,798 | 0,783 | 0,772 | 0,760 | 0,748 | 0,754 | 0,693 |
| 3 | 0,563 | 0,372 | 0,333 | 0,760 | 0,679 | 0,658 | 0,641 | 0,623 | 0,604 | 0,614 | 0,549 |
| 4 | 0,449 | 0,276 | 0,250 | 0,684 | 0,595 | 0,574 | 0,555 | 0,533 | 0,507 | 0,521 | 0,462 |
| 5 | 0,372 | 0,218 | 0,200 | 0,623 | 0,538 | 0,513 | 0,492 | 0,468 | 0,439 | 0,454 | 0,402 |
| 6 | 0,318 | 0,178 | 0,167 | 0,574 | 0,488 | 0,469 | 0,450 | 0,419 | 0,386 | 0,404 | 0,358 |
| 7 | 0,276 | 0,152 | 0,143 | 0,533 | 0,454 | 0,430 | 0,408 | 0,380 | 0,344 | 0,364 | 0,32 |
| 8 | 0,244 | 0,133 | 0,125 | 0,497 | 0,420 | 0,401 | 0,377 | 0,349 | 0,310 | 0,331 | 0,29 |
| 9 | 0,218 | 0,117 | 0,111 | 0,468 | 0,394 | 0,375 | 0,352 | 0,323 | 0,280 | 0,304 | 0,275 |
| 10 | 0,197 | 0,105 | 0,100 | 0,442 | 0,375 | 0,352 | 0,330 | 0,301 | 0,256 | 0,281 | 0,256 |
| 15 | 0,133 | | | 0,349 | 0,296 | 0,277 | 0,257 | 0,288 | | 0,204 | 0,193 |
| 20 | | | | 0,291 | 0,248 | 0,232 | 0,214 | 0,186 | | 0,158 | 0,158 |

3

BAZI ELEKTROT SİSTEMLERİNDE MAKSİMUM ELEKTRİK ALANININ YAKLAŞIK OLARAK HESABI

Uygulamada bazı durumlarda ve özellikle küresel ve silindirsel sistemlerde veya bu türden olup da, uzun hesap işlemlerini gerektiren daha karışık elektrot sistemlerinde, maksimum elektrik alanının bulunmasında kesin hesap işlemlerine göre daha basit ve kolay olan yaklaşık hesap yöntemi kullanılır.

Yaklaşık hesap yönteminde ele alınan küresel veya silindirsel elektrot sistemleri, kendi türlerinden olan en basit elektrot sistemlerine ve örneğin eşmerkezli küresel veya eşkesenli silindirsel sisteme dönüştürülür ve söz konusu sistemlerin E_{max} alan şiddetleri, bu basit elektrot sistemlerine ilişkin bağıntılar kullanılarak ve ortalama bir k düzeltme faktörü göz önüne alınarak yaklaşık olarak bulunabilir. Ele alınan elektrot sisteminin basit elektrot sistemine dönüştürülmesinde aşağıdaki üç ilke göz önünde tutulur:

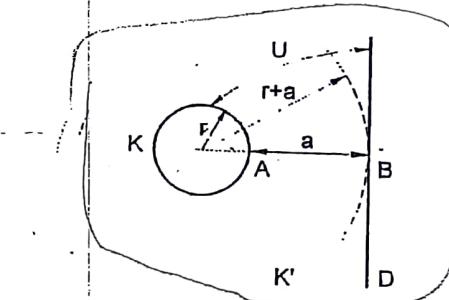
1. Söz konusu elektrot sistemlerinde maksimum alan şiddetinin bulunduğu nokta, genel olarak iki elektrot arasında en dar bölgededir.
2. Maksimum alan şiddeti, yarıçapı küçük olan elektrot üzerindedir.
3. Maksimum alan şiddeti, karşı elektrodun yarıçapına az bağlıdır. Bu bağlılık-elektrotlar arası açıklık büyündükçe azalır.

Aşağıda bu esaslara göre bazı elektrot sistemlerinde E_{max} 'in yaklaşık olarak hesabı gösterilecektir.

3.1. Küresel Sistem

3.1.1. Küre-Düzlem Elektrot Sistemi

Şekil 3.1'de verilen küre-düzlem elektrot sisteminde, E_{max} , iki elektrot arasında en dar bölgede ve eğrilik yarıçapı küçük olan elektrot üzerindedir. Buna göre E_{max} 'in her iki elektroda dik olan AB doğrusunun küreyi kestiği A noktasında olacağı kolayca anlaşılabilir. Diğer



Şekil 3.1. Küre-düzlem elektrot sistemi.

Taraftan, E_{max} 'in karşı elektrodun eğrilik yarıçapına az bağlı olması, verilen sistemde D düzleme yerine, bu düzleme B noktasında teget olan ($r+a$) yarıçaplı eşmerkezli K' küresinin karşı elektrot olarak alınabileceğini gösterir. Burada karşı elektrot olarak düzleme yerine kürenin alınması, alan şeklinde diğer bir deyimle, kuvvet çizgileri dağılımında belirli bir değişikliğe sebep olacaktır. Fakat, alanın her noktasında meydana gelecek alan değişikliğinin aynı olmayacağı ve özellikle AB doğru parçası üzerinde meydana gelen değişikliğin diğer noktalara göre çok daha küçük olacağı açıkları.

Aşağıdaki hesap sonuçlarından da anlaşılabileceği üzere, A noktasında meydana gelen değişiklik az da olsa bir miktar büyümeye şeklinde kendini gösterir.

Eşmerkezli küresel elektrot sisteminde

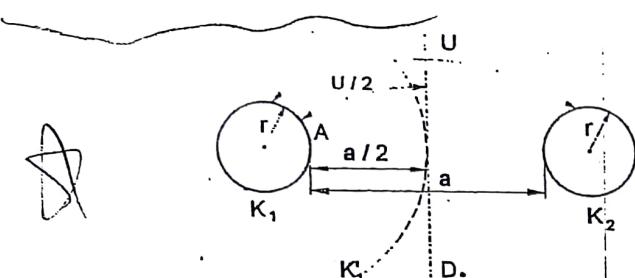
$$E_{max} = \frac{U}{a} \cdot \frac{r+a}{r} \quad \text{ve} \quad \eta = \frac{r}{r+a} = \frac{l}{p} = \frac{r_1}{r_2} \quad (3.1)$$

olduğundan $k(l)$ bir düzeltme faktörü olmak üzere, küre-düzlem elektrot sisteminde maksimum elektrik alanı ve faydalama faktörü.

$$E_{max} = k \cdot \frac{U}{a} \cdot \frac{r+a}{r} \quad \text{ve} \quad \eta' = \frac{l}{k} \cdot \frac{r}{r+a} = \frac{\eta}{k} \quad (3.2)$$

olur. Burada k düzeltme faktörünün kesin değerleri 0,88-0,97 arasında değişmektedir. Ortalama bir değer olarak $k \approx 0,9$ alınabilir.

3.1.2. Küre-Küre Elektrot Sistemi



Sekil 3.2. Küre-küre elektrot sistemi.

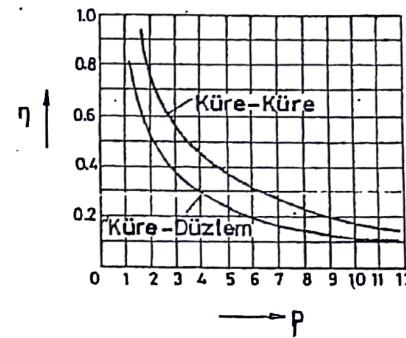
Sekil 3.2'de görüldüğü üzere, yarıçapları eşit, simetrik düzende bir küre-küre sisteminin maksimum alan şiddeti ve faydalananma faktörünün yaklaşık değerleri de aynı şekilde ortalama bir düzeltme faktörü kabul edilmek suretiyle eşmerkezli küresel sistemin bağıntılarından gidilerek bulunabilir. Bunun için önce kürelerin D simetri düzlemi çizilir. Böylece problem elektrotlar arası açılılığı $a/2$ ve elektrotlara uygulanan gerilimi $U/2$ olan küre-düzlem elektrot sistemine indirgenmiş olur. Bundan sonra D düzlem elektrodu yarıçapı $[r+(a/2)]$ olan K_1 küresi alınarak A noktasındaki maksimum elektrik alanı bulunur. Küre-küre sistemine geçiş küre-düzlem sistemi yardımıyla yapıldığından burada da aynı şekilde ortalama düzeltme faktörü olarak $k=0,9$ değeri alınabilir.

Böylece küre-küre sisteminde maksimum elektrik alanı ve faydalananma faktörü

$$E_{\max} = k \cdot \frac{U}{a} \cdot \frac{r + \frac{a}{2}}{r} \quad \text{ve} \quad \eta' = \frac{1}{k} \cdot \frac{2\eta}{\eta + 1} \quad (3.3)$$

olar. Burada $k \approx 0.9$ ve $\eta = \frac{r}{r+a}$ dırular.

Sekil 3.3'de küre-düzlem ve küre-küre sistemlerinin faydalananma faktörlerinin kesin değerleri eğriler halinde gösterilmiştir. Aradaki fark küçük olduğundan, yaklaşık değerler gösterilmemiştir.

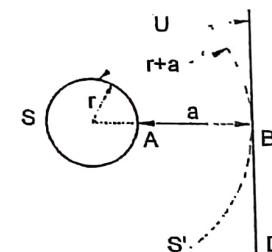


Sekil 3.3.

3.2. Paralel Silindirsel Sistem

3.2.1. Silindir-Düzlem Elektrot Sistemi

Küresel sisteme uygulanan yaklaşık hesap yöntemi burada da aynen uygulanabilir. Birinci ve ikinci ilkelere göre E_{\max} elektrik alanı A noktasındadır (Sekil 3.4). Üçüncü ilkeye göre de D düzlemi yerine yarıçapı $r+a$ olan S' silindiri alınırsa E_{\max} elektrik alanının değeri çok az değişir.



Sekil 3.4. Silindir-düzlem elektrot sistemi.

Eşekslenli silindirsel elektrot sisteminde,

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (3.4)$$

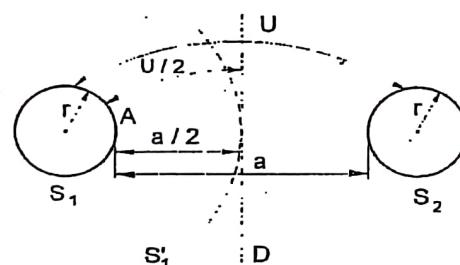
olduğundan, silindir-düzlem elektrot sisteminde maksimum alan.

$$E_{\max} = k \cdot \frac{U}{r \cdot \ln \frac{r+a}{r}} \quad (3.5)$$

olar. Burada da k düzeltme faktörünün kesin değerleri 0,85 ile 0,94 arasında değişmektedir. Ortalama bir değer olarak $k=0,9$ alınabilir.

3.2.2. Silindir-Silindir Elektrot Sistemi

Şekil 3.5'de görüldüğü gibi, yarıçapları eşit silindir-silindir sisteminin maksimum elektrik alanı ve faydalananma faktörü, küre-küre sisteminde olduğu gibi, ortalamaya bir düzeltme faktörü kabul edilmek suretiyle, eşeksenli silindirsel sistemin bağıntılarından giderek bulunabilir. Böylece problem, elektrotlar arası açılığı $a/2$ ve elektrotlarına uygulanan gerilimi $U/2$ olan silindir-düzlem elektrot sistemine indirgenmiş olur. Bundan sonra düzlem elektrot yerine yarıçapı $[r+(a/2)]$ olan S'_1 silindiri alınarak A noktasındaki maksimum elektrik alanı bulunur.



Şekil 3.5. Silindir-silindir elektrot sistemi.

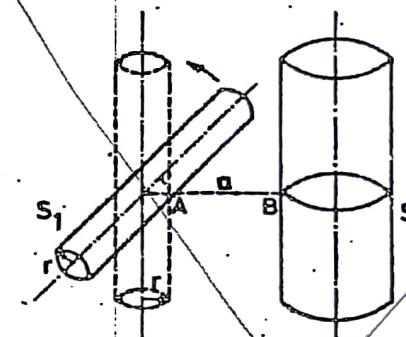
Silindir-silindir sisteminde maksimum elektrik alanı,

$$E_{\max} = k \cdot \frac{U}{2r \ln \frac{r+\frac{a}{2}}{r}} \quad (3.6)$$

olar. k düzeltme faktörü için ortalama bir değer olarak $k=0,9$ alınabilir.

3.3. Çapraz İki Silindir

Şekil 3.6'da verilen ve yarıçapları farklı olan S_1 , S_2 gibi çapraz iki silindirden oluşan sisteminde, maksimum elektrik alanının yaklaşık değeri,

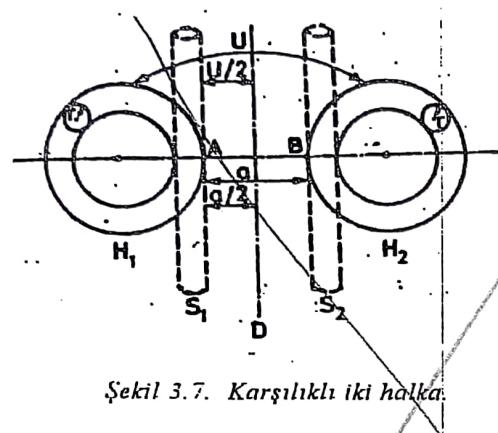


Şekil 3.6. Çapraz iki silindir.

söz konusu sistemi paralel iki silindir sisteme dönüştürmek ve bu sisteme ait yukarıda verilen bağıntıları kullanmak suretiyle bulunabilir. Bunun için silindirlerden birinin, her iki silindire dik AB eksenin etrafında döndürülecek diğer silindir ile paralel duruma getirildiği düşünülür. Bu durumda AB eksenin üzerinde yarıçapı küçük olan silindirin A noktasında kuvvet çizgileri yoğunluğunda ve dolayısıyla maksimum alan şiddetinde büyük bir değişikliğin meydana gelmediği kabul edilebilir. Buna göre, maksimum alan şiddetinin yaklaşık değeri için, paralel silindir-silindir sistemindeki bağıntılar kullanılabilir ve düzeltme faktörü için de aynı şekilde $k=0,9$ alınabilir.

3.4. Karşılıklı İki Halka

Şekil 3.7'de gösterilen dairesel kesilli karşılıklı iki halkadan oluşan sisteminde, E_{\max} , aynı şekilde paralel iki silindir sistemi için bulunan bağıntılar yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanabilir. Halkaların, şekilde gösterildiği gibi, kesilerek paralel iki silindir durumuna geldiğini düşünelim. Bu durumda alan şekli biraz değişir. Fakat bu değişiklik, AB doğrultusunda halka üzerinde A noktasında, alan çizgileri yoğunluğunda ve dolayısıyla maksimum alan şiddetinde, silindir - düzlem sisteminde düzlem yerine silindirin alınması durumunda meydana gelen değişikliğin



Şekil 3.7. Karşılıklı iki halka.

tersine olarak, küçülme şeklinde kendini gösterecektir. Zit yönde olan bu iki değişikliğin yaklaşık olarak birbirine eşit olacağı kabul edilebilir. Yani karşılıklı iki halkadan paralel iki silindire geçildiğinde k_1 düzeltme faktörü 1'den büyük, paralel iki silindirden de eşeksenli silindirsel sisteme geçildiğinde k_2 düzeltme faktörü 1'den küçüktür. Bu ikisinin çarpımı $k_1 \cdot k_2 = 1$ kabul edilebilir. Böylece maksimum elektrik alanı,

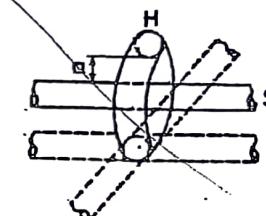
$$E_{\max} = \frac{U}{r + \frac{a}{2}} \cdot \frac{2r \ln \frac{r+a}{r}}{r} \quad (3.7)$$

olar.

3.5. İç İçe Halka-Silindir

Şekil 3.8'de verilen dairesel kesitli bir halka ile bu halkanın ekseninden geçen bir silindirden oluşan sistemde, E_{\max} aynı şekilde paralel iki silindir sisteme ait bağıntılar yardımcı olarak bulunabilir. Bunun için de halkanın kesilerek, ilk önce çapraz iki silindir durumuna ve daha sonra silindirlerden birinin eksemi etrafında döndürülmesi suretiyle. söz konusu sistemin paralel iki silindir durumuna getirildiği düşünülür. Burada halkanın silindir durumuna getirilmesinde E_{\max} da meydana gelen

değişiklik, halka-halka sisteminde olduğu gibi, aynı şekilde bir küçülme olacağınından, düzeltme faktörünün değeri için aynı şekilde $k_1 \cdot k_2 = 1$ alınır.

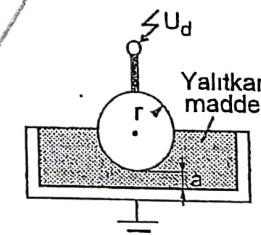


Şekil 3.8. İç içe halka-silindir.

Sayısal Örnek:

Bir yalıtkan maddenin delinme dayanımını tayin etmek üzere küre-düzlem elektrot sistemiyle 6 numune üzerinde yapılan deney sonuçları aşağıda verilmiştir. (Şekil 3.9). Küre elektrodun yarıçapı $r=10$ mm'dir. Yalıtkan maddenin ortalama ve en küçük delinme dayanımlarını hesaplayınız.

| a (mm) | 4,5 | 5,1 | 4,8 | 5,5 | 5,0 | 4,7 |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| U_d (kV) | 75 | 86 | 82 | 85 | 81 | 75 |



Şekil 3.9. Küre-düzlem elektrot sistemi ile delinme dayanımı tayini.

Yanıt:

Küre-düzlem elektrot sisteminde,

$$E_{\max} = 0.9 \frac{U}{a} \cdot \frac{r+a}{r}$$

dir. E_{\max} yerine E_d ve U yerine de U_d konursa.

$$E_d = 0.9 \frac{U_d}{a} \cdot \frac{r+a}{r} = \beta \cdot U_d$$

olur. Burada β

$$\beta = 0.9 \frac{r+a}{a \cdot r}$$

konmuştur. $r=10$ mm ve a ile U_d yerine dc çizilgedeki değerleri konursa. E_d için Çizelge 3.1'de gösterilen değerler bulunur.

Cizelge 3.1. Hesap sonuçları

| a (mm) | 4,5 | 5,1 | 4,8 | 5,5 | 5,0 | 4,7 |
|----------------|------|------|------|------|------|------|
| β (1/cm) | 2,90 | 2,66 | 2,77 | 2,54 | 2,70 | 2,82 |
| E_d (kV/cm) | 217 | 228 | 227 | 216 | 218 | 212 |

Buna göre, yalıtkan maddenin ortalama delinme dayanımı

$$(E_d)_{\text{ort}} = \frac{1}{6} (217 + 228 + 227 + 216 + 218 + 212) = 219,6 \text{ kV/cm}$$

ve minimum delinme dayanımı da

$$(E_d)_{\min} = 212 \text{ kV/cm}$$

olur.

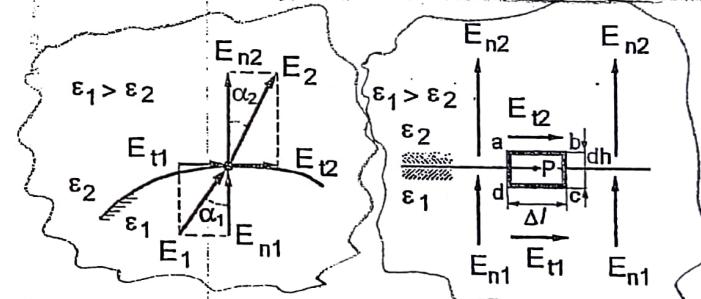
4

TABAKALI ELEKTROT SİSTEMLERİ

Burada iki ve çok tabaklı düzlemsel ve silindirsel elektrot sistemleri incelenecaktır.

4.1. Sınır Yüzeyde Kırılma

Dielektrik katsayıları farklı olan izotrop homojen iki yalıtkan ortamı ayıran sınır yüzeyde \vec{E} ve \vec{D} alan çizgileri kırılır. Kırılma olayı kırılma açıları ile dielektrik katsayıları arasında belirli bir bağıntıya göre olur.



Şekil 4.1. Sınır yüzeyde elektrik alan çizgilerinin kırılması.

Sekil 4.1'de görüldüğü üzere, dielektrik katsayıları ϵ_1 ve ϵ_2 olan iki yalıtkan ortamı ayıran sınır yüzeyde, herhangi bir P noktasında ortamlardaki \vec{E}_1 ve \vec{E}_2 elektrik alanı vektörlerinin sınır yüzeye dik normalle yaptıkları açılar α_1 ve α_2 ile teget ve normaldeki bileşenler t ve n indisleri ile gösterilsin ve $\epsilon_1 > \epsilon_2$ kabul edilsin. P noktası etrafında bu noktayı içine alan ve tabanı Δl , yüksekliği dh olan abcd dikdörtgenine $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ denklemi uygulanırsa,

$$E_{t2} \cdot \Delta l - E_{n2} \cdot \frac{dh}{2} - E_{n1} \cdot \frac{dh}{2} - E_{t1} \cdot \Delta l + E_{n1} \cdot \frac{dh}{2} + E_{n2} \cdot \frac{dh}{2} = 0$$

eşitliğinden

$$E_{t1} = E_{t2}$$

(4.1)

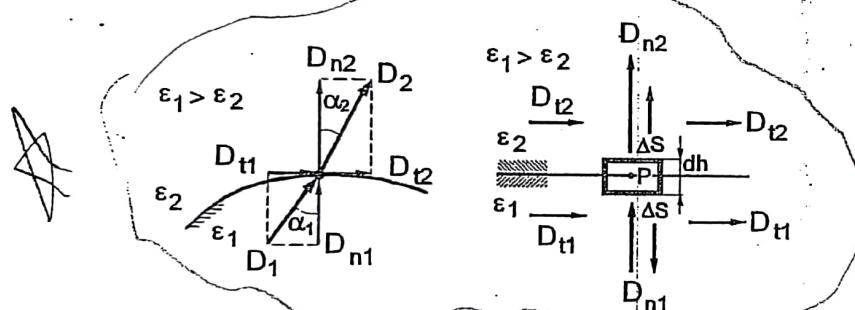
bağıntısı ve $\bar{D} = \epsilon \bar{E}$ bağıntısı yardımıyla de

$$\frac{D_{t1}}{D_{t2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

(4.2)

bağıntısı elde edilir. Birinci bağıntı, sınır yüzeyde alan şiddeti vektörlerinin tegetsel bileşenlerinin birbirine eşit olduğunu ve ikinci bağıntı ise, deplasman vektörlerinin tegetsel bileşenlerinin dielektrik katsayıları ile doğru orantılı olduğunu gösterir.

Şekil 4.2'de ise, aynı noktada deplasman vektörlerinin kırılması ele alınmıştır.



Şekil 4.2. Sınır yüzeyde deplasman çizgilerinin kırılması.

Sınır yüzeyde P noktasını içine alan ve bu yüzeye dik olarak dh yüksekliğinde ve ΔS taban alanında küçük bir silindir hacim elemanı ele alınınsın. Sınır yüzeyde serbest yükler bulunmadığına göre bu silindire

$\oint \bar{D} \cdot d\bar{S} = 0$ denklemi uygulanabilir. Buradan,

$$D_{n1} = D_{n2}$$

(4.3)

bağıntısı ve $D_{n1} = \epsilon_1 \cdot E_{n1}$ ve $D_{n2} = \epsilon_2 \cdot E_{n2}$ olduğu gözönünde tutulursa,

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

(4.4)

bağıntısı elde edilir. Birinci bağıntı; sınır yüzeyde deplasman vektörlerinin dik bileşenlerinin birbirine eşit olduğunu ve ikinci bağıntı ise alan şiddeti vektörlerinin dik bileşenlerinin ortamların dielektrik katsayıları ile ters orantılı olduğunu gösterir.

Yukarıda bulunan dört bağıntı yardımıyla, kırılma açıları ile dielektrik katsayıları arasındaki bağıntı bulunur.

$$E_{t1} = E_{t2} \text{ den}$$

$$E_1 \cdot \sin \alpha_1 = E_2 \cdot \sin \alpha_2$$

denklemi ve $D_{n1} = D_{n2}$ den de

$$D_1 \cdot \cos \alpha_1 = D_2 \cdot \cos \alpha_2$$

denklemi yazıldıkten sonra $D_1 = \epsilon_1 \cdot E_1$ ve $D_2 = \epsilon_2 \cdot E_2$ eşitlikleri gözönünde tutulursa,

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

(4.5)

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntı izotrop, homojen iki dielektrik ortamı ayıran sınır yüzeyde E ve D alan çizgilerinin, bu koşulu gerçekleştirecek şekilde aynı açı altında kırıldıklarını gösterir.

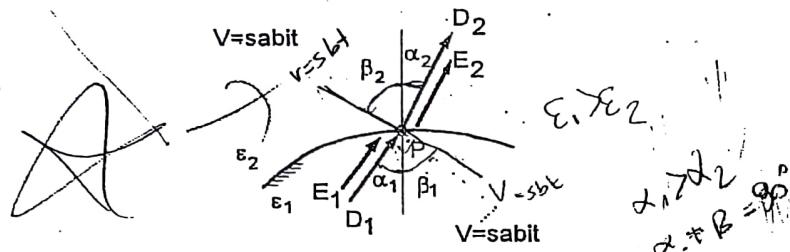
Alan ve eşpotansiyel çizgilerinin birbirleriyle dik kesişikleri gözönüne alınırsa Şekil 4.3'de görüldüğü gibi, bu bağıntı yardımıyla, aynı zamanda sınır yüzeylerde V=sabit eşpotansiyel yüzeylerin veya diğer bir deyimle eşpotansiyel çizgilerin kırılma koşulunu veren

$$\frac{\tan \beta_1}{\tan \beta_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

(4.6)

bağıntısı elde edilir. Şekil 4.3'de alan ve eşpotansiyel çizgilerin sınır yüzeydeki kırılması gösterilmiştir. Şekilden de kolayca görüleceği üzere, yukarıdaki bağıntılar, alan vektörünün, dielektrik katsayı kucuk olan

ortamda, normal doğrultu ile daha küçük bir açı yapacak şekilde kırılığını gösterir.



Şekil 4.3. Alan ve eşpotansiyel çizgilerin sınır yüzeyde kırılması.

Yukarıdaki denklemler yardımcı olarak ortamlardaki elektrik alan ve depolarmanın vektörlerinin mutlak değerleri için,

$$E_2 = \sqrt{E_{12}^2 + E_{n2}^2} = \sqrt{E_{11}^2 + \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\right)^2 E_{n1}^2} = E_1 \sqrt{\sin^2 \alpha_1 + \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\right)^2 \cos^2 \alpha_1} \quad (4.7)$$

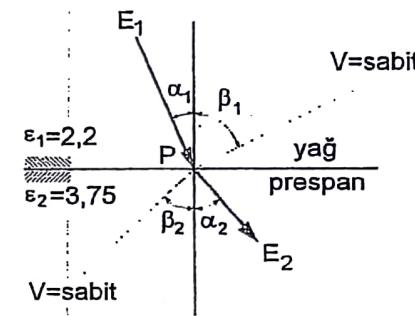
$$D_2 = \sqrt{D_{12}^2 + D_{n2}^2} = \sqrt{D_{11}^2 + \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\right)^2 D_{n1}^2} = D_1 \sqrt{\left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\right)^2 \sin^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_1} \quad (4.8)$$

bağıntıları bulunur.

Sayısal Örnek:

Bağıl dielektrik katsayıları $\epsilon_1=2,2$ ve $\epsilon_2=3,75$ olan transformator yağı ve prespan'dan oluşan yalıtkan bir ortamda, elektrik alanı, transformator yağı içinden prespana sınır yüzeyinin normaline göre $\alpha_1=30^\circ$ lik bir açı ile girmektedir (Şekil 4.4).

- β_1 ve β_2 sınır yüzeyinin normali ile eşpotansiyel çizgiler arasındaki açılarını gösterdigine göre α_2 , β_1 ve β_2 açılarını bulunuz.
- $E_1=250$ kV/cm olduğuna göre, E_2 elektrik alanının değerini hesaplayınız.



Şekil 4.4.

Yanıt:

a) $\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$ denkleminden

$$\tan \alpha_2 = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot \tan \alpha_1 = \frac{3,75}{2,2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{3,75}{2,2} \cdot 0,577 = 0,982 \approx 1$$

$\alpha_2=44^\circ 30' \approx 45^\circ$ olur. Dolayısıyla $\beta_1=60^\circ$ ve $\beta_2=45^\circ$ dir.

b) $E_2 = E_1 \sqrt{\sin^2 \alpha_1 + \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\right)^2 \cos^2 \alpha_1}$ denkleminden,

$$E_2 = 250 \sqrt{(0,5)^2 + \left(\frac{2,2}{3,75}\right)^2 \cdot (0,867)^2} = 250 \sqrt{0,25 + 0,26} = 250 \sqrt{0,51}$$

$$E_2 = 178 \text{ kV/cm}$$

bulunur.

4.2. Tabakalı Düzlemsel Elektrot Sistemi

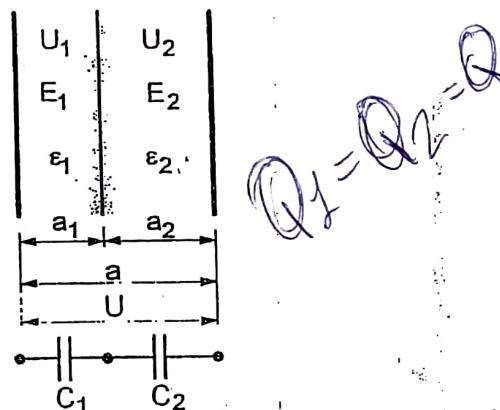
Burada önce iki tabakalı, sonra da çok tabakalı düzlemsel sistemler incelenecaktır.

4.2.1. İki Tabakalı Sistem

İki tabakalı sistem, çok tabakalı sistemin özel bir durumudur. Çok tabakalı sisteme ilişkin bağıntılardan, iki tabakalı sisteme kolaylıkla geçilebilir. Fakat, delinme olayları hakkında bir fikir vermek amacıyla, iki tabakalı sistem, ayrı olarak ele alınacaktır. Diğer taraftan, söz konusu sisteme yalıtkan tabakalar, ya üst üste (seri düzen), veya yan yana (paralel düzen) veya eğik düzende olmak üzere üç şekilde yerleştirilmiş olabilir. Bu düzenlerin delinme bakımından özellikleri, birbirinden farklı olduğundan bu düzenler de aşağıda ayrı ayrı ele alınacaktır.

4.2.1.1. Seri Düzen

Şekil 4.5'de verilen ve dielektrik katsayıları ϵ_1 , ϵ_2 ve tabaka kalınlıkları a_1 , a_2 olan iki yalıtkan tabakadan oluşan sisteme elektrotlar arasında uygulanan gerilim U ve elektrot açılığı a olduğuna göre, söz konusu sisteme tabakalara düşen U_1 , U_2 gerilimleri ile tabakalardaki E_1 , E_2 alan siddetleri bulunacak ve sistem zorlantı ve delinme bakımından incelencektir.



Şekil 4.5. İki tabakalı seri düzen.

Tabakaların kapasiteleri C_1 , C_2 ile gösterilirse, sistemin eşdeğer kapasitesi:

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$



(4.9)

olur. Burada C_1 ve C_2 yerine

$$C_1 = \frac{\epsilon_1 \cdot S}{a_1} \quad \text{ve} \quad C_2 = \frac{\epsilon_2 \cdot S}{a_2}$$

konursa C kapasitesi

$$C = \frac{S}{\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2}}$$

(4.10)

olur. Seri düzende bir elektrodun elektrik yükü Q ise

$$Q = C \cdot U = C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2$$

(4.12)

olduğundan tabakalardaki gerilimler

$$U_1 = \frac{C}{C_1} \cdot U = \frac{a_1}{\epsilon_1} \cdot \frac{U}{\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2}} = \frac{a_1}{a_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot a_2} \cdot U$$

(4.13)

$$U_2 = \frac{C}{C_2} \cdot U = \frac{a_2}{\epsilon_2} \cdot \frac{U}{\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2}} = \frac{a_2}{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot a_1 + a_2} \cdot U$$

(4.14)

olur. E_1 ve E_2 elektrik alanları da $E_1 = U_1/a_1$ ve $E_2 = U_2/a_2$ denklemleri yardımıyla bulunur.

170 KV
7

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{U}{a_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot a_2} = \frac{U_{ive}}{a_1} \\ E_2 &= \frac{U}{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot a_1 + a_2} = \frac{U_L}{a_2} \end{aligned} \quad (4.15)$$

dir. Tabakaların elektrik alanları ve dolayısıyle zorlanmalar, $E_1/E_2 = \epsilon_2/\epsilon_1$ bağıntısına göre, yalıtkan tabakaların dielektrik katsayıları ile ters orantılıdır. Dielektrik katsayısi küçük olan ortamda zorlanma ϵ_2/ϵ_1 oranında büyük değerler alır. Bazı durumlarda bu zorlanma, yalıtkan ortamda boşalma olaylarının meydana gelmesine ve dolayısıyle sistemin delinmesine sebep olabilir. Yukarıdaki denklemlerden de görüleceği üzere tabakaların zorlanmalar, sabit gerilimde tabakaların dielektrik katsayılarından başka bir de tabakaların kalınlığına bağlıdır.

Şekil 4.6'da tabaka kalınlıkları oranı $a_1/a_2=1/2$, dielektrik katsayılarının oranı $\epsilon_1/\epsilon_2=1/3$ ve eleketrotlar arası gerilimi $U=100$ kV olan iki tabakalı bir sistemde, tabakaların potansiyel değişimleri ve eşpotansiyel çizgiler, potansiyel farkı $\Delta V=\pm 10\%$. U=sabit olacak şekilde çizilmiştir.

Özel Durumlar:

Burada ϵ_1/ϵ_2 olmak koşuluyla, biri $a_1 \ll a_2$ ve diğerinin $a_2 \ll a_1$ olmak üzere iki ucuz durum söz konusudur.

1) $\epsilon_1 < \epsilon_2$ ve $a_1 \ll a_2$ durumu

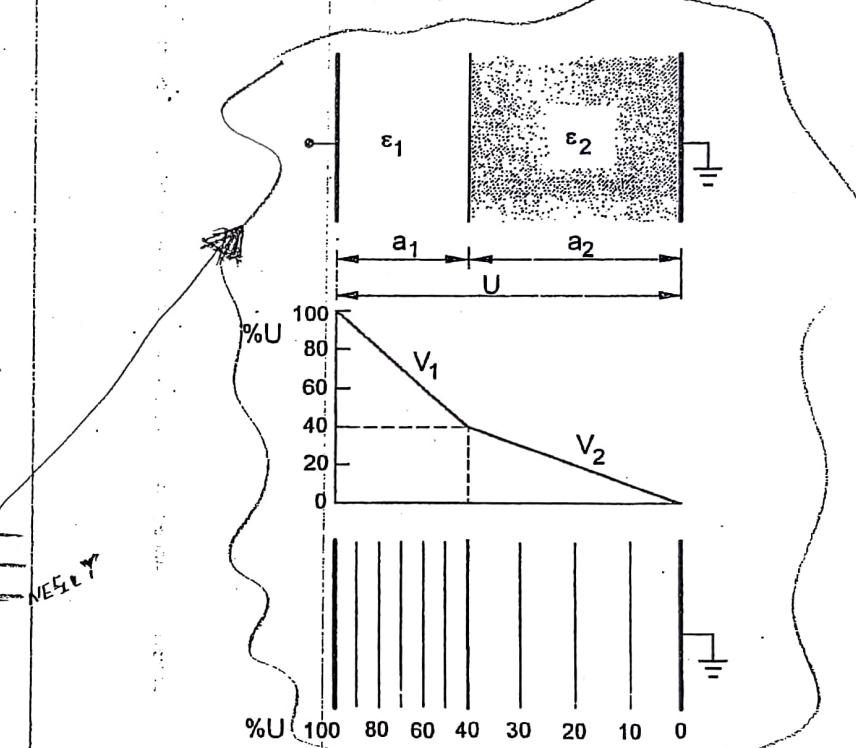
Bu durumda E_1 elektrik alanı,

$$E_1 \equiv \frac{U}{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot a_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot \frac{U}{a_2} \equiv \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot \frac{U}{a} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot E \quad (4.16)$$

ve E_2 elektrik alanı da

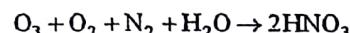
$$E_2 \equiv \frac{U}{a_2} = \frac{U}{a} \equiv E \quad (4.17)$$

olur. Görüldüğü gibi bu durumda $E_1 > E_2$ dir. Eğer dielektrik katsayısi küçük



Şekil 4.6. İki tabakalı sistemde tabakaların potansiyel değişimleri ve eşpotansiyel çizgiler.
 $a_1/a_2=1/2$, $\epsilon_1/\epsilon_2=1/3$, $U=100$ kV.

olan yalıtkan tabaka çok ince ise, bu tabakadaki elektrik alanı bir tabaka durumundaki elektrik alanından (ϵ_2/ϵ_1) kadar daha büyük olur. Genel olarak dielektrik katsayısi büyük olan bir yalıtkan maddenin delinme dayanımı da büyüktür. Örneğin havanın bağıl dielektrik katsayısı 1, delinme dayanımı 30 kV/cm iken, porselenin bağıl dielektrik katsayısı 5 ve delinme dayanımı da 250 kV/cm'dir. Bu yüzden havada aralığında, porselenin delinme geriliminin çok altında daşı boşalma olayı başlayabilir. Şüphesiz bu da zamanla yalıtkan maddenin kullanılmaz duruma gelmesine sebep olur. Çünkü havada aralığında boşalma olayı başlayınca ozon gazi (O_3) çıkar; bu da havada bulunan oksijen, azot ve su buharı ile birleşerek nitrik asit meydana getirir.



(4.18)

Nitrik asit de birçok madenleri, organik yalıtkan maddeleri ve özellikle kağıt ve benzeri tür yalıtkan maddeleri tıkanır eder. Bu yalıtkan maddeler zamanla da toz haline gelerek mekanik ve elektriksel özelliklerini kaybeder.

Boşalma olaylarının bu etkisini ortadan kaldırmak için, ya bazı önlemlere başvurulmak suretiyle boşalma olaylarının önlenmesine çalışılır veya bazı durumlarda boşalma olaylarının kimyasal ve ışıl etkilerine dayanıklı yalıtkan maddeler kullanılır. Mika ve mikanit türleri ve porselen gibi yalıtkan maddeler boşalma olaylarına karşı dayanıklıdır. Bu nedenle, bazı yüksek gerilim aygıtlarında ve özellikle yüksek gerilim生成器lerinde sargı oluklarında, mikanit ve türleri gibi yalıtkan maddelerin kullanılması yoluna gidilmektedir.

Yukarıdaki açıklamalardan da anlaşılacağı üzere, hava ile birlikte bulunan yalıtkan maddenin dielektrik katsayısı ne kadar büyük olursa, hava tabakasındaki zorlanma ve dolayısıyla boşalma olayının meydana gelmesi olasılığı da o oranda büyük olur. Bu nedenle, boşalma olaylarını önleyebilmek amacıyla, bazı durumlarda yalıtkan maddesi olarak dielektrik katsayıları küçük olan katı yalıtkan maddeler seçilebilir.

(2) $\epsilon_1 < \epsilon_2$ ve $a_2 < a_1 \approx a$ durumu

Bu durumda E_1 elektrik alanı,

$$E_1 \equiv \frac{U}{a_1} \equiv \frac{U}{a} = E \quad (4.19)$$

ve E_2 elektrik alanı da

$$E_2 \equiv \frac{U}{a_1 \cdot \epsilon_2} = E \cdot \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (4.20)$$

olur. Görüldüğün ki, bu durumda da genel $E_1 > E_2$ dir. Fakat bu durumun uygulama bakımından bir önemi yoktur. Çünkü dielektrik katsayısı büyük olan katı yalıtkan maddenin elektrik alanı küçüklemektedir. Oysa bu madde daha büyük elektrik alanlarına dayanabilir.

Sayısal Örnek:

Hava ve pertinakstan oluşan ve elektrot açılığı $a=5$ cm olan iki tabaklı paralel düzlemsel elektrot sisteminde yalıtkan tabakaların dielektrik katsayıları, kalınlıkları ve ortalama delinme dayanımları,

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= 1 \text{ (Hava)} & a_1 &= 3 \text{ cm} & E_{d1} &= 30 \text{ kV/cm} \\ \epsilon_2 &= 4 \text{ (Pertinaks)} & a_2 &= 2 \text{ cm} & E_{d2} &= 100 \text{ kV/cm} \end{aligned}$$

verildiğine ve elektrotlara $U=100$ kV uygulandığına göre,

- Tabakalardaki zorlanmaları (elektrik alan şiddetlerini) ve gerilimleri,
- Hava tabakasının etkisini görmek amacıyla $a_1=0,1$ cm için tabakaların zorlanmaları ve gerilimleri hesaplayınız.

Yanıt:

$$a) E_1 = \frac{U}{a_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot a_2} = \frac{100}{3 + \frac{1}{4} \cdot 2} = 28,57 \text{ kV/cm}$$

$$U_1 = E_1 \cdot a_1 = 28,57 \cdot 3 = 85,71 \text{ kV}$$

$$E_2 = \frac{U}{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot a_1 + a_2} = \frac{100}{\frac{4}{1} \cdot 3 + 2} = 7,14 \text{ kV/cm}$$

$$U_2 = E_2 \cdot a_2 = 7,14 \cdot 2 = 14,19 \text{ kV}$$

değerleri bulunur. Burada her iki tabakadaki zorlanma, bu tabakaların delinme dayanımlarından küçük olduğundan, tabakalarda delinme olayı meydana gelmez.

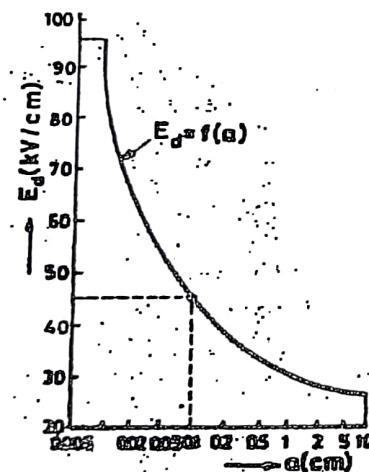
$$b) E_1 = \frac{U}{a_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot a_2} = \frac{100}{0,1 + \frac{1}{4} \cdot 4,9} = 75,5 \text{ kV/cm}$$

$$U_1 = E_1 \cdot a_1 = 75,5 \cdot 0,1 = 7,55 \text{ kV}$$

$$E_2 = \frac{U}{\frac{\epsilon_2 \cdot a_1 + a_2}{a}} = \frac{100}{\frac{4 \cdot 0,1 + 4,9}{1}} = 18,9 \text{ kV/cm}$$

$$U_2 = E_2 \cdot a_2 = 18,9 \cdot 4,9 = 92,45 \text{ kV}$$

değerleri bulunur. Katı yalıtkan maddede $E_2 < E_{d2}$ olduğundan, bu tabakada delinme meydana gelmez. Buna karşılık hava tabakasındaki zorlanma, havanın ortalama delinme dayanımından büyük ($E_1 E_{d1}$) olduğundan bu tabakada bir delinmenin meydana geleceği söylenebilir. Ancak gerçek durumun tam olarak belirlenmesi bakımından, bu tabakadaki delinme koşulunun yerine getirilmesinde ortalama değer havanın $a_1=0,1$ cm kalınlığındaki gerçek delinme dayanımının esas alınması daha doğru olur.



Şekil 4.7. Havanın $E_d=f(a)$ eğrisi.

Şekil 4.7'de düzgün alanda havanın normal koşullarda delinme dayanımının elekrot açıklığına bağlı değişimi verilmiştir. Buna göre $a_1=0,1$ cm için havanın delinme dayanımı $E_d \approx 45 \text{ kV/cm}$ dir. Hava tabakasındaki zorlanma, bu değerden büyük olduğundan bu tabakada delinme meydana gelir. Böylece hava tabakası kısa devre olmuş olur. Bu durumda elekrotlar arası

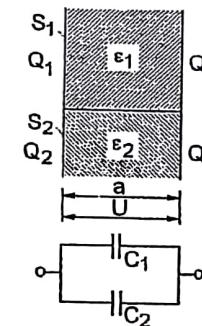
gerilimin tamamı katı yalıtkan maddeye uygulanmış olur. Bu yeni durumda katı yalıtkan tabakadaki zorlanma,

$$E_2 = \frac{U}{a_2} = \frac{100}{4,9} = 20,4 \text{ kV/cm}$$

olur. Bu zorlanma, katı yalıtkan tabakasının delinme dayanımından küçük olduğundan, bu tabakada ve dolayısıyle elekrot sisteminde derhal tam delinme meydana gelmez. Fakat daha önce de söylendiği gibi, hava tabakasındaki boşalma olayları sırasında meydana gelen çeşitli kimyasal tepkimeler sonucunda oluşan aşitler ve ıslık etkiler, katı yalıtkan tabakanın zamanla tahrif olmasına ve bazı durumlarda çok uzun bir süre örneğin günler ve aylar sonra bu tabakanın ve dolayısıyle sistemin delinmesine sebep olabilir.

4.2.1.2. Paralel Düzen

Şekil 4.8'de aralarındaki sınır yüzeyi elekrotlara dik olan iki tabaklı paralel düzen gösterilmiştir.



Şekil 4.8. İki tabaklı paralel düzen.

Bilindiği üzere, bu düzende tabakalardaki elektrik alanları birbirine eşittir. Elektrot açıklığı a , elekrotlara uygulanan gerilim U olduğuna göre, elektrik alanı,

$$E_1 = E_2 = E = \frac{U}{a} \quad (4.21)$$

olur. Tabakaları kaplayan elektrot yüzeyleri S_1 , S_2 olduğuna göre, tabakalardaki deplasmanlar,

$$D_1 = \epsilon_1 E_1 = \epsilon_1 \frac{U}{a}, D_2 = \epsilon_2 E_2 = \epsilon_2 \frac{U}{a} \quad (4.22)$$

olur. S_1 ve S_2 yüzeylerindeki yükler $Q_1 = D_1 \cdot S_1$ ve $Q_2 = D_2 \cdot S_2$ olduğuna göre, toplam elektrot yükü,

$$Q = \frac{\epsilon_1 \cdot S_1 + \epsilon_2 \cdot S_2}{a} \cdot U \quad (4.23)$$

ve dolayısıyla sistemin toplam kapasitesi

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_1 \cdot S_1 + \epsilon_2 \cdot S_2}{a} \quad (4.24)$$

olur. Burada sistemin eşdeğer şeması, paralel iki kapasite ile gösterilir.

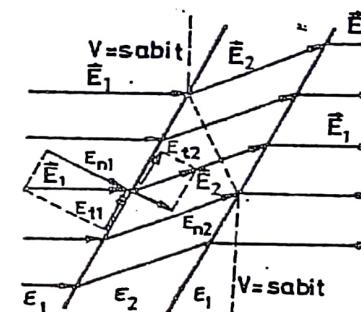
Söz konusu sistem, delinme olayları bakımından seri düzene göre oldukça farklı bir özellik gösterir. Seri düzende sadece iki ortamın delinmeye karşı zorlanması söz konusudur. Oysa burada, iki ortamdan başka bir de yüzeysel zorlanma söz konusu olmaktadır. Yalıtkan ortamları oluşturan tabakalar ya katı-katı, veya katı-sıvı veya katı-gaz veya sıvı-gaz şekillerinde olabilir. Son üç durumda yüzeysel boşalmalar söz konusudur. Birinci durumda, yani katı-katı düzendenin, sınır yüzey hava boşluğu kalmayacak şekilde yapılmışsa, sınır yüzeyde herhangi bir boşalma olayı söz konusu olmaz. Fakat sınır yüzeyde bir hava aralığı bulunacak olursa, burada daima yüzeysel bir boşalmanın meydana gelmesi beklenebilir. Yüzeysel boşalma olayları daha küçük elektrik alanlarında meydana gelmektedir. Örneğin havanın ortalamama delinme dayanımı 30 kV/cm olduğu halde, katı yalıtkan-hava düzendenin sınır yüzeyde ortalamama 10-15 kV/cm'lik alan şiddetlerinde yüzeysel boşalmalar meydana gelebilmektedir. Bu nedenle paralel düzenler, boşalma olaylarını bakımından en elverişsiz düzenlerdir. Bunlar arasında özellikle katı yalıtkan-hava düzeni, en zayıf düzeni oluşturur. Bu gibi durumlarda, sistemin atlama gerilimini yükseltmek amacıyla, örneğin izolatörlerde olduğu gibi, yüzeysel boşalma yolu, şemsiyeler ve barikatlar vasıtasıyla uzatılır ve bazı durumlarda elektrot başlıklarına belirli şekiller verilerek boşalma olaylarının önlenmesine çalışılır. İçi boş mesnet izolatörlerinin dışı, şemsiyeli yapılr düz olan iç kısımları ise, delinme dayanımı daha yüksek olan bir yalıtkan madde ile ve örneğin yağ ile veya basınçlı

gaz ile doldurulur. Bu sayede, izolatörün iç kısmında herhangi bir boşalma olayının önlenmesine çalışılır.

4.2.1.3. Eğik Düzen

Uygulamada, birçok durumda sınır yüzeyleri, alan çizgileri tarafından belirli bir açı ile kesilen düzene rastlanır. Şekil 4.9'da düzgün alan içinde bulunan sonsuz genişlikte ve kenar cıktısı ihmal edilen yalıtkan bir levhadan oluşan eğik bir düzene gösterilmiştir.

Alan vektörü, biri sınır yüzeye normal doğrultuda ve diğerı buna dik sınır yüzeye teget yönde olmak üzere iki bileşene ayrılabilir. Yalıtkan

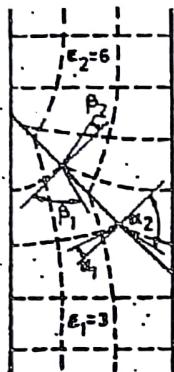


Şekil 4.9. Eğik düzende alan çizgilerinin kırılması.

levha içinde alan şiddetinin $E_{n2}/E_{n1} = \epsilon_1/\epsilon_2$ dik bileşeni levhayı delmeye karşı zorlar. Bu zorlanma, yalıtkan levhanın delinme dayanımına eşit veya bundan büyük ($E_{n2} \geq E_{d2}$) olduğu zaman, yalıtkan levhada delinme meydana gelir. Teget bileşen ise ($E_{11} = E_{12} = E_1$), yalıtkan levhanın sınır yüzeyinde yüzeysel zorlanmalara ve dolayısıyla yüzeysel boşalmalara sebep olur.

Düzgün alan içinde sonsuz genişlikte eşit kalınlıkta yalıtkan levha içinde sonsuz genişlikte eşit kalınlıkta yalıtkan levha içindeki alan da, aynı şekilde, düzgün bir alan olur ve her iki ortamda ve dolayısıyla sınır yüzeylerde, lineer bir potansiyel değişimi meydana gelir.

Şekil 4.10'da ise elektrot açıklığı belirli olan paralel düzlemsel iki elektrot arasında sınır yüzeyi elektrotlara eğik olan iki tabaklı bir düz-



Şekil 4.10. Sınır yüzeyi elektrotlara eğik iki tabakalı düzen.

gösterilmiştir. Şekil 4.10'dan da görüleceği üzere, iki elektrot arasındaki düzgün alan yalıtkan ortamları ayıran sınır yüzeye yakın, bölgelerde bozulmakta ve ancak sınır yüzeyden uzaklaşıkça alan düzgün alan niteliği kazanmaktadır. Burada alan şekli deplasman ve eşpotansiyel çizgiler ile gösterilmiştir. Ortamların dielektrik katsayıları için $\epsilon_1=3$ ve $\epsilon_2=6$ değerleri alınmıştır. Buna göre, sınır yüzeyde bağıl dielektrik katsayısı küçük olan ortamındaki zorlanma, düzgün alanın, diğer bir deyimle paralel düzendeki zorlanmanın iki katına yükselebilir.

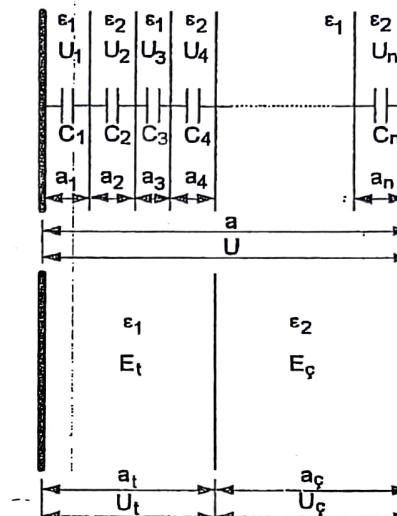
4.2.2. Çok Tabakalı Sistem

Çok tabakalı düzgün alanlı sistemler, ya uygulamada çok kez rastlan-
diği gibi iki farklı yalıtkan maddeden veya çok sayıda farklı yalıtkan mad-
deden olusur. Bunlar aşağıda ayrı ayrı inceleneciktir.

4.2.2.1. İki Tür Yalıtkanlı Çok Tabakalı Sistem

Şekil 4.11'de gösterilen ve dielektrik katsayıları ϵ_1 , ϵ_2 olan iki tür yalıtkan maddeden oluşan çok tabakalı bir sistem, aşağıda gösterileceği gibi iki tabakalı bir sisteme dönüştürülmerek kolayca incelenebilir.

Tabakaların deplasmanları birbirine eşit olduğundan, aynı türden tabakaların elektrik alanları da birbirine eşit olur. Bu nedenle, aynı tür yalıtkan tabakalar, Şekil 4.11'de gösterildiği gibi tek bir tabaka olarak yan-



Sekil 4.11. İki tür yalıtkanlı çok tabakalı sistem

yana getirilebilir. Böylece söz konusu çok tabakalı sistem iki tabakalı eşdeğer bir sisteme dönüştürülmüş olur. Elde edilen bu iki tabakalı sisteme, bundan önce iki tabakalı sistem için bulunan bağıntılar uygulanabilir. Bu arada, tek sayılı tabakaların toplam kalınlığı a_1 ile ve çift sayılı tabakaların toplam kalınlığı da a_2 ile gösterildiğinde bu tabakalardaki gerilim ve zorlanmalar için,

$$U_1 = \frac{a_1}{a_1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot a_2} \cdot U, \quad U_2 = \frac{a_2}{\varepsilon_2 \cdot a_1 + a_2} \cdot U$$

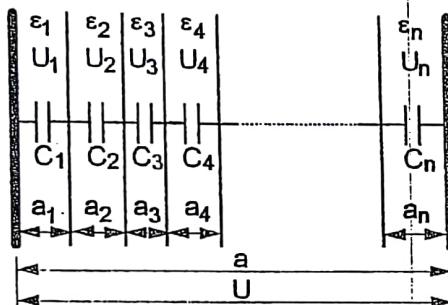
$$E_l = \frac{U}{a_1 + \frac{a_2}{\frac{a_3}{a_4} \cdot a_5}}, \quad E_q = \frac{U}{\frac{a_2}{a_1} \cdot a_l + a_q}$$

bağıntıları elde edilir

(4.25)

4.2.2.2. Çok Yağlıkanlı Çok Tabakalı Sistem

Şekil 4.12'de görüldüğü üzere dielektrik katsayıları $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ olan n farklı yalıtkan tabakadan oluşan bir sistemde, herhangi bir tabakadaki gerilim ve elektrik alanı, aşağıda gösterildiği gibi, sistemin eşdeğer devresinden gidilerek kolayca bulunur.



Şekil 4.12. Çok yalıtkanlı çok tabakalı sistem.

Tabakaların kapasiteleri C_1, C_2, \dots, C_n ile gösterilirse, sistemin eşdeğer kapasitesi,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

veya,

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}} \quad (4.26)$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_1 \cdot S}{a_1}, \quad C_2 = \frac{\epsilon_2 \cdot S}{a_2}, \dots, \quad C_n = \frac{\epsilon_n \cdot S}{a_n} \quad (4.27)$$

olduklarından eşdeğer kapasite için

$$C = \frac{S}{\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n}} = \frac{1}{\frac{1}{S} \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{\epsilon_k}} \quad (4.28)$$

bulunur.

$$Q = C \cdot U = C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 = \dots = C_n \cdot U_n \quad (4.29)$$

olduğundan, tabakalara düşen gerilimler,

$$U_1 = \frac{C}{C_1} \cdot U = \frac{a_1}{\epsilon_1} \cdot \frac{U}{\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n}} = \frac{a_1}{\epsilon_1} \cdot \frac{U}{A}$$

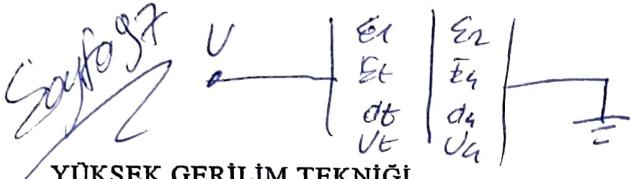
$$U_2 = \frac{C}{C_2} \cdot U = \frac{a_2}{\epsilon_2} \cdot \frac{U}{\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n}} = \frac{a_2}{\epsilon_2} \cdot \frac{U}{A}$$

ve genel olarak

$$U_n = \frac{C}{C_n} \cdot U = \frac{a_n}{\epsilon_n} \cdot \frac{U}{\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n}} = \frac{a_n}{\epsilon_n} \cdot \frac{U}{A} \quad (4.30)$$

olur. E_1, E_2, \dots, E_n elektrik alanlarına gelince, bunlar da, $E_1 = U_1/a_1, E_2 = U_2/a_2, \dots, E_n = U_n/a_n$ yardımıyle hesaplanır.

$$E_1 = \frac{U}{\epsilon_1 \left(\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n} \right)} = \frac{U}{\epsilon_1} \cdot \frac{1}{A}$$



$$E_2 = \frac{U}{\epsilon_2 \left(\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n} \right)} = \frac{U}{\epsilon_2} \cdot \frac{1}{A}$$

ve genel olarak

$$E_n = \frac{U}{\epsilon_n \left(\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n} \right)} = \frac{U}{\epsilon_n} \cdot \frac{1}{A}$$

dır. Burada,

$$A = \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{\epsilon_k}$$

konmuştur.

Sayısal Örnekler:

1. Dielektrik katsayıları ve tabaka kalınlıkları,

$$\begin{array}{ll} \epsilon_1 = 2 & \epsilon_2 = 1 \text{ (Hava)} \\ a_1 = 1 \text{ cm} & a_2 = 2 \text{ cm} \\ & \epsilon_3 = 3 \quad \epsilon_4 = 4 \\ & a_3 = 1 \text{ cm} \quad a_4 = 4 \text{ cm} \end{array}$$

olan dört tabakalı bir sisteme $U=200$ kV uygulanıyor.

- a) Tabakalardaki elektrik alanlarını ve tabakalara düşen gerilimleri hesaplayınız.
- b) $E_{d1}=100$ kV/cm, $E_{d2}=30$ kV/cm, $E_{d3}=80$ kV/cm, $E_{d4}=60$ kV/cm olduğuna göre sistemin delinme bakımından durumunu inceleyiniz.

Yanıt:

$$a) A = \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{\epsilon_k} = \frac{1}{2} + \frac{2}{1} + \frac{1}{3} + \frac{4}{4} = 3.833$$

olduğundan.

$$U_t = \frac{at}{d_t + \frac{\epsilon_1 a_1}{\epsilon_2}} U$$

$$E_t = \frac{1}{d_t + \frac{\epsilon_1 a_1}{\epsilon_2}} U$$

$$U_f = \frac{a_1}{\epsilon_2 d_t + a_1} U \quad (4.31)$$

$$E_4 = \frac{1}{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} d_t + a_4} U \quad (4.32)$$

TABAKALI ELEKTROT SİSTEMLERİ

$$E_1 = \frac{U}{\epsilon_1 A} = \frac{200}{2} \cdot \frac{1}{3.833} = 26,1 \text{ kV/cm}$$

$$U_1 = E_1 \cdot a_1 = 26,1 \cdot 1 = 26,1 \text{ kV}$$

$$E_2 = \frac{U}{\epsilon_2 A} = \frac{200}{1} \cdot \frac{1}{3.833} = 52,15 \text{ kV/cm}$$

$$U_2 = E_2 \cdot a_2 = 104,3 \text{ kV}$$

$$E_3 = \frac{U}{\epsilon_3 A} = \frac{200}{3} \cdot \frac{1}{3.833} = 17,4 \text{ kV/cm}$$

$$U_3 = E_3 \cdot a_3 = 17,4 \text{ kV}$$

$$E_4 = \frac{U}{\epsilon_4 A} = \frac{200}{4} \cdot \frac{1}{3.833} = 13,05 \text{ kV/cm}$$

$$U_4 = E_4 \cdot a_4 = 52,2 \text{ kV}$$

değerleri elde edilir.

- b) Hava tabakasındaki zorlanma, havanın delinme dayanımından büyük olduğundan (E_2/E_{d2}), bu tabakada delinme meydana gelir. Bu durumda hava tabakası kısa devre olacağını, toplam gerilim diğer üç tabakaya uygulanmış olur. Bu yeni durumda tabakalardaki elektrik alanları,

$$A' = \frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_3}{\epsilon_3} + \frac{a_4}{\epsilon_4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{4}{4} = 1,833$$

$$E'_1 = \frac{U}{\epsilon_1 A'} = \frac{200}{2} \cdot \frac{1}{1,833} = 54,55 \text{ kV/cm}$$

$$E'_3 = \frac{U}{\epsilon_3 A'} = \frac{200}{3} \cdot \frac{1}{1,833} = 36,37 \text{ kV/cm}$$

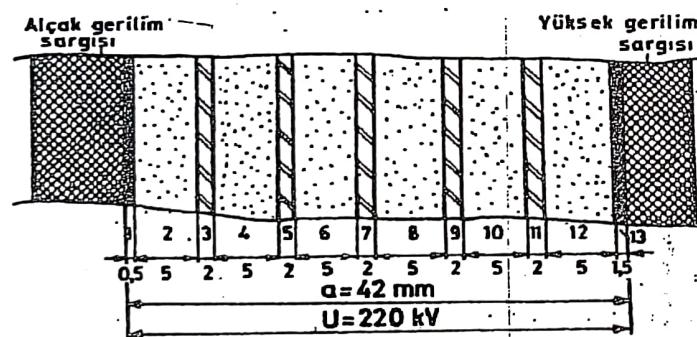


$$E_4 = \frac{U}{\epsilon_4} \cdot \frac{1}{A} = \frac{200}{4} \cdot \frac{1}{1.833} = 27,28 \text{ kV/cm}$$

dir. Bu değerler tabakaların delinme dayanımlarından küçük olduğundan, bu tabakalarda delinme olayları ve dolayısıyla sistemde tam delinme meydana gelmez. Fakat daha önce de belirtildiği gibi, hava tabakasında meydana gelen boşalmaların termik ve kimyasal etkileri göz önünde bulundurulursa, sistemin delinme bakımından zamanla tehlikeli duruma girebileceği söylenebilir.

