

Uygulama 1 Soruları

S.1) PID tasarım, PID blok diyagram, Sembolik programlama (Dijital Kontroize_cevaplar_2015_revize 1.soru)

S.2)



Milli araç projesinde şekilde verilen araç için hız kontrol düzeni (cruise control) tasarlanacaktır. V araç hızı (m/s), M araç kütlesi (kg), B aracın hava ile Viskoz sürtünme katsayısı (N/m/s), F (N) ise motor tarafından üretilen aracı hareket ettiren kuvvettir. Motor itme kuvveti, sürücü tarafından gaz pedalı ile giriş olarak verilen “ u ” işareti $F=Ku$ ile orantılı olarak üretilmektedir. Araç hızı kazancı “1” olan düzenekle ölçülmektedir. **Not:** Verilenlerin dışındakiler sürtünme vs.. ihmal edilmiştir.

- $\frac{V(z)}{U(z)}$ elde ediniz.
- Sistem hız kontrolü PID kontrolörü ile yapılacaktır. Sürücünün verdiği referans hız basamak cevabında aşım yaklaşık %4 ($\xi = 0.707$) ve %2 kriterine göre yerleşme zamanı $t_s = 10 \text{ sn}$ ve birim rampa giriş için hız hatasının $e_{ss} = 0.0375 \text{ sn}$ olması istenmektedir. Verilen performans kriterlerine göre PID kontrolör katsayıları K_p, K_i ve K_d leri hesaplayınız. (*Tercih edilen yöntem ile çözülebilir*), Örneklem zamanı $T=1 \text{ sn}$ dir.
- Modifiye PID li Ayırık-zaman kapalı çevrim kontrol blok diyagramını çizin.

a)

Sistemi tanımlayan diferansiyel denklem;

$$F_{net} = F - F_{viskoz}$$

$$M \frac{dV(t)}{dt} = Ku(t) - B V(t) \rightarrow \frac{dV(t)}{dt} = -\frac{B}{M} V(t) + \frac{K}{M} u(t)$$

İlk koşullar sıfır alınarak laplace dönüşümü yapılır.

$$sV(s) = -\frac{B}{M} V(s) + \frac{K}{M} U(s) \quad \text{ve düzenlenir ise, transfer fonksiyonu}$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K}{M}}{s + \frac{B}{M}} \quad \text{veya} \quad G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K}{B}}{\frac{M}{B}s + 1}$$

elde edilir.

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{0.0018}{s+0.009} \rightarrow G(s) = \frac{0.2}{110s+1}$$

i-Önce ayırık-zaman transfer fonksiyonu bulunur:

$$G(z) = Z\{G_{zoh}(s) G(s)\} \rightarrow G(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s} \frac{0.0018}{s+0.009}\right\} = (1-z^{-1}) Z\left\{\frac{0.0018}{s(s+0.009)}\right\}$$

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \left\{ s \frac{0.0018}{s(s+0.009)} \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{s=0} + (s+0.009) \frac{0.0018}{s(s+0.009)} \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{s=-0.009} \right\}$$

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \left\{ \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-0.009*1}} \right\}$$

$$G(z) = \left\{ 1 - \frac{z-1}{z-e^{-0.009*1}} \right\} \rightarrow G(z) = \left\{ \frac{z-0.9909-z+1}{z-0.9909} \right\} \rightarrow$$

ayrık-zaman transfer fonksiyonu $\frac{V(z)}{U(z)} = G(z) = \frac{0.00181}{z-0.991}$ olarak elde edilir.

b)

$$t_s = \frac{4}{\xi w_n} \rightarrow w_n = \frac{4}{\xi t_s} = \frac{4}{0.707 * 10} \rightarrow w_n = 0.5668$$

$$s_{1,2} = -\xi w_n \mp j w_n \sqrt{1 - \xi^2} \rightarrow s_{1,2} = -0.707 * 0.5668 \mp j 0.5668 \sqrt{1 - (0.707)^2}$$

$$s_{1,2} = -0.4 \mp 0.4 j$$

$$z = e^{sT} \rightarrow z_{1,2} = e^{(-0.4 \mp 0.4 j) * 1}$$

$$z_{1,2} = 0.6174 \mp 0.2611j$$

$e_{ss} = 0.0375$ olarak verilmektedir ve buradan K_i hesaplanır.

