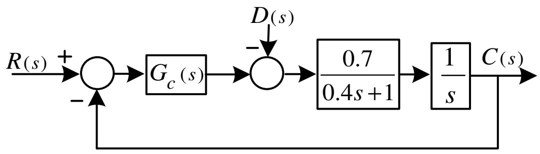
S.1)

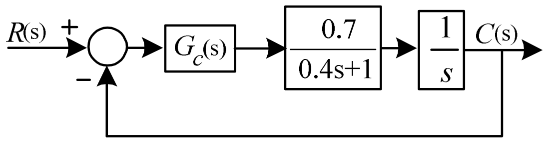


Yanda verilen kontrol sisteminde $G_c(s)$=10 olmak üzere,
i) r(t)=u(t) ve d(t)=0
ii) r(t)=u(t) ve d(t)= u(t)

için sisteme etkiyen sürekli hal hatalarını hesaplayınız.

C.1) $G_s(s)=\dfrac{0,7}{s(0,4s+1)}$

i) r(t)=u(t) ve d(t)=0 durumu

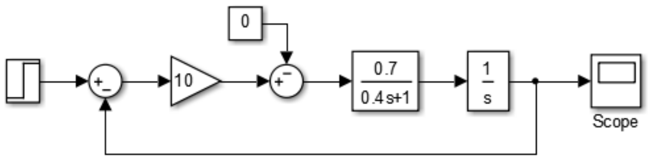


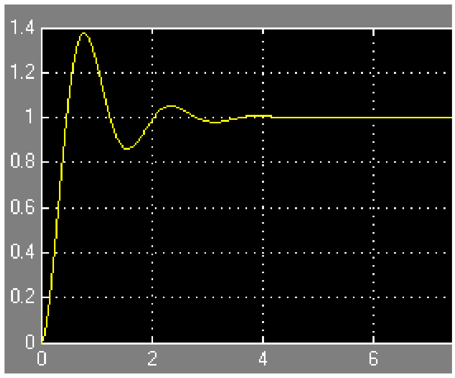
r(t)=u(t) ve d(t)=0 için etkin hata ifadesi $\varepsilon(s)=\dfrac{R(s)}{1+A.Ç.T.F}=\dfrac{R(s)}{1+G_c(s)G_s(s)}$ olarak yazılabilir.

Son değer teoremi yardımıyla r(t)=u(t) ve d(t)=0 için Sürekli Hal Hatası $e_{ss}=\lim_{s\to 0} s\dfrac{R(s)}{1+G_c(s)G_s(s)}$

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0} s\frac{1/s}{1+\dfrac{0,7}{s(0,4s+1)}*10}=\lim_{s\to 0}\frac{s(0,4s+1)}{s(0,4s+1)+7}=0$$

Sürekli hal hatası sıfır olarak elde edilir.
Aşağıda r(t)=u(t) ve d(t)=0 durumu için Simulink/MATLAB'de kurulan blok diyagram ve sistem cevabı gösterilmiştir.





ii) r(t)=u(t) ve d(t)= u(t) durumu için sürekli hal hata değeri son değer teoreminden faydalanılarak bulunabilir.
Bu amaçla;
1-) r(t)=u(t) ve d(t)= 0
2-) r(t)=0 ve d(t)= u(t)
durumları için ayrı ayrı çıkışın son değeri { $C_R(\infty)$ ve $C_D(\infty)$ } hesaplanıp ardından SHH hesaplanır.

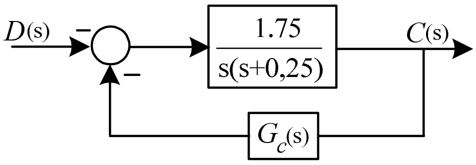
1-) r(t)=u(t) ve d(t)= 0 için

$$C_R(s)=\frac{G_s(s)G_c(s)}{1+G_s(s)G_c(s)}R(s)=\frac{\frac{0,7}{s(0,4s+1)}*10}{1+\frac{0,7}{s(0,4s+1)}*10}R(s)=\frac{7}{s(0,4s+1)+7}\frac{1}{s}$$

Son değer teoreminden,

$$C_R(\infty)=\lim_{s\to 0} sC_R(s)=\lim_{s\to 0} s\frac{0,7}{s(0,4s+1)+7}\frac{1}{s}=1$$