2. Şekil 4.13'de 110 kV, 50 Hz'lik bir yüksek gerilim transformatörünün ana yalıtımı gösterilmiştir. U=220 kV için yalıtkan maddelerdeki elektrik alanlarını hesaplayınız.

Not: Sistem çok tabaklı düzlemsel elektrot sistemi olarak kabul edilecektir.



Şekil 4.13. $\epsilon_1 = 3,1$ (yağlı kağıt). $\epsilon_2 = 2,2$ (transformatör yağı).
 ■ Yağlı kağıt ■ Transformatör yağı ■ Sert kağıt

Yanıt:

Tabakalar 1'den 13'e kadar numaralanırsa,

$$\epsilon_1 = \epsilon_{13}, \epsilon_2 = \epsilon_4 = \epsilon_6 = \epsilon_8 = \epsilon_{10} = \epsilon_{12}, \epsilon_3 = \epsilon_5 = \epsilon_7 = \epsilon_9 = \epsilon_{11}$$

$$a_2 = a_4 = a_6 = a_8 = a_{10} = a_{12}, a_3 = a_5 = a_7 = a_9 = a_{11}$$

olduklarından,

$$A = \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{\epsilon_k} = \left(\frac{2}{3,1} + \frac{5 \cdot 6}{2,2} + \frac{2 \cdot 5}{4,2} \right) \cdot 10^{-1} = \frac{0,2}{3,1} + \frac{3}{2,2} + \frac{1}{4,2} = 1,666$$

dolayısıyla, E_1 , E_2 ve E_3 'ün değerleri.

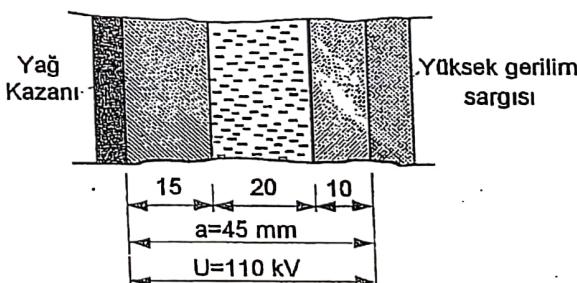
$$E_1 = \frac{U}{\epsilon_1} \cdot \frac{1}{A} = \frac{200}{3,1} \cdot \frac{1}{1,666} = 42,59 \text{ kV/cm}$$

$$E_2 = \frac{U}{\epsilon_2} \cdot \frac{1}{A} = \frac{200}{2,2} \cdot \frac{1}{1,666} = 60,02 \text{ kV/cm}$$

$$E_3 = \frac{U}{\epsilon_3} \cdot \frac{1}{A} = \frac{200}{4,2} \cdot \frac{1}{1,666} = 31,44 \text{ kV/cm}$$

olur.

3. Şekil 4.14'de gösterilen 110 kV ve 50 Hz'lik bir yüksek gerilim ölçü transformatörünün ana yalıtımı hesaplanacaktır.



Şekil 4.14.

Tabakaların dielektrik katsayıları, kalınlıkları ve delinme dayanımları,

$$\epsilon_1 = 5 \text{ (porselen)}, \epsilon_2 = 2,2 \text{ (transformatör yağı)}, \epsilon_3 = 3,1 \text{ (yağlı kağıt)}$$

$$a_1 = 1,5 \text{ cm}, a_2 = 2 \text{ cm}, a_3 = 1 \text{ cm}$$

$$E_{d1} = 250 \text{ kV/cm}, E_{d2} = 150 \text{ kV/cm}, E_{d3} = 200 \text{ kV/cm}$$

olduğuna göre.

- $U=110 \text{ kV}$ için tabakalardaki elektrik alanlarını,
- Yalıtkan maddelerde delinme olmaksızın sisteme uygulanabilecek en yüksek gerilimi,
- Yağ kazanı ile yüksek gerilim sargısı arasındaki açıklık $a=45 \text{ mm}$ ve porselen kalınlığı $a_1=15 \text{ mm}$ olduğuna göre delinme gerilimini maksimum yapan yağ ile yağılı kağıt kalınlıklarını hesaplayınız. Bu durumda yağ kazanı ile yüksek gerilim sargısı arasına uygulanabilecek en yüksek gerilimi bulunuz.

Yanıt:

- $U=110 \text{ kV}$ için tabakalardaki elektrik alanları,

$$A = \frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \frac{a_3}{\epsilon_3} = \frac{1,5}{5} + \frac{2}{2,2} + \frac{1}{3,1} = 1,533$$

$$E_1 = \frac{U}{\epsilon_1 \cdot A} = \frac{110}{5} \cdot \frac{1}{1,533} = 14,2 \text{ kV/cm}$$

$$E_2 = \frac{110}{2,2} \cdot \frac{1}{1,533} = 32,7 \text{ kV/cm}$$

$$E_3 = \frac{110}{3,1} \cdot \frac{1}{1,533} = 23,3 \text{ kV/cm}$$

olur.

- $E_i = \frac{U}{\epsilon_i \cdot A}$ denkleminde E_i yerine $(E_d)_i$ konursa, U gerilimi de $(U_d)_i$ olur. Yani i indisini yerine 1, 2, 3 sayıları konarak $(U_d)_1$, $(U_d)_2$ ve $(U_d)_3$ delinme gerilimleri,

$$(U_d)_1 = E_{d1} \cdot \epsilon_1 \cdot A = 250 \cdot 5 \cdot 1,533 = 1916,25 \text{ kV}$$

$$(U_d)_2 = E_{d2} \cdot \epsilon_2 \cdot A = 150 \cdot 2,2 \cdot 1,533 = 505,89 \text{ kV}$$

$$(U_d)_3 = E_{d3} \cdot \epsilon_3 \cdot A = 200 \cdot 3,1 \cdot 1,533 = 950,46 \text{ kV}$$

olarak bulunur.

Buna göre yalıtkan maddelerde delinme olmaksızın sisteme uygulanabilecek en yüksek gerilim, yukarıda bulunan delinme gerilimlerinin en küçüğü $(U_d)_2=505,89 \text{ kV}$ dir.

- $a=4,5 \text{ cm}$, $a_1=1,5 \text{ cm}$ olduğuna göre, $a_2+a_3=3 \text{ cm}$ dir. $a_2=x$ dersek $a_3=3-x$ olur. A sabitine gelince bunun değeri,

$$A = \frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \frac{a_3}{\epsilon_3} = \frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{x}{\epsilon_2} + \frac{3-x}{\epsilon_3} = \frac{1,5}{5} + \frac{x}{2,2} + \frac{3-x}{3,1}$$

$$A = 1,268 + 0,132 \cdot x$$

dir. Buna göre $(U_d)_1$, $(U_d)_2$ ve $(U_d)_3$ delinme gerilimleri,

$$(U_d)_1 = E_{d1} \cdot \epsilon_1 \cdot A(x) = 250 \cdot 5 \cdot (1,268 + 0,132 \cdot x) = 1585 + 165 \cdot x$$

$$(U_d)_2 = E_{d2} \cdot \epsilon_2 \cdot A(x) = 150 \cdot 2,2 \cdot (1,268 + 0,132 \cdot x) = 418,44 + 43,56 \cdot x$$

$$(U_d)_3 = E_{d3} \cdot \epsilon_3 \cdot A(x) = 200 \cdot 3,1 \cdot (1,268 + 0,132 \cdot x) = 786,16 + 81,84 \cdot x$$

olur. Burada $0 \leq x \leq 3 \text{ cm}$ olduğu göz önünde tutulursa,

$$x=0 \text{ için } (U_d)_2 = U_{\min} = 418,44 \text{ kV} \text{ ve}$$

$$x=3 \text{ için } (U_d)_2 = U_{\max} = 418,44 + 43,56 \cdot 3 = 418,44 + 130,68 = 549,12 \text{ kV}$$

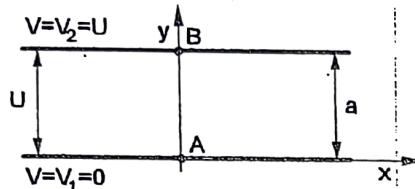
olur. Demek ki, transformatör yağıının kalınlığı 3 cm olursa, sisteme boşalma olmaksızın uygulanabilecek en yüksek gerilim 550 kV olur.

- Dielektrik katsayısı lineer olarak değişen düzgün alanda elektrik alanının ifadesini bulunuz (Şekil 4.15).

- Dielektrik katsayısı $\epsilon_r=\epsilon_{rA}+k \cdot y$ şeklinde değiştigine ve $\epsilon_{rA}=4$, $k=33 \text{ l/cm}$, $a=0,6 \text{ cm}$ ve $U=12 \text{ kV}$ olduğuna göre. E_A ve E_B elektrik alanlarının değerlerini hesaplayınız.

Yanıt:

$$a) E = -\frac{dV}{dy} = \frac{D}{\epsilon} = \frac{D}{\epsilon_0(\epsilon_{rA} + k \cdot y)}$$



Şekil 4.15. Örnek 4.

denkleminden, V potansiyeli için,

$$V = - \int E \cdot dy + K = - \frac{D}{k \cdot \epsilon_0} \int \frac{k \cdot dy}{\epsilon_{rA} + k \cdot y} + K$$

$$V = - \frac{D}{k \cdot \epsilon_0} \cdot \ln(\epsilon_{rA} + k \cdot y) + K$$

denklemi elde edilir. $y=0$ için $V=0$ olduğundan, K integral sabiti,

$$K = \frac{D}{k \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \epsilon_{rA}$$

olar. Bunu yukarıda yerine koyarsak, V potansiyeli için,

$$V = \frac{D}{k \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \left(\frac{\epsilon_{rA}}{\epsilon_{rA} + k \cdot y} \right)$$

denklemi bulunur. $y=a$ için $V=U$ olduğundan, U gerilimi,

$$U = \frac{D}{k \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \left(\frac{\epsilon_{rA}}{\epsilon_{rA} + k \cdot a} \right)$$

veya D deplasmanı

$$D = \frac{k \cdot \epsilon_0}{\ln \left(\frac{\epsilon_{rA}}{\epsilon_{rA} + k \cdot a} \right)} \cdot U = \epsilon_0 (\epsilon_{rA} + k \cdot y) \cdot E$$

olar. Dolayısıyla E elektrik alanı için

$$E = \frac{k}{\epsilon_{rA} + k \cdot y} \cdot \frac{U}{\ln \left(\frac{\epsilon_{rA}}{\epsilon_{rA} + k \cdot a} \right)}$$

denklemi elde edilir. Burada $y=0$ için $E=E_A$ ve $y=a$ için $E=E_B$ olur.

$$E_A = \frac{k}{\epsilon_{rA}} \cdot \frac{U}{\ln \left(\frac{\epsilon_{rA}}{\epsilon_{rA} + k \cdot a} \right)}$$

$$E_B = \frac{k}{\epsilon_{rA} + k \cdot a} \cdot \frac{U}{\ln \left(\frac{\epsilon_{rA}}{\epsilon_{rA} + k \cdot a} \right)}$$

dir.

b) Yukarıdaki E_A ve E_B eşitliklerinde sayısal değerler konursa, E_A ve E_B nin değerleri

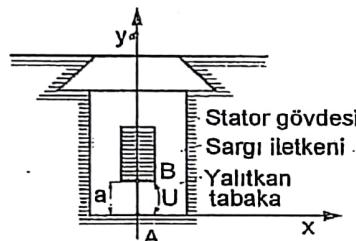
$$E_A = \frac{33}{4} \cdot \frac{12}{\ln \left(\frac{4}{4+33 \cdot 0,6} \right)} = \frac{33}{4} \cdot \frac{12}{\ln 0,1688} = \frac{33}{4} \cdot \frac{12}{(-1,78)} = 55,5 \text{ kV/cm}$$

$$E_B = \frac{33}{4+33 \cdot 0,6} \cdot \frac{12}{\ln \left(\frac{4}{4+33 \cdot 0,6} \right)} = \frac{33}{23,8} \cdot \frac{12}{\ln 0,1688} = \frac{33}{23,8} \cdot \frac{12}{(-1,78)} = 9,35 \text{ kV/cm}$$

olar.

Uygulamada bu şekilde bir elektrot sisteme, yüksek gerilim generatorlarının yalıtkan tabakalı sargı oluklarında rastlanır. Şekil 4.16'da böyle bir generatör sargı oluğu şematik olarak gösterilmiştir. İşletme esnasında

sargı iletkenlerinde meydana gelen ısı, yalıtkan tabaka üzerinden demir gövdeye (statora) doğru yayılır. Burada iletken ile gövde arasında yalıtkan ortamındaki ısı dağılımı, dolayısıyla yalıtkanın dielektrik katsayısının değişimi, lineer kabul edilebilir. Yalıtkan tabakanın en soğuk olduğu bölgede, yani gövdeye değdiği A noktasında bağıl dielektrik katsayısi ϵ_{rA} ve en sıcak olduğu bölgede, yani iletkenin değdiği B noktasında da ϵ_{rB} ile gösterilirse.



Şekil 4.16.

$$\epsilon_{rB} = \epsilon_{rA} + k \cdot a$$

dır. Örneğin $\epsilon_{rA}=4$, $\epsilon_{rB}=20$ ve $a=0.8$ cm ise, k 'nın değeri,

$$k = \frac{20-4}{0.8} = \frac{16}{0.8} = 20 \text{ 1/cm}$$

olur. Yukarıdaki örnekte $k=33 \text{ 1/cm}$ alınmış ve $E_A=55.5 \text{ kV/cm}$, $E_B=9.35 \text{ kV/cm}$ bulunmuştur. Bu sistemin ısınmadan önceki durumda elektrik alanı.

$$E_0 = \frac{U}{a} = \frac{12}{0.6} = 20 \text{ kV/cm}$$

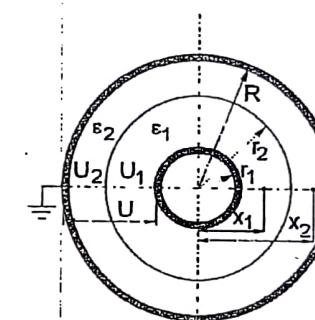
olduğuna göre ısınma olayından sonra zorlanma, en soğuk bölgede $E_A/E_0 = 55.5/20 = 2.78$ kat kadar artar. Buna karşılık en sıcak bölgede ise $E_B/E_0 = 9.35/20 = 0.46$ kadar küçülür.

4.3. Tabakalı Silindirsel Elektrot Sistemi

Burada da önce iki tabaklı, sonra çok tabaklı eşeksenli silindirsel elektrot sistemleri incelenecaktır.

4.3.1. İki Tabaklı Eşeksenli Silindirsel Sistemler

Şekil 4.17'de verilen ve elektrot yarıçapları r_1 , R ve dielektrik katsayıları ϵ_1 , ϵ_2 olan iki farklı yalıtkan tabakadan oluşan eşeksenli bir silindirsel sistemde, tabakalarla düşen gerilimler ve tabakalarındaki elektrik alanları hesaplanacaktır.



Her bir tabaka kondansatör gibi davranır.

Şekil 4.17: İki tabaklı eşeksenli silindirsel sistem.

Sınır yüzeyinin yarıçapı r_2 , tabakalarla düşen gerilimler U_1 , U_2 ve tabakalarındaki elektrik alanları E_1 , E_2 ile gösterilirse,

$$U = U_1 + U_2 \quad (4.33)$$

$$E_1 = \frac{U_1}{x_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad \text{veya} \quad U_1 = E_1 \cdot x_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (4.34)$$

$$E_2 = \frac{U_2}{x_2 \cdot \ln \frac{R}{r_2}} \quad \text{veya} \quad U_2 = E_2 \cdot x_2 \cdot \ln \frac{R}{r_2} \quad (4.35)$$

denklemleri yazılabilir. Burada x_1 ve x_2 , değişkenleri $r_1 \leq x_1 \leq r_2$ ve $r_2 \leq x_2 \leq R$ arasında değişirler.

Tabakaların kapasiteleri C_1 ve C_2 ile gösterilirse, sistemin C eşdeğer kapasitesi,

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \quad (4.36)$$

denklemiyle hesaplanır. Burada,

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_1 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad C_2 = \frac{2\pi\epsilon_2 l}{\ln \frac{R}{r_2}} \quad (4.37)$$

olduklarından, eşdeğer kapasite,

$$C = \frac{2\pi l}{\frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{R}{r_2}} \quad (4.38)$$

olarak.

$$Q = C \cdot U = C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 \quad (4.39)$$

olduğundan, tabakalardaki gerilimler için,

$$U_1 = \frac{C}{C_1} \cdot U = \frac{\epsilon_2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}{\epsilon_1 \cdot \ln \frac{R}{r_2} + \epsilon_2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot U \quad (4.40)$$

$$U_2 = \frac{C}{C_2} \cdot U = \frac{\epsilon_1 \cdot \ln \frac{R}{r_2}}{\epsilon_1 \cdot \ln \frac{R}{r_2} + \epsilon_2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot U \quad (4.40)$$

denklemleri bulunur. E_1 ve E_2 elektrik alanları da,

$$E_1 = \frac{U_1}{x_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 \cdot \left(\epsilon_1 \cdot \ln \frac{R}{r_2} + \epsilon_2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} \right)} \cdot U = \frac{\epsilon_2}{x_1 \cdot A} \cdot U$$

$$E_2 = \frac{U_2}{x_2 \cdot \ln \frac{R}{r_2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2 \cdot \left(\epsilon_1 \cdot \ln \frac{R}{r_2} + \epsilon_2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} \right)} \cdot U = \frac{\epsilon_1}{x_2 \cdot A} \cdot U \quad (4.41)$$

olurlar. Burada,

$$A = \epsilon_1 \cdot \ln \frac{R}{r_2} + \epsilon_2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (4.42)$$

konmuştur. Bu iki denklemin oranından, tabakalardaki elektrik alanları arasında,

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2 \cdot x_2}{\epsilon_1 \cdot x_1} \quad (4.43)$$

bağıntısı olduğu görülür. Ayrıca,

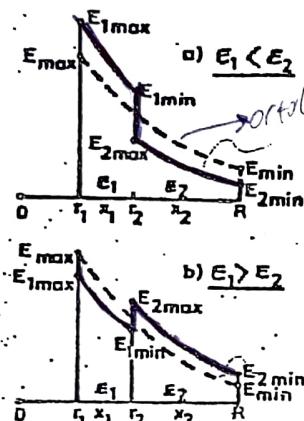
$$x_1 = r_1 \text{ için } E_1 = E_{1\max} = \frac{\epsilon_2}{r_1 \cdot A} \cdot U$$

$$x_1 = r_2 \text{ için } E_1 = E_{1\min} = \frac{\epsilon_2}{r_2 \cdot A} \cdot U$$

$$x_2 = r_2 \text{ için } E_2 = E_{2\max} = \frac{\epsilon_1}{r_2 \cdot A} \cdot U$$

$$x_2 = R \text{ için } E_2 = E_{2\min} = \frac{\epsilon_1}{R \cdot A} \cdot U \quad (4.44)$$

olurlar. Şekil 4.18.a ve b'de $\epsilon_1 < \epsilon_2$ ve $\epsilon_1 > \epsilon_2$ durumları için E_1 ve E_2 'nin değişimleri gösterilmiştir. Kesik çizgili eğriler de bir tabakalı sistemde E 'nin değişimini göstermektedir.



Şekil 4.18.

Yukarıdaki denklemlerden,

$$\frac{E_{1\min}}{E_{2\max}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

ve

$$\frac{E_{1\max}}{E_{2\max}} = \frac{\epsilon_2 r_2}{\epsilon_1 r_1} \quad (4.45)$$

bağıntıları elde edilir. Birinci bağıntı sınır yüzeyde elektrik alanlarının dik bileşenleri arasındaki bağıntıyı, ikinci bağıntı ise, hangi koşullar altında tabakaların maksimum elektrik alanları arasında.

$$\boxed{\frac{E_{1\max}}{E_{2\max}} \leq 1}$$

bağıntısı ile belirtilen durumların elde edilebileceğini gösterir. $E_{1\max} < E_{2\max}$ durumu, ancak $\epsilon_1 > \epsilon_2$ olması durumunda, yani şekilde b. düzende mümkünür. Böyle bir durum şekildeki a. düzene için söz konusu olamaz.

Aynı bağıntı yardımıyla alanın iki tabakalı sistemde homojen olması koşulunu ($E_{1\max} = E_{2\max}$ olması için) veren,

$$\epsilon_1 \cdot r_1 = \epsilon_2 \cdot r_2 \quad (4.46)$$

bağıntısı elde edilir.

Bir tabakalı eşeksenli silindirsel sistemde iç silindir yüzeyindeki E_{\max} , sistemin iki tabakalı duruma getirilmesi durumunda, $\epsilon_1 < \epsilon_2$ için yani şekildeki a. düzende $E_{1\max} > E_{2\max}$ olmakta, $\epsilon_1 > \epsilon_2$ için yani şekildeki b. düzende ise $E_{1\max} < E_{2\max}$ olmaktadır. Bu ikinci durum, boşalma olaylarının meydana gelmesi olası olan bir tabakalı sistemde, iç silindirin yüzeyinin dielektrik katsayısi ve delinme dayanımı, ortamından büyük olan yalıtkan bir kılıf ile kaplanmasıyla boşalma olaylarının önlenebileceğini gösterir.

4.3.2. Çok Tabakalı Eşeksenli Silindirsel Sistemler

4.3.2.1. Çok Yalıtkanlı Çok Tabakalı Sistem

Dielektrik katsayıları $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ olan n tabakalı eşeksenli bir silindirsel sistemde tabakalarındaki elektrik alanlarının değişimi, dolayısıyla tabakalarındaki maksimum ve minimum elektrik alanları şöyle bulunur:

Söz konusu sistemin i .inci tabakasının tabaka gerilimi U_i , tabaka yarıçapları r_i, r_{i+1} , tabaka kapasitesi C_i ve sistemin toplam kapasitesi C ve elektrotlar arası gerilim U olduğuna göre, söz konusu i .inci tabakadaki E_i elektrik alanı,

$$U_i = \frac{C}{C_i} \cdot U, \quad C_i = \frac{2\pi\epsilon_i l}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \quad (4.47)$$

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}} = \frac{2\pi l}{\sum_{i=1}^n \frac{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}{\epsilon_i}} \quad (4.48)$$

$$E_i = \frac{U_i}{x \cdot \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}$$

(4.49)

bağıntısı yardımıyle ve söz konusu tabakadaki maksimum ve minimum elektrik alanları $x=r_i$ ve $x=r_{i+1}$ için,

$$E_{i\max} = \frac{U_i}{r_i \cdot \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}, \quad E_{i\min} = \frac{U_i}{r_{i+1} \cdot \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}$$

(4.50)

bağıntıları yardımıyle bulunur.

4.3.2.2. İki Tür Yalıtkanlı Çok Tabakalı Sistem

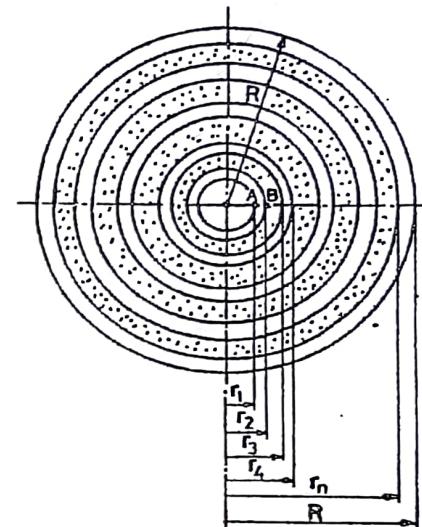
Burada yüksek gerilim tekniğinde önemli bir yer tutması nedeniyle özel bir durum olarak, iki tür yalıtkandan oluşan çok tabakalı sistem incelenecaktır. Genel olarak yalıtkan tabakaların biri sıvı veya gaz, diğer ise katı yalıtkan tabakadan oluşur. Burada katı yalıtkan tabakalar birer paravana görevi gördüğünden, bu gibi sistemlere paravanalı sistemler denir. Uygulamada bu tür sistemlere, yüksek gerilim transformatörleri ile geçit izolatörleri örnek olarak gösterilebilir.

Şekil 4.19'da dielektrik katsayıları ϵ_1, ϵ_2 olan iki tür yalıtkan madde- den oluşan n tabakalı eşeksenli silindirsel elektrot sistemi gösterilmiştir. Elektrot yarıçapları r_1, R ; tabakaların iç yarıçapları r_1, r_2, \dots, r_n ; paravananın dielektrik katsayısı ϵ_1 ; transformator yağıının dielektrik katsayısı ϵ_2 ; elektrotlara uygulanan gerilim U olsun.

Paravanasız durumda yağ içinde maksimum elektrik alanı iç elektrot yüzeyinde A noktasında olup, bunun değeri,

$$E_{1\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{R}{r_1}}$$

(4.51)



Şekil 4.19. İki tür yalıtkanlı çok tabakalı sistem.

dir. Paravanalı durumda yağ içinde maksimum elektrik alanı birinci paravana üzerinde B noktasındadır ve bunun değeri de,

$$E_{2\max} = \frac{U_2}{r_2 \cdot \ln \frac{r_3}{r_2}}$$

dir. Burada U_2 gerilimi,

$$Q = C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 = \dots = C_n \cdot U_n \quad (4.53)$$

bağıntısı yardımıyle bulunur.

$$U_2 = \frac{C}{C_2} \cdot U \quad (4.54)$$

ve

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}} \quad (4.55)$$

olduğundan, C_1, C_2, \dots, C_n yerine

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_1 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad C_2 = \frac{2\pi\epsilon_2 l}{\ln \frac{r_3}{r_2}}, \quad \dots, \quad C_n = \frac{2\pi\epsilon_n l}{\ln \frac{R}{r_n}} \quad (4.56)$$

konursa sistemin eşdeğer kapasitesi,

$$C = \frac{2\pi\epsilon_1 l}{\ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot \ln \frac{r_3}{r_2} + \ln \frac{r_4}{r_3} + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot \ln \frac{r_5}{r_4} + \dots + \ln \frac{R}{r_n}} \quad (4.57)$$

veya payda açılır ve kısaltmalar yapılırsa,

$$\left(C = \frac{2\pi\epsilon_1 l}{\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1 \right) \cdot \ln \left(\frac{r_3 \cdot r_5 \cdot r_7 \dots}{r_2 \cdot r_4 \cdot r_6 \dots} \right) + \ln \frac{R}{r_1}} = \frac{2\pi\epsilon_1 l}{(1+k) \ln \frac{R}{r_1}} \right) \quad (4.58)$$

olur. Burada,

$$k = \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1 \right) \cdot \frac{\ln \left(\frac{r_3 \cdot r_5 \cdot r_7 \dots}{r_2 \cdot r_4 \cdot r_6 \dots} \right)}{\ln \frac{R}{r_1}} \quad (4.59)$$

konmuştur. C nin bu değeri $U_2 = \frac{C}{C_2} \cdot U$ denkleminde yerine konursa,

$$U_2 = \frac{\frac{2\pi\epsilon_1 l}{(1+k) \cdot \ln \frac{R}{r_1}} \cdot U}{\frac{2\pi\epsilon_2 l}{\ln \frac{r_3}{r_2}} \cdot \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot \frac{\ln \frac{r_5}{r_4}}{\ln \frac{r_3}{r_2}}} = \frac{\frac{\epsilon_1}{(1+k) \cdot \ln \frac{R}{r_1}} \cdot U}{\frac{\epsilon_2}{\ln \frac{r_3}{r_2}}} = \frac{\epsilon_1 \cdot \ln \frac{r_3}{r_2}}{\epsilon_2 \cdot (1+k) \ln \frac{R}{r_1}} \cdot U \quad (4.60)$$

olur. Dolayısıyla $E_{2\max}$ için,

$$E_{2\max} = \frac{U_2}{\frac{r_2 \cdot \ln \frac{r_3}{r_2}}{r_1}} = \frac{\epsilon_1 \cdot U}{\epsilon_2 r_2 (1+k) \ln \frac{R}{r_1}} \quad (4.61)$$

denklemi bulunur. $E_{2\max}/E_{1\max}$ oranı da,

$$\frac{E_{2\max}}{E_{1\max}} = \frac{\epsilon_1 r_1}{\epsilon_2 r_2 (1+k)} \quad (4.62)$$

veya

$$E_{2\max} = E_{1\max} \cdot \frac{\epsilon_1 r_1}{\epsilon_2 r_2 (1+k)} \quad (4.63)$$

olur. Buradan görülmüyor ki, $\epsilon_1 > \epsilon_2$ olduğu sürece,

$$E_{2\max} > E_{1\max}$$

dır. Paravanalı sisteme, paravanaların etkisi, daha çok elektrotlar arasında meydana gelen boşalma olaylarına karşı birer engel oluşturmaları ve bunun sonucu sistemin delinme dayanımını yükseltmesi şeklinde kendini gösterir. Bilindiği üzere, transformatörlerde yağ içinde yüzer durumda çeşitli yabancı maddeler ve özellikle kağıt türünden elyaflı maddeler bulunabilir. Bu maddeler nemi çekme özelliğine sahiptirler. Suyun bağıl dielektrik katsayısi, diğer yalıtkan maddelere göre oldukça büyük ($\epsilon_{rsu}=80$)

olduğundan, yağ içinde yüzey durumda bulunan bu gibi nemli elyaflı maddeler elektrostatik kuvvetlerin etkisi ile ($F \approx \epsilon E^2$). alan şiddetinin büyük olduğu noktalara doğru daha büyük bir kuvvetle çekilirler. Zamanla bunlar üç uça gelerek iki elektrot arasında bir tür iletken köprü oluştururlar. Bu şekilde meydana gelen bir köprü, elektrotlar arasında boşalma olaylarına, dolayısıyla sistemin delinmesine sebep olabilir. Bu şekilde sürekli biçimde bir köprü oluşumu ancak elektrotlar arasına yerleştirilecek paravanalar sayesinde önlenebilir.

Genel olarak transformatör yağlarının dielektrik katsayıları paravana olarak kullanılan katı yalıtkan maddelerin (örnegin pertinaksın) dielektrik katsayısından daha küçüktür. Dolayısıyla transformatör yağı, paravanalı durumda daha büyük bir elektriksel zorlanmaya maruz kalır. Bu zorlanmanın büyük olmaması için paravanalar mümkün olduğu kadar ince yapılır. Diğer taraftan paravanaların yoğun köprülenmesi durumunda bütün gerilime dayanacak kadar da kalın olması gereklidir.

Sayısal Örnekler:

- Şekil 4.20'de bir yüksek gerilim transformatörünün bir bacağına ilişkin yüksek gerilim sargısı ile yağ kazanı arasındaki pertinaks paravanalar gösterilmiştir. Paravanalı ve paravanasız durumlarda yağ içinde meydana gelen maksimum alanlar arasındaki bağıntıyı bulunuz.

$$r_1 = 150 \text{ mm}, r_2 = 155 \text{ mm}, r_3 = 180 \text{ mm}, r_4 = 185 \text{ mm}$$

$$r_5 = 210 \text{ mm}, r_6 = 215 \text{ mm}, r_7 = 240 \text{ mm}, r_8 = 245 \text{ mm}$$

$$r_9 = 270 \text{ mm}, r_{10} = 275 \text{ mm}, r_{11} = 300 \text{ mm}, R = 305 \text{ mm}$$

$$\epsilon_1 = 4 \text{ (pertinaks)}, \epsilon_2 = 2 \text{ (transformatör yağı)}$$

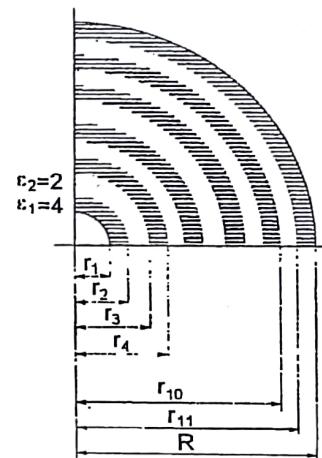
Yanıt:

Problem

$$\frac{E_{2\max}}{E_{1\max}} = \frac{\epsilon_1 r_1}{\epsilon_2 r_2 (1+k)}$$

denklemiyle çözülür. Burada,

$$k = \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1 \right) \cdot \frac{\ln \left(\frac{r_3 \cdot r_5 \cdot r_7 \cdot r_9 \cdot r_{11}}{r_2 \cdot r_4 \cdot r_6 \cdot r_8 \cdot r_{10}} \right)}{\ln(R/r_1)}$$



Şekil 4.20.

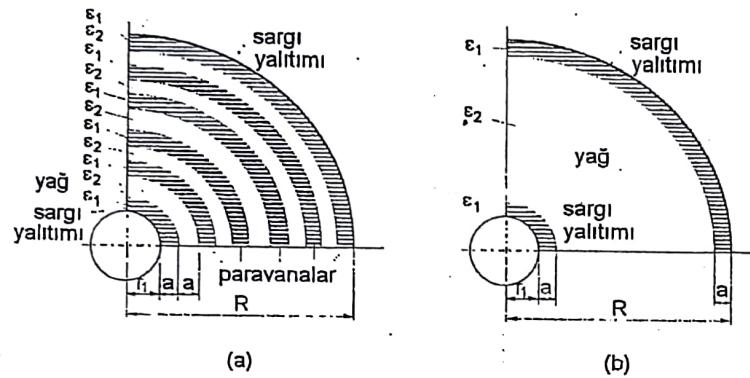
$$= \left(\frac{4}{2} - 1 \right) \cdot \frac{\ln \left(\frac{180 \cdot 210 \cdot 240 \cdot 270 \cdot 300}{155 \cdot 185 \cdot 215 \cdot 245 \cdot 275} \right)}{\ln(305/150)} \approx 0.8$$

dir. Dolayısıyla

$$\frac{E_{2\max}}{E_{1\max}} = \frac{4 \cdot 150}{2 \cdot 155(1+0.8)} = 1.08$$

olur. Demek ki bu örnekte paravanalı durumda yağ içindeki maksimum alan, paravanasız durumda yağ içindeki maksimum alandan yüzde sekiz daha büyuktur.

- Şekil 4.21'de kâğıt ve yağ tabakalarından oluşan ve paravana sayısı 3, toplam tabaka sayısı $n=9$ olan eşeksenli çok tabaklı bir silindirsel sistem gösterilmiştir. Birbirine eşit olan kâğıt ve yağ tabakalarının kalınlıkları $a=5 \text{ mm}$, elektrot yarıçapları $r_1=100 \text{ mm}$ ve $R=145 \text{ mm}$ ve elektrotlar arası gerilim $U=100 \text{ kV}_\text{ef}$ olduğuna göre, tabakalarındaki maksimum ve minimum elektrik alanlarını bulunuz ve paravanasız sistemden paravanalı sisteme geçişte yağ içindeki maksimum zorlanmanın ne oranda büyüğünü hesaplayınız. $\epsilon_1=4.5$, $\epsilon_2=2.2$ kabul edilecektir.



Şekil 4.21

Yanıt:

Daha önce açıklandığı üzere, paravanalı durumda yağ içinde maksimum elektrik alanı B noktasında olup, bunun değeri,

$$E_{2\max} = \frac{U_2}{r_2 \cdot \ln \frac{r_3}{r_2}} = \frac{\epsilon_1 \cdot U}{\epsilon_2 r_2 (1+k) \cdot \ln \frac{R}{r_1}}$$

dir. Burada

$$k = \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1 \right) \cdot \frac{\ln \left(\frac{r_3 \cdot r_5 \cdot r_7 \cdots}{r_2 \cdot r_4 \cdot r_6 \cdots} \right)}{\ln \frac{R}{r_1}}$$

konmuştur.

Genel olarak dielektrik katsayıları ϵ_1, ϵ_2 olan iki tür yalıtkan maddeden oluşan n tabakalı eşeksenli silindirsel sisteme i 'inci tabakadaki elektrik alanının maksimum ve minimum değerleri,

$$E_{i\max} = \frac{\epsilon_i \cdot U}{\epsilon_i \cdot r_i (1+k) \cdot \ln \frac{R}{r_i}} \quad E_{i\min} = E_{i\max} \cdot \frac{r_i}{r_{i+1}} = E_{i\max} \frac{1}{p_i}$$

$$p_i = \frac{E_{i\max}}{E_{i\min}}$$

denklemleriyle hesaplanır. Burada k 'nın değeri de,

$$k = \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1 \right) \cdot \frac{\ln \frac{r_3 \cdot r_5 \cdot r_7 \cdots r_n}{r_2 \cdot r_4 \cdot r_6 \cdots r_{n-1}}}{\ln \frac{R}{r_1}}$$

dir.

Paravanasız sisteme ise, bu sistem Şekil 4.21.b'de görüldüğü gibi, üç tabakalı bir sistem oluşturduğuna göre, B noktasındaki $E'_{2\max}$ maksimum alanı,

$$E'_{2\max} = \frac{\epsilon_1 \cdot U}{\epsilon_2 \cdot r_2 (1+k') \cdot \ln \frac{R}{r_1}}$$

$$k' = \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1 \right) \cdot \frac{\ln \frac{r_n}{r_2}}{\ln \frac{R}{r_1}}$$

bağıntısı yardımıyle bulunur. Bunların oranından,

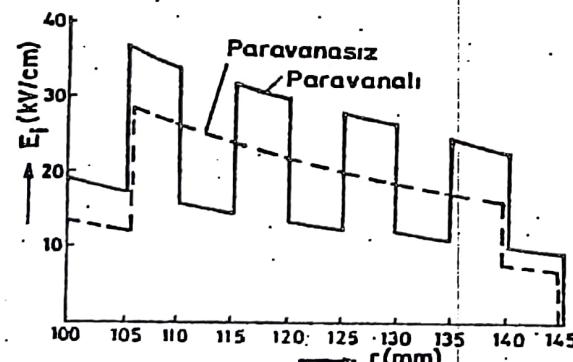
$$\delta = \frac{E_{2\max}}{E'_{2\max}} = \frac{1+k'}{1+k}$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntıda k' k' olduğundan, δ 'l ve dolayısıyle paravanalı durumda ikinci tabakayı oluşturan yağ tabakasındaki maksimum elektrik alanı, paravanasız durumda aynı noktadaki maksimum elektrik alanından büyük olur. Bu örnekte iç elektrodun yüzeyinde ve dış elektrodun iç yüzeyinde paravana türünden aynı yalıtkan kaplama bulunduğu kabul edilmiştir. Bu şekildeki bir tabakalı sistemde n tabaka sayısı daima tek sayı verir. Buna karşılık iç elektrod kaplamalı, dış elektrod kaplamasız olan tabakalı sistemde n tabaka sayısı daima çift sayı verir. Bu durumda k ve k' için,

$$k = \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1 \right) \cdot \frac{\ln \left(\frac{r_3 \cdot r_5 \cdot r_7 \cdots R}{r_2 \cdot r_4 \cdot r_6 \cdots r_n} \right)}{\ln (R/r_1)}$$

$$k' = \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1 \right) \cdot \frac{\ln (R/r_2)}{\ln (R/r_1)}$$

bağıntıları elde edilir.



Şekil 4.22.

Bu bağıntılar yardımıyle bulunan E_{imax} ve E_{imin} değerleri ve elektrik alanının tabakalardaki yaklaşık değişimi Şekil 4.22'de gösterilmiştir. Aynı şekilde üzerinde sistemin paravanasız durumdaki (3 tabaklı) elektrik alanı değişimi de verilmiştir.

Sistemin paravanasız durumdan paravanalı duruma geçişte yağ tabakasındaki maksimum zorlanma yaklaşık olarak,

$$\delta = \frac{E_{2max}}{E'_{2max}} = \frac{35,52 \text{ kV/cm}}{28,89 \text{ kV/cm}} \approx 1,23$$

kadar yükselmektedir.

4.3.3. Düzgün Zorlanmalı Eşeksenli Silindirsel Sistemler

Bilindiği üzere, düzgün alanlı olmayan sistemler, gerek zorlanma ve gerekse ekonomik bakımından, düzgün alanlı sistemlere göre elverişiz sistemlerdir.

Genel olarak, belirli bir gerilim için boyutlandırılmış olan düzgün alanlı olmayan sistemlerin boyutları, düzgün alanlı sisteme göre oldukça büyük olur. Böyle bir sistemin ekonomik ve teknolojik bakımından elverişli olmayacağı açıklar. Bu nedenle, özellikle eşeksenli silindirsel sistemlerin bazı durumlarda düzgün zorlanmalı bir sistem durumuna dönüştürülmesi yoluna gidilir. Bu sistemlerde alan şekli radyal bir alan olmasına rağmen, radyal yöndeki alan şiddeti her noktada aynı değerdedir. Bu gibi sistemler, düzlemsel elektrotlu düzgün alanlı sistemlerden ayırt edebilmek amacıyla, "düzgün zorlanmalı sistemler" olarak tanımlanırlar.

Eşeksenli silindirsel sistemin alanının radyal yönde düzgün duruma getirilebilmesi elektrotlar arasındaki gerilim dağılımının yanı potansiyelin lineer duruma getirilmesine bağlıdır. Lineer bir gerilim dağılımı da söz konusu sistemi, teorik olarak, tabaka sayısı sonsuz olan çok tabaklı eşeksenli bir silindirsel sisteme dönüştürmek ve her biri birer eşeksenli silindirsel kondansatör olan bu tabakaların kapasitelerini birbirine eşit olacak şekilde boyutlandırmak suretiyle sağlanabilir. Bu kondansatörler, kısmi kondansatörler olarak tanımlanır. Kısıtlı kondansatörlerin kapasiteleri iki şekilde birbirine eşit yapılabilir: Ya kısmi kondansatörlerin uzunlukları sabit (l =sabit) kalmak koşuluyla tabakaların dielektrik katsayıları ile tabakaların r yarıçapları arasında zorlanma bakımından düzgünlik koşulu veren $\epsilon=f(r)$ gibi bir bağıntıdan yararlanılır veya kısmi kondansatörler arasında, aynı yalıtkan madde kullanıldığına göre ($\epsilon=sabit$) kısmi kondansatörlerin l uzunlukları ile r yarıçapları arasında zorlanma bakımından düzgünlik koşulunu veren $l=f(r)$ gibi bir bağıntıdan

① $E = f(r)$

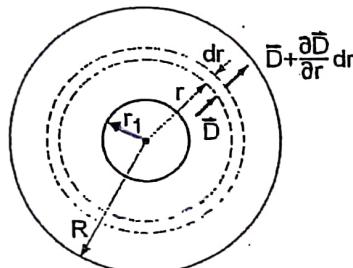
② $E = l/r$

$C = \epsilon A$

yararlanılır. Birinci yöntem yardımcı ile elde edilen düzgün zorlanmalı silindirsel sistemler, daha çok düzgün zorlanmalı kablolar için ve ikinci yöntem ise daha çok kondansatörlü geçit izolatörleri için söz konusu olur.

4.3.3.1. Düzgün Zorlanmalı Kablo

Şekil 4.23'te görüldüğü gibi, yarıçapları r_1 , R olan l uzunluğunda eşeksenli bir silindirsel sistem düzgün zorlanmalı bir sisteme dönüştürülecektir.



Şekil 4.23.

$r_1 \leq r \leq R$ olmak üzere, yarıçapları r ve $r+dr$ olan sonsuz ince kalınlıkta eşeksenli silindirsel sisteme Gauss teoremi uygulanırsa elde edilen,

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = -2\pi r l D + 2\pi l(r+dr) \left(D + \frac{\partial D}{\partial r} dr \right) = 0 \quad (4.64)$$

denkleminden kareli terim ihmal edildiğinde,

$$\frac{dD}{dr} + \frac{1}{r} D = 0 \quad (4.65)$$

diferansiyel denklemi elde edilir. Deplasman ile alan şiddeti arasındaki $D=\epsilon E$ bağıntısında, düzgünlük koşulu olarak $E=\text{sabit}$ koşulu göz önüne alınırsa,

$$\frac{d\epsilon}{dr} + \frac{1}{r} \epsilon = 0 \quad (4.66)$$

$$r d\epsilon + \epsilon dr = 0$$

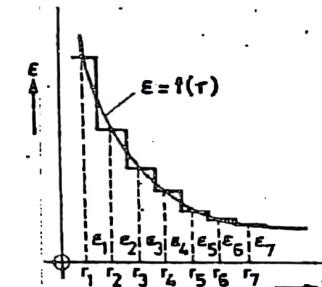
$$\frac{d\epsilon}{\epsilon} + \frac{dr}{r} = 0$$

diferansiyel denklemi ve buradan da ortamın dielektrik katsayısı ile r yarıçapı arasında,

$$\epsilon = f(r) = \frac{A}{r}, \quad \epsilon \cdot r = A = \text{sabit} \quad (4.67)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntıya eşeksenli silindirsel kablo sisteminin "zorlanma bakımından düzgünlük koşulu" denir.

Tabakaların dielektrik katsayısı ile yarıçapları arasındaki $\epsilon=f(r)$ bağıntısı Şekil 4.24'ü görüldüğü üzere, bir hiperbol eğrisi verir.



Şekil 4.24. $\epsilon=f(r)$ eğrisi.

Yukarıdaki bağıntıda A sabitinin değeri kablonun iç ve dış silindir yarıçapları r_1 ve r_n (kurşun kılıfının iç yarıçapı) olduğuna göre,

$$\epsilon_1 \cdot r_1 = \epsilon_n \cdot r_n = A \quad (4.68)$$

bağıntısı yardımıyla bulunur. Bu sistem, gerçekte ideal düzgün zorlanmalı bir sisteme karşı düşer.

Uygulamada söz konusu olabilecek yalıtkan maddelerin sayısı sınırlıdır. Bu nedenle uygulamada, tabaka sayısı sınırlı olan, birkaç tabakadan oluşan sistemler söz konusu olabilir.

$n \rightarrow \infty$ olursa düzgün zorlanmalı sistem olur. Pratikte n (tabaka sayısı) sonsuz olmaz.

n tabakalı yaklaşık düzgün zorlanmalı bir sistemde i'ninci tabakanın kapasitesini ve bu tabakadakı maksimum alanı veren,

$$C_i = \frac{2\pi \epsilon_i l}{\ln\left(1 + \frac{a_i}{r_i}\right)}, \quad E_{i\max} = \frac{U_i}{r_i \cdot \ln\left(1 + \frac{a_i}{r_i}\right)} \quad (4.69)$$

bağıntılarda, tabaka kalınlıklarının birbirine eşit olduğunu ($a_1=a_2=\dots=a_n=a$) ve tabaka kalınlıklarının tabaka yarıçapları yanında çok küçük olduğunu ($a_i \ll r_i$) kabul ettiğimizde yaklaşık olarak $\ln(1+a_i/r_i) \approx a_i/r_i$ alınabileceğinden ve esasen l uzunluğu da sabit olduğundan tabakaların kapasiteleri ve tabakalara düşen gerilimler, yaklaşık olarak,

$$\begin{aligned} C_1 &\equiv C_2 \equiv \dots \equiv C_n = C_0 = \text{sabit} \\ U_1 &\equiv U_2 \equiv \dots \equiv U_n = U_0 = \text{sabit} \end{aligned} \quad (4.70)$$

olurlar. Buradan da, zorlanma bakımından yaklaşık düzgülük koşulunu veren bağıntı,

$$E_{1\max} \equiv E_{2\max} \equiv \dots \equiv E_{n\max} = E_0 = \frac{U_0}{a} = \text{sabit} \quad (4.71)$$

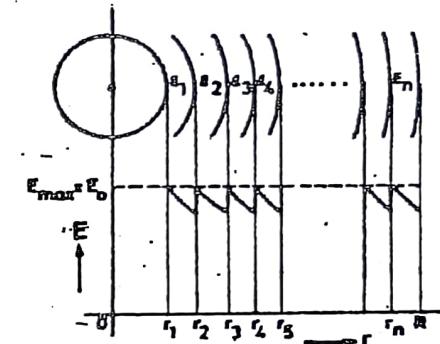
$$\epsilon_1 r_1 \equiv \epsilon_2 r_2 \equiv \dots \equiv \epsilon_n r_n = A = \text{sabit} \quad (4.72)$$

şeklinde yazılabilir.

Bu bağıntı iki tabakalı sisteme $E_{1\max}=E_{2\max}$ olması için, $\epsilon_1 r_1 = \epsilon_2 r_2$ olması koşulunun n tabaka için yazılmamasından başka bir şey değildir. n tabakalı sistemde,

$$\begin{aligned} E_{1\max} &= E_{2\max} = \dots = E_{n\max} \\ \text{olması için,} \\ \epsilon_1 r_1 &= \epsilon_2 r_2 = \dots = \epsilon_n r_n \end{aligned} \quad (4.73)$$

olmalıdır. Şekil 4.25'de tabakalardaki elektrik alanı değişimi şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.25. Düzgün zorlanmalı çok tabakalı sistem

4.3.3.2. Düzgün Zorlanmalı Kablo İle Bir Tabakalı Sistemin Karşılaştırılması

Burada düzgün zorlanmalı bir kablo ile bir tabakalı eşeksiz bir silindirsel sistem, zorlanma, delinme ve ekonomik bakımından birbiriyle karşılaştırılacaktır.

a. Zorlanma ve delinme bakımından karşılaştırma

Şekil 4.26.a, b de boyutları ve elekrot gerilimleri aynı olan, yani elekrot yarıçapları ve elekrotlara uygulanan gerilimleri aynı olan bir ve çok tabakalı sistemler gösterilmiştir.

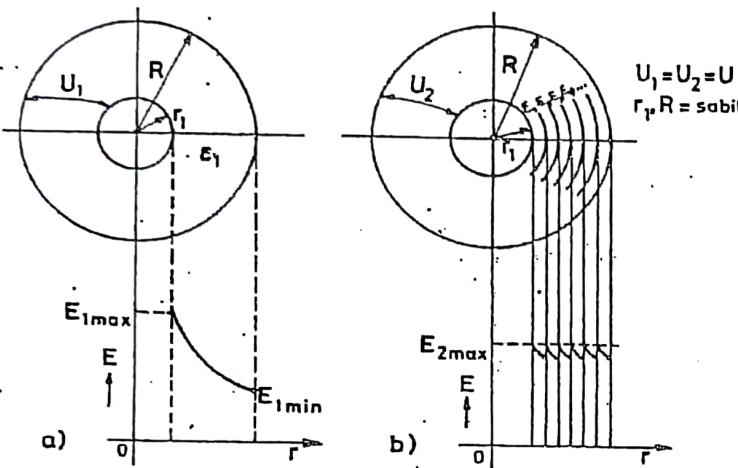
Bir tabakalı sisteme uygulanabilen en büyük gerilim U_1 , düzgün zorlanmalı sisteme uygulanabilen en büyük gerilim de U_2 ile gösterilirse,

$$U_1 = E_{1\max} \cdot a \cdot \eta_1 \quad (4.74)$$

ve

$$U_2 = E_{2\max} \cdot a \cdot \eta_2 = E_{2\max} \cdot a \quad (\eta_2 = l) \quad (4.75)$$

olduğundan bu iki sisteme aynı gerilim uygulandığında ($U_1=U_2$), bu iki sistemin maksimum alanları arasında,



Şekil 4.26.

$$\frac{E_{2\max}}{E_{1\max}} = \eta_1 \quad \eta_1 = \frac{\ln p_1}{p_1 - 1} \quad (4.76)$$

bağıntısı olduğu görülmür. Bir tabakalı sisteme daima $\eta_1 < 1$ olduğundan düzgün zorlanmalı sistemin $E_{2\max}$ zorlanması, daima bir tabakalı sistemin $E_{1\max}$ zorlanmasıından küçüktür. Bir tabakalı sistemin delinme bakımından en elverişli düzende η_1 faydalama faktörünün değerinin 0,582 olduğu göz önünde tutulursa, bu iki sistemin maksimum zorlanmaları arasında,

$$E_{2\max} = 0,582 \cdot E_{1\max} \quad (4.77)$$

gibi bir bağıntı vardır.

Şimdi bu iki sistemi delinme bakımından, daha doğrusu delinme başlangıç gerilimleri bakımından karşılaştırıralım.

Her iki sistemin boyutlarının birbirine eşit olduğunu ve her iki sistemde iç elektrodun üzerinde aynı cins yalıtkan maddenin bulunduğu

*Düzgün zorlanmada $n=1$ olur.
→ düzgünle laterasyon*

dolayısıyle her iki sistemin delinme dayanımlarının eşit olduğunu kabul edelim. Buna göre,

$$U_{d1} = E_d \cdot a \cdot \eta_1, \quad U_{d2} = E_d \cdot a \cdot \eta_2 \quad (\eta_2 = 1) \quad (4.78)$$

delinme başlangıç gerilimleri arasında

$$\frac{U_{d1}}{U_{d2}} = \eta_1 < 1 \quad (4.79)$$

bağıntısı bulunur.

Delinme bakımından en elverişli düzende $p_{d1} = R/r_1 = e$ ve

$$\eta_{d1} = \frac{\ln p_{d1}}{p_{d1} - 1} = \frac{1}{e - 1} = 0,582$$

olduğundan

$$\frac{U_{d1}}{U_{d2}} = 0,582$$

veya

$$U_{d2} = 1,718 \cdot U_{d1} \quad (4.80)$$

olur. Bu da bize delinme bakımından en elverişli düzende, düzgün zorlanmalı sisteme, bir tabakalı sisteme göre 1,718 katı daha büyük bir gerilim uygulanabileceğini gösterir.

b. Ekonomik bakımdan karşılaştırma

Bunun için her iki sisteme iç elektrot yarıçaplarının ve bunların üzerindeki yalıtkan maddelerin delinme dayanımlarının ve her iki sistemin delinme başlangıç gerilimlerinin birbirine eşit olduklarını kabul edelim.

Birinci sistemin yalıtkan kalınlığı a_1 , ikinci sisteminkisi a_2 olsun. Birinci sistem için

$$U_1 = E_{\max} \cdot a_1 \cdot \eta_1$$

veya

$$U_d = E_d \cdot a_1 \cdot \eta_1$$

ikinci sistem için de,

$$U_2 = U_1 = E_{\max} \cdot a_2$$

veya

$$U_d = E_d \cdot a_2 \quad (\eta_2 = 1)$$

denklemleri yazılabilir. Buradan

$$a_2 = a_1 \cdot \eta_1$$

bulunur.

Hacimler arasındaki bağıntı için

$$V_1 = \pi [(r_1 + a_1)^2 - r_1^2] \cdot l$$

$$V_2 = \pi [(r_1 + a_2)^2 - r_1^2] \cdot l$$

denklemlerinden yararlanılabılır. Dolayısıyle,

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\left(\frac{r_1 + a_1}{r_1}\right)^2 - 1}{\left(\frac{r_1 + a_2}{r_1}\right)^2 - 1} = \frac{p_1^2 - 1}{\left(\frac{r_1 + a_1 \cdot \eta_1}{r_1}\right)^2 - 1} = \frac{p_1^2 - 1}{\left(1 + \frac{a_1}{r_1} \cdot \eta_1\right)^2 - 1} \quad (4.85)$$

olur. Burada η_1 yerine $\eta_1 = \ln p_1 / (p_1 - 1)$ ve $p_1 = (r_1 + a_1) / r_1$ olduğundan. a_1 / r_1 yerine $p_1 - 1$ konursa.

$$\left(1 + \frac{a_1}{r_1} \cdot \eta_1\right)^2 - 1 = \left[1 + \frac{\ln p_1}{p_1 - 1} (p_1 - 1)\right]^2 - 1 = (1 + \ln p_1)^2 - 1 \quad (4.86)$$

olur. Dolayısıyle V_1 / V_2 oranı için

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_1^2 - 1}{(1 + \ln p_1)^2 - 1} \quad (4.87)$$

denklemi elde edilir.

Bir tabakalı sistemin delinme bakımından en elverişli düzeni için $p_1 = p_d = 2.718$ olduğundan,

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{(2.718)^2 - 1}{(1+1)^2 - 1} = 2.13$$

veya

$$V_2 = 0.47 \cdot V_1 \quad (4.88)$$

olur. Bu sonuç düzgün zorlanmalı silindircel sistemin, bir tabakalı silindircel sisteme göre ekonomik bakımından da daha elverişli olduğunu gösterir.

4.3.3.3. Kondansatörlü geçit izolatörleri

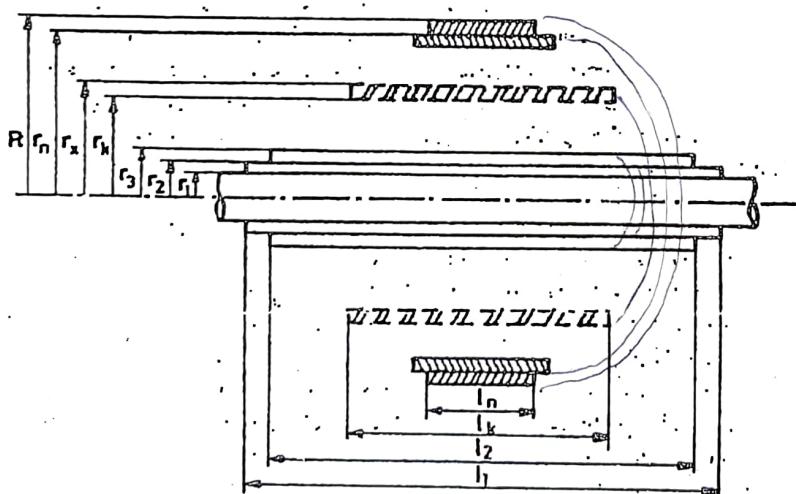
Bilindiği üzere bir yüksek gerilim aygıtı veya tesisatında ve örneğin bir transformatör veya bir dağıtım istasyonunda, bir ortamdan diğerine geçen ve gerilim altında bulunan iletkenleri toprağa karşı yalıtmak amacıyla transformatör tipi veya duvar tipi geçit izolatörleri kullanılır. Bunlar esas olarak, birer eşeksenli silindircel sistem gibi ele alınabilir. Bunların en basit şekli, silindircel bir flanş ile eşeksenli bir iletkenden oluşan normal havalı geçit izolatörleridir. Radyal zorlanmaya karşı boyutlandırılan bu gibi havalı geçit izolatörlerinin yarıçapları yüksek gerilimlerde istenmeyecek kadar büyük değerler alabilir. Bu da sonuç olarak söz konusu aygıtın boyutlarının gereksiz yere büyümесine ve dolayısıyla ekonomik ve teknolojik bakımından önemli problemlerin ortayamasına sebep olur. Bu nedenle, belirli bir işletme geriliminin ve örneğin 60 kV'un üstündeki gerilimlerde, radyal yönündeki delinme dayanımları daha büyük olan paravanalı, havalı, yağlı, paravanalı yağlı tiplerin ve daha yüksek gerilimlerde ise, özellikle kondansatörlü geçit izolatörlerinin kullanılması yoluna gidilir. Bu sayede radyal boyulların daha küçük olması sağlanır.

Bundan önce ele alınan düzgün zorlanmalı kablo sisteminde, yalnız radyal yönde bir zorlanma söz konusu olduğu halde, koudansatörlü geçit izolatörlerinde hem radyal, hem de eksenel yönde bir zorlanma söz konusudur. Birçok durumda koudansatörlü geçit izolatörünün boyutlandırılmışında yüzeysel boşalma olayları bakımından, daha önemli olması nedeniyle genellikle eksenel zorlanma esas alınır.

a. Radyal zorlanma

Kondansatörlü geçit izolatörlerinde ortamda aynı cins yalıtkan maddeler kullanıldığından, radyal yönde düzgün bir zorlanma, ancak eşeksenli kısmının kondansatörlerin \perp uzunlukları ile π yarıçapları arasında bulunacak $\perp = f(r)$ gibi bir bağıntı yardımıyle sağlanabilir. Kondansatörlü geçit izolatörlerinde pertinaks veya yağıla emdirilmiş kağıt türünden yalıtkan maddeler kullanılır. Kısıtlı kondansatörler ise, genel olarak, ince alüminyum folyeler sarılmak suretiyle elde edilir. Düzgün zorlanmamış sistemin bu şekilde eşeksenli kısmının kondansatörlerden yapılmış olması, söz konusu sistemin kondansatörlü geçit izolatörünü olarak tanımlanmasına neden olmuştur.

Önce, bu problem genel olarak çözülecektir. Dielektrik katsayıları ve uzunlukları farklı çok tabakalı eşeksenli silindirsel bir elektrot sistemi göz önüne alınınsın (Şekil 4.27).



Şekil 4.27. Çok tabakalı egeksenli silindirsel elektron sistemi

Elektrotlara uygulanan gerilim U : elektrot yarıçapları r_1 ve R ; tabakaların iç yarıçapları $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$; tabakaların dielektrik katsayıları $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots, \epsilon_n$ ve tabakaların uzunlukları $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ olsun. Tabakaların kapasiteleri C_1, C_2, \dots, C_n ile gösterilirse, C eşdeğer kapasitesi.

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}} \quad (4.89)$$

bağıntısından hesaplanır. Burada

$$\Rightarrow C_1 = \frac{2\pi \epsilon_1 \cdot l_1}{\ln \frac{l_2}{l_1}}, \quad C_2 = \frac{2\pi \epsilon_2 \cdot l_2}{\ln \frac{l_3}{l_2}}, \dots, \quad C_i = \frac{2\pi \epsilon_i \cdot l_i}{\ln \frac{l_{i+1}}{l_i}} \quad (i=1,\dots,n) \quad (4.90)$$

olduğundan C eşdeğer kapasitesi

$$C = \frac{2\pi}{\sum_{i=1}^n \frac{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}{e_i \cdot k}} \quad (4.9)$$

olur. k' inci tabakada eksenden r_x uzaklığında bulunan bir noktadaki elektrik alanı,

$$\Rightarrow E_x = \frac{D_x}{\epsilon_k} = \frac{Q}{\epsilon_k \cdot S_x} = \frac{C \cdot U}{\epsilon_k \cdot S_x} \quad (4.92)$$

denklemiyle hesaplanabilir. Burada ϵ_1 k^{inci} tabakanın dielektrik katsayılığını, S_x yarıçapı r_x olan silindirin yanal alanını, C sistemin eşdeğer kapasitesini ve U da elektrotlara uygulanan gerilimi göstermektedir.

