

10. Basımdan Çeviri

TEMEL MÜHENDİSLİK DEVRE ANALİZİ

BASIC ENGINEERING
CIRCUIT ANALYSIS

Tenth Edition

J. DAVID IRWIN - R. MARK NELMS

Çeviri Editörü

Doç. Dr. M. Timur AYDEMİR

Çevirenler

Prof. Dr. Hasan DAĞ

Prof. Dr. Sedat SÜNTER

Doç. Dr. M. Timur Aydemir

Doç. Dr. Halis ALTUN



www.nobelyayin.com



NOBEL AKADEMİK YAYINCILIK EĞİTİM DANIŞMANLIK TİC. LTD. ŞTİ.

YAYIN NU : 523
Teknik Mühendislik Nu : 40
ISBN : 978-605-133-425-7
© 10. Basımdan Çeviri, Şubat 2013

TEMEL MÜHENDİSLİK DEVRE ANALİZİ
BASIC ENGINEERING CIRCUIT ANALYSIS
J. David IRWIN - R. Mark NELMS
Çeviri Editörü: Doç. Dr. M. Timur AYDEMİR

 Copyright 2013, NOBEL AKADEMİK YAYINCILIK EĞİTİM DANIŞMANLIK TİC. LTD. ŞTİ. SERTİFİKA NU 20779
Bu baskının bütün hakları Nobel Akademik Yayıncılık Eğitim Danışmanlık Tic. Ltd. Şti. ne aittir. Yayınevinin yazılı izni olmaksızın, kitabın tümünü veya bir kısmının elektronik, mekanik ya da fotokopi yoluyla basımı, yayımı, çoğaltımı ve dağıtımını yapılamaz.

Copyright © 2011 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, scanning or otherwise. All Rights Reserved. This translation published under license.

Genel Yayın Yönetmeni: Nevzat Argun -nargun@nobelyayin.com-
Yayın Koordinatörü: Pınar Güler -pinarguler@nobelyayin.com-
Teknik-Mühendislik Editörü: Doç. Dr. Timur Aydemir -aydemir@nobelyayin.com-

Redaksiyon: Emre Gürbüz -emregurbuz@nobelyayin.com-
Mizanaj: Emel Yıldız -emel@nobelyayin.com-
Kapak Tasarımı: Özgül Emekçi Özbudak -ozgul@nobelyayin.com-
Üretim Sorumlusu: Halil Yeşil
Baskı ve Cilt: Atalay Matbaacılık, Sertifika Nu:15689

Dağıtım: Volkan Kurt -volkankurt@nobelyayin.com- +90 312 418 20 10
Tanıtım: Sadık Küçükakman -sadik@nobelyayin.com-
Yavuz Şahin -yavuz@nobelyayin.com-
Onur Uysal -onur@nobelyayin.com-
Çetin Erdoğan -cetin@nobelyayin.com-
Serdar Döger -serdar@nobelyayin.com-
Serhat Geçaklı -serhat@nobelyayin.com-
e-satis: Volkan Özdemir -esatis@nobelkitap.com-
sipariş: siparis@ nobelyayin.com-

KÜTÜPHANE BİLGİ KARTI

Irwin, David J., Nelms, Mark R.

Temel Mühendislik Devre Analizi - Basic Engineering Circuit Analysis / David J. Irwin - Mark R. Nelms

Çeviri Editörü: Doç. Dr. M. Timur Aydemir

10. Basımdan Çeviri, XVI + 839 s., 215x275 mm

Kaynakça yok, dizin var.

ISBN 978-605-133-425-7

1. Elektrik Devreleri 2. Doğru Akım Devreleri 3. Alternatif Akım Devreleri 4. Devre Analizi Yöntemleri



NOBEL AKADEMİK YAYINCILIK EĞİTİM DANIŞMANLIK TİC. LTD. ŞTİ.
Ankara Dağıtım Kültür Mah. Mithatpaşa Cad. No: 74 B-01/02 Kızılay / ANKARA
Tel: 0312 418 20 10 Faks: 0312 418 30 20 / www.nobelyayin.com nobel@nobelyayin.com
Merkez İOSB Abdüllâkîdîr Geylani Cad. No: 2/A Üstüm / ANKARA Tel/Faks: 0312 385 00 91



www.nobelkitap.com

Sevgili aileme:

Edie

Geri, Bruno, Andrew ve Ryan

John, Julie, John David ve Abi

Laura

Anne ve babama:

Robert ve Elizabeth Nelms



ÖN SÖZ

Devre analizi; elektrik, elektronik ve bilgisayar mühendisliklerinin en temel konusudur. Ancak, bu ders içerisinde ele alınan kavramlar bu alanların sınırlarını aşmaktadır. Elinizdeki kitap, konu anlatımı ve içeriği ek malzemeler ile iyi bir mühendis olma yolunda sağlam bir adım atmanıza yardımcı olacaktır. Ön söz bölümünü dikkatlice okumanızı ve konuyu iyi öğrenebilmeniz için size sunulan tüm kaynakları gözden geçirmenizi öneririz. Ayrıca, unutmayınız ki bir konu ancak uygulama yaparak ve bol bol tekrar yaparak öğrenilir. Bunun için, daha fazla problem çözmek ve planladığınızdan bir saat daha fazla çalışabilmek için gayret ediniz. Sonunda, bunu yaptığınız için çok mutlu olacaksınız.

Öğrencilere

Kitabın 10. baskısı, öğrencilerden ve öğretim üyelerinden önceki baskularla ilgili olarak gelen görüş ve öneriler dikkatlice gözden geçirilerek hazırlanmıştır. Yapılan düzenlemeler ve değişiklikler birçok öğretim üyesi için kitabı daha çekici kılacaktır. Bu dersin öğretilme ve öğrenme biçiminde çok önemli değişiklikler yaşandığının farkındayız. Bunun sonucu olarak, yazarlar ve yayıncılar, modern devre analizi öğrenmeye ve öğretmeye çalışanların kullanabilmesi için hem geleneksel hem de yenilikçi içeriğe sahip zengin kaynaklar yaratmaktadır.

Öğretim
Üyelerine

- Hem metni hem de şekillerin görselliğini zenginleştirmek için kitabin tasarımları dört renkli olarak yapılmıştır. Bu da, özellikle karmaşık şekillerin anlaşılabilirliğini artırmakta, öğrenmeyi kolaylaştırmaktadır.
- Her bölümün girişinde verilen uygulama örnekleri, öğrencinin ilgili konuyu öğrenme isteğini artırmaktadır. Ayrıca, bölümlerin öğrenme amaçları güncellenmiştir.
- Bölüm sonlarında verilen problemler yenilenmiş ve genişletilmiştir. 10. baskida 1400'den fazla problem bulunmaktadır. Bunların 400'ü aşkını yendir. Ayrıca, her bölümün sonunda çoktan seçmeli sorular verilmektedir.
- Hemen hemen kitaptaki her bir konu için pratik uygulama örnekleri eklenmiştir. Bu örnekler sayesinde, öğrencilerin "Bu neden önemli?" ya da "Bunu nerede kullanacağım?" gibi soruları yanıtlanmaktadır.
- Bu baskında da "Problem Çözme Stratejileri" verilmektedir.

10. Baskının
Öne Çıkan
Özellikleri

Organizasyon

Bu kitap; bir yarıyıllık derslerde de, iki yarıyıllık derslerde de kullanılabilir. İlk yedi bölüm doğru akım devrelerinin analizi ile ilgilidir. İşlemsel yükselticiler konusu 4. Bölüm'de giriş düzeyinde ele alınmıştır. Gerek görürse bu bölüm atlanabilir. Bu durumda izleyen bölümlerdeki birkaç örneğin ve ödev sorusunun da atlanması gerekecektir. 8-12. Bölümler alternatif akım devrelerinin analizi ile ilgilidir. İlk önce tek frekanslı tek fazlı ve üç fazlı devrelerin analizi, sonra da değişken frekanslı devrelerin çalışması ele alınmıştır. Tek ve üç fazlı devrelerde güç hesaplamaları da bu bölümlerde verilmektedir. Laplace dönüşümü, Fourier dönüşümü ve iki kapılı devreler 13-16. Bölümlerde incelenmektedir.

Kitabın organizasyonu, eğitmcilere ders işleyişlerinin düzenlenmesinde esneklik sağlayacak biçimde yapılmıştır. Bazı eğitimciler ilk yedi bölüm bir dönemde işleyebilirken diğerleri 4. Bölüm hariç ilk sekiz bölüm işleyebilir. 1, 2, 3, 5 ve 6. Bölümlerden sonra Bölüm 7.1 ve 7.2 konularını ele alıp, 8. ve 9. Bölümlere geçmek de olasıdır. Diğer bölmeler de ikinci bir derste işlenebilir.

Pedagoji

Örnek sorular herhangi bir devre analizi kitabının en önemli bileşenidir. Elimizdeki kitap da çok sayıda örnek içermekte ünlüdür. Örnekler basitten zora doğru aşamalı olarak sunulmaktadır. Normal örneklerin yanında, **Uygulama Örnekleri** ve **Tasarım Örnekleri** de verilmektedir.

Sayfa kenarlarına yerleştirilen **ipuçları**, anlamayı kolaylaştırırken önemli hususlara da dikkat çekmektedir.

Öğrendiklerimizi Sınayalım başlığı altında verilen sorular, ilgili bölümde verilen kavramları sinmak amacıyla hazırlanmıştır. Bu soruların yanıtları da verilmektedir.

Problem Çözme Stratejileri, birçok öğrencinin yararlı bulacağı ve adım adım uygulanabilecek tekniklerdir. Hemen hemen her konunun sonunda verilen bu strateji adımları, "Nereden başlamalıyım?" sorusuna yanıt vermektedir. Bu bölmeler aynı zamanda bir özet niteliği de taşımaktadır.

Bölüm sonlarındaki **Problemler** ciddi biçimde gözden geçirilmiş ve bu baskında değişik düzey ve derinlikte 400'den fazla yeni problem eklenmiştir. Dersi veren öğretim elemanları kitapta her düzeyde öğrenci için çok sayıda problem bulabilir. Bu baskında yaklaşık olarak 1400 problem bulunmaktadır. Ayrıca, her bölümün sonunda birkaç tane çoktan seçmeli soru da verilmektedir.

Devre Benzetimi ve Analizi yazılımları günümüzde mühendislik eğitiminin önemli bir bileşeni hâline gelmiştir. PSPICE®, MultiSim® ve MATLAB® gibi yazılımlar devrelerin analizinde ve tasarımında çok etkin olarak kullanılabilmektedir. Bu paketlerin üçü de, bu kitabın yanında kullanılabilir.

Teşekkür

Kitabımıza duyulan güvenden ve yıllardır öğretim üyelerinden ve öğrencilerinden gelen değerlendirmelerden ve önerilerden dolayı müteşekkirim. Bu geri bildirimler kitabımızı sürekli olarak geliştirmemize yardım etmiştir. Bu 10. baskı için, bölüm girişlerindeki yardımlarından dolayı Kansas Üniversitesinden Jim Rowland'a ve yazılım programlarındaki yardımlarından dolayı Auburn Üniversitesinden Stephen Haddock'a özellikle teşekkür ederiz. Ayrıca, bu baskının hazırlanmasındaki titiz çalışmalarından dolayı Sandy Johnson'a teşekkür ederiz.

Bu baskının gözden geçirme ve değerlendirme sürecinde aşağıda isimleri belirtilen çok değerli akademisyenlerle birlikte çalışma şansı bulduğumuz için çok mutluyuz:

- Jorge Aravena, Louisiana State University
- James Conrad, University of North Carolina, Charlotte
- Paul King, Vanderbilt University
- Gordon Lee, San Diego State University
- Tokunbo Ogunfunmi, Santa Clara University
- Michael Polis, Oakland University

Kitabın ve yardımcı malzemelerinin hazırlanması sırasında büyük bir özveri ve özen gösterildi. Wiley'deki çalışma arkadaşımızın gösterdiği liderlik ve akılcılık ortaya muazzam bir takım çalışması çıkardı. Bu takım aşağıda isimleri yazılan bireylerden oluşmuştur:

- Executive Publisher, Don Fowley
- Associate Publisher, Dan Sayre
- Executive Media Editor, Tom Kulesa
- Executive Marketing Manager, Chris Ruel
- Senior Production Editor, Valerie Vargas
- Senior Designer, Kevin Murphy
- Production Manager, Dorothy Sinclair
- Senior Photo Editor, Lisa Gee
- Media Editor, Lauren Sapira
- Editorial Assistant, Katie Singelton

Bu takımın her bir elemanı elinizdeki kitabı oluşturan parçalarının hazırlanmasında yaşamsal bir rol oynadı. Bu katkılarından dolayı kendilerine teşekkür ederiz.

Öncekilerde olduğu gibi bu baskında da çok sayıda kişiden aldığımız yardımlardan dolayı teşekkürlerimizi sunmak istiyoruz. Auburn'da bize yardımcı olan meslektaşlarımız aşağıda sıralanmıştır:

- Thomas A. Baginski
- Travis Blalock
- Henry Cobb
- Bill Dillard
- Zhi Ding
- Kevin Driscoll
- E. R. Graf
- L. L. Grigsby
- Charles A. Gross
- Stephen Haddock
- David C. Hill
- M. A. Honnell
- R. C. Jaeger
- Keith Jones

X ÖN SÖZ

Betty Kelley
Ray Kirby
Matthew Langford
Aleck Leedy
George Lindsey
Jo Ann Loden
James L. Lowry
David Mack
Paulo R. Marino
M. S. Morse
Sung-Won Park
John Parr
Monty Rickles
C. L. Rogers
Tom Shumpert
Les Simonton
James Trivitayakhum
Susan Williamson
Jacinda Woodward

ABD'nin çeşitli üniversitelerinden, bir bölümü şu anda emekli olan, çok sayıda arkadaşımız kitabın gelişimine katkıda bulunan öneriler yapmıştır:

David Anderson, University of Iowa
Jorge Aravena, Louisiana State University
Les Axelrod, Illinois Institute of Technology
Richard Baker, UCLA
Charles F. Bunting, Oklahoma State University
John Choma, University of Southern California
David Conner, University of Alabama at Birmingham
James L. Dodd, Mississippi State University
Kevin Donahue, University of Kentucky
John Durkin, University of Akron
Prasad Enjeti, Texas A&M University
Earl D. Eyman, University of Iowa
Arvin Grabel, Northeastern University
Paul Gray, University of Wisconsin-Platteville
Ashok Goel, Michigan Technological University
Walter Green, University of Tennessee
Paul Greiling, UCLA
Mohammad Habli, University of New Orleans
John Hadjilogiou, Florida Institute of Technology
Yasser Hegazy, University of Waterloo
Keith Holbert, Arizona State University
Aileen Honka, The MOSIS Service- USC Inf. Sciences Institute
Marty Kaliski, Cal Poly, San Luis Obispo
Muhammad A. Khaliq, Minnesota State University
Ralph Kinney, LSU
Robert Krueger, University of Wisconsin
K. S. P. Kumar, University of Minnesota
Jung Young Lee, UC Berkeley student
Aleck Leedy, Murray State University
Hongbin Li, Stevens Institute of Technology
James Luster, Snow College
Erik Luther, National Instruments

Ian McCausland, University of Toronto
Arthur C. Moeller, Marquette University
Darryl Morrell, Arizona State University
M. Paul Murray, Mississippi State University
Burks Oakley II, University of Illinois at Champaign-Urbana
John O'Malley, University of Florida
Arnost Neugroschel, University of Florida
William R. Parkhurst, Wichita State University
Peyton Peebles, University of Florida
Jian Peng, Southeast Missouri State University
Clifford Pollock, Cornell University
George Prans, Manhattan College
Mark Rabalaïs, Louisiana State University
Tom Robbins, National Instruments
Armando Rodriguez, Arizona State University
James Rowland, University of Kansas
Robert N. Sackett, Normandale Community College
Richard Sanford, Clarkson University
Peddapullaiah Sannuti, Rutgers University
Ronald Schulz, Cleveland State University
M. E. Shafeei, Penn State University at Harrisburg
Martha Sloan, Michigan Technological University
Scott F. Smith, Boise State University
Karen M. St. Germaine, University of Nebraska
Janusz Strazyk, Ohio University
Gene Stuffle, Idaho State University
Thomas M. Sullivan, Carnegie Mellon University
Saad Tabet, Florida State University
Val Tareski, North Dakota State University
Thomas Thomas, University of South Alabama
Leonard J. Tung, Florida A&M University/Florida State University
Marian Tzolov, Lock Haven University
Darrell Vines, Texas Tech University
Carl Wells, Washington State University
Seth Wolpert, University of Maine

Son olarak, Dave Irwin kitabı hazırlıkları sırasında tüm desteği için eşi Edie'ye, Mark Nelms de destek ve teşvikleri için annesi Elizabeth ve babası Robert'a en derin teşekkürlerini sunar.