2-) r(t)=0 ve d(t)= u(t) için sistem blok diyagramı yeniden çizilir ise,



Bu sistem için hata fonksiyonu aşağıdaki gibi bulunabilir. Bozucu giriş sonrası sistem cevabı

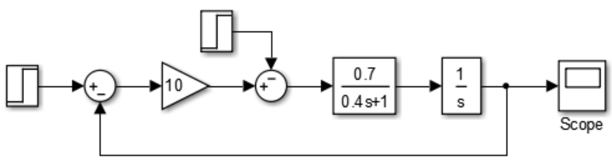
$$C_D(s)=-\frac{G_s(s)}{1+G_s(s)G_c(s)}D(s)=-\frac{\frac{1,75}{s(s+2,5)}}{1+\frac{17,5}{s(s+2,5)}}\frac{1}{s}=-\frac{1,75}{s(s^2+2,5s+17,5)}$$

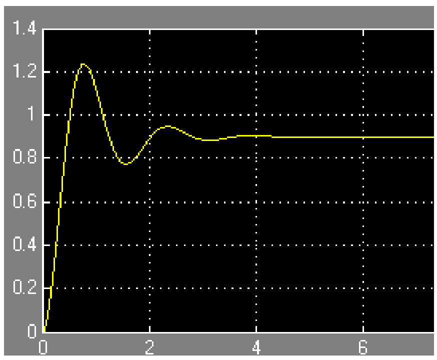
Son değer teoreminden,

$$C_D(\infty)=\lim_{s\to 0} sC_D(s)=\lim_{s\to 0} s\frac{-1,75}{s(s^2+2,5s+17,5)}=-0,1$$

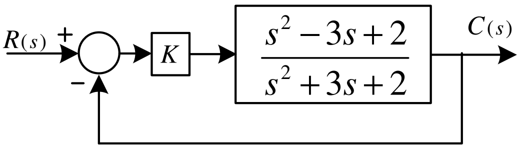
$$C(\infty)=C_R(\infty)+C_D(\infty)=1-0.1=0.9$$

Referans giriş r(t)=u(t) ve bozucu giriş d(t)=u(t) iken sistem 0.1 (%10) değerinde SHH değrine sahiptir.





S-2)



Yanda verilen kontrol sistemi için kök-yer eğrisini çiziniz. (kopma noktaları, imajiner ekseni kesme noktaları, kararlılık aralığı vs. bulunuz)

C-2) $A.Ç.T.F. = \dfrac{K(\, s^2 - 3s + 2\,)}{s^2 + 3s + 2}$

Açık çevrim transfer fonksiyonuna ait:

Kutuplar	Sıfırlar
$p_1 = -2$	$s_1 = 1$
$p_2 = -1$	$s_2 = 2$
---------------------	-----------------------
$n = 2$ Kutup sayısı.	$m = 2$ Sıfır sayısı.

Kutup sayısı = Sıfır sayısı olduğundan kök-yer eğrisinin sonsuza giden kolu dolayısıyla asimtodu yoktur.

2 Kutup ve 2 sıfır arası kök-yer eğrisine dahil olduğundan 2 adet kopma noktası olacaktır..

Kopma noktaları; $\dfrac{dG(s)H(s)}{ds} = 0$ ifadesinden hesaplanır.

$\dfrac{d}{ds}\left(\dfrac{K(s^2-3s+2)}{s^2+3s+2}\right) = 0$ dan

$$\Rightarrow \quad K\left[\frac{(2s-3)(s^2+3s+2)-(2s+3)(s^2-3s+2)}{(s^3+3s^2+2s)^2}\right] = 0 \ \text{ dan } \ s^2 - 2 = 0 \rightarrow s_{1,2} = \pm 1{,}414$$

Yer eğrisinin birim çemberi kesme noktaları karakteristik denklem köklerinin kritik (sınır) kazanç değeri için K_s hesaplanması ile elde edilebilir.

karakteristik denklem:

$$F(s) = 1 + G(s)H(s) = 1 + K\frac{s^2-3s+2}{s^2+3s+2} = 0 \quad \Rightarrow \quad F(s) = (1+K)s^2 + (3-3K)s + 2K + 2 = 0$$

Routh-Hurwitz kararlılık kriteri ile sistemin kararlılık analizi için önce 2 gerek koşula bakılmalıdır.