(Sıradan yararlıdır)

$$S_x = 2\pi \cdot r_x \cdot l_k \quad \text{ve} \quad C = \frac{2\pi}{\sum_{i=1}^n \frac{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}{\epsilon_i \cdot l_i}}$$
(4.93)

olduklarından E_x elektrik alanı,

$$E_x = \frac{U}{\epsilon_k \cdot l_k \cdot r_x \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}{\epsilon_i \cdot l_i}} = \frac{A}{\epsilon_k \cdot l_k \cdot r_x}$$
(4.94)

olur. Burada A

$$A = \frac{U}{\sum_{i=1}^n \frac{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}{\epsilon_i \cdot l_i}}$$
(4.95)

konmuştur.

r_x yarıçapı r_1 den R ye kadar sürekli olarak, ϵ_k ve l_k da tabakadan tabakaya kesikli olarak değişirler.

$$r_x = r_1 \text{ için } E_x = E_{1\max},$$

$$r_x = r_2 \text{ için } E_x = E_{2\max},$$

⋮

$$r_x = r_n \text{ için } E_x = E_{n\max}$$

olur. Demek ki,

$$\cancel{E_{1\max} = E_{2\max} = \dots = E_{n\max}} \quad (4.96)$$

olması için

$$\epsilon_1 l_1 r_1 = \epsilon_2 l_2 r_2 = \dots = \epsilon_n l_n r_n = \text{sabit} \quad (4.97)$$

koşulunun sağlanması gereklidir. Bu denklem düzgün zorlanmanın genel koşulu denklemidir. Eğer tabaka boyları eşit ise ($l_1 = l_2 = \dots = l_n$) o zaman E_x elektrik alanı

$$E_x = \frac{U}{\epsilon_k \cdot r_x \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}{\epsilon_i}} = \frac{A_1}{\epsilon_k \cdot r_x}$$

$$A_1 = \frac{U}{\sum_{i=1}^n \frac{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}{\epsilon_i}} \quad (4.98)$$

olur ve elektrik alanının düzgün olma koşulu da,

$$\epsilon_1 r_1 = \epsilon_2 r_2 = \dots = \epsilon_n r_n \quad (4.99)$$

şekline girer ki, bu daha önce düzgün zorlanmalı kablo kısmında incelenmişti.

Aynı yalıtkan maddenin kullanılması durumunda ($\epsilon_1 = \epsilon_2 = \dots = \epsilon_n$) E_x elektrik alanı,

$$E_x = \frac{U}{l_k \cdot r_x \cdot \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{l}} = \frac{A_2}{l_k \cdot r_x} \quad (4.100)$$

Burada,

$$A_2 = \frac{U}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{l}}$$

dir. Elektrik alanının düzgün olma koşulu da

$$l_1 r_1 = l_2 r_2 = \dots = l_n r_n \quad (4.101)$$

şekline girer.

Sayısal Örnek:

Şekil 4.28'de 110 kV'luk bir kondansatörlü geçit izolatorünün kesiti gösterilmiştir. Burada elektrik alanının her noktada aynı olması için farklı uzunluklarda 10 adet alüminyum folye, kâğıt yalıtkan ile birlikte eşit aralıklarla silindir şeklinde sarılmıştır. Alüminyum folyelerin uzunluklarını hesaplayınız.

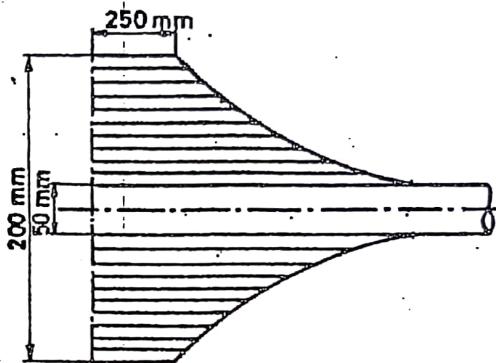
Yanıt:

Kalınlığı $a=(200-50)/2=75$ mm ve folyeler arası açıklık $a_1=a/10=7,5$ mm olduğundan, tabakaların iç yarıçapları

$$\begin{aligned} r_1 &= 25 \text{ mm}, r_2 = 25 + 7,5 = 32,5 \text{ mm}, r_3 = 32,5 + 7,5 = 40 \text{ mm}, \\ r_4 &= 40 + 7,5 = 47,5 \text{ mm}, r_5 = 47,5 + 7,5 = 55 \text{ mm}, r_6 = 55 + 7,5 = 62,5 \text{ mm}, \\ r_7 &= 62,5 + 7,5 = 70 \text{ mm}, r_8 = 70 + 7,5 = 77,5 \text{ mm}, r_9 = 77,5 + 7,5 = 85 \text{ mm}, \end{aligned}$$

$$r_{10} = 85 + 7,5 = 92,5 \text{ mm}$$

olur.



Şekil 4.28. 110 kV'luk bir kondansatörlü geçit izolatörү kesiti.

$l_{10}=250$ mm ve $r_{10}=92,5$ mm olduğundan,

$$l_1 \cdot r_1 = l_2 \cdot r_2 = \dots = l_{10} \cdot r_{10} = 250 \cdot 92,5$$

bağıntısı yardımıyle

$$l_1 = 925 \text{ mm}, l_2 = 712,5 \text{ mm}, l_3 = 578,5 \text{ mm},$$

$$l_4 = 487,5 \text{ mm}, l_5 = 421,5 \text{ mm}, l_6 = 370 \text{ mm},$$

$$l_7 = 331,5 \text{ mm}, l_8 = 298,5 \text{ mm}, l_9 = 272,5 \text{ mm}$$

bulunur.

Radyal yönde düzgün zorlanmalı bir sistem, eksende bulunan iletken ile flanş arasında deplasman akısının tümünün kısmi kondansatörlerden geçtiği, yani kaçak akılarının ihmal edildiği, tabaka sayısının sonsuz büyük olduğu kabul edilerek kolayca incelenebilir. Yarıçapları $r, r+dr$ ve uzunlukları $l, l+dl$ olan silindirsel elektrotlardan oluşan eşeksenli sisteme Gauss teoremi uygulanırsa ve bu arada, ortamda aynı cins yalıtkan madde kullanıldığına, yani $\epsilon=\text{sabit}$ olduğuna göre, $D=\epsilon E$ bağıntısında düzgün zorlanma gereği $E=\text{sabit}$ olması dolayısıyla deplasmanın da $D=\text{sabit}$ olacağı göz önünde tutulursa,

$$\oint \bar{D} \cdot d\bar{S} = D \oint dS = 0 \quad (4.102)$$

denklemi yazılabilir. Burada.

$$dS = 2\pi r l - 2\pi(r+dr)(l+dl) \quad (4.103)$$

ifadesinde $dr \cdot dl$ çarpımı ihmal edilebileceğinden

$$\ln l = -\ln r + \ln K = \ln \frac{K}{r} \quad (4.104)$$

$$l = \frac{K}{r} = f(r), \quad r l = K = \text{sabit} \quad (4.105)$$

bağıntısı elde edilir. Düzgün zorlanmalı kabloda olduğu gibi, burada da $l=f(r)$ bağıntısı bir hiperbol verir. Silindir yarıçapları ve uzunlukları $l=f(r)$ zarf eğrisini sağlayacak şekilde seçildikleri takdirde, radyal zorlanma bakımından düzgün zorlanmalı bir sistem elde edilir. Her tabaka, düzlemsel elektrotlu düzgün alanlı bir sistem gibi ele alınabileceğinden, sistemin tümü, düzgün alanlı bir sistem gibi incelenebilir.

Yukarıdaki açıklamalara göre radyal zorlanma için,

$$E_r = \frac{D_r}{\epsilon} = \frac{Q}{2\pi\epsilon r l} = \frac{K_0}{rl} = \text{sabit} \quad (4.106)$$

$$rl = \frac{K_0}{E_r} = K \quad (4.107)$$

bağıntısı elde edilir.

~~D~~ Düzgün zorlanma koşulunu veren bağıntı, aynı zamanda, uzunlukları zarf eğrisine uygun silindir yüzeylerinin birbirine eşit olacağını gösterir. ~~K~~ sabitinin değeri sınır koşullarından bulunur. İletken ve flanş yarıçapları r_i , r_f ve uzunlukları l_i , l_f ile gösterilirse,

$$K = r_i \cdot l_i = r_f \cdot l_f \quad (4.108)$$

olarak. Burada iletken ve flanştan birinin yarıçapı ve uzunluğu bilinir.

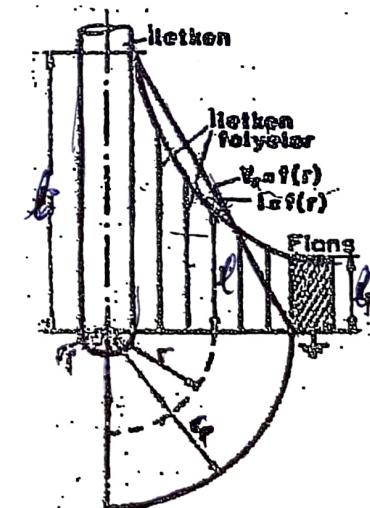
b. Eksenel zorlanma

Burada, kısmi kondansatörlere ait folyelerin uçlarının çizdiği zarf eğrisinin bulunduğu yüzeyde meydana gelen zorlanmalar incelenecaktır. Zarf eğrisinin bulunduğu yüzeyde, belirli bir gerilim dağılımı, yani potansiyel dağılımı bulunacağına göre, daha önce ele alınan radyal zorlanmadan başka bir de eksenel zorlanma meydana geleceği açıktır. Bu zorlanmayı bulmak amacıyla, folyelerin potansiyel dağılımını veren eğriyi bulmak ve bunu zarf eğrisi ile karşılaştırmak gereklidir.

Tabaka sayısı sonsuz ve tabaka kalınlıkları birbirine eşit olan radyal yönde düzgün zorlanmalı bir geçit izolatöründe, folyelerin topraklanmış flanşa göre gerilimi, daha doğrusu potansiyeli, folyelerin yarıçapı r , flanşın yarıçapı r_f ve radyal zorlanma E_r olduğuna göre,

$$V = E_r(r_f - r) \quad (4.109)$$

olarak (Şekil 4.29).



Şekil 4.29.

Eksende bulunan ve yarıçapı r_1 olan iletkenin, flanşa göre gerilimini veren,

$$U = E_r (r_F - r_1) \quad (4.110)$$

bağıntısı göz önüne alındığında, yukarıdaki bağıntı.

$$V = U \frac{r_F - r}{r_F - r_1} = f(r) \quad (4.111)$$

şeklinde yazılabilir. Bu bağıntı flanş ile iletken arasındaki gerilimin, yani potansiyelin lineer olarak değiştğini gösterir.

Folyelerin $I=f(r)$ zarf eğrisi ile $V=f(r)$ potansiyel eğrisi birbirine uymuş olsaydı, hiç şüphesiz zarf eğrisinin bulunduğu yüzeyde meydana gelecek eksenel zorlanmanın da sabit bir değeri olurdu.

Fakat zarf eğrisinin bir hiperbol eğrisi olması sebebiyle, bu iki eğrinin birbirile üst üste gelmeyeceği açıklar. Eksenel yönde zorlanma,

$$E_r = \frac{dV}{dr} = \frac{\partial V}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial I} \quad (4.112)$$

bağıntısı yardımıyla bulunur. Burada V potansiyelini veren bağıntı ile radyal yönde zorlanmanın düzgünlük koşulunu veren $I=K/r$ bağıntısından elde edilen

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial r} &= -\frac{U}{(r_F - r_1)} \\ \frac{\partial I}{\partial r} &= -\frac{K}{r^2} = -\frac{r_1 \cdot l}{r^2} \quad \text{Soyfa 138} \\ \therefore \frac{\partial r}{\partial I} &= -\frac{r^2}{r_1 \cdot l} \end{aligned} \quad (4.113)$$

bağıntıları göz önüne alındığında eksenel zorlanma için.

$$E_r = \frac{U}{(r_F - r_1) \cdot r_1 \cdot l} \cdot r^2 \quad (4.114)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntı radyal yönde düzgün zorlanmalı bir kondansatörlü geçit izolatörünün yüzeyindeki eksenel zorlanmanın, yarıçapın karesiyle düzgün olamayacağını $r=r_F$ için, yani flanşta en büyük değeri alacağını gösterir. Bu gibi geçit izolatörlerinde, boşalmaların önce flanşda başlaması da bunu göstermektedir. Bu açıklamalar, kondansatörlü bir geçit izolatörünün, yalnız radyal yönde düzgün bir zorlanma elde edilecek şekilde boyutlandırılmışının yeterli olamayacağını eksenel zorlanmanın da göz önüne bulundurulması gerektiğini gösterir. Eksenel zorlanma bakımından düzgünsüzük derecesi büyük olan, radyal düzgün zorlanmayı söyle bir kondansatörlü geçit izolatöründe, maksimum zorlanmanın bulunduğu flanş bölgesinde, daha küçük gerilimlerde yüzeysel boşalmalar meydana gelebilir. Bu nedenle eksenel zorlanmanın küçültülmesi yoluna gidilir. Radyal zorlanma bakımından boyutlandırılmış bir geçit izolatörünün boyunu (l' yi) uzun seçmekle eksenel zorlanmayı küçültmek mümkündür ve hatta bu şekilde bir boyutlandırma, geçit izolatörünün yarıçapının küçülmesini de sağlayabilir. Fakat böyle bir önlem, geçit izolatörünün gereğinden fazla uzun olmasına sebep olur. Bu nedenle, uygulamada böyle bir önleme başvurulmaz. Uygulamada daha çok ve genellikle, kondansatörlü geçit izolatörleri, özellikle düzgün bir eksenel zorlanma elde edilecek şekilde boyutlandırılır.

Folyelerin uzunlıklarının lineer değişen V potansiyel doğrusu ile çakışacak şekilde seçilmesi durumunda, eksenel yönde düzgün bir zorlanma ($E_r=\text{sabit}$) elde edilir. Fakat bu durumda radyal yönde düzgün zorlanmanın bozulacağı da açıklar.

Eksenel zorlanmanın düzgün bir duruma getirilmesi durumunda radyal zorlanmadan meydana gelecek değişikliği daha doğrusu, bu durumda radyal zorlanmayı veren bağıntının bulunması: Bunun için birbirini izleyen iki folye arasındaki dV gerilimini veren,

$$dV = -E_r \cdot dr = E_r \cdot dI \quad (4.115)$$

bağıntısını ele alalım. Burada, $E_r=\text{sabit}$ olması koşulunu veren bağıntı ile radyal zorlanmayı veren,

$$E_r = \frac{K_0}{r \cdot l} = f(r \cdot l)$$

(4.116)

bağıntısını göz önüne alduğımızda,

$$E_l = \frac{K_0}{r \cdot l} \cdot \frac{dr}{dl} = K_1 = \text{sabit}$$

(4.117)

bağıntısını ve buradan da,

$$rl \frac{dl}{dr} = K_2 = \text{sabit}$$

(4.118)

bağıntısını ve dolayısıyla

$$\frac{l^2}{2} - K_2 \cdot \ln r - K_3 = 0$$

(4.119)

denklemi elde edilir. Burada K_2 ve K_3 integral sabitleri, sınır koşullarından bulunur. İletken ve flanşın boyutları r_I , l_I ve r_F , l_F verildiğine göre, folyelerin uzunlukları ve yarıçapları arasında,

$$l = \left(-\frac{l_I^2 - l_F^2}{\ln \frac{r_F}{r_I}} \cdot \ln \frac{r}{r_I} + l_I^2 \right)^{1/2} = f(r) \quad (4.120)$$

veya

$$\frac{l^2 - l^2}{l_I^2 - l_F^2} = \frac{\ln \left(\frac{r}{r_I} \right)}{\ln \left(\frac{r_F}{r_I} \right)} \quad (4.120a)$$

gibi bir bağıntı bulunur. Diğer taraftan, düzgün bir eksenel zorlanmada, iletkenin flanşa göre gerilimi U olduğuna göre,

$$E_l = \frac{U}{l - l_F}$$

(4.121)

olacağından, radyal zorlanma için

$$E_r = -E_l \frac{dl}{dr} = \frac{-U}{l_I - l_F} \cdot \frac{dl}{dr}$$

(4.122)

bağıntısı ve buradan da dl/dr türevini göz önüne alduğımızda,

$$E_r = \frac{U}{2} \cdot \frac{l_I + l_F}{\ln \frac{r_F}{r_I}} \cdot \frac{1}{r \cdot l} \quad (4.123)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntı eksenel zorlanmanın düzgün yapıldığı kondansatörlü bir geçit izolatöründe, radyal zorlanmanın düzgün dağılmayacağını ve tabakaların kapasitelerinde meydana gelen bağıl değişimini, iletken ve flanşa yakın bölgelerde küçük, buna karşılık orta kısımda büyük olması ve bunun sonucunda gerilim dağılımının bozulması nedeniyle, radyal zorlanmanın iletken ve flanşa yakın bölgelerde en büyük değeri alacağını gösterir.

Uygulamada, genel olarak, flanş ve iletken çevresinde meydana gelen en büyük zorlanmalar eşit yapılmaya çalışılır. Aslında, söz konusu en büyük zorlanma, sistemin maksimum zorlanmasını oluşturur. Bu zorlanmanın minimum olduğu, zorlanma bakımından en elverişli bir düzen vardır. Bu düzenin geometrik karakteristiği şöyle bulunur: Örneğin flanşdaki maksimum zorlanmayı veren ($l = l_F$, $r = r_F$),

$$E_{r_{\max}} = \frac{U}{2} \cdot \frac{l_I + l_F}{\ln \frac{r_F}{r_I}} \cdot \frac{1}{r_F \cdot l_F} \quad (4.124)$$

bağıntısı ele alınır. Bu bağıntı, radyal yöndeki zorlanmanın eşitlik koşulunu veren,

$$\eta \cdot l = r_F \cdot l_F \quad \frac{r_F}{\eta} = \frac{l}{l_F} = p \quad (4.125)$$

bağıntısı göz önüne alınarak, sistemin p geometrik karakteristiği cinsinden,

$$E_{r_{max}} = \frac{U}{2 \cdot r_F} \cdot \frac{p+1}{\ln p} \quad (4.126)$$

şeklinde yazılabilir. Maksimum zorlanmanın minimum olduğu düzenin p_d geometrik karakteristiği,

$$\frac{d E_{r_{max}}}{dp} = 0, \quad \ln p_d - \frac{1}{p_d} - 1 = 0 \quad (4.127)$$

bağıntısı yardımıyla,

$$p_d = 3,6 \quad (4.128)$$

bulunur. Maksimum zorlanmanın minimum olduğu p_d düzenine karşı düşen ortalama uzunluğu ise yaklaşık olarak

$$l_F \approx 0,28 \cdot l_I \quad (4.129)$$

olur. Bu değer oldukça büyük olduğundan, malzeme kullanımı bakımından ekonomik sayılmaz. Bu nedenle ekonomik bakımından, malzeme kullanımını minimum olan düzenin geometrik karakteristiğinin hesaplanması gereklidir.

SAYFA 200'e atla !

5

KONFORM DÖNÜŞÜM YÖNTEMİYLE ELEKTRİK ALANI İNCELENMESİ

5.1. Konform Dönüşümün Esası

Özellikle iki boyutlu elektrik alanlarının incelenmesinde konform dönüşüm yöntemi çok kullanılır. Yöntemin esası, karışık elektrik alanı problemini bir dönüşüm fonksiyonu yardımıyle bilinen basit bir elektrik alanı probleme dönüştürmektir. Bunun için doğrudan ve dolaylı olmak üzere iki yöntem vardır. Doğrudan yönteme inceleme elektrik alanını veren bir dönüşüm fonksiyonu aranır. Dolaylı yönteme ise önce bir dönüşüm fonksiyonu seçilir ve bunun hangi elektrik alanının incelenmesine yaradığı araştırılır. Burada, önce dolaylı yönteme elektrik alanları inceleneciktir.

Once $z=x+jy$ kompleks değişkenine bağlı olan bir

$$w = u + jv = f(z) \quad (5.1)$$

kompleks fonksiyonu göz önüne alınınsın. Burada,

$$w(x,y) = u(x,y) + jv(x,y) = f(z) \quad (5.2)$$

dir. z vektörünün ucu z düzleminde bir C eğrisini çizdiği zaman, w vektörünün ucu da w düzleminde bir C' eğrisini çizerse, C' eğrisinin konform dönüşümü denir. Konform dönüşüm yapmaya elverişli fonksiyonlara da analitik fonksiyonlar denir. Analitik fonksiyonlar Cauchy-Riemann koşullarını sağlayan fonksiyonlardır.

Cauchy-Riemann koşulları, bilindiği üzere, $w=f(z)$ dönüşüm fonksiyonunun real ve sanal kısımları arasında,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \quad (5.3)$$

denklemleriyle verilir. Burada u ve v nin kısmi türevlerinin mevcut ve sürekli olmaları gereklidir. Bu denklemlerin bir kere daha türevi alınırsa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= -\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (5.4)$$

denklemleri, dolayısıyla

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (5.5)$$

diferansiyel denklemi ve aynı şekilde

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= -\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} \end{aligned} \quad (5.6)$$

denklemleri ve dolayısıyla,

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0 \quad (5.7)$$

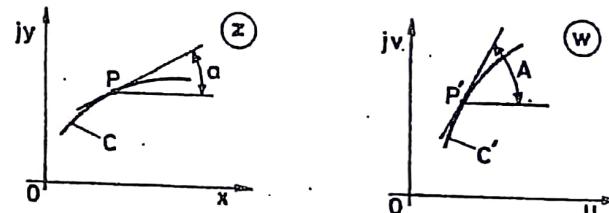
diferansiyel denklemi elde edilir. Bu denklemler iki boyutlu uzayda Laplace denklemlerinden başka bir şey değildir.

Demek ki, Cauchy-Riemann koşullarını sağlayan her fonksiyon (ki bunlara analitik fonksiyonlar denir), Laplace denklemini de sağlar.

5.1.1. Konform Dönüşümün Özellikleri

5.1.1.1. Sonsuz Küçük Eğri Parçaları Arasındaki Bağıntı

z düzlemindeki C eğrisi ile w düzlemindeki C' eğrisini ve bunlar üzerinde birbirine karşılık olan P ve P' noktalarını göz önüne alalım (Şekil 5.1).



Şekil 5.1.

$w=f(z)$ fonksiyonu Cauchy-Riemann koşullarını yerine getirdiğine göre, bu denklem tek bir türevi vardır, yani

$$w' = f'(z) \quad (5.8)$$

veya

$$dw = f'(z) \cdot dz = w' \cdot dz \quad (5.9)$$

yazılabilir. Burada $f'(z)$, dw ve dz modül ve argümanları ile yazılsa,

$$f'(z) = |f'(z)| \cdot e^{j\alpha} \quad (5.10)$$

ve

$$dw = |dw| \cdot e^{j\beta} \quad (5.11)$$

ve

$$dz = |dz| \cdot e^{j\gamma} \quad (5.12)$$

olur. Bunlar yukarıdaki denklemde yerine konursa,

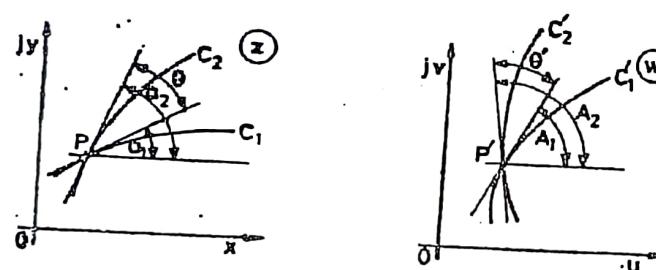
$$|dw| = |f'(z)| \cdot |dz| \quad (5.13)$$

$$A = \alpha + a \quad (5.14)$$

bağıntıları elde edilir. Buna göre, z düzlemindeki sonsuz küçük bir eğri parçası, w düzlemine geçerken, modül türev fonksiyonu o noktadaki değeri ile çarpımı kadar, argüman ise türev fonksiyonunun o noktadaki argümanı kadar artar.

5.1.1.2. Açılar Arasındaki Bağıntı

z düzleminden w düzlemine geçerken açılar değişmez. Esasen konform dönüşüm terimindeki konform sözcüğü, açıların değişmediği anlamına gelir (Şekil 5.2).



Şekil 5.2.

C_1, C_2 ve C'_1, C'_2 eğrileri arasındaki açı bağıntıları yazılırsa,

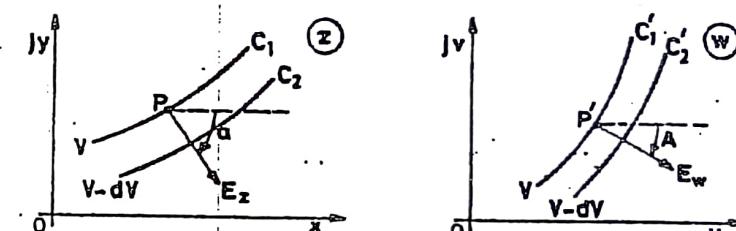
$$A_1 = \alpha + a_1 \quad (5.15)$$

$$A_2 = \alpha + a_2 \quad (5.16)$$

denklemelerinden $A_1 - A_2 = a_2 - a_1 = \theta = 0^\circ$ olduğu görülür. Demek ki, z düzleminde birbirini dik kesen eğriler, örneğin eşpotansiyel ve alan çizgileri, w düzleminde birbirini dik keserler; yani bu eğriler ortogonaldır.

5.1.1.3. Elektrik Alanları Arasındaki Bağıntı

Şimdi z ve w düzleminde elektrik alanları arasındaki bağıntıyı bulalım. Şekil 5.3'de gösterildiği gibi, z düzleminde C_1 ve C_2 eşpotansiyel çizgilerine w düzleminde C'_1 ve C'_2 eşpotansiyel çizgileri karşılık olsun. z ve w düzlemlerinde elektrik alanları,



Şekil 5.3.

$$\dot{E}_z = -\frac{dV}{dz} = -\text{grad } V \quad (5.17)$$

ve

$$\dot{E}_w = -\frac{dV}{dw} = -\text{grad } V \quad (5.18)$$

denklemiyle tanımlandığına göre,

$$\frac{\dot{E}_w}{\dot{E}_z} = \frac{1}{|f'(z)|} \quad (5.19)$$

denklemi elde edilir. Bunu modül ve argümanları ile yazarsak,

$$\left| \frac{\dot{E}_w}{\dot{E}_z} \right| = \frac{1}{|f'(z)|} \quad (5.20)$$

$$A = a - \alpha \quad (5.21)$$

denklemi elde edilir.

5.1.1.4. Dönüşüm Yönü ve Elektrik Alanı Bağıntıları

Dönüşüm işlemlerinde dönüşüm yönünün bilīmesi gerekir. Zira farklı yönlerde yapılan dönüşümlerde farklı alan şekilleri elde edilir. Genel olarak referans alanın bulunduğu düzlemden diğer düzleme geçiş normal dönüşüm yönünü verir. Referans alan ise, w düzleminde veya z düzleminde alınabilir, yani $z=g(w)$ veya $w=f(z)$ fonksiyonlarından biri, dönüşüm işleminde esas alınır. Referans düzlem olarak w düzlemi alınırsa, potansiyel olarak da v veya u seçilebilir. Her iki durumda elektrik alanı için bulunan bağıntılar aşağıda gösterilmiştir.

a) v 'nin Potansiyel Olarak Seçilmesi Durumu

z düzlemindeki elektrik alanının bileşenleri ve mutlak değeri,

$$E_x = -\frac{\partial v}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial v}{\partial y} \quad (5.22)$$

$$\dot{E}_z = E_x + jE_y = -\left(\frac{\partial v}{\partial x} + j\frac{\partial v}{\partial y}\right) \quad (5.23)$$

$$|\dot{E}_z| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \quad (5.24)$$

olur. E_z nin ifadesi, doğrudan doğruya dönüşüm fonksiyonundan gidilerek de aşağıda gösterildiği gibi bulunabilir: Örneğin $w=f(z)$ dönüşüm fonksiyonunu ele alalım. Bunun y 'ye göre türevini yeren ifadeede Cauchy-Riemann diferansiyel denklemleri gözönünde tutulursa

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial y} + j\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} + j\frac{\partial v}{\partial y} = E_x - jE_y = E_z^* \quad (5.25)$$

elde edilir. E_z^* , z düzleminde elektrik alanının eşlenik değeridir. Bu denklemde,

$$\frac{dw}{dz} = -j\frac{\partial w}{\partial y} \quad (5.26)$$

bağıntısı göz önünde tutulursa E_z^* için,

$$E_z^* = E_x - jE_y = j\frac{dw}{dz} = j\frac{1}{\frac{dz}{dw}} \quad (5.27)$$

denklemi ve mutlak değer için de,

$$|E_z^*| = |\dot{E}_z| = \frac{1}{\left|\frac{dz}{dw}\right|} \quad (5.28)$$

bağıntısı elde edilir.

b) u 'nun Potansiyel Olarak Seçilmesi Durumu

z düzlemindeki elektrik alanının bileşenleri, kompleks ve mutlak değerler için, benzer şekilde,

$$\dot{E}_z = E_x + jE_y = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + j\frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad (5.29)$$

ve dolayısıyle, x 'e göre türevini veren bağıntıdan,

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} + j\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - j\frac{\partial u}{\partial y} = -(E_x - jE_y) = -E_z^* \quad (5.30)$$

bağıntısı ve

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{dw}{dz}$$

bağıntısı göz önüne alındığında,

$$E_z^* = -\frac{1}{\frac{dz}{dw}} \quad (5.31)$$

$$|E_z^*| = |E_z| = \frac{1}{\left| \frac{dz}{dw} \right|} \quad (5.32)$$

bağıntıları elde edilir.

5.2. Konform Dönüşüm Örnekleri

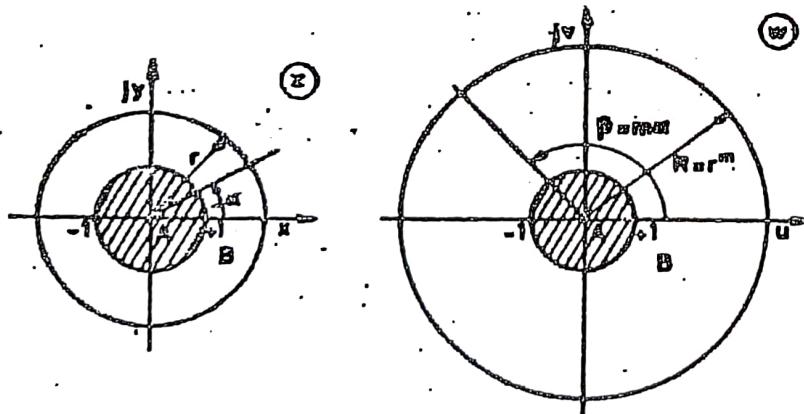
5.2.1. $w=z^m$ Dönüşümü

Bu dönüşüm yardımıyla z ve w düzlemlerinde birbirine karşılık olan dönüşüm bölgeleri incelenebilir. Kutupsal koordinat sisteminde z ve w kompleks değişkenleri.

$$z = |z| \cdot e^{j\alpha} = r \cdot e^{j\alpha}$$

$$w = |w| \cdot e^{j\beta} = R \cdot e^{j\beta}$$

şeklinde yazılabilirler.



Şekil 5.4. $w=z^m$ dönüşümü, $m > 0$.

Dolayısıyle $|w| \cdot e^{j\beta} = R \cdot e^{j\beta} = |z|^m \cdot e^{jm\alpha} = r^m \cdot e^{jm\alpha}$ denklemlerinden

$$R = r^m$$

$$\beta = m\alpha$$

$$(5.34)$$

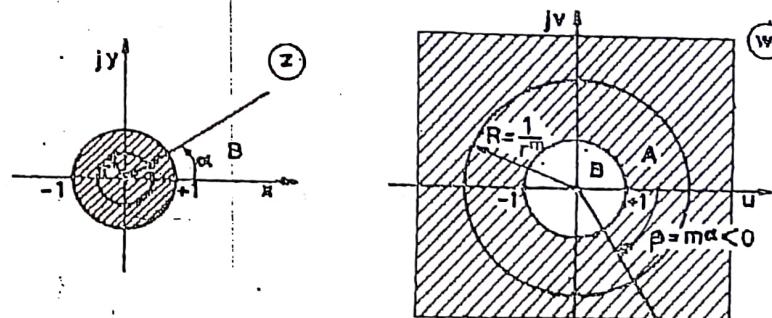
bağıntıları bulunur.

Buna göre z düzlemindeki $r=\text{sabit}$ dairelerin, w düzleminde $R=r^m$ sabit daireleri karşılık olur. Eğer $r=1$ ise $R=1$ olur. Yani z düzlemindeki birim daireye w düzlemindeki birim daire karşılık olur (Şekil 5.4).

$m>0$ ise z düzlemindeki birim dairenin içi, w düzlemindeki birim dairenin içine, dışı da dışına karşılık olur. Çünkü bu durumda $r<1$ ise $R=r^m(1 < r^m < 1)$ ise, $R=r^m(1 < r^m < 1)$ olur (Şekil 5.4'de A ve B bölgeleri).

$m<0$ ise o zaman dönüşüm bölgeleri değişir (Şekil 5.5). Çünkü bu durumda da $r<1$ ise $R=r^m=(1/r^m)>1$ ve $r>1$ ise, $R=r^m=(1/r^m)<1$ olur.

Açılar arasındaki bağıntıya gelince; Burada z düzlemindeki α sabit radial doğrultularına w düzleminde $\beta=m\alpha=\text{sabit}$ radial doğrultuları karşılık olur.



Şekil 5.5. $w=z^m$, $m < 0$.

β açısının değeri m 'ye bağlıdır. Örneğin $m=2$ için $\alpha=\pi/3$ ise, $\beta=2(\pi/3)=2\pi/3$; $\alpha=\pi/2$ ise $\beta=2(\pi/2)=\pi$; $\alpha=\pi$ ise $\beta=2\pi$ ve $\alpha=2\pi$ ise $\beta=4\pi$ olur.

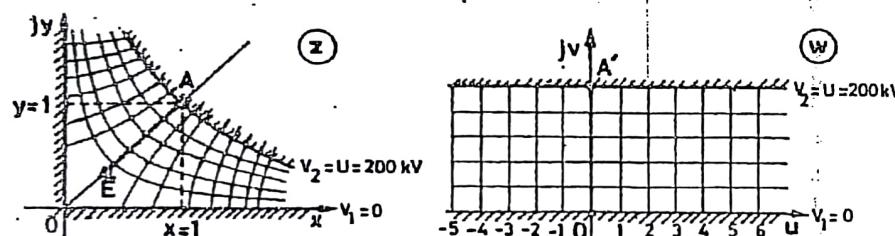
Görülüyor ki, bu durumda z düzleminde 2π lik tam bir düzlem w düzleminde 2 tam düzleme karşı düşmektedir. w düzlemindeki tam düzlem sayısı m'ye eşittir. w düzlemindeki bu tam düzlemlere Riemann düzlemleri denir. m=1 için bir tabakalı, m=2 için iki tabakalı, m=3 için üç tabakalı Riemann düzlemleri elde edilir.

5.2.2. $z=w^{1/2}$ Dönüşümü

Burada, örneğin $u=\text{sabit}$ alan çizgilerine ve $v=\text{sabit}$ eşpotansiyel çizgilere karşılık düşürülürse,

$$w = u + jv$$

kompleks değişkeni, düzgün elektrik alanını gösterir (referans sistem) (Şekil 5.6).



Şekil 5.6. $z=w^{1/2}$ dönüşümü.

Bunun z düzlemindeki karşıtı $w=z^2$ denklemi yardımıyla bulunur:

$$w = u + jv = f(z) = z^2 = (x + jy)^2 = x^2 - y^2 + j2xy \quad (5.35)$$

olduğundan,

$$u = x^2 - y^2$$

$$v = 2xy$$

denklemleri elde edilir. Buna göre z düzleminde,

$$u = x^2 - y^2 = \text{sabit} \quad (5.37)$$

eşitleri alan çizgilerine ve

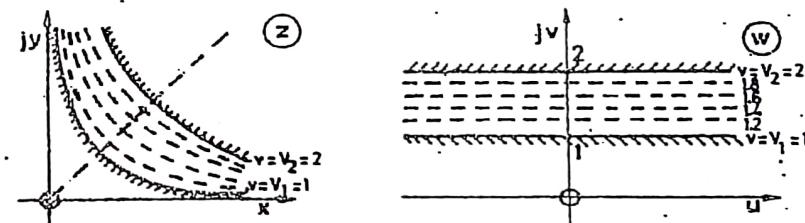
$$v = 2xy = \text{sabit} \quad (5.38)$$

eşitleri de eşpotansiyel çizgilere karşı düşer. Alan ve eşpotansiyel çizgileri birer hiperbol ailesi olup, birbirine ortogonaldır.

w düzleminde, örneğin $y=V_1=0$ ve $y=V_2=U$ eşpotansiyel çizgileri paralel düzlemsel elektrotlar olarak alınırsa,

$$v = 2xy = V_1 = 0 \quad \text{ve} \quad v = 2xy = V_2 = U$$

eşpotansiyel çizgileri de z düzlemindeki elektrotlar olurlar. Şekil 5.6'da bu durum gösterilmiştir.



Şekil 5.7.

Aynı şekilde w düzleminde, örneğin $v=V_1=1$ ve $v=V_2=2$ eşpotansiyel çizgileri, paralel düzlemsel elektrotlar olarak alınırsa, z düzlemindeki elektrotlar da $v=2xy=V_1=1$ ve $v=2xy=V_2=2$ denklemleriyle belirler (Şekil 5.7).

Yukarıda açıklandığı üzere, $w=z^{1/2}$ dönüşümü ile, bir hiperbolik silindir ile 90° lik bir köşeden oluşan elektrot sistemi veya iki hiperbolik silindirsel elektrot sistemi incelenmektedir.

Elektrik alanına gelince $|E_w|/|E_z| = 1/|f'(z)|$ bağıntısı yardımıyla hesaplanır. Burada

$$|E_w| = \frac{V_2 - V_1}{a_w} = \frac{U}{a_w}$$

ve

$$|\Gamma'(z)| = 2|z| = 2\sqrt{x^2 + y^2} \quad (5.39)$$

olduğundan.

$$|E_z| = \frac{U}{a_w} \cdot 2\sqrt{x^2 + y^2} \quad (5.40)$$

olur.

Sayısal Örnek:

Şekil 5.6'da verilen hiperbolik bir elektrot ile 90°'lik bir köşe elektrottan oluşan elektrot sisteminde elektrotlar arasına $U=200$ kV'luk bir gerilim uygulandığına göre, koordinatları $x=1$, $y=1$ olan A noktasındaki elektrik alanının hesaplayınız.

Yanıt:

w düzleminde z düzlemindeki A noktasının karşıtı olan A' noktasının koordinatları $u=x^2-y^2$ ve $v=2xy$ bağıntıları yardımıyla $u=0$ ve $v=2$ bulunur. Birim ölçük 1 cm alındığına göre, w düzleminde düzgün alanlı referans sisteminin elektrot açılığı $a_w=v_2-v_0=2$ cm olur. Buna göre w düzlemindeki referans sisteminde,

$$|E_w| = \frac{U}{a_w} = \frac{200 \text{ kV}}{2 \text{ cm}} = 100 \text{ kV/cm}$$

ve z düzleminde koordinatları $x=1$, $y=1$ olan A noktasındaki elektrik alanının mutlak değeri de,

$$|E_z| = \frac{U}{a_w} \cdot 2\sqrt{1+1} = 100 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 282 \text{ kV/cm}$$

olarak bulunur.

5.2.3. $z = w^{1/3}$ Dönüşümü

Bundan önceki dönüşümde benzer şekilde incelenbilir. Burada $m=3$ olduğundan, z düzleminde 60°'lik bir bölge, w düzleminde π yarı düzleme açılır.

Dönüşüm fonksiyonu reel ve sanal kısımlarına ayrıldığında,

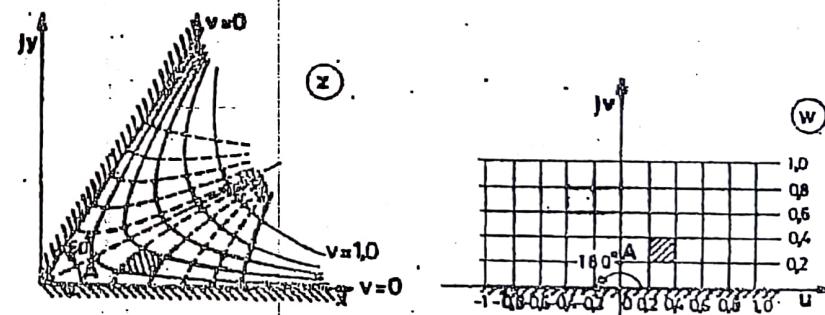
$$z = x + jy$$

$$w = u + jv = (x + jy)^3 = x^3 + 3jx^2y - 3xy^2 - jy^3 \quad (5.41)$$

$$u = x(x^2 - 3y^2)$$

$$v = y(3x^2 - y^2) \quad (5.42)$$

bağıntıları elde edilir. Bu dönüşümde ait eğri ailesi Şekil 5.8'de gösterilmiştir. Elde edilen eğri ailesi, bundan önceki dönüşümde elde edilen elektrot sistemlerine benzer sistemler verir. Burada da aynı şekilde $u=\text{sabit}$ eğrileri alan çizgilerine ve $v=\text{sabit}$ eğrileri de eşpotansiyel çizgilerle karşılık olur.

Şekil 5.8. $z - w^{1/3}$ dönüşümü.**5.2.4. $w=e^z$ Dönüşümü**

Burada z düzlemindeki alan şekli referans alan olarak, paralel düzlemsel sistemin alanı olarak alınabilir.

$$z = x + jy$$

kompleks değişkeninde $x=\text{sabit}$ eşpotansiyel çizgileri ve $y=\text{sabit}$ buna ortogonal alan çizgilerini verir.

w düzlemi kutupsal koordinat sisteminde

$$w = R \cdot e^{j\beta} \quad (5.43)$$

şeklinde yazılabilir. Buna göre,

$$w = R \cdot e^{j\beta} = e^{x+jy} = e^x \cdot e^{jy} \quad (5.44)$$

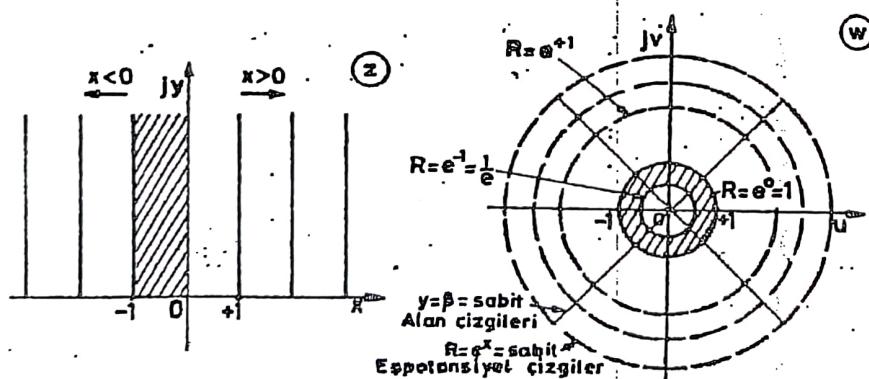
bağıntısından,

$$R = e^x$$

$$\beta = y \quad (5.45)$$

elde edilir. Demek ki z düzleminde x değerlerine w düzleminde R değerleri ve z düzleminde y değerlerine w düzleminde β açıları karşı düster.

z düzleminde x=sabit=V eşpotansiyel çizgilerinin karşı, w düzleminde R=sabit=V eşpotansiyel daireleri ve z düzleminde y=sabit alan çizgilerinin karşı da w düzleminde β sabit radyal doğrularıdır (Şekil 5.9).



Şekil 5.9. $w = e^x$ dönüştürümü.

z düzleminde $x=0$ doğrusunun w düzlemindeki karşıtı, $R=e^0=1$ birim dairesini; $x=-1$ doğrusunun karşıtı $R=e^{-1}=1/e$ yarıçaplı daireyi ve $x=1$ doğrusunun karşıtı da $R=e^1=2,718$ dairesini verir.

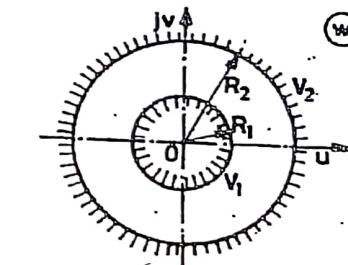
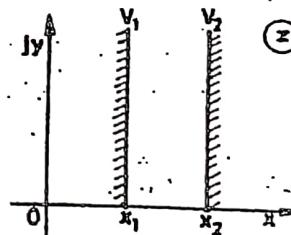
Şimdi bu dönüşüm yardımıyla silindirsel sisteme elektrik alan ifadesini bulalım.

$$\begin{aligned} R &= e^x \\ \beta &= y \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} &\text{bağıntılarından} \\ &\beta = y \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} x &= \ln R \\ y &= \beta \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} &\text{bağıntıları yazılabilir.} \\ &y = \beta \end{aligned} \right\}$$

Elektrik alanları arasındaki bağıntı,

$$\frac{|E_w|}{|E_z|} = \frac{1}{|f'(z)|} \quad (5.46)$$

idi.



Şekil 5.10.

$$E_z = \frac{V_1 - V_2}{x_2 - x_1} \quad (5.47)$$

ve $x_1 = \ln R_1$, $x_2 = \ln R_2$, $x_2 - x_1 = \ln(R_2/R_1)$ ve $U = V_1 - V_2$ olduğundan,

$$E_z = \frac{U}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (5.48)$$

dir. $f'(z) = e^z = f(z) = e^x \cdot e^{jy}$ ve $|f'(z)| = e^x = R$ olduğundan.

$$|E_w| = |E_z| \cdot \frac{1}{|f'(z)|} = \frac{U}{R \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (5.49)$$

olur.

5.2.5. $z=1/w$ Dönüşümü

Bu dönüşüm fonksiyonu negatif üstel fonksiyonların en basitidir ($m=-1$). Örnek 5.2.2'de belirtildiği gibi, burada da w düzleminde referans alan olarak ya eşeksenli silindirsel sistem veya düzgün alanlı sistem alınabilir.

Referans alanın eşeksenli silindirsel sistem olması durumunda,

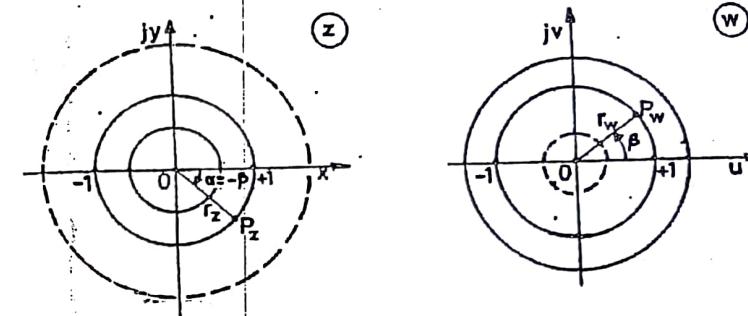
$$z = |z| \cdot e^{j\alpha} = r_z \cdot e^{j\alpha} \quad w = |w| \cdot e^{j\beta} = r_w \cdot e^{j\beta} \quad (5.50)$$

$$r_z \cdot e^{j\alpha} = \frac{1}{r_w} \cdot e^{-j\beta} \quad (5.51)$$

$$r_z = \frac{1}{r_w} \quad \alpha = -\beta \quad (5.52)$$

bağıntılarından görüleceği üzere, Şekil 5.11'de w düzleminde r_w yarıçaplı eşmerkezli daireler, z düzleminden merkezleri aynı olan $r_z = 1/r_w$ yarıçaplı eşmerkezli daireler ve w düzleminde u eksenine göre β açılı yarı radyal doğrular, z düzleminden x eksenine göre $\alpha = -\beta$ açılı yarı radyal doğrulara dönüşür. w düzleminde $r_w = 1$ birim daireye z düzleminden aynı şekilde birim daire karşı düşer. w düzleminde birim daire üzerinde sol yönde bir hareketle, z düzleminden birim daire üzerinde ters yönde bir hareket karşı gelir. Böylece, w düzleminin üst yarısı, z düzleminin alt yarısına ve alt yarısı, z düzleminin üst yarısına, diğer bir deyimle, w düzleminin tamamını z düzleminin tamamına dönüşür.

Şimdi w düzlemindeki referans alanın düzgün alan olması durumunu ele alalım.



Şekil 5.11. $z=1/w$ dönüşümü.

Dönüşüm fonksiyonu reel ve sanal kısımlarına ayrıldığında,

$$z = \frac{1}{w} = \frac{1}{u + jv} = \frac{u}{u^2 + v^2} - j \frac{v}{u^2 + v^2} = x + jy \quad (5.53)$$

$$x = \frac{u}{u^2 + v^2} \quad y = -\frac{v}{u^2 + v^2} \quad (5.54)$$

ve dolayısıyle ters fonksiyon için de,

$$u = \frac{x}{x^2 + y^2} \quad v = -\frac{y}{x^2 + y^2} \quad (5.55)$$

bağıntıları elde edilir. w düzleminde $v=sabit$ ve $u=sabit$ doğrularının z düzlemindeki karşılıkları u ve v elimine edilmek suretiyle elde edilen,

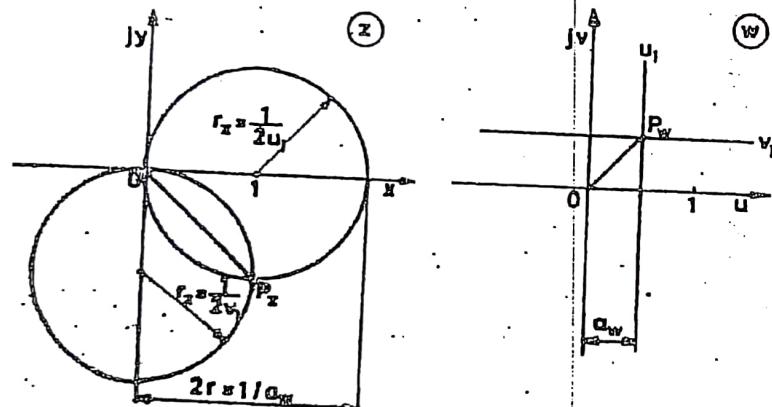
$$x^2 + \left(y + \frac{1}{2v}\right)^2 = \left(\frac{1}{2v}\right)^2 \quad (5.56)$$

$$\left(x - \frac{1}{2u}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{1}{2u}\right)^2 \quad (5.57)$$

bağıntıları yardımıyla bulunur. Her iki bağıntı birer daire denklemidir. Birinci bağıntı, w düzleminde $v=sabit$ paralel doğrularının z düzleminden

merkezleri ($-jy$) ekseni üzerinde olan, orijinden teget olarak geçen ve yarıçapları $1/2v$ olan dairelere ve ikinci bağıntı ise, w düzleminde $u=\text{sa}$ bitir paralel doğrularının, z düzleminde merkezleri x ekseni üzerinde olan ve orijinden teget olarak geçen, yarıçapları $1/2u$ olan dairelere dönüştüğünü gösterir.

Şekil 5.12'de gösterilen bu dönüşümde de kolayca görüleceği üzere, w düzlemindeki düzgün alanlı sisteme, z düzleminde orijinde bulunan çizgisel bir dipolun alanı karşı düşer. Bu dönüşüm aynı zamanda ters yönde de yapılabilir. Aşağıda silindir-düzlem ve silindir-silindir sistemlerinin incelenmesinde bu dönüşüm kullanılacaktır.



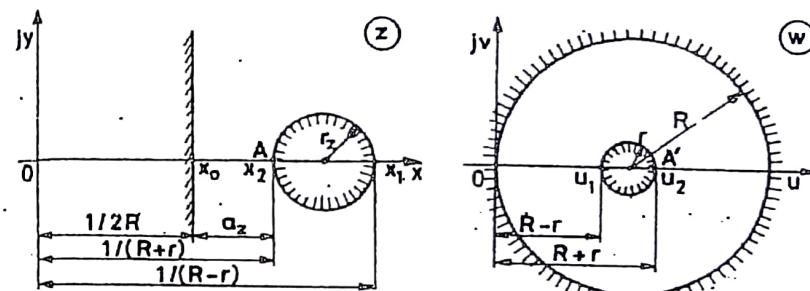
Şekil 5.12. $z=1/w$ dönüşümü.

a) Silindir-Düzlem Sistemi

Şekil 5.13'de verilen ve elektrot açıklığı a_z ve silindir yarıçapı r_z olan bir silindir ile buna paralel bir düzlemden oluşan elekrot sisteminin E_{\max} alanını ve η faydalama faktörünü hesapyalım.

Yukarıdaki açıklamalara göre, w düzleminde merkezleri u ekseni üzerinde olan ve orijinden teget geçen R yarıçaplı daire, z düzleminde jy ekseninden uzaklığı $x=1/2R$ olan eksene paralel bir doğruya ve merkezi aynı şekilde u ekseni üzerinde olan ve fakat orijinden geçmeyen r yarıçaplı daire, z düzleminde merkezi x ekseni üzerinde olan r_z yarıçaplı bir daireye

dönüşür. Her iki düzlemede birbirinin karşılığı olan noktalar aynı indislerle belirtilmiştir. Bu dönüşüm, w düzleminde referans alan olarak alınan eşeksenli silindirsel bir sistemin, z düzleminde silindir-düzlem sistemine dönüşümünü sağlar.



Şekil 5.13.

Elektrik alanı ve faydalama faktörü:

\dot{E}_z elektrik alanının kompleks ve mutlak değerleri,

$$\dot{E}_z = \dot{E}_w \frac{dw}{dz} \quad |\dot{E}_z| = |\dot{E}_w| \cdot \left| \frac{dw}{dz} \right| \quad (5.58)$$

bağıntıları yardımıyle bulunur. $w=1/z$ 'nin türevi

$$\frac{dw}{dz} = -\frac{1}{z^2}$$

ve bunun mutlak değeri de,

$$\left| \frac{dw}{dz} \right| = \frac{1}{x^2 + y^2} \quad (5.59)$$

olur.

w düzlemindeki eşeksenli silindirsel sisteme ait A' noktasındaki $|\dot{E}_w|$ nin değeri,

$$|\dot{E}_w| = \frac{U}{r \ln \frac{R}{r}} \quad (5.60)$$

olduğundan, w düzlemindeki A' noktasının z düzlemindeki karşıtı olan A noktasında $|\dot{E}_z| = |\dot{E}_z|_{\max}$ dır. A'nın absisi $x=x_2$ ve ordinatı $y=0$ olduğundan,

$$|\dot{E}_z|_{\max} = \frac{1}{x_2^2} \cdot \frac{U}{r \ln \frac{R}{r}} \quad (5.61)$$

olur. Veya x_2 yerine $1/(R+r)$ konursa,

$$|\dot{E}_z|_{\max} = (R+r)^2 \frac{U}{r \ln \frac{R}{r}} = (R+r)^2 \frac{r \cdot U}{r^2 \ln \frac{R}{r}}$$

$$|\dot{E}_z|_{\max} = \left(\frac{R}{r} + 1 \right)^2 \frac{r \cdot U}{\ln \frac{R}{r}} = (p_w + 1)^2 \frac{r \cdot U}{\ln p_w} \quad (5.62)$$

bağıntısı bulunur. Bu bağıntıyı z düzlemindeki sistemin verileri cinsinden yazmak gereklidir. p_w ile p_z ve r ile r_z arasındaki bağıntıyı veren,

$$r_z = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R-r} - \frac{1}{R+r} \right) = \frac{1}{r(p_w^2 - 1)} \quad (5.63)$$

$$a_z = \frac{1}{R+r} - \frac{1}{2R} = \frac{p_w - 1}{2R(p_w + 1)} \quad (5.64)$$

$$p_z = \frac{a_z + r_z}{r_z} = \frac{p_w^2 + 1}{2p_w} \quad (5.65)$$

$$p_w = p_z + \sqrt{p_z^2 - 1} \quad (5.66)$$

cşitliklerinden giderek p_w ve r 'nin değerleri bulunur. Bunlar yukarıdaki bağıntılarda yerine konulduğunda,

$$|\dot{E}_z|_{\max} = \frac{U}{r_z \cdot \ln(p_z + \sqrt{m})} \cdot \frac{p_z + 1 + \sqrt{m}}{p_z - 1 + \sqrt{m}} \quad (\text{kV/cm}) \quad (5.67)$$

bağıntısı elde edilir.

Sistemin faydalananma faktörü de,

$$\eta_z = \frac{U}{a_z \cdot |\dot{E}_z|_{\max}} = \frac{2 \cdot p_w \cdot \ln p_w}{p_w^2 - 1} = \frac{2(p_z + \sqrt{m}) \cdot \ln(p_z + \sqrt{m})}{(p_z + \sqrt{m})^2 - 1} \quad (5.68)$$

olur. Burada,

$$m = p_z^2 - 1 \quad (5.69)$$

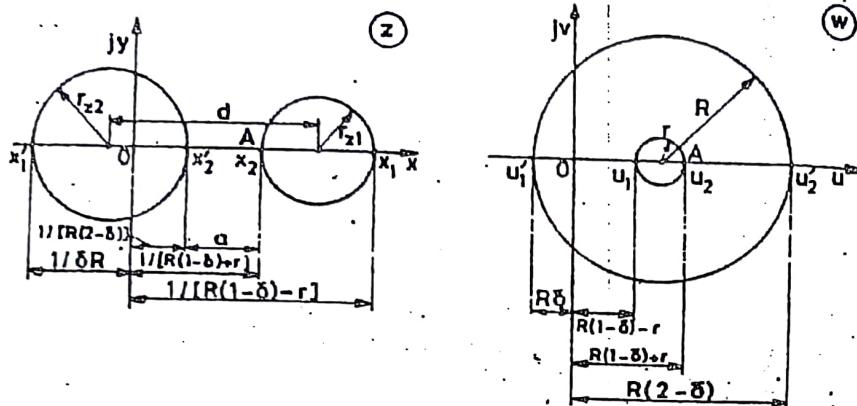
kommuştur.

b. Silindir-Silindir Sistemi

Şekil 5.14'de verilen ve yarıçapları r_{z1} , r_{z2} ve elektrot açıklığı a olan karşılıklı paralel iki silindirden oluşan elektrot sisteminde maksimum elektrik alanı ve faydalananma faktörü, aynı dönüşüm fonksiyonu yardımı ile bulunur.

Şekilde görüldüğü gibi, w düzleminde orijinden geçmeyeen ve merkezleri orijinde olmayan eşmerkezli iki daire, z düzleminde orijinden geçmeyeen karşılıklı iki daireye dönüşür. Bu da bize, w düzleminde referans alan olarak alınan eşeksenli silindircel bir sisteme, z düzleminde karşılıklı paralel iki silindircel sistemin karşı düşeceğini gösterir. Her iki düzlemede birbirine karşı olan noktalar aynı indisler ile gösterilmiştir.

Maksimum elektrik alanı, iki silindir arasında en dar bölgede, yarıçapı küçük olan silindir üzerinde, koordinatları $x=x_2$, $y=0$ olan A noktasındadır. Bu noktanın w düzlemindeki karşıtı $u=u_2$, $v=0$ noktasıdır. Buna göre, elektrik alanının kompleks ve maksimum alanın mutlak değeri,



Şekil 5.14.

$$\dot{E}_z = -\frac{dV}{dz}$$

ve

$$\dot{E}_w = -\frac{dV}{dw}$$

olduğundan,

$$\dot{E}_z = \dot{E}_w \cdot \frac{dw}{dz}$$

$$|\dot{E}_z| = |\dot{E}_w| \cdot \left| \frac{dw}{dz} \right|$$

denklemleri yardımıyla bulunur. Burada $w=1/z$,

$$\frac{dw}{dz} = -\frac{1}{z^2}$$

ve

$$\left| \frac{dw}{dz} \right| = \left| -\frac{1}{z^2} \right| = \left| -w^2 \right|$$

dir. A noktasının koordinatları $u=u_2$ ve $v=0$ konursa, $|\dot{E}_z|_{\max}$ elde edilir.

$$|\dot{E}_z|_{\max} = |\dot{E}_w| \cdot u_2^2 = |\dot{E}_w| \cdot [R(1-\delta) + r]^2 = |\dot{E}_w| \cdot r^2 [p_w(1-\delta) + 1]^2 \quad (5.72)$$

$$p_w = \frac{R}{r}, \quad \delta = \frac{u_1}{R} \quad (5.73)$$

olur.

Burada r , p_w ve δ nin verilenler cinsinden bulunması gereklidir. Problemi basitleştirmek amacıyla söz konusu sistem yerine, yarıçapları birbirine eşit ($r_{z1}=r_{z2}=r_z$) olan paralel iki silindir sistemi alınınsın ve bu hesap işlemleri bu sistem üzerinde uygulansın. Silindir yarıçaplarının eşitlik koşulundan,

$$r_{z1} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{R(1-\delta)-r} - \frac{1}{R(1-\delta)+r} \right] = \frac{1}{r \cdot [p_w^2(1-\delta)^2 - 1]} \quad (5.74)$$

$$r_{z2} = \frac{1}{R \cdot \delta(1-\delta)} \quad (5.75)$$

$$\delta = 1 - \frac{1}{\sqrt{p_w}} \quad (5.76)$$

bağıntısı bulunur. Burada $\delta < 1$ olduğu göz önünde bulundurulmuştur. Buna göre,

$$r = \frac{1}{r_z(p_w - 1)} \quad (5.77)$$

$$|\dot{E}_z|_{\max} = |\dot{E}_w| \cdot \frac{1}{r_z^2 (\sqrt{p_w} - 1)^2} \quad (5.78)$$

bağıntısı ve

$$|\dot{E}_w| = \frac{U}{r \cdot \ln p_w} \text{ (kV/cm)}$$

olduğuna göre.

$$|\dot{E}_z|_{\max} = \frac{U}{r_z \cdot \ln p_w} \cdot \frac{\sqrt{p_w} + 1}{\sqrt{p_w} - 1} \text{ (kV/cm)} \quad (5.80)$$

bağıntısı elde edilir. Burada p_w 'yı söz konusu sistemin p_z geometrik karakteristiği cinsinden ifade edelim. Elektrot açıklığı ve geometrik karakteristiği veren,

$$a_z = \frac{R - r}{R[R(1 - \delta) + r](2 - \delta)} = \frac{\sqrt{p_w} - 1}{r \sqrt{p_w} (\sqrt{p_w} + 1)} \quad (5.81)$$

$$p_z = \frac{a_z + r_z}{r_z} \quad (5.82)$$

eşitliklerinden,

$$p_w = \left[\frac{p_z + 1}{2} + \sqrt{\left(\frac{p_z + 1}{2} \right)^2 - 1} \right]^2 \quad (5.83)$$

bağıntısı ve buradan da maksimum elektrik alanı için,

$$|\dot{E}_z|_{\max} = \frac{U}{r_z \cdot \ln \left[\frac{p_z + 1}{2} + \sqrt{\left(\frac{p_z + 1}{2} \right)^2 - 1} \right]^2} \cdot \frac{\sqrt{p_w} + 1}{\sqrt{p_w} - 1} \quad (5.84)$$

bağıntısı bulunur.

$$5.2.6. w = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right) \text{ Dönüşümü}$$

Analitik fonksiyondur. Yalnız türevi sıfır olan noktalar bunun dışındadır. Çünkü bu durumda türçük tek değildir.

$$w' = f'(z) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{z^2} \right) \quad (5.85)$$

olduğundan, $z = \pm i$ için $w' = 0$ olur. Demek ki yukarıdaki dönüşüm $z = \pm i$ noktaları dışında olmak üzere konformdur. Şimdi z düzlemini kutupsal koordinat sisteminde ve w yi da $w = u + jv$ şeklinde kartezyen koordinat sisteminde yazalım. Yani,

$$z = r \cdot e^{j\alpha}$$

$$w = u + jv$$

şeklinde olsun.

$$\begin{aligned} u + jv &= \frac{1}{2} \left[r \cdot e^{j\alpha} + \frac{1}{r \cdot e^{j\alpha}} \right] = \frac{1}{2} r (\cos \alpha + j \sin \alpha) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{r} (\cos \alpha - j \sin \alpha) \\ &= \frac{1}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right) \cos \alpha + j \cdot \frac{1}{2} \left(r - \frac{1}{r} \right) \sin \alpha \end{aligned} \quad (5.86)$$

Dolayısıyle,

$$u = \frac{1}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right) \cos \alpha \quad (5.87)$$

$$v = \frac{1}{2} \left(r - \frac{1}{r} \right) \sin \alpha \quad (5.88)$$

olur. Bu iki denklem yardımıyla z düzlemindeki r ve α yardımıyla u ve v yi hesaplayabiliriz. z düzleminde $r = \text{sabit}$ çizgileri eşpotansiyel çizgilere ve

α =sabit çizgileri alan çizgilerine karşılık olduğuna göre, w düzleminde bunların karşılığı olan eğriler şöyle bulunur:

u ve v eşitliklerinde bir kere α 'lı terimler, bir kere de r'lı terimler yok edilirse, tek değişkenli denklemler bulunur.

$$\cos^2 \alpha = \frac{u^2}{\left[\frac{1}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right) \right]^2} \quad \sin^2 \alpha = \frac{v^2}{\left[\frac{1}{2} \left(r - \frac{1}{r} \right) \right]^2} \quad (5.89)$$

denklemleri toplanırsa,

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{u^2}{\left[\frac{1}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right) \right]^2} + \frac{v^2}{\left[\frac{1}{2} \left(r - \frac{1}{r} \right) \right]^2} = 1 \quad (5.90)$$

denklemi elde edilir (r =sabit elipsleri). Burada,

$$a = \frac{1}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right) \quad b = \frac{1}{2} \left(r - \frac{1}{r} \right) \quad (5.91)$$

konursa yukarıdaki denklem,

$$\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} = 1 \quad (5.92)$$

şeklini alır. Bu da bir elips denklemidir. Elipsin odak uzaklığı,

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{\left[\frac{1}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right) \right]^2 - \left[\frac{1}{2} \left(r - \frac{1}{r} \right) \right]^2} = \pm 1 \quad (5.93)$$

bulunur.