J. David Irwin ve R. Mark Nelms

XIV İÇİNDEKİLER

5.4 Maksimum Güç Aktarımı 216	8.8 Analiz Teknikleri 396
5.5 Uygulama Örnekleri 220	8.9 Uygulama Örnekleri 408
5.6 Tasarım Örnekleri 221	8.10 Tasarım Örnekleri 410
Özet 227	Özet 413
Problemler 227	Problemler 414
<hr/>	
BÖLÜM 6	KALICI DURUM GÜC ANALİZİ
KAPASİTANS VE İNDÜKTANS	435
6.1 Kondansatörler 246	9.1 Anlık Güç 436
6.2 İndüktörler 254	9.2 Ortalama Güç 437
6.3 Kondansatör ve İndüktör Bağlantıları 264	9.3 Maksimum Ortalama Güç Aktarımı 442
6.4 RC İşlemsel Yükselteç Devreleri 272	9.4 Etkin Değer 447
6.5 Uygulama Örnekleri 274	9.5 Güç Katsayısı 450
6.6 Tasarım Örnekleri 279	9.6 Karmaşık Güç 452
Özet 280	9.7 Güç Katsayısı Düzeltme 457
Problemler 281	9.8 Tek Faz Üç Telli Devreler 461
<hr/>	
BÖLÜM 7	MANYETİK BAĞLAŞIMLI DEVRELER
BİRİNCİ VE İKİNCİ MERTEBEDEN GEÇİCİ DEVRELER	491
7.1 Giriş 297	10.1 Ortak İndüktans 492
7.2 Birinci Mertebeden Devreler 298	10.2 Enerji Analizi 503
7.3 İkinci Mertebeden Devreler 319	10.3 İdeal Transformatör 506
7.4 Uygulama Örnekleri 333	10.4 Güvenlik Değerlendirmeleri 515
7.5 Tasarım Örnekleri 343	10.5 Uygulama Örnekleri 516
Özet 351	10.6 Tasarım Örnekleri 521
Problemler 351	Özet 525
Problemler 526	Problemler 526
<hr/>	
BÖLÜM 8	ÇOK FAZLI DEVRELER
AA KALICI DURUM ANALİZİ	541
8.1 Sintzoitler 370	11.1 Üç Fazlı Devreler 542
8.2 Sinüzoidal ve Karmaşık Zorlama Fonksiyonları 373	11.2 Üç Fazlı Bağlantılar 547
8.3 Fazörler 377	11.3 Kaynak-Yük Bağlantıları 548
8.4 Devre Elemanlarının Fazör Bağıntıları 379	11.4 Güç İlişkileri 557
8.5 Empedans ve Admitans 383	11.5 Güç Katsayısı Düzeltilmesi 561
8.6 Fazör Diyagramları 390	
8.7 Kirchhoff Yasalarını Kullanarak Temel Analiz 393	

11.6 Uygulama Örnekleri	562
11.7 Tasarım Örnekleri	566
Özet	570
Problemler	570

BÖLÜM 12**DEĞİŞKEN FREKANSLI DEVRELERİN PERFORMANSI**

577

12.1 Değişken Frekans Tepkisi Analizi	578
12.2 Sinüzoidal Frekans Analizi	586
12.3 Rezonans Devreleri	597
12.4 Ölçekleme	619
12.5 Sürgeç Devreleri	620
12.6 Uygulama Örnekleri	645
12.7 Tasarım Örnekleri	649
Özet	655
Problemler	656

BÖLÜM 13**LAPLACE DÖNÜŞÜMÜ**

667

13.1 Tanım	668
13.2 İki Önemli Tekil Fonksiyon	669
13.3 Dönüşüm Çiftleri	671
13.4 Dönüşümün Özellikleri	673
13.5 Ters Dönüşümü Hesaplamak	676
13.6 Evrişim İntegrali	681
13.7 İlk Değer ve Son Değer Teoremi	685
13.8 Uygulama Örnekleri	687
Özet	689
Problemler	689

BÖLÜM 14**LAPLACE DÖNÜŞÜMÜNÜN DEVRE ANALİZİNE UYGULANMASI**

695

14.1 Laplace Devre Çözümleri	696
14.2 Devre Eleman Modelleri	697

14.3 Analiz Teknikleri	699
14.4 Transfer Fonksiyonu	712
14.5 Kutup-Sıfır Çizimi/Bode Çizimi Bağlantısı	724
14.6 Kalıcı Durum Tepkisi	727
14.7 Uygulama Örnekleri	729
14.8 Tasarım Örnekleri	731
Özet	738
Problemler	738

BÖLÜM 15**FOURIER ANALİZ TEKNİKLERİ**

751

15.1 Fourier Serileri	752
15.2 Fourier Dönüşümü	773
15.3 Uygulama Örnekleri	780
15.4 Tasarım Örnekleri	787
Özet	793
Problemler	794

BÖLÜM 16**İKİ KAPILI DEVRELER**

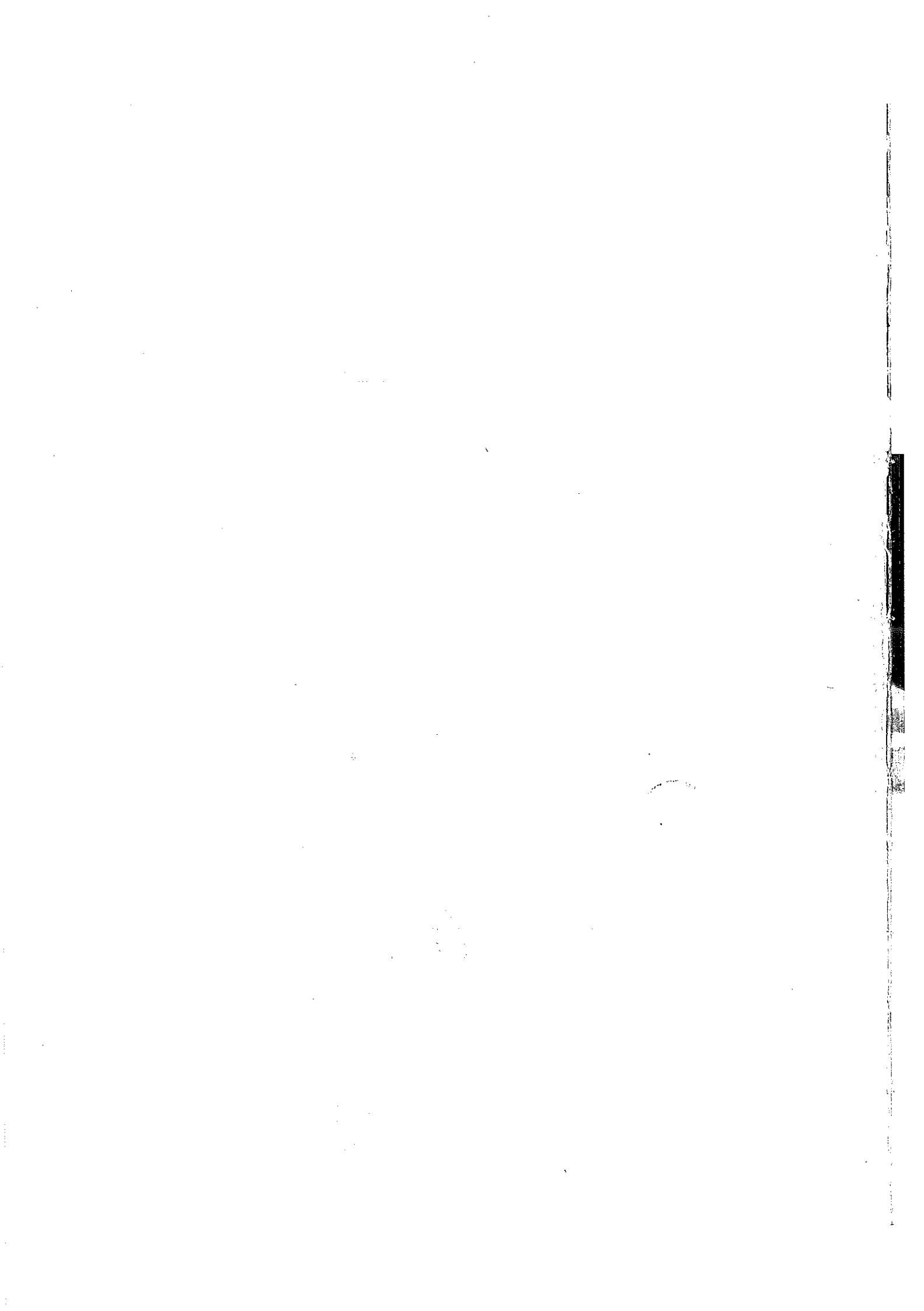
801

16.1 Admitans Parametreleri	802
16.2 Empedans Parametreleri	805
16.3 Hibrit Parametreler	807
16.4 İletim Parametreleri	809
16.5 Parametre Dönüşümleri	811
16.6 İki Kapılıların Ara Bağlantısı	811
16.7 Uygulama Örnekleri	815
16.8 Tasarım Örnekleri	819
Özet	821
Problemler	821

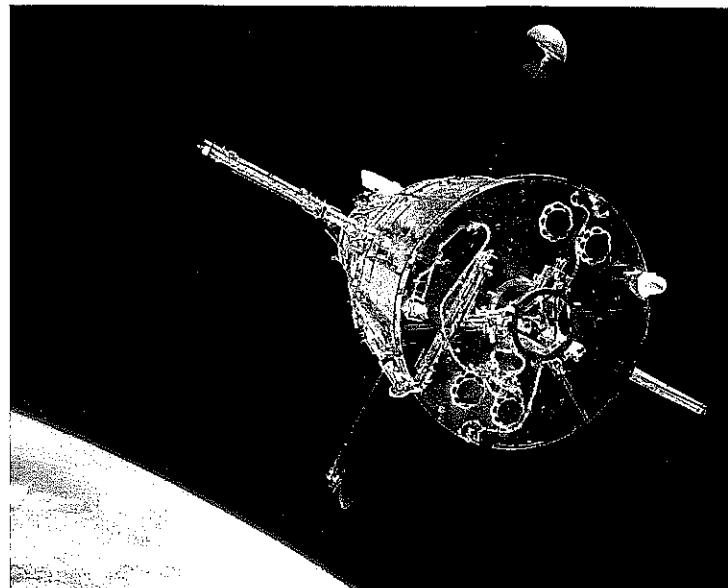
EK**KARMAŞIK SAYILAR**

829

Dizin	834
-------	-----



TEMEL KAVRAMLAR



NASA'nın izniyle, 2009

Hubble Uzay Teleskopu: Eğer sizden elektrik akımı, gerilimi ve gücünü kullanan en önemli mühendislik başarılarını sıralamanız istenseydi NASA'nın Hubble Uzay Teleskopu'nu listenize alır mıydınız? Kesintile almalısınız. 20 yıl kadar önce Yeryüzü'nün 600 km üzerinde bir yörüngeye fırlatılan bu teleskop atmosferin bozucu etkilerinden etkilenmeden evren hakkında sürekli yeni veriler göndermeyi sürdürmektedir. Hubble Teleskopu, her biri çok sayıda gelişmiş elektrik sistemi içeren çok sayıda kanalı sayesinde farklı dalga boyuna sahip ışıkları algılayarak hem güneş sistemini hem de uzak galaksileri incelememize olanak sağlamaktadır. Hubble Uzay Teleskopu programının başarıya ulaşması NASA'nın başka planlar üretmesine neden olmuştur. 2010 yılının Şubat ayında "Solar Dynamics-Güneş Dinamikleri"

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI:

- SI birim sistemini ve standart ön ekleri gözden geçirmek
- Temel elektriksel büyüklükler olan gerilim, akım ve gücün tanımlarını öğrenmek
- Bağımsız ve bağımlı kaynakların tanımlarını ve simgelerini öğrenmek
- Pasif işaretleme yöntemini kullanarak bir devrenin aldığı gücü hesaplayabilmek

Gözlemevi devreye alındı. Bu gözlemevi güneşte meydana gelen çeşitli olayların incelenmesine olanak sağlamaktır. Örneğin, bu gözlemevi sayesinde güneş patlamalarının yüksek çözünürlüğe ölçümleri mümkün olabilmektedir. Bu çalışma, NASA'nın "Bir Yıldızla Yaşamak" programının ilk görevidir.

Her ne kadar karmaşık bir yapısı da olsa, Hubble Uzay Teleskopu da bu bölümde öğreneceğiniz temel kavramlarla -yük, akım, gerilim, güç, baryalar- çalışır. Bu temel kavramlar sayesinde elektrik mühendisliğinin ne olduğunu anlayacaksınız ve daha karmaşık elektriksel sistemleri analiz etme ve tasarılama becerilerinizi geliştireceksiniz. Nasıl ki Hubble'in önünü açtığı büyük buluşlar öngörülememişse ileride nelerle karşılaşabileceğinizi bugünden hayal etmek de mümkün değildir.

1.1

Birim Sistemi

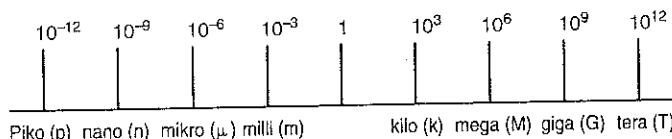
Kullanacağımız birim sistemi Uluslararası Birim Sistemi (the Système International des Unités) olarak veya kısaca SI standarı olarak adlandırılır. Bu sistemde kullanılan temel birimler metre (m), kilogram (kg), saniye (s), amper (A), kelvin (K) ve kandela (cd) olup bütün fizik kitaplarında bu birimlerin tanımları verilmekte olduğundan burada tanımlar yinelenmeyecektir. Ancak, bu birimlerle ilgili bazı ayrıntılar yapacağımız analizlerde tartışılacaktır.

SI sisteminde kullanılan standart ön ekler Şekil 1.1'de verilmektedir. Görüldüğü gibi bu ön ekler arasında ondalık ilişkiler bulunmaktadır.

Devre teknolojisi, geride bıraktığımız yıllarda ciddi bir değişim geçirmiştir. Örneğin, 1960'ların başında bir vakum tüpünün bir elektrik devresinde kapladığı alan yaklaşık olarak 50 kuruş büyüklüğündeyken, günümüzde aynı alana içerisinde 50 milyon transistör bulunan bir Intel Pentium entegre devresi sığabilmektedir. Bu entegre devreler günümüzde pek çok elektronik sistemin özünü oluşturmaktadır.

Şekil 1.1

Standart SI ön ekler.



1.2

Temel Kavramlar

Elektrik devrelerinin analizine başlamadan önce kullanacağımız terimleri tanımlamamız gerekmektedir. Ancak, hem bu bölümde hem de kitabın geri kalanında, konunun anlaşılabilirliğini artırmak için tanımlarımıza ve açıklamalarımıza olabildiğince basit tutmaya çalışacağız. Bir kavramı açıklamak için geniş kapsamlı tanımlamalar yapmak bu aşamada genellikle kafa karışıklığına yol açabilir. Bu nedenle bu tür tanımlamalara yeltenmeye çalışacağız. Her ne kadar pek çoklarımız elektrik devresinin ne demek olduğunu ilişkin bir algıya sahip olsak da biz bir elektrik devresini, her biri bir matematiksel modelle tanımlanabilen elektriksel elemanların birbirlerine bağlanmasıyla oluşan bir yapı olarak tanımlayacağız.

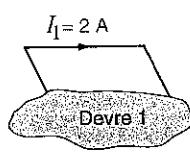
Bir elektrik devresinin analizinde kullanılacak en temel büyülüklük elektrik yüküdür. Biz, elektrik yükünün hareketi ile ilgileneceğiz. Bunun nedeni, yükün hareketinin bir enerji aktarımına yol açmasıdır. Özellikle de yükün hareketinin belli bir kapalı yol ile sınırlandırılmış olduğu durum bizim için önemlidir.

Basit olarak bakacak olursak bir elektrik devresi yükün bir noktadan başka bir noktaya ulaşmasını sağlayan bir boru hattı olarak düşünülebilir. Yükün zamana göre değişim hızı elektrik akımını verir. Matematiksel olarak bu ilişki

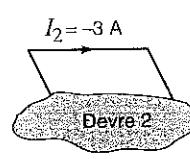
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad \text{veya} \quad q(t) = \int_{-\infty}^t i(x) dx \quad \text{1.1}$$

birimde ifade edilir. Burada i akımı, q ise yükü gösterir. Küçük harfler, bir büyülüğün zamanla değişğini, büyük harfler ise bir büyülüğün sabit olduğunu göstermek için kullanılır. Akımın birimi amper (A) olup 1 amper saniyede 1 coulomb değerinde yük değişimi anlamına gelir.

Her ne kadar metal iletkenlerde akımın elektron akısından kaynaklandığını biliyorsak da evrensel olarak kabul gören tanım, akımın artı yüklerin hareketinden kaynaklandığı biçimindedir. Okurlar, fiziksel olarak gerçekleşen şey ne olursa olsun, akımın artı yükün hareketi sonucu oluştuğunu düşünmelidir. Akım için kullanılacak gösterim biçimini Şekil 1.2'de verilmektedir. Şekil 1.2a'da görülen $I_1 = 2 A$, telin üzerindeki herhangi bir noktada, her bir saniyede soldan sağa doğru 2 C yük过去的 anlamına gelmektedir. Şekil 1.2b'de görülen $I_2 = -3 A$ ise, telin üzerindeki herhangi bir noktada, her bir saniyede sağdan sola doğru 3 C yük过去的 anlamına gelmektedir. Dolayısıyla yalnızca akımı gösteren değişkenin genliğini vermek yeterli değildir. Aynı zamanda akımın yönünü de belirtmek gerekmektedir.



(a)

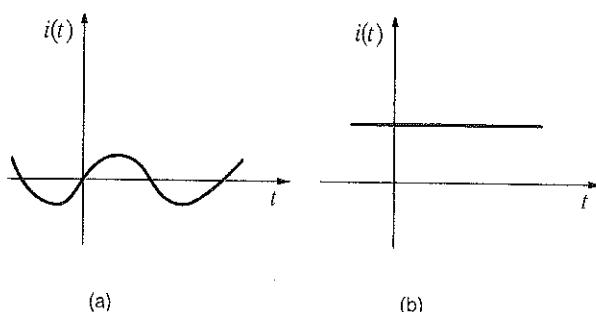


(b)

Şekil 1.2

Genel kabul gören akım yönü:

- (a) pozitif akım yönü,
- (b) negatif akım yönü.