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} \rightarrow K_v = \frac{1}{e_{ss}} \rightarrow K_v = \frac{1}{0.0375} \rightarrow K_v = 26.67$$

$$K_v = \frac{1}{T} \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \left(K_p + K_i \frac{z}{z-1} + K_d \frac{z-1}{z} \right) G(z)$$

$$26.67 = \frac{1}{1} * \left\{ (1-1) * K_p + K_i * (1) + K_d \frac{(1-1)^2}{1} \right\} \frac{0.00181}{1-0.991}$$

$$\rightarrow K_i = 133.37 \text{ elde edilir.}$$

$$z_{1,2} = 0.6174 \mp 0.2611j \rightarrow z_1 = \sqrt{0.6174^2 + 0.2611^2} \tan^{-1} \frac{0.2611}{0.6174}$$

$$z_1 = 0.6703 \angle 0.4 \text{ rad. (veya } 11.45 \text{ derece)}$$

$$|z_1| = 0.6703 \text{ ve } \beta = 0.4 \text{ rad.}$$

$$G(z_1)|_{z=z_1} = \frac{0.00181}{z-0.991} \Big|_{0.6174 \mp 0.2611j} \quad G(z_1) = \frac{0.00181}{z-0.6174-0.2611j} \quad G(z_1) = -0.0033 - 0.0023j$$

$$G(z_1) = \sqrt{0.0033^2 + 0.0023^2} \tan^{-1} \frac{-0.0023}{-0.0033} \rightarrow G(z_1) = 0.04 \angle -2.5316 \text{ rad. } (-328.28 \text{ derece})$$

$$|G(z_1)| = 0.04 \text{ ve } \psi = -2.5316 \text{ rad.}$$

Bulunan değerler parametrik denklemlerde yerlerine koyulur.

$$K_d = \frac{|z_1|}{\sin(\beta)} \left\{ \frac{K_i \sin(\beta)}{|z_1| - 2 \cos(\beta) + \frac{1}{|z_1|}} + \frac{\sin(\psi)}{|G_p(z_1)|} \right\} \rightarrow$$

$$K_d = \frac{0.6703}{\sin(0.4)} \left\{ \frac{133.37 \sin(0.4)}{0.6703 - 2 \cos(0.4) + \frac{1}{0.6703}} + \frac{\sin(-2.5316)}{0.04} \right\} \rightarrow K_d = 31.026$$

$$K_p = -\frac{\cos(\psi)}{|G_p(z_1)|} - 2K_i|z_1| \frac{|z_1| - \cos(\beta)}{|z_1|^2 - 2|z_1| \cos(\beta) + 1} + \frac{-|z_1| \sin(\psi) + \cos(\beta) \sin(\psi)}{|G_p(z_1)| \sin(\beta)}$$

$$K_p = -\frac{\cos(-2.5316)}{0.04} - 2 * 133.37 * 0.6703 \frac{0.6703 - \cos(0.4)}{0.6703^2 - 2 * 0.6703 \cos(0.4) + 1}$$

$$+ \frac{-0.6703 \sin(-2.5316) + \cos(0.4) \sin(-2.5316)}{0.04 \sin(0.4)} \rightarrow K_p = 322.45$$

Sonuç olarak PID katsayıları; $K_p = 322.45$, $K_i = 133.37$ ve $K_d = 31.026$ olarak elde edilir.

$$G(s) = \frac{2}{0.657s+1} = \frac{3.0441}{s+1.5221} \text{ için PID katsayılarının hesaplanması}$$

Önce ayrık-zaman transfer fonksiyonu bulunur:

$$G(z) = Z\{G_{zoh}(s) G(s)\} \rightarrow G(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s} \frac{3.0441}{s+1.5221}\right\} = (1-z^{-1}) Z\left\{\frac{3.0441}{s(s+1.5221)}\right\}$$

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \left\{ s \frac{3.0441}{s(s+1.5221)} \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{s=0} + (s+1.5221) \frac{3.0441}{s(s+1.5221)} \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{s=-1.5221} \right\}$$

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \left\{ \frac{1.99z}{z-1} - \frac{1.99z}{z-e^{-1.5221*1}} \right\}$$

$$G(z) = 1.99 \left\{ 1 - \frac{z-1}{z-e^{-1.5221*1}} \right\} \rightarrow G(z) = 1.99 \left\{ \frac{z-0.2183-z+1}{z-0.2183} \right\} \rightarrow$$

ayrık-zaman transfer fonksiyonu $\frac{V(z)}{U(z)} = G(z) = \frac{1.563}{z-0.2183}$ olarak elde edilir.