Aynı şekilde,

$$\frac{1}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right) = \frac{u}{\cos \alpha} \quad (5.94)$$

$$\frac{1}{2} \left(r - \frac{1}{r} \right) = \frac{v}{\sin \alpha} \quad (5.95)$$

$$\left(\frac{1}{2} \right)^2 \left(r + \frac{1}{r} \right)^2 = \frac{u^2}{\cos^2 \alpha} \quad \left(\frac{1}{2} \right)^2 \left(r - \frac{1}{r} \right)^2 = \frac{v^2}{\sin^2 \alpha} \quad (5.96)$$

denklemlerinden,

$$\frac{u^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{v^2}{\sin^2 \alpha} = 1 \quad (5.97)$$

hiperbol denklemi elde edilir (c =sabit hiperboller). Hiperbollerin odak uzaklığı,

$$c = \sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \pm 1 \quad (5.98)$$

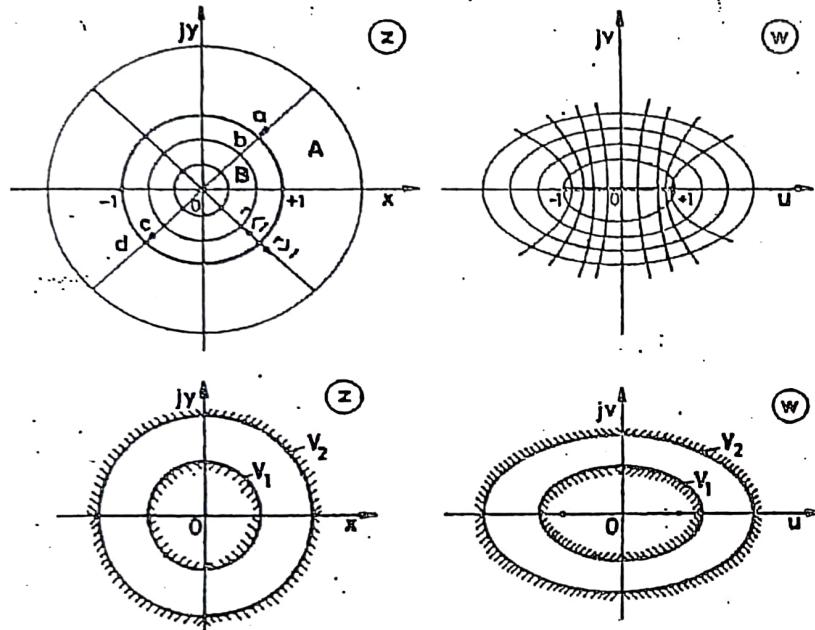
bulunur.

Görlüyör ki elips ve hiperbollerin odakları aynıdır (Şekil 5.15). Genel olarak $z=r.e^{i\alpha}$ bağıntısında r =sabit z düzleminde eşmerkezli daireleri verir. $(u^2/a^2)+(v^2/b^2)=1$ denkleminde $a=f(r)$, $b=g(r)$ oluklarından, r =sabit dairelerinin w düzlemindeki karşıtları elipslerdir.

Aynı şekilde z düzleminde α =sabit radyal doğrultularının karşıtları, w düzlemindeki $(u^2/\sin^2 \alpha) - (v^2/\cos^2 \alpha) = 1$ hiperbollerdir.

z düzleminde $r=1$ birim dairedir. w düzleminde $r=1$ için $v=0$ ve $u=\cos \alpha$ bulunur. Bu da w düzleminde bir çizgi haline dejenere olmuş elipsi bir doğru parçası olarak verir.

Demek ki, z düzleminde $r>1$ değerleri için elipsleri içeren bir w_1 düzleme ve $r<1$ için de bir w_2 düzleme meydana gelir (Şekil 5.16).



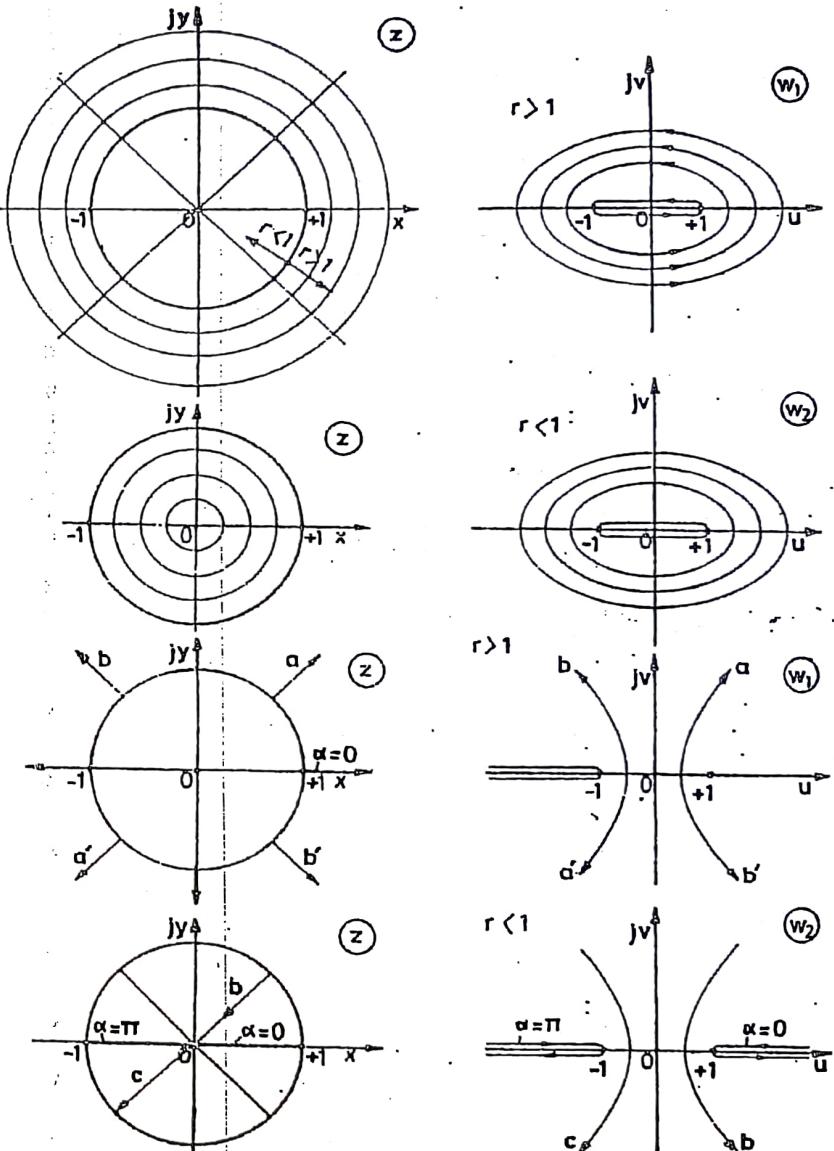
Şekil 5.15.

Yukarıda $r=\text{sabit}$ ve $\alpha=\text{değişken}$ için yapılan inceleme, aynı şekilde $\alpha=\text{sabit}$ ve $r=\text{değişken}$ için de yapılabilir. Böylece $r>1$ için z düzleminde birim dairenin dışı w_1 düzlemindeki hiperbollere ve $r<1$ için z düzleminde birim dairenin içi w_2 düzlemindeki hiperbollere dönüsür. w düzleminde $\alpha=0$ ve $\alpha=\pi$ için $v=0$ olduğundan, hiperboller u eksenine dejener olur.

Yukarıda anlatılanlar yardımıyla birçok elektrot sisteminin elektrik alanı incelenebilir:

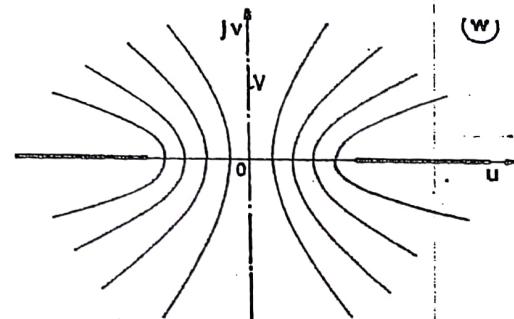
a) İki keskin kenar arasındaki elektrik alanı

Burada $\alpha=v=\text{sabit}$ eşpotansiyel çizgiler hiperboller ve $r=\text{sabit}$ alan çizgileri de elipsleri verir.



Şekil 5.16.

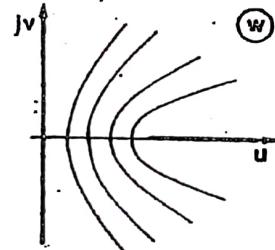
YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ



Şekil 5.17. İki keskin kenar arasındaki elektrik alanı

b) Keskin bir kenarla bir düzlem arasındaki elektrik alanı

Şekil 5.17'deki V ekseni simetri düzlemini olduğundan, bu düzlemlerden biri olarak alınabilir.



Şekil 5.18. Keskin bir kenarla bir düzlem arasındaki elektrik alanı.

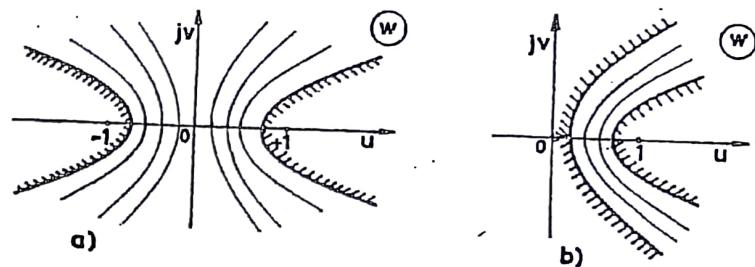
c) Hiperbolik elektrotlar arasındaki elektrik alanı

Farklı potansiyelde iki hiperbol eşpotansiyel yüzeye uyan elektrotlar seçilerek bunlara ilişkin elektrik alanları incelenebilir.

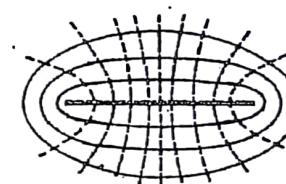
d) Yassı bir bara etrafındaki elektrik alanı

Burada hiperboller alan çizgileri, elipsler de eşpotansiyel çizgiler olarak alınırlar (Şekil 5.20).

KONFORM DÖNÜŞÜM



Şekil 5.19. Hiperbolik elektrotlar arasındaki elektrik alanı



Şekil 5.20. Yassı bir bara etrafındaki elektrik alanı

$$5.2.7. w = \frac{1}{2} \left(e^z + \frac{1}{e^z} \right) \text{ Dönüşümü}$$

Bu dönüşüm iki yoldan incelenebilir.

Birinci Yol:

Bundan önce incelenen dönüşümlerden yararlanmaktadır. Bunun için,

$$z_1 = e^z \quad (5.99)$$

alınıp yukarıdaki dönüşüm eşitliğinde yerine konursa eşitlik,

$$w = \frac{1}{2} \left(z_1 + \frac{1}{z_1} \right) \quad (5.100)$$

şekline dönüşür: Bu dönüşüm ise daha önce incelenmişti. Demek ki, z düzleminde z_1 düzlemine ve buradan da w düzlemine geçilir.

z düzleminde z_1 düzlemine geçerken, paralel düzlemsel elektrot sistemi eşeksenli silindirci elektrot sistemine dönüşür.

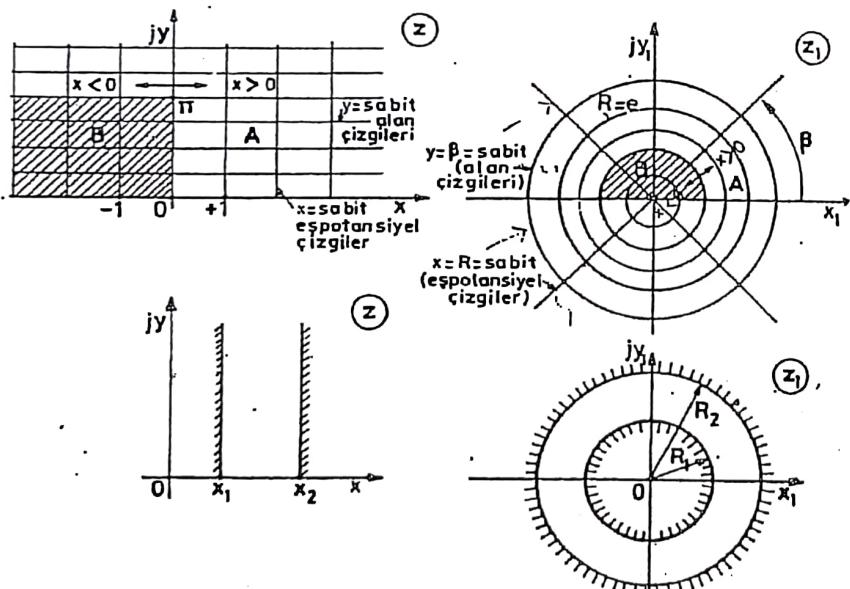
$$z_1 = e^z, z = x + jy$$

$$|z_1| \cdot e^{j\beta} = e^x \cdot e^{jy} \quad (5.101)$$

$$|z_1| = e^x = R$$

$$\beta = y \quad (5.102)$$

olur. Burada $x=R=\text{sabit}$ çizgileri eşpotansiyel çizgileri ve $y=\beta=\text{sabit}$ çizgileri de alan çizgilerini verir (Şekil 5.21).



Şekil 5.21.

Bundan sonra z_1 düzleminden w düzleme örnek 6'dakine benzer şekilde geçerek eşeksenli silindirci sistem, eş odaklı eliptik sistem dönüşür (Şekil 5.22).

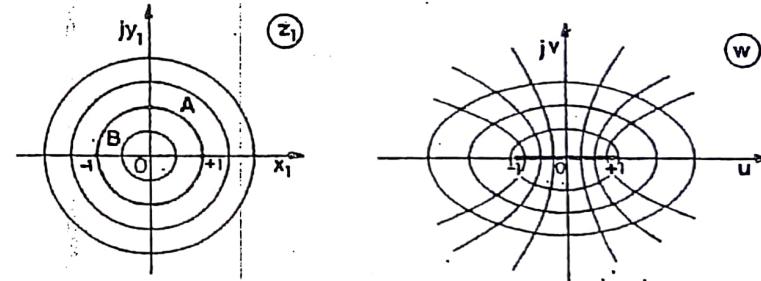
İkinci yol:

z düzleminden w düzleme doğrudan doğruya geçmektedir.

$$z = x + jy$$

ve

$$w = u + jv$$



Şekil 5.22.

dir. Diğer taraftan,

$$\operatorname{ch} z = \frac{1}{2} \left(e^z + \frac{1}{e^z} \right) = w \quad (5.103)$$

olduğundan,

$$w = u + jv = \operatorname{ch}(x + jy) = \operatorname{ch} x \cdot \operatorname{ch} jy + j \operatorname{sh} x \cdot \operatorname{sh} jy \quad (5.104)$$

yazılabilir.

$$\cos y = \operatorname{ch} jy \quad (5.105)$$

$$\sin y = \frac{1}{j} \operatorname{sh} jy$$

$$e^y = \operatorname{ch} y + \operatorname{sh} y$$

$$\operatorname{ch}^2 y - \operatorname{sh}^2 y = 1$$

bağıntılarından yararlanılarak, (5.104) denklemi,

$$w = u + jv = \operatorname{ch} x \cdot \cos y + \operatorname{sh} x \cdot j \sin y$$

şekline girer. Reel ve sanal kısımların eşitliğinden,

$$u = \operatorname{ch} x \cdot \cos y$$

$$v = \operatorname{sh} x \cdot \sin y$$

bulunur.

$$\cos^2 y = \frac{u^2}{\operatorname{ch}^2 x}$$

$$\sin^2 y = \frac{v^2}{\operatorname{sh}^2 x}$$

dolayısıyle,

$$\frac{u^2}{\operatorname{ch}^2 x} + \frac{v^2}{\operatorname{sh}^2 x} = 1$$

elde edilir. Bu denklem $x=\text{sabit}$ için w düzleminde elipslere karşı düşer. Odak uzaklığı.

$$c = \sqrt{\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x} = \pm 1$$

olur. Odak uzaklığı x 'e bağlı değildir. O halde elipsler de eş odaklıdır.

(5.112) ve (5.113) eşitliklerinden,

(5.106)

(5.107)

(5.108)

(5.109)

(5.110)

(5.111)

(5.112)

(5.113)

(5.114)

(5.115)

$$\operatorname{ch}^2 x = \frac{u^2}{\cos^2 y} \quad \operatorname{sh}^2 x = \frac{v^2}{\sin^2 y} \quad (5.116)$$

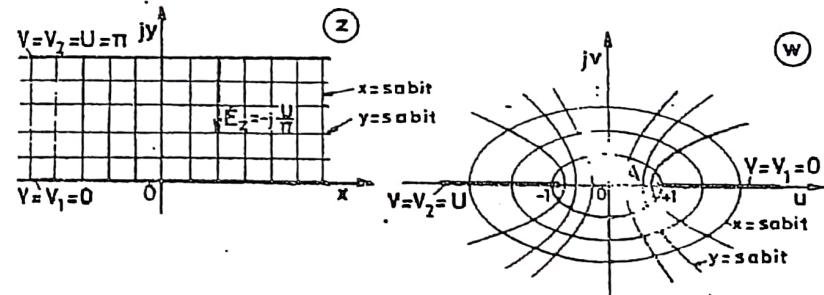
olduğundan,

$$\frac{u^2}{\cos^2 y} - \frac{v^2}{\sin^2 y} = 1 \quad (5.117)$$

denklemi elde edilir. Bu denklemde $y=\text{sabit}$ eğrileri w düzleminde hiperbollerle karşı düşer. Bu hiperbollerin odak uzaklığı,

$$c = \sqrt{\cos^2 y + \sin^2 y} = \pm 1 \quad (5.118)$$

dir. Burada da odak uzaklığı y 'ye bağlı değildir. Demek ki hiperboller de eş odaklıdır.



Şekil 5.23.

Özet olarak, görülmüyor ki, z düzleminde π genişliğinde bir bölge w düzleminin tamamına dönüştürmektedir.

z düzleminde y eksenine paralel çizgiler ($x=\text{sabit}$ doğruları, alan çizgileri), w düzleminde eş odaklı elipslere ($(u^2/\operatorname{ch}^2 x) + (v^2/\operatorname{sh}^2 x) = 1$ denkleminde $\operatorname{ch}^2 x = \text{sabit}$ olduğundan) ve z düzleminde x eksenine paralel doğrularda ($y=\text{sabit}$, eşpotansiyel çizgiler) w düzleminde eş odaklı hiperbollerle dönüşür.

Sayısal Örnek:

İki keskin kenar arasındaki açıklık $2a$ ve elektrotlara uygulanan gerilim U olduğuna göre, keskin kenarlar arasında elektrik alanının değişimini inceleyiniz.

Yanıt:

İki keskin kenar arasındaki uzaklık $-a$, $+a$ ise $w=chz$ dönüşümü.

$$w = a \cdot ch z$$

şeklinde yazılabilir. Burada $-l+l$ yerine $-a+a$ gelmiştir. Elektrik alanı,

$$\dot{E}_w = -\frac{dV}{dw}, \quad \dot{E}_z = -\frac{dV}{dz}$$

olduğundan,

$$\frac{\dot{E}_w}{\dot{E}_z} = \frac{1}{f'(z)} \quad (5.119)$$

dir. z düzleminde.

$$\dot{E}_z = -j \frac{U}{\pi}, \quad |\dot{E}_z| = \frac{U}{\pi} \quad (5.120)$$

ve $w=f(z)=a \cdot ch z$

$$f'(z) = a \cdot sh z = a \cdot \sqrt{ch^2 z - 1} = a \cdot \sqrt{\left(\frac{w}{a}\right)^2 - 1} = \pm ja \sqrt{1 - \left(\frac{w}{a}\right)^2} \quad (5.121)$$

$$|f'(z)| = a \sqrt{1 - \left(\frac{w}{a}\right)^2} \quad (5.122)$$

olduğundan, $|\dot{E}_w|$ elektrik alanı.

$$|\dot{E}_w| = \frac{U}{\pi \cdot a} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (w/a)^2}} \quad (5.123)$$

olur. $E_{ort}=U/2a$ olduğundan, yukarıdaki denklem,

$$|\dot{E}_w| = \frac{2}{\pi} \cdot E_{ort} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (w/a)^2}} \quad (5.124)$$

şekline girer.

w düzleminde u ekseni boyunca elektrik alanının değeri w yerine u konmakla bulunur.

$$|\dot{E}_w| = \frac{U}{\pi \cdot a} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{a}\right)^2}} = \frac{2}{\pi} \cdot E_{ort} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{a}\right)^2}} \quad (5.125)$$

dir. Burada $-a < u < +a$ dir.

$u=\pm a$ için $|\dot{E}_w| \rightarrow \infty$. Çünkü elektrotlar keskin kenarlı kabul edilmiştir. $u=0$ için elektrotların orta noktasındaki elektrik alanı bulunur. Bunun değeri,

$$|\dot{E}_w|_A = \frac{2}{\pi} \cdot E_{ort} \quad (5.126)$$

dir.

5.2.8. $w=z+e^z$ Dönüşümü

Bu dönüşüm yardımıyla kenar etkisi olan paralel düzlemsel elektrot sistemi kenar etkisi olmayan paralel düzlemsel elektrot sistemine dönüsür.

$$z = x + jy$$

$$w = u + jv$$

şeklinde yazılırsa,

$$u + jv = x + jy + e^x \cdot e^{jy}$$

$$\begin{aligned} &= x + jy + e^x(\cos y + j \cdot \sin y) \\ &= x + e^x \cdot \cos y + j(y + e^x \cdot \sin y) \end{aligned} \quad (5.127)$$

$$u = x + e^x \cdot \cos y$$

$$v = y + e^x \cdot \sin y \quad (5.128)$$

olur. Bu denklemler yardımıyla z düzlemindeki düzgün alanın w düzlemindeki karşıtı kolayca bulunabilir:

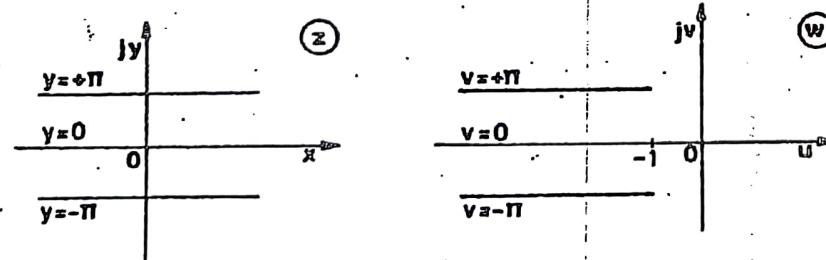
$y = \pm\pi$ ve $x = -\infty$ dan $+\infty$ 'a kadar değerler için z düzleminde x'e paralel ve $-\infty$ dan $+\infty$ 'a giden $y = \pm\pi$ doğruları, w düzleminde ise,

$$\begin{aligned} u &= x - e^x \\ v &= \pm\pi \end{aligned} \quad (5.129)$$

denklemleriyle verilen ve $u = -\infty$ dan $u = -1$ değerine kadar uzanan $v = \pm\pi$ yarı doğruları elde edilir. Çünkü $u = x - e^x$ denkleminde x 'e $-\infty$ dan $+\infty$ 'a kadar değerler verilirse, u 'nun en büyük değeri ancak -1 olur. $\partial u / \partial x = 0 = 1 - e^x$ denkleminden $e^x = 1$ koşulu elde edilir ki bu da ancak $x = 0$ durumunda $u = u_{\max} = -1$ olduğunu gösterir. $y = 0$ için z düzleminde x ekseni ve w düzleminde de,

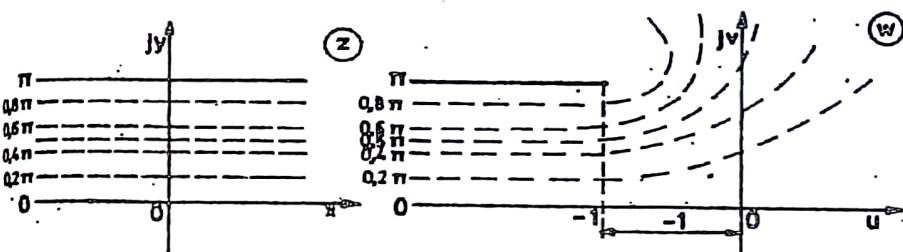
$$\begin{aligned} u &= x + e^x \\ v &= 0 \end{aligned} \quad (5.130)$$

denklemleriyle verilen u ekseni elde edilir (Şekil 5.24).



Şekil 5.24.

Şimdi, y 'ye 0 dan π ye kadar çeşitli değerler verilir ve her y değeri için x değişkeni, örneğin -5 den $+2$ 'ye kadar ($-5; -4; -3; -2; -1; -0,5; 0; 0,5; 1,5; 2$) değiştirilirse, kenar etkisi olan paralel düzlemsel elektrot sistemi için $y = \text{sabit}$ eşpotansiyel çizgileri nokta nokta çizilebilir. Şekil 5.25'de $y = 0; 0,2\pi; 0,4\pi; 0,5\pi; 0,6\pi; 0,8\pi; \pi$ değerlerine karşı düşen eşpotansiyel çizgiler gösterilmiştir.



Şekil 5.25.

$$\dot{E}_w = -\frac{dV}{dw}, \quad \dot{E}_z = -\frac{dV}{dz}$$

olduğundan,

$$\frac{\dot{E}_w}{\dot{E}_z} = \frac{1}{\frac{dw}{dz}} = \frac{1}{f'(z)} \quad (5.131)$$

olur. Burada vektörel büyüklükler modül ve argümanları ile,

$$\dot{E}_w = |\dot{E}_w| \cdot e^{j\alpha} \quad \dot{E}_z = |\dot{E}_z| \cdot e^{j\beta}$$

$$\frac{dw}{dz} = \left| \frac{dw}{dz} \right| \cdot e^{j\gamma} \quad (5.132)$$

şeklinde gösterilirse, modüller arasında,

$$|\dot{E}_w| = \left| \frac{\dot{E}_z}{\frac{dw}{dz}} \right| \quad (5.133)$$

ve argümanlar arasında da,

$$A = a - \alpha \quad (5.134)$$

bağıntısı bulunur. Bizi elektrik alanının modülü, yani mutlak değeri ilgilendirdiğinden, kenar etkisi olan düzlemsel elektrot sistemindeki elektrik alanı, $w=z+e^z$ dönüşümünün türevi alınıp mutlak değerin hesaplanması ile bulunur.

$$\frac{dw}{dz} = 1 + e^z = 1 + e^x \cdot e^{jy} = 1 + e^x \cos y + j \cdot e^x \sin y \quad (5.135)$$

$$\left| \frac{dw}{dz} \right| = \sqrt{(1 + e^x \cos y)^2 + (e^x \sin y)^2} = \sqrt{1 + 2e^x \cos y + e^{2x}} \quad (5.136)$$

dir. \dot{E}_z kenar etkisi olmayan düzlemsel elektrot sisteminin elektrik alanı ve değeri,

$$\dot{E}_z = -j \frac{U}{2\pi} \quad (5.137)$$

veya

$$\left| \dot{E}_z \right| = \frac{U}{2\pi} = E_{\text{ort}} \quad (5.138)$$

Bu değer yukarıda yerine konursa, $|\dot{E}_w|$ için,

$$\left| \dot{E}_w \right| = \frac{U}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 2e^x \cos y + e^{2x}}} = E_{\text{ort}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 2e^x \cos y + e^{2x}}} \quad (5.139)$$

denklemi bulunur.

Bu denklem yardımıyla kenar etkisi olan paralel düzlemsel elektrot sisteminin elektrik alanı kolayca incelenebilir.

$y=\text{sabit}$ çizgileri z düzleminde eşpotansiyel çizgileri gösterdiğinden, her $y=\text{sabit}$ için yukarıdaki denklem bu eşpotansiyel çizgiye karşı düşen eşpotansiyel çizgi boyunca $|\dot{E}_w|$ nin değişimini gösterir.

Şimdi, $|\dot{E}_w|$ nin eşpotansiyel çizgiler boyunca değişimini ve bu arada hangi eşpotansiyel çizgi boyunca bir maksimum olduğunu araştıralım. Bunun için,

$$\frac{\partial \left| \dot{E}_w \right|}{\partial x} = 0 \quad (5.140)$$

yapılır.

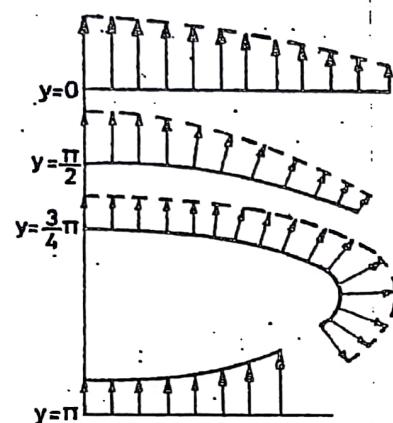
$$-\frac{1}{2} (1 + 2e^x \cos y + e^{2x})^{-1/2} \cdot (2e^x \cos y + 2e^{2x}) = 0 \quad (5.141)$$

denkleminden,

$$e^x = -\cos y \quad (5.142)$$

koşulu çıkar. Buna göre, y değeri $\pi/2$ arasında olmalıdır, yani y 'nin π ile $\pi/2$ arasındaki değerlerinde bu eşpotansiyel çizgiler boyunca elektrik alanının bir maksimumu vardır. $\pi/2$ den küçük değerlerde ise yoktur. Demek ki, kenar etkisi olan paralel düzlemsel elektrot sistemi yerine y 'nin $\pi/2$ veya daha küçük değerlerine karşı düşen eşpotansiyel çizgiler veya yüzeyler; elektrot olarak alınırsa, bu durumda bu elektrotlar boyunca elektrik alanının değişiminde maksimum veya minimum olmaz; yani monoton değişen bir elektrik alanı elde edilir; dolayısıyla alanın kenar etkisi giderilmiş olur. Şekil 5.26'da bir fikir vermek amacıyla $y=0$, $y=\pi/2$, $y=(3/4)\pi$ ve $y=\pi$ eşpotansiyel çizgileri boyunca elektrik alanının değişimi gösterilmiştir.

(5.139) eşitliğinde $\cos y$ yerine $-e^x$ veya tersi konursa $|\dot{E}_w|_{\text{max}}$ elde edilir.



Şekil 5.26.

$$\left| \dot{E}_w \right|_{\max} = E_{\text{ort}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - 2e^{2x} + e^{4x}}} = \frac{E_{\text{ort}}}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$$

$$\left| \dot{E}_w \right| = \frac{E_{\text{ort}}}{\sin y} \quad (5.143)$$

olur.

$y=0$ 'a karşı düşen eşpotansiyel çizgi boyunca elektrik alanı, başlangıçta (yani elektrodun orta bölgesinde) çok yavaş azalır. Elektrodun kenarı civarında azalma çabuklaşır ve asimtotik olarak sonsuzda sıfır değerine gider. $y=\pi/2$ ye karşı düşen eşpotansiyel çizgi boyunca da elektrik alanı monoton bir şekilde azalır. Elektroda daha yakın olan eşpotansiyel çizgilerde örneğin $y=(3/4)\pi$ ye karşı düşen eşpotansiyel çizgi boyunca düzlemsel elektrodun kenar bölgesinde elektrik alanı bir maksimum değere erişir ve ondan sonra tekrar azalır. Eşpotansiyel çizgi düzlemsel elektroda ne kadar yakın ise, maksimum elektrik alanı da o kadar büyük olur. Teorik olarak elektrot üzerinde ve kenarda $E_{\max} = \infty$ olur. Şekil 5.26'dan görüldüklüğü gibi, $y=\pi/2$ den küçük değerlere karşı düşen eşpotansiyel çizgiler (veya yüzeyler) elektrot olarak alınırsa, elektrotlar arası boşalma

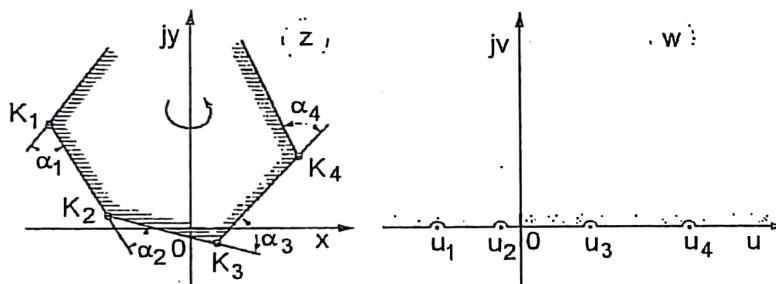
elektrotların orta bölgesinde meydana gelir. Deneyler göstermiştir ki, $y=(3/4)\pi$ ye kadar olan eşpotansiyel çizgilere karşılık olan eşpotansiyel çizgiler elektrot olarak alındığında, genellikle boşalma olayı elektrotların kenarında değil de genellikle orta kısmında meydana gelir. Dağılmaları önlemek ve boşalma olayın alanın düzgün olduğu bölgede meydana gelmesini sağlamak üzere, en çok $y=(2/3)\pi = (120^\circ)$ ye karşı düşen eşpotansiyel yüzey elektrot olarak alınır.

Süpahesiz $y=\pi/2$ ye karşı düşen eşpotansiyel çizgisinin (daha doğrusu yüzeyinin) elektrot olarak alınması, düzgün alan elde edilmesi bakımından daha uygundur. Fakat böyle bir çözüm daha pahalı olur. Düzgün alan elde etmeye olanak veren bu gibi elektrotlara Rogowski elektrotları denir. Bu elektrotlar katı ve sıvı yalıtkan maddelerin elektrik dayanımı ve diğer deneylerinde çok kullanılır.

6

SCHWARZ-CHRISTOFFEL DÖNÜŞÜMÜ

Bu dönüşüm, esas olarak z düzleminde doğrularla sınırlanmış bir çokgeni, w düzleminde u ekseni'ne dönüştürür. Çokgen üzerinde dönerken çokgenin içi ne yönde kalırsa, onlara karşı düşen noktalar da u ekseninin aynı yönde kalırlar (Şekil 6.1).



Şekil 6.1.

Bu dönüşümde $z=f(w)$ fonksiyonunun türevi.

$$z' = f'(w) = \frac{dz}{dw} = A(w-u_1)^{-\alpha_1 \cdot \pi} \cdot (w-u_2)^{-\alpha_2 \cdot \pi} \cdots (w-u_n)^{-\alpha_n \cdot \pi} \quad (6.1)$$

şeklinde verilmiştir. Burada u_1, u_2, \dots, u_n çokgen üzerindeki dönüş yönüne göre $u_1 < u_2 < \dots < u_n$ olan reel sabitlerdir ve çokgenin köşelerine karşı düşerler. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ çokgen köşelerindeki dış açılarıdır. A sabiti kompleksdir ve şeillerin boyutundan belirlenir. u_1, u_2, \dots, u_n reel noktalarından üçü istenildiği gibi seçilebilir: diğerleri ise hesaplanır.

Şimdi bu $z=f(w)$ dönüşümünün gerçekten çokgeni u ekseni'ne dönüştürüğünü gösterelim:

w değeri birbirini izleyen herhangi iki u_{k-1} ile u_k değerleri arasında u_k değerine doğru yaklaşırken $z'=f'(w)$ diferansiyel denkleminde $(w-u_i)$ gibi reel olan bütün çarpanlar aynen kalır. Demek ki z 'nin argümanı değişmez. w 'nın u_1, u_2, \dots, u_n sabit değerlerinden birini aldığı noktalar fonksiyon için sürekli noktalarıdır ve w bu sabit değerleri geçtiği zaman $z'=f'(w)$ nin argümanı değişir. Örneğin u_{k-1} den gelerek w değeri u_k ya yaklaşın. $(w-u_k)$ değeri gittikçe küçülür. $w-u_k = -p$ ile gösterelim. Burada p sonsuz küçük bir mülak uzunluğu göstermektedir.

Buna göre (6.1) eşitliği.

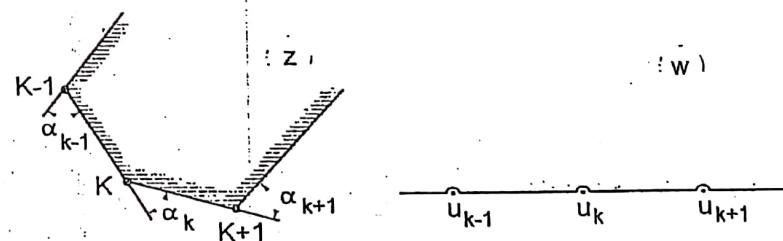
$$(w-u_k)^{-\alpha_k \cdot \pi} = (-p)^{-\alpha_k \cdot \pi} = (-1)^{-\alpha_k \cdot \pi} \cdot (+p)^{-\alpha_k \cdot \pi} \quad (6.2)$$

olar. Burada $-1=e^{j\pi}$ şeklinde yazılabilceğinden:

$$(w-u_k)^{-\alpha_k \cdot \pi} = (e^{j\pi})^{-\alpha_k \cdot \pi} \cdot (+p)^{-\alpha_k \cdot \pi} = (+p)^{-\alpha_k \cdot \pi} \cdot e^{-j\alpha_k \cdot \pi} \quad (6.3)$$

olar. Burada birinci terim bu ifadenin modülünü, ikinci terim ise argümanını göstermektedir. w düzlemindeki u_1, u_2, \dots, u_n noktaları ile z düzlemindeki K_1, K_2, \dots, K_n köşeleri birer sürekli noktalar olup, bunları dönüşüm dışı bırakmak gereklidir.

Buna göre, z ve w düzlemlerindeki dönüşüm bölgeleri. Şekil 6.2 deki gibi olup, sürekli bölgeler yarıçapı sonsuz küçük daire yayları ile dönlürler.



Şekil 6.2.

Şimdi sürekli noktalar olan $w=u_k$ yi atlayarak $w-u_k = +p$ olduğunu kabul edelim. Yani $w-u_k$ dan p kadar büyük olsun. Bu durumda,

$$(w - u_k)^{-\alpha_k i \pi} = (+\rho)^{-\alpha_k i \pi} \quad (6.4)$$

olur. Bunu yukarıdaki denklemlerle karşılaştırırsak, burada e^{-ju_k} teriminin olmadığını görüyoruz. Argüman değişmiştir. İkinci ifade, birincinin e^{ju_k} ile çarpımı ile elde edilir. Sonuç olarak $(w - u_k)^{-\alpha_k i \pi}$ ifadesinde w, u_k dan geçen dz/dw ifadesi $+\alpha_k$ kadar değişir. Bu sırada diğer çarpanların argümanları aynen kalır.

Diferansiyel denklemin integrali.

$$z = A \int \frac{dw}{(w - u_1)^{\alpha_1 i \pi} \cdot (w - u_2)^{\alpha_2 i \pi} \cdots (w - u_n)^{\alpha_n i \pi}} + B \quad (6.5)$$

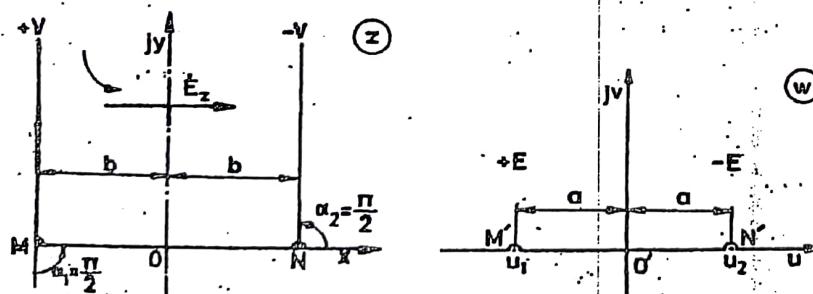
olur.

Şimdi bu dönüşüm yardımıyla daha önce incelediğimiz bir problemi çözelim.

Örnek:

Schwarz-Christoffel dönüşümü yardımıyla iki keskin kenar arasındaki alan inceleyiniz.

Yanıt:



Şekil 6.3.

z düzleminde y eksenine göre simetrik M ve N doğruları göz önüne alınır ve bunlarla \overline{MN} ekseninin oluşturduğu dik açılı çokgen düşünülsün.

Bu çokgen w düzleminde u ekseninin üstüne dönüsür (Şekil 6.3). Çokgen üzerinde okla gösterilen yönde dönüldüğü zaman M, O, N noktalarına w düzleminde M', O', N' noktaları karşı düşer. Daha önce belirtildiği gibi O noktası istenildiği gibi seçilebilir. Bunların karşılıkları, A ve B sabitleri ve ölçek kolayca hesaplanabilir.

$$z' = f'(w) = \frac{dz}{dw} = A(w - u_1)^{-\alpha_1 i \pi} \cdot (w - u_2)^{-\alpha_2 i \pi}$$

$$z' = A(w + a)^{-1/2} \cdot (w - a)^{-1/2} \quad (6.6)$$

$$z' = \frac{A}{\sqrt{w^2 - a^2}} \quad (6.7)$$

$$z = \int f'(w) \cdot dw + B = \int \frac{A \cdot dw}{\sqrt{w^2 - a^2}}$$

$$z = \int \frac{A \cdot dw}{j\sqrt{a^2 - w^2}} = \frac{A}{j} \arcsin\left(\frac{w}{a}\right) + B \quad (6.8)$$

$$z = -j \cdot A \cdot \arcsin\left(\frac{w}{a}\right) + B \quad (6.9)$$

olur. Burada 0 ya $0'$ noktası karşılık olduğundan, $B=0$ dır ve

$$z = -j \cdot A \cdot \arcsin\left(\frac{w}{a}\right) \quad (6.10)$$

olur. A sabiti z ve w düzlemlerindeki uzaklıklardan hesaplanır. Örneğin M düzleminin absisi $-b$ ve potansiyeli $+V$ ve N düzleminin absisi $+b$ ve potansiyeli $-V$ olsun.

$$-b = -j \cdot A \cdot \arcsin\left(\frac{-a}{a}\right) = -j \cdot A \cdot (-\pi/2) = j \cdot A \cdot \frac{\pi}{2} \quad (6.11)$$

$$b = -j \cdot A \cdot \arcsin\left(\frac{+a}{a}\right) = -j \cdot A \cdot (+\pi/2) = -j \cdot A \cdot \frac{\pi}{2} \quad (6.12)$$

denklemleri yardımıyla.

$$A = +j \cdot \frac{2b}{\pi} \quad (6.13)$$

bulunur. Demek ki,

$$z = \frac{2b}{\pi} \cdot \arcsin\left(\frac{w}{a}\right) \quad (6.14)$$

dir.

Şimdi elektrik alanını bulalım.

$$\frac{\dot{E}_w}{\dot{E}_z} = \frac{1}{f'(z)} = f'(w)$$

$$\dot{E}_z = \frac{2U}{2b} = \frac{U}{b}$$

$$f'(w) = \frac{A}{\sqrt{w^2 - a^2}} \quad (6.15)$$

olduklarından,

$$\dot{E}_w = \frac{U}{b} \cdot \frac{j \frac{2b}{\pi}}{\sqrt{w^2 - a^2}} = 2j \frac{U}{\pi \sqrt{w^2 - a^2}} \quad (6.16)$$

$$\dot{E}_w = 2j \frac{U}{\pi \sqrt{w^2 - a^2}} \quad (6.17)$$

bulunur. İstenirse \dot{E}_w bağıntısı.

$$\dot{E}_w = \frac{2U}{\pi a} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{w}{a}\right)^2}} \quad (6.18)$$

şeklinde yazılabilir. w eksenindeki elektrik alanı.

$$(\dot{E}_w)_u = \frac{2 \cdot U}{\pi \cdot a} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{a}\right)^2}} \quad (6.19)$$

olur. 0 noktası için $u=0$ olduğundan,

$$(\dot{E}_w)_{u=0} = \frac{2U}{\pi a} \quad (6.20)$$

bulunur. Buradan görülmüyorki, orta düzlemede ve tam ortadaki elektrik alanı sistemin ortalamaya elektrik alanından küçuktur. Çünkü uçların potansiyelleri $-V$ ve $+V$ ve aralarındaki uzaklık $2a$ olduğuna göre, ortalamaya elektrik alanı

$$E_0 = \frac{2V}{2a} = \frac{V}{a} = \frac{U}{a} \quad (6.21)$$

dir. Bunu (6.20) eşitliğinde yerine koyarsak,

$$(\dot{E}_w)_{u=0} = \frac{2}{\pi} \cdot E_0 \quad (6.22)$$

olur. Görülüyorki iki keskin kenar arasındaki alan $w=a \cdot ch z$ dönüşümüne benzer şekilde Schwarz-Christoffel dönüşümü ile de incelenebilmektedir.

Özet olarak Schwarz-Christoffel dönüşüm fonksiyonu ile yapılacak incelemelerde aşağıdaki özellikler göz önünde tutulur:

1. Çokgen kenarlarının, koordinat sistemi göz önünde bulundurularak uygun bir biçimde yerleştirilmelerine ve mümkün mertebe bunların, eksenlerin üstünde veya bunlara paralel veya dik durumda olmalarına çalışılır.
2. Çokgenin dirsek ve köşelerinin sırası, w ekseni üzerinde bunlara karşı düşen noktaların sırasına uymalıdır. Bu sıranın belirlenmesinde çokgenin şekilde ok ile gösterilen yönü esas alınır, diğer bir deyimle dönüşümü yapılacak bölge, sol tarafta kalacak şekilde seçilir.

3. Çokgenin dış açıları için, pozitif yön olarak saat yönünün tersi esas alınır. Dış açıların cebirsel toplamının 2π ye eşit olup olmadığı kontrol edilir.

4. α_k dış açıları yerine β_k iç açıları esas alındığında, dz/dw bağıntısı,

$$\frac{dz}{dw} = A \sum_{k=1}^n (w - u_k)^{[(\beta_k/\pi) - 1]} \quad (6.23)$$

şeklinde olur.

5. u -ekseni üzerinde bulunan u_k noktalarından üç tanesi, serbest olarak seçilebilir. Ancak, bu seçim yapılırken, elde edilecek integralin, kolay hesaplanabilecek tiplerden birine uyması göz önünde bulundurulur. Bu üç noktadan sonra gelen noktalar, her iki düzlemede birbirine karşı düşen noktalar arasındaki bağıntılardan gidilerek bulunur. Noktalardan birinin sönüzdə seçilmesi durumunda, bu noktaya karşı düşen çarpan integrale girmez. Böylece, integral içindeki çarpanların sayısı $(n-1)$ 'e düşer. n tane u_k ile birlikte, A ve B sabitlerinin toplamı, $(n+2)$ olduğuna ve u_k 'lardan üçü, gelişigüzel seçildiğine göre, türev fonksiyonunu bulmak için, $(n+2)-3=n-1$ bağımsız denkleme gereksinim vardır. Bu denklemler her iki düzlemede birbirine karşı düşen noktalar arasındaki bağıntılardan yararlanılarak kurulur.

6. A sabiti, aşağıda gösterildiği gibi, z düzleminde, paralel iki doğru arasındaki uzaklığı veren bağıntıdan yararlanılarak bulunur. Eğer, w düzlemindeki u_p noktası, z düzlemindeki $\alpha_p=\pi$ köşesine karşı düşerse, paralel doğrular arasındaki uzaklık.

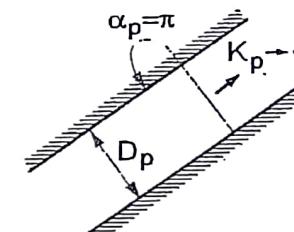
$$D_p = -j\pi A \sum_{k \neq p}^n (u_p - u_k)^{-\alpha_k/\pi}$$

$$D_p = -j\pi \left[(w - u_p)^{\alpha_p/\pi} \cdot \frac{dz}{dw} \right]_{w=u_p} \quad (6.24)$$

bağıntısı yardımıyle ve eğer Şekil 6.4'te görüldüğü gibi, $u_p=\pm\infty$ noktası $\alpha_p=\pi$ köşesine karşılıksa,

$$D_p = j\pi A$$

bağıntısı yardımıyle bulunur.



Şekil 6.4.

B integral sabiti ise, her iki düzlemede birbirine karşı düşen sınır değerlerinden gidilerek bulunur.

7. Konform dönüşümde olduğu gibi burada da, z düzlemindeki alan şekilleri, w düzleminde π genişliğinde düzgün alanlı bir sisteme dönüştürülebilir. Fakat bu dönüşüm $z=f(w)$ fonksiyonu yardımıyle doğrudan yapılamaz. Bu dönüşüm için t ile göstereceğiz, bir ara dönüşüm düzleminin kullanılması gereklidir. Dönüşüm, bu ara dönüşüm düzlemini dolayı olarak yapılır. w düzleminde π genişliğinde düzgün alanlı serit ile, z düzleminde ele alınan çokgenin, t düzlemindeki dönüşümlerinin birbirine uydurulması ile, z düzlemindeki çokgenin w düzlemindeki, düzgün alanlı sisteme dönüşümü sağlanır ve her iki düzlem arasında bir bağıntı kurulur. Böylece,

$$\frac{dz}{dw} = \frac{dz}{dt} \cdot \frac{dt}{dw} \quad (6.26)$$

bağıntısı yardımıyle, $z=f(w)$ dönüşüm fonksiyonu elde edilir. z ve t düzlemleri arasındaki dönüşüm,

$$z = A \int \sum_{k=1}^n (t - t_k)^{-\alpha_k/\pi} \cdot dt + B = A \cdot f(t) \quad (6.27)$$

fonksiyonu yardımıyle ve t ile w arasındaki dönüşüm de, uygun bir $t=t(w)$ fonksiyonu yardımıyle yapılır.

w düzlemindeki alan, düzgün bir alan olduğunda, $t=e^w$ bağıntısından yararlanarak,

$$z = f(w) \quad (6.28)$$

fonksiyonu bulunur.

8. z düzlemindeki kompleks alan şiddetinin eşlenik değeri, v potansiyel kabul edildiğine göre,

$$E_z^* = j \cdot \frac{dw}{dz} = j \cdot \frac{dw}{dt} \cdot \frac{dt}{dz} = j \cdot \frac{dw/dt}{dz/dt} \quad t=e^w \quad (6.29)$$

bulunur. Burada, $dz/dt=A.f(t)$ fonksiyonu ve $dw/dt=1/t$ fonksiyonu, sırasıyla z ile t ara düzlemi ile w düzlemi arasındaki bağıntıyı sağlayan türev fonksiyonları olduğuna göre, kompleks alan şiddetinin eşlenik değeri için,

$$E_z^* = j \cdot \frac{1}{t \cdot \frac{dz}{dt}} = j \cdot \frac{1}{A \cdot f(t)} \quad (6.30)$$

bağıntısı elde edilir. Diğer taraftan, elektrotlar arasındaki gerilim U(kV) ve w düzlemindeki düzgün alanlı sistemin elektrot açıklığı $|v_2 - v_1| = a_w$ (cm) olduğuna göre, alan şiddetinin (kV/cm) cinsinden mutlak değeri,

$$\left| E_z^* \right|_{\text{kV/cm}} = \left| E_z \right|_{\text{kV/cm}} = \frac{U}{a} \frac{1}{\left| t \cdot \frac{dz}{dt} \right|} \quad (\text{kV/cm}) \quad (6.31)$$

olar.

KAYNAKLAR (BÖLÜM 1)

- [1] AKHUNLAR, A.. Elektromagnetik Alan Teorisi I. Statik Elektrik Alanı. İ.T.Ü. Kütüphanesi Sayı: 615, İstanbul, 1965.
- [2] AKHUNLAR, A.. Elektrik Alanlarına Giriş I. Statik Elektrik Alanı. İ.T.Ü. Kütüphanesi Sayı: 817, İstanbul, 1971.
- [3] BETZ, A.. Konforme Abbildung. Springer, Berlin, 1948.
- [4] BEWLEY, L.V.. Two Dimensional Fields in Electrical Engineering, Dover Publ. Inc., New York, 1963.
- [5] BINNS, K.J., LAWRENSON, P.I.. Analysis and Computation of Electric and Magnetic Fields Problems. Pergamon Press, 1963.
- [6] BUCCHOLZ, H., Elektrische und Magnetische Potentialfelder. Springer Verlag, Berlin, 1957.
- [7] GÖNENÇ, İ.. Yüksek Gerilim Tekniği. Cilt I. Statik Elektrik Alanı ve Basit Elektrot Sistemleri. İ.T.Ü. Kütüphanesi Sayı: 1085, İstanbul, 1977.
- [8] HARRINGTON, R.F.. Field Computation by Moment Methods. Mac Millan Co., New York, 1961.
- [9] OLENDORFF, F.. Potentialfelder der Elektrotechnik. Springer, Berlin, 1932.
- [10] ÖZKAYA, M.. Yüksek Gerilim Tekniğinde Ölçme. İ.T.Ü. Kütüphanesi Sayı: 940, İstanbul, 1973.
- [11] ÖZKAYA, M.. Yüksek Gerilim Tekniğinde Deşarj Olayları. İ.T.Ü. Kütüphanesi Sayı: 1152, İstanbul, 1979.
- [12] PRINZ, H.. Hochspannungsfelder. Oldenburg Verlag, München, 1969.
- [13] ROTH, A.. Hochspannungstechnik. Springer Verlag, 1959.

- [14] SCHWAIGER, A., Elektrische Festigkeitslehre, Springer Verlag, 1925.
- [15] SIROTINSKI, L.I., Hochspannungstechnik, Band II, VEB Verlag, Berlin, 1958.
- [16] VITKOVITCH, D., Field Analysis. Experimental and Computational Methods, Von Nostrand, 1966.
- [17] ZAENGL, W.S., KUFFEL, E., High Voltage Engineering, Pergamon Press, 1984.

BÖLÜM 2

BOŞALMA OLAYLARI

Bu bölümde gaz, sıvı ve katı yalıtkan maddelerde boşalma olayları incelenecaktır.

KISIM 1

GAZLarda BOŞALMA OLAYLARI

Giriş

Bilindiği gibi, yüksek gerilimlerde hava ve diğer gazların delinme dayanımlarının bilinmesi çok önemlidir. Ancak bu sayede yüksek gerilim aygıtlarının boyutlandırılması mümkün olur. Genel olarak dış etkilerden korunmuş nötr bir gaz elektriği iletmeyez. Ancak gazın içine iki elektrot konur ve bunlara bir gerilim uygulanırsa, gerilimin belirli bir değerinde elektrotlar arasında ani bir akım yükselmesi olur ve böylece hava veya gaz yalıtkanlık özelliğini kaybeder. Hava veya gazın yalıtkan durumdan ilerken duruma geçmesine boşalma olayı denir. Boşalmanın değişik türleri vardır: Gazın basıncına ve boşalmayı besleyen akımı kaynağının gücünden göre boşalma ıshıltılı, kivileçim veya ark boşalması şeklinde olur. Eğer gazın basıncı düşük ve elektrotları besleyen akım kaynağının gücü küçük ise, o zaman meydana gelen boşalmaya ıshıltılı boşalma (geissler tübünde olduğu gibi), gazın basıncı yüksek ve kaynağından güç küçük ise meydana gelen boşalmaya kivileçim boşalması ve son olarak gazın basıncı yükselticidir. o zaman meydana gelen boşalmaya da ark boşalması denir.

Eğer elektrotlardan birinin veya her ikisinin eğrilik yarıçapları elektrotlar arası açılık yanında çok küçük ise, bu durumda elektrotların çevresinde çok ince bir tabakayı kaplayan bir boşalma türü meydana gelir ki, buna da korona boşalması adı verilir. Korona boşalması başladıkтан sonra gerilimin yükseltilmesine devam edilirse, gerilimin belirli bir değerinde tam boşalma meydana gelir.

Bir diğer boşalma türü de yüzeysel boşalmadır. Yüzeysel boşalma iki farklı yalıtkan maddenin sınır yüzeyinde meydana gelen boşalmadır (Örneğin bir gaz ile bir katı yalıtkanın sınır yüzeyinde).

Bütün boşalma türlerinde ortak olan özellik boşalma sırasında gazın yüksek bir iletkenliğe erişmesi, yani gaz içinde çok sayıda elektrikli parçasının meydana gelmesidir.

| <u>Bosalma</u> | <u>Gaz Bosalma</u> | <u>Ahm boyognm Gazu</u> |
|--------------------|--------------------|-------------------------|
| <u>İgital B.</u> | <u>Düşük</u> | <u>Kuruk</u> |
| <u>Kiviteli B.</u> | <u>Yüzeysel</u> | <u>Kıvılcı</u> |
| <u>Akh B.</u> | <u>Yüksek</u> | <u>Böyüğ</u> |

1

ATOMUN YAPISI, UYARIMI VE İYONİZASYON

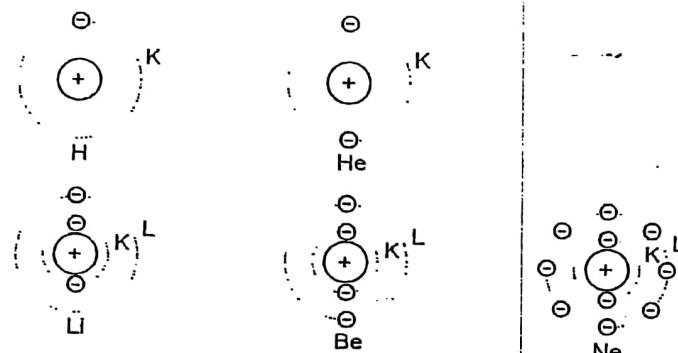
Bohr modeline göre atom, pozitif elektrik yüklü bir çekirdek ile (çapı yaklaşık olarak 10^{-13} ile 10^{-12} cm) bunun etrafında bulunan elektronlardan meydana gelir. Bir atomun elektron sayısı Z ile ve bir elektronun elektrik yükü de $-q$ ile gösterilir. q 'nın değeri $1,6 \cdot 10^{-19} C$ olup, elektriğin en küçük parçasını temsil eder. Bir atomun Z elektronuna karşılık olan toplam elektrik yükü $Q = -Zq$ dur. Nötr bir atomda bu yük çekirdeğin pozitif elektrik yüküne eşittir ($Q_{\text{çek}} = Zq$). Z 'ye çekirdek yükü sayısı, sıra sayısı veya proton sayısı denir. Z 'nin değişmesi, elemanın değişime karşı düşer. Buna karşılık elektronlardan birinin veya birkaçının atomdan ayrılması veya atoma konması, çekirdek yükü sırasında bir değişiklik yapmaz, fakat bu durumda atom, iyonize olmuş olur. Bir atomdan bir elektron ayrılmrasında pozitif iyon (katyon) ve atoma elektron konmasında da negatif iyon (veya anyon) meydana gelir.

Bir atomun kütlesi, daha çok çekirdeğinden ileri gelir. Çekirdek de proton ve nötronlardan oluşur. Bir proton'un kütlesi $1,672 \cdot 10^{-24} g$ olup, elektronun durgun durumındaki kütlesinden 1840 defa daha büyuktur. Nötronun kütlesi de aşağı yukarı protonun kütlesine eşittir ($1,675 \cdot 10^{-24} g$).

Elektronlar çekirdeği bir zarf gibi kuşatırlar. İncelemelerimiz için elektronların dairesel yörüngeler üzerinde hareket ettiklerini kabul edeceğiz. Belirli bir yöründede bulunan bir elektron, çekirdek merkezine olan uzaklığa göre, belirli bir enerji düzeyinde bulunur. Bir atomda öyle yörüngeler vardır ki, elektronlar bu yörüngelerde hareket ettikleri sürece hiç enerji yaymazlar. Bu yörüngelere kuantum yörüngeleri veya kabuk adı verilir. Kabuklar çekirdek merkezinden olan uzaklıklarına göre K, L, M, N, ... veya 1, 2, 3, ... ile gösterilirler.

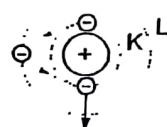
Çekirdek yükü sayısı en küçük olan hidrojen atomunda $Z=1$ olduğundan, 1 adet elektron vardır ve bu elektron K kabuğunda bulunur. $Z=2$ olan helyum atomunda ise 2 adet elektron vardır ve her ikisi de K kabuğunda bulunur. Böylece bu kabuk dolmuştur. $Z=3$ olan lityum

atomunda 2 elektron K kabuğunda ve 1 elektron da L kabuğunda bulunur (Şekil 1.1).



Sekil 1.1. K ve L kabuklarının elektronlarla dolması.

Bunu çekirdek yükü sayısı 4 ile 10 olan atomlar izler. Böylece L kabuğu da dolar. Neon atomunda $Z=10$ dur. $Z=11$ olan sodyum atomunda onbirinci elektron M kabuğunda bulunur. Sodyumu, M kabuğunda 8 elektron doluncaya kadar birbiri ardından gelen elemanlar izler. M kabuğunda 8 elektronu olan atom, argon atomudur ve argon için $Z=2+8+8=18$ dir. Kabukların elektronlarla dolma ritmi, elemanların periyodik sistemdeki düzeninde önemli bir rol oynar:



Sekil 1.2. H atomu.