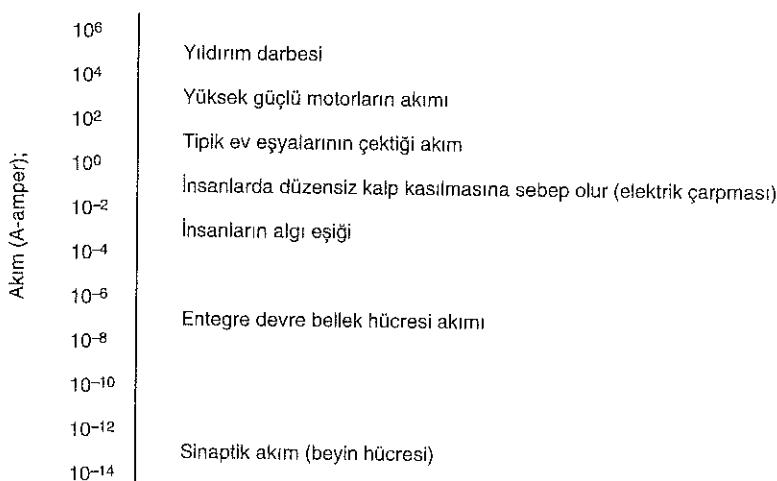
Şekil 1.3

Yaygın dalga şekilleri: (a) alternatif (almaşık) akım (AA); (b) doğru akım (DA).

Şekil 1.3'te günlük yaşamda sıkılıkla karşılaştığımız iki akım türünün zamana göre değişimi gösterilmektedir. Alternatif (almaşık) akım her evde bulunan ve buzdolabı, çamaşır makinesi, fırın gibi pek çok ev eşyasının kullandığı akım türüdür. Otomobillerde, el fenerlerinde ve bilgisayarlarında bulunan bataryalar (aküler, piller) ise doğru akım kaynağıdır. Bu iki akım türü en yaygın kullanıma sahip akım türleridir. Ancak, bunların dışında birçok akım şekli de üretebiliriz. Bunların bazılarını kitabın ilerleyen bölümlerinde inceleyeceğiz. Ancak, bu arada belirtmemiz gereklidir ki çevremizde karşılaşabileceğimiz akımların genlikleri Şekil 1.4'te gösterildiği gibi çok çok küçük değerlerden çok büyük değerlere kadar değişebilir.

Daha önce belirttiğimiz üzere, hareket hâlindeki yükler enerji aktarımına yol açarlar. Simdi bir devrenin herhangi iki noktası arasındaki gerilimi tanımlayalım. İki nokta arasındaki gerilim, bu iki noktadaki birer birim yükün enerji düzeyleri arasındaki farka eşittir. Kalan kuvvet veya potansiyel olarak da adlandırılabilir gerilim, yer çekimi kuvvetine benzer. Bir bowling topunun yüksek bir yerden bir su kovasına düşürülmesini gözünüzde canlandırın. Topu elimizden bıraklığımız anda yer çekimi kuvveti onu aşağıya, su kovasına doğru çeker. Düşen top suyun dibine doğru indikçe potansiyel enerjisini kaybeder. Yer çekimi kuvveti topu su içerisinde ittiirmektedir. Bu bowling topunu yük olarak, topu su içerisinde hareket ettiren yer çekimi kuvvetini de çıktıı bir devrede hareket ettiren gerilim olarak düşününebilirsiniz. Hareket hâlindeki yükler akımı gösterdiğinde bowling topunun hareketini de akım gibi düşününebiliriz. Kovanın içerisindeki su topun hareketine direnç gösterecektir. Bir elektrik devresinde de elektrik yüklerin hareketine direnç gösterilir. Bu olayı bir sonraki bölümde direnç kavramıyla inceleyeceğiz.

İş ya da enerjinin $[w(t)$ ya da $W]$ birimi "joule" (J) olup 1 "joule" 1 newton metreye ($N \cdot m$) eşittir. Gerilimin $[v(t)$ or $V]$ birimi ise volt (V) olup 1 volt, $1 J/Coulomb$ 'a eşittir. Yani, 1 volt = 1 Joule/coulomb = 1 newton metre/ coulomb. Eğer bir birim artı yük herhangi iki nokta arasında hareket ettirilirse bu hareket için gerekli enerji, iki noktanın enerji düzeyleri arasındaki farka eşittir ve bu fark gerilim olarak tanımlanır. İki nokta arasındaki gerilimi göstermek için kullanacağımız değişkenleri tanımlarken çok dikkatli olmalıyız. Çözüm hangi noktanın diğerine göre daha pozitif potansiyelde olduğunu göstermelidir.

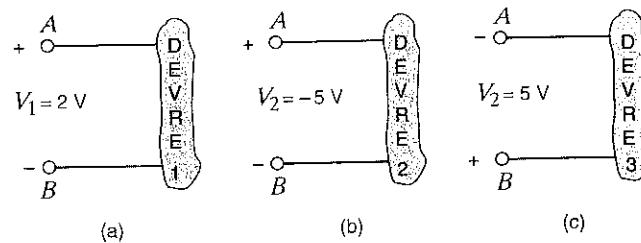


Şekil 1.4

Tipik akım genlikleri.

Şekil 1.5

Gerilimin gösterimleri.



Şekil 1.5'a'da A ve B noktaları arasındaki gerilim V_1 olarak tanımlanmıştır ve A'nın B'den daha pozitif olduğu varsayılarak A ucuna (+) ve B ucuna (-) işaretleri yerleştirilmiştir. (+) ve (-) işaretleri V_1 'in yönü için bir referans oluştururlar. $V_1 = 2 \text{ V}$ ise, A ve B noktaları arasındaki potansiyel farkı 2 V olup, A noktası daha yüksek potansiyeldedir. Eğer bir birim pozitif yük A noktasından, devre içerisinde geçerek B noktasına sürürlürse bu yük devreye enerji verir ve B noktasına ulaştığında enerjisi başlangıçtakine göre 2 J eksik olur. Eğer, bir birim pozitif yük B noktasından A noktasına sürülmek istenirse bunun için devrenin yüke 2 J enerji vermesi gerekmektedir. Yük A noktasına vardığında enerjisi 2 J artmış olur.

Şekil 1.5'b'de görülen devrede $V_2 = 5 \text{ V}$ 'tur. Yani, A ve B noktaları arasındaki fark 5 V'tur ancak, bu kez B noktası daha yüksek potansiyeldedir. Bu gerilim Şekil 1.5c'deki gibi de gösterilebilir. Bu eşdeğer durumda A ve B noktaları arasındaki gerilim $V_2 = 5 \text{ V}$ olup yine B noktası daha yüksek potansiyeldedir.

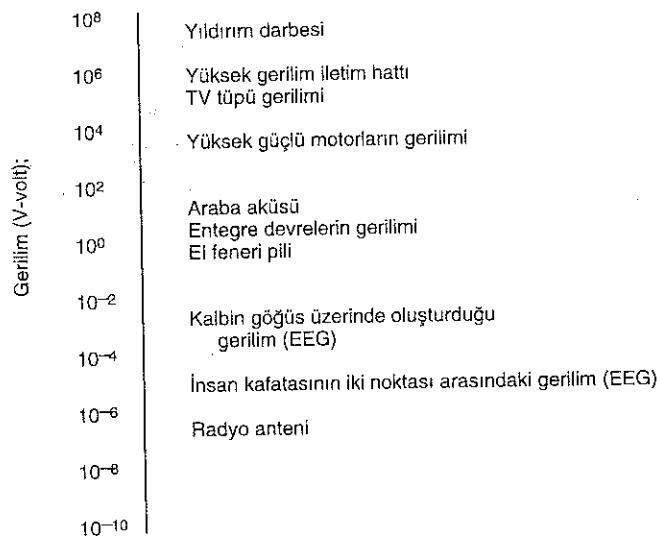
Göründüğü gibi her değişkeni referans yön ile birlikte tanımlamak çok önemlidir. Böylece, elde edilen sonuç yorumlanabilir ve devrenin fiziksel durumu anlaşılabilir. Bir değişkenin hangi yönde artı sonuç vereceğini baştan kestirebilmek çoğu zaman mümkün olmaz. Ancak, buna zaten gerek de yoktur.

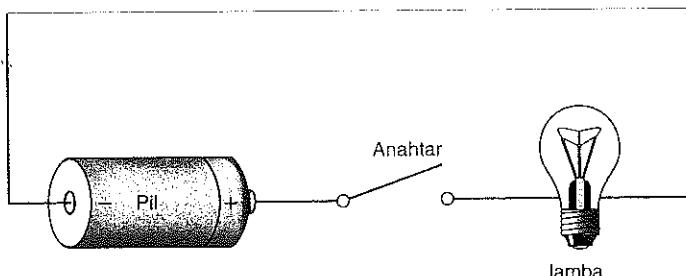
Şekil 1.5b ve c'de gösterildiği gibi, bir değişken eksi değerli de olsa artı değerli de olsa aynı bilgiyi verir. Örneğin, Şekil 1.5b'deki V_2 eksi değerli; Şekil 1.5c'deki V_2 ise artı değerlidir. Bu iki gerilimin değerleri aynıdır ancak, yalnızca yönleri farklıdır. Dolayısıyla akım ve gerilimleri tanımlarken hem genliği hem de yönü muhakkak belirtmemiz gerekmektedir. İki nokta arasındaki gerilimin 10 V olduğunu söylemek veya bir hattan 2 A akıyor demek yeterli değildir. Bu gerilim ve akımın yönleri de söylenmelidir.

Şekil 1.4'te belirtilen akım değerlerine karşı düşen gerilim özelliklerini Şekil 1.6'da verilmektedir. Göründüğü gibi bu değerler de çok büyük bir aralıkta değişmektedir.

Şekil 1.6

Tipik gerilim genlikleri

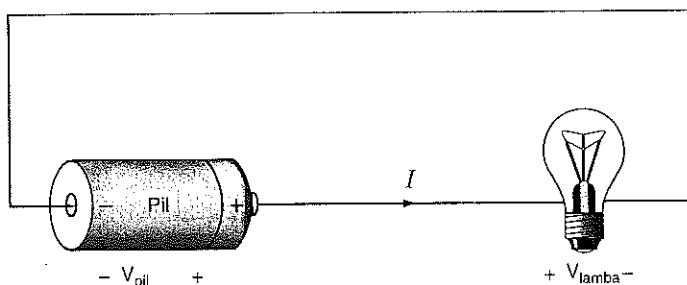




Şekil 1.7

El feneri devresi.

Akım ve gerilim konusunu tartışırken kullanacağımız yön belirleme yöntemini göstermiş olduk. Ancak, çok önemli bir kavramdan daha söz etmemiz gereklidir: enerji. Şimdi, Şekil 1.7'de gösterilen el feneri devresi üzerinden gerilim-akım ilişkisini kullanarak enerji aktarımının nasıl gerçekleştiğini inceleyelim. Bir el fenerinde bulunan belli başlı elemanlar bir pil, bir anahtar, bir lamba ve bağlantı iletkenleridir. Eğer pil sağlamsa anahtar kapatıldığında lambanın ışıldayacağını biliyoruz. Bu durumda kapalı devrede bir elektrik akımı oluşur: Pilin artı ucundan çıkan yükler anahtardan ve lambadan geçerek eksi ucundan pile geri döner. Akım lambanın flamanını ısıtarak ışık yaymasını sağlar. Lamba, elektrik enerjisini ısı enerjisine dönüştürmektedir. Dolayısıyla lambadan geçen yükler enerji kaybederler. Bu arada pil içerisinde kimyasal enerji elektrik enerjisine dönüsür ve pilden geçen yükler enerji kazanırlar. Özette, bir el fenerinde pilin içerisindeki kimyasal enerji elektrik enerjisine dönüşür ve daha sonra bu elektrik enerjisi de lamba içerisinde ısı enerjisine dönüşür.

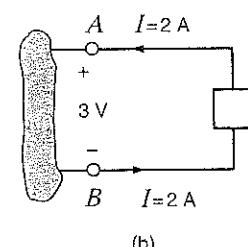
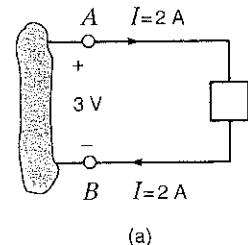


Şekil 1.8

El feneri devresinde akım ve gerilimler.

Şimdi el feneri devresini Şekil 1.8'deki gibi yeniden çizelim. Bu çizimde devreden akan akım I ile gösterilmektedir. Lamba enerji harcadığına göre, lambadan çıkan yüklerin enerjisi girenlerden daha azdır. Yani, yükler lambadan geçen enerji kaybederler. Bu durum, şekilde gösterildiği gibi, lambanın uçları arasında bir gerilimle ifade edilir. Pilden geçen yüklerin enerji kazanması da pilin uçları arasında bir gerilimle gösterilir. Şimdi lambanın ve pilin akım-gerilim ilişkisine bakalım: Lamba enerji kaybetmektedir. Akım, gerilimin artı olduğu uçtan girmektedir. Pil ise akım artı uçtan çıkmaktadır. Bu da, pilin enerji sağladığını göstermektedir.

Bu durumu Şekil 1.9 üzerinden biraz daha yakından inceleyelim. Bu şekildeki devreler, asıl devreden tek bir elemanı öne çıkartarak elde edilmiştir. Şekil 1.9'a'da A-B uçlarının solundaki yapı, incelediğimiz elemana enerji vermektedir. Yani, soldaki yapı, bizim elemanımız için enerji kaynağıdır. A noktasından B noktasına doğru, elemanımız üzerinden 2 A, yani saniyede 2 C yük akmaktadır. Dolayısıyla elemanımız saniyede 6 J enerji almaktadır (çekmektedir). Bir eleman enerji alıysa artı (pozitif) ucundan pozitif akım giriyor demektir. Şekil 1.9'b'de elemanımız A-B uçlarının solundaki yapıya enerji vermektedir. Eleman dışarıya enerji sağlıyorsa pozitif akım eksi ucundan girer ve artı ucundan çıkar. Bu gösterimde bir yönde negatif akım ters yönde pozitif akıma eşittir. Benzer olarak bir yönde negatif gerilimle ters yönde pozitif gerilim de birbirlerine eşittir.



Şekil 1.9

(a) Enerji alma (çekme) ve (b) enerji verme durumlarında gerilim-akım ilişkileri.

ÖRNEK

1.1

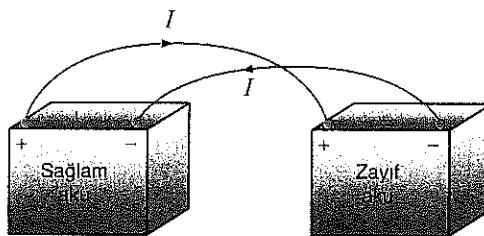
Bir arabanın çalışmaya başlatılmadığını düşünün. Akünün sağlam olup olmadığını test etmek için far anahtarını açınız ve lambaların çok sönük yandığını gördünüz. Dolayısıyla akünün zayıfladığını anladınız ve oradan geçmekte olan bir kişiden yardım istediniz. O kişinin arabasının aküsünden sizin arabanızın aküsüne iki akü takviye kablosu ile bağlantılı yapmak istiyorsunuz. Bağlantıyı nasıl yaparsınız ve aslında yapmak istediğiniz şey nedir?

ÇÖZÜM

Sözü edilen yöntem motorun takviye yolu ile çalıştırılması olarak adlandırılır. Yardıma gelen kişinin aküsünden bizim arabamızın aküsüne enerji aktarmamız gerekmektedir. Dolayısıyla bağlantı Şekil 1.10'da görüldüğü gibi olmalıdır. Sağlam batarya enerji kaynağı olduğundan, pozitif akım pozitif ucundan çıkmalıdır. Bu akım, enerji alacak olan akümüzün pozitif ucundan içeri girmelidir. Bir akü şarj edilirken de aynı bağlantı biçimini kullanır.

Şekil 1.10

Örnek 1.1.'de sözü edilen bağlantı.



Pratik uygulamalarda bağlantının doğru olmasının yanında dikkat edilmesi gereken başka şeyler de vardır. Örneğin güvenlik. Aküsü zayıflatılan bir otomobili takviye yoluyla başlatmak istediğinizde de güvenlige dikkat etmemiz gereklidir. Otomobil akülerleri patlayıcı gazlar üretirler ve bu gazlar küçük bir kivircım sayesinde alev alıp ciddi yaralanmalara neden olabilirler. Dolayısıyla, bu ve benzeri işlemler sırasında, cihazların üreticileri tarafından belirlenen kurallara uymak gereklidir.

Gerilimi, 1 C değerinde pozitif bir yükü bir eleman içerisinde hareket ettirmek için gerekli enerji olarak ifade etmiş ve birimini coulomb başına joule olarak tanımlamıştık. Eğer diferansiyel miktarda yükün hareketi ve enerjisi ile ilgileniyorsak bu durumda

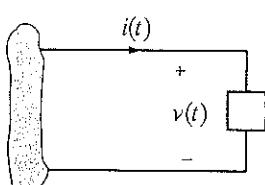
$$v = \frac{dw}{dq} \quad 1.2$$

yazılabilir. Bu ifadeyi elemandan geçen akımla çarpalım:

$$vi = \frac{dw}{dq} \left(\frac{dq}{dt} \right) = \frac{dw}{dt} = p \quad 1.3$$

Elde edilen ifade enerjinin değişim hızını (turevini), yani gücü göstermektedir. Bu büyüklüğün birimi de saniyedeki joule miktarı veya watt (W) olarak ifade edilir. Hem gerilim (v) hem de akım (i) zamanla değiştiğinden güç de zamanla değişen bir büyüklüktür. Dolayısıyla enerjinin herhangi bir t_1 anı ile t_2 anı arasındaki değişim miktarı, Eş. (1.3)'ün integrali alınarak bulunur.

$$\Delta w = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{t_1}^{t_2} vi dt \quad 1.4$$



Şekil 1.11

Güç için işaretleme yöntemi

[İpucu]

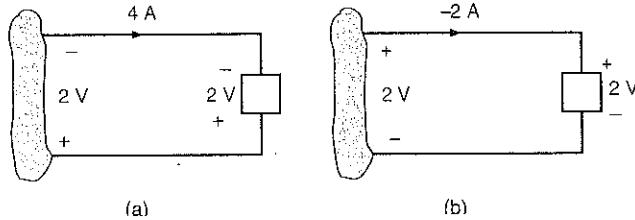
Bir elemanın gücü alıyor mu yoksa veriyor mu olduğunu pasif işaretleme yöntemi ile belirlenir.