1-) karakteristik polinom katsayılarının tümü aynı işaretli olmalıdır.

$$1 + K > 0 \rightarrow K > -1, \quad 3 - 3K > 0 \rightarrow K < 1, \quad 2K + 2 > 0 \rightarrow K > -1$$

Yani $-1 < K < 1$ olmalıdır.

2-) karakteristik polinom katsayılarının hiçbiri ‘0’ olmamalıdır. 1. kriterde verilen değer aralığı için hiçbir katsayı ‘0’ olmamaktadır. Dolayısıkla bu gerek koşul diğer gerek koşulda bulunan K değer aralığı için sağlanmaktadır.

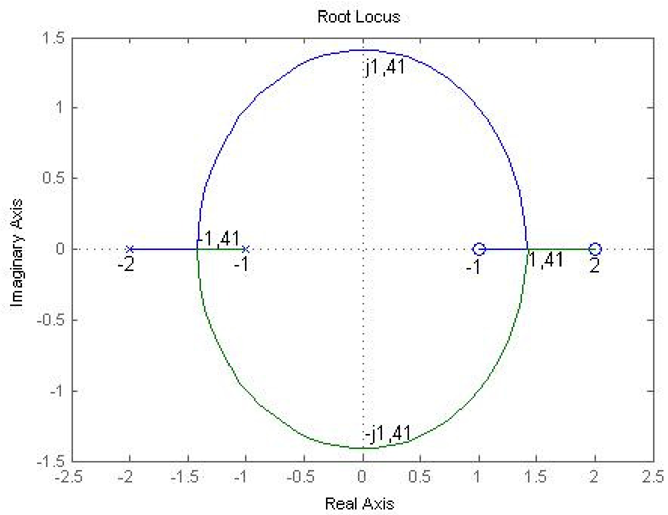
Yeter koşukl için Routh tablosu oluşturulur.

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 1+K & 2K+2 \\ s^1 & 3-3K & 0 \\ s^0 & 2K+2 & 0 \end{array}$$

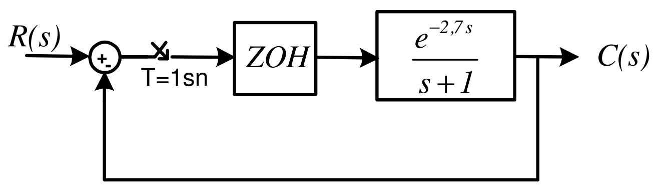
1. sütunda bulunan katsayıların tümü pozitif olmalıdır. Bunun için sırasıyla $K>-1, \quad K<1, \quad K>-1$ olması gerekir. Her iki şartın sağlandığı aralık $-1<K<1$ olacaktır. Burada K=1 sınır kazanç olur.

K=1 için sistem marjinal kararlı davranır. Sınır kazanç değeri için karakteristik denklem ile kök yer eğrisinin sanal ekseni kestiği nokta elde edilir.

$F(s)=2s^2+4=0 \rightarrow s_{1,2}=\pm j1,414$



S-3)



Şekilde verilen ölü zamanlı sistemde

a) $\dfrac{C(z)}{R(z)}$ ifadesini elde ediniz.

b) $R(s)=\dfrac{2}{s}$ giriş için $C(z)$'i ve $C(\infty)$'u elde ediniz.

c) Sürekli hal hatasını $C(\infty)$'dan elde ediniz.

C-3)

T=1s ve T_d=2.7 olarak verildiğine göre gecikme zamanı örnekleme zamanının tam katı olmadığından modifiye edilmiş Z dönüşümü kullanılır.