Şimdi, en basit atom olan hidrojen atomunu göz önüne alalım (Şekil 1.2). Bunun zarf elektronu normal durumda K kabuğundadır. Eğer atoma bir enerji verilirse, elektron K kabuğundan L kabuğuna geçebilir. Verilen enerjinin büyüklüğü

$$W_u = q(V_K - V_L) = q \cdot U_u \quad (1.1)$$

denklemiyle belirir. Burada U_u 'ya uyarım gerilimi, W_u 'ya da uyarım enerjisi denir. Buna göre uyarım gerilimi, elektronu K kabuğundan L kabuğuna çikan gerilimdir ve volt cinsinden ölçülür. $q=1$ için uyarım enerjisi elektronvolt (eV) cinsinden ölçülür. Gerçekte $q=1,6 \cdot 10^{-19}$ C olduğundan, 1 eV= $1,6 \cdot 10^{-19}$ Ws (J) dır.

Elektronu, K kabuğundan atomla bağının koptuğu bir yörüngeye geçirmek için

$$W_i = q(V_K - V_\infty) = q \cdot V_K = q \cdot U_i \quad (1.2)$$

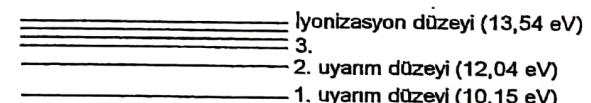
enerjisine gereksinim vardır. Burada U_i 'ye iyonizasyon gerilimi, W_i 'ye de iyonizasyon enerjisi denir. Uyarım ve iyonizasyon olayları tersinir (reversibl) dir. Uyarılmış veya iyonize olmuş bir atom eski durumuna geçerken, aldığı enerjiyi işme (radyasyon) enerjisi şeklinde geri verir. İşmanın frekansı,

$$h \cdot f_u = q \cdot U_u \rightarrow f_u = \frac{q \cdot U_u}{h} \quad (1.3)$$

veya

$$h \cdot f_i = q \cdot U_i \rightarrow f_i = \frac{q \cdot U_i}{h} \quad (1.4)$$

bağıntılardan bulunur. Burada $h=6,625 \cdot 10^{-34}$ Js Planck'in tesir kuantumudur. Kuantum yörüngeleri, sonlu sayıda olduğundan, işme enerjisinin spektrumu da sonlu freksnlardan oluşur (çizgisel spektrum). Örnek olmak üzere, Şekil 1.3'de H atomunun enerji düzeyleri gösterilmiştir.



Temel durum

Sekil 1.3. H atomunun enerji düzeyleri.

2

KİNETİK GAZ TEORİSİ HAKKINDA TEMEL BİLGİLER

Burada bir gaz içindeki parçacıkların serbest hareket ettilerini, ağırlıklarının ihmal edilecek kadar küçük oldukları, gaz sıcaklığının sıvılaşma noktasından büyük, termik iyonizasyon sınırlarından küçük olduğu ve parçacıkların hareket doğrultularını ve enerjilerini ancak çarpışmalar sonucu değiştirdikleri kabul edilecektir.

2.1. Basınç

Bir kap içindeki gaz moleküllerinin birim yüzeye yaptıkları çarpma etkisine basınç denir ve p ile gösterilir. Rasyonelize MKS birim sisteminde basıncın birimi pascal'dır.

$$1 \text{ pascal} = 1 \text{ N/m}^2$$

dir. Diğer basınç birimleri de şunlardır:

$$1 \text{ bari} = 1 \text{ dyn/cm}^2$$

$$1 \text{ bar} = 10^6 \text{ bari}$$

$$1 \text{ mbar} = 10^3 \text{ bari}$$

$$1 \text{ mmHg} = 1 \text{ torr} = 133,416 \text{ bari} = 133,416 \text{ pascal}$$

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn}, 1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2 \text{ olduğundan,}$$

$$1 \text{ pascal} = 1 \text{ N/m}^2 = 10^5 \text{ dyn}/10^4 \text{ cm}^2 = 10 \text{ bari}$$

olur. Ayrıca

$$760 \text{ mmHg} = 760,133416 \text{ mbar} = 1013 \text{ bar}$$

$$760 \text{ mmHg} = 760,133,416 \text{ N/m}^2 = 101300 \text{ N/m}^2 \\ = 101300 \text{ kg}/9,81 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 \equiv 1 \text{ atm}$$

dir.

1) Boyle - Mariotte Yasası

Sabit sıcaklıkta ($T=\text{sabit}$), bir gazın basıncı ile hacminin çarpımı sabittir; yani

$$pV = C = \text{sabit} \quad (2.1)$$

dir.

2) Gay - Lussac Yasası

Sabit basınçta ($p=\text{sabit}$), bir gazın hacmi ile sıcaklığı arasında

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0} \quad (2.2)$$

bağıntısı vardır. Burada V_0 ve T_0 gazın başlangıç değerlerini göstermektedir. $T_0=273^\circ\text{K}$ dir. (2.1) denklemindeki C sabiti sıcaklığa bağlıdır. Dolayısıyla T_0 sıcaklığı için Boyle Yasası

$$pV_0 = C_0$$

şeklinde ve (2.2) denklemindeki V hacmi de

$$V = V_0 \frac{T}{T_0} = \frac{1}{p} \left(\frac{C_0}{T_0} \right) \cdot T$$

şeklinde yazılabilir. Böylece Boyle Yasası

$$pV = RT \quad (2.3)$$

şekline girer. Burada

$$R = \frac{C_0}{T_0}$$

ye genel gaz sabiti denir. Bunun değeri, $R=8,3144 \text{ (Ws/}^\circ\text{K Mol)}$ dır. Buna göre bir gazın basıncı, sıcaklığı ve hacmi arasında

$$\frac{pV}{T} = R$$

bağıntısı vardır. Bu denkleme genel gaz denklemi adı verilir.

3) Avogadro Hipotezi

Aynı koşullarda bulunan farklı gazların eşit hacimlerinde eşit sayıda molekül bulunur.

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ (Molekül/Mol-hacim)}$$

ya Avogadro sayısı veya Loschmid sayısı denir. Burada 1 Mol-hacim, $T_0=273^{\circ}\text{K}$ ve $p_0=760 \text{ mmHg}$ da $22,414 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$ dır. Buna göre 0°C ve 760 mmHg da 1 cm^3 hacimde

$$N_0 = \frac{6,023 \cdot 10^{23}}{22,414 \cdot 10^3} = 2,71 \cdot 10^{19} \text{ (Molekül/cm}^3\text{)}$$

adet molekül bulunur. T ($^{\circ}\text{K}$) ve p (mmHg) de 1 cm^3 hacimdeki molekül sayısı

$$N = \frac{N_A}{V} \quad (2.4)$$

dir. Buna göre (2.3) denklemi,

$$p = \frac{R}{V} T = N \left(\frac{R}{N_A} \right) T$$

şekline girer. Burada

$$k = \frac{R}{N_A}$$

ya Boltzmann sabiti denir. $k=1,3804 \cdot 10^{-23} \text{ (J/}^{\circ}\text{K)}$ dir. Böylece basınç için

$$p = k \cdot N \cdot T \quad (2.5)$$

denklemi elde edilir. Bu bağıntıya universal gaz denklemi denir. $p=p_0=760 \text{ mmHg}$, $T=T_0=273^{\circ}\text{K}$ için $N_0=2,71 \cdot 10^{19} \text{ Mol/cm}^3$ olduğundan, p basıncı ve T sıcaklığında 1 cm^3 gazdaki molekül sayısı

$$N = \frac{p}{760} \cdot \frac{273}{T} \cdot N_0 \quad (2.6)$$

olur.

2.2. Hız

Hız, vektörel ve istatistiksel bir büyüklüktür. Ani ve mutlak değeri v ile gösterilir. Maxwell-Boltzmann'a göre hız dağılımı

$$\frac{dN}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{v}{v_m} \right)^2 e^{-\left(\frac{v}{v_m} \right)^2} \cdot \frac{dv}{v_m} \quad (2.7)$$

denklemiyle verilir. Burada v_m en muhtemel hızı, dN/N de hızları (v/v_m) ile $(v+dv)/v_m$ arasında bulunan parçacıkların bağıl sayısını gösterir. Buna göre hız dağılımı,

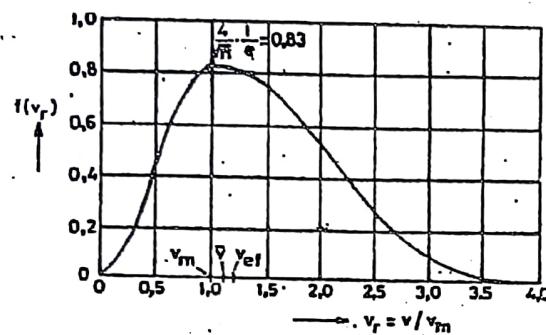
$$f\left(\frac{v}{v_m}\right) = \frac{dN/N}{dv/v_m} = f(v_r) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot v_r^2 \cdot e^{-v_r^2} \quad (2.8)$$

şeklinde olup bu fonksiyonun tanımladığı eğrinin altında kalan alan 1'e eşittir.

$$\int_{v_r=0}^{\infty} f(v_r) \cdot dv_r = 1 \quad (2.9)$$

Burada $v_r=v/v_m$ konmuştur ve bağıl hızı gösterir.

$f(v_r)$ eğrisi Şekil 2.1'de gösterilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi, hız dağılımını simetrik değildir. Bundan dolayı \bar{v} aritmetik ortalama hız ile v_{ef} efikas (etkin) hız, v_m en muhtemel hızdan daha büyuktur. Çünkü

Şekil 2.1. $f(v_r)$ eğrisi.

$$v_r = \int_{v_r=0}^{\infty} v_r \cdot f(v_r) \cdot dv_r = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_{v_r=0}^{\infty} v_r^3 \cdot e^{-v_r^2} \cdot dv_r = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$$

dir. Dolayısıyle

$$\bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot v_m = 1,128 \cdot v_m$$

dir.

Aynı şekilde

$$(v_r)_{ef}^2 = \int_{v_r=0}^{\infty} v_r^2 \cdot f(v_r) \cdot dv_r = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_{v_r=0}^{\infty} v_r^4 \cdot e^{-v_r^2} \cdot dv_r = \frac{3}{2}$$

olduğundan,

$$v_{ef} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot v_m = 1,224 \cdot v_m$$

dir. Bilindiği gibi, parçacıkların kinetik enerjileri, efikas (etkin) hız cinsinden belirtilir. Kütlesi m ve etkin hızı v_{ef} olan bir parçacığın kinetik

enerjisi $(1/2) \cdot m \cdot v_{ef}^2$ dir. Kinetik gaz teorisine göre, parçacıkların kinetik enerjileriyle mutlak sıcaklığı arasında

$$\frac{1}{2} m \cdot v_{ef}^2 = \frac{3}{2} kT \quad (2.10)$$

bağıntısı vardır. Burada k , Boltzmann sabitini, T de gazın mutlak sıcaklığını göstermektedir. Buna göre, v_{ef} , \bar{v} ve v_m 'in gazın mutlak sıcaklığı cinsinden ifadeleri

$$v_{ef} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}, \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m}}, \quad v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (2.11)$$

olurlar. Çizelge 2.1'de bazı gazların $20^\circ C$ ve 760 mmHg 'de \bar{v} hızları gösterilmiştir.

Çizelge 2.1. Bazı gazların $20^\circ C$ ve 760 mmHg 'de \bar{v} hızları.

| Gazin cinsi | H_2 | O_2 | N_2 | Hava | Su buharı | SF_6 | CO_2 |
|------------------------|-------|-------|-------|------|-----------|--------|--------|
| $\bar{v} (\text{m/s})$ | 1760 | 441 | 470 | 465 | 556 | 199 | 375 |

Kütleleri m_1, m_2, m_3, \dots olan parçacıklardan oluşan bir gaz karışımında $v_{1ef}, v_{2ef}, v_{3ef}, \dots$ hızları kinetik enerjileri eşit olacak şekilde dağılırlar; yani

$$m_1 \cdot v_{1ef}^2 = m_2 \cdot v_{2ef}^2 = m_3 \cdot v_{3ef}^2 = \dots \quad (2.12)$$

olurlar. Buna göre, bir gaz içinde bulunan elektronların hızları, moleküllerin hızlarından çok daha büyüktür. Örneğin m_e elektron kütlesi m_p proton kütlesi yanında 1840 defa daha küçük olduğundan ($m_p \approx 1840 \cdot m_e$) $20^\circ C$ ve 760 mmHg 'de elektronun ortalama hızı,

$$\bar{v}_e = \sqrt{\frac{2m_p}{m_e}} \cdot \bar{v}_{H2} = \sqrt{2 \cdot 1840} \cdot 1760 = 106767 \text{ m/s} \approx 110 \text{ km/s}$$

olar.

2.3. Serbest Yol

Bir gaz içerisinde bulunan parçacıklar, gelişigüzel ve her doğrultuda hareket ederler ve belirli yolları katettikten sonra, diğer parçacıklarla çarpışırlar. Bir parçacığın birbirini izleyen iki çarpışma arasında katettiği yola serbest yol denir ve $\bar{\lambda}$ ile gösterilir. Bir parçacığın serbest yolu, istatistiksel yasalara göre değişir.

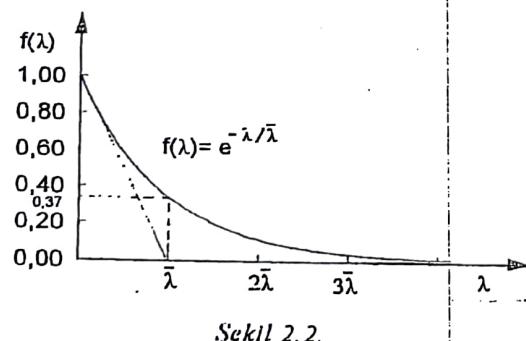
Herhangi bir t anında çok sayıdaki parçacıklara ait serbest yolların veya uzun bir süre içinde bir parçacığa ait serbest yolların aritmetik ortalama değerine, ortalama serbest yol denir ve $\bar{\lambda}$ ile gösterilir.

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n} (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_n) \quad (2.13)$$

dir. Ortalama serbest yolu $\bar{\lambda}$ olan bir parçacığın serbest yolunun λ veya daha büyük olması olasılığı

$$f(\lambda) = e^{-\lambda/\bar{\lambda}} \quad (2.14)$$

dir. Buna Clausius'un serbest yol yasası denir (Şekil 2.2).



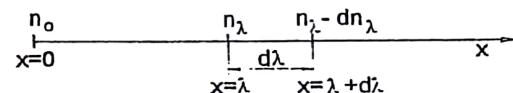
Şekil 2.2.

Bu yasaya göre, ortalama serbest yolu $\bar{\lambda}$ olan bir parçacığın serbest yolunun sıfır veya daha büyük olması olasılığı, $e^0 = 1$, yani %100, ortalama serbest yola eşit veya daha büyük olması olasılığı, $e^{-1} = 1/e = 0.37$, yani %37 ve örneğin $\lambda = 3\bar{\lambda}$ ya eşit veya daha büyük olması olasılığı da $e^{-3} = 1/e^3 = 0.05$ (%5) dir.

Bu yasa şöyle çıkarılabilir; $x=0$ mevkiiinden çıkan n_0 adet parçacık x doğrultusunda hareket etsin. $x=\lambda$ mevkiinde çarpışmayan parçacıkların sayısı n_λ ile gösterilirse, $dx=d\lambda$ aralığında çarpışma sayısı, bu aralıkta çarpışmayan parçacıklardaki $-dn_\lambda$ azalmasına eşittir. Bir parçacığın 1 cm^3 'lik yoldaki ortalama çarpışma sayısı \bar{z} ile gösterilirse.

$$n_\lambda \cdot \bar{z} \cdot d\lambda = -dn_\lambda$$

olur (Şekil 2.3).



Şekil 2.3.

Ortalama serbest yol $\bar{\lambda}$ olduğuna göre birim uzunluktaki ortalama çarpışma sayısı,

$$\bar{z} = \frac{1}{\bar{\lambda}}$$

dir. Bununla yukarıdaki denklem,

$$n_\lambda \cdot \frac{d\lambda}{\bar{\lambda}} = -dn_\lambda \quad \text{veya} \quad \frac{dn_\lambda}{n_\lambda} = -\frac{d\lambda}{\bar{\lambda}}$$

şekline girer. Bunun integraliyle,

$$\frac{n_\lambda}{n_0} = e^{-\frac{\lambda}{\bar{\lambda}}} = f(\lambda)$$

bağıntısı elde edilir.

Şimdi, ortalama serbest yolu birim hacimdeki molekül sayısı ve molekül yarıçapı cinsinden ifadesini bulalım: Bunun için gaz içinde yarıçapları r_1 , r_2 ve ortalama hızları \bar{v}_1 , \bar{v}_2 olan iki tür parçacık olduğunu

varsayılmı. İkinci tür parçacık üzerindeki bir eksen takımına göre, birinci tür parçacığın ortalama hızı,

$$\bar{v} = \sqrt{\bar{v}_1^2 + \bar{v}_2^2} \quad (2.15)$$

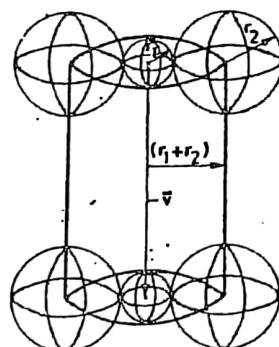
ve ikinci tür parçacığın ortalama hızı da

$$\bar{v}_2 = 0$$

olur. 1 cm^3 gazda N adet ikinci tür parçacık varsa, 1 adet birinci tür parçacığın 1 saniyede ikinci tür parçacıklarla çarpışma sayısı,

$$z = \pi(r_1 + r_2)^2 \cdot \bar{v} \cdot N \quad (2.16)$$

olur (Şekil 2.4). Burada N , 1 cm^3 hacimdeki ikinci tür parçacık sayısını, $\pi(r_1 + r_2)^2 \cdot \bar{v}$ de 1 saniyede birinci tür parçacığın ikinci tür parçacıklarla çarpışabileceği hacmi göstermektedir.



Şekil 2.4.

Birinci tür parçacık 1 saniyede \bar{v}_1 yolunu katettiğinden, 1 cm'lik yola düşen ortalama çarpışma sayısı,

$$\bar{z} = \frac{z}{N} = \frac{1}{\bar{v}_1} = \pi(r_1 + r_2)^2 \cdot N \cdot \frac{\bar{v}}{\bar{v}_1} \quad (2.17)$$

olur. Birim uzunluktaki ortalama çarpışma sayısının tersi, ortalama serbest yola eşit olduğundan, ortalama serbest yol için,

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{\pi(r_1 + r_2)^2 \cdot N} \cdot \frac{\bar{v}_1}{\sqrt{\bar{v}_1^2 + \bar{v}_2^2}} \quad (2.18)$$

denklemi elde edilir. Şimdi bu sonucu irdeleyelim:

- 1) Birinci ve ikinci tür parçacıklar molekül; yani $\bar{v}_1 = \bar{v}_2$ ve $r_1 = r_2 = r$ olsun. Bu durumda

$$\bar{\lambda}_m = \frac{1}{4\sqrt{2} \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \frac{1}{N} \quad (2.19)$$

olur.

- 2) Birinci tür parçacık kuvvetli bir elektrik alanının etkisi altında bulunan iyon ve ikinci tür parçacık molekül olsun. Bu durumda, $\bar{v}_1 > \bar{v}_2$ ve $r_1 \approx r_2 = r$ dir. Dolayısıyle,

$$\bar{\lambda}_i = \frac{1}{4\pi r^2 N} \quad (2.20)$$

olur.

- 3) Birinci tür parçacık elektron ve ikinci tür parçacık molekül olsun. Bu durumda $\bar{v}_1 > \bar{v}_2$ ve $r_1 \ll r_2 = r$ dir. Dolayısıyle,

$$\bar{\lambda}_e = \frac{1}{\pi \cdot r^2 \cdot N} \quad (2.21)$$

olur. Görülüyor ki, bir gaz içinde elektronun ortalama serbest yolu, molekülün ortalama serbest yolundan $4\sqrt{2}$ defa daha büyuktur. $\bar{\lambda}_e = 4\sqrt{2} \cdot \bar{\lambda}_m$ dir.

$\bar{\lambda}_e$ denkleminde N yerine $N=p/kT$ konursa,

$$\bar{\lambda}_e = \frac{kT}{\pi r^2 p} \sim \frac{T}{p}$$

olur. Yani bir gaz içinde parçacıkların ortalama serbest yolları, sıcaklıkla doğru, basınçla ters orantılıdır. Sabit sıcaklıkta

$$A = \frac{\pi r^2}{kT}$$

olmak üzere, elektronun ortalama serbest yolu,

$$\bar{\lambda}_e = \frac{1}{Ap}$$

şekline girer.

3

İYONİZASYON TÜRLERİ

Bir gaz içinde elektrikli parçacıklar çeşitli şekillerde meydana gelebilir. Bunların başlıcaları çarpma suretiyle iyonizasyon, foto iyonizasyon, termik iyonizasyon ve yüzeysel iyonizasyondur.

3.1. Çarpma Suretiyle İyonizasyon

Kütlesi m ve etkin hızı v_{ef} olan bir parçacığın kinetik enerjisi $(1/2)mv_{ef}^2$ olduğundan, bu parçacık bir atom veya molekülle çarptığı zaman, atom veya molekülü iyonize edebilir. Eğer parçacığın kinetik enerjisi söz konusu gazın iyonizasyon enerjisine eşit veya ondan büyükse, çarpma, iyonizasyonla sonuçlanır; yani bir gaz atom veya molekulünden bir pozitif iyonla bir elektron meydana gelebilir. Bunun için,

$$\frac{1}{2}mv_{ef}^2 \geq W_i \quad (3.1)$$

olmalıdır. Buna göre, örneğin iyonizasyon enerjisi 10.4 eV olan civa buharının, ancak, kinetik enerjisi 10.4 eV olan bir parçacıkla çarpışması durumunda iyonize olabileceği anlaşılmır. Oysa civa buharı, birinci metastabil enerji düzeyine karşı düşen 4.67 eV luk bir kinetik enerjiye sahip parçacıkların çarpışması durumunda da iyonize olabilir. Bu durum şu nedenlerden ileri gelebilir:

- 1) Kinetik enerjisi W_i den küçük olan parçacık, atomu uyarılmış duruma sokabilir. Uyarılmış atoma çarpan ikinci, üçüncü, ve diğer parçacıklar atomu kademeli olarak iyonize edebilirler (kademeli iyonizasyon).
- 2) Bir elektron uyarılmış bir atoma çarptığı zaman, uyarılmış atom temel duruma geçebilir ve bu sırada açığa çıkan enerji elektron tarafından alınabilir. Böylece elektronun kinetik enerjisi söz konusu gazın iyonizasyon enerjisi düzeyine yükselmiş olur.

- 3) Uyarılmış iki atom birbirleriyle çarptığı zaman, atomlardan birinin potansiyel enerjisi diğerine geçebilir ve enerjisi artan diğer atom iyonize olabilir.

3.2. Foto İyonizasyon

Frekansı f olan bir ışma ile bir gazın iyonize olabilmesi için

$$hf \geq W_i \quad (3.2)$$

olmalıdır. $f=c/\lambda$ olduğundan, (3.2) denklemi,

$$\lambda \leq \frac{ch}{W_i} \quad (3.3)$$

şekline girer. Burada ışık hızı $c=3.10^8$ m/s. Planck sabiti $h=6.625 \cdot 10^{-34}$ Js ve iyonizasyon enerjisi W_i de Joule cinsinden yerlerine konursa, λ dalga uzunluğu m cinsinden çıkar. $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ olduğundan, W_i yerine $1.6 \cdot 10^{-19} W_i (\text{eV})$ değeri konursa,

$$\lambda \leq \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6.625 \cdot 10^{-34}}{1.6 \cdot 10^{-19} W_i (\text{eV})} = \frac{12.3}{W_i (\text{eV})} \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

olur. Buna göre iyonizasyon enerjisi $W_i=4.88 \text{ eV}$ olan sezyum buharının ışma ile iyonize olabilmesi için ışmanın dalga uzunluğu

$$\lambda \leq \frac{12.3}{4.88} \cdot 10^{-7} \text{ m} = 3.184 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 318.4 \text{ nm}$$

olmalıdır. Bu dalga uzunluğu morötesi ışınlar bölgesinde bulunmaktadır. Dolayısıyla görülebilir ışıkla bir iyonizasyon mümkün olmadığı anlaşıılır. Oysa gazın iyonizasyon enerjisinden daha küçük foton enerjileri durumunda da iyonizasyon mümkündür. Bu durum şu nedenlerden ileri gelebilir:

- 1) Kademeli iyonizasyon:
- 2) Uyarılmış bir atomla uyarılmamış bir atom, iyonizasyon enerjisi atomundan daha küçük olan bir molekül oluşturabilir;

- 3) Gaz içinde toz parçacıkları varsa, bunlardan elektronlar daha kolay kopar. Çünkü toz parçacıklarının çıkış işi gazın iyonizasyon enerjisinden daha küçüktür.

3.3. Termik İyonizasyon

Bir gazın sıcaklığı yükseltilirse, gene o gazın atom veya moleküllerini iyonize etmek mümkündür. Çünkü sıcaklıkla hızı, dolayısıyla kinetik enerjisi artan parçacıklar çarpma suretiyle iyonizasyona sebebiyet verebilecekleri gibi, kızgın duruma gelen gazın ışması dolayısıyla de foto iyonizasyonla elektrikli parçacıklar meydana gelebilir.

3.4. Yüzeysel İyonizasyon

Bir maden yüzeyinden elektron koparılmasına yüzeysel iyonizasyon denir. Bunun için maden yüzeyine çıkış işi veya çıkış enerjisi adı verilen bir enerjinin verilmesi gereklidir. Bu enerji maden yüzeyine

- 1) Madeni ısıtmak suretiyle (Termik elektron emisyon),
- 2) Maden yüzeyini elektrikli parçacıklarla bombardıman etmek suretiyle (Çarpma suretiyle iyonizasyon).
- 3) Maden yüzeyini kısa dalga boylu ışınlarla (fotonlarla) bombardıman etmek suretiyle.
- 4) Kuvvetli bir dış elektrik alanın etkisiyle (Soğuk elektron emisyonu) verilebilir.

Genel olarak bir madenin çıkış işi, bu maden buharına ait iyonizasyon enerjisinden daha küçüktür ($W_n < W_i$).

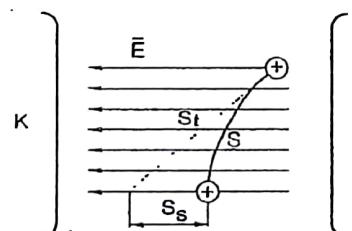
Bir gaz içinde çeşitli şekillerde meydana gelen elektrikli parçacıklar hareket yetenekleri (devingenlikleri), yayılma (difüzyon) ve tekrar bireleşme (rekombinasyon) özelliklerinden dolayı, bulundukları bölgeden uzaklaşmak ve yok olmak eğilimindedirler. Bundan dolayı, parçacıkların bu özelliklerine iyonizasyona zıt olaylar denir.

İYONİZASYONA ZIT OLAYLAR

Bir gaz içinde çeşitli şekillerde meydana gelen elektrikli parçacıklar, hareket yetenekleri (devingenlikleri), yayılma (difüzyon) ve tekrar birleşme (rekombinasyon) özelliklerinden dolayı, bulundukları bölgeden uzaklaşmak ve yok olmak eğilimindedirler.

4.1. Elektrikli Parçacıkların Hareketi (Devingenliği)

Bir gaz içinde bulunan elektrikli parçacıklar, bir elektrik alanının etkisi altında ise, bu durumda parçacıklar zıkkaz hareketlerinden başka, bir de elektrik alanı doğrultusunda sürüklene hareketi yaparlar. Zıkkaz harekete karşılık olan hızı termik hız ve sürüklene hareketine karşılık olan ortalama hızı da ortalama sürüklene hızı denir. Genel olarak termik hız ile sürüklene hızının süperpozisyonundan oluşan hareket çok karışıkta. Fakat uygulamada önemli olan iki sınır durum için ortalama sürüklene hızı ile elektrik alanı arasındaki bağıntı kolayca bulunabilir. Bunun için elektrik alanının düzgün olduğu ve elektrikli parçacığın bir çarpışmada moleküle verdiği enerjinin, bu parçacık tarafından iki çarpışma sırasında elektrik alanından aldığı enerjiye eşit olduğu kabul edilecektir.



Şekil 4.1.

Şekil 4.1'de bir pozitif iyonun iki çarpışma arasındaki hareketi gösterilmiştir. Burada s gerçek yolu, s_t termik yolu ve s_s de elektrik

alanından dolayı sürüklene yolunu göstermektedir. Yukarıdaki varyasyonlara göre, s_s yolu için

$$s_s = \frac{1}{2} b \tau^2$$

denklemi yazılabilir. Burada $b=q.E/m$ ivmeyi ve τ da s_s yolu için geçen süreyi gösterir. Bu süre aynı zamanda iki çarpışma arasında geçen zamandır. Bu ise istatistiksel bir büyülük olduğundan, τ yerine $\bar{\tau}$ almak daha doğrudur. Böylece yukarıdaki denklem,

$$\bar{s}_s = \frac{1}{2} b \bar{\tau}^2 \quad (4.1)$$

şekline girer. \bar{s}_s yolu $\bar{\tau}$ süresine bölünürse, \bar{v}_s ortalama sürüklene hızı elde edilir:

$$\bar{v}_s = \frac{\bar{s}_s}{\bar{\tau}} = \frac{1}{2} b \bar{\tau} = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E \frac{\bar{s}}{\bar{v}} \quad (4.2)$$

dir. Eğer $\bar{v}_t \gg \bar{v}_s$ ise bu durumda iyon durumu söz konusudur ve \bar{s} yerine $\bar{\lambda}_i$, \bar{v} yerine \bar{v}_t ve m yerine m_i alınabilir ve

$$\bar{v}_s = \frac{1}{2} \frac{q}{m_i} \frac{\bar{\lambda}_i}{\bar{v}_t} E \quad (4.3)$$

olur. Burada

$$d_i = \frac{\bar{v}_s}{E} = \frac{1}{2} \frac{q}{m_i} \frac{\bar{\lambda}_i}{\bar{v}_t} \quad (4.4)$$

ye iyonun hareket yeteneği, mobilitesi veya devingenliği denir.

Devingenliğin birimi $\left(\frac{m/s}{V/m}\right)$ veya $\left(\frac{cm/s}{V/cm}\right)$ dir. Sabit sıcaklık ve basınçta $\bar{\lambda}_i$ ve \bar{v}_t değerleri sabit olduğundan, d_i de sabittir.

İstenirse $\bar{\lambda}_i$ yerine

$$\frac{1}{4\pi r^2} \cdot \frac{1}{N} = \frac{kT}{4\pi r^2 p}$$

değeri konabilir. Böylece iyonların devingenliği, sıcaklık ve basınç cinsinden,

$$d_i = \frac{1}{2} \frac{q}{m_i} \frac{kT}{4\pi r^2 \bar{v}_t} \frac{1}{p} \quad (4.5)$$

şekline girer. Sabit sıcaklık için devingenlik,

$$d_i = \frac{K_1}{p} \quad (4.6)$$

olur. Burada

$$K_1 = \frac{1}{2} \frac{q}{m_i} \frac{kT}{4\pi r^2 \bar{v}_t} \quad (4.7)$$

konmuştur. Dolayısıyla sabit sıcaklıkta iyonların ortalama sürüklendirme hızları

$$\bar{v}_s = d_i \cdot E = K_1 \left(\frac{E}{p} \right) \quad (4.8)$$

olur. Eğer $\bar{v}_t \approx 0$ (\bar{v}_s ise bu durumda elektron hali söz konusudur ve \bar{s} yerine $\bar{\lambda}_e$, \bar{v} yerine \bar{v}_s ve m yerine m_e alınabilir ve denklem

$$\bar{v}_s = \frac{1}{2} \frac{q}{m_e} E \frac{\bar{\lambda}_e}{\bar{v}_s} \quad (4.9)$$

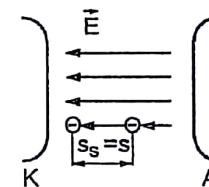
veya

$$\bar{v}_s = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{q}{m_e} \bar{\lambda}_e} \cdot \sqrt{E} = K_2 \cdot \sqrt{E} \quad (4.10)$$

şekline girer (Şekil 4.2). Burada

$$K_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{q}{m_e} \bar{\lambda}_e} \quad (4.11)$$

konmuştur.



Şekil 4.2.

$$d_e = \frac{\bar{v}_s}{E} = \frac{K_2}{\sqrt{E}} \quad (4.12)$$

ye elektronun hareket yeteneği veya devingenliği denir. Buna göre, sabit sıcaklık ve basınçta elektronun devingenliği, elektrik alanının karekökü ile ters orantılıdır. İyonlarda yapıldığı gibi,

$$\bar{v}_s = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{q}{m_e} \bar{\lambda}_e E} \quad (4.13)$$

denkleminde $\bar{\lambda}_e$ yerine $\frac{kT}{\pi r^2 p}$ veya sabit sıcaklıkta $\frac{1}{Ap}$ değeri yerine konursa

$$\bar{v}_s = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{q}{m_e} \frac{1}{A}} \sqrt{\frac{E}{p}} = K_3 \cdot \sqrt{\frac{E}{p}} \quad (4.14)$$

denklemi elde edilir. Burada da

$$K_3 = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{q}{m_e} \frac{1}{A}} \quad (4.15)$$

konmuştur.

Bir elektronun devingenliği, elektrik alanını karekökü ile ters orantılı değişmesine rağmen, yaklaşık olarak bir iyonun devingenliğinden $5 \cdot 10^3$ kat daha büyütür.

4.2. Elektrikli Parçacıkların Yayılması (Difüzyon)

Herhangi bir nedenle bir gaz içinde belirli bir bölgede aynı işaretli elektrikli parçacık yığılması meydana gelmişse, bu yığılma zamanla kaybolur; yani yoğunluğu büyük olan bölgeden yoğunluğu küçük olan bölgelere doğru bir parçacık akımı olur. Bu akımı belirtmek için bir \bar{i} akımı yoğunluğu vektörü tanımlanır. Akım yoğunluğu vektörü, gaz içinde alınan bir $d\bar{S}$ yüzey elemanından birim zamanda geçen parçacık sayısını hesaba katar. Buna göre $d\bar{S}$ yüzey elemanından birim zamanda geçen parçacık sayısı

$$\bar{i} \cdot d\bar{S} \quad (4.16)$$

olarak,

Şimdi, gaz içinde birim hacimde bulunan aynı işaretli elektrikli parçacık sayısı N olsun. Gaz içinde kapalı bir S yüzeyi gözönüne alalım. Bu yüzeyin sınırladığı hacim V ise, bu hacimdeki elektrikli parçacık sayısı

$$\int_V N \cdot dV \quad (4.17)$$

dir. Bu sayının zamana göre değişimi,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V N \cdot dV \quad (4.18)$$

dir. Bu değişim V hacmi içinde birim zamanda doğan parçacık sayısı ile S yüzeyinden birim zamanda çıkan parçacık sayısı farkına eşittir. S yüzeyinden çıkan parçacık sayısı,

$$\int_S \bar{i} \cdot d\bar{S} \quad (4.19)$$

ve V hacminde oluşan parçacık sayısı da

$$\int_V Q \cdot dV \quad (4.20)$$

olduğundan

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V N \cdot dV = \int_V Q \cdot dV - \int_S \bar{i} \cdot d\bar{S} \quad (4.21)$$

denklemi yazılabilir. Burada Q , birim hacimde herhangi bir nedenle birim zamanda oluşan parçacık sayısını gösterir. Kısmi türev işaretini integral içine alır ve Gauss teoremi uygulanırsa, yukarıdaki denklem,

$$\int_V \left(\frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div} \bar{i} - Q \right) \cdot dV = 0 \quad (4.22)$$

şeklinde yazılabilir. İntegralin sıfır olması için,

$$\frac{\partial N}{\partial t} = Q - \operatorname{div} \bar{i} \quad (4.23)$$

olmalıdır.

Bu denklem yardımıyla parçacık yoğunluğunu hesaplayabilmek için, N ile \bar{i} arasında bir bağıntı kurulması gereklidir. Bu bağıntı, ya deneyele bulunur veya parçacıkların birbirleri ve ortamla ilişkisi gözönünde tutularak saptanır. En çok uygulanan model Fick yasası ile verilir; yani,

$$\bar{i} = -D \cdot \operatorname{grad} N \quad (4.24)$$

yazılır. Burada D ye difüzyon katsayısı denir. Bu denklem yukarıdaki denklemde yerine konursa,

$$\frac{\partial N}{\partial t} = Q + D \cdot \operatorname{div} \cdot \operatorname{grad} N = Q + D \nabla^2 N \quad (4.25)$$

genel difüzyon denklemi elde edilir.

Eğer elektrikli parçacık kaynağı, inceleme anından itibaren sıfır ise bu durumda denklem

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D \cdot \nabla^2 N \quad (4.26)$$

şeklini alır. Burada

$$\nabla^2 N = \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} \quad (4.27)$$

dir. Eğer N sadece x ekseni boyunca lineer olarak değişirse, o zaman

$$\text{grad } N = \frac{dN}{dx} = \text{sabit} \quad \text{ve} \quad \nabla^2 N = \frac{d^2 N}{dx^2} = 0 \quad (4.28)$$

olurlar.

Şimdi, N 'nin yalnız x ekseni boyunca lineer olarak değişmesi durumunda D difüzyon katsayısını hesaplamaya çalışalım. $x=0$ mevkiinde birim hacimdeki elektrikli parçacık sayısı N_0 ile ve x mevkiindeki elektrikli parçacık sayısı da N ile gösterilirse,

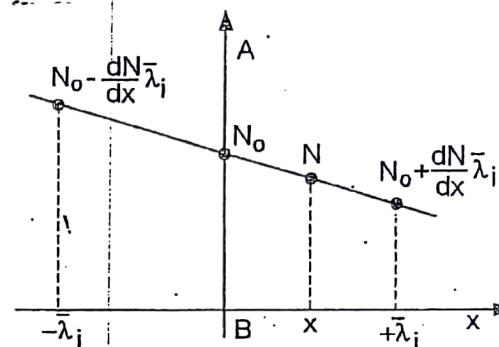
$$\tan \alpha = \frac{dN}{dx} = \text{sabit} = -\frac{N_0 - N}{x}$$

denkleminden,

$$N = N_0 + \frac{dN}{dx} x \quad (4.29)$$

elde edilir (Şekil 4.3).

Söz konusu gaz içinde, birim hacimdeki aynı işaretli elektrikli parçacık sayısı, molekul sayıısı yanında çok küçük olduğundan, elektrikli parçacıkların ortalama serbest yollarının ve hızlarının her yerde aynı olduğu ve elektrikli parçacıklarla moleküllerin termik denge durumunda bulundukları kabul edilebilir. Termik denge durumunda elektrikli parçacıklar her yönde ve gelişigüzel hareket ettiklerinden, belli bir doğrultu ve yönde hareket eden elektrikli parçacık sayısı, buna ters yönde hareket eden



Şekil 4.3.

elektrikli parçacık sayısına eşit kabul edilebilir. Ayrıca bütün elektrikli parçacıkların kartezyen koordinat sistemi yönlerinde ve buna ters yönlerde olmak üzere 6 eşit gruba ayrıldığı düşünülürse. x 'in pozitif yönünde toplam elektrikli parçacıkların $1/6$ 'sı geçer. Buna göre, $\bar{x} = \bar{\lambda}/\bar{v}$ zamanında $x=0$ mevkiinde bir AB düzleminin 1 cm^2 lik yüzeyinden soldan sağa doğru geçen elektrikli parçacık sayısı,

$$m_{\rightarrow} = \frac{1}{6} \int_{-\bar{\lambda}}^0 N \cdot dx = \frac{1}{6} \int_{-\bar{\lambda}}^0 \left(N_0 + \frac{dN}{dx} x \right) dx = \frac{1}{6} \left(N_0 \bar{\lambda} - \frac{dN}{dx} \cdot \frac{\bar{\lambda}^2}{2} \right) \quad (4.30)$$

ve birim zamanda geçen ortalama elektrikli parçacık sayısı da

$$\frac{m_{\rightarrow}}{\tau} = \frac{1}{6} \left(N_0 \bar{v} - \frac{dN}{dx} \cdot \frac{\bar{\lambda} \cdot \bar{v}}{2} \right) \quad (4.31)$$

olur.

Aynı şekilde AB düzleminin 1 cm^2 lik yüzeyinden sağdan sola doğru \bar{x} zamanında geçen elektrikli parçacık sayısı

$$m_{\leftarrow} = -\frac{1}{6} \int_{+\bar{\lambda}}^0 N \cdot dx = \frac{1}{6} \int_0^{\bar{\lambda}} N \cdot dx = \frac{1}{6} \left(N_0 \bar{\lambda} + \frac{dN}{dx} \cdot \frac{\bar{\lambda}^2}{2} \right) \quad (4.32)$$

ve birim zamanda geçen ortalama elektrikli parçacık sayısı da

$$\frac{m_{\leftarrow}}{\tau} = \frac{1}{6} \left(N_0 \bar{v} + \frac{dN}{dx} \frac{\bar{\lambda} \cdot \bar{v}}{2} \right) \quad (4.33)$$

dir.

AB düzleminin 1 cm^2 lik yüzeyinden birim zamanda geçen bireke elektrikli parçacık sayısı, soldan sağa doğru olup, bunun değeri,

$$\bar{l} = \left(\frac{m_{\rightarrow}}{\tau} \right) - \left(\frac{m_{\leftarrow}}{\tau} \right) = - \frac{\bar{\lambda} \cdot \bar{v}}{6} \frac{dN}{dx} \quad (4.34)$$

olar. Bu denklem daha önce tanımladığımız Fick yasası bağıntısından başka birsey değildir. Dolayısıyle elektrikli parçacıklara ait difüzyon katsayısı

$$D = \frac{\bar{\lambda} \cdot \bar{v}}{6} \quad (4.35)$$

olar. Buna göre, iyon ve elektron için difüzyon katsayıları,

$$D_i = \frac{\bar{\lambda}_i \cdot \bar{v}_i}{6} \quad D_e = \frac{\bar{\lambda}_e \cdot \bar{v}_e}{6} \quad (4.36)$$

şeklinde yazılabilir. Difüzyon katsayısının birimi cm^2/s dir.

Iyonların devingenliği $d_i = (1/2)(q/m_i)(\bar{\lambda}_i/\bar{v}_i)$ ve difüzyon katsayısı da $D_i = (\bar{\lambda}_i \cdot \bar{v}_i / 6)$ formülü ile verildiğinden, devingenlikle difüzyon katsayısı arasında

$$\frac{d_i}{D_i} = \frac{q}{\frac{1}{3} m_i \bar{v}_i^2} \quad (4.37)$$

bağıntısı vardır. Burada $m_i \bar{v}_i$ yerine $3kT$ konursa, denklem

$$\frac{d_i}{D_i} = \frac{q}{kT} \quad (4.38)$$

şekline girer. $k=1.371 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $q=1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ve $T_0=273^\circ\text{K}$ için

$$\frac{d_i}{D_i} = 42.7 \text{ l/V}$$

olur. Demek ki d_i bilinirse D_i kolayca hesaplanabilir. Örneğin 0°C ve 760 mmHg de havanın negatif iyonlarının devingenliği $1.9 \text{ (cm/s)/(V/cm)}$ olduğundan negatif iyonların difüzyon katsayısı,

$$D_i = \frac{d_i}{42.7} = \frac{1.9}{42.7} = 0.0445 \text{ cm}^2/\text{s}$$

olur.

Elektronların devingenliği iyonlarındakine göre en az $5 \cdot 10^3$ kat daha büyük olduğundan elektronların difüzyon katsayısı da

$$D_e = \frac{d_e}{42.7} = \frac{1.9 \cdot 5 \cdot 10^3}{42.7} = 222.5 \text{ cm}^2/\text{s}$$

mertebedinde olur.

4.3. Elektrikli Parçacıkların Tekrar Birleşmesi (Rekombinasyon)

Dış etkilerden uzak kendi haline bırakılmış iyonize bir gaz, elektrik yükünü yavaş yavaş kaybeder. Buna sebep, farklı işaretli elektrikli parçacıkların tekrar birleşmeleridir.

Bir pozitif iyonun bir negatif iyon veya elektronla birleşmesi için, bunların belirli bir süre yan yana bulunması gereklidir. Genel olarak elektronlar hızlı hareket ettilerinden bir pozitif iyonla bir elektronun birleşme olasılığı, bir pozitif iyonla bir negatif iyonun birleşme olasılığından daha küçüktür. Ayrıca gaz içinde iyon yoğunluğu ne kadar büyükse bunların birleşme olasılığı da o kadar büyük olur. 1 cm^3 gazda N^2

adet pozitif iyon ve N^- adet negatif iyon varsa, bunların birleşme ile kaybolma hızı N^+ ve N^- ile orantılı olur; yani

$$-\frac{dN^+}{dt} = -\frac{dN^-}{dt} = \rho N^+ N^- \quad (4.39)$$

yazılabilir. Burada ρ ya birleşme katsayıları denir. Eğer gaz içinde $N^+ = N^-$ ise, yukarıdaki denklem,

$$-\frac{dN}{dt} = \rho \cdot N^2 \quad (4.40)$$

şekline girer. Bunun değişkenleri ayrılmış, zaman bakımından 0 dan t ye ve iyon yoğunluğu bakımından da N_0 dan N ye kadar integrali alınırsa

$$-\int_{N_0}^N \frac{dN}{N^2} = \rho \cdot t \quad (4.41)$$

denkleminden

$$N = \frac{N_0}{1 + \rho \cdot N_0 \cdot t} \quad (4.42)$$

denklemi elde edilir. Buna göre, bir gazdaki iyon yoğunluğunun birleşme ile azalması hiperboliktir. Gerçekte ρ birleşme katsayıısı, zamanın bir fonksiyonudur. İyonların olduğu ilk anlardaki ρ , daha sonraki ρ lardan büyüktür. Bu bakımından yukarıda bulunan denklem, ancak, küçük zaman aralıkları için doğru kabul edilebilir.

$$\alpha = \alpha = 2$$

$$200 = E_{max} \cdot \alpha$$

$$E_{max} = \frac{200}{2} = 100 \text{ kV/cm}$$

$$200 = 100 \frac{R}{T_2} (R_2 - R_1)$$

$$R_2^2 - 9R_2 + 18 = 0$$

$$\begin{aligned} R_2 &= 3 \\ R_2 &= 6 \end{aligned}$$

$$3 \leq R_2 \leq 6$$

~~5~~

TOWNSEND BOŞALMA TEORİSİ

DÜZGÜN ve AZ DÜZGÜN ELEKTRİK ALANINDA BOŞALMA OLAYLARI

Burada önce düzgün alanda, daha sonra da az düzgün alanda boşalma olayları incelenecaktır.

5.1. Townsend'in Birinci İyonlaşturma Katsayıısı ve Elektron Çığı

Bir elektronun alan doğrultusunda 1 cm'lik yol gitmesi durumunda çarpma suretiyle meydana getirdiği iyon çifti sayısına Townsend'in birinci iyonlaşturma katsayıısı denir ve α ile gösterilir. Bu katsayı şöyledir hesaplanır: Elektrik yükü q olan bir elektron E elektrik alanının etkisi altında çarpışmadan λ_{ei} yolunu katederse, bu yolda $qE\lambda_{ei}$ enerjisini birketir. Bu enerji gazın iyonizasyon enerjisine eşit veya ondan büyükse, bu durumda elektron, çarptığı gaz molekülünü iyonize eder; yani

$$qE\lambda_{ei} \geq W_i \quad (5.1)$$

veya

$$E\lambda_{ei} \geq U_i \quad (5.2)$$

ise gaz iyonize olur. Demek ki, bir elektron bir gaz molekülü ile çarpışmadan önce $\lambda_{ei} \geq U_i/E$ yolunu katederse, bu durumda çarpışma iyonizasyonla sonuçlanır.

Biliyoruz ki, ortalama serbest yolu $\bar{\lambda}_e$ olan bir elektronun serbest yolunun λ_{ei} veya daha büyük olması olasılığı, $e^{-\lambda_{ei}/\bar{\lambda}_e}$ dir. Bu, aynı zamanda bir çarpışmanın iyonizasyonla sonuçlanması olasılığını gösterir. Elektron

1 cm'lik yolda ortalama $\bar{z} = 1/\bar{\lambda}_e$ kadar çarşılığından, elektronun iyonlaşılma katsayısı,

$$\alpha = \frac{1}{\bar{\lambda}_e} e^{-\lambda_{ei}/\bar{\lambda}_e} \quad (5.3)$$

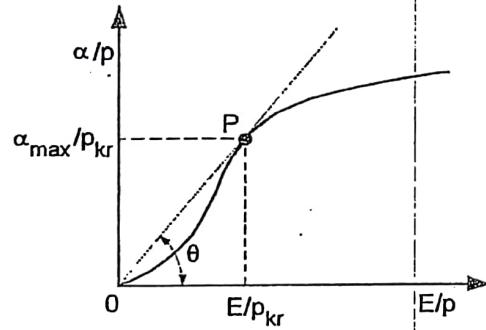
olur. (5.3) denkleminde λ_{ei} yerine U_i/E , sabit sıcaklıkta $1/\bar{\lambda}_e$ yerine $A \cdot p$ ve $A \cdot U_i = B$ konursa, yukarıdaki denklem,

$$\alpha = A p e^{-B p/E} = A p e^{-E/p} \quad (5.4)$$

şekline girer. Burada A ve B gazın cinsine ve sıcaklığa bağlı birer sabiti gösterirler. Örneğin 20°Cde hava için $A=14,6 \text{ l/cm.mmHg}$ ve $B=365 \text{ V/cm.mmHg}$ alınabilir. Yukarıdaki denklemden görülmektedir ki α/p , E/p nin bir fonksiyonudur. Bu yüzden denklem, genel olarak

$$\frac{\alpha}{p} = f(E/p) \quad (5.5)$$

şeklinde yazılabilir. Şekil 5.1'de $\alpha/p=f(E/p)$ eğrisi gösterilmiştir.



Şekil 5.1. $\alpha/p=f(E/p)$ eğrisi.

Sıcaklık ve $E=\text{sabit}$. p değişken alınırsa, p 'nin bir

$$p_{kr} = \frac{E}{B} \quad (\text{kr=kritik}) \quad (5.6)$$

değerinde,

$$\frac{\alpha_{max}}{p_{kr}} = \frac{A}{e} \quad (5.7)$$

olur. Bunu bulmak için, önce $\alpha=p \cdot f(E/p)$ nin p 'ye göre türevi alınıp sıfır'a eşit yapılır.

$$\frac{d\alpha}{dp} = f(E/p) + p \frac{df(E/p)}{dp} = f(E/p) + p \frac{df(E/p) \cdot d(E/p)}{d(E/p) \cdot dp} = 0 \quad (5.8)$$

Burada $f(E/p)=\alpha/p$ ve $d(E/p)/dp=-E/p^2$ olduklarından, yukarıdaki denklem,

$$\frac{\alpha}{p} - \frac{E}{p} \frac{df(E/p)}{d(E/p)} = \frac{\alpha}{p} - \frac{E}{p} f'(E/p) = \frac{\alpha}{p} - \frac{E}{p} \frac{d(\alpha/p)}{d(E/p)} = 0$$

veya

$$\frac{\alpha/p}{E/p} = \frac{d(\alpha/p)}{d(E/p)} = \operatorname{tg}\theta \quad (5.9)$$

şekline girer. Bu denklem, eğriye başlangıç noktasından çizilen teğete ilişkin P noktasının apsinin E/p_{kr} ve ordinatının da α_{max}/p_{kr} olduğunu gösterir. p_{kr} ve α_{max}/p_{kr} değerlerini bulmak için $\alpha/p=A \cdot e^{-Bp/E}$ ifadesinin E/p ye göre türevini alıp, yukarıda yerine koymak yeter.

$$\frac{d(\alpha/p)}{d(E/p)} = \frac{Bp^2}{E^2} \cdot \frac{\alpha}{p} \quad (5.10)$$

olduğundan,

$$\frac{(\alpha/p_{kr})}{(E/p_{kr})} = \frac{\alpha}{p_{kr}} \cdot \frac{B \cdot p_{kr}^2}{E^2} \quad (5.11)$$

veya

$$p_{kr} = \frac{E}{B} \quad (5.12)$$

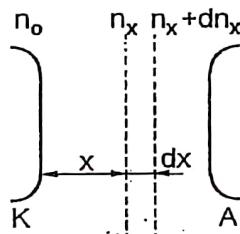
bulunur. p_{kr} 'in değeri $\alpha/p = A \cdot e^{-Be/E}$ de yerine konursa,

$$\frac{\alpha_{max}}{p_{kr}} = A \cdot e^{-BE/BE} = \frac{A}{e} \quad \text{veya}$$

$$\alpha_{max} = \frac{AE}{Be} \quad (5.13)$$

elde edilir. Demek ki, sıcaklık ve elektrik alanı sabit kalmak koşuluyla, basıncın öyle bir $p_{kr}=E/B$ değeri vardır ki, bu basınçta elektronun iyonlaşturma katsayısı, $\alpha_{max}=AE/Be$ dir.

Şimdi, bir elektronun katottan anoda doğru hareketi sırasında çarpmalarla çoğalmasını inceleyelim (Şekil 5.2).



Şekil 5.2.

Katodun 1 cm^2 lik yüzeyinden 1 saniyede çıkan elektron sayısını n_0 ile ve katottan x uzaklığında katoda paralel 1 cm^2 lik bir yüzeyden 1 saniyede geçen elektron sayısını da n_x ile gösterelim. $n_x > n_0$ dır. Bir elektron alan doğrultusunda 1 cm^2 lik yolda α iyon çifti meydana getirdiğine göre, dx aralığında $\alpha \cdot dx$ iyon çifti meydana getirir. x mevkiiinde katoda paralel 1 cm^2 lik yüzeyde n_x adet elektron olduğundan, dx aralığında 1 cm^2 lik yüzeyde çarpmalarla iyon çifti sayısındaki artma

$$dn_x = n_x \cdot \alpha \cdot dx \quad (5.14)$$

olur. Buradan, integral alınarak,

$$\int_{n_0}^{n_x} \frac{dn_x}{n_x} = \int_0^x \alpha \cdot dx \quad (5.15)$$

veya

$$\frac{n_x}{n_0} = e^{\alpha x} \quad (5.16)$$

elde edilir. Buna göre, $x=0$ mevkiiinden çıkan bir elektron x yolunda $e^{\alpha x}$ adet elektron olur ve $e^{\alpha x}-1$ adet de pozitif iyon meydana getirir. Elektronun bu şekilde çoğalışı, bir çığa benzediğinden buna elektron çığı denir.

$n_x = n_0 \cdot e^{\alpha x}$ denkleminin her iki tarafı q elektron yükü ile çarpılırsa, akım yoğunluğu denklemi elde edilir.

$$i = i_0 \cdot e^{\alpha x} \quad (5.17)$$

Bu denklem yardımıyla α iyonlaşturma katsayısı, deneyel olarak tayin edilebilir. Bunun için x_1 ve x_2 mevkilerindeki i_1 ve i_2 akım yoğunlıklarının ölçülmesi yeterlidir.

$$i_1 = i_0 \cdot e^{\alpha x_1} \quad \text{ve} \quad i_2 = i_0 \cdot e^{\alpha x_2}$$

olduğundan,

$$\alpha = \frac{1}{x_2 - x_1} \ln \frac{i_2}{i_1} \quad (5.18)$$

olur. $x=a$ için anottaki akım yoğunluğu.

$$i_a = i_0 \cdot e^{\alpha a} \quad (5.19)$$

dir. Bu denklem anoda varan elektron sayısının çığ şeklinde çoğalmasına rağmen akımın kendi kendini beslemediğini gösterir. Çünkü dış etki kal-karsa yani $i_0=0$ olursa, $i_a=0$ olur. Oysa gerçekte elektrotlara uygulanan gerilimin belirli bir değerinde boşalma, kendi kendini besler. Boşalmanın

kendi kendini beslemesi için katottan çıkan bir elektronun anoda varıncaya kadar yan olaylarla kendisi için bir yedek elektron meydana getirmesi gerekir. Bu nedenle, elektron çığının oluşumu sırasında meydana gelen pozitif iyonların etkisini de hesaba katmak gerekir.

5.2. Townsend'in İkinci İyonlaştırma Katsayısı ve Düzgün Alanda Delinme Gerilimi

Bir pozitif iyonun elektrik alanı doğrultusunda 1 cm'lik yol gitmesi durumunda çarpma suretiyle meydana getirdiği iyon çifti sayısına iyonon iyonlaştırma katsayısı denir ve β ile gösterilir. Bu sayı α yanında çok küçük olduğundan, çok kez ihmali edilebilir. Fakat bir pozitif iyonun katot yüzeyinden kopardığı elektron sayısı ihmali edilemez. Bu sayı γ ile gösterilir ve Townsend'in ikinci iyonlaştırma katsayısı adını alır. Bir elektron katottan çıkış anoda varıncaya kadar $e^{\alpha a}$ adet elektron ve $(e^{\alpha a} - 1)$ adet de pozitif iyon meydana getirdiğinden, $(e^{\alpha a} - 1)$ adet pozitif iyonun katottan çözüldüğü elektron sayısı:

$$\gamma(e^{\alpha a} - 1)$$

olur. Eğer bu sayı 1'e eşit ise, bu durumda katottan çıkışan bir elektron anoda varıncaya kadar, kendisi için bir yedek elektron hazırlamış demektir. Dolayısıyla boşalma kendi kendini besler. Bu nedenle

$$\boxed{\gamma(e^{\alpha a} - 1) = 1}$$

(5.20)

denklemine boşalmanın kendi kendini besleme koşulu denir. Bu denklem,

$$\alpha a = \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) \quad (5.21)$$

şeklinde de yazılabilir. Burada αa , elektronun toplam iyonlaştırma katsayıısını gösterir.

$\alpha = p \cdot f_1(E/p)$ ve $\gamma = f_3(E/p)$ olduğu düşünülür ve E yerine de U_d/a konursa. (5.21) denklemi

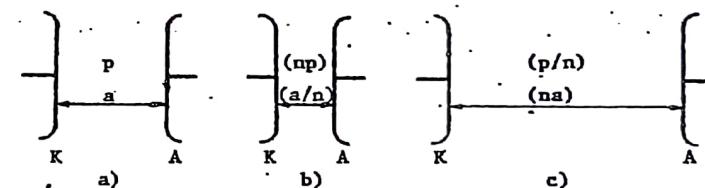
$$\alpha = A_p e^{-\frac{B}{E/p}} \quad E = \frac{U_d}{d}$$

$$\alpha = A_p e^{-\frac{B}{U_d/p}}$$

$$p a f_1(U_d / pa) = \ln\left[1 + \frac{1}{f_3(U_d / pa)}\right] \quad (5.22)$$

şekline girer. Burada U_d , boşalmanın kendi kendini besleme koşuluna karşı düşen delinme gerilimidir.

(5.22) denkleminde basınçla elektrotlar arası açıklık, çarpım şeklinde bulunmaktadır. Buradan, düzgün alanda ve sabit sıcaklıkta delinme geriliminin, basınçla elektrotlar arası açıklık çarpımının bir fonksiyonu olduğu anlaşıılır. Yani basınç p ve açıklığı a olan bir düzlemsel elektrot sistemi ile, basınç (np) ve elektrot açıklığı (a/n) veya basınç (p/n) ve açıklığı (na) olan düzlemsel elektrot sistemlerinin delinme gerilimleri birbirlerine eşittirler (Şekil 5.3).



Şekil 5.3.

Bu bağıntı ilk defa Paschen tarafından deneyel olarak bulunduğu için Paschen yasası adı ile tanınır.

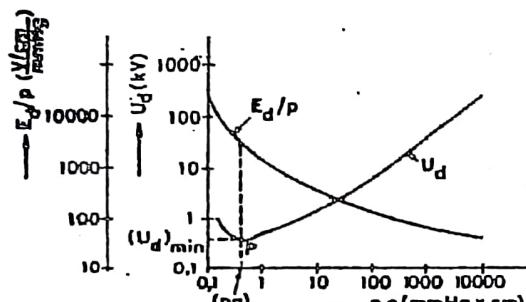
Şimdi, U_d gerilimini hesaplayalım. Bunun için (5.21) denkleminde α yerine $A_p e^{-B p u / U_d}$ konur ve $\gamma = \text{sabit}$ kabul edilirse, yukarıdaki denklem,

$$A_p \cdot pa \cdot e^{-B p u / U_d} = \ln(1 + 1/\gamma)$$

şekline girer. Buradan da U_d yalnız bırakılırsa,

$$U_d = \frac{B p a}{\ln\left[\frac{A p a}{\ln(1 + 1/\gamma)}\right]} = f(pa) \quad (5.23)$$

denklemi elde edilir. Gerçekte γ değeri (E/p) ye ve elektron malzemesine bağlı olup değeri $1/50$ ile $1/5000$ arasında değişir. Fakat denklemde bu terim $\ln(\ln(1+1/\gamma))$ şeklinde bulunduğuundan, γ nin büyük sınırlar içinde değişmesine rağmen, bu terim çok az değişir. Şekil 5.4'de $U_d=f(pa)$ eğrisi, $A=14.6 \text{ l/cm.mmHg}$, $B=365 \text{ V/cm.mmHg}$ ve $\gamma=1/500$ için gösterilmiştir. Eğrinin (pa)'ya göre bir minimumu vardır. $(U_d)_{\min}$ 'u bulmak için.