Şimdi, işaretleme yöntemimizi güç için özetleyelim. İşaretleri belirlemek için akım ve gerilimler Şekil 1.11'de gösterildiği gibi tanımlanmalıdır. Bir elemanın uçları arasındaki gerilimi gösteren $v(t)$, akımın elemana girdiği noktada pozitif olarak tanımlanır. Bu yöntem, *pasif işaretleme yöntemi* olarak adlandırılır. Kitabımızda hep bu yöntem kullanılmaktadır. v gerilimi ile i akımının işaretleri de göz önüne alınarak elde edilen çarpım gücün genliğini ve işaretini belirler. Sonuç pozitif ise eleman dışarıdan güç alıyor demektir. Sonuç negatif ise bu durumda eleman dışarıya güç veriyor demektir.

Şekil 1.12'de verilen iki devre için elemanın aldığı veya verdiği glicü hesaplayınız.

Q 30 83

1.2



Şekil 1.12

Örnek 1.2'de incelenen elemanlar.

Şekil 1.12a'da güç $P = (2 \text{ V})(-4 \text{ A}) = -8 \text{ W}$ olarak hesaplanır. Dolayısıyla elemanımız dışarıya güç vermektedir. Şekil 1.12b'de ise $P = (2 \text{ V})(-2 \text{ A}) = -4 \text{ W}$ olduğundan bu eleman da dışarıya güç sağlamaktadır.

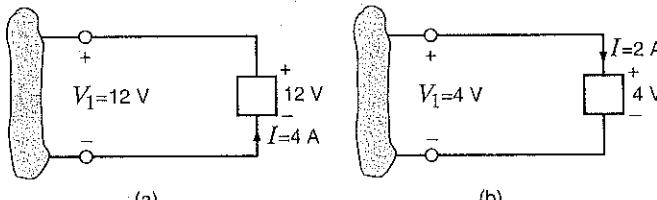
CÖZÜM

Öğrendiklerimizi Sınavalım

E1.1 Şekil E1.1'de gösterilen elemanların aldığı (çektiği) veya verdiği güç miktarlarını bulunuz.

YANIT:

- (a) $P = -48$
 (b) $P = 8 \text{ W}$



Şekil E1.1

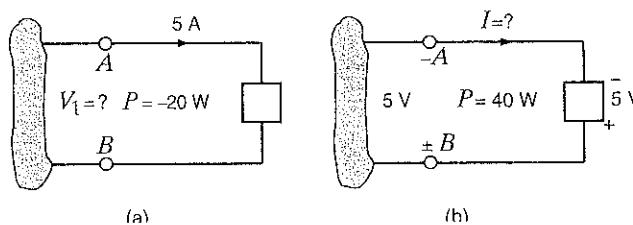
• (a)

10

Şekil 1.13'teki bilinmeyen gerilim ve akım değerlerini bulunuz.

卷之三

1.3



Şekil 1.13

Örnek 1.3'le ilgili elemanlar.

ÇÖZÜM

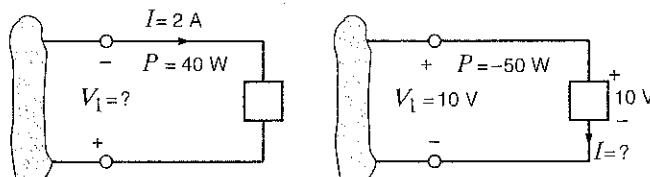
Şekil 1.13a'da elemanın gücü -20 W olarak belirtilmiştir. Bunun anlamı bu elemanın güç verdiğidir. O hâlde, akımın elemana girdiği uç (A) eksi, elemandan çıktıığı uç (B) artı olarak işaretlenmelidir. B ve A uçları arasındaki gerilim de $4\text{ V}'$ tur.

Şekil 1.13b'deki elemanın gücü $+40 \text{ W}$ olarak belirtilmiştir. Bunun anlamı, elemanın dışarıdan güç aldığıdır. O hâlde akım elemana artı ucundan, yani B ucundan girmelidir. Oysa şekildeki akım elemana ters yönde girmektedir. Demek ki akımın değeri -8 A olmalıdır.

E1.2 Şekil E1.2'de gösterilen değişkenlerden değeri verilmemiş olanların değerlerini bulunuz.

YANIT:

- (a) $V_1 = -20 \text{ V}$;
- (b) $I = -5 \text{ A}$.



Şekil E1.2

Son olarak önemli bir ilkeden söz edelim: Elektrik devreleri enerjinin sakınımı ilkesine uygun davranışır. Akım ve gerilim arasındaki ilişki nedeniyle, elektrik devrelerinde gücün korunumunu da gerçekleştigi söyleyebiliriz. Bu durum ilk olarak 1952 yılında Tellegen tarafından ifade edilmiştir. Tellegen teoremi olarak adlandırılan bu ifadeye göre bir elektrik devresinde bütün elemanlar tarafından alınan (çekilen) toplam güç değeri sıfırdır. Bu durum, bir elektrik devresinde verilen güçlerin toplamının alınan güçlerin toplamına eşit olduğu biçimde de ifade edilebilir. Bir elektrik devresinin analizini yaparken hesapların doğruluğunu kontrol etmek için yapılan işlemlerden biri de Tellegen teoreminin sağlanmadığını baktır.

1.3

Devre Elemanları

Şu ana kadar yalnızca gerilim, akım ve gücü tanımladık. Bu bölümün kalan kısımlarında bağımlı ve bağımsız gerilim ve akım kaynaklarını tanımlayacağız. Her ne kadar elemanların ideal olduğunu varsayıp olsak da yeri geldiğinde bu varsayımin yetersiz olduğu noktaları da vurgulayacağız.

Genel olarak kullanacağımız elemanlar üç karakteristikleriyle, yani içlerinden geçen akım ve/veya uçları arasındaki gerilim kullanılarak tanımlanacaktır. Elektrik devrelerini kurmak için kullanacağımız bu elemanlar kabaca aktif veya pasif elemanlar olarak iki sınıfa ayrılabilir. Bu sınıflandırma elemanın enerji alıp verme durumuna göre yapılmaktadır. Eğer bir eleman enerji üretme kapasitesine sahipse aktif, değilse pasif olarak adlandırılır.

Ancak, daha sonra göstereceğimiz gibi bazı pasif elemanlar enerjiyi depolayabilirler. En temel aktif elemanlar piller (bataryalar) ve üreteçlerdir (jeneratörler). En yaygın pasif elemanlar ise dirençler, kondansatörler ve induktörlerdir.

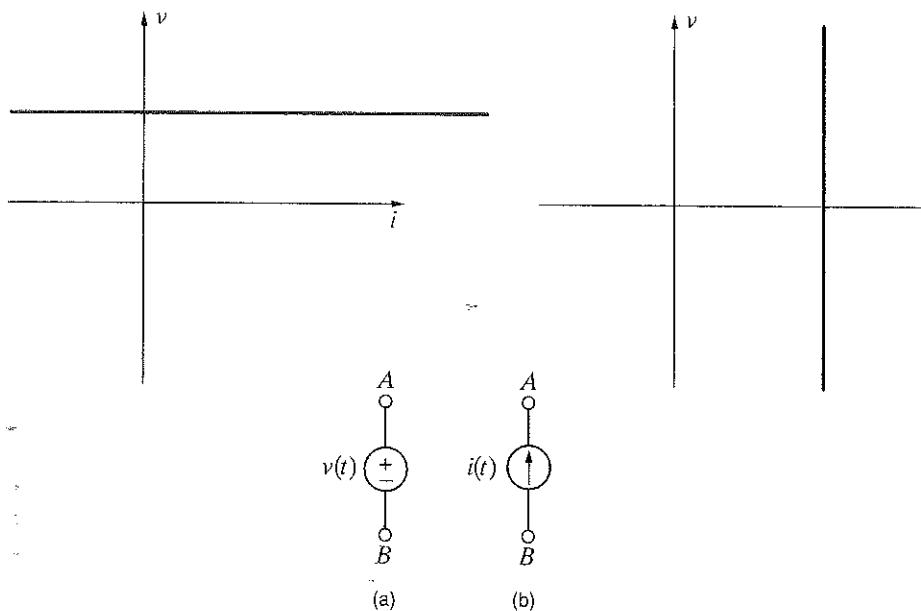
2. Bölüm'de direnç elemanı ile birlikte pasif elemanları ayrıntılı olarak incelemeye başlayacağız. Ama önce çok önemli bazı aktif elemanları tanıyalım.

1. Bağımsız gerilim kaynağı
2. Bağımsız akım kaynağı

3. Bağımlı gerilim kaynağı
4. Bağımlı akım kaynağı

BAĞIMSIZ KAYNAKLAR Bir bağımsız gerilim kaynağı, içinden geçen akım ne olursa olsun, iki ucu arasındaki gerilimi sabit kalan bir devre elemanıdır. Bu durum Şekil 1.14a'daki v - i karakteristiği ile gösterilir. Bağımsız gerilim kaynağının simgesi olarak, yine Şekil 1.14a'da gösterildiği gibi, genellikle bir daire kullanılır. Şekildeki gösterim A ucunun B ucuna göre daha pozitif olduğu anlamına gelir.

Öte yandan, bağımsız akım kaynakları, iki ucu arasındaki gerilim ne olursa olsun içinden akan akımı sabit kalan bir devre elemanıdır. Bu durum da Şekil 1.14b'deki v - i çizimiyle gösterilmektedir. Akım kaynağı da genellikle içinde bir ok olan bir daire ile gösterilir. Okun yönü akım için tanımlanan pozitif yönü belirtir.



Şekil 1.14

(a) Bağımsız gerilim kaynağı ve
 (b) bağımsız akım kaynağı için
 karakteristikler ve semboller.

Normal çalışma durumunda bağımsız kaynaklar devrenin geri kalanına güç verirler. Ancak, bazı durumlarda bu kaynakların güç alması da söz konusu olabilir. Bunun en güzel örneği Örnek 1.1'de verilen pil doldurma devresidir.

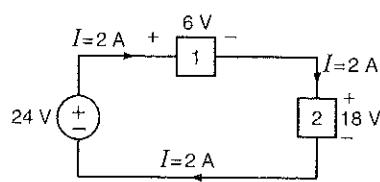
Bu noktada incelememize bir ara verelim ve modellerimizin sınırlamlarıyla ilgili önemli bir konuyu gündeme getirelim. Fizikselsistemlerin karşılığı olarak kullanılan matematiksel modeller ancak belli koşullar altında gerçekçidir. Bir modelin her koşulda fizikselsistemi gerçekçi olarak temsil etmesi çok ender görülen bir durumdur. Şekil 1.14a'da gösterilen gerilim kaynağı modeli üzerinden bu konuya yakından bakalım. Biz, uçları arasına ne bağlanırsa bağlansın gerilim kaynağının iki ucu arasındaki gerilimin v volt olduğunu varsayıyoruz. Öyleyse, teorik olarak kaynağın uçları arasına bağladığımız devreyi ayarlayarak içinden geçen akımın sonsuz olmasını, dolayısıyla kaynaktan sonsuz büyüklükte bir gücün çekilmesini sağlayabiliriz. Elbette fiziksels olarak bu olası değildir. Aynı değerlendirmeyi bağımsız akım kaynakları için de yapabiliz. Dolayısıyla, okuyucu modellerin sınırlamalarının olduğunu, fizikselsistemleri yalnızca belli koşullarda gerçekçi olarak temsil edebildiğini unutmamalıdır.

Örnek olarak şu soruyu düşünelim: Bir otomobilin aküsünü modellemek için her koşulda bağımsız gerilim kaynağı kullanabilir miyiz? Arabanın farları açıkken radyosunu da açığınızda düşünün. Radyo açılıncı far ışığı daha sönüktür olur mu? Muhtemelen hayır. Ancak, kontağı kapalı bir arabanın farları açıkça ve bu durumda arabayı başlatmaya çalışırsınız ışığın azaldığını göreceksiniz. Arabanın mars motoru o anda yüksek akım çektiğinden bataryanın üçlarındaki gerilim düşmektedir ve dolayısıyla lambanın ışığı azalmaktadır. O hâlde, bataryayı modellemek için kullanacağımız bağımsız gerilim kaynağı, arabanın radyosu açıkken yeterlidir ancak, arabayı başlatırken oluşan olayları incelemek için daha iyi bir modele ihtiyacımız bulunmaktadır.

Şekil 1.15'te gösterilen elemanlar tarafından alınan veya verilen güçleri hesaplayınız.

ÖPNVZK

1.4



Şekil 1.15

Örnek 1.4'e ait devre

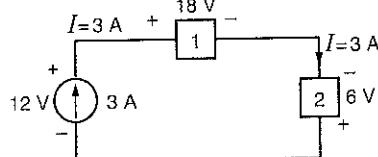
SÖZÜM [İpucu]

Seri bağlı elemanların içinden aynı akım akar.

24 V'luk gerilim kaynağının akımı pozitif ucundan dışarı doğru akmaktadır. Dolayısıyla bu eleman devreye $(2)(24) = 48$ W değerinde güç sağlamaktadır. Akım, 1 ve 2 numaralı elemanların artı ucundan içeri girmektedir. Dolayısıyla bu elemanlar sırasıyla $(2)(6) = 12$ W ve $(2)(18) = 36$ W güç almaktadır (çekmektedir). Görüldüğü gibi devrede verilen toplam güç ile alınan toplam güç aynıdır.

Öğrendiklerimizi Sınavalım

E1.3 Şekil E1.3'te gösterilen elemanların aldığıları ve verdikleri güçleri hesaplayınız.



Şekil E1.3

YANIT: Akım kaynağı 36 W vermektedir, 1 numaralı eleman 54 W almaktır, 2 numaralı eleman 18 W vermektedir.

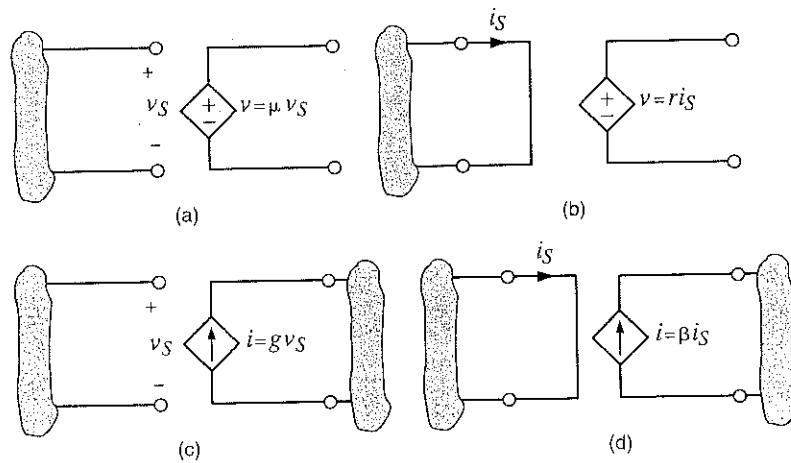
BAĞIMLI KAYNAKLAR Daha önce gördüğümüz bağımsız kaynaklar, devrenin geri kalısında olan bitenden bağımsız olarak belli bir akım veya gerilim üretiyorlardı. Bağımlı kaynakların ürettiği akım veya gerilim ise, devrenin bir başka noktasındaki akıma veya gerilime bağımlı olarak değişir. Birçok elektronik devre elemanın davranışını incelemek için geliştirilen model, icerisinde bağımlı kaynak barındırır. Bu nedenle, bağımlı kaynaklar devre analizi için çok önemlidir.

Örneğin, birçok elektronik cihazda yaygın olarak kullanılan MOSFET (metal oksit yarıletken alan etkili transistör) ve bipolar transistör bağımlı kaynaklarla modellenir. Dolayısıyla, bu elemanları içeren devrelerin analizinde bağımlı kaynaklar kullanılır.

Bağımlı kaynaklara denetimli kaynak adı da verilir. Elektrik devrelerinde bu kaynaklar baklava dilimi şeklinde gösterilir. Dört farklı şekilde karşımıza çıkabilecek bağımlı kaynaklar Şekil 1.16'da gösterilmektedir. Şekil 1.16a'da gerilim bağımlı (denetimli) gerilim kaynağı gösterilmektedir. Sağ taraftaki kaynağın gerilimi sol taraftaki devre parçasının uçları arasındaki gerilimle denetlenmektedir. Şekil 1.16b'de, akım bağımlı (denetimli) gerilim kaynağı gösterilmektedir. Sağ taraftaki kaynağın gerilimi sol taraftaki devre parçasının uçları arasında akan akımla denetlenmektedir. Şekil 1.16c'de gerilim bağımlı (denetimli) akım kaynağı gösterilmektedir. Sağ taraftaki kaynağın akımı sol taraftaki devre parçasının uçları arasındaki gerilimle denetlenmektedir. Şekil 1.16d'de, akım bağımlı (denetimli) akım kaynağı gösterilmektedir. Sağ taraftaki kaynağın akımı sol taraftaki devre parçasının uçları arasında akan akımla denetlenmektedir. Gerilim bağımlı gerilim kaynağı ve akım bağımlı akım kaynağı durumlarda kullanılan bağıntılardaki μ ve β katsayıları birimsizdir. Diğer durumlarda ise akım gerilime veya gerilim akıma dönüştürüldüğünden kullanılan büyülüklükler (r ve g) birimsiz değildir.