$|z_1| = 0.6703$ ve $\beta = 0.4 \text{ rad}$. Değeri değişmemektedir.

$e_{ss} = 0.0375$ olarak verilmektedir ve buradan K_i hesaplanır.

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} \rightarrow K_v = \frac{1}{e_{ss}} \rightarrow K_v = \frac{1}{0.0375} \rightarrow K_v = 26.67$$

$$K_v = \frac{1}{T} \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \left(K_p + K_i \frac{z}{z-1} + K_d \frac{z-1}{z} \right) G(z)$$

$$26.67 = \frac{1}{1} * \left\{ (1-1) * K_p + K_i * (1) + K_d \frac{(1-1)^2}{1} \right\} \frac{1.563}{1-0.2183}$$

→ $K_i = 13.33$ elde edilir.

$$G(z_1)|_{z=z_1} = \frac{1.563}{z-0.2183} \Big|_{0.6174 \mp 0.2611j} \quad G(z_1) = \frac{1.563}{0.6174 \mp 0.2611j - 0.2183} \quad G(z_1) = 2.7425 - 1.7942i$$

$$G(z_1) = \sqrt{2.7425^2 + 1.7942^2} \tan^{-1} \frac{-1.7942}{-2.7425} \rightarrow G(z_1) = 3.2773 [-0.6542 \text{ rad. } (-37.48 \text{ derece})]$$

$$|G(z_1)| = 3.2773 \text{ ve } \psi = -0.6542 \text{ rad.}$$

Bulunan değerler parametrik denklemlerde yerlerine koyulur.

$$K_d = \frac{|z_1|}{\sin(\beta)} \left\{ \frac{K_i \sin(\beta)}{|z_1| - 2 \cos(\beta) + \frac{1}{|z_1|}} + \frac{\sin(\psi)}{|G_p(z_1)|} \right\} \rightarrow$$

$$K_d = \frac{0.6703}{\sin(0.4)} \left\{ \frac{13.33 \sin(0.4)}{0.6703 - 2 \cos(0.4) + \frac{1}{0.6703}} + \frac{\sin(-0.6542)}{3.2773} \right\} \rightarrow K_d = 27.50$$

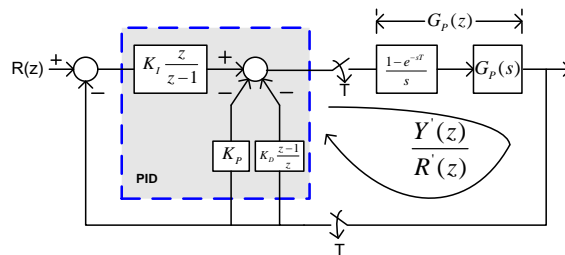
$$K_p = -\frac{\cos(\psi)}{|G_p(z_1)|} - 2K_i|z_1| \frac{|z_1| - \cos(\beta)}{|z_1|^2 - 2|z_1| \cos(\beta) + 1} + \frac{-|z_1| \sin(\psi) + \cos(\beta) \sin(\psi)}{|G_p(z_1)| \sin(\beta)}$$

$$K_p = -\frac{\cos(-0.6542)}{3.2773} - 2 * 13.33 * 0.6703 \frac{0.6703 - \cos(0.4)}{0.6703^2 - 2 * 0.6703 \cos(0.4) + 1}$$

$$+ \frac{-0.6703 \sin(-0.6542) + \cos(0.4) \sin(-0.6542)}{3.2773 \sin(0.4)} \rightarrow K_p = 20.45$$

Sonuç olarak PID katsayıları; $K_p = 20.45$, $K_i = 13.33$ ve $K_d = 27.50$ olarak elde edilir.

c)



3) sistem durum denkleminin elde edilmesi (Dijital Kontrol vize_cevaplar_2013. 2. soru)

4) gözlenebilir kanonik ve köşegen kanonik form elde edilmesi (Dijital Kontrol vize_cevaplar_2015_revize 3. soru)

5) köşegenleştirme ((Dijital Kontrol vize_cevaplar_2015_revize 3. soru)