Şekil 5.4.

$$\frac{dU_d}{d(pa)} = 0 \quad (5.24)$$

yapılır. Buradan $(pa)_{kr}$ ve buna karşılık olan $(U_d)_{\min}$ değerleri bulunabilir.

$$\frac{dU_d}{d(pa)} = \frac{B \cdot \ln \left[\frac{Apa}{\ln(1+1/\gamma)} \right] - B}{\left(\ln \left[\frac{Apa}{\ln(1+1/\gamma)} \right] \right)^2} = 0 \quad (5.25)$$

denkleminden

$$\ln \left[\frac{A \cdot (pa)_{kr}}{\ln(1+1/\gamma)} \right] = 1$$

$$(pa)_{kr} = \frac{e \cdot \ln(1+1/\gamma)}{A} \quad (5.26)$$

elde edilir. Bu değer U_d de yerine konursa.

$$(U_d)_{\min} = B(pa)_{kr} \quad (5.27)$$

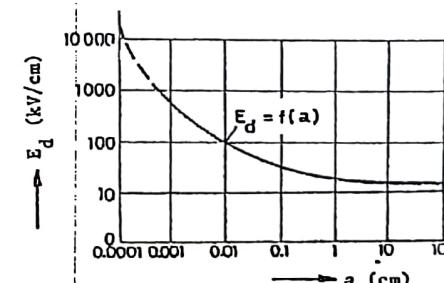
veya $a=\text{sabit}$ olduğuna göre, $(U_d)_{\min}$ 'e karşı düşen delinme dayanımı.

$$(E_d)_{kr} = \frac{(U_d)_{\min}}{a} = B \cdot p_{kr} \quad (5.28)$$

olur. Buna göre, delinme gerilimini minimum yapan p_{kr} basıncının aynı zamanda α iyonlaştırma katsayısını maksimum yapan p_{kr} basıncından başka bir şey olmadığı anlaşılır. Aynı şekil üzerinde

$$E_d / p = \frac{U_d}{pa} = \frac{B}{\ln \left[\frac{Apa}{\ln(1+1/\gamma)} \right]} = g(pa) \quad (5.29)$$

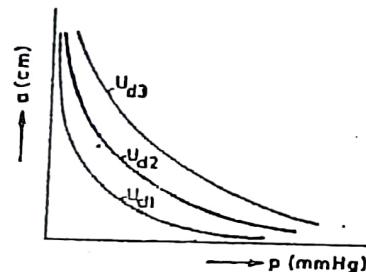
eğrisi de gösterilmiştir. Eğri, (pa)'nın küçük değerlerinde çok çabuk yükselmektedir. Eğer $p=\text{sabit}$ ise, bu eğri $E_d=f(a)$ eğrisini de gösterir (Şekil 5.5).



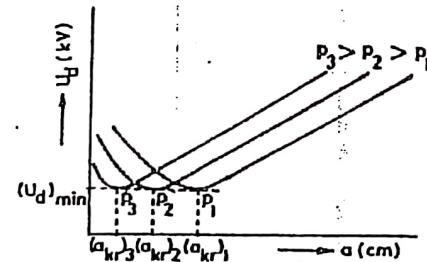
Şekil 5.5.

Buradan görülmektedir ki, bir gazın veya genel olarak bir yalıtkan maddenin delinme dayanımı, ilk bakışta sanıldığı gibi, sabit bir değer değildir. $U_d=f(pa)$ denkleminde üç büyüklükten biri parametre olarak alınırsa, diğer iki büyüklük arasındaki bağıntı elde edilir. Örneğin U_d parametre olarak alınırsa, $a=f(p)$ eğrileri birer hiperbol olurlar. Şekil 5.6'da $U_{d1} < U_{d2} < U_{d3}$ sabit değerleri için $a=f(p)$ eğrileri gösterilmiştir.

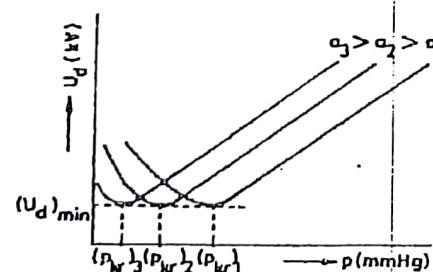
Aynı şekilde p parametre olmak üzere $U_d=f(a)$ eğri ailesi ve a parametre olmak üzere $U_d=f(p)$ eğri ailesi çizilebilir. Şekil 5.7 ve Şekil 5.8'de $p_1 < p_2 < p_3$ sabit değerleri için $U_d=f(a)$ eğrileri ve $a_1 < a_2 < a_3$ sabit değerleri için de $U_d=f(p)$ eğrileri gösterilmiştir.



Şekil 5.6.



Şekil 5.7.



Şekil 5.8.

Buraya kadar yaptığım incelemelerde sıcaklık sabit kabul edildi. Şimdi sıcaklığın etkisini de hesaba katalım. Delinme gerilimi bağıntısındaki A ve B sabitleri sıcaklıkla ters orantılı olduklarından, A yerine AT_0/T ve B yerine de BT_0/T konursa, sıcaklığın etkisi hesaba katılmış olur. Böylece,

$$U_d = \frac{BpaT_0/T}{\ln \left[\frac{ApaT_0/T}{\ln(1+1/\gamma)} \right]} = f(pa/T) \quad (5.30)$$

Kritik delinme gerilimi

Sayfa
272'ye
atka

denklemi elde edilir. Burada p/T yerine bağıl hava yoğunluğu cinsinden değeri konabilir. Bilindiği üzere T mutlak sıcaklığı ve p basıncındaki hava yoğunluğunun T_0 mutlak sıcaklığı ve p_0 basıncındaki hava yoğunluğununa oranı bağıl hava yoğunluğunu verir ve δ ile gösterilir.

$$\delta = \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T} = \frac{293}{760} \frac{p}{T} = 0.386 \frac{p}{T} \quad (5.31)$$

dir. Bu ifade, (5.30) denkleminde yerine konursa.

$$U_d = f(\delta a) \quad (5.32)$$

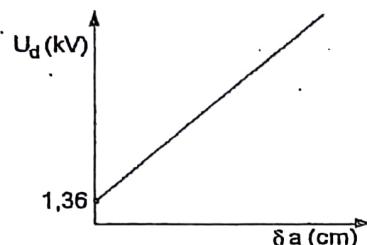
olur. Bu bağıntıya genelleştirilmiş Paschen bağıntısı denir. Buna göre, düzgün alanda delinme gerilimi, bağıl hava yoğunluğu ile elektrotlar arası açıklık çarpımının bir fonksiyonudur.

δ 'nın büyük değerleri için (atmosfer basıncı ve cm mertebesindeki açıklıklar için) $U_d=f(\delta a)$ değişimi, aşağı yukarı lineerdir. Bu yüzden düzgün alanda yaklaşık hesaplar için ortalama delinme dayanımı 30 kV/cm alınır ve delinme gerilimi,

$$U_d = 1.36 + 30 \cdot \delta a \quad (5.33)$$

empirik formülü ile hesaplanır. Burada a (cm) ve U_d (kV) cinsindendir (Şekil 5.9).

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ



Şekil 5.9.

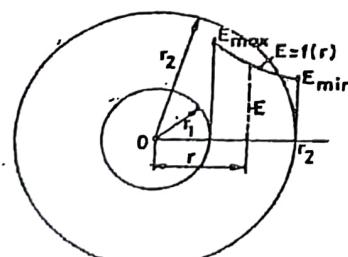
5.3. Az Düzgün Alanda Delinme Gerilimi

Ortalama elektrik alanının maksimum alandan az farkettiği ve kutbiyet etkisinin ihmali edilebileceği alanlara az düzgün alan denir. Bu alanlarda düzgün alan için bulunan boşalmanın kendi kendini besleme koşulu aynen kullanılabilir. Yalnız Townsend'in birinci iyonlaşturma katısayısı elektrik alanına bağlı olduğundan ve elektrik alanı da elektrotlar arası yoldaki toplam iyonlaşturma katsayıısı, α ile değil de

$$\int_{x_1}^{x_2} \alpha \cdot dx = \ln(1 + 1/\gamma) \quad (5.34)$$

integrali ile tayin edilir.

Şimdi, bir fikir vermek üzere eşekselli silindirsel sisteme delinme gerilimini hesaplayalım. Elektrotların yarıçapları r_1 , r_2 ve boşalmanın kendi kendini beslediği gerilim U_k olsun (Şekil 5.10):



Şekil 5.10.

TOWNSEND BOŞALMA TEORİSİ

Burada U_k gerilimine, korona gerilimi denir.

$$\int_{r_1}^{r_2} \alpha \cdot dr = \ln(1 + 1/\gamma) \quad (5.35)$$

denkleminde α yerine $A p e^{-B p/E}$ ve E yerine de $U_k/r \cdot \ln(r_2/r_1)$ değerleri yerlerine konursa,

$$\int_{r_1}^{r_2} A p e^{-\frac{B p \cdot r \cdot \ln(r_2/r_1)}{U_k}} dr = \ln(1 + 1/\gamma) \quad (5.36)$$

$$\frac{A}{B} \frac{U_k}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \left[e^{-\frac{B p \cdot \eta \cdot \ln(r_2/r_1)}{U_k}} - e^{-\frac{B(r_2/\eta) \cdot p \eta \cdot \ln(r_2/\eta)}{U_k}} \right] = \ln(1 + 1/\gamma) \quad (5.36)$$

denklemi elde edilir.

Buradan görülmektedir ki, korona gerilimi $p r_1$ ve r_2/r_1 'in bir fonksiyonudur; yani

$$U_k = f(p r_1, r_2/r_1) \quad (5.37)$$

olup, benzerlik yasasına uymaktadır. Benzerlik yasası, "geometrik bakımdan benzer düzenlerde, basıncılar benzerlik oranı ile ters orantılı ise, korona gerilimleri birbirine eşittir" ifadesiyle tanımlanır. Buna göre, basıncı p ve yarıçapları r_1 , r_2 olan eşekselli silindirsel sistemin korona gerilimiyle, basıncı (p/n) ve yarıçapları (nr_1) , (nr_2) olan benzer, eşekselli silindirsel sistemin korona gerilimi birbirine eşittir.

Yarıçapların nisbeten küçük oranlarında, örneğin $r_1/r_2=0,3$ den 1'e kadar, ki bu durum az düzgün alana karşı düşer ve $U_k=U_d$ dir. $U_d=f(pa)$ eğrisi düzgün alandaki eğriye benzer. Burada az düzgün alandaki delinme gerilimleri, pratik olarak bütüp $p \cdot a$ bölgesinde düzgün alandaki değerlerden biraz düşüktür. Bu durum, elektrik alanı ortalama alandan daha büyük olan iç silindir bölgesindeki iyonizasyon koşullarının daha uygun olmasıyla açıklanabilir. Eğer dış silindirin yarıçapı sabit tutulur ve iç silindirin yarıçapı değiştirilirse, $U_k=f(r_1/r_2)$ değişimi (5.37) denklemi yardımıyla incele-

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

nebilir. Şekil 5.11'de $A=14,6 \text{ cm} \cdot \text{mmHg}$, $B=365 \text{ V/cm} \cdot \text{mmHg}$, $\gamma=1/500$, $p=760 \text{ mmHg}$ ve $r_2=10 \text{ cm}$ için $U_k=f(r_1/r_2)$ eğrisi gösterilmiştir. Burada elektrik alanı, r_1/r_2 nin sıfırdan 0,3 değerine kadar düzgün değildir. Dolayısıyla bu bölgede boşalmanın kendi kendini beslediği gerilim korona gerilimine karşı düşer. Ancak r_1/r_2 nin 0,3 den 1'e kadar olan değerlerinde elektrik alanı az düzgün sayılabilir ve bu bölgede korona gerilimi ile delinme gerilimi aynı olur.

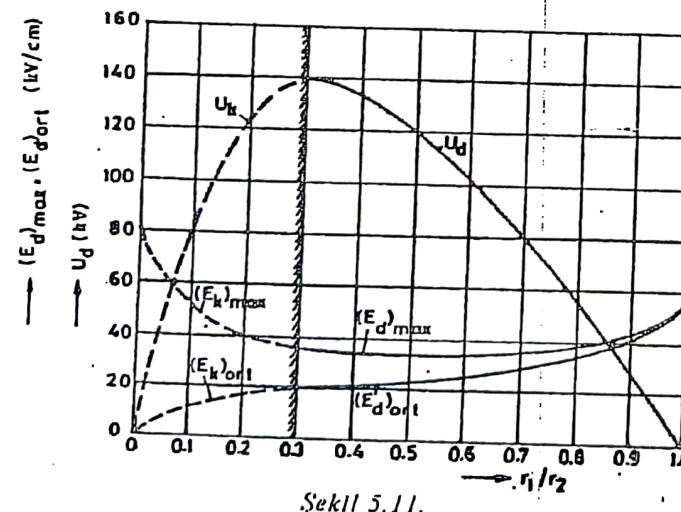
U_d gerilimine karşı düşen $(E_d)_{\max}$ elektrik alanı

$$(E_d)_{\max} = \frac{U_d}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (5.38)$$

denklemiyle ve $(E_d)_{\text{ort}}$ elektrik alanı da

$$(E_d)_{\text{ort}} = \frac{U_d}{r_2 - r_1} \quad (5.39)$$

denklemiyle hesaplanabilir. Şekil de $(E_d)_{\max}$ ve $(E_d)_{\text{ort}}$ eğrileri de gösterilmiştir. Şüphesiz r_1/r_2 nin 0 ile 0,3 değerleri arasında bu eğriler $(E_k)_{\max}$ ve $(E_k)_{\text{ort}}$ 'a karşı düşerler.



TOWNSEND BOŞALMA TEORİSİ

Burada, boşalmanın kendi kendini beslediği U_k gerilimine korona gerilimi dendiğini birkez daha hatırlatmak istiyoruz. Düzgün ve az düzgün alanlarda korona gerilimi ile delinme gerilimi aynı olduğu halde, düzgün olmayan alanlarda aynı değildir.

Eşeksiz silindirsel sistemin elektrik alanından daha karışık elektrik alanları durumunda da korona gerilimi için benzer şekilde analitik ifadeler bulunabilir. Sonuçlar oldukça karışık ve pratik için az kullanışlı olduğundan, bunlar yerine daha çok deney sonuçlarına dayanan empirik formüller kullanılır. Bu şekilde küresel, paralel ve eşeksiz silindirsel elektrot sistemleri için korona gerilimine karşı düşen maksimum elektrik alanları,

$$(E_k)_{\max} = k_1 \cdot \delta \left(1 + \frac{k_2}{\sqrt{r \cdot \delta}} \right) \text{ kV/cm} \quad (5.40)$$

denklemiyle bulunabilir. Burada r (cm) cinsinden elektrot yarıçapını, $\delta = 0,386 (p/T)$ bağıl hava yoğunluğunu, k_1 ve k_2 de elektrot şekillerine bağlı birer sabiti gösterir. Korona gerilimini bulmak için ayrıca sistemin η faydalama faktörünü de bilmek gereklidir. Böylece korona gerilimi ifadesi,

$$U_k = (E_k)_{\text{ort}} \cdot a = (E_k)_{\max} \cdot \alpha = (E_k)_{\max} \cdot a \cdot \eta \quad (5.41)$$

olur. Çizelge 5.1'de üç elektrot sistemi için k_1 , k_2 ve η değerleri verilmiştir.

Cizelge 5.1. Çeşitli elektrot sistemleri için k_1 , k_2 ve η değerleri.

| Elektrot sistemi | k_1 | k_2 | η |
|---|-------|-------|---|
| Eşit yarıçaplı karşılıklı küre-küre elektrot sistemi | 27,2 | 0,54 | $\frac{2}{a+r + \frac{r}{a+r}} = \frac{2}{p+1} \frac{p}{p}$ |
| Paralel eksenli karşılıklı silindir-silindir elektrot sistemi | 30 | 0,301 | $\frac{2r}{a} \ln \frac{r+a}{r} = \frac{2 \ln p}{p-1}$ |
| Eşeksiz silindirsel elektrot sistemi | 31 | 0,308 | $\frac{r_1 \ln (r_2/r_1)}{r_2 - r_1} = \frac{\ln p}{p-1}$ |

6

KANAL BOŞALMA TEORİSİ

Bundan önce açıklanan Townsend boşalma teorisi boşalma olayı ile ilgili birçok yasanın anlaşılmasına ve bazı pratik sonuçların elde edilmesine yardımcı olduğu halde, bazı durumlarda, olayları açıklamaya yetmez. Eksiklik, kendini özellikle büyük elektrot açıklıklarında gösterir. Büyük elektrot açıklıklarında deneyele bulunan boşalma süresi, Townsend boşalma teorisiyle açıklanamaz. Bu nedenle 1940'da L.B. Loeb ve J.J. Meek ve 1942'de de H. Raether tarafından yeni bir teori ortaya atılmış ve olayların daha iyi bir şekilde açıklanması mümkün olmuştur. Bu teoriye göre, boşalma olayında pozitif iyonların meydana getirdiği elektrik alanının büyük etkisi vardır.

Şimdi burada, düzgün ve düzgün olmayan alan durumlarında, kanal boşalma teorisi ana hatlarıyla açıklanacaktır.

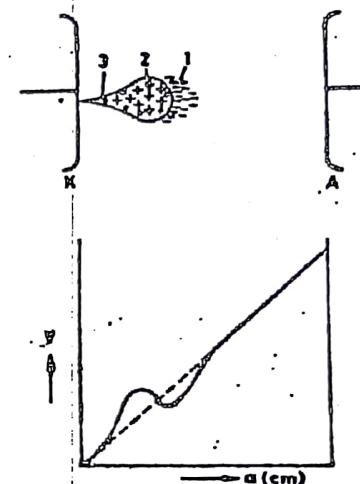
6.1. Düzgün Alanda Kanal Boşalması

Yüksek basınçta ve büyük elektrot açıklıklarında ($p \cdot a > 500 \text{ mmHg} \cdot \text{cm}$) katot yakınında meydana gelen her serbest elektron, anot doğrultusundaki hareketi sırasında bir elektron çığı meydana getirir. Prensip olarak, çığın baş tarafında bir elektron bulutu ve bunun arkasında da pozitif iyonlar bulunur. Pozitif iyonlar, çığın gövde ve kuyruğunu oluştururlar. Bunlar, küçük bir hacim içerisinde toplandıklarından, meydana getirdikleri E_1 elektrik alanı oldukça büyük değerler alabilir. İyon yoğunluğu arttıkça, bunların dış elektrik alanına etkisi de büyük olur. Şekil 6.1'de bir elektron çığı ve elektrotlar arası potansiyel dağılımı gösterilmiştir. Çığın baş tarafındaki elektron bulutu bu bölgede önemli bir potansiyel düşümüne sebebiyet verirken, pozitif iyonlar da çığın gövde ve kuyruk kısmında önemli bir potansiyel yükselmesine sebep olurlar.

Şimdi, pozitif iyonların meydana getirdiği E_1 elektrik alanını hesaplayalım. Pozitif iyonların r yarıçaplı küre içinde toplandıkları kabul edilirse, bu yüklerin küre yüzeyinde meydana getirdikleri E_1 elektrik alanı

KANAL BOŞALMA TEORİSİ

245



Şekil 6.1. Bir elektron çığı ve elektrotlar arası potansiyel dağılımı.

$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \quad (6.1)$$

olar. Burada Q küre içindeki pozitif iyonların toplam elektrik yükü olup

$$Q = \frac{4}{3}\pi r^3 N_i q \quad (6.2)$$

ifadesiyle verilir. N_i birim hacimdeki iyon sayısı, çığ başında birim uzunluğa düşen iyon veya elektron artmasının çığ kesitine bölünmesi suretiyle bulunur, yani

$$N_i = \frac{\frac{dn_x}{dx}}{\pi r^2} = \frac{\alpha e^{\alpha x}}{\pi r^2} \quad (6.3)$$

dir. Bu değerler, (6.1) denkleminde yerlerine konursa.

$$E_1 = q \frac{\alpha e^{\alpha x}}{3\pi r} \quad (6.4)$$

denklemi elde edilir. Buradan görülmektedir ki p basıncı arttıkça, yani r yarıçapı küçüldükçe, E_1 elektrik alanı büyür. Çığın r yarıçapı, sis odasında yapılan deneylerle saptanabilir. Örneğin $r=0.013$ cm, $x=1$ cm ve $\alpha=17$ l/cm için E_1 'in değeri,

$$E_1 = 1.6 \cdot 10^{-19} \frac{17 \cdot e^{17}}{3 \cdot 3.14 \cdot 8.86 \cdot 10^{-12} \cdot 0.013} \approx 6000 \text{ V/cm}$$

olar. Gene aynı koşullarda fakat $\alpha=20$ l/cm için E_1 'in değeri,

$$E_1 = 1.6 \cdot 10^{-19} \frac{20 \cdot e^{20}}{3 \cdot 3.14 \cdot 8.86 \cdot 10^{-12} \cdot 0.013} \approx 140000 \text{ V/cm}$$

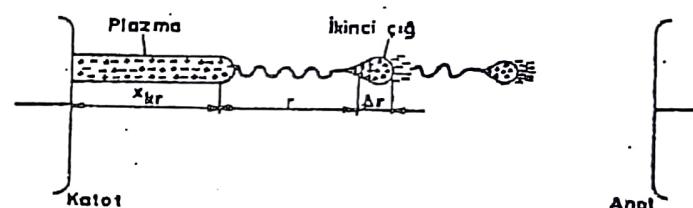
değerine çıkabilir.

Demek ki, pozitif yüklerin meydana getirdiği E_1 elektrik alanı, kolayca dış alan mertebesine erişebilir. Dolayısıyla çığ başında toplamı alan sisir hatta ters yönde olabilir. Bu durumda çığ başında elektronlar, artık anoda varamazlar; aksine frenlenirler ve pozitif yükler doğru çekilirler. Böylece pozitif ve negatif yükler birbiri içine girerken, boşalma olayının ikinci safhası (evresi) olan plazma veya kanalı meydana getirirler. Bu safhaya geçişte $\alpha \cdot x_{kr} \approx 18$ ila 20 kabul edilebilir. Plazmanın iletkenliği, çığın iletkenliği yanında çok büyüklerdir. Plazmada bulunan pozitif ve negatif elektrikli parçacıklar birbirleriyle birleşmeye ve foto iyonizasyonla yeni bir çok serbest elektronlar meydana getirmeye başlarlar. Bu serbest elektronlar bu durumda daha büyük bir elektrik alanının etkisi altında bulunduklarından, ikinci çığ çok daha kısa bir Δr yolunda birinci çığın plazma safhasına geçişteki iyon yoğunluğuna erişir, yani

$$q \cdot e^{\alpha \cdot x_{kr}} = q \cdot e^{-r} \quad (6.5)$$

olar (Şekil 6.2). Burada α , elektronun E_{dis} elektrik alanındaki iyonlaştırma katsayısını, α_1 de ($E_{dis} + E_1$) elektrik alanındaki iyonlaştırma katsayısını

göstermektedir. Böylece birinci çığın uzay yükleri, anot doğrultusunda $r+\Delta r$ uzaklığında darbe şeklinde kaymış olur. Birinci ve ikinci çığların ön cepheleri arasındaki bölge, birinci çığın elektronları ve ikinci çığın pozitif iyonlarıyla dolarak, plazma, katottan anoda doğru hızla büyür. Bu sırada plazma katot ile aşağı yukarı aynı potansiyelde olduğundan, plazmada eşit sayıda pozitif ve negatif yüklerden başka, ek olarak negatif yükler bulunur. Bu şekilde gelişen kanala katot kanalı adı verilir.



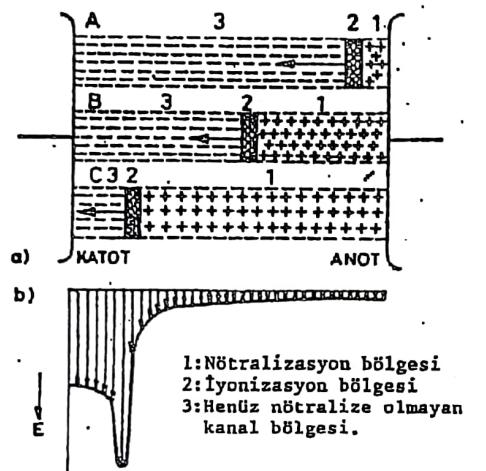
Şekil 6.2.

Eğer çığ safhasından plazma safhasına geçiş, elektrotlar arası açıklıkta daha küçük olan herhangi bir x_{kr} (kritik) yolunda değil de a elektrotlar arası açıklıkta, yani anot önünde meydana gelirse, bu durumda anot kanalı söz konusu olur.

Genel olarak bir başlangıç çığının katot veya anot kanalına dönüşmesi, elektrot cinsinc, uygulanan gerilimin büyüklüğüne ve elektrotlar arası yolda serbest elektronların dağılımına bağlıdır. Bir elektrot sisteminde uygulanan gerilim boşalmayı ancak başlatabilecek büyüklikte ise, o zaman bu gerilime statik delinme gerilimi denir. Statik delinme geriliminde bir başlangıç çığı ancak elektrotlar arası yolu katettiği zaman, bir kanala dönüşür. Demek ki, düzgün alan durumunda elektrottara uygulanan gerilim, statik delinme gerilimi mertebesinde ise anot kanalları, daha büyükse katot kanalları meydana gelir.

Bütün yüklerin nötralizasyonu ile sonuçlanan son safhaya da ana boşalma safhası denir. Bu safha çok hızlı gelişir ve tahninen şöyle olur: Katot kanalının başı anoda değişmeden önce, küçülen elektrot açıklığında elektrik alanı çok büyük değerler alır. Dolayısıyla bu bölgede kuvvetli bir iyonizasyon başlar (Şekil 6.3.a durumu). Serbest elektronlar anotta nötralize olurlarken, pozitif iyonlar da kanalın ek elektronlarını nötralize ederler ve böylece kanal bu mevkide anot potansiyelini alır. Kanalın,

elektrik yükleri nötralize olmuş ve olmamış bölgeleri arasında, elektrik alanı tekrar çok büyük değerlere erişir. Bunun sonucu bu bölgede devamlı olarak kanalı yeni pozitif iyonlarla besleyen kuvvetli bir iyonizasyon bölgesi hızla katota doğru kayar (Şekil 6.3.b ve c durumları). Sonunda iletken kanal, elektrotlar arası toplam boşalma yolunu kaplar kaplamaz, elektrotlar arası gerilim düşer ve kanaldaki ek yükler nötralize olurlar.



Statik delinme gerilimi, $x=a$ yolunda çığ safhasından kanal safhasına geçişteki E_1 elektrik alanının E_d delinme dayanımına eşit olması ile tayin edilir; yani

$$E_d = \frac{U_d}{a} = E_1 = q \frac{\alpha e^{\alpha a}}{3\pi\epsilon r} \quad (6.6)$$

dir. Burada r , çığın yarıçapı olup, ilk yaklaşıklikla difüzyon yasası ve elektronun devingenliği ifadelerinden hesaplanabilir. $r = \sqrt{2Dt}$, $t = a/d_e$, E

$r = \sqrt{(2D/d_e)(a/E)}$ dir. $D = \bar{\lambda}_e \cdot \bar{v}_e / 6$ ve $t = x_{kr} / \bar{v}_e$ $\bar{\lambda}_e = kT / \pi r_M^2 \cdot p$ ($r_M = 0,5 \cdot 10^{-8}$ cm). K sıcaklığı bağlı bir sabit olmak üzere,

$$r = K \sqrt{a/p} \quad K = \sqrt{kT / 3\pi r_M^2} \quad (6.7)$$

yazılabilir. Bu (6.6) denkleminde yerine konur ve $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $\epsilon = 8,86 \cdot 10^{-12}$ F/m olduğu göz önünde tutulursa,

$$E_d \approx 5,27 \cdot 10^{-7} \frac{\alpha e^{\alpha a}}{\sqrt{a/p}} \quad (6.8)$$

veya

$$U_d \approx 5,27 \cdot 10^{-7} \frac{\alpha a e^{\alpha a}}{\sqrt{a/p}} \quad (6.9)$$

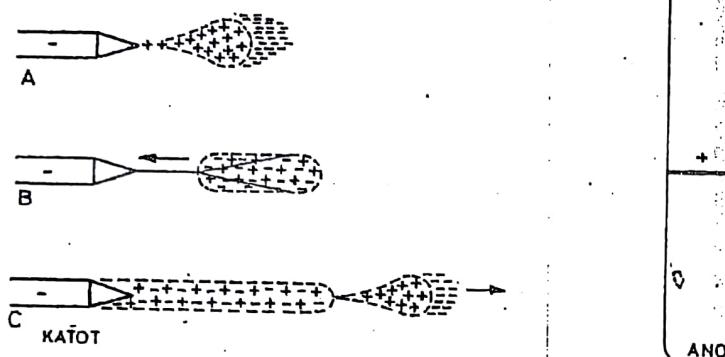
elde edilir. Burada a (cm), α (1/cm) ve p (mmHg) cinsinden alınırsa, U_d (V) cinsinden çıkar.

Raether'e göre kanal oluşumu için kriter, (αa) değerinin 18-20 civarına erişmesidir.

6.2. Düzgün Olmayan Alanda Kanal Boşalması

Düzgün alanda boşalma, daima, katotta veya elektrotlar arası ortamda meydana gelen etkili bir elektron yardımıyla başlar. Düzgün olmayan alanda ise boşalma daima eğrilik yarıçapı küçük olan elektrotta başlar ve bunun kutbiyetine bağlı olarak gelir.

Negatif çubuk-pozitif düzlem elektrot durumunda (Şekil 6.4), ilk elektron çığı doğrudan doğruya katottan başlar ve anot doğrultusunda büyür (Şekil 6.4.te A durumu). Bu sırada çığ gövdesindeki pozitif iyonlar, elektrik alanını katot yönünde kuvvetlendirirken, anot yönünde de zayıflatırlar. Bunun sonucu, iyonizasyon bölgesi katota doğru kayar, dolayısıyle kanalın anot yönünde gelişmesi güçleşir. Fakat buna rağmen boşalmanın başlaması isteniyorsa, gerilimin yükseltilmesi gereklidir. Gerilimin yükseltilmesi durumda, pozitif yükler, artık alanı anot yönünde pek o kadar kuvvetli zayıflamazlar ve bir kanal oluşumu mümkün olur (Şekil 6.4.te B durumu).



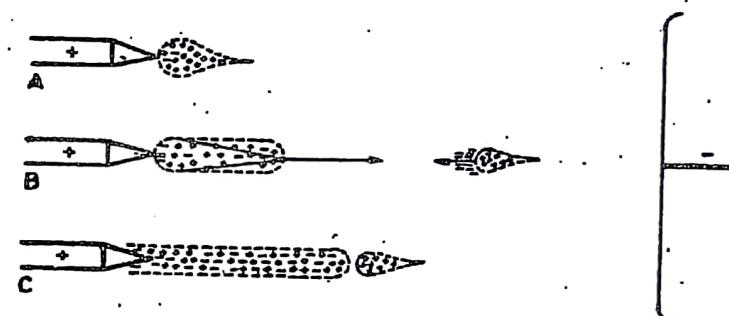
Şekil 6.4. Negatif çubuk-pozitif düzlem elektrot durumunda kanal boşalmasının gelişimi.

Kanal tamamen geliştiğinden sonra, ilk çığ iletken plazma ile dolan ve bu, katodun anoda doğru yaklaşması şeklinde etkir. Sonuçta plazmanın ucunda elektrik alanı tekrar büyür ve dolayısıyla bu bölgeden anoda doğru yayılan yeni bir elektron çığı oluştur (Şekil 6.4.te C durumu). İkinci çığ, belirli bir yolu katettikten sonra, ikinci bir kanalcık meydana gelir ve bu, birinci kanalcığın anot ucuna kadar uzanır. Böylece plazma ile dolan iletken kanal anoda varıncaya kadar devam eder. Görülüyor ki, bu durumda negatif sıvı uçağın itibaren hareket eden kanal, toplam kanalın yayılma doğrultusuna ters yönde gelişen bir sıra-kanalcıktan oluşur.

Pozitif çubuk-negatif düzlem elektrot durumunda ise (Şekil 6.5) boşalma mekanizması, başka bir karakter gösterir. Burada birinci çığ, çubuk elektrottan belirli bir uzaklıkta meydana gelir ve çubuk elektroda doğru gelir. Çığın elektronları pozitif çubuk elektrotta nötralize olurlarken pozitif iyonlar da negatif düzlem elektrot yönünde elektrik alanını kuvvetlendirirler (Şekil 6.5.te A durumu). Bundan sonra iyonizasyon bölgesi, negatif düzlem elektroda doğru kayar ve kanalın gelişmesi kolaylaşır (Şekil 6.5.te B durumu). Burada ikinci çığın oluşumu içi birinci kanalcığın tam olarak gelişmesine gerek yoktur. Çünkü birinci çığın pozitif yükleri, yeni elektron çığlarının oluşumunu kolaylaştırır. Sonunda ikinci çığın başı plazmanın başına kadar yaklaşıır ve ikinci çığın elektronları da pozitif çubuk elektrotta nötralize olurlar (Şekil 6.5.te C durumu). Böylece

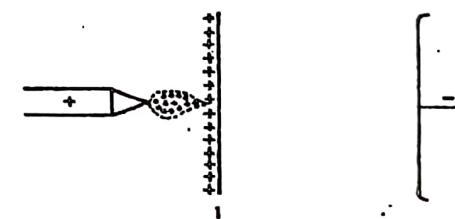
kanal pozitif çubuk elektrottan itibaren darbe şeklinde değil de, büyük bir hızla ve sürekli olarak gelişir ve negatif çubuk elektrot durumundan daha küçük bir gerilime gereksinim gösterir.

Bu durumda kanal, toplam kanalla aynı doğrultuda gelişen birçok kanalcıktan oluşur.



Şekil 6.5. Pozitif çubuk-negatif düzlem elektrot durumunda kanal boşalmasının gelişimi.

Eğer pozitif çubuk-negatif düzlem elektrot durumunda, pozitif çubuk önüne yalıtkan ince bir paravana konursa, sistemin delinme gerilimi büyük ölçüde yükseltilerilebilir (Şekil 6.6).



*Şekil 6.6. Pozitif çubuk elektrot önüne yalıtkan bir paravana konması.
1: Paravana*

Bunun için paravana öyle bir açıklığa konur ki, paravana ile negatif düzlem elektrot arasında bir iyonizasyon meydana gelmesin. Bu durumda,

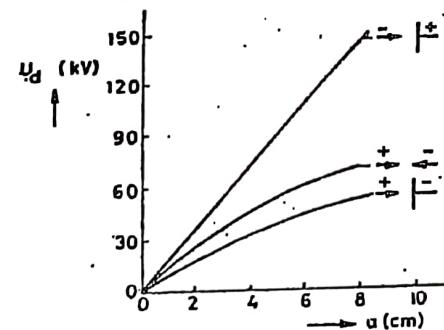
paravana, çubuk elektrot tarafından pozitif yüklerle yüklenir ve paravana ile negatif düzlem elektrot, bir paralel düzlemsel elektrot sistemi oluştururlar.

Son olarak çubuk-çubuk elektrot sistemini inceleyelim (Şekil 6.7). Bu sistem, bundan öncekilerle kolayca açıklanabilir.



Şekil 6.7. Çubuk-çubuk elektrot sistemi.

1 bölgesinde elektronlar pozitif çubuk tarafından çekiliip nötralize olduklarıdan, bu bölgede pozitif yük fazlalığı vardır. Dolayısıyle pozitif çubuk negatif çubuga doğru, uzamış gibi etkir. 2 bölgesinde ise elektronlar, iyonizasyon bölgesinden hızla uzaklaşırlar ve bu bölgede gene pozitif yük fazlalığı kalır. Fakat bu yük fazlalığı negatif çubuk elektrot önünde boşalmanın büyümeye engel olur. Sonuç olarak delinme gerilimi, pozitif çubuk-negatif düzlem elektrot sistemindeki büyük, fakat negatif çubuk-pozitif düzlem elektrot sistemindeki de küçük olur. Şekil 6.8'de doğru gerilim durumunda $U_d=f(a)$ eğrileri, çubuk-düzlem ve çubuk-çubuk elektrot sistemleri için gösterilmiştir.



Şekil 6.8. Doğru gerilimde $U_d=f(a)$ eğrileri.

6.3. Boşalma Süresi

Bir gerilim bir elektrot sistemine çok kısa süre uygulanırsa, bu gerilim statik delinme geriliminin daha büyük olsa da bir boşalma meydana gelmeyebilir. Demek ki, bir boşalma için yalnız yeter derecede yüksek bir gerilime değil, aynı zamanda yeter derecede uzun bir uygulama süresine gereksinim vardır. Eğer elektrotlara gerilim uygulandığı anda ortamda hiç serbest elektron yoksa, çarpma suretiyle iyonizasyon olmaz ve elektrotlar arası ortam yalıtkan kalır.

Elektrotlara static delinme geriliminin büyük bir gerilimin uygulandığı anda etkili bir serbest elektronun meydana geldiği ana kadar geçen süreye dağılma süresi ve etkili bir serbest elektronun meydana geldiği anda boşalmanın meydana geldiği ana kadar geçen süreye de boşalmanın gelişme süresi veya inşa süresi denir. Buna göre boşalma süresi, dağılma süresiyle gelişme süresinin toplamına eşittir.

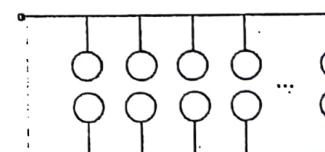
$$t_d = t_\sigma + t_g \quad (6.10)$$

Şimdi bu süreleri hesaplayalım:

Dağılma süresi: İstatistiksel bir büyülüklük olup, ortalama değeri t_σ ile gösterilir. Bir elektrot sisteminde birim zamanda meydana gelen ortalama etkili elektron sayısı \bar{k} ise, ortalama dağılma süresi

$$t_\sigma = \frac{1}{\bar{k}} \quad (6.11)$$

olur.



Şekil 6.9. n_0 adet elektrot sistemi.

Şimdi n_0 adet (n_0 çok büyük) elektrot sistemine aynı anda aynı gerilimi uygulayalım (Şekil 6.9). Elektrot sistemlerinin hepsi aynı şekilde, eşit açıklıkta ve eşit dış etkiler altında bulunsun. Bu durumda gerilimin

uygulandığı andan itibaren herhangi bir t anına kadar boşalmanın henüz meydana gelmediği elektrot sistemi sayısı n_t ile gösterilirse bunu izleyen dt zaman aralığında boşalmanın meydana geldiği elektrot sistemi sayısı, n_t elektrot sistemi sayısındaki $-dn_t$, azalmasına eşit olur. Bir elektrot sisteminde birim zamanda ortalama \bar{k} adet etkili elektron meydana geldigine göre, dt zamanında $\bar{k} \cdot dt$ adet etkili elektron meydana gelir. t anında, boşalmanın henüz meydana gelmediği elektrot sistemi sayısı n_t olduğundan, t yि izleyen dt zaman aralığında boşalmanın meydana geldiği elektrot sistemi sayısı, $(\bar{k} \cdot dt)n_t$ olur. Demek ki,

$$\bar{k} \cdot dt \cdot n_t = -dn_t \quad (6.12)$$

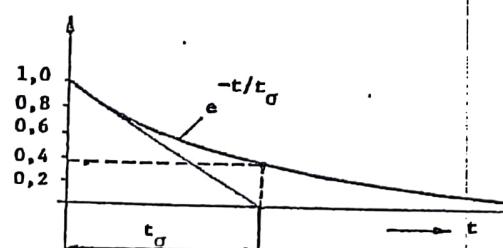
denklemi yazılabilir. Buradan, integral almak ve sınır koşullarını göz önünde tutmak suretiyle

$$\int_{n_0}^{n_t} \frac{dn_t}{n_t} = - \int_0^t \frac{dt}{t_\sigma}$$

veya

$$\frac{n_t}{n_0} = e^{-t/t_\sigma} \quad (6.13)$$

denklemi elde edilir. Bu denklem herhangi bir t anında ortalama dağılma süresi t_σ olan n_0 adet elektrot sisteminde ne kadarında boşalmanın henüz meydana gelmediğini veya ortalama dağılma süresi t_σ olan bir elektrot sisteminde dağılma süresinin t veya daha büyük olması olasılığını gösterir (Şekil 6.10).



Şekil 6.10. Dağılma süresinin olasılığı.

Buna göre ortalama dağılma süresi t_σ olan bir elektrot sisteminin dağılma süresinin sıfır veya daha büyük olması olasılığı %100, t_σ veya daha büyük olması olasılığı %37 ve $3 \cdot t_\sigma$ veya daha büyük olması olasılığı da %5 olur. Yani, (6.13) denklemi, bir elektrot sistemiyle aynı koşullarda n_0 adet deney yapılarak da elde edilebilir. Yalnız bu durumda boşalmalar arasında oldukça büyük zaman aralıkları seçilir ve elektrot yüzeyleri hep aynı tutulur. Toplam boşalma süresinin aşağı yukarı dağılma süresine eşit olması için, deney, çok küçük elektrot açıklıklarında ve statik delinme geriliminden çok az büyük olan gerilimlerde yapılır.

Ortalama dağılma süresi, gerçekte birçok faktöre bağlıdır. Bunların başlıcaları şunlardır: Uygulanan gerilimin değeri, elektrot malzemesi, elektrotların yüzey durumu, elektrotların mor ötesi işinlerin etkisi altında bırakılmaları ve elektrot açıklığı gibi.

Uygulanan gerilim büyündükçe, ortalama dağılma süresi küçülür. Deneyler düzgün alanda ve küçük açıklıklarda, statik delinme geriliminin 1,8 katı gerilimlerde, t_σ 'nın bir t_0 limitine yaklaştığını göstermektedir. Yani statik delinme geriliminin 1,8 katı veya daha büyük gerilimlerde her serbest elektron etkili olmakta ve boşalma meydana getirmektedir. Elektrot malzemesinin çıkış işi büyündükçe, dağılma süresi büyür.

Elektrotların yüzeyi uzun süre havada kalırsa, yani elektrotlar eskirse, dağılma süresi büyür. Çünkü elektrotların eskimesi, çıkış işinin büyümeye karşı döşer. Buna karşılık elektrot yüzeyindeki nem veya yağ tabakası elektronların elektrotta tutulmasını kolaylaştırıldığından dağılma süresini küçültücü etki gösterirler.

Elektrotlar mor ötesi işinlerin etkisi altında bırakılırlarsa, dağılma süresi küçülür.

Son olarak elektrotlar arası açıklık büyündükçe, dağılma süresi genelike küçülür.

Gelişme (inşa) süresi: Kanal teorisine göre bir boşalmanın gelişme veya inşa süresi üç kısımdan meydana gelir: Çığ süresi, kanal süresi ve ana boşalma süresi.

$$t_g = t_c + t_k + t_a \quad (6.14)$$

dir. Çığ süresi, etkili bir elektronun meydana geldiği andan çığ safhasının son bulunduğu ana kadar geçen süre olup, değeri,

$$t_g = \frac{x_{kr}}{d_e \cdot E_d} \quad (6.15)$$

dir. Burada x_{kr} , çığ safhası son buluncaya kadar elektronun kat'ettiği yolu, d_e elektronun hareket yeteneğini veya devingenliğini ve E_d de elektrik alanını gösterir.

Kanal süresi, çığ süresinin onda biri, ana boşalma süresi de kanal süresinin onda biri, mertebesinde olduğundan, çok kez bu süreler, çığ süresi yanında ihmäl edilebilirler. Böylece, gelişme süresi,

$$t_g \approx t_g = \frac{x_{kr}}{d_e \cdot E_d} \quad (6.16)$$

olur. Buradan görülmektedir ki, boşalmanın gelişme süresi, uygulanan gerilimin büyüklüğüne çok bağlıdır. Çünkü gerilim büyürse, α büyük ve α büyümeye de x_{kr} , dolayısıyla de t_g küçülür.

Sonuç olarak, boşalma süresi, ortalama dağılma süresiyle gelişme süresinin toplamına eşittir; yani

$$t_d = t_\sigma + t_g \approx t_\sigma + \frac{x_{kr}}{d_e \cdot E_d} \quad (6.17)$$

dir. Büyük elektrot açıklıklarında t_g yanında t_σ ihmäl edilebilir. Böylece boşalma süresi için

$$t_d \approx \frac{x_{kr}}{d_e \cdot E_d} \quad (6.18)$$

formülü kullanılabilir.

Sayısal Örnek:

Açıklığı 100 cm olan bir elektrot sisteminde, boşalma sırasında $E_d=27,2$ kV/cm, $\alpha=10$ l/cm, $d_i=1,4$ (cm/s)/(V/cm) ve $d_e=2000$ (cm/s)/(V/cm)

olduğuna göre Townsend ve kanal teorilerine göre, boşalma sürelerini hesaplayınız.

Yanıt:

Townsend teorisine göre, boşalma süresi,

$$t_d \approx \frac{a}{d_i \cdot E_d}$$

formülü ile hesaplanabilir. Burada a , d_i ve E_d yerine yukarıdaki değerleri konursa,

$$t_d = \frac{100}{1,4 \cdot 27,2 \cdot 10^3} = 2,64 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 2,64 \text{ ms.}$$

olur.

Kanal teorisine göre, boşalma süresi,

$$t_d \approx \frac{x_{kr}}{d_e \cdot E_d}$$

formülü ile hesaplanabilir. Burada x_{kr} yerine $\alpha \cdot x_{kr} \approx 18$ ile 20 bağıntısından örneğin $x_{kr}=20/10=2$ cm alınmalıdır. Buna göre, boşalma süresi

$$t_d \approx \frac{2}{2000 \cdot 27,2 \cdot 10^3} = 0,0358 \mu\text{s.}$$

olur.

DELİNME GERİLİMİ İLE İLGİLİ DENEY SONUÇLARI

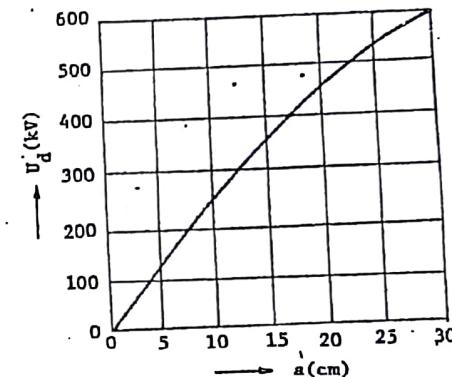
Boşalma teorileri, adım adım kurulmuş ve delinme geriliminin elektrot şekline ve açılığına bağlılığını belirlemek amacıyla yapılan deneylerle de geliştirilmiştir. Ayrıca katot ışını osiloskoplar yardımıyle çok kısa süreli boşalmalar da incelenmiş ve gazların elektriksel dayanımları hakkında çok değerli pratik bilgiler elde edilmiştir.

Bir elektrot sisteminin delinme geriliği, elektrot açılığından başka, alanın şecline (düzgün alan, düzgün olmayan alan, simetrik alan ve simetrik olmayan alan gibi), gerilimin etki süresine, elektrik alanı büyük olan elektrodun kutbiyetine ve sıcaklık, basınç, nem gibi hava koşullarına bağlıdır. Burada normal hava koşullarında (20°C , 760 mmHg ve 11 g/m^3 su buharı (% 80 nem)) havanın doğru, alternatif ve darbe gerilimlerinde ve düzgün, az düzgün ve düzgün olmayan elektrik alanları durumlarında $U_d=f(a)$ eğrileri verilecektir. Bu eğrilerin çıkarılışında doğru ve alternatif gerilimler çok küçük değerlerden başlayarak delinme geriliğine kadar yavaş yavaş yükseltilmiş, darbe gerilimlerinde ise, gerilim sıfırdan başlayarak belli bir zaman sonra (boşalma süresi) delinme geriliğiyle son bulmuştur.

7.1. Doğru ve Alternatif Gerilimde Delinme Gerilimleri

Doğru ve alternatif gerilimde delinme gerilimleri, düzgün ve az düzgün elektrik alanlarında aynı, düzgün olmayan alanlarda ise, aynı değildir. Şekil 7.1'de doğru ve alternatif gerilimde düzgün alan durumunda $U_d=f(a)$ eğrisi gösterilmiştir. Bu eğri birçok deneye kontrol edilmiştir.

Düzgün alanda kutbiyetin etkisi yoktur. Az düzgün alanda ise, kutbiyet ve simetrisizlik etkisi, az miktarda vardır. Fakat bu etki, ihmali edilebilir. Küresel elektrotlar az düzgün alan için iyi bir örnektir. Bunlar, yüksek gerilim laboratuvarlarında ölçü aleti olarak çok kullanıldığından, çeşitli küre çapları için $U_d=f(a)$ eğrileri yüksek gerilimlerin ölçülmesi bölümünde verilecektir.



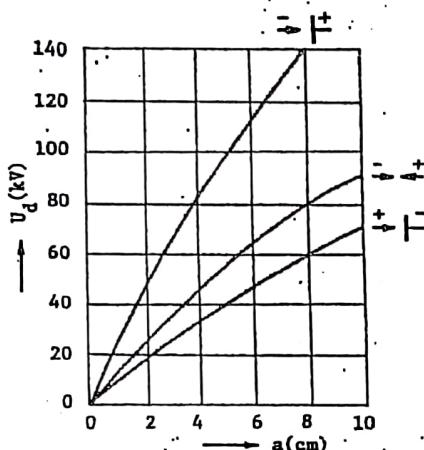
Şekil 7.1. Doğru ve alternatif gerilimde
düzgün alanda $U_d=f(a)$ eğrisi.

Düzgün olmayan alanlarda elektrotlar arası açılık, elektroolların eğilik yarıçapları yanında çok büyük ve korona gerilimi delinme geriliminden oldukça küçüktür. Düzgün olmayan alanlar, simetrik ve simetrik olmayan alanlar diye iki gruba ayrılabilir. Simetrik alanlarda elektrot şekilleri, önemli bir rol oynamaz. Bu yüzden simetrik alan veren elektrotlar yerine çok kez çubuk-çubuk elektrot sistemi veya sıvı uçlu elektrotlar deyimleri kullanılır. Simetrik olmayan alanlara da en iyi örnek, çubuk-düzlem elektrot sistemidir.

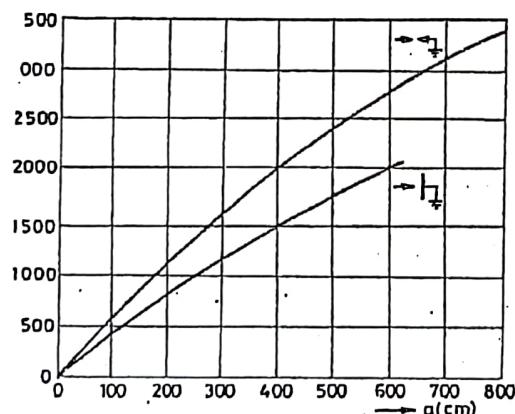
Şimdi, düzgün olmayan alan durumunda, önce doğru gerilimde sonra alternatif gerilimde $U_d=f(a)$ eğrileri verilecektir. Doğru gerilimde $U_d=f(a)$ eğrileri Şekil 7.2'de gösterilmiştir.

Çubuk-düzlem elektrot sisteminin alanı simetrik olmadığından delinme gerilimi, kutbiyet çok bağlıdır. Çubuk elektrodun pozitif olması durumındaki delinme gerilimi, negatif olması durumundan çok daha küçüktür. Çünkü çubuk elektrodun pozitif olması durumunda çubuk elektrot yakınında bulunan pozitif iyonlar, negatif düzlem elektrot yönünde elektrik alanını kuvvetlendirirler ve boşalmanın başlamasını kolaylaştırırlar. Çubuk elektrodun negatif olması durumunda ise pozitif iyonlar dış bölgede bir elektron çığının oluşumunu güçleştirirler. Aynı elektrot açılığı için, çubuk-çubuk elektrot sisteminin kapasitesi, çubuk-düzlem elektrot sisteminin kapasitesinden daha küçük olduğundan, çubuk-çubuk

elektrot sisteminin delinme gerilimi, pozitif çubuk-negatif düzlem elektrot sisteminin delinme geriliminden daha büyüktür.



Şekil 7.2. Doğru gerilimde $U_d=f(a)$ eğrileri.



Şekil 7.3. Alternatif gerilimde (50 Hz) $U_d=f(a)$ eğrileri.

Alternatif gerilimde $U_d=f(a)$ eğrileri de Şekil 7.3'de gösterilmiştir. Burada çubuk-düzlem elektrot sisteminin delinme gerilimi, çubuk-çubuk elektrot sisteminin delinme geriliminden daha küçüktür. Çünkü alternatif gerilimde delinme gerilimi küçük olan kutbiyetteki yarı periyotta meydana gelir. Ayrıca, elektrikli parçacıkların oluşumu ve birikmesi için belirli bir zamana gereksinim olduğundan alternatif gerilimde çubuk-çubuk elektrot sistemiyle çubuk-düzlem elektrot sisteminin delinme gerilimleri arasındaki farklar daha küçüktür. Burada U_d (kV) cinsinden alternatif gerilimin tepe değerini gösterir. Etkin değerler için, bu değerler $\sqrt{2}$ ile bölünmelidir. Bu eğriler yardımcıla, örneğin izolatörlerin boyutları tayin edilebilir. Bunun için izolatörün ip uzunluğu da denen iki elektrodu arasındaki gerili ip uzunluğu, çubuk-çubuk veya çubuk-düzlem elektrot sisteminin elektrot açıklığına eşit yapılrsa bu durumda izolatörün atlama gerilimiyle çubuk-çubuk veya çubuk-düzlem elektrot sisteminin delinme gerilimi birbirine eşit kabul edilebilir.

Kirlenme ve tozlanma dolayısıyla, bu hesapta, daha çok çubuk-çubuk elektrot sistemine ait $U_d=f(a)$ eğrisinden yararlanılır. Gerilim ve elektrotlar arası açıklık büyükçe yukarıdaki varsayımlar daha doğru sonuçlar verir.

Özet olarak delinme gerilimi, çubuk-çubuk elektrot sisteminde metre başına tepe değer olarak 500 kV ve etkin değer olarak 350 kV_{ef}, çubuk-düzlem elektrot sisteminde de tepe değer olarak 400 kV ve etkin değer olarak 300 kV_{ef} alınabilir. Ayrıca küçük elektrot açıklıklarında delinme gerilimi için etkin değer olarak

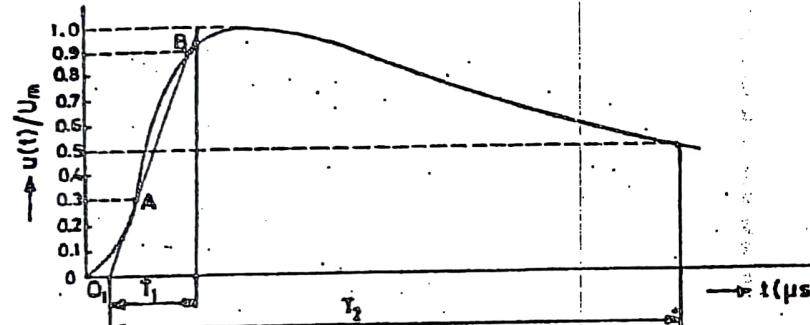
$$U_d = 3 a(\text{cm}) + 13 \text{ kV}_{\text{ef}} \quad (7.1)$$

empirik formülü kullanılabilir.

Şimdi, örnek olmak üzere anma gerilimi 220 kV_{ef} olan bir yüksek gerilim şebekesinde, kullanılacak olan izolatörlerin gerili ip uzunluğunu hesaplayalım. Bu izolatörlerin VDE 111 Çizelge 1.1'e göre deney gerilimi 460 kV_{ef} ve atlama gerilimi de deney geriliminden %10 ila %20 daha büyük olmalıdır. Yani izolatörün atlama gerilimi, etkin değer olarak $460 + 0,2 \cdot 460 = 550$ kV_{ef} veya tepe değer olarak $\sqrt{2} \cdot 550 = 770$ kV kabul edilebilir. Şekil 7.3'ten, çubuk-çubuk elektrot sistemi için delinme gerilimi 770 kV'a karşılık elektrot açıklığı 145 cm olarak bulunur. Buna göre, 220 kV_{ef}'lik şebekede kullanılacak olan izolatörlerin gerili ip uzunluğunun 145 cm olması gerektiği anlaşılmıştır.

7.2. Darbe Geriliminde Delinme Gerilimleri

Darbe gerilimi, darbe generatörleri yardımı ile üretilir ve atmosferik etkilerden meydana gelen aşırı gerilimlerin yüksek gerilim tesislerindeki etkilerini saptamak amacıyla kullanılır. Bir yalıtkanlık deneyinde kullanılan darbe gerilimi, Şekil 7.4'de görüldüğü gibi, tepe değerine hızla yükselen ve bu değerden sıfır değerine genel olarak yükselme hızından daha az bir hızla düşen aperiodik ve geçici bir doğru gerilimidir. Böyle bir gerilim kutbüyeli, tepe değeri, cephe süresi ve sırt yarıdeğer süresiyle tanımlanır.



Şekil 7.4. Darbe gerilimi.

T_1 : Cephe süresi.
 T_2 : Sırt yarıdeğer süresi.
 U_m : Tepe değer.

Tepe değer: Gerilimin maksimum değeridir. U_m ile gösterilir kV veya MV cinsinden ölçülür. IEC tavsiyelerine göre U_m nin ölçülmesinde %3 tolerans kabul edilir.

Cephe süresi: Gerilimin tepe değerinin %30 ve %90'unun meydana geldiği anlar arasındaki T süresinin 1,67 katıdır. T_1 ile gösterilir. $T_1=1,67 \cdot T$ dir (Şekilde A ve B noktaları arası T ye karşılıktır). Standard darbe gerilimi için $T_1=1,2 \mu s$ dir. IEC tavsiyelerine göre T_1 'in ölçülmesinde %30 tolerans kabul edilir.

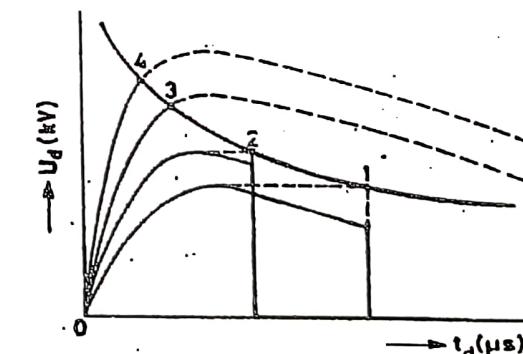
Anma başlangıç noktası: Şekil 7.4'deki A noktasından 0,3. T_1 kadar önceki süreye karşı düşen absis üzerindeki noktadır; O_1 ile gösterilir. Zamanı lineer olarak değişen osilogramlarda bu nokta cephedeki A ve B noktalarını birleştiren doğrunun absis ekseni kestiği noktadır.

Sırt yarıdeğer süresi: Anma başlangıç noktası ile sırtta gerilimin tepe değerinin yarısına indiği ana karşı düşen nokta arasındaki süreye denir ve T_2 ile gösterilir. Standart darbe gerilimi için $T_2=50 \mu s$ dir. IEC tavsiyelerine göre T_2 nin ölçülmesinde %20 tolerans kabul edilir. Bir darbe gerilimi, kutbüyeli ve tepe değerinden başka T_1/T_2 ile verilir. Örneğin standart darbe gerilimi 1,2/50 ile, özel araştırmalarda kullanılan darbe gerilimleri de 1,2/5, 1,2/200 ile verilirler.

Darbe delinme veya atlama gerilimi: Bir elektrot sisteminde veya genel olarak bir yalıtkan düzende, delinme veya atlama olayını meydana getiren darbe geriliminin tepe değerine, darbe delinme veya atlama gerilimi denir ve U_d ile gösterilir. Deneylerin yarısında delinme veya atlama meydana getiren darbe gerilimine % 50 delinme veya atlama gerilimi ve tamamında delinme veya atlama meydana getiren en küçük darbe gerilimine de %100 delinme veya atlama gerilimi denir.

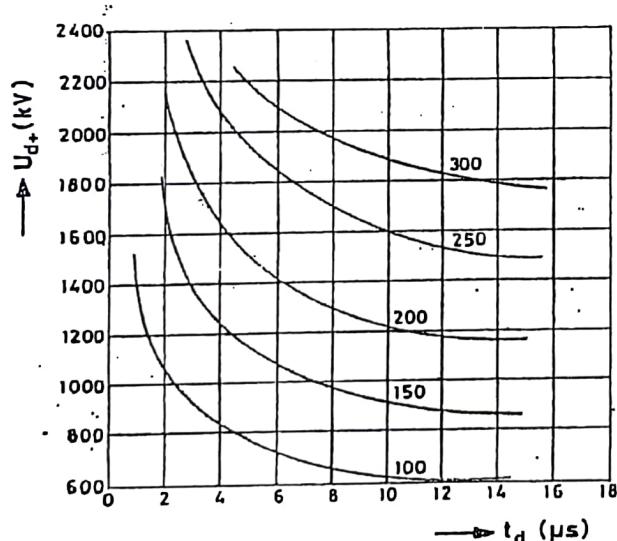
Aynı şekilde örneğin deneylerin hiçbirinde delinme veya atlama meydana getirmeyen en büyük darbe gerilimine de %0 delinme veya atlama gerilimi denir.

Darbe karakteristiği: Bir elektrot sisteminin veya genel olarak bir yalıtkan düzendenin darbe boşalma (delinme veya atlama) gerilimleriyle boşalma süreleri arasındaki bağıntıya denir ve $U_d=f(t_d)$ ile gösterilir (Şekil 7.5). Bu karakteristiğin çıkarılışında darbe geriliminin şekli, örneğin 1,2/50 lik darbe gerilimi, değiştirilmez, fakat tepe değeri yavaş yükseltirilir.



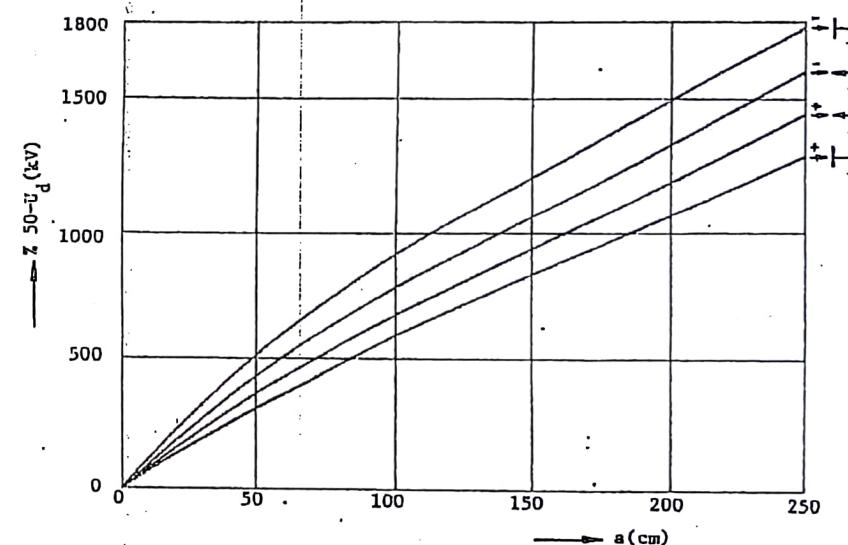
Şekil 7.5. Darbe karakteristiği.

Osiogramlar bir delinme veya atlamanın küçük darbe gerilimlerinde gerilimin sırtında ve büyük darbe gerilimlerinde de gerilimin cephesinde meydana geldiğini gösterir. Eğer her U_d gerilime yalnız bir t_d süresi karşı düşerse darbe karakteristiği, Şekil 7.5'de gösterildiği gibi olur. Yalnız burada karakteristiğin ordinatı olarak gerilimin sırtındaki boşalmalarda bu gerilimin tepe değerinin (Şekilde 1 ve 2 noktaları) ve cephesindeki boşalmalarda da boşalma anındaki gerilimin (Şekilde 3 ve 4 noktaları) alınmasına dikkat edilmelidir. Gerçekte her boşalma gerilimine belli bir yasaya göre dağılan bir çok boşalma süresi karşı düşer. Dolayısıyle bir elektrot sisteminin belirli bir darbe geriliminde çıkarılan darbe karakteristiği, biri ortalama eğrinin üstünde ve diğeri de altında seyreden iki eğriyle sınırlanabilir. Şekil 7.6'da çubuk-çubuk elektrot sisteminin $a=100, 150, 200, 250$ ve 300 cm elektrot açıklıkları için pozitif kutbiyetli 1.2/50 lik darbe gerilimiyle çıkarılan ortalama darbe karakteristikleri gösterilmiştir.