Şekil 1.16

Bağımlı kaynak türleri.



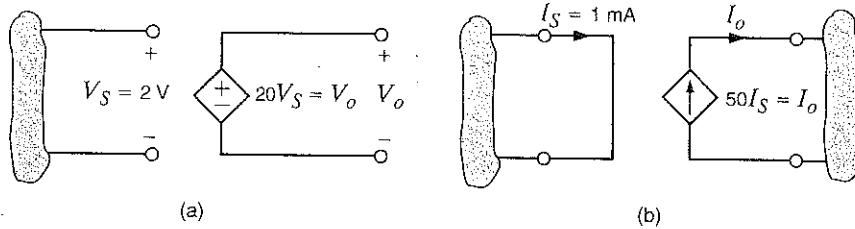
Şekil 1.17'de gösterilen devreler için çıkış büyütüklerini hesaplayınız.

ÖRNEK

1.5

Şekil 1.17a'da çıkış gerilimi $V_o = \mu V_s$ ya da $V_o = 20 V_s = (20)(2 V) = 40 V$ olarak bulunur. Girişteki 2 V'luk gerilim yükseltilmiş ve çıkışa 40 V olarak yansıtılmıştır. Dolayısıyla devre, kazancı 20 olan bir gerilim yükseltecidir.

ÇÖZÜM



Şekil 1.17

Örnek 1.5'e ait devreler

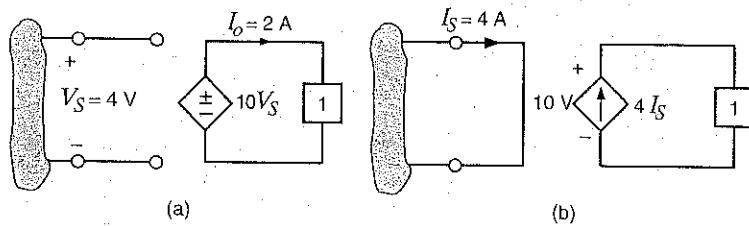
Şekil 1.17b'de çıkış akımı $I_o = \beta I_s = (50)(1 \text{ mA}) = 50 \text{ mA}$ olarak bulunur. Dolayısıyla devre, kazancı 50 olan bir akım yükseltecidir. Yani giriş akımı 50 katına çıkarılmıştır.

Öğrendiklerimizi Sınayalım

E1.4 Şekil E1.4'te gösterilen bağımlı kaynakların devreye sağladığı (verdiği) güçleri hesaplayınız.

YANIT:

- (a) Verilen güç = 80 W;
- (b) Verilen güç = 160 W.

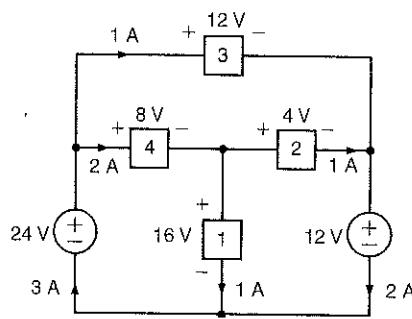


Şekil E1.4

Şekil 1.18'de gösterilen her bir elemanın çektiği güç değerini hesaplayınız. Sonra da Tellegen teoreminin sağlandığını gösteriniz.

ÖRNEK

1.6



Şekil 1.18

Örnek 1.6'ya ait devre.

ÇÖZÜM

Güç hesaplaması için tanımladığımız işaretleme yönlerini kullanarak her bir elemanın çektiği güç değerini hesaplayabiliriz.

$$P_1 = (16)(1) = 16 \text{ W}$$

$$P_2 = (4)(1) = 4 \text{ W}$$

$$P_3 = (12)(1) = 12 \text{ W}$$

$$\begin{aligned}P_4 &= (8)(2) = 16 \text{ W} \\P_{12V} &= (12)(2) = 24 \text{ W} \\P_{24V} &= (24)(-3) = -72 \text{ W}\end{aligned}$$

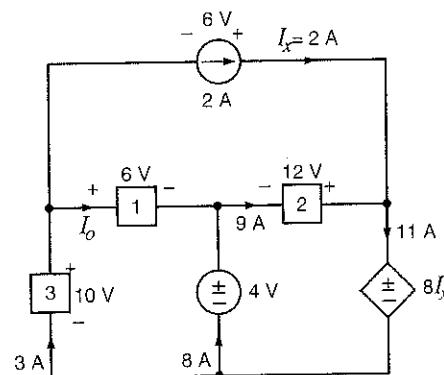
24 V'luk gerilim kaynağının çektiği gücü hesaplamak için kaynağı artı ucundan çıkan 3 A'lık akımı kaynağı artı ucundan giren -3 A'lık akım gibi alındığımıza dikkat ediniz. Çünkü bir elemanın çektiği güç, uçları arasındaki gerilimle gerilimin artı ucundan giren akımın çarpımına eşit olarak tanımlanmıştır.

Şimdi tüm elemanların çektiği güçleri toplayalım: $16 + 4 + 12 + 16 + 24 - 72 = 0$. Toplam sıfır olmaktadır. Dolayısıyla Tellegen teoremi sağlanmaktadır.

ÖRNEK

1.7

Tellegen teoremini kullanarak Şekil 1.19'da gösterilen devredeki I_o akımını bulunuz.



Şekil 1.19

Örnek 1.7'ye ait devre.

ÇÖZÜM

Once, işaretleme yöntemimizi kullanarak her bir elemanın çektiği gücü hesaplayalım.

$$\begin{aligned}P_{2A} &= (6)(-2) = -12 \text{ W} \\P_1 &= (6)(I_o) = 6I_o \text{ W} \\P_2 &= (12)(-9) = -108 \text{ W} \\P_3 &= (10)(-3) = -30 \text{ W} \\P_{4V} &= (4)(-8) = -32 \text{ W} \\P_{six} &= (8I_x)(11) = (16)(11) = 176 \text{ W}\end{aligned}$$

Tellegen teorimin kullanarak

$$-12 + 6I_o - 108 - 30 - 32 + 176 = 0$$

veya

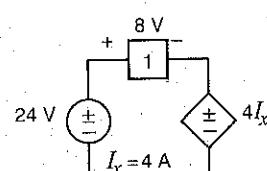
$$6I_o + 176 = 12 + 108 + 30 + 32$$

bulunur. Dolayısıyla:

$$I_o = 1 \text{ A}$$

Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E1.5 Şekil E1.5'teki her bir devre elemanın aldığı veya verdiği güç değerini hesaplayınız.



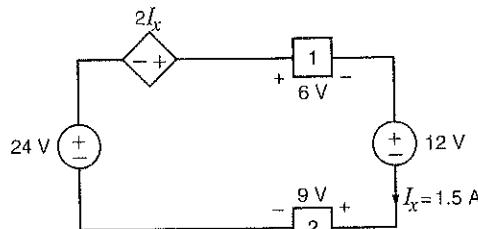
Şekil E1.5

YANIT:

$$\begin{aligned}P_{24V} &= 96 \text{ W veriyor;} \\P_1 &= 32 \text{ W alıyor;} \\P_{4Ix} &= 64 \text{ W alıyor.}\end{aligned}$$

E1.6 Şekil E1.6'daki her bir devre elemanının çektığı veya verdiği güç değerini hesaplayınız

Şekil E1.6

**YANIT:**

$P_{24V} = 36 \text{ W}$ veriyor.

$P_{12V} = 18 \text{ W}$ alıyor.

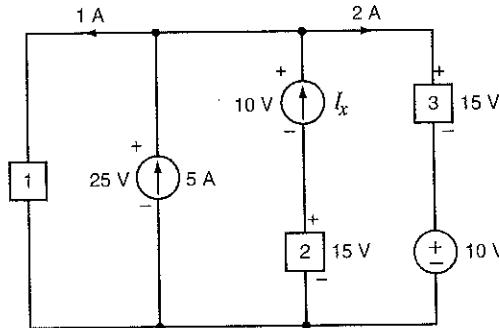
$P_{2Ix} = 4.5 \text{ W}$ veriyor.

$P_1 = 9 \text{ W}$ alıyor.

$P_2 = 13.5 \text{ W}$ alıyor.

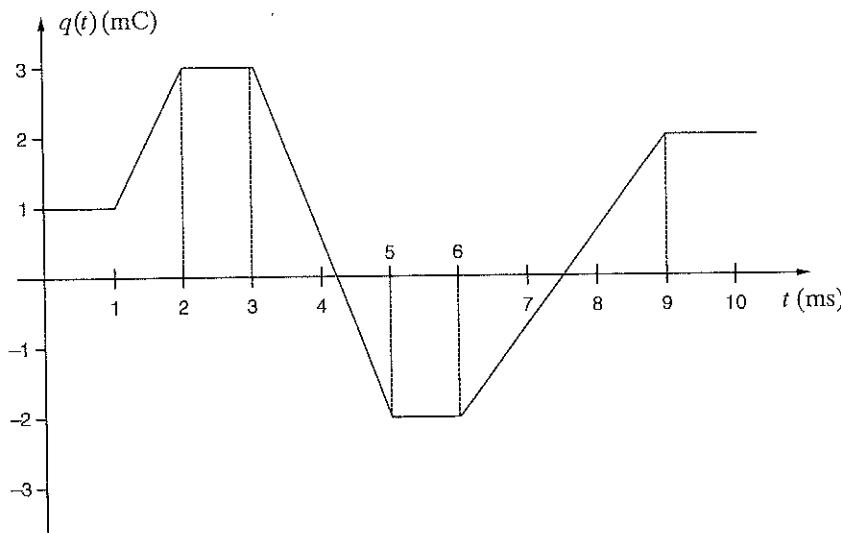
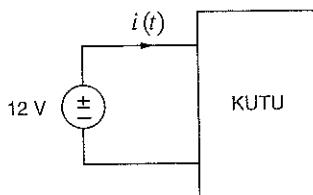
E1.7 Tellegen teoremini kullanarak I_x akımını hesaplayınız

Şekil E1.7

**YANIT:**

$I_x = -2 \text{ A}$.

Şekilde gösterilen KUTU'ya giren yükün değişimi Şekil 1.20'de gösterilmektedir. KUTU'ya giren akımın ve KUTU tarafından çekilen gücün 0 ile 10 milisaniye arasındaki değişimini çiziniz.

ÖRNEK**1.8****Şekil 1.20**

Örnek 1.8'e ait çizimler.

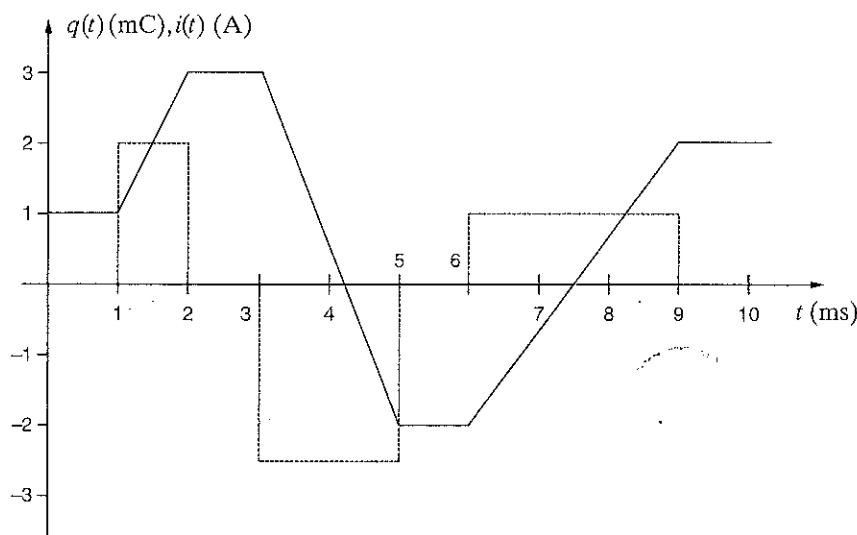
ÇÖZÜM Daha önce belirtildiği üzere, akım, yükün değişim hızı olarak tanımlanır: $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$. Dolayısıyla yük değişim grafiğinin eğimleri hesaplanarak akım değerleri bulunabilir.

$$\begin{aligned}
 i(t) &= 0 & 0 \leq t \leq 1 \text{ ms} \\
 i(t) &= \frac{3 \times 10^{-3} - 1 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3} - 1 \times 10^{-3}} = 2 \text{ A} & 1 \leq t \leq 2 \text{ ms} \\
 i(t) &= 0 & 2 \leq t \leq 3 \text{ ms} \\
 i(t) &= \frac{-2 \times 10^{-3} - 3 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-3} - 3 \times 10^{-3}} = -2.5 \text{ A} & 3 \leq t \leq 5 \text{ ms} \\
 i(t) &= 0 & 5 \leq t \leq 6 \text{ ms} \\
 i(t) &= \frac{2 \times 10^{-3} - (-2 \times 10^{-3})}{9 \times 10^{-3} - 6 \times 10^{-3}} = 1.33 \text{ A} & 6 \leq t \leq 9 \text{ ms} \\
 i(t) &= 0 & t \geq 9 \text{ ms}
 \end{aligned}$$

Şekil 1.21'de akım ve yük değişimi birlikte gösterilmektedir. Yükün sabit olduğu zaman aralıklarında akım sıfırdır. Yük artarken akım pozitif, yük azalırken de akım negatif olmaktadır.

Şekil 1.21

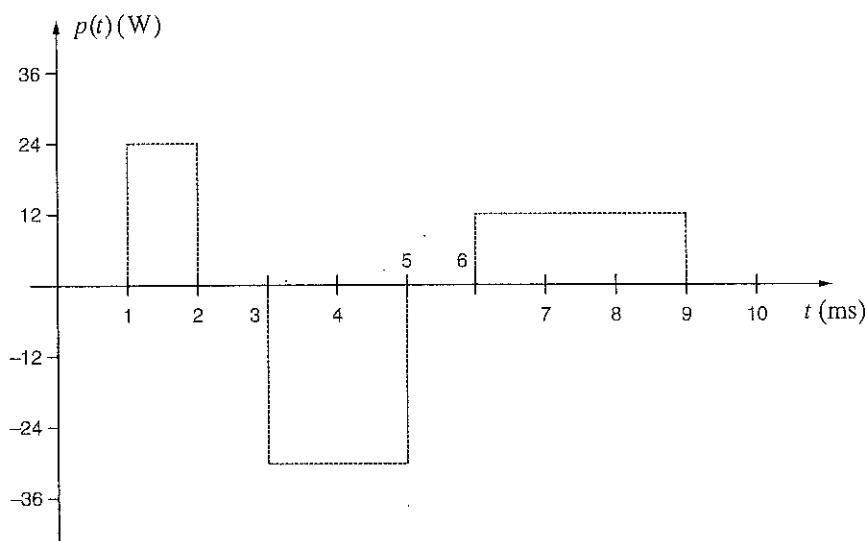
Örnek 1.8 için yük ve akım değişimleri.



KUTU'nun çektığı güç gerilim ve akımın çarpımından (12. $i(t)$) bulunur.

$$\begin{aligned}
 p(t) &= 12 * 0 = 0 & 0 \leq t \leq 1 \text{ ms} \\
 p(t) &= 12 * 2 = 24 \text{ W} & 1 \leq t \leq 2 \text{ ms} \\
 p(t) &= 12 * 0 = 0 & 2 \leq t \leq 3 \text{ ms} \\
 p(t) &= 12 * (-2.5) = -30 \text{ W} & 3 \leq t \leq 5 \text{ ms} \\
 p(t) &= 12 * 0 = 0 & 5 \leq t \leq 6 \text{ ms} \\
 p(t) &= 12 * 1.33 = 16 \text{ W} & 6 \leq t \leq 9 \text{ ms} \\
 p(t) &= 12 * 0 = 0 & t \geq 9 \text{ ms}
 \end{aligned}$$

KUTU'nun çektığı gücün değişimi Şekil 1.22'de gösterilmektedir. Görüldüğü gibi, $1 \leq t \leq 2 \text{ ms}$ ve $6 \leq t \leq 9 \text{ ms}$ aralıklarında KUTU güç çekmektedir. $3 \leq t \leq 5 \text{ ms}$ aralığında ise çekilen güç negatiftir, yani KUTU 12 V'luk kaynağına güç vermektedir.

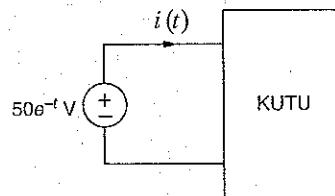


Şekil 1.22

Örnek 1.8 için güç değişimi.