$T=1s$ için $e^{-2,7s}=e^{-2sT}e^{-0,7sT}$

$\mu=0,7 \rightarrow \mu=1-0,3 \rightarrow m=0,3$ olacaktır.

$$G(z)=Z\left\{\left(\frac{1-e^{-sT}}{s}\right)\left(\frac{e^{-2sT}e^{-0,7sT}}{s+1}\right)\right\}_{T=1sn} \rightarrow e^{-sT}=z^{-1} \rightarrow e^{-2sT}=z^{-2}$$ olmak üzere

verilen şekilden $\dfrac{C(z)}{R(z)}=\dfrac{G(z)}{1+G(z)}$ olduğu görülmektedir. G(z) aşağıda hesaplanmıştır.

$$G(z)=\left(1-z^{-1}\right)z^{-2}Z\left\{\frac{e^{-0,7sT}}{s\left(s+1\right)}\right\}$$

$Z\left\{\frac{e^{-0,7s}}{s\left(s+1\right)}\right\}$ ifadesi hesaplanır ise

$$Z\left\{\frac{e^{-0,7sT}}{s\left(s+1\right)}\right\}\Rightarrow \mu=1-0,3\Rightarrow Z\left\{\frac{e^{-(1-0,3)sT}}{s\left(s+1\right)}\right\}=Z\left\{\frac{e^{-sT}e^{0,3sT}}{s\left(s+1\right)}\right\}=z^{-1}Z\left\{\frac{e^{0,3sT}}{s\left(s+1\right)}\right\}$$

$$=\left\{s\frac{e^{0,3sT}}{s(s+1)}\frac{z}{z-e^{sT}}\bigg|_{s=0}+(s+1)\frac{e^{0,3sT}}{s(s+1)}\frac{z}{z-e^{sT}}\bigg|_{s=-1}\right\}=z^{-1}\left\{\frac{z}{z-1}-\frac{0,741z}{z-0,368}\right\}$$

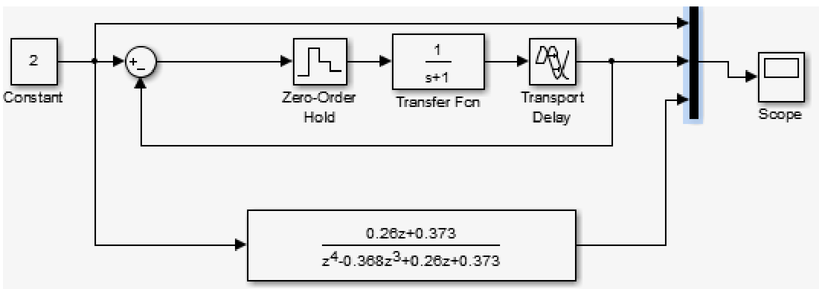
$$G(z)=\left(1-z^{-1}\right)z^{-2}Z\left\{\frac{e^{-0,7sT}}{s\left(s+1\right)}\right\}=\frac{z-1}{z}z^{-2}z^{-1}\left\{\frac{z}{z-1}-\frac{0,741z}{z-0,368}\right\}=\frac{0.26z+0.373}{z^{3}\left(z-0,368\right)}$$

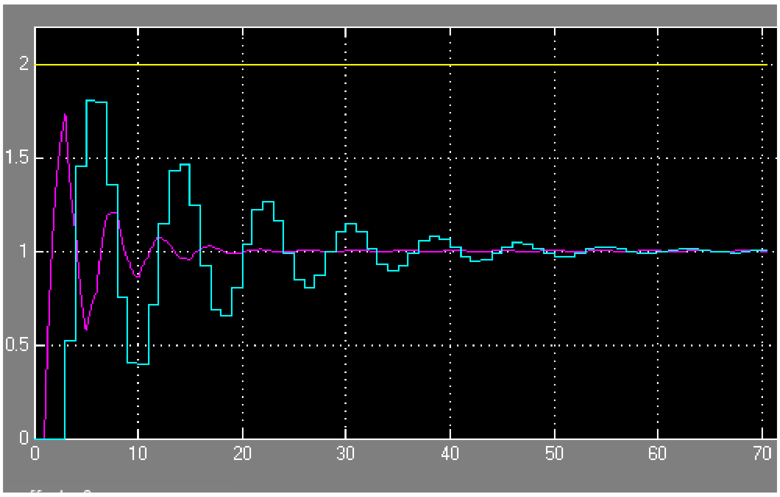
a) $\frac{C(z)}{R(z)}=\frac{G(z)}{1+G(z)}=\frac{\frac{0.26z+0.373}{z^{3}\left(z-0,368\right)}}{1+\frac{0.26z+0.373}{z^{3}\left(z-0,368\right)}}=\frac{0.26z+0.373}{z^{3}\left(z-0,368\right)+0.26z+0.373}$ olarak elde edilir.