Şekil 7.6. Çubuk-çubuk elektrot sisteminin $a=100, 150, 200, 250$ ve 300 cm elektrot açıklığı için pozitif kutbiyetli 1.2/50 lik darbe gerilimiyle çıkarılan ortalama darbe karakteristikleri.

Darbe karakteristiğinin çıkarılışı sırasında, gerilimin tepe değeri büyükçe; aynı gerilim değerinde yapılan deney sayısına indirgenmiş boşalma süresi ise kısalır. Burada özellikle deney sayısının yarısında boşalmanın meydana geldiği %50 boşalma geriliminin (delinme veya atlama) saptanması çok önemlidir. Çünkü bu gerilimin değeri, aşağı yukarı minimum boşalma gerilimine eşit kabul edilebilir. Bir elektrot sisteminin minimum boşalma gerilimi de bu elektrot sisteminde boşalma olayını meydana getirmeyen en büyük darbe geriliminden başka birsey değildir.

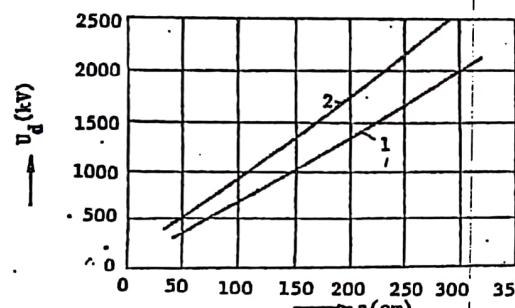


Şekil 7.7. Çubuk-çubuk ve çubuk-düzlem elektrot sistemleri için negatif ve pozitif 1.2/50 darbe gerilimlerinde %50 $U_d = f(a)$ eğrileri.

Şekil 7.7'de çubuk-düzlem ve çubuk-çubuk elektrot sistemleri için negatif ve pozitif 1.2/50 darbe gerilimlerinde %50 darbe boşalma gerilimlerinin elektrotlar arası açılığa göre değişimleri gösterilmiştir. Çubuk-düzlem elektrot sisteminin darbe boşalma gerilimleri, doğru gerilimde olduğu gibi çubuk elektroda negatif darbe gerilimi uygulanması durumunda pozitif darbe gerilimi uygulanması durumundakinden daha büyuktur. Örneğin $a=30$ cm için %50 U_d / $%50 U_d+$ oranı yaklaşık 1,9 ve $a=200$ cm için de 1,5 dur. Fakat aşırı darbe gerilimlerinde yani boşalmanın gerilimin

cepheşinde meydana geldiği yaklaşık $2 \mu\text{s}$ 'lik boşalma süresi durumlarında, yukarıdaki değerler $a=30 \text{ cm}$ için $1,6$ 'ya ve $a=200 \text{ cm}$ için de $1,3$ 'e düşerler.

Ayrıca çubuk-çubuk elektrot sistemi için %50 darbe boşalma gerilimlerinin 50 Hz alternatif boşalma gerilimlerinden %10 ila %30 daha büyük olduğu Şekil 7.3 ile Şekil 7.7 karşılaştırıldığında görülür. Dolayısıyla %50 darbe boşalma alan şiddeti, negatif darbe geriliminde 700 kV/m ve pozitif darbe geriliminde de 600 kV/m alınabilir.



Şekil 7.8. Çubuk-çubuk elektrot sisteminde %50 darbe boşalma gerilimi ile $3 \mu\text{s}$ lik boşalma süresine karşı düşen darbe delinme geriliminin elektroolarası açıklığa göre değişimi.
 1: $\% 50 U_d=f(a)$ eğrisi ($t_d=1.2 \mu\text{s}$)
 2: $U_d=f(a)$ eğrisi ($t_d=3 \mu\text{s}$).

Şekil 7.8'de çubuk-çubuk elektrot sistemi için %50 darbe boşalma gerilimi ile $3 \mu\text{s}$ 'lik boşalma süresine karşı düşen darbe delinme geriliminin elektrotlar arası açıklığa göre değişimleri gösterilmiştir. Açık hava testlerinde yağmur, sis, kıraklı v.b. etkilerle izolatörlerin atlama gerilimleri düşer. Özellikle endüstri bölgelerindeki izolatörlerin boyutlandırılması, kır ve benzeri etkilerin tam olarak hesaba katılamaması yüzünden güçlükler gösterir.

Cizelge 7.1'de çeşitli standart işletme gerilimleri için normal koşullarda (20°C , 760 mmHg ve 11 g/m^3 su buharı) 50 Hz alternatif gerilim ve $1,2/50$ darbe gerilimi durumlarında deney gerilimi değerleri verilmiştir.

Cizelge 7.1. Çeşitli standart işletme gerilimleri için 50 Hz alternatif ve $1,2/50$ darbe gerilimlerinde deney gerillimleri.

| Eski standart işletme gerilimi (kV _{ef}) | Yeni standart işletme gerilimi (kV _{ef}) | 50 Hz alternatif deney gerilimi (kV _{ef}) | 1,2/50 darbe deney gerilimi (kV _{tepe}) |
|--|--|---|---|
| 10 | 12 | 35 | 75 |
| 20 | 24 | 55 | 125 |
| 30 | 36 | 75 | 170 |
| 45 | 52 | 105 | 250 |
| 60 | 72,5 | 140 | 325 |
| 100 | 123 | 230 | 550 (450) |
| 150 | 170 | 325 | 760 (650) |
| 200 | 245 | 460 | 1050 (900) |
| 300 | 420 | 630 | 1550 |

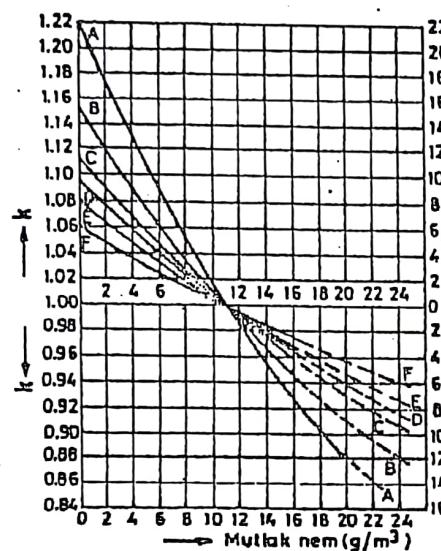
Basınç, sıcaklık ve nemin normal değerlerden farklı olmaları durumunda, ölçülen U gerilimleri, δ bağılı hava yoğunluğuna bölünür ve mutlak nem hesaba katan bir k düzeltme faktörü ile çarpılırsa, normal koşullardaki U_n gerilimi bulunur; yani

$$U_n = \frac{k}{\delta} U \quad (7.2)$$

dır. Burada $\delta = 0,386 \cdot p(\text{mmHg})/T(\text{°K})$ bağılı hava yoğunluğunu, k da mutlak nem hesaba katan düzeltme faktörünü gösterir. Çeşitli elektrot sistemleri ve izolatör türleri için mutlak nem miktarına göre hazırlanmış k düzeltme faktörleri Şekil 7.9'dan alınabilir.

Düzgün olmayan alanda nemin artması, boşalma gerilimini yükseltir. Şekil 7.10'da çeşitli nem derecelerinde çubuk-çubuk elektrot sisteme ait 50 Hz alternatif gerilimde $U_d=f(a)$ eğrileri gösterilmiştir.

Az düzgün ve düzgün alanlarda ise nemin boşalma gerilimine etkisi, pratik olarak yoktur. Fakat buna rağmen deney sırasında sıcaklık ve basınçla birlikte nem derecesinin de kaydedilmesi uygun olur.

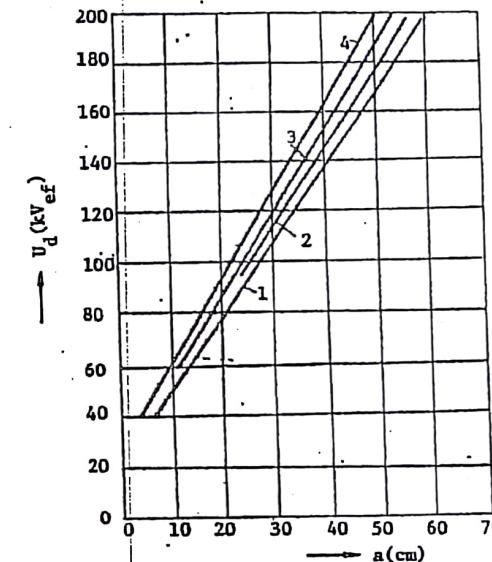


| Elektrot sistemi veya izolatör türü | 50 Hz alternatif gerilim | +1.2/50 darbe gerilimi | -1.2/50 darbe gerilimi | +1.2/5 darbe gerilimi |
|-------------------------------------|--------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|
| Çubuk-çubuk | B | C | D | F |
| Zincir izolatörü | B | C | D | F |
| Mesnet izolatörü | A | D | E | |
| Yağlı geçit izolatörü | B | D | E | |
| Havalı geçit izolatörü | B | C | D | |

Şekil 7.9. 50 Hz alternatif ve % 50 darbe hoşalma gerilimlerinde k düzeltme faktörünün mutlak nem ile değişimi.

7.3. Açıma-Kapama Aşırı Gerilimlerinde Delinme Gerilimleri

Açıma-kapama aşırı gerilimleri devre koşullarındaki bir değişme sonucu örneğin bir kesicinin açması veya bir kısa devre durumunda, meydana gelen kısa süreli aşırı gerilim olarak tanımlanır. Bunların genlikleri, genellikle faz-nötr geriliminin 3-5 katı, frekansları birkaç yüz ile birkaç bin Hz kadardır.



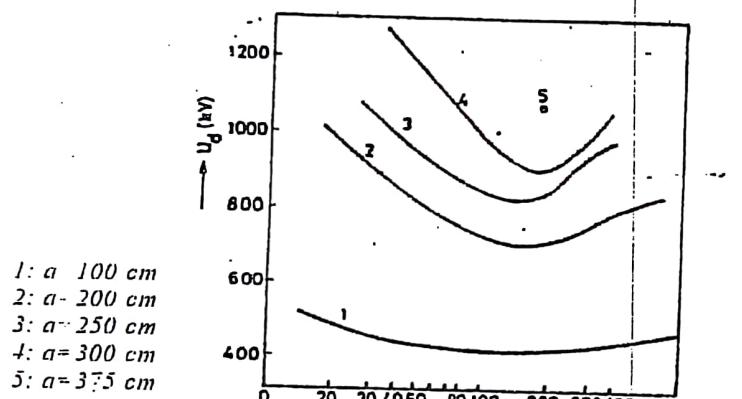
Şekil 7.10. Çeşitli nem derecelerinde çubuk-çubuk elektrot sistemine ilişkin 50 Hz alternatif gerilimde $U_d=f(a)$ eğrileri.

- 1: Nem %0
- 2: Nem %50
- 3: Nem %70
- 4: Nem %82,5

Yüksek gerilim sistemlerinde simetrisizliğin fazla olduğu elektrot açıklıklarında delinme öncesi korona, dolayısıyle meydana gelen uzay yükleri, mevcut statik elektrik alanında göze çarpar derecede bozulmaya neden olurlar. Bu yüklerin oluşumu belli bir zaman alır, onun için darbe karakteristikleri gerilimin yükselme hızına bağlıdır. Birçok araştırmacı, büyük elektrot açıklıklarında delinme geriliminin gerilimi dalgasının cephe süresindeki artışla belli bir değere kadar düşüğünü ondan sonra tekrar artmaya başladığını saptamışlardır. En küçük delinme gerilimini veren gerilim dalgasının tepe değerine yükselme zamanı, 50 ila 300 μ s arasında değişir.

Kalb. açık havada izolatör zinciri üzerinde cephe süresi 5-1700 μ s arasında değişen pozitif kutbiyetli aşırı gerilimlerle deneyler yapmış ve cephe süresi 5 ila 18 μ s olan dik cepheli gerilimler altında delinmelerin sırta olduğunu aynı tepe değerde ve fakat daha uzun cephe süreli gerilimler durumunda ise delinmenin cephede meydana geldiğini belirtmiştir.

Bazelyan ve arkadaşları 100 ila 375 cm açıklığında çubuk-düzlem elektrot sistemlerinin cephe süresi 20 ila 700 μ s arasında değişen aşırı gerilimler altında darbe karakteristiklerini incelemiştir (Şekil 7.11).



Şekil 7.11. Çeşitli elektrot açıklıklarında çubuk-düzlem elektrot sisteminin 20-700 μ s'lik cephe süreli darbe gerilimlerindeki darbe karakteristikleri.

Bu eğrilere göre, elektrot açıklığına bağlı olarak delinme gerilimleri 150 ila 180 μ s'lik delinme sürelerinde en küçük değerlerini almaktadır. Bu değerler aynı elektrot açıklıkları için doğru ve 50 Hz alternatif gerilimdeki delinme gerilimlerinden daha düşüktür. Yazarlar, bu durumu gerilimin daha hızlı yükseldiği bölgede (en düşük delinme geriliminin sol tarafında) dış kısmi boşalmanın daha yüksek gerilimde gelişmesine ve kanalın ilerlemesini geciktiren büyük bir uzay yükü oluşmasına bağlamışlardır. 0,2 ms'yi aşan delinme süreleri için, kısmi boşalmalarla meydana gelen uzay yükü gittikçe yüksek gerilim elektrodu bölgесine doğru kayar ve

buradaki alanı düzgün duruma getirir. Bunun sonucu boşalmanın gelişmesi gecikir ve delinme geriliği büyür.

Udo ve Tada çubuk-çubuk elektrot sisteminin darbe karakteristığının 1 ila 2,5 m elektrot açıklıkları için incelemiştir. En küçük delinme geriliği pozitif kutbiyet için 50-200 μ s ve negatif kutbiyet için 50-100 μ s cephe süreli gerilimlerde elde edilmiştir.

Bu konuda yazar tarafından da bir araştırma yapılmış ve 700 ila 1800 mm elektrot açıklıklarında çubuk-çubuk ve çubuk-düzlem elektrot sistemlerinin pozitif ve negatif kutbiyette cephesi lineer olarak yükselen darbe gerilimleriyle 2 μ s ila 800 μ s boşalma süreleri için darbe karakteristikleri çıkarılmış, ayrıca çubuk izolatörler ve camdan yapılmış zincir izolatörler için yağmur altında yağmur suyunun iletkenliğinin darbe karakteristiğine etkisi incelenmiştir.

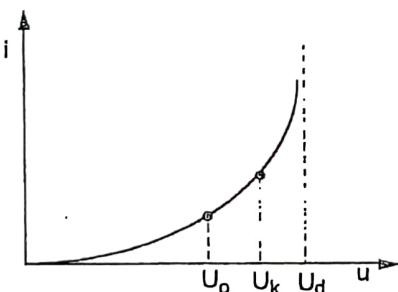
26.11.2022

8

KORONA BOŞALMALARI

8.1. Genel bilgi

Küçük yarıçaplı elektrotlarda görülen tam olmayan, fakat kendini besleyen boşalmalara korona boşalması denir. Hava hatlarında gerilim yavaş yavaş yükseltilirse, gerilimin belirli bir değerinde çarpma suretiyle iyonizasyon başlar ve hattı kuşatan ince bir tabakada boşalma için gerekli koşullar sağlanmış olur. Başlangıçta ışık görülmez. Çarpma suretiyle iyonizasyonun başladığı gerilim U_0 ile gösterilir. Peck'e göre, normal koşullarda ($\delta=1$) U_0 gerilimine karşı düşen E_0 elektrik alanı şiddette tepe değer olarak 30 kV/cm veya etkin değer olarak $21,2 \text{ kV}_{\text{eff}}/\text{cm}^2$ dir. Gerilim biraz daha yükseltilirse, hat parça parça, daba sonra da baştan başa ışıklı duruma gelir. Bu durumda boşalma, hattın etrafında ince bir zar boyunca kendini besler. Boşalmanın kendini kendini beslediği veya hattın ışıklı duruma geldiği bu gerilime korona gerilimi denir ve U_k ile gösterilir. Şekil 8.1'de $i=f(u)$ eğrisi, dolayısıyla U_0 , U_k ve U_d gerilimleri gösterilmiştir. U_d : delinme gerilimine karşı düşer.

Şekil 8.1. $i=f(u)$ eğrisi. U_0 : Çarpma suretiyle iyonizasyon gerilimi. U_k : Korona gerilimi. U_d : Delinme gerilimi.

- (1) Akrit gaz kaybı,
- (2) Rödyo ve TV frekansında parazitler oluşturur.
- (3) Korona sırasında Ozon (O_3)产生 olusur. Su bülten ile bileselerde nitrik asit (HNO_3) oluşur.

- (4) Gerilim düşesi (3. Hemenikte dolayı)

- (5) Korona atlamaları, detinmelere, dolayısıyla arızalar yol açabilir.
- (6) SF₆ gazı kullanılan sistemlerde gazın ayrışması sebebiyle zehirli gazların ortaya çıkmasına neden olur. SF₆ gazı bulutlu sistemler 273 prosesinde olması çok önemlidir.

KORONA BOŞALMALARI

273 proses

Korona gerilimine etki eden birçok faktör vardır: Hatların yarıçapı, iletkenler arası açıklık, hava koşulları, hatların pürüzlülüğü gibi. Genel olarak pozitif ve negatif koronanın oluşumu, birbirinden çok farklı olmakla beraber, korona gerilimi aşağı yukarı aynıdır. U_k ile U_0 veya E_k ile E_0 arasında

$$U_k = U_0 \cdot m \cdot \delta \cdot \left(1 + \frac{0,301}{\sqrt{r \cdot \delta}} \right) \quad (8.1)$$

$$E_k = E_0 \cdot m \cdot \delta \cdot \left(1 + \frac{0,301}{\sqrt{r \cdot \delta}} \right) \quad (8.2)$$

empirik bağıntıları vardır. Burada E_0 tepe değer olarak 30 kV/cm veya etkin değer olarak $21,2 \text{ kV}_{\text{eff}}/\text{cm}^2$ dir. m , hattın pürüzlülük derecesini hesaba katan bir katsayı olup, değeri, parlatılmış tellerde 1, düz ve yeni tellerde 0.98 ile 0.93; uzun süre hava etkisinde kalmış düz tellerde 0.93 ile 0.88; örgülü eski tellerde 0.88 ile 0.87; örgülü yeni bakır tellerde 0.83 ile 0.81; örgülü eski alüminyum tellerde 0.9; örgülü yeni alüminyum tellerde 0.87 ve içi boş üstü düz olan bakır tellerde 0.9 olur.

δ bağıl hava yoğunluğunu gösterir ve değeri 25°C ve 760 mmHg da 1 dir; diğer sıcaklık ve basınçlarda

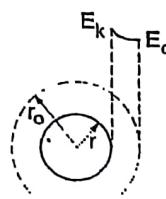
$$\delta = 0,392 \frac{P}{T} \quad (8.3)$$

denkleminden hesaplanır.

r de cm cinsinden iletken yarıçapını gösterir.

Burada ayrıca nem, yağmur ve kar gibi faktörlerin etkilerini de hesaba katmak gereklidir. Nemin korona gerilimine etkisi uygun bir m_1 katsayısı ile hesaba katılmak istenmiştir. Fakat bugün için nemin etkisini yaklaşık olarak dahi hesaba katan uygun bir formül yoktur. Ancak korona kayıplarının hesabında, yağmurda $m_1=0.8$ alınabilir.

İşıklı zarın kalınlığı, iyonizasyon bölgesinde elektrik alanının $E_0=30 \text{ kV/cm}^2$ 'ye indiği kabul edilerek hesaplanabilir. Şekil 8.2 yardımcı ile



Sekil 8.2. Yarıçapı r olan bir iletkende ışıklı zarın kalınlığının hesabı.

$$E_k = \frac{Q}{2\pi\epsilon r} \quad \text{ve} \quad E_o = \frac{Q}{2\pi\epsilon r_o} \quad (8.4)$$

denklemleri yazılabilir. Buradan

$$\frac{E_k}{E_o} = \frac{r_o}{r} \quad (8.5)$$

bulunur. $m=1$ ve $\delta=1$ için ışıklı zarın kalınlığı,

$$r_o - r = r \left(\frac{r_o}{r} - 1 \right) = r \left(\frac{E_k}{E_o} - 1 \right) = r \left(1 + \frac{0,301}{\sqrt{r}} - 1 \right) = 0,301\sqrt{r} \quad (8.6)$$

olar. Örneğin iletkenin yarıçapı $r=1$ cm ise. ışıklı zarın kalınlığı $0,301\sqrt{1}=0,301$ cm dir.

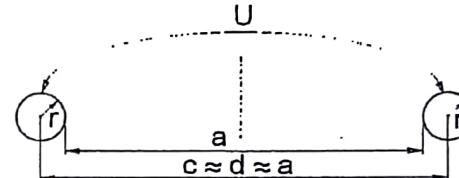
8.2. Alternatif Gerilimde Korona Geriliminin Hesabı

Yüksek gerilim hatlarında $r < a$ olduğundan bir fazlı hava hattında (Sekil 8.3) E ile U arasındaki bağıntı

$$E_{\max} \equiv \frac{U}{2r \ln \frac{a}{r}}$$

veya

$$U = E_{\max} 2r \ln \frac{a}{r} \quad (8.7)$$



Sekil 8.3. Bir fazlı hava hattı

şeklinde yazılabilir. Dolayısıyla faz-nötr gerilimi

$$U_f = \frac{U}{2} = E_{\max} r \ln \frac{a}{r} \quad (8.8)$$

dir. $U=U_k$ veya $U_f=U_{fk}$ olduğu zaman, $E_{\max}=E_k$ olur. Demek ki,

$$U_{fk} = E_k r \ln \frac{a}{r} = E_o \cdot m \cdot r \cdot \delta \cdot \left(1 + \frac{0,301}{\sqrt{r \cdot \delta}} \right) \cdot \ln \frac{a}{r} \quad (8.9)$$

yazılabilir. Burada U_{fk} korona gerilimi, E_o yerine 30 kV/cm konursa kV_{tepe} cinsinden, E_o yerine $21,2 \text{ kV}_{\text{ef}}/\text{cm}$ konursa kV_{ef} cinsinden bulunur.

Hat gerilimi ile faz gerilimi arasında, bir fazlı hava hattında $U=2U_f$ ve üç fazlı hava hattında da $U=\sqrt{3} \cdot U_f$ bağıntısı olduğundan, U_k korona gerilimi etkin değer olarak bir fazlı hava hattında

$$U_k = 2 \cdot 21,2 \cdot m \cdot r \cdot \delta \cdot \left(1 + \frac{0,301}{\sqrt{r \cdot \delta}} \right) \cdot \ln \frac{a}{r} \quad (\text{kV}_{\text{ef}}) \quad (8.10)$$

ve üç fazlı hava hattında

$$U_k = \sqrt{3} \cdot 21,2 \cdot m \cdot r \cdot \delta \cdot \left(1 + \frac{0,301}{\sqrt{r \cdot \delta}} \right) \cdot \ln \frac{a}{r} \quad (\text{kV}_{\text{ef}}) \quad (8.11)$$

olur. Buradan görülmüyorki, aynı koşullarda üç fazlı hattın korona gerilimi, bir fazlı hattın korona geriliminden $\sqrt{3}/2$ kadar daha küçüktür.

Yine (8.10) ve (8.11) denklemelerinden görülmektedir ki, bir hattın korona gerilimini yükseltmek için iletken yarıçapını ve iletkenler arası açıklığı büyütmemekten başka çağrı yoktur. iletkenler arası açıklığının büyümESİ, korona gerilimini logaritmik olarak etkilediğinden daha çok iletkenin yarıçapının büyütülmesi yoluna gidilir. Bu da ya içi boş iletkenler veya demet iletkenler kullanmak suretiyle sağlanır.

8.3. Alternatif Gerilimde Korona Kayıpları

Alternatif gerilimde korona kayıplarının hesabı için birçok empirik formül verilmiştir. Biz burada, bunlardan sadece ikisini vermekle yetinmek istedik.

8.3.1. Peek Formülü

Alternatif gerilimde korona kayıplarının hesabı için ilk empirik formül Peek tarafından verilmiştir. Peek'e göre korona kayıpları U_f faz-nötr geriliminin U_{f0} çarpma suretiyle iyonizasyonun başladığı faz-nötr geriliminden büyük olması durumunda başlar ve bu iki gerilimin farkının karesiyle orantılı olarak büyür; yani faz ve km başına düşen korona kaybı

$$P_{fk} = \frac{(U_f - U_{f0})^2}{R_k} = G_k (U_f - U_{f0})^2 \quad (\text{kW/km,faz}) \quad (8.12)$$

şeklinde yazılabilir. Burada R_k , bir fazın kilometresi başına düşen korona radyasyon direncini, G_k da korona radyasyon iletkenliğini gösterir.

Peek'e göre R_k ve G_k nin değerleri,

$$R_k = \frac{\delta}{241} \cdot \frac{1}{(f+25)} \sqrt{\frac{a}{r}} \cdot 10^5 \quad (\text{k}\Omega/\text{km,faz}) \quad (8.13)$$

$$G_k = \frac{241}{\delta} (f+25) \sqrt{\frac{r}{a}} \cdot 10^{-2} \quad (\mu\text{S}/\text{km,faz}) \quad (8.14)$$

dirler. Bunlar (8.12) denkleminde yerine konursa, faz ve km başına düşen korona kaybı,

$$P_{fk} = \frac{241}{\delta} (f+25) \sqrt{\frac{r}{a}} (U_f - U_{f0})^2 \cdot 10^{-5} \quad (\text{kW/km,faz}) \quad (8.15)$$

olur. Burada

P_{fk} : Bir veya üç fazlı sisteme faz ve km başına korona kaybını (kW/km,faz)

δ : Bağışlı hava yoğunluğunu ($\delta=0.392 \frac{P}{T}$)

f : Şebeke frekansını (Hz)

r : iletken yarıçapını (cm)

a : iletkenler arası açıklığı (cm)

U_f : Bir veya üç fazlı sisteme faz-nötr gerilimini (kV_{ef})

U_{f0} : $E_0=21.2 \text{ mm}$, δ elektrik alanına karşı düşen çarpma suretiyle iyonizasyonun başladığı faz-nötr gerilimini (kV_{ef})

m : iletkenin pürüzlülük faktörünü (bunun değeri iletkenin durumuna göre 0,98 ile 0,83 arasında değişir).

m_1 : Havanın nemini hesaba katan bir katsayı (yağmurda $m_1=0,8$ alınabilir)

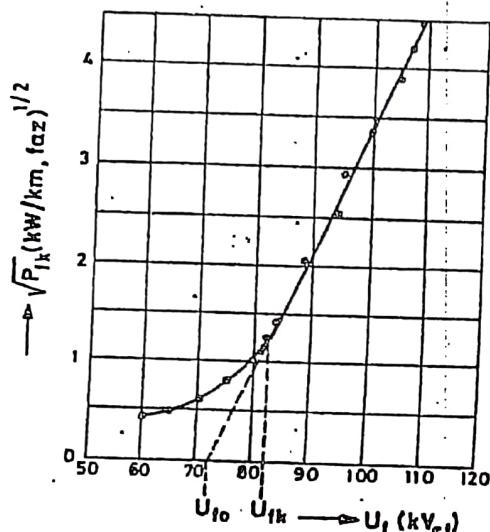
gösterir. U_{f0} ile E_0 arasında da

$$U_{f0} = E_0 \cdot r \cdot \ln \frac{a}{r} = 21.2 \cdot m \cdot m_1 \cdot \delta \cdot r \cdot \ln \frac{a}{r} \quad (8.16)$$

bağıntısı vardır.

Kayıp formülü, tamamen deney sonuçlarına dayanır ve hiçbir şekilde teorik esası yoktur. Formülde f frekansı yanında 25 sayısı, iyonların nötr bölgeden çıkışlarını ve diğer iletkenlerden gelen zit işaretli iyonlarla birleşmelerini hesaba katar. Formül, ancak 25 Hz ve yukarı frekanslar için geçerlidir.

Eğer absis eksenine U_f gerilimi ve ordinat ekseni de $\sqrt{P_{fk}}$ kayıp gücünün karekökü taşınırsa, kayıp formülü, absisi $U_f=U_{f0}$ noktasında kesen bir doğru verir.



Sekil 8.4. 11.8 mm çapında bir iletkenin ilişkisi.

$$\sqrt{P_{fk}} = f(U_f)$$

U_{f0} : $E_o = 21.2 \text{ m.m.} \cdot \delta$ alanına karşı düşen faz-nötr gerilimi

U_{fk} : Korona faz-nötr gerilimi

Görülüyor ki, kayıp formülü, kayıpları, ancak U_f geriliminden daha büyük U_r gerilimlerinde doğru olarak vermektedir. Ölçülen ve hesaplanan kayıplar arasında tam bir uygunluk, ancak U_{fk} geriliminden daha büyük gerilimlerde gözlenir.

Simetrik yerleştirilmiş üç fazlı bir sistemde

$$U_f = \frac{U}{\sqrt{3}}, \quad U_{f0} = \frac{U_0}{\sqrt{3}} \quad (8.17)$$

ve

$$P_{fk} = \frac{P_k}{3} \quad (8.18)$$

olduğundan, km başına düşen toplam korona kayıpları için.

$$P_k = \frac{241}{\delta} (\ell + 25) \sqrt{\frac{r}{a}} (U - U_0)^2 \cdot 10^{-5} \quad (\text{kW/km}) \quad (8.19)$$

formülü verilebilir. Bu formül simetrik olmayan (iletkenleri yatay yerleştirilmiş) üç fazlı sistem için de kullanılabilir. Yalnız bu durumda ortadaki iletkenin korona kaybı, dıştakilerden daha büyüktür. Bu nedenle ortadaki iletken için ortalama iletken açılığı olarak a ve dıştaki iletkenler için de $a\sqrt{2}$ alınması uygun olur.

Peak, kayıp formülünü bazı durumlarda gerilime göre değil de elektrik alanına göre yazmanın daha uygun olacağını söylemektedir. P_{fk} ifadesinde U_f yerine $E_r \ln(a/r)$ ve U_{f0} yerine de $E_{o,r} \ln(a/r)$ değerleri yerlerine konursa,

$$P_{fk} = \frac{241}{\delta} (\ell + 25)^2 \sqrt{\frac{r}{a}} \left(\ln \frac{a}{r} \right)^2 (E - E_0)^2 \cdot 10^{-5} \quad (\text{kW/km,faz}) \quad (8.20)$$

formülü elde edilir. Buna göre km, faz başına düşen korona kayıpları, aşağı yukarı r^2 ve $(E - E_0)^2$ ile orantılı olup, iletkenler arası açılığa pratik olarak bağlı değildir. Çünkü $\sqrt{r/a} \cdot (\ln(a/r))^2$ terimi, a 'nın değişmesi durumunda pek az değişir. Ayrıca pratikte a/r değerleri yaklaşık olarak sabittir. Çünkü iletken çapları ve iletkenler arası açılıklar işletme gerilimiyle orantılı olarak değişirler. Örneğin 110, 220 ve 440 kV_e lik işletme gerilimlerinde iletken çapları, yaklaşık 1,1; 2,4 ve 4,8 cm ve iletkenler arası açılıklar da 3,5; 6 ila 7 ve 12 m kadardır. Dolayısıyla (a/r) değerleri sırasıyla 640, 540 ve 500 dür.

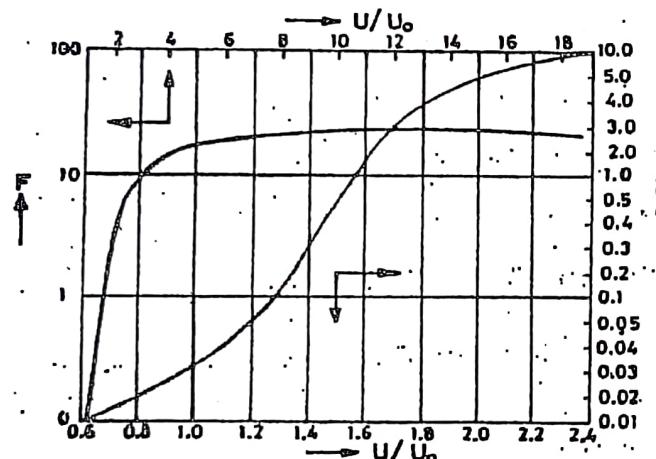
8.3.2. Peterson Formülü

Peterson formülü de teorik bir formül değildir. Bu formül, daha çok deney sonuçlarının grafik-analitik değerlendirilmesi şeklinde olup, kısmen fiziksel düşüncelere dayanılarak çıkarılmıştır.

Peterson'a göre bir veya üç fazlı sisteminde korona kayıpları

$$P_{fk} = \frac{2,1 \cdot 10^{-5} \cdot f \cdot U_f^2 \cdot F}{\left(\ln \frac{a}{r}\right)^2} \quad (\text{kW/km, faz}) \quad (8.21)$$

formülü ile hesaplanabilir. Burada f frekansı, U_f faz-nötr gerilimini (kV_{ef}) ve F de (U_f/U_{f0}) veya (U/U_0) 'a bağlı bir faktörü gösterir. F faktörü (U/U_0) 'a bağlı olarak Şekil 8.5'den alınabilir.



Şekil 8.5. Peterson'a göre F faktörünün (U/U_0) 'a bağlı olarak değişimi.

U_{f0} gerilimi,

$$U_{f0} = 21,2 \cdot m \cdot r \cdot \delta^{2/3} \cdot \ln \frac{a}{r} \quad (8.22)$$

ifadesiyle verilmiştir.

Simetrik yerleştirilmiş üç fazlı bir sistemde $U_f = U/\sqrt{3}$, $U_{f0} = U_0/\sqrt{3}$ ve $P_{fk} = P_k/3$ olduğundan, km başına düşen toplam korona kaybı için

$$P_k = \frac{2,1 \cdot 10^{-5} \cdot f \cdot U^2}{\left(\ln \frac{a}{r}\right)^2} \cdot F \quad (\text{kW/km}) \quad (8.23)$$

formülü ile verilebilir.

m hattın pürzülüğünü hesaba katan bir faktör olup, bunun için deneye dayanan güvenilir bir değer yoksa 0,85 ile 0,9 arasında bir değer alınabilir.

Peterson bağıl hava yoğunluğu düzeltmesi için $\delta^{2/3}$ faktörünü vermektede ve ayrıca bunun hesabında çevre sıcaklığını değil de iletken sıcaklığını esas almaktadır. Eğer yukarıdaki denklemde U yerine $\sqrt{3} \cdot E \cdot r \cdot \ln(a/r)$ değeri konursa, üç fazlı bir sistemde km başına düşen toplam korona kaybı:

$$P_k = 3,3 \cdot 10^{-5} \cdot f \cdot r^2 \cdot E^2 \cdot F \quad (\text{kW/km}) \quad (8.24)$$

olur.

Peterson formülü daha çok güzel hava koşullarında doğru sonuçlar vermektedir. Peterson'a göre, hava hattı yarıçap ve yükseklik bakımından öyle boyutlandırılmalıdır ki, normal hava koşullarında ve güzel havada korona kaybı 0,6 kW/km'yi geçmesin.

Örnek:

120 km uzunluğunda 220 kV_{ef} lik bir üç fazlı hava hattı çekilecektir. iletkenler içi boş ve bakırдан olup 210 mm^2 kesitinde ve 28 mm çapındadır. iletkenlerin pürzülük faktörü 0,7 ve iletkenler arası açıklık 6 m dir. Hat boyunca $p=650 \text{ mmHg}$ ve $\theta=12^\circ\text{C}$ olduğuna göre:

- Korona gerilimini.
- Şebekе geriliminde ve şebekе gerilimine göre %20 aşırı gerilimde Peck ve Peterson formüllerine göre, toplam korona kayıplarını hesaplayınız.

Yanıt:

- Bir üç fazlı hattın korona gerilimi.

$$U_k = \sqrt{3} \cdot 21,2 \cdot m \cdot r \cdot \delta \cdot \left(1 + \frac{0,301}{\sqrt{r \cdot \delta}} \right) \cdot \ln \frac{a}{r} \quad (\text{kV}_e)$$

formülü ile hesaplanır. Burada

$$m=0,7, r=1,4 \text{ cm}, \delta=0,392 \frac{p}{T}=0,392 \frac{650}{285}=0,89 \text{ ve } a=600 \text{ cm}$$

olduğundan,

$$U_k = 1,73 \cdot 21,2 \cdot 0,7 \cdot 1,4 \cdot 0,89 \left(1 + \frac{0,301}{\sqrt{1,4 \cdot 0,89}} \right) \cdot \ln \frac{600}{1,4} = 246 \text{ kV}_e$$

olur.

b) Peck'e göre km başına düşen korona kaybı

$$P_k = \frac{241}{\delta} (f + 25) \sqrt{\frac{r}{a}} (U - U_o)^2 \cdot 10^{-5} \quad (\text{kW}/\text{km})$$

formülü ile hesaplanır. Onun için burada önce U_o gerilimini bulmak gereklidir.

$$U_o = \sqrt{3} \cdot E_o \cdot r \cdot \ln \frac{a}{r} \quad \text{ve} \quad E_o = 21,2 \cdot m \cdot m_1 \cdot \delta$$

olduklarından

$$E_o = 21,2 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 0,89 = 13,2 \text{ kV}_e/\text{cm}$$

$$U_o = 1,73 \cdot 13,2 \cdot 1,4 \cdot \ln(600/14) = 193,7 \cong 194 \text{ kV}_e$$

olur. Buna göre km başına düşen korona kaybı

$$\begin{aligned} P_k &= \frac{241}{0,89} (50 + 25) \sqrt{\frac{1,4}{600}} (220 - 194)^2 \cdot 10^{-5} \text{ kW}/\text{km} \\ &= 270,78 \cdot 75 \cdot 0,048 \cdot 676 \cdot 10^{-5} = 6,58970 \text{ kW}/\text{km} \end{aligned}$$

ve şebeke gerilimine göre %20 aşırı gerilimde ($220 \cdot 1,2 = 264 \text{ kV}_e$) km başına düşen korona kaybı.

$$P_k = 270,78 \cdot 75 \cdot 0,048 \cdot 70^2 \cdot 10^{-5} = 47,76559 \text{ kW}/\text{km}$$

olur.

Peterson'a göre korona kayipları ise.

$$P_k = \frac{2,1 \cdot 10^{-5} \cdot f \cdot U^2}{\left(\ln \frac{a}{r} \right)^2} \cdot F$$

formülü ile hesaplanır. Bunun için önce

$$U_o = \sqrt{3} \cdot 21,2 \cdot m \cdot r \cdot \delta^{2/3} \cdot \ln(a/r)$$

gerilimi hesaplanır.

$$U_o = 1,73 \cdot 21,2 \cdot 0,7 \cdot 0,89^{2/3} \cdot 1,4 \cdot \ln(600/14)$$

$$U_o = 1,73 \cdot 21,2 \cdot 0,7 \cdot 0,92 \cdot 1,4 \cdot 6,06 = 200,4 \text{ kV}_e$$

dir. Demek ki şebeke geriliminde (220 kV_e), $U/U_o = 220/200 = 1,1$ ve $F = 0,042$ (Şekil 8.5'den) olduğundan, korona kaybı

$$P_k = \frac{2,1 \cdot 10^{-5} \cdot 50 \cdot 220^2}{\left(\ln(600/14) \right)^2} \cdot 0,042 = \frac{2,1 \cdot 50 \cdot 48400}{6,9} \cdot 0,042 \cdot 10^{-5} = 0,309 \text{ kW}/\text{km}$$

ve şebeke gerilimine göre %20 aşırı gerilimde (264 kV_e) ise, $U/U_o = 264/200,4 = 1,32$ ve $F = 0,21$ (Şekil 8.5'den) olduğundan, korona kayipları

$$P_k = \frac{2,1 \cdot 10^{-5} \cdot 50 \cdot 264^2}{6,9} \cdot 0,21 = 2,227 \text{ kW}/\text{km}$$

olur.

Demek ki 120 km uzunluğundaki üç fazlı hattın Peak'e göre toplam korona kayıpları

$$\begin{array}{ll} 220 \text{ kV}_{\text{ef}} \text{ için} & 120.6.58970=790 \text{ kW} \\ 264 \text{ kV}_{\text{ef}} \text{ için} & 120.47.7655=5731 \text{ kW} \end{array}$$

ve Peterson'a göre de

$$\begin{array}{ll} 220 \text{ kV}_{\text{ef}} \text{ için} & 120.0.309=37,08 \text{ kW} \\ 264 \text{ kV}_{\text{ef}} \text{ için} & 120.2.227=267,24 \text{ kW} \end{array}$$

dır.

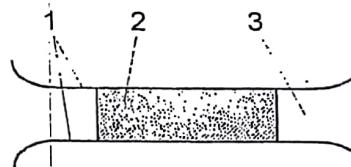
9

YÜZEYSEL BOŞALMALAR

Katı ve sıvı yalıtkan maddelerle gaz yalıtkan maddeler veya katı yalıtkan maddelerle sıvı yalıtkan maddeler arasında sınır yüzeyde görülen boşalmaya yüzeysel boşalma denir. Bunların içinde en önemlisi, katı yalıtkan maddelerle hava arasındaki yüzeysel boşalmadır.

9.1. Düzgün Alanda Yüzeysel Boşalma

Şimdi, önce düzgün alanda yüzeysel boşalmayı inceleyelim. Bunun için paralel düzlemsel elektrot sisteminde katı yalıtkan madde ile havanın sınır yüzeyini alan çizgilerine paralel alalım (Şekil 9.1).

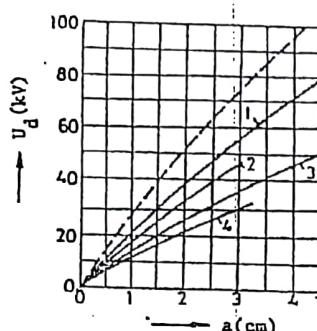


Şekil 9.1. Düzgün alanda yüzeysel boşalma.

- 1: Elektrotlar
- 2: Katı yalıtkan
- 3: Hava.

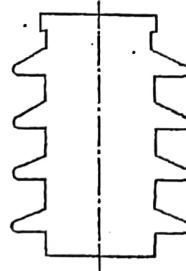
Bu durumda elektrotlara bir U gerilimi uygulandığı zaman, hava ve katı yalıtkan madde içindeki elektrik alanı her noktada aynı değerde ve sınır yüzeye teget olur. Dolayısıyla delinme, sistemin en zayıf bölgesinde meydana gelir. Katı yalıtkan maddelerin delinme dayanımları havanınkinden çok daha büyük olduğundan delinme, genel olarak hava aralığında meydana gelir. Ancak deneyler göstermiştir ki boşalma hava aralığında herhangi bir yerde değil de hemen hemen daima sınır yüzeyde meydana gelmektedir. Yüzeysel boşalma gerilimi, ayrıca gerilim türüne bağlıdır. Şekil 9.2'de düzgün alan içinde bulunan ve sınır yüzeyi alan çizgilerine teget olan cam ile hava arasındaki yüzeysel boşalma geriliminin gerilim türüne göre değişimi gösterilmiştir.

- 1: 10^5 Hz alternatif gerilimde
- 2: Darbe geriliminde
- 3: Doğru gerilimde
- 4: 50 Hz alternatif gerilimde
- Katı yalıtkan maddesiz 50 Hz alternatif gerilimde



Şekil 9.2. Düzgün alan içinde bulunan ve sınır yüzeyi alan çizgilerine teget olan cam katı yalıtkan maddenin yüzeyel boşalma geriliminin gerilim türüne göre değişimi.

Şekil 9.2'den görüldüyorki, yüksek frekanslı alternatif gerilim ve darbe gerilimindeki yüzeyel boşalma gerilimleri doğru ve 50 Hz alternatif gerilimdeki yüzeyel boşalma gerilimlerinden daha büyüktür; fakat gene de katı yalıtkan maddesiz durumındaki delinme gerilimine erişilemez. Yüzeyel boşalma geriliminin havanın delinme geriliminden daha küçük olması neden (sis, yağmur, çığ, v.b.) ve kir (is, toz, tuzlar, v.b.) dolayısı ile sınır yüzeyi boyunca direncin sabit olmaması ve gerilim dağılımını bozan küçük hatalar ve yarıklar bulunmasıyle açıklanabilir.



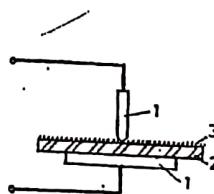
Şekil 9.3. Yüzeyine uygun sayıda ve biçimde çıktınlardır eklenmiş bir izolatör.

Havanın nemi hemen hemen sıfır olsa dahi yüzeyel boşalma gerilimi, aynı koşullardaki havanın delinme geriliminden daha küçüktür. Ancak parasının yüzeysel boşalma gerilimi, parasın vakumda kurutulmak koşulu ile, havanın delinme gerilimine eşit yapılmıştır. Camın yüzeyel boşalma gerilimini havanın delinme gerilimine eşit yapabilmek için, camı sadece vakumda kurutmak yetmez, ayrıca 350°C ye kadar ısıtmak gerekmek. Bütün bu nedenlerden dolayı, yüzeyel boşalma gerilimini büyütmek için katı yalıtkan maddenin yüzeyine uygun sayıda ve biçimde çıktınlardır eklenir (Şekil 9.3).

Böylece yüzeyel boşalma yolu bitti, nem ve kirin bütünü yüzey boyunca bir tabaka oluşturması olasılığı azaltılmış olur.

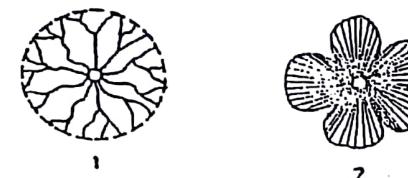
9.2. Düzgün Olmayan Alanda Yüzeyel Boşalma

Düzgün olmayan alanda yüzeyel boşalmaya en iyi örnek, Lichtenberg şıkları ve geçirilizolatörleridir. Klidonograf adı verilen ölçü aletinin çalışma ilkesi, Lichtenberg şıklarına dayanır. Klidonograf bir çubuk elektrotla bir düzlem elektrot arasında bulunan yalıtkan bir tabakadan oluşur (Şekil 9.4). Yalıtkan tabakanın üzerine ışığa



Şekil 9.4. Klidonograf

- 1: Elektrotlar
- 2: Yalıtkan tabaka
- 3: Işığa duyarlı tabaka.

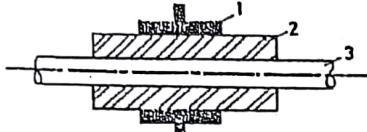


Şekil 9.5. Lichtenberg şıkları

- 1: Pozitif şıklar
- 2: Negatif şıklar.

duyarlı bir film tabakası sürülmüştür. Alectin elektrotlarına bir darbe gerilimi uygulandığı zaman, gerilimin tepe değerine, kutbiyetine ve şecline göre film tabakası üzerinde yüzeyel korona veya kivircım boşalması meydana gelir. Klidonograf, yüzeyel korona boşalmasından yararlanır ve meydana gelen Lichtenberg şıklarının çapından ve biçiminden darbe geriliminin tepe değerini, kutbiyetini ve yaklaşık olarak da şekeini belirlemeye yarar. Şekil 9.5'de pozitif ve negatif darbe gerilimlerinde meydana gelen Lichtenberg şıkları gösterilmiştir.

Şimdi de geçit izolatörlerine geçelim. Şekil 9.6'da basitleştirilmiş bir geçit izolatörü gösterilmiştir.



Şekil 9.6. Basitleştirilmiş bir geçit izolatörü.

1: Flanş, 2: Yalıtkan madde, 3: Geçit iletkeni.

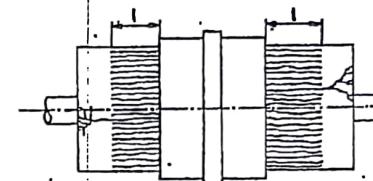
Geçit iletkeniyle flanş arasındaki gerilim küçük, olduğu sürece, yalıtkan madde yüzeyinde doğru gerilimde yalıtkan maddenin yüzeysel ohmik direnciyle, alternatif gerilimde de yüzeysel ohmik ve kapasitif dirençleriyle beliren bir elektrik alanı meydana gelir. Gerilim yavaş yavaş yükseltilirse, ionizasyon önce elektrik alanının en büyük olduğu flanş kenarında başlar. Doğru gerilimde, flanş kutbietetindeki elektrik yükleri, flanştan itibaren yalıtkan yüzey boyunca ilerler ve alanın zayıf olduğu bölgede son bulurlar. Dolayısıyla bu yükler yüzey boyunca elektrik alanının kuvvetli olduğu bölgede alanı zayıflatırlar ve düzgün duruma getirirler.

Oysa alternatif gerilim ve darbe geriliminde durum başkadır. Bunlarda yüzeysel boşalma, kendini daha etkin belli eder. Örneğin 50 Hz alternatif gerilimde flanşın pozitif olduğu yarı dalgada, yalıtkan yüzeyinde pozitif elektrik yükleri toplanır. Diğer yarı dalgada flanş negatif olduğundan, başlangıçta yalıtkan yüzeyindeki pozitif elektrik yükleriyle negatif flanş arasında kuvvetli bir elektrik alanı meydana gelir. Dolayısıyla alternatif gerilimde yüzeysel boşalma doğru gerilimdekine göre çok daha önce başlar ve birim yüzeye düşen kapasitenin büyük olduğu ölçüde kuvvetli olur.

Flanşın negatif olduğu yarı dalga süresince, flanştan çıkan negatif elektrik yükleri önce yalıtkan yüzeyindeki pozitif elektrik yüklerini nötralize ederler ve ancak oandan sonra yalıtkan yüzeyini negatif yaparlar. Gerilimin diğer periyotlarında da olay benzer şekilde devam eder.

Görülüyor ki, alternatif gerilimde elektrikli parçacıkları, doğru gerilimdeki aksine yalıtkan yüzeyi boyunca bir ve diğer yönde hareket ederek ionizasyonu kolaylaştırır. Gerilim biraz daha yükseltilirse, yüzeysel korona boşalması başlar.

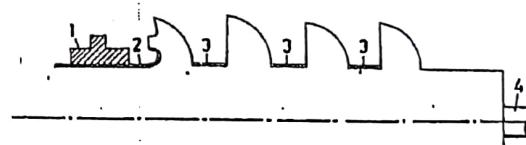
Bu boşalma, iletken eksene paralel ışıklı iplikçiklerden oluşur. ışıklı iplikçiklerin direnci oldukça büyktür. İplikçiklerin uzunluğu, uygulanan gerilimle orantılı olarak büyür ve sonunda ışıklı demet boşalması ve yüzeysel boşalma meydana gelir (Şekil 9.7).



Şekil 9.7. Geçit izolatöründe yüzeysel korona ve ışıklı demet boşalması.

1: ışıklı iplikçiklerin uzunluğu.

Geçit izolatörlerinde yüzeysel boşalmaları önlemek amacıyla izolatör yüzeyi çıkışlı (siperli) yapılır. Ayrıca flanş bölgesindeki elektrik alanını küçültmek ve mümkün olduğu kadar düzgün duruma getirmek için izolatörün flanş bölgesindeki iç yüzeyi ve gövdenin siperler arasındaki yüzeyler de iletken bir tabaka ile kaplanır. Şekil 9.8'de bu durum gösterilmiştir.



Şekil 9.8. Çok siperli bir geçit izolatörü.

1: Flanş

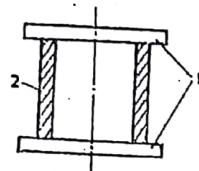
2: İletken tabaka,

3: Siperler arası iletken tabakalar,

4: Geçit iletkeni.

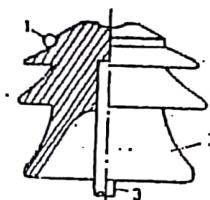
Sipersiz bir izolatör yüzeyine zayıf iletken bir tabaka sürülsesey yüzeysel boşalma, büyük ölçüde önlenir. Dış elektrot etrafına bir halka geçirerek suretiyle de benzer bir etki sağlanır.

Şekil 9.9'da dahili tip çıkışsız bir mesnet izolatörü. Şekil 9.10'da bir hava hattı mesnet izolatörü ve Şekil 9.11'de de bir zincir izolatör elemamı gösterilmiştir.



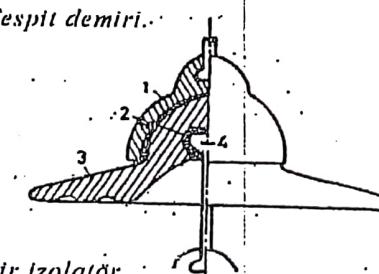
Şekil 9.9. Dahili tip çıkışsız mesnet izolatörü.

- 1: Elektrotlar
- 2: Sılındır şeklinde izolatör.



Şekil 9.10. Hava hattı mesnet izolatörü.

- 1: İletken
- 2: Izolatör
- 3: Tespit demiri..



Şekil 9.11. Zincir izolatör.

- 1: Başlık.
- 2: Dolgu maddesi
- 3: Izolatör.
- 4: Pim.

Çıkarıtsız mesnet izolatörü, elektriksel zorlanma bakımından izolatör yüzeyinin kuvvet çizgilerine paralel olmasına karşı döşer. Hava hattı mesnet izolatöründe ise, elektrik alanının teğetsel bileşeni yanında normal

bileşeni de rol oynar. Teğetsel bileşen, yüzeysel boşalmaya, normal bileşen de malzemeyi delinmeye zorlar.

Zincir izolatörlerde de benzer zorlanmalar söz konusudur. Yüksek gerilimlerde zincir izolatörler birbirlerine eklenerek suretiyle izolatör zinciri şeklinde kullanılır. Gerek mesnet izolatörlerinin ve gerekse izolatör zincirlerinin atlama yolu öyle seçilir ki normal işletme geriliminde izolatör yüzeylerinde herhangi bir ön boşalma olmasın fakat aşırı gerilimlerde izolatörde bir delinme olmadan önce bir atlama olsun.

Deneysel bazı izolatör zincirlerinin boyut bakımından uygun seçilimlerine rağmen zamanla delindiklerini göstermektedir. Bunun da nedeni mekanik zorlanmalarıdır. Gerçekten izolatör zincirleri büyük çekim kuvvetlerine maruzdurlar. Izolatörün porselen gövdesi ile bağlantı saplaması (tesbit demiri) arasında meydana gelen büyük mekanik gerilmeler, porselen gövdede çok ince yarıklar meydana getirebilir; dolayısıyla elektrik ve mekanik zorlanmalar sonunda izolatör delinebilir. Bunları önlemek için içi dolu zincir izolatörler veya uzun çubuk izolatörler kullanılır.

10

YILDIRIM BOŞALMALARI

Yıldırımların büyük bir elektrik boşalması olduğu, uzun yillardan beri bilinmektedir. Özellikle son altmış yıl içinde yıldırımların yüksek gerilim teknigi ile uğraşan araştırmacılar tarafından iyice incelenmiştir. Çünkü yüksek gerilim şebekelerinin hızla gelişmesi, enerji iletim hatlarının, santral ve transformatör postalarının yıldırım boşalmalarına karşı korunmasını gerektiriyor ve bu boşalmalar, uzun yıllar şebeke arızalarının ana nedenleri olarak kabul ediliyor.

Yıldırımların araştırılması, gazlarda boşalma olaylarının incelenmesiyle aynı zamanda olmuştur. Bu araştırmaların bir kısmı, kanal boşalma teorisinin kurulmasına yardım etmiştir. Gerçekten her iki konunun aynı zamanda incelenmesi, çok yararlı olmuştur. Çünkü, doğa yıldırımla araştırmacıya büyük bir elektrik boşalması olayını sunup, olayın ayrıntılı olarak incelenmesini sağlarken, laboratuar deneyleri de boşalmanın parametrelerini değiştirmeye, olayların fotoğrafını ve osilogramlarını çekmeye olanak vermiştir. Yıldırımla, laboratuarda elde edilen uzun kıvılcımlı bir boşalma arasındaki benzerlik yıldırım teorisinin kurulmasına yardımcı olmuştur.

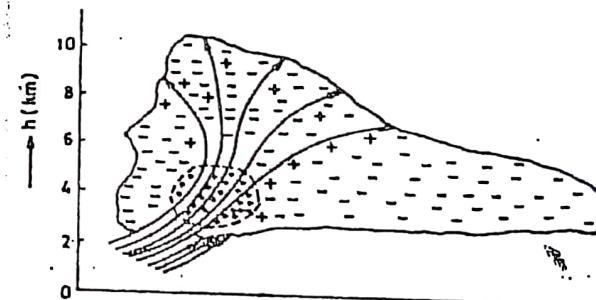
Bir yıldırım, laboratuarda üretilen bir boşalmadan yalnız boyutları bakımından değil, aynı zamanda gerilim kaynağı, yani yıldırım bulutu bakımından da farklıdır. Yıldırım bulutu ile toprak arasındaki kuvvetli elektrik alanlarının kaynağı olarak yıldırım bulutundaki elektrik yükleri kabul edilebilir. Bu yüklerin oluşumu hakkında birçok teoriler olmasına rağmen, olay henüz tüm olarak açıklanamamıştır.

10.1. Yıldırım Bulutunda Yüklerin Oluşumu

Yıldırım bulutunda elektrik yüklerinin oluşumu hakkında birçok teori kurulmuştur. Burada bunlardan üçü hakkında kısaca bilgi verilecektir.

Simpson ve Lomonossow'a göre, bir yıldırım bulutundaki elektrik yükleri, düşey hava akımlarıyle, yani sıcak ve soğuk havanın yer değişirmesiyle meydana gelir. Hava akımları bulutta su damlacıklarını hareket ettirir ve bunların sürülmemesi sonucu, elektrik yükleri oluşur.

Gerçekten yıldırım bulutunun oluşumu, nemli havanın devamlı ve kuvvetli bir şekilde yukarıda doğru çekilmesine bağlıdır. Bu sırada belirli bir yükseklikten sonra, havanın nemi ince su damlacıklarına veya buz kristallerine dönüşür. Bulutta kuvvetli hava akımları, büyük hızlarla su damlacıklarının devamlı olarak dağılmasına ve tekrar birleşmesine neden olurlar. Laboratuar deneylerinde de su damlacıklarının dağılmasında elektrik yüklerinin meydana geldiği küçük damlacıkların negatif, büyük damlacıkların da pozitif elektrik yüklerini taşıdıklarını görülmüştür. Buna göre, ağır su damlacıklarında bulunan pozitif yükler, bulutun aşağı kısmında olmalı ve daha çok rüzgar hızının büyük olduğu bölgelerde toplanmalıdır. Buna karşılık küçük su damlacıklarında bulunan negatif yükler ise, rüzgar tarafından itilmeli ve az veya çok düzgün olmak üzere, bulutun üst kısmına dağılmalıdır. Şekil 10.1'de Simpson'a göre bir yıldırım bulutundaki elektrik yüklerinin dağılımı gösterilmiştir.



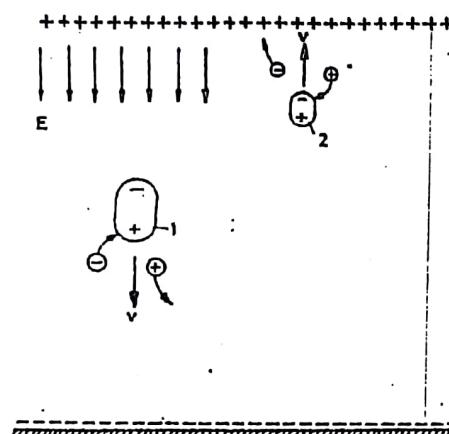
Şekil 10.1. Simpson'a göre bir yıldırım bulutunda elektrik yüklerinin dağılışı.

Elektrik yüklerinin bu teoriye göre üretimi halinde yıldırım boşalmalarının pozitif kutbiyette olması gereklidir. Oysa yıldırım boşalmalarının çoğu negatif kutbiyettektir.

Yıldırım bulutunda elektrik yüklerinin oluşumu hakkında ikinci teori, Elster ve Geitel tarafından ortaya atılmıştır.

Bu araştırmalara göre, yıldırım bulutundaki yükler, etkiyle elektriklenme ile meydana gelir. Dünya yüzeyindeki elektrik yükü, $-5.4 \cdot 10^5 \text{ C}$ kabul edilirse, bu yükün meydana getirdiği elektrik alanı içinde bulunan su damlacıkları, alt uçları pozitif ve üst uçları negatif olmak üzere polarize

olurlar (Şekil 10.2). Yerçekimi etkisiyle aşağıya doğru düşen büyük su damlacıkları, havanın nisbeten yavaş hareket eden iyonlarına yaklaşırlar ve bu sırada su damlacığının pozitif alt ucu havanın negatif iyonunu absorbe ederken, pozitif iyonunu da iter. Bu surette ağır su damlacıkları negatif elektrikli parçacıklar haline dönüşür. Aynı şekilde polarize olan küçük su damlacıkları yukarıya doğru hareket ederlerken, havanın pozitif iyonlarını absorbe ederler ve negatif iyonları iterler. Böylece hasif su damlacıkları da pozitif elektrikli parçacıklar haline dönüşürler.

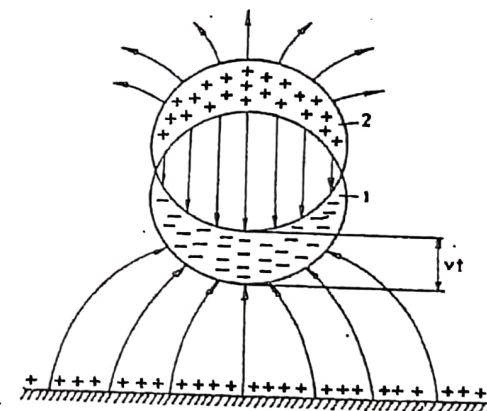


*Şekil 10.2. Elster ve Geitel'e göre bir yıldırım bulutunda elektrik yüklerinin oluşumu.
1: Büyuk su damlacığı.
2: Küçük su damlacığı.*

Bu teoriye göre, bulutun alt tarafı, negatif elektrik yüklerini ihtiya etmek zorundadır. Şüphesiz bu teori ile yıldırım boşalmalarının daha çok negatif kutbiyette olmaları açıklanmış olur. Fakat bu teoriye de itiraz edilebilir.

Bir yıldırım bulutunun çoğu, su damlacıklarından değil de buz kristallerinden ve kar parçacıklarından oluşur ve bunların dünyanın elektrik alanı ile polarize olmaları olasılığı çok zayıftır.