Öğrendiklerimizi Sınayalım

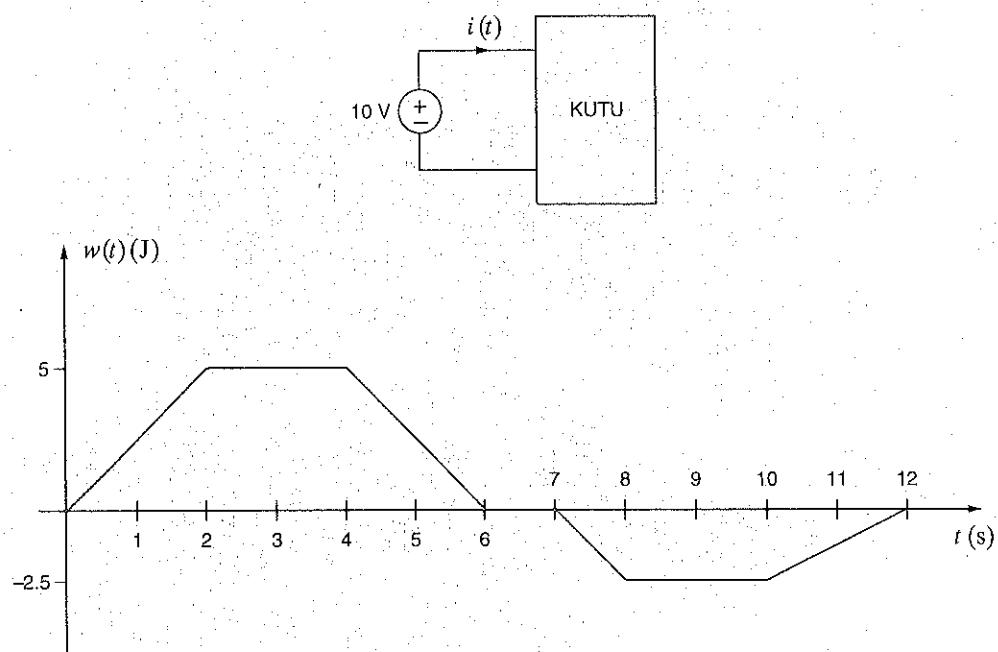
E1.8 Şekil E1.8'de gösterilen KUTU'nun çektiği güç $p(t) = 2.5e^{-4t}$ W olarak ifade edilmektedir. $0 < t < 250$ ms aralığında KUTU'ya verilen enerjiyi ve yükü hesaplayınız.



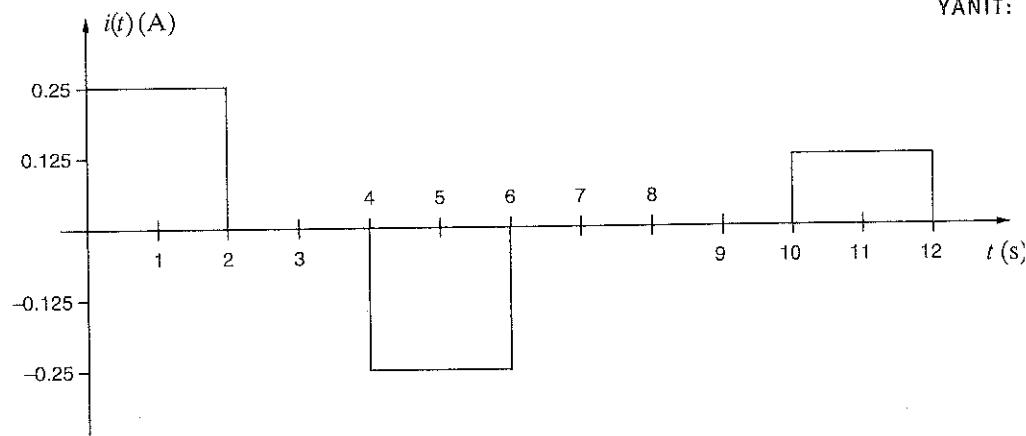
YANIT: 395.1 mJ,
8.8 mC.

Şekil E1.8

E1.9 Şekil E1.9'da görülen KUTU tarafından çekilen enerjinin değişimi aşağıda gösterilmektedir. KUTU'ya giren akımı hesaplayınız ve çiziniz. Ayrıca 0 ile 12 saniye arasında kutuya giren yükü bulunuz.



Şekil E1.9

YANIT: $Q = 0$.

ÜNNEK

1.9

Evrensel Seri Veri Yolu (Universal Serial Bus; USB) uçları tüm bilgisayarlarda ve MP3 oynatıcı, cep telefonu ve dijital fotoğraf makinesi gibi birçok cihazda yaygın olarak kullanılan bir özelliktir. USB 2.0 bağlantısı (www.usb.org) bir bilgisayarla bir çevre birimi arasında saniyede 480 mega bit hızına kadar veri alışverişine olanak sağlamaktadır. USB bağlantısının önemli bir özelliği de bilgisayarı kapatıp açmak zorunda kalmadan bağlantıyı söküp başka bir cihaz takılmasına izin vermesidir. Şekil 1.23'te bir dizüstü bilgisayarın USB ucundan aynı anda şarj edilen bir cep telefonu ve bir müzik çalar gösterilmektedir. USB kablolarının içinde ikisi işaret aktarımı ikisi de güç aktarımı için dört iletken bulunur. USB uçlarından çekilebilecek akım değerleri birim yük olarak ifade edilir ve bir birim yük 100 mA'ye karşılık gelir. Bütün USB kapıları başlangıçta düşük güç (bir birim yük) ayarlanmıştır. Ancak, yazılımla birlikte bu uçlar 500 mA'ye kadar akım verebilen yüksek güç ucuna dönüştürülebilirler.

Şekil 1.23

Bir dizüstü bilgisayarın USB uçlarından bir cep telefonunun ve bir müzik çaların şarj edilmesi. (Mark Nelms ve Jo Ann Loden'in izniyle)



1. Şekildeki cep telefonunda 680 mAh lityum-iyon pil kullanılmaktadır. Bu pil tamamen boşalmışsa (0 mAh) pili düşük güçlü USB uclarından şarj ederek yeniden tam kapasitesine getirmek ne kadar sürer? Sürecin sonunda pilde ne kadarlık yük depolanmış olur?
2. Müzik çaların içinde 630 mAh kapasitesinde bir lityum-iyon pil bulunmaktadır. Bu pil, 150 mA kapasiteli bir USB ucundan şarj edilmektedir. Başlangıçta pil içerisinde 7.8 C yük bulunmaktadır. Yük miktarı 35.9 C'a ulaştığında şarj işlemi sonlandırılmaktadır. Pilin şarj ne kadar sürer?
3. Düşük güçlü USB ucunun kapasitesi 100 mA'dır. Tüm dolum işlemi sırasında akımın bu değerde sabit kaldığını varsayıyalım. Dolayısıyla pili 680 mAh değerine getirtmek için gerekli süre $680 \text{ mAh} / 100 \text{ mA} = 6.8 \text{ h}$ olarak hesaplanır. Bu sırada pilde biriken enerji miktarı 680 mAh. $60 \text{ s/h} = 40800 \text{ mAs} = 40.8 \text{ As} = 40.8 \text{ C}$ olarak bulunur.
4. Dolum sırasında pile verilen yük miktarı $35.9 - 7.8 = 28.1 \text{ C}$ 'dur. Bu değerin Ah cinsinden karşılığı $28.1 \text{ C} = 28.1 \text{ As} = 28100 \text{ mAs}$. $1 \text{ h}/60\text{s} = 468.3 \text{ mA}$ olarak hesaplanır. USB uclarından akan akımın 150 mA değerinde sabit kaldığını varsayıysak pili yeniden doldurmak için geçen süre $468.3 \text{ mA} / 150 \text{ mA} = 3.12$ saat olarak bulunur.

ÇÖZÜM

ÖZET**Kullanılan standart ön ekler**

$$\begin{array}{ll} p = 10^{-12} & k = 10^3 \\ n = 10^{-9} & M = 10^6 \\ \mu = 10^{-6} & G = 10^9 \\ m = 10^{-3} & T = 10^{12} \end{array}$$

Akım ve yük ilişkisi

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad \text{or} \quad q(t) = \int_{-\infty}^t i(x) dx$$

Güç, enerji, akım ve gerilim ilişkileri

$$\begin{aligned} p &= \frac{dv}{dt} = vi \\ \Delta w &= \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{t_1}^{t_2} vi dt \end{aligned}$$

Pasif işaretleme yöntemi: Bu yöntemde göre, bir元件in gerilim ve akımı Şekil 1.11'deki gibi gösterildiğinde, v ile i değerlerinin işaretleri de göz önüne alınarak bunların çarpımı gücün değerini ve işaretini verir. Eğer işaret pozitif ise元件 güç almaktır (çekmekte), işaret negatif ise元件 güç vermektedir.

Bağımsız ve bağımlı kaynaklar: İdeal bir bağımsız gerilim kaynağı, içinden akan akım ne olursa olsun uçları arasındaki gerilim sabit kalan iki uçlu bir元件dir. İdeal bir bağımsız akım kaynağı, uçları arasındaki gerilim ne olursa olsun içinden geçen akım sabit kalan iki uçlu bir元件dir. Bağımlı veya denetimli kaynaklar ise, gerilim veya akımları devrenin bir başka noktasındaki gerilim veya akım tarafından belirlenen iki uçlu元件lardır.

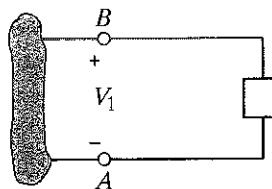
Enerjinin Sakınımı: İlgi duyduğumuz elektrik devreleri enerjinin sakınımı ilkesine uygun davranışları.

Tellegen Teoremi: Bir elektrik devresinde tüm元件ların çektığı güçlerin toplamı sıfırdır.

PROBLEMLER

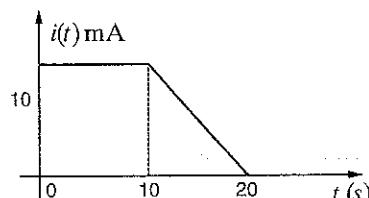
- 1.1 Bir iletken içinden akan akım 2.4 A olduğuna göre herhangi bir noktadan 30 saniye içerisinde geçen yük miktarını hesaplayınız.
- 1.2 12 V'lık bir batarya şarj devresininpile 4800 C verebilmesi için gerekli zamanı hesaplayınız.
- 1.3 30000 A taşıyan bir yıldırım darbesi 50 mikrosaniye sürmüştür. Bu yıldırım 8000 m yükseklikte uçan bir uçağa çarparsa uçağın üzerine yüklenen yük miktarı ne olur?
- 1.4 12 V'lık bir pil 5 s içerisinde 100 J verirse (a) verilen yük miktarını, (b) üretilen akımı hesaplayınız.

- 1.5** Bir iletkenden 1.5 A akım geçmektedir. 1.5 dakika içerisinde herhangi bir noktadan geçen yük miktarını belirleyiniz.
- 1.6** Bir iletkenden 30 saniye içerisinde 60 C yük geçerse iletkenin akımını hesaplayınız.
- 1.7** 12 A'lık bir pil şarj devresinin bir saat içerisinde üretilen yük değerini hesaplayınız.
- 1.8** Şekil P1.8'deki devredeki elemanın A noktasından B noktasına doğru 5 C yük akmaktadır. Elemanın aldığı enerji 120 J olduğuna göre uçları arasındaki gerilimi hesaplayınız.



Şekil P1.8

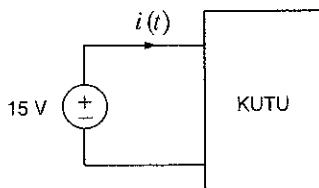
- 1.9** Bir elemana giren akımın şekli Şekil P1.9'da gösterilmektedir. Elemana $0 < t < 20 \text{ s}$ arasında giren yükü hesaplayınız.



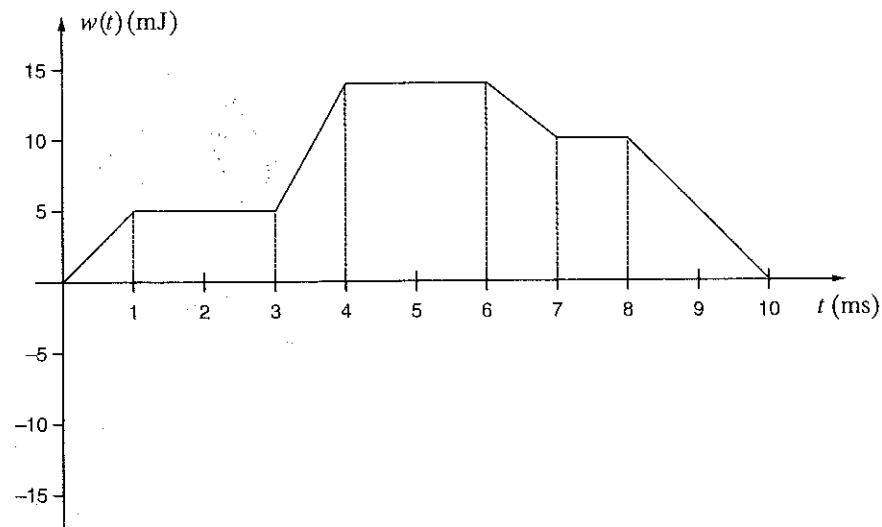
Şekil P1.9

- 1.10** Bir elemanın pozitif ucundan giren yük $q(t) = -30e^{-4t} \text{ mC}$ ifadesi ile tanımlanmaktadır. Elemanın uçları arasındaki gerilim $120e^{-2t} \text{ V}$ olduğuna göre $0 < t < 50 \text{ ms}$ arasında elemana verilen enerjiyi hesaplayınız.

- 1.15** Şekil P1.15'teki KUTU tarafından çekilen enerji aşağıda gösterilmektedir. KUTU'ya 0-10 milisaniye arasında giren yük miktarını hesaplayınız.



Şekil P1.15

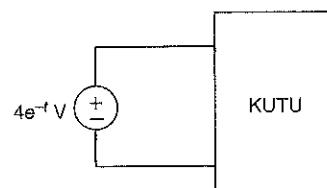


- 1.11** Bir elemanın pozitif ucundan giren yük $q(t) = -12e^{-2t} \text{ mC}$ ifadesi ile tanımlanmaktadır. Elemana verilen güç

$p(t) = 2.4e^{-3t} \text{ W}$ olduğuna göre $0 < t < 100 \text{ ms}$ arasında elemanın içinden akan akımı, uçları arasındaki gerilimi ve elemana verilen enerjiyi hesaplayınız.

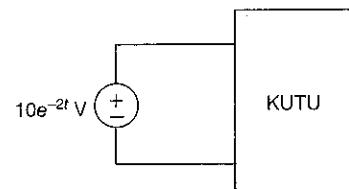
- 1.12** Bir elemanın uçları arasındaki gerilim $12e^{-2t} \text{ V}$ ve pozitif uçtan giren akım $2e^{-2t} \text{ A}$ olduğuna göre elemanın $t = 0$ ile 1.5 s arasında çekilen enerjiyi hesaplayınız.

- 1.13** Şekil P1.13'te gösterilen KUTU tarafından çekilen enerji $2e^{-2t} \text{ W}$ olarak verilmektedir. KUTU'ya 0.1 ile 0.4 saniyeler arasında giren yük miktarını hesaplayınız.



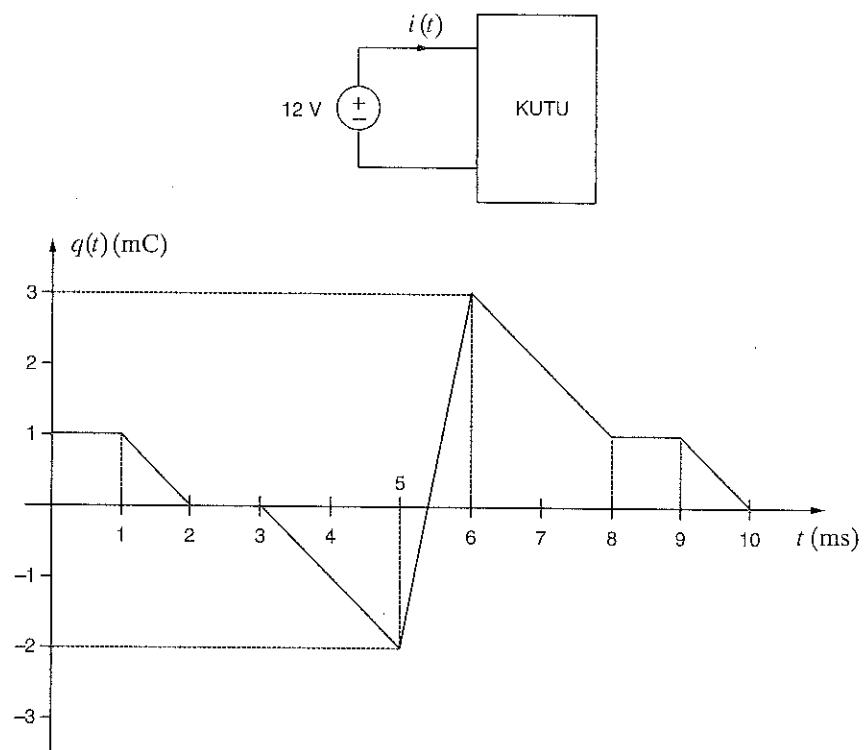
Şekil P1.13

- 1.14** Şekil 1.14'te gösterilen KUTU tarafından çekilen güç $0.1e^{-4t} \text{ W}$ biçiminde tanımlanmaktadır. KUTU'ya 0.1 ile 0.4 saniyeler arasında verilen enerjiyi hesaplayınız.