b) $R(s)=\frac{2}{s}$ ise $R(z)=\frac{2z}{z-1}$ $olur$ $C(z)=R(z)\frac{0.26z+0.373}{z^{3}\left(z-0,368\right)+0.26z+0.373}$ olarak bulunduğundan

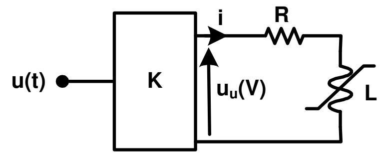
Son değer teoreminden $C(\infty)=\lim_{z\to 1}(z-1)\left(2\frac{z}{z-1}\frac{0.26z+0.373}{z^{3}\left(z-0,368\right)+0.26z+0.373}\right)\cong 1.00$ hesaplanır.

c) $R(s)=\frac{2}{s}$ için $C(\infty)\cong 1.00$ olarak hesaplandığından sürekli hal hatası e_{ss} = 2-1.0 = 1.0 olur.





S-4) Şekilde K(V/V) gerilim kuvvetlendirici olmak üzere endüktans değerinin $L(i)=\dfrac{k}{i(t)}$ olarak değiştiği verilmiştir. Buna göre



a) Sistemi tanımlayan diferansiyel denklemleri yazınız. $i(t)=i_0$, $u(t)=u_0$ çalışma noktası için sistemi lineerleştiriniz.

b) Lineerleştirilmiş sistem için $D(z)$ ayrık zaman sayısal kontrolcü olmak üzere kapalı çevrim kontrol blok diyagramını çiziniz.

c) i_0 çalışma noktası etrafında küçük basamak değişimler için sürekli hal hatası $e_{ss}=0$ olması istenir ise ayrık-zaman kontrolör $D(z)$ nasıl seçilmelidir?

C-4)

a)

$L=\dfrac{k}{i}$ ve $u_u=L\dfrac{di}{dt}+Ri$ eşitliği kullanılarak $\dfrac{di}{dt}=-\dfrac{R}{k}i^2+\dfrac{1}{k}ui$ elde edilir.

$$f_1=-\frac{R}{k}i^2+\frac{1}{k}ui$$

$$A^*=\left[\frac{\partial f_1}{\partial i}\right]_{i_0,u_0}=-\frac{2R}{k}i_0$$

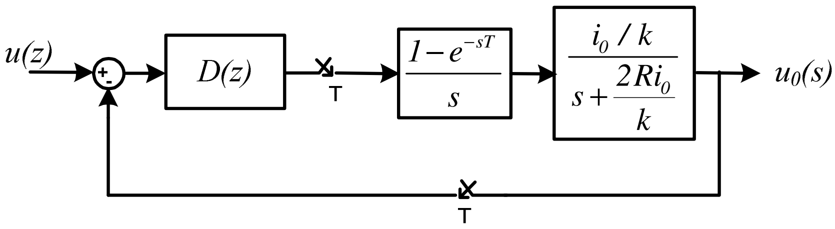
$$B^*=\left[\frac{\partial f_1}{\partial u}\right]_{i_0,u_0}=\frac{i_0}{k}$$

$$\frac{\Delta i}{\Delta t}=A^*\Delta i+B^*\Delta u\rightarrow\frac{\Delta i}{\Delta t}=\frac{2R}{k}i_0\Delta i+\frac{i_0}{k}\Delta u$$

$$\left(s+\frac{2R}{k}i_0\right)\Delta i=\frac{i_0}{k}\Delta u$$

$$\frac{\Delta i}{\Delta u}=\frac{i_0/k}{s+\dfrac{2Ri_0}{k}}$$

b)



c) Verilen sistemin açık çevrim transfer fonksiyonu $G(s)=\frac{\Delta i}{\Delta u}=\frac{i_0 / k}{s+\frac{2Ri_0}{k}}$ olarak bulunmuştur. Sistemin tipi=0 olduğundan basamak giriş işaretini sıfır sürekli hal hatası ile takip edebilmesi için sistemin tipi artırılmalıdır. Dolayısıyla ayrık-zaman kontrolör $D(z)$ integratör içermelidir.