Yıldırım bulutunda elektrik yüklerinin oluşumu hakkında üçüncü teori, J.I. Frenkel tarafından ortaya atılmıştır. Frenkel'e göre havada her iki işaretli iyonlar mevcut olduğundan dünyanın negatif elektrik yükleri, kaçmağa ve iyonosferin pozitif elektrik yükleriyle birleşmeye yatkındır. Dolayısıyla dünyanın azalan elektrik yükünü devamlı olarak besleyecek bir olayın meydana gelmesi gereklidir. Dünyanın elektrik yükünün sabit kalmasında ana rolü, negatif yıldırım boşalmalarının oynadığı kabul edilebilir. Bu teoride her iki işaretli iyonları içeren hava ile çok küçük su damlacıkları veya buz kristallerinden oluşan bir ortam gözönünde alınır ve havanın negatif iyonlarının daha çok küçük su damlacıklarına veya buz kristallerine konduğu kabul edilir. Buna göre bulut, negatif elektrikli su damlacıkları ve pozitif iyonlu havadan (pozitif iyonlara karşılık olan negatif iyonlar su damlacıkları tarafından yutulmuştur) oluşur. Yerçekimi, iyonlara hemen hemen hiç etki etmediği halde, su damlacıklarına etki eder. Su damlacıkları etraftaki havaya göre daha ağır olduğundan hızı birkaç mm/s'yi bulan bir hız ile aşağıya doğru düşerler.



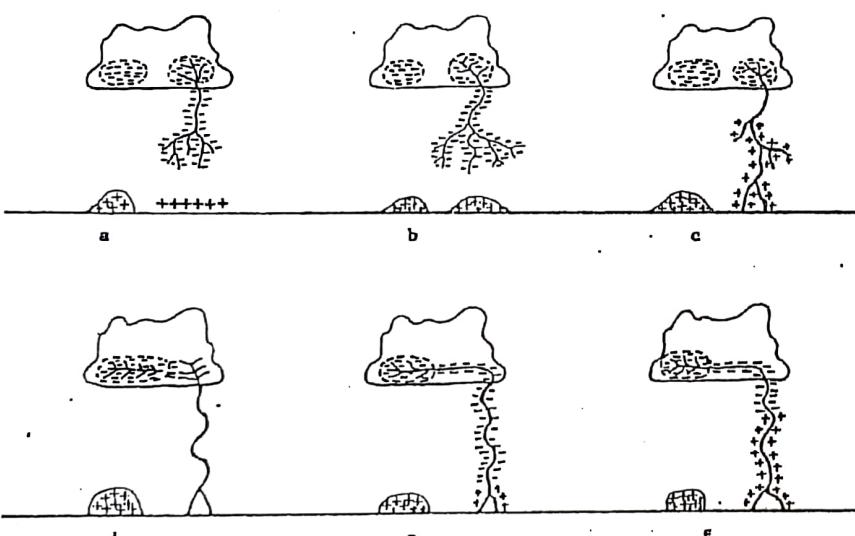
*Şekil 10.3. Frenkel'e göre bir yıldırım bulutunda elektrik yüklerinin oluşumu.
1: Negatif su damlacıklarından oluşan küre.
2: Pozitif iyonlardan oluşan küre.*

Başlangıçta su damlacıklarının ve havanın iyonlarının üstüсте iki kütürel bulut üzerinde oldukları kabul edilirse, t zaman sonra su damlacıklarını içeren küre vt kadar aşağıya iner (Şekil 10.3). Bu durumda

bulutun üst tarafında havanın pozitif yükleri ve alt tarafında da su damlacıklarının negatif yükleri bulunur. Bu şekilde Frenkel'c görce bulutun polarizasyonu yerçekimi etkisiyle olur. Frenkel bazı hesaplar yapmış ve bu hesaplarla kabul ettiği mekanizmanın bulutta deneyle ölçülen alan şiddetleri mertebesinde alan şiddetleri verdiğiğini göstermiştir. Frenkel boşalmanın başlamasını su damlacıklarının büyümcsine ve elektrik alanının yer yer kuvvetlenmesine bağlamaktadır. Gerçekten su damlacıklarının büyümesi bulutun stasyoner durumunu bozar.

10.2. Yıldırım Boşalmasının Özellikleri

Yıldırım genel olarak çok kademeli boşalmalar şeklinde dir. Bunun nedeni, şöyle açıklanmaktadır: Bulutta mevcut girdaplı hava akımları dolayısıyla elektrik yükleri birbirinden ayrı merkezlerde toplanırlar (Şekil 10.4).



Şekil 10.4. Çok kademeli bir yıldırım boşalmasının gelişme safhaları.

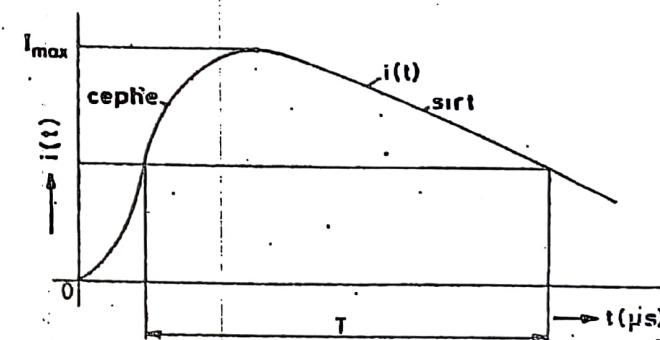
Yıldırım boşalması, elektrik alanı ılısalan en büyük olan yük birikmesi durumunda başlar. Birinci merkezin ön boşalması toprağa erişmediği sürece, bu merkezin potansiyeli pratik olarak değişmez ve

buluttaki yük merkezleri arasında karşılıklı bir etki söz konusu değildir. Ana boşalmadan sonra bulutun birinci yük merkezi pratik olarak toprak potansiyelinde olur. Boşalan birinci merkeze komşu merkez arasında potansiyel farkı büyür; dolayısıyla bu iki merkez arasında boşalma meydana gelir. Her ne kadar bu boşalma sırasında birinci boşalmanın kanalı deyonize olur ise de gene de belirli bir iletkenliği mevcut kalır. Boşalma komşu merkezden birinci boşalmanın kanalına eriştiğinden sonra, bu yol boyunca ok şeklinde bir ön boşalma oluşur. Ok şeklindeki ön boşalma, pilot ön boşalmadan daha yüksek bir hızla büyür. Bu durum, ok şeklindeki ön boşalmanın daha önce iyonize olmuş yol üzerinde yayılmasıyla açıklanır. Ön boşalmanın kademe şeklinde oluşumunu açıklaymak için birçok teori ortaya atılmıştır, fakat konu hala tam olarak açıklanmış değildir.

Ana boşalmanın en önemli karakteri, akım şiddeti dir. Yıldırım kanallardan ve objeden geçen bu akım, kanalda biriken yüklerin nötralizasyon hızı ile tayin edilir. Eğer ana boşalma hızı v ile ve birim uzunluğa düşen yük yoğunluğu da σ ile gösterilirse, boşalma akımı,

$$I = \sigma \cdot v \quad (10.1)$$

olar. Ana boşalmadan sonra, bulutun artık yükleri kanal üzerinden toprağa akarlar ve toprağa girdiği yerlerde de belirli bir akım meydana getirirler.



Şekil 10.5. Yıldırım akımı.

T : Yarı değer süresi, I_{max} : Maksimum akım.

Yıldırım akımlarının osilogramları, bunların zamana göre sabit olmadığını tersine yüksek değerli bir maksimum ile nisbeten küçük değerli bir

sürekli akım bileşenini ihtiva ettiğini gösterir. Şekil 10.5'de $i(t)=f(t)$ eğrisi gösterilmiştir. $i(t)$ akımı,

$$i(t) = I_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (10.2)$$

denklemiyle verilebilir. Yıldırım akımı, ana boşalma safhasını bulmadan önce, maksimum değerine ulaşır ve bundan sonra, yavaş yavaş tekrar sıfıra iner. Yıldırım akımlarının yarı değer süreleri 30 ile 100 μs arasında değişir. Bu nedenle standart bir yıldırım akımı için $T=50 \mu s$ alınabilir. Yıldırım akımı ile elektrik yükü arasında,

$$Q = 50 \cdot 10^{-6} \cdot I_{max} \quad (10.3)$$

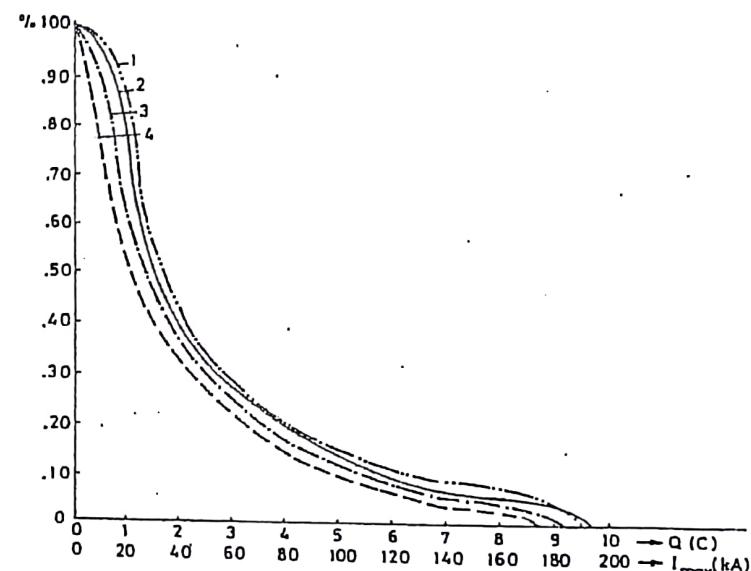
bağıntısı yazılabilir. Buna göre, 20 kA'lık bir yıldırımın elektrik yükü $Q=50 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3 = 1 C$ olur.

Bir yıldırımın karakteristik büyüklükleri olarak, kutbiyeti, dalga şekli ve yıldırım akımının tepe değeri sayılabilir.

a) **Yıldırım boşalmalarının kutbiyeti**, Pozitif veya negatif olabilir. Fakat negatif kutbiyetli yıldırımların sayısı daha yüksektir. Toplam yıldırım sayısının %70 ile %90'ı negatif kutbiyetlidir.

b) **Tek bir yıldırım tarafından toprağa akan elektrik yükü** iki kısımdan oluşur. Yükün birinci kısmı, ana boşalma sırasında toprağa geçer. Bu kanalda depo edilen yükü gösterir. Değeri, ortalama olarak 0,5 ile 1 C'dir. Bundan sonra bulutta kalan artık yükler, ana boşalmanın iletken kanalı üzerinden toprağa geçerler. Bulutun direncinin büyük olmasından dolayı, bu olay nisbeten daha yavaş seyreden. Yükün ikinci kısmının değeri birkaç koulon mertebesindedir. Böylece basit bir yıldırım tarafından toprağa geçen elektrik yükü 5 ila 6 C'dur. Çok kademeli yıldırımlarda bu değer 100 C'a kadar çıkabilir.

c) **İyi topraklanmış bir objeye düşen yıldırım akımının tepe değeri** birçok araştırmacı tarafından ölçülmüştür. İsviçre, Amerika, Almanya ve İngiltere'de yapılan ölçmeler sonunda, bir bölgeye düşen yıldırım akımlarının tepe değerlerinin dağılımları, yani absis eksenindeki akım değerine eşit veya bundan daha büyük akım değerini haiz olan yıldırım sayısının toplam yıldırım sayısına oranları, tespit edilmiş ve birikmeli olasılık eğrileri çıkarılmıştır (Şekil 10.6).



Şekil 10.6. Yıldırım akımlarının birikmeli olasılık eğrileri.

1: İsviçre; 2: Amerika
3: Almanya; 4: İngiltere

Bu eğrilerle göre, yıldırım akımları, birkaç kiloamper ile 200 kA arasında oldukça geniş sınırlar içinde değişmektedir. En çok meydana gelen yıldırım akımları 20 kA'ın altında olurlar. 200 kA'den büyük yıldırım akımlarına çok az rastlanır.

10.3. Yıldırımın Etkileri

Bir yıldırım madeni yapılara düşerse, bu yapılardan büyük bir akım geçer ve birçok durumda, özellikle yıldırımın düştüğü yerde madeni kısımlar eriyebilir. Ayrıca, elektrostatik zorlamalar dolayısıyla, akım ileten paralel kısımlar bükülür ve birbirlerine yaklaşırlar.

Yıldırımın elektrik tesisleri için ana tehlikesini akımın termik ve mekanik etkilerinden çok (aşırı yüksek) gerilimler oluşturur. Bu gerilimler, atlamlar ve tesisatın yalıtımında arızalar meydana getirebilirler.

KISIM 2

SIVI YALITKANLarda BOŞALMA OLAYLARI

Sivi yalitkanlar madeni ya  lar, re  neli ya  lar, klorlu ya  lar, fluorlu ya  lar, silikonlu ya  lar gibi bir çok türlere ayrılırlar ve yüksek gerilim tekniğinde çok önemli bir yer tutarlar. Bunların elektriksel dayanımları gazlara göre daha yüksektir;   isi konveksiyon yolu ile iletirler ve katı yalitkan maddenin yüzeyini havaya ve neme karşı korurlar.

Sivi yalitkanlar, ayrıca, aki  kan özellikte olduklarından, katı yalitkanlara göre daha kalın tabakalar halinde kullanılabilirler ve dielektrik katsayıları çok büyük olmadığından katı yalitkanların elektriksel zorlanmalarını azaltıcı yönde etkiler. Sivi yalitkanların en önemli elektriksel özellikleri delinme dayanımı, iletkenlik ve dielektrik kayıplarıdır. Bu özelliklere sivi yalitkan içinde bulunan nem, yabancı maddeler, gaz kabarcıkları ve hava boşlukları büyük ölçüde etkiler.

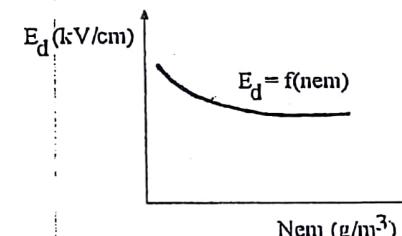
1

SIVI YALITKANLarda DELINME GERİLİMİNE ETKİ EDEN ETKENLER

1.1. Nem

Su damlacıkları içeren bir sivi yalitkanın delinme dayanımı, su damlacığı içermeyen aynı sivi yalitkanın delinme dayanımına aşağı yukarı eşittir. Fakat sivi yalitkan içinde çok az dahi olsa su buharı varsa, sivi yalitkanın delinme dayanımı küçülür. Örneğin %0,01 mertebede su buharı delinme dayanımını 300 kV/cm'den 30 kV/cm'ye düşürebilir.

Ayrıca sivi yalitkan içinde yabancı maddeler varsa, sıvının delinme dayanımı daha da düşer. Vakumda nemi alınmış bir ya  ın 1 mm elektrot açılış için delinme gerilimi, aşağı yukarı 45 kV'tur. Uygulamada kullanılan sivi yalitkanların 5 mm elektrot açılış için delinme gerilimleri 40 ila 60 kV arasında değişir. Vakumda nemi alınmış bir ya  ın delinme gerilimleri arasındaki farklar $\pm 1\%$ olduğu halde, uygulamada kullanılan yağların delinme gerilimleri arasındaki farklar $\pm 20\%$ civarındadır. Şekil 1.1'de $E_d=f(nem)$ eğrisi gösterilmiştir.



Şekil 1.1. $E_d=f(nem)$ eğrisi.

1.2. Toz, Is ve Elyaflı Parçacıklar

Bir sivi yalitkanın toz, is ve elyaflı parçacıklardan tamamen arınması hemen hemen olanaksızdır. Havanın toz ve nemi sıvı içine kolayca girdiği gibi, sıvının filtre edilmesi sırasında veya ka  it yalitkandan da sıvuya elyaflı parçacıklar girebilir. Bu parçacıklar, özellikle nemli oldukları zaman dielektrik katsayıları büyük birer dipol oluştururlar ve elektrik alanının maksimum olduğu bölgeye doğru hareket ederek orada iletken bir köprü meydana getirirler. Dielektrik katsayısı büyük olan parçacıklar çok kez sıvı yalitkan içinde pozitif elektrik yükleriyle yüklenirler ve bunların etrafında birer negatif iyon bulutu oluşur. Parçacıkların elektrik alanının maksimum olduğu bölgeye doğru hareketi, ancak, elektrik alanının çekme etkisinden ileri gelen parçacık hızına eşit veya ondan büyük olması ile olasıdır.

Sivi yalitkan içindeki yabancı parçacığın yarıçapı r , dielektrik katsayısi ϵ_r ise, parçacığın elektrik alanının maksimum olduğu bölgeye doğru hareketi,

$$\frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + 2\epsilon_0} \epsilon_0 r^3 E^2 \geq \frac{1}{4} kT \quad (1.1)$$

denklemiyle verilir. Bürada E , elektrik alanını, k Boltzmann sabitini ve T sıvı yalıtkanın mutlak sıcaklığını gösterir. Eğer $\epsilon > \epsilon_0$ ise (1.1) denklemi,

$$\epsilon_0 r^3 E^2 \geq \frac{1}{4} kT \quad (1.2)$$

şekline girer. Buna göre:

- 1) Çapı 10 Å ve daha küçük olan yabancı maddeler sıvı içinde 200 ile 250 kV/cm'lik alan şiddetlerine kadar, dağılmış durumda bulunurlar.
- 2) Dielektrik katsayısı küçük olan yabancı maddeler ($\epsilon < \epsilon_0$) küçük parçacıklar gibi sıvı içinde dağınık durumdadırlar.
- 3) Dielektrik katsayısı ve yarıçapı büyük olan parçacıklar, kolaylıkla bir köprü oluştururlar ve yağın delinme dayanımı etkiler. Eğer (1.2) denkleminde $\epsilon_0 = 1$, $k = 1,371 \cdot 10^{-23}$ J/K ve $T = 300^\circ\text{K}$ alınırsa parçacık çapı ile sıvı yalıtkanın delinme dayanımı arasında Çizelge 1.1'de görülen değerler elde edilir.

Cizelge 1.1. Parçacık çapına bağlı olarak sıvı yalıtkanın delinme dayanımı değerleri.

| Parçacık çapı (Å) | 15 | 25 | 50 | 60 | 75 | 100 | 300 | 500 |
|-------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| E_d (kV/cm) | 1600 | 700 | 250 | 200 | 150 | 90 | 19 | 9 |

Piyasada bulunan temizlikteki sıvı yalıtkanların delinme dayanımları 90 ile 200 kV/cm arasında değişmektedir. Delinme dayanımı 200 kV/cm'den yukarı olan sıvı yalıtkanlar azdır. Bir sıvı yalıtkanın delinme dayanımı, çok titiz temizleme ve diğer önlemlerle yükseltilebilir.

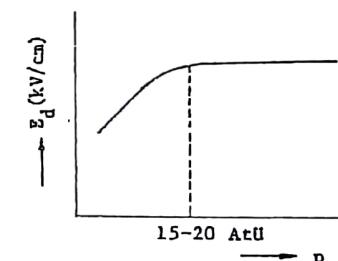
1.3. Gaz Kabarcıkları ve Hava Boşlukları

Yağ içinde bulunan elektrotlara büyükçe bir gerilim uygulanırsa, yabancı maddeler, daha önce açıklandığı gibi elektrik alanının en büyük olduğu bölgede iletken bir köprü oluştururlar ve Joule yasasına göre ısınırlar. Eğer devrenin direnci çok büyük değilse, bu sırada iletken

köprüden oldukça büyük akımlar geçebilir. Bu akım, yağın iletken köprü bölgesinde kuvvetle ısınmasına dolayı iletken köprünün parçalanmasına neden olur. Bu sırada yağ içinde gaz kabarcıkları meydana gelir ve bunlarda korona boşalması başlar. Korona boşalması, sıvının başlangıç sıcaklığına göre bir ışılıtı boşalma veya ark boşalmasına dönüşür. Eğer sıvı başlangıçta soğuk ise, yani 300°K mertebesinde ise bu durumda gaz kabarcığındaki boşalma ışılıtı boşalma, sıcak ise ark boşalması şeklinde olur.

1.4. Basınç

Daha önceki açıklamalardan anlaşılacağı üzere, doğru ve alternatif gerilimlerde sıvı yalıtkanın delinme dayanımı basınçla artar (Şekil 1.2). Darbe geriliminde ise delinme dayanımında bir değişiklik olmaz.



Şekil 1.2. Bir sıvı yalıtkanın delinme dayanımının basınçla değişimi.

1.5. Sıcaklık

Deneyler sıcaklığın sıvı yalıtkanların delinme dayanımına büyük bir etkisi olmadığını göstermektedir (Şekil 1.3).



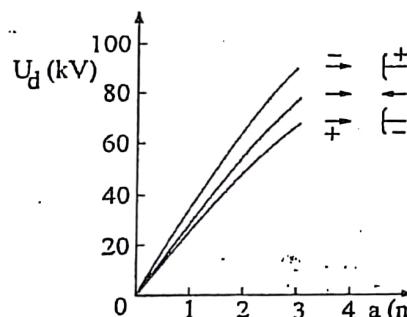
Şekil 1.3. Bir sıvı yalıtkanın delinme dayanımının sıcaklıkla değişimi.

1.6. Elektrot Malzemesi ve Yüzey Durumu

Elektrot malzemesi ve bunların yüzey durumu da delinme dayanımına etkiler. Küçük elektrot açıklıklarında elektrot malzemesi ve yüzey durumuna göre delinme dayanımında %50 farklar meydana gelebilir. Demir elektrot durumunda delinme dayanımı en küçük, gümüş elektrot durumunda ise en büyüktür. Her iki cins elektrotla yapılan ölçüme sonuçları arasında %25 fark saptanmıştır.

1.7. Elektrot Şekilleri ve Elektrotlar Arası Açıklık

Genel olarak sıvı yalıtkanların delinme dayanımı, gazlarda olduğu gibi, elektrot şekillerine ve elektrotlar arası açılığa bağlıdır. Düzgün olmayan alanda $U_d=f(a)$ eğrileri Şekil 1.4'de gösterilmiştir.

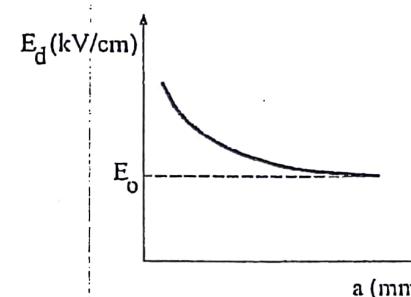


Şekil 1.4. Düzgün olmayan alanda $U_d=f(a)$ eğrileri.

Düzgün alan durumunda elektrotlar arası açılık büyükçe sıvı yalıtkanın delinme dayanımı küçülür. Açılık birkaç mm mertebesinde veya daha büyükse, o zaman delinme dayanımı aşağı yukarı sabit kalır (Şekil 1.5). $E_d=f(a)$ eğrisi yeter derecede yakınlıkla

$$E_d = E_0 + k \cdot a^{-n} \quad (1.3)$$

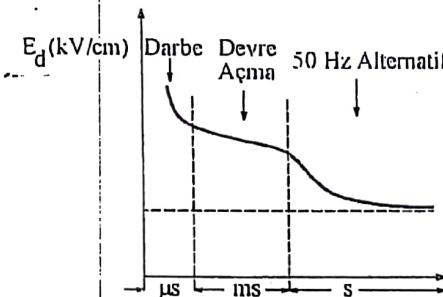
formülü ile verilebilir. Burada E_0 çok büyük elektrot açıklığındaki delinme dayanımını, k ve n de birer sabiti gösterirler.



Şekil 1.5. $E_d=f(a)$ eğrisi.

1.8. Gerilimin Uygulanma Süresi

Bir sıvı yalıtkanın delinme dayanımı, gerilimin uygulanma süresine, şokline ve yağın daha önceki durumuna da bağlıdır. Kısa süreli gerilimlerde (darbe gerilimi) delinme dayanımı, 50 Hz alternatif gerilimdeki delinme dayanımının yaklaşık iki katıdır. Şekil 1.6'da elektrotlara uygulanan gerilimin mikrosaniye, milisaniye ve saniye mertebesinde olması durumunda delinme dayanımının değişimi gösterilmiştir.



Şekil 1.6. Gerilimin uygulanma süresi ile delinme dayanımının değişimi.

Yapılan deneylere göre, gerilimin uygulanma süresi arttıkça, delinme dayanımı

$$E = E_0 \cdot t^{-\alpha} \quad (1.4)$$

denklemine göre küçülür. Burada E_d gerilimin çok kısa süre uygulanması durumundaki delinme dayanımını, E_d de gerilimin 1 saniye uygulanması durumundaki delinme dayanımını gösterir. α bir sabittir. Yağ ne kadar temiz olursa α o kadar küçük, dolayısıyla E_d o kadar büyük olur. α ve E_d ayrıca elektrotlar arası açıklığa bağlıdır.

2

SIVI YALITKANLarda DELİNME TÜRLERİ

Delinme gerilimine etki eden etkenlere ve deney sonuçlarına dayanarak, sıvı yalıtkanlar için termik delinme, elektromekanik delinme ve elektriksel delinme söz konusu olduğu anlaşılır.

2.1. Termik Delinme

Sıvı yalıtkan içinde hemen hemen daima su buharı, toz, is ve elyaflı parçacıklar bulunduğuundan, bir elektrik alanının etkisi altında bu yabancı parçacıklar polarize olurlar ve elektrik alanının büyük olduğu bölgede iletken bir köprü oluşturarak sıvı yalıtkanın kolaylıkla delinmesine neden olurlar. Doğru ve alternatif gerilimde sıvı yalıtkanın 1 dakikalık delinme dayanımının tayininde en çok meydana gelen boşalma şekli termik delinmedir. Termik delinmede yağın kendi fiziksel özelliklerinden çok yabancılardan maddelerin cinsi, miktarı ve büyüklükleri rol oynar.

2.2. Elektromekanik Delinme

Sıvı yalıtkan içinde gaz kabarcıkları ve hava boşlukları olduğu zaman, boşalma olayı, daha çok elektromekanik delinme şeklinde açıklanabilir. Elektrotlara bir gerilim uygulanmadığı sürece, sıvı yalıtkan, elektrotlara (p_D-p_H) basıncı ile etkir. Burada p_D dış basıncı, p_H da gaz kabarcıklarının basıncını gösterir.

Sıvı yalıtkan elektrotlara ayrıca bir p_A adhesion basıncı ile bağlıdır. Demek ki, elektrotlara bir gerilim uygulanmadığı sürece sıvı yalıtkanın elektrotlara uyguladığı toplan basıncı $p_D+p_A-p_H$ dir.

Elektrotlara bir gerilim uygulandığı zaman elektrotlar arası çekme kuvvetinden ileri gelen basıncı

$$p = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad (2.1)$$

dir. Bu basınç $p_D + p_A - p_H$ dan büyük veya ona eşitse delinme olur. Çünkü bu durumda katottan çıkan her elektron anoda varır ve bu sırada kendisi için bir yedek elektron meydana gelir.

$$\frac{1}{2} \epsilon E_d^2 = p_D + p_A - p_H = p \quad (2.2)$$

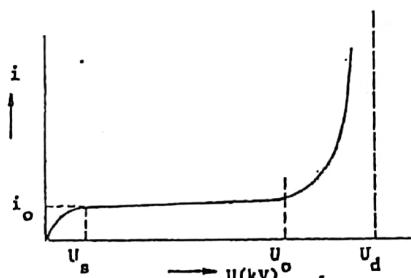
denkleminden delinme dayanımı için

$$E_d = \sqrt{\frac{2p}{\epsilon}} \quad (2.3)$$

denklemi bulunur. Burada p (N/m^2) ve ϵ (F/m) cinsinden alınırsa. E_d (V/m) cinsinden elde edilir.

2.3. Elektriksel Delinme

Eğer sıvı yalıtkan çok temiz ise veya çok kısa süreli gerilimlerin uygulanması söz konusu ise, bu durumda boşalma olayı, daha çok gazlarda olduğu gibi elektriksel boşalma teorisile açıklanabilir. Çok temiz sıvı bir yalıtkan içinde bulunan elektrotlara bir doğru gerilim uygulanırsa $i=f(u)$ eğrisi gazlardakine benzer (Şekil 2.1).



Şekil 2.1. Sıvı yalıtkanlarında $i=f(u)$ eğrisi.

Buna göre, küçük gerilimlerde akım gerilimle lineer olarak yükseılır. Bundan sonra, doyma bölgesine erişilir. Bu bölgede gerilimin U_0 değerine kadar yükselmesi, akımda aşağı yukarı bir değişiklik yapmaz.

U_0 'dan sonra akım eksponansiyel olarak artmaya başlar. Akım yoğunluğu için

$$i = i_0 \cdot e^{ka(E-E_0)} \quad (2.4)$$

denklemi yazılabilir. Burada i , E elektrik alanındaki akım yoğunluğunu; i_0 da E_0 elektrik alanındaki akım yoğunluğunu gösterir. a elektrotlar arası açıklık, k da elektrotlar arası açıklığa ve sıvı yalıtkanın cinsine bağlı bir sabittir. Denklem, $i=i_0 \cdot e^{\alpha a}$ denklemine benzemektedir. Yalnız burada α yerine

$$\alpha = k(E - E_0) \quad (2.5)$$

terimi gelmiştir.

i_0 doyma akım yoğunluğu gazlarda işinlama cinsine bağlı olduğu halde sıvı yalıtkanlarda daha çok elektrotların yüzey durumuna bağlıdır. Temiz elektrotlar ve madeni yağlar için $i_0 \approx 4,5 \cdot 10^{-10} A/cm^2$ dir. Elektrotlar arası açıklık büyündükçe i_0 küçülür. Örneğin $a=12$ cm için $i_0=3 \cdot 10^{-10} A/cm^2$ dir. Çarpma suretiyle iyonizasyonun başladığı U_0 gerilimine karşılık olan E_0 elektrik alanı da yağın temizliğine bağlıdır. Orta temizlikteki bir yağ için $E_0=100 kV/cm$ alınabilir. Gerilim-akım eğrisinin U_0 dan başlayarak eksponansiyel olarak artması, gazlarda olduğu gibi çarpma suretiyle iyonizasyon olayı ile açıklanabilir.

KISIM 3

KATI YALITKANLarda BOŞALMA OLAYLARI

1

DİELEKTRİK KAYIPLARI VE KAYIP SAYISI

Gaz ve sıvı yalitkanlarda dielektrik kayipları pek hesaba katılmaz. Çünkü bunlarda hem dielektrik kayipların değerleri küçüktür, hem de yerel ısınma yerleri diğer yerlerden gelen gaz ve sıvı akışı ile kolayca soğur. Oysa katı yalitkanlarda durum böyle değildir. Katı yalitkanlarda iletkenlik ve korona kayiplarından başka dipol ve dielektrik histerezis kayipları da önemli bir yer tutarlar. İletkenlik kaybı, katı yalitkanın ohmik direnci veya iletkenliğinden, dipol kaybı da yalitkan içersindeki dipollerin elektrik alanı doğrultusuna yönelmeleri sırasında moleküllerin birbirine sürüntünmelerinden ileri gelir. Bu kayıp, büyük ölçüde yalitkanın dielektrik katsayısına ve gerilimin frekansına bağlıdır. Dielektrik histerezis kaybına gelince, bu kayıp, yalitkan maddenin dielektrik katsayıları ve iletkenlikleri sarkılı olan parçacıklardan oluşması durumunda meydana gelir. Bir yalitkanın dielektrik katsayıları ϵ_1 ve ϵ_2 ve özgül iletkenlikleri χ_1 ve χ_2 olan iki tabakadan oluşması durumunda

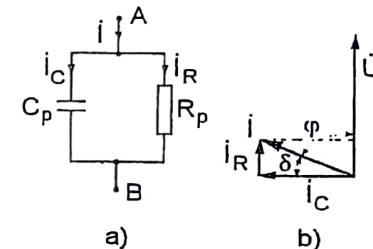
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \quad \text{ve} \quad i_1 = \chi_1 E_1 \quad i_2 = \chi_2 E_2 \quad (1.1)$$

bağıntıları olduğundan, bu iki tabakadaki akım yoğunlıklarının eşit olması için

$$\frac{\chi_1}{\chi_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (1.2)$$

olması gereklidir. Aksi durumda tabakalardan birindeki akım yoğunluğu, diğerinden büyük olacağinden, sınır yüzeyde yük birikir. Bu yükler, ancak

zamanla dengelenir. Dolayısıyla bir dielektrik histerezis olayı meydana gelir. Bir katı yalitkanın yalnız iletkenlik kaybı varsa, bu durumda bu yalitkan madde, ya paralel bağlı C_p kapasitesi ve R_p direnciyle veya seri bağlı C_s kapasitesi ve R_s direnciyle gösterilebilir. Şekil 1.1'de bir katı yalitkanın paralel eşdeğer devresi ve fazör diyagramı gösterilmiştir.



Şekil 1.1. Bir katı yalitkanın paralel eşdeğer devresi ve fazör diyagramı.

Bu durumda yalitkanın vatlı kaybı

$$P = UI_R$$

dir. Burada I_R yerine (paralel eşdeğer devreden)

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{1}{R_p \omega C_p} = \frac{U / R_p}{\omega C_p U} \quad (1.3)$$

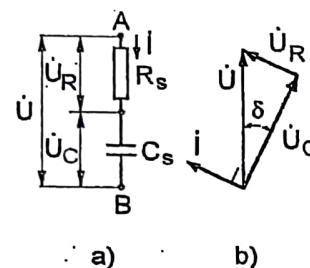
den $I_R = I_C \cdot \operatorname{tg}\delta$ ve I_C yerine de

$$I_C = \omega C_p U \quad I_R = \omega C_p \operatorname{tg}\delta \cdot U$$

konursa

$$P = \omega C_p \operatorname{tg}\delta \cdot U^2 \quad (\text{paralel}) \quad (1.4)$$

olur.



Sekil 1.2. Bir katı yalıtkanın seri eşdeğer devresi ve fazör diyagramı

Seri eşdeğer devrede (Şekil 1.2)

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{R_s I}{I} = R_s \omega C_s, \quad Z = R_s + \frac{j}{\omega C_s} \quad \text{ve} \quad P = \frac{\omega C_s \operatorname{tg}\delta \cdot U^2}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta} \quad (1.5)$$

olduğundan, C_p ile C_s arasındaki bağıntı

$$C_s = C_p (1 + \operatorname{tg}^2 \delta) \quad (1.6)$$

olarak

Şimdi özgül güç kaybı ve kayıp sayısını bağıntılarını verelim. Paralel eşdeğer devreden, düzlemsel yalıtkan için

$$C_p = \frac{S}{a}$$

değeri $P = \omega C_p \operatorname{tg}\delta U^2$ de yerine konursa, güç kaybı

$$P = \omega \frac{S}{a} \operatorname{tg}\delta U^2 \quad (1.7)$$

şekline girer. Dolayısıyla birim hacme düşen güç kaybı yani özgül güç kaybı.

$$P = \frac{P}{S \cdot a} = \omega \epsilon \operatorname{tg}\delta \left(\frac{U}{a} \right)^2 = \omega \epsilon \operatorname{tg}\delta E^2 = 2 \pi \epsilon f \operatorname{tg}\delta E^2 \text{ W/cm}^3 \quad (1.8)$$

olarak,

$$k = 2 \pi \epsilon f \operatorname{tg}\delta \quad (1.9)$$

konursa, özgül güç kaybı,

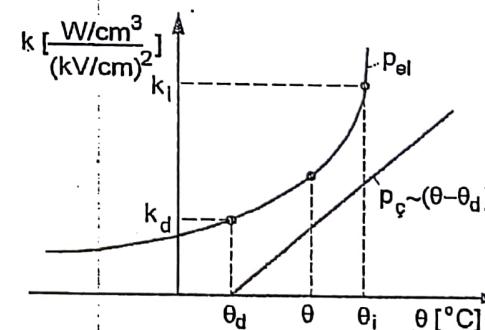
$$P = k E^2 \quad (1.10)$$

şekline girer. Burada k 'ya kayıp sayısı denir. Kayıp sayısının birimi $(\text{W/cm}^3)/(\text{kV/cm})^2$ dir.

Çeşitli katı yalıtkanlarda kayıp sayısı, sıcaklığı ve frekansa bağlıdır. Örneğin sert kağıdın kayıp sayısını sıcaklığa göre

$$k = k_d \cdot e^{\beta(\theta - \theta_d)} \quad (1.11)$$

ifadesiyle verilebilir. Burada k_d , θ_d sıcaklığındaki kayıp sayısını, β da katı yalıtkanın cinsine bağlı bir sabiti gösterir (Şekil 1.3).



Sekil 1.3. Katı yalıtkanlarda kayıp sayısının sıcaklığına göre değişimi.

Eğer yalıtkanın θ_i iç sıcaklığındaki kayıp sayısı k_i ile gösterilirse, β sabiti

$$\beta = \frac{\ln \frac{k_i}{k_d}}{\theta_i - \theta_d} \quad (1.12)$$

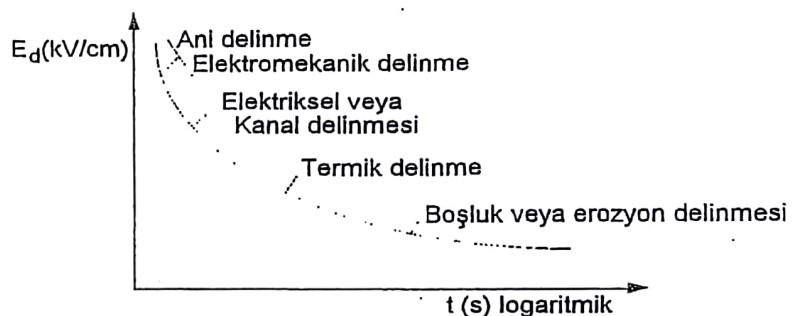
formülünden kolayca hesaplanabilir.

Bir katı yalıtkanın ϵ , C ve tgd değerleri sıcaklığa, frekansa ve gerilime bağlı olduğundan, bu değerler belirtilirken sıcaklığın, frekansın ve gerilimin verilmesi gereklidir.

2

KATI YALITKANLarda DELİNME TÜRLERİ

Katı yalıtkanlarda delinme dayanımı, gerilimin uygulanma süresine çok bağlıdır. Delinme dayanımının değeri, nano ve mikrosaniye mertebesindeki kısa ve orta süreli gerilim uygulanmalarında çok farklı olur (Şekil 2.1).



Şekil 2.1. Katı yalıtkanlarda delinme dayanımının geriliminin uygulanma süresine bağlı olarak değişimi.

Uzun süreli gerilim uygulanması durumunda delinmeye yeten gerilim, darbe gerilimindeki delinme geriliminin ancak bir kesri kadardır. Eğer yalıtkanın dielektrik kayıpları büyükse, bu fark da büyük olur. Yıllarca süren gerilim uygulamaları durumunda katı yalıtkanın içinde bulunan boşluklarda devamlı olarak korona kayıpları meydana gelir; dolayısıyla yalıtkan madde aşınarak delinir. Çok kısa süreli gerilim uygulamaları durumunda ise, delinme daha çok ani delinme veya elektromekanik delinme şeklinde olur.

2.1. Ani Delinme

Çok kısa süreli gerilim uygulamaları durumunda, katı yalıtkanın delinme dayanımı, ani delinme adı verilen bir üst sınır değere kadar çıkar. Ani delinme 10^{-8} s'lik bir zaman içinde geliştiği için, yapısal olarak

elektroniktir ve alan değeri 10^6 V/cm'yi aşmaktadır. Ani delinme dayanımı, yalıtkan içindeki elektronların uygulanan alandan kazandıkları enerjinin elektronların bireleşme değerinden iletim bandına geçmelerini önleyen engeli aşmalarına yeterli olması durumunda eriştiği kabul edilir. Ani delinmeye neden olan alan şiddetinin değerini tahmin etmek için birçok yaklaşımda bulunulmuştur, fakat halen tam anlamıyla geçerli bir çözüm bulunamamıştır.

2.2. Elektromekanik Delinme

Kırılmaksızın dikkate değer bir şekil değiştirmesine dayanabilen cisimler, statik elektrik basıncı, mekanik basıncı eşit veya ondan büyük olduğu zaman kırılabilir. Statik elektrik basıncı yalıtkana gerilim uygulanması durumunda yüzlerden birinde pozitif, diğerinde negatif yüzey yükleri oluşmasından ileri gelir. Alan şiddeti 10^6 V/cm mertebesinde ise, statik elektrik basıncı birkaç kg/cm² mertebesine ulaşabilir.

Garton'a göre, Young modülü Y olan a_0 (m) kalınlığındaki bir yalıtkan numuneye U gerilimi uygulandığı zaman numunenin kalınlığı a' ya iniyorsa, statik elektrik basıncın mekanik basıncı eşit olması koşulundan,

$$\frac{1}{2}\epsilon E^2 = \frac{1}{2}\epsilon \left(\frac{U}{a}\right)^2 = Y \cdot \ln\left(\frac{a_0}{a}\right)$$

denklemi veya

$$U^2 = a^2 \frac{2Y}{\epsilon} \ln \frac{a_0}{a} \quad (2.1)$$

denklemi yazılabilir. Bunun a' ya göre türevi alınırsa, $a/a_0 = e^{-1.2} = 0.6$ olduğu zaman, $a^2 \ln(a_0/a)$ 'nın bir maksimumu olduğu anlaşılmır. Buna göre U'nun hiçbir gerçek değeri, (a/a_0) 'nın 0,6'dan küçük kararlı bir değerini vermez. Eğer bu değerde ani delinme dayanımına erişilmezse, U daki çok az bir artış, kalınlığı kararsız kılar ve numune kırılır. Böylece en yüksek delinme dayanımı,

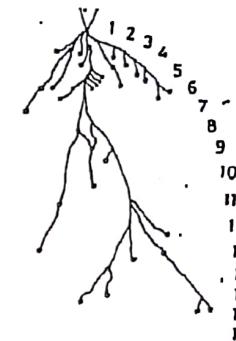
$$E_d = \frac{U}{a_0} = 0.6 \left(\frac{Y}{\epsilon}\right)^{1/2} \quad (2.2)$$

olur. Burada Y Young modülünün zamana ve basıncı bağlılığı ve plastik akma ihmal edilmiştir.

2.3. Elektriksel veya Kanal Delinmesi

Bir katı yalıtkan numune içine tam olarak gömülü elektrotlara bir gerilim uygulandığı zaman, kanal boşalma teorisinde olduğu gibi, katottan itibaren bir etkili elektron, çarpma suretiyle çoğalarak bir elektron çığı meydana getirebilir ve bu çığ belli bir kritik yolu aşınca kanala dönüşür ve olay delinme ile tamamlanabilir.

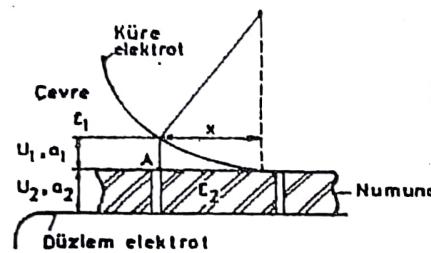
Delinme genel olarak tek bir boşalma kanalından ibaret değildir. Saydam bir yalıtkan numune içine gömülü çubuk-düzlem elektrot sistemine bir darbe gerilimi uygulandırsa, ağaca benzer delinme kanalları meydana gelir (Şekil 2.2).



Şekil 2.2. Perspektif içinde çubuk-düzlem elektrotlar arasında meydana gelen delinme kanalları.

Cooper, şekilde görülen delinme kanallarını çubuk-düzlem elektrot sistemine aynı genlikli 1/30 µs lik bir sıra darbe gerilimi (toplam darbe sayısı 190) uygulamak suretiyle elde etmiştir. Her darbe gerilimi bir kanal üretmemeyebilir. Şekil 2.2'de ortaya çıkan kanal sayısı 16 dir ve (n) noktası n'inci kanalın sonunu gösterir.

Alternatif gerilimde delinme için gerekli süre, birkaç saniye ile birkaç dakika arasında değişir. Uygulamada elektrotları katı yalıtkan içine iyice gömülü basit bir sisteme pek az rastlanır. Gerçekte katı yalıtkan bir veya daha çok sıvı veya gaz (hava) yalıtkan madde ile birlikte zorlanmaya maruzdır. Şekil 2.3'de küre-düzlem elektrot sistemiyle denenen bir katı yalıtkan numune ve deney düzeni gösterilmiştir.



Şekil 2.3. Katı yalıtkan numunenin çevre boşalması sonucu delinmesi.

ϵ_1 : Çevre ortamın dielektrik katsayısi
 ϵ_2 : Yalıtkanın dielektrik katsayısi.

Elektrotlara bir U gerilimi uygulanınca bunun U_1 kadarı çevre üzerinde dır. Elektrodun deyme noktasındaki x açılığında U_1 'in yaklaşık olarak değeri

$$U_1 = \frac{a_1 \cdot U}{a_1 + (\epsilon_1 / \epsilon_2) a_2} \quad (2.3)$$

dir. Burada a_1 ve a_2 1 ve 2 ortamlarının kalınlıklarını, ϵ_1 ve ϵ_2 de bağılı dielektrik katsayılarını gösterir.

Gaz veya havadan oluşan çevrenin dielektrik katsayısi, katı yalıtkan numunenin dielektrik katsayılarından çok daha küçük olduğundan, çevre ortam daha büyük bir elektriksel zorlanmaya maruz kalır. Sonuç olarak katı yalıtkanın ani delinme dayanımına erişilmeden önce, çevre ortam delinir. Numunenin yüzeyinde boşalmanın olduğu yerde (Şekil 2.3'de A bölgesi) bir yük birikmesi olur ve bu yük birikimi bu bölgedeki alanı büyük ölçüde bozar. Böylece çevre ortamın delinmesiyle meydana gelen yükler, başlangıçtaki düzgün alana yakın alanı çubuk-düzlem elektrot sisteminin düzgün olmayan alanına dönüştürür. Bir boşalma kanalının uçları arasındaki yük yoğunluğu ani delinme alanından çok daha yüksek olan 10 MV/cm mertebesinde bölgeSEL alanlara neden olur ve bu alanlar boşalma kanal uçlarında bölgeSEL delinmeler meydana getirir. Yalıtkan içinde bu şekilde delinme kanallarının oluşması ve bütün kalınlık boyunca adım adım ilerlemesi sonucu delinme olayı tamamlanır.

2.4. Termik Delinme

Bir katı yalıtkana oda sıcaklığında bir gerilim uygulanırsa, bu durumda yalıtkandan geçen iletkenlik akımı, genellikle çok küçük olur. Fakat sıcaklık yükselirse, iletkenlik akımı da hızla büyür. Böylece akım tarafından üretilen ısı, kısmen çevreye atılırken, kısmen de yalıtkan içinde kalıp, bu sıcaklığı meydana getiren akımı, dolayısıyla yalıtkanın sıcaklığını yükseltir. Eğer yalıtkan içinde herhangi bir noktada üretilen ısı, dışarıya atılan ısıdan daha büyükse, kararsız bir durum söz konusu olur ve yalıtkan, termik delinme ile delinir.

Enerjinin, dolayısıyla ısının korunuşu ilkesine göre, yalıtkan içinde üretilen ısı miktarı ile dışarıya atılan ısı miktarı arasındaki fark, yalıtkan içinde kalan ısı miktarını verir. Yalıtkan içinde birim hacimde ve birim zamanda üretilen ısı miktarı, p (W/cm^3) ise V (cm^3) hacminde üretilen ısı miktarı

$$\int_V p \cdot dV \quad (2.4)$$

dir. Dışarıya atılan ısı miktarı ise, şöyle bulunur: Isı akış vektörü \bar{I} olduğuna göre, V hacmini sınırlayan S yüzeyinden çıkan ısı miktarı

$$\int_S \bar{I} \cdot d\bar{S} \quad (2.5)$$

dir. \bar{I} ısı akış vektörü sıcaklık cinsinden

$$\bar{I} = -\lambda \cdot \text{grad} \theta \quad (2.6)$$

denklemiyle verilir. Burada \bar{I} nin birimi (W/cm^2), $\text{grad} \theta$ nin ($^\circ\text{C}/\text{cm}$) olduğuna göre λ nin birimi ($\text{Wcm}/\text{cm}^2 \cdot ^\circ\text{C}$) olur. λ ya yalıtkanın ısı iletim katsayıısı denir.

Yalıtkan içinde üretilen ısı miktarı ile dışarıya atılan ısı miktarı arasındaki fark, birim zamanda yalıtkan içinde kalan ısı miktarını verir; yani

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \cdot c \cdot \theta \cdot dV = \int_V p \cdot dV - \int_S \bar{I} \cdot d\bar{S} \quad (2.7)$$

olur. Burada ρ yalıtkanın özgül kütlesini (g/cm^3), c özgül ısısını ve θ de ($^\circ\text{C}$) cinsinden sıcaklığını gösterir. Diverjans teoremine göre

$$\int_S \bar{\mathbf{I}} \cdot d\bar{S} = \int_V (\operatorname{div} \bar{\mathbf{I}}) \cdot dV \quad (2.8)$$

olduğundan,

$$\rho \cdot c \frac{\partial \theta}{\partial t} + \operatorname{div} \bar{\mathbf{I}} = p$$

veya $\bar{\mathbf{I}}$ yerine $-\operatorname{grad} \theta$ konursa,

$$\rho \cdot c \frac{\partial \theta}{\partial t} - \lambda \cdot \operatorname{div}(\operatorname{grad} \theta) = p \quad (2.9)$$

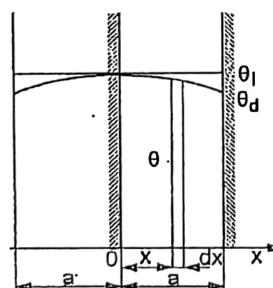
denklemi elde edilir.

Stasyoner durumda $\partial \theta / \partial t = 0$ olduğundan, yukarıdaki denklem

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} \theta) = \nabla^2 \theta = -\frac{p}{\lambda} \quad (2.10)$$

şekline girer (Poisson denklemi).

Şimdi bu denklemi tabaka şeklinde bir katı yalıtkan için çözelim: Tabakanın bir tarafı ısı iletimine karşı yalıtılmış diğer tarafı yalıtmamış olsun (Şekil 2.4). Bu, gerçekte 2a kalınlığındaki yalıtkanın bir yüzü ile ortasından geçen paralel bir düzlem arasındaki sıcaklık değişiminin incelemesinden başka birsey değildir.



Şekil 2.4.

Yalıtkanın kalınlığı a , dış sıcaklığı θ_d , ısı iletim katsayısı λ ve θ sıcaklığındaki kayıp sayısının da k olsun. Bu durumda

$$\nabla^2 \theta = -\frac{p}{\lambda}$$

denklemi

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = -\frac{p}{\lambda} \quad (2.11)$$

şeklini alır. Burada p yerine kE^2 ve k yerine de $k = k_d \cdot e^{\beta(\theta - \theta_d)}$ eşitliği konursa, denklem

$$\lambda \frac{d^2 \theta}{dx^2} + k_d \cdot e^{\beta(\theta - \theta_d)} \cdot E^2 = 0 \quad (2.12)$$

şeklini alır. Bu denklemin çözümü, belirli bir θ_d dış sıcaklığı için elektrotlara uygulanabilecek en büyük gerilimi verir. Yalıtkan içinde ısı bakımından kararlı bir durum ancak $\theta_i - \theta_d$ sıcaklık farkını, $1,19/\beta$ ya eşit yapan gerilimlere kadar mümkündür; yani

$$\theta_i - \theta_d = \frac{1,19}{\beta} \quad (2.13)$$

koşulunu sağlayan gerilim,

$$U_{kr} = E \cdot a = 0,938 \sqrt{\frac{\lambda}{k_d \cdot \beta}} \quad (2.14)$$

olur. Demek ki, belirli bir dış sıcaklıkta bulunan belirli bir katı yalıtkan için aşılmasası gereken belirli bir U_{kr} gerilimi vardır. Gerilimin bu değeri aşması durumunda yalıtkan içinde termik denge sağlanamaz ve yalıtkan delinir.

Görülüyor ki, dielektrik kayıplardan ötürü, yalıtkanın ısınarak delinmesinde, yalıtkanın kalınlığı pek rol oynamamaktadır. U_{kr} gerilimi λ nın karekökü ile doğru ve k_d ile β 'nın da karekökü ile ters orantılıdır.

Yalıtkan maddelerde k_d kayıp sayısı.

$$40^\circ\text{C} \text{ da } k_{40} = (2 \text{ ile } 7) \cdot 10^{-6} \frac{\text{W/cm}^3}{(\text{kV/cm})^2}$$

$$90^\circ\text{C} \text{ da } k_{90} = (10 \text{ ile } 40) \cdot 10^{-6} \frac{\text{W/cm}^3}{(\text{kV/cm})^2}$$

ısı iletim katsayıısı

$$\lambda = 0,0007 \text{ ile } 0,0016 \frac{\text{W/cm}^2}{^\circ\text{C/cm}}$$

β da

$$\beta = 0,013 \text{ ile } 0,050$$

arasında değişirler.

Her iki taraşı soğuyan tabaka şeklindeki bir yalıtkan için yukarıdaki denklem

$$U_{kr} = 1,87 \sqrt{\frac{\lambda}{k_d \cdot \beta}} \text{ kV}_{ef} \quad (2.15)$$

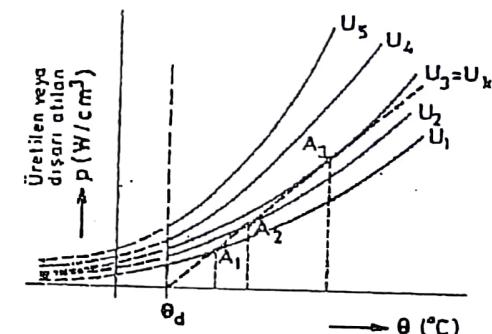
şeklini alır. Örneğin bir yalıtkan için $\lambda = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{W/cm}^2}{^\circ\text{C/cm}}$, $k_{90} = 2 \cdot 10^{-5}$

$\frac{\text{W/cm}^3}{(\text{kV/cm})^2}$ ve $\beta = 0,03 \text{ 1/}^\circ\text{C}$ ise U_{kr} gerilimi

$$U_{kr} = 1,87 \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^{-3}}} \approx 109 \text{ kV}_{ef}$$

olur. Silindir şeklindeki yalıtkanlar için de benzer sonuçlar bulunur.

Bir yalıtkanda termik delinme geriliminin büyük olması için, k kayıp sayısının ve β nin küçük λ nin büyük olması gerekir. Eğer bütün dielektrik kayıpların yalıtkanın iç kenarında meydana geldiği kabul edilirse, bu durumda birim yüzeyde meydana gelen p_{ol} dielektrik kayıpları ile birim yüzeyden çıkan p_g kayıpları için Şekil 2.5'de gösterilen eğriler geçerli olur. Buna göre U_1 ve U_2 gerilimlerinde A_1 ve A_2 noktalarında termik denge sağlanır. Fakat U_3 geriliminden sonra U_4 , U_5 gerilimlerinde termik denge sağlanamaz. Burada $U_3 = U_{kr}$ dir. Dielektrik kayıpların küçülmesi veya daha çok ısının dışarıya atılmasıyla termik delinme gerilimi yükseltilenbilir.



Şekil 2.5.

Alternatif gerilimlerdeki ısı kayıpları doğru gerilimlerden daha büyüktür. Çünkü doğru gerilimde dipol hareketleri ve dielektrik histerezis kayıpları söz konusu değildir. Sonuç olarak termik delinme dayanımı, genellikle alternatif gerilimlerde küçütür ve gerilimin frekansı yükseldikçe daha da küçülür. Çizelge 2.1'de bazı katı yalıtkanların 20°C da doğru ve 50 Hz alternatif gerilimde termik delinme dayanımları verilmiştir. Bu değerler yalıtkanın kalınlığına bağlı değildir ve kalınca bir yalıtkan dilimi için geçerlidir.

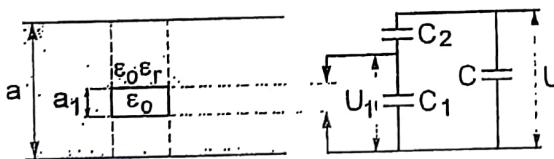
2.5. Boşluk veya Erozyon Delinmesi

Yalıtım sistemlerinde, her zaman, yalıtkanın içinde veya elektrotlarla yalıtkanın sınır yüzeyinde bazı boşluklar veya oyuklar bulunur. Bu boşluklar, genellikle delinme dayanımı katı yalıtkanından daha düşük olan gaz (hava) veya sıvı yalıtkanla doludur. Ayrıca bu dolgu maddelerinin dielektrik katsayıları katı yalıtkanından daha küçüktür.

Cizelge 2.1. Bazı katı yalıtkanların 20°C de doğru ve alternatif gerilimdeki termik delinme dayanımları.

| Malzeme | En büyük termik delinme dayanımı (MV/cm) | |
|--------------------------|---|-----------------|
| | Doğru Akım | 50 Hz Alt. Akım |
| Kristaller: | | |
| Mika | 24 | 7-18 |
| Muskovit | 38 | 1.4 |
| Kuvars: | | |
| Eksenine dik olarak | 12000 | - |
| Eksenine paralel olarak | 66 | - |
| Katkılı (saf değil) | - | 2.2 |
| Porselen: | | |
| Steatit (H.V.) | - | 9.8 |
| Steatit (L.F.) | - | 1.5 |
| Yüksek kaliteli porselen | - | 2.8 |
| Organik maddeler: | | |
| Kondansatör kağıdı | - | 3.4-4 |
| Ebonit | - | 1.45-2.75 |
| Polietilen | - | 3.5 |
| Polistiren | - | 5 |
| Polistiren (1 MHz de) | - | 0,05 |
| Akrilik reçine | - | 0,3-1,0 |

Dolayısıyla boşluktaki elektrik alanı katı yalıtkandaki alanдан daha büyüktür. Sonuç olarak yalıtkanın normal zorlanması altında boşluğun uçları arasındaki gerilim boşluğun delinme gerilimini aşabilir ve yalıtkan zamanla delinir. Şekil 2.6'da eşdeğer devreyle birlikte tabaka şeklinde kalınlığı a_1 olan bir boşluğu ve a kalınlığında yalıtkan tabakanın dik kesiti görülmektedir.



Şekil 2.6. Boşluk içinde elektriksel boşalma ve bunun eşdeğer devresi.

Eşdeğer devredeki C_1 boşluğun kapasitesini, C_2 ise C_1 ile seri bağlı yalıtkanın kapasitesini gösterdiğine ve $a_1 < a$ olduğuna göre,

$$U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot U \quad (2.16)$$

denklemi ile yazılabilir. Burada

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{a_1}, \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{a - a_1} \quad (2.17)$$

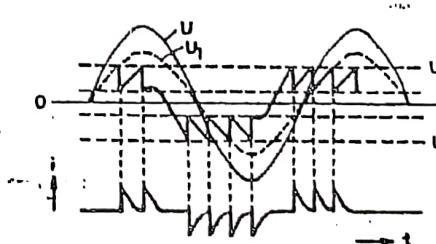
olduğu göz önüne alınırsa.

$$U_1 = \frac{U}{1 + \frac{1}{\epsilon_r} \left(\frac{a}{a_1} - 1 \right)} \quad (2.18)$$

elde edilir. $a_1 < a$ olduğundan, boşluğun uçları arasındaki gerilim yaklaşık olarak

$$U_1 \approx \epsilon_r \frac{a_1}{a} \cdot U \quad (2.19)$$

olar. Burada ϵ_r , yalıtkanın bağılı dielektrik katsayısıdır. Uygulanan bir U geriliminde U_1 'in değeri a_1 açığının U^+ delinme gerilimine eriştiğinde boşluk delinilebilir. Sintüsolidal bir alternatif gerilim altında boşluktaki delinmeler Şekil 2.7'de gösterilmiştir.



Şekil 2.7. Alternatif gerilimde boşluğun bir dizi delinmesi.

Kesikli çizgili eğri, boşlukta boşalma olmaması durumunda boşluğun uçlarındaki gerilimi gösterir. U_1 gerilimi U^+ değerine erişince boşlukta boşalma olur ve gerilim düşerek boşluk uçlarındaki ark söner. Boşluk uçlarındaki gerilim, tekrar bir boşalmanın olduğu U^+ değerine kadar artmaya başlar. Buna göre, uygulanan gerilimin yükselen kısmında birkaç boşalma olabilir. Benzer olarak uygulanan gerilimin azalmasında boşluk uçlarındaki gerilim U^- değerine eriştiğinde tekrar boşalma olur. Böylece gerilimin azalması veya yükselmesinde sırasıyla negatif ve pozitif akım darbeleri meydana gelir.

Boşlukta delinme olduğu zaman yalıtkanın buradaki yüzleri, bir anlık anot ve katot görevini görür. Anoda çarpan elektronlardan bazılarının enerjileri yalıtkan yüzeyindeki kimyasal bağı kırabilirler. Benzer olarak katodun pozitif iyonlarla bombardımanı da yüzey sıcaklığının artmasına ve yerel termik kararsızlığa neden olabilir. Boşluk yüzeyinde oluşan çukurçuklar ve kanalıklar da iletimi arttırırlar. Ayrıca boşalmalar sırasında boşlukta oluşan O_3 (ozon) ve NO_2 gibi gazlar da kuvvetli bir asit meydana getirerek yalıtkanı aşındırırlar.

Yalıtkanın erozyonu (aşınması) uygulanan gerilimin büyüklüğü ile artar. Genel olarak bir yalıtkanın ömrü $(U_i/U)^n$ ile orantılıdır. Burada U yalıtkana uygulanan gerilimi, U_i boşalma başlangıç gerilimini ve n de yalıtkan türüne ve çevre koşullarına bağlı bir sabiti gösterir. n 'in değeri 3 ile 10 arasında değişir. Erozyonla delinme birkaç günden birkaç yıl kadar uzanan bir süre içinde olabilir.

KAYNAKLAR (BÖLÜM 2)

- [1] ÖZKAYA, M., Yüksek Gerilim Tekniğinde Deşarj Olayları, İ.T.Ü. Kütüphanesi, Sayı 1152, İstanbul 1979.
- [2] ALSTON, L.L., High Voltage Technology, Oxford Universiy Press, London, 1968.
- [3] BIRKS, J.B., SCHULMAN, J.H., Progress in Dielectrics, I, III, John Wiley and Sons Inc., 1959.
- [4] BROWN, S.C., Basic Data of Plasma Physics, The M.I.T. Press, 1959.
- [5] DEKKER, A.J., Solid State Physics, Prentice Hall Inc., New York, 1961..
- [6] KUFFEL, E., ABDULLAH, M., High-Voltage Engineering, Pergamon Press, 1970.
- [7] LOEB, L.B., Electrical Coronas, University of California Press, 1965.
- [8] O'DWYER, J.J., The Theory of Electrical Conduction and Breakdown in Solid Dielectrics, Clarendon Press, Oxford, 1973.
- [9] O'DWYER, J.J., The Theory of Electric Breakdown of Solids, Oxford at the Clarendon Press, 1964.
- [10] NASSER, E., Fundamentals of Gaseous Ionization and Plasma Electronics, Wiley Interscience, New York, 1971.
- [11] WHITEHEAD, S., Dielectric Breakdown of Solids, Oxford at the Clarendon Press, 1953.
- [12] BRINKMANN, C., Die Isolierstoffe der Elektrotechnik, Springer Verlag, Berlin, 1975.
- [13] FLEGLER, E., Einführung in die Hochspannungstechnik, G. Braun Verlag, Karlsruhe, 1964.