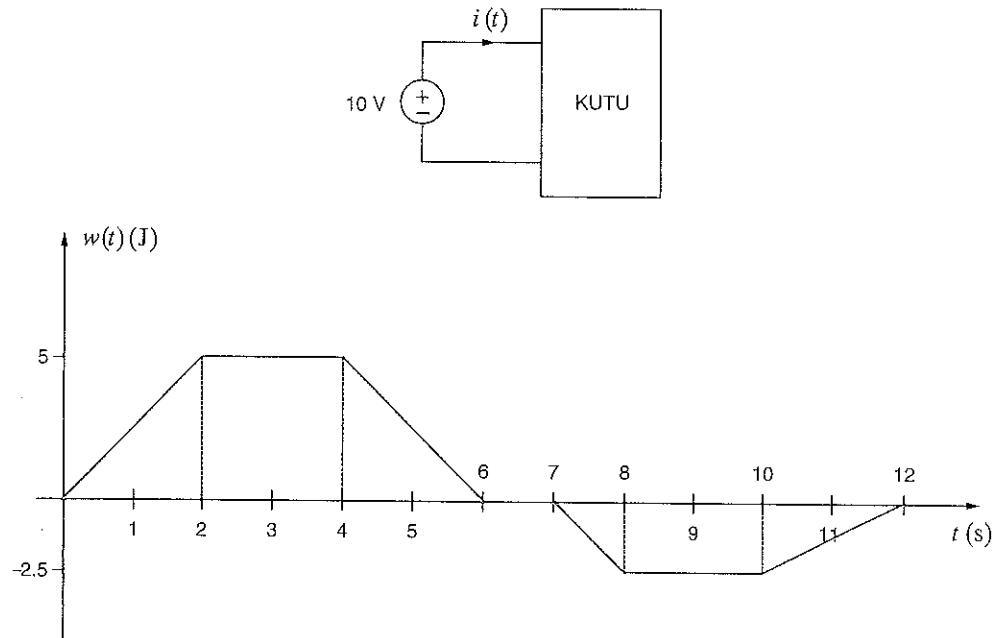
Şekil P1.14

- 1.16** Şekil P1.16'daki KUTU'ya giren yük aşağıda gösterilmektedir. 0 ile 10 ms arasında kutuya giren akımı ve kutu tarafından çekilen gücü hesaplayınız ve çiziniz.



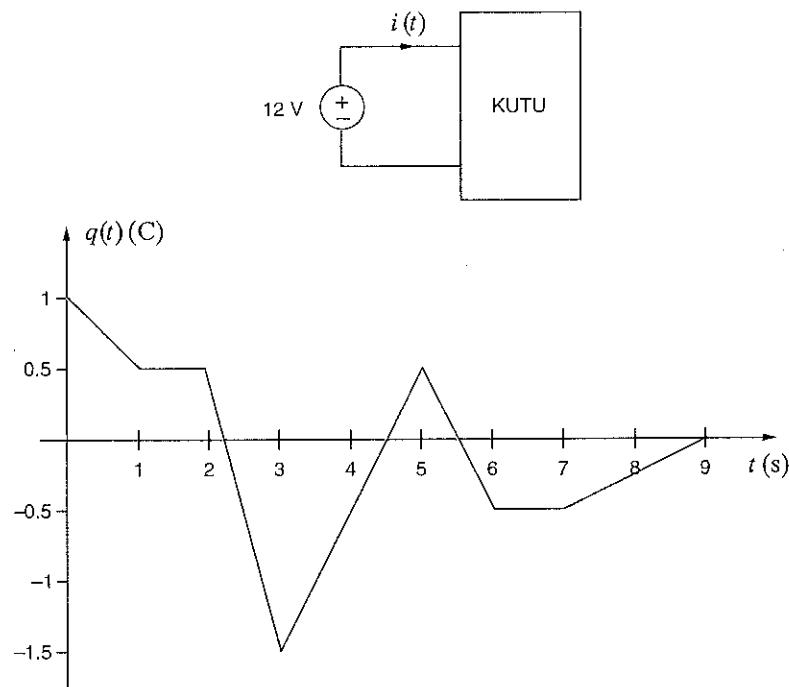
Şekil P1.16

- 1.17** Şekil P1.17'deki KUTU tarafından çekilen güç aşağıda gösterilmektedir. KUTU'ya giren akımı hesaplayınız ve çiziniz. Ayrıca, 0 ile 12 s arasında KUTU'ya giren yük miktarını da hesaplayınız.



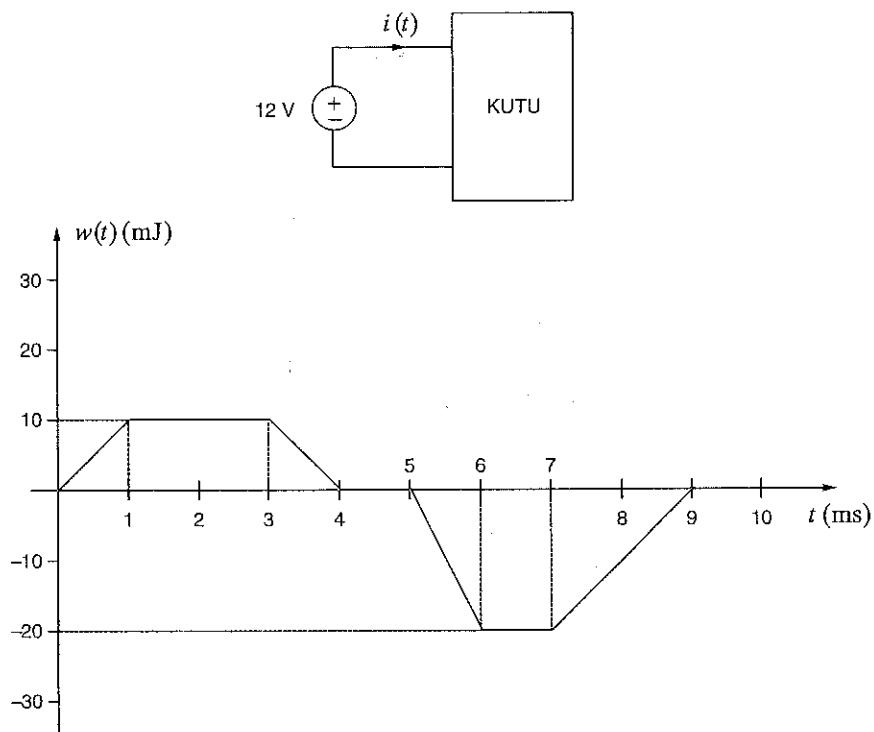
Şekil P1.17

- 1.18 Şekil P1.18'de görülen KUTU'nun üst ucundan giren akım aşağıda gösterilmektedir. 0-9 s arasında kutunun çektiği gücü hesaplayınız.



Şekil P1.18

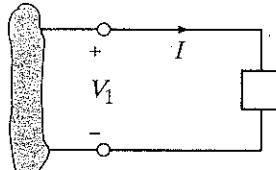
- 1.19 Şekil P1.19'da görülen KUTU'nun çektiği enerji aşağıda gösterilmektedir. 0-10 ms arasında KUTU'nun akımının nasıl değiştiğini hesaplayınız ve çiziniz.



Şekil P1.19

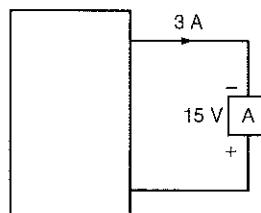
1.20 Şekil P1.20'de gösterilen elemanın çektiği veya verdiği gücü aşağıdaki durumlar için hesaplayınız.

- (a) $V_1 = 9 \text{ V}$ ve $I = 2 \text{ A}$
- (b) $V_1 = 9 \text{ V}$ ve $I = -3 \text{ A}$
- (c) $V_1 = -12 \text{ V}$ ve $I = 2 \text{ A}$
- (d) $V_1 = -12 \text{ V}$ ve $I = -3 \text{ A}$



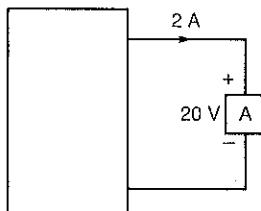
Şekil P1.20

1.21 Şekil P1.21'de gösterilen A elemanı tarafından çekilen gücü hesaplayınız.



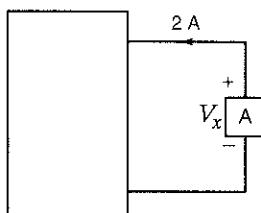
Şekil P1.21

1.22 Şekil P1.22'de gösterilen A elemanın verdiği gücü hesaplayınız.



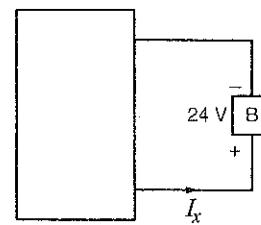
Şekil P1.22

1.23 Şekil P1.23'te gösterilen A elemanı 30 W güç çekmektedir. V_x gerilimini hesaplayınız.



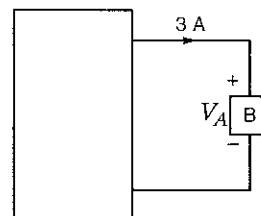
Şekil P1.23

1.24 Şekil P1.24'te gösterilen B elemanı devreye 60 W güç vermektedir. I_x akımını hesaplayınız.



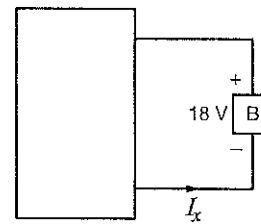
Şekil P1.24

1.25 Şekil P1.25'te gösterilen B elemanı devreye 72 W güç vermektedir. V_A gerilimini hesaplayınız.



Şekil P1.25

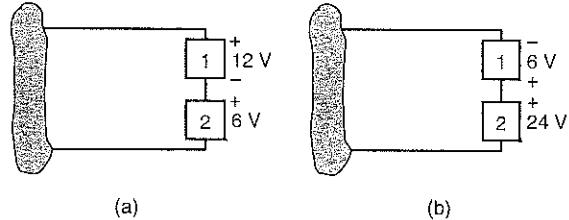
1.26 Şekil P1.26'da gösterilen B elemanı devreye 72 W güç vermektedir. I_x akımını bulunuz.



Şekil P1.26

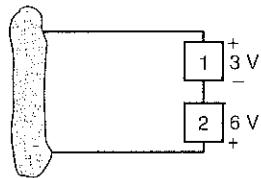
1.27 (a) Şekil P1.27(a)'da $P_1 = 36 \text{ W}$ olduğuna göre 2 numaralı eleman güç alıyor mu veriyor mu? Ne kadar?

(b) Şekil P1.27(b)'de $P_2 = -48 \text{ W}$ olduğuna göre 1 numaralı eleman güç alıyor mu veriyor mu? Ne kadar?



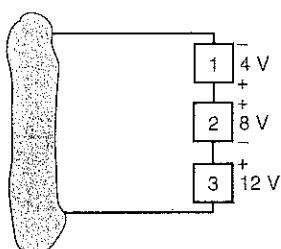
Şekil P1.27

- 1.28** İki eleman Şekil P1.28'de görüldüğü gibi seri bağlanmıştır. 1 numaralı eleman 24 W vermektedir. 2 numaralı eleman ne kadar güç almakta veya vermektedir?



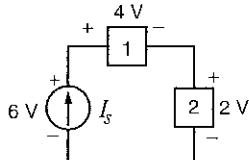
Şekil P1.28

- 1.29** Şekil P1.29'da görülen 2 numaralı eleman 32 W çekmektedir. 1 ve 3 numaralı elemanların ne kadar güç çektiklerini veya verdiği bulunuz.



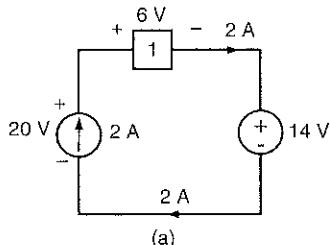
Şekil P1.29

- 1.30** Şekil P1.30'da 2 numaralı elemanın çektiği güçün 7 W olması için I_S ne olmalıdır?

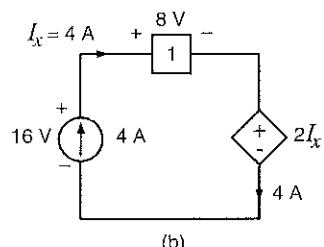


Şekil P1.30

- 1.31** Şekil P1.31'de gösterilen elemanların ne kadar güç çektiklerini veya verdiği bulunuz.



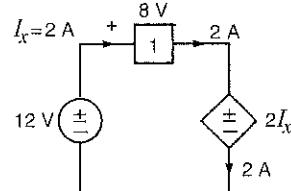
(a)



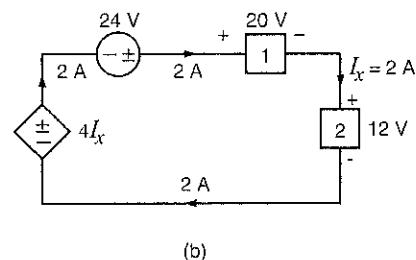
(b)

Şekil P1.31

- 1.32** Şekil P1.32'de gösterilen elemanların ne kadar güç çektiklerini veya verdiklerini bulunuz.



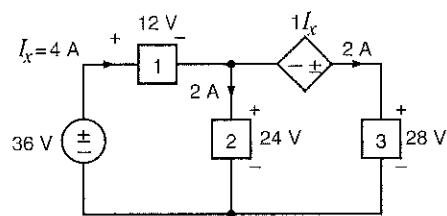
(a)



(b)

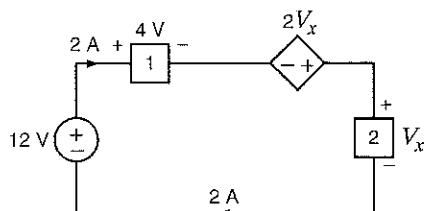
Şekil P1.32

- 1.33** Şekil P1.33'te gösterilen elemanların ne kadar güç çektiklerini veya verdiklerini bulunuz.



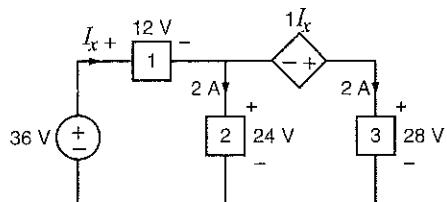
Şekil P1.33

- 1.34** Şekil P1.34'te gösterilen 2 numaralı elemanın çektığı veya verdiği gücü hesaplayınız.



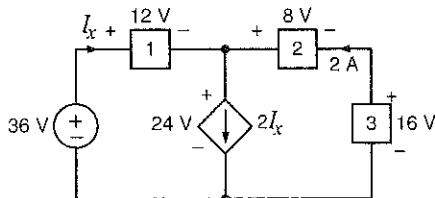
Şekil P1.34

- 1.35** Şekil P1.35'teki devre için I_x akımını hesaplayınız.



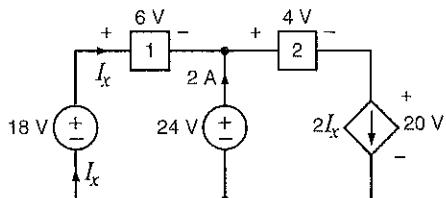
Şekil P1.35

1.36 Şekil P1.36'da gösterilen devrenin çektiği gücü hesaplayınız.



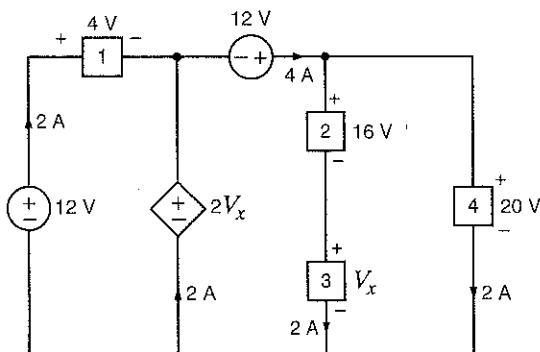
Şekil P1.36

1.37 Şekil P1.37'de gösterilen 1 numaralı elemanın çektiği veya verdiği güçü hesaplayınız.



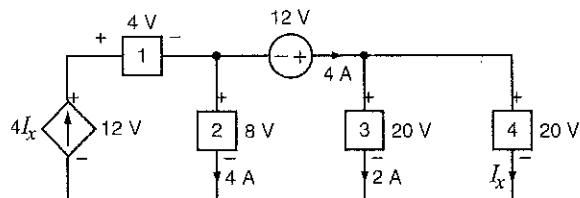
Şekil P1.37

1.38 Şekil P1.38'de gösterilen 3 numaralı elemanın çektiği veya verdiği güçü hesaplayınız.



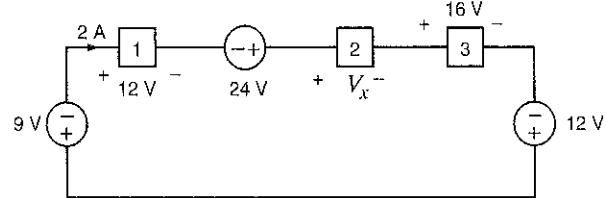
Şekil P1.38

1.39 Şekil P1.39'da gösterilen 1 numaralı elemanın çektiği veya verdiği güçü hesaplayınız.



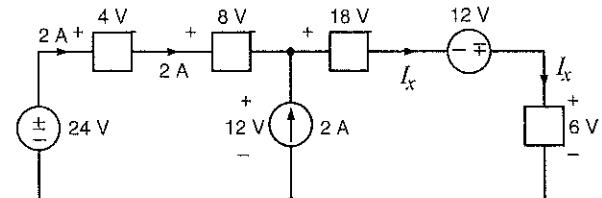
Şekil P1.39

1.40 Şekil P1.40'daki devrede V_x gerilimini Tellegen teoremi yardımıyla hesaplayınız.



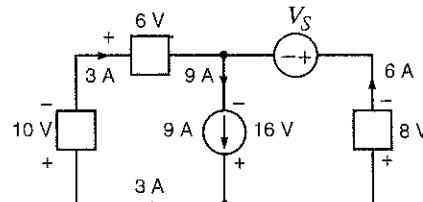
Şekil P1.40

1.41 Şekil P1.41'deki devrede I_x akımını Tellegen teoremi yardımıyla hesaplayınız.



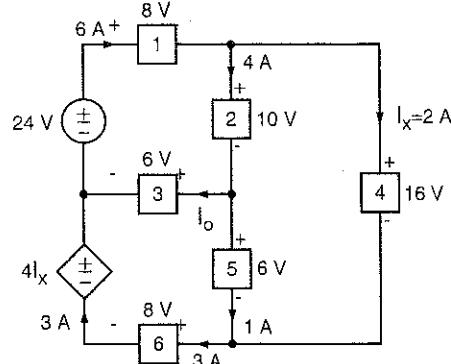
Şekil P1.41

1.42 Şekil P1.42'de görülen devrede V_s kaynağı güç vermektedir midir yoksa almakta mıdır? Güçün miktarı ne kadardır?



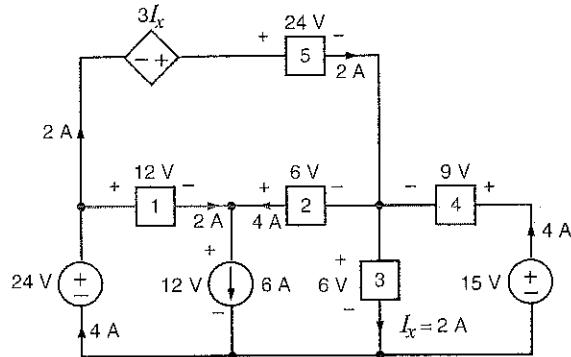
Şekil P1.42

1.43 Şekil P1.43'teki devrede I_o akımını Tellegen teoremi yardımıyla hesaplayınız.



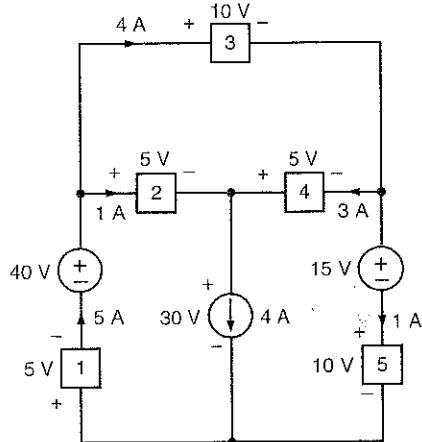
Şekil P1.43

- 1.44 Şekil P1.44'te görülen devrede her bir elemanın çektiği gücü hesaplayınız. Ayrıca, devrede Tellegen teoreminin sağlandığını gösteriniz.



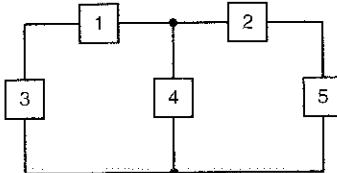
Şekil P1.44

- 1.45 Şekil P1.45'te görülen devrede her bir elemanın çektiği gücü hesaplayınız. Ayrıca, devrede Tellegen teoreminin sağlandığını gösteriniz.



Şekil P1.45

- 1.46 Şekil P1.46'da görülen devrede 1 numaralı eleman 40 W çekmekte, 2 numaralı eleman 50 W vermektedir, 3 numaralı eleman 25 W vermektedir ve 4 numaralı eleman 15 W çekmektedir. 5 numaralı elemanın verdiği gücü bulunuz.



Şekil P1.46

2

BÖLÜM

OMİK DEVRELER



Tesla Motors'un izniyle.

Tesla Roadster Yeşil teknolojiler çok farklı renklerde günlük hayatımıza girmeye başlıyor. Örneğin Tesla Roadster (arka koltuksuz otomobil) Flüzyon Kızılı, Buz Beyazı, Yarış Yeşili ve Elektrik Mavisi gibi farklı renklerde olabiliyor. İki kişilik çevre dostu bir araba olarak bu üstü açılabilir otomobil bir roket gibi hızlanıyor ve yolu bir rüya gibi kucaklıyor. Bu araba dünyanın ilk yüksek performanslı elektrik aracıdır. Roadster içerisinde, toplam ağırlığı yaklaşık 450 kg olan 6800 adet güvenli, yeniden şarj edilebilir lityum-iyon pil bulunmaktadır. Araç itme gücü oluşturmak için içten yanmalı motor ve elektrik motoru kullanan hibrid benzerlerinin iki katı verime sahiptir ancak, bu fantastik performans 100.000\$ gibi bir maliyet gerektirmektedir.

Tamamen elektrikli bir araç ile hibrid bir araç arasında yapılmak istenilen tercih, performans, maliyet, verimlilik, çevre üzerindeki

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI:

- Elektrik devrelerini çözümlemek için Ohm yasasını kullanabilme
- Elektrik devrelerini çözümlemek için Kirchhoff'un akım ve gerilim yasalarını uygulayabilme
- Tek gözlü ve tek düşümlü devrelerin nasıl analiz edilebileceğini öğrenme
- Dirençlerin seri ve paralel olarak nasıl bağlanabileceğini öğrenme
- Basit elektrik devrelerini çözümleyebilmek için gerilim ve akım bölüşüm işlemini kullanabilme
- Elektrik devrelerinin analizinde yıldız-üçgen dönüşümlerinin ne zaman ve nasıl kullanılması gerektiğini anlayabilme
- Bağımlı kaynak içeren elektrik devrelerinin nasıl analiz edileceğini öğrenme

etkiler, güvenlik ve güvenlilik gibi oldukça farklı ölçütler arasında bir dengeyi gerektirir. Bazı kişiler için sürüsüz özellikleri daha önemli iken bazıları için mal yetiş ve verimlilik ön plana çıkar.

Devre analizi dersini alan bir öğrenci olarak siz de farklı devre topolojileri için hangi analiz yöntemlerinin daha uygun olduğunu belirlemek için seçimler yapacaksınız. Bu bölümde devrelerin karmaşıklığına bakılmaksızın tüm devrelere uygulanabilecek temel yasalar açıklanmaktadır. Ohm yasası doğrusal (lineer) devreler için gerilim ve akım arasındaki en önemli ilişkiyi belirler. Tek güç kaynağı barındıran, aynı akımı taşıyan dirençlerle uçları arasında aynı gerilim olan dirençlerden oluşan devreleri seri-paralel yöntemi ile analiz edeceksiniz. İlerleyen bölümlerde daha farklı teknikleri öğreneceksiniz ve Tesla Roadster'in tasarımcıları tarafından da kullanılan temel ilkeleri özümseyeceksiniz.

2.1

Ohm Yasası

[İpucu]

Ohm yasası ve pasif işaretleme yöntemi birlikte kullanılacaktır.

Ohm yasası ismini dirençler üzerindeki akım-gerilim ilişkisini ilk kez ortaya koyan Alman fizikçi Georg Simon Ohm'dan almıştır. Onun öncü çalışmalarının bir sonucu olarak direnç birimine onun ismi verilmiştir.

Ohm yasası *bir direnç üzerindeki gerilimin, direnç üzerinden geçen akımı ile doğrudan orantılı olduğunu* ifade eder. Gerilim ile akım arasındaki bu sabit orana eşit olan direnç ohm birimi ile ölçülür.

Elektriksel karakteristiği omik (rezistif) olan devre元件 direnç olarak adlandırılır ve Şekil 2.1a'da verilen simbol ile gösterilir. Direnç, elektronik parça satıcılarında belirli standart değerlerde satın alınabilecek bir elemandır. Çeşitli elektriksel uygulamalarda kullanılan bu dirençler, genellikle karbon temelli kompozit malzemelerdir veya direnç tellerinin sarmılmasıyla elde edilir. Ayrıca dirençler kalın oksit veya ince metal filmler kullanılarak hibrit devrelerde kullanılmak için üretilen veya yarıiletken entegre devrelere yayılı olabilirler. Bazı tipik dirençler Şekil 2.1b'de gösterilmektedir.

Ohm yasası için matematiksel ilişki

$$R \geq 0 \text{ olmak üzere } v(t) = R i(t) \quad 2.1$$

bağıntısıyla veya Şekil 2.2a'da gösterilen gerilim-akım karakteristiği ile ifade edilebilir. Burada gerilimin polaritesi ile akımının yönü arasındaki ilişkiye dikkat ediniz. Ayrıca, direncin sabit olduğunu ve dolayısı ile gerilim-akım karakteristiğinin doğrusal olduğunu doğal olarak kabul etmektediriz.

Ω simbolü ohm birimini temsil etmek için kullanılır ve dolayısı ile

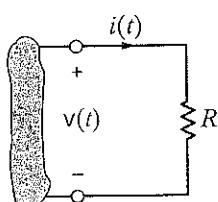
$$1 \Omega = 1 \text{ V/A}$$

yazılabilir.

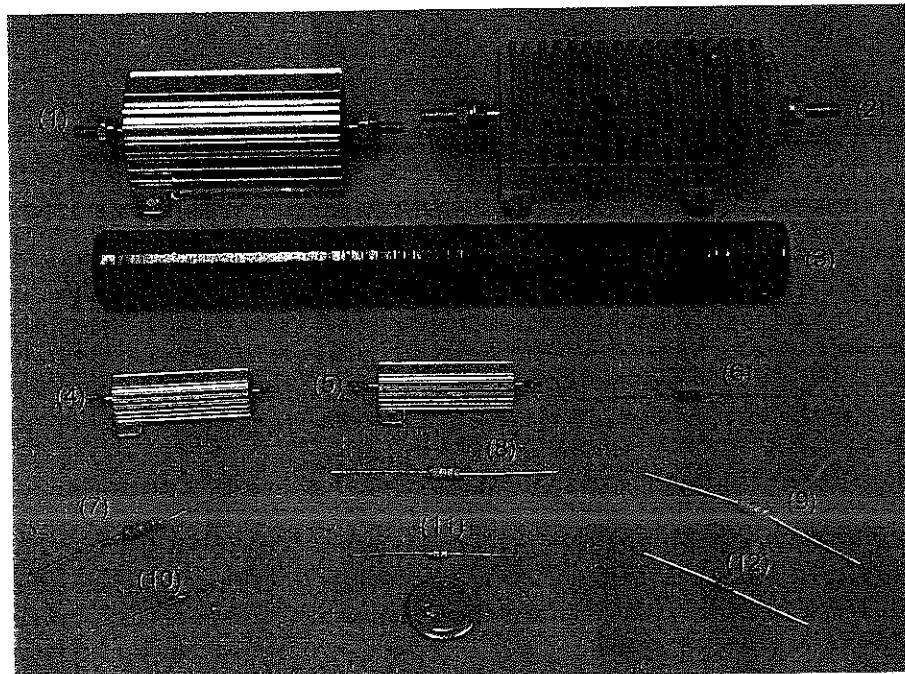
Her ne kadar analizlerimizde her zaman direncin doğrusal olduğunu ve dolayısı ile düz bir çizgi karakteristiği ile ifade edilebileceğini kabul edecek olsak da okuyucunun doğrusal olmayan direnç karakteristiği gösteren, yani gerilim-akım ilişkisi düz bir çizgi olmayan, oldukça pratik ve kullanışlı bazı devre元件larının bulunduğuun da farkında olması gereklidir.

Şekil 2.1

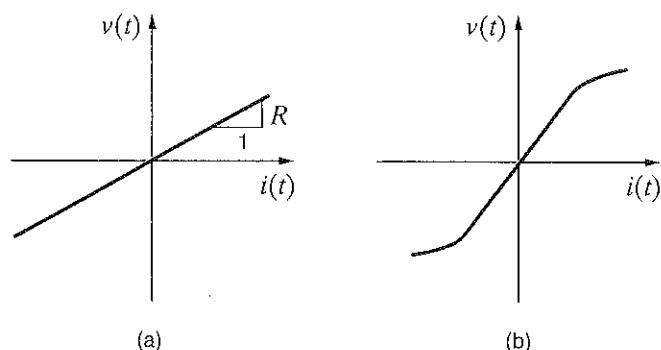
- (a) Direnç için gösterim.
- (b) Kullanılan bazı元件ler (1), (2), (3) yüksek güçlü dirençler. (4) ve (5) yüksek watt'lı sabit dirençler. (6) yüksek doğrulukta direnç. (7)-(12) farklı güçlere sahip sabit dirençler (Mark Nelms ve Jo Ann Loden'in izniyle)



(a)



(b)



Şekil 2.2

(a) doğrusal direnç, (b) bir elektrik ampulü için gerilim-akım ilişkisinin grafiğsel gösterimi.

Bölüm 1'de ele alınan el feneri örneğinde kullanılan ampul doğrusal olmayan karakteristik gösteren elemanlara bir örnek olarak verilebilir. Bir ampul için tipik bir karakteristik Şekil 2.2b'de verilmektedir.

Direnç pasif bir eleman olduğu için gerçek bir akım-gerilim ilişkisi Şekil 2.1a'da gösterilmektedir. Uçlara uygulanan güç direnç tarafından yutulur. Yük dirençten geçerken yüksek potensiyelden alçak potensiyele doğru hareket eder ve yutulan enerji direnç tarafından ısı olarak harcanır. Bölüm 1'de ifade edildiği gibi birim zamanda harcanan enerji miktarı ani güç olarak tanımlanır ve bundan dolayı

$$p(t) = v(t)i(t) \quad 2.2$$

olar. Bu denklem, Eş. (2.1) kullanarak

$$p(t) = Ri^2(t) = \frac{v^2(t)}{R} \quad 2.3$$

şeklinde yazılabilir.

Bu denklem gücün akım veya gerilimin doğrusal olmayan bir fonksiyonu olduğunu ve her zaman pozitif olan bir büyütük-lük olduğunu gösterir.

G ile gösterilen iletkenlik devre analizinde geniş bir uygulama alanı bulan bir başka büyülüktür. iletkenlik tanım olarak direncin tersidir:

$$G = \frac{1}{R} \quad 2.4$$

İletkenliğin birimi siemens'tir ve birimler arasındaki ilişki

$$1 S = 1 A/V$$

olarak verilir. Eş. (2.4)'ü kullanarak iki yeni ifade yazılabilir.

$$i(t) = Gv(t) \quad 2.5$$

$$p(t) = \frac{i^2(t)}{G} = Gv^2(t) \quad 2.6$$

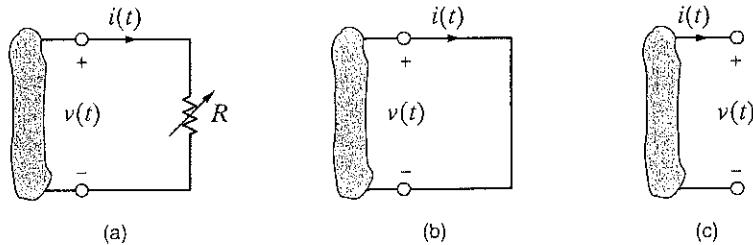
Eş. (2.5) Ohm yasasının bir başka ifadesidir.

Direncin ve dolayısı ile iletkenliğin iki özel değeri oldukça önemlidir. $R = 0$ ve $R = \infty$.

Bu iki durumu incelenirken Şekil 2.3'te verilen devreyi ele alalım. Ayarlanabilir direnç simbolü, bir radyo veya televizyonda ses ayarını gerçekleştirmek gibi işlemlerde de kullanılan direnci tanımlamak için kullanılır.

Şekil 2.3

Kısa ve açık devre tanımları.



Direnç azaltılıp gittikçe küçültüldüğünde direncin sıfır olduğu bir noktaya ulaşırız ve devre Şekil 2.3b'de gösterilen devreye indirgenir, yani direncin yerini kısa devre alır. Diğer taraftan eğer direnç artırılıp gittikçe büyütülürse, direncin sonsuz olduğu bir noktaya ulaşırız ve direncin yerini Şekil 2.3c'de gösterildiği gibi açık devre alır. Direncin $R = 0$ olduğu kısa devre durumunda

$$\begin{aligned}v(t) &= Ri(t) \\&= 0\end{aligned}$$

olur. Dolayısıyla, akımın değeri ne olursa olsun, $v(t) = 0$ olur. Direncin $R = \infty$ olduğu açık devre durumunda ise

$$\begin{aligned}i(t) &= v(t)/R \\&= 0\end{aligned}$$

olur. Dolayısı ile açık uçlar arasındaki gerilim değeri ne olursa olsun akım sıfırdır.

ÖRNEK

Şekil 2.4a'da gösterilen devrede, akımı ve direnç tarafından tüketilen gücü belirleyin.

2.1**ÇÖZÜM** Es. (2.1)'i kullanarak akımı

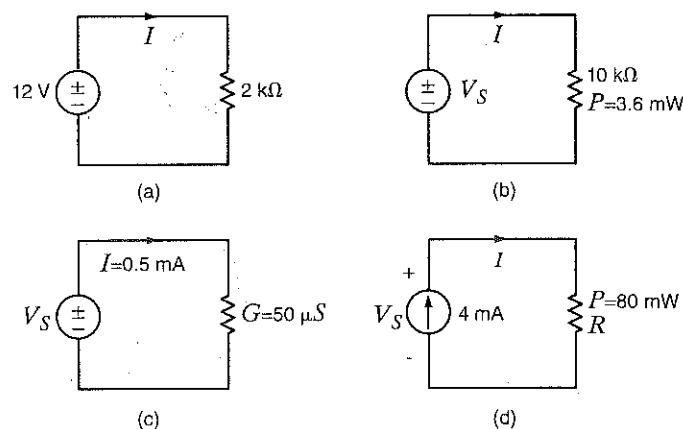
$$I = V/R = 12/2k = 6 \text{ mA}$$

olarak buluruz. Birçok direncin değeri $k\Omega$ mertebesinde olduğundan denklemlerimizde 1000 değerinin yerine k simbolünü kullanabilmekteyiz. Direnç tarafından harcanan güç ise, (2.3) ve (2.4) denklemlerinden hareket ile bulunur.

$$\begin{aligned}P &= VI = (12)(6 \times 10^{-3}) = 0.072 \text{ W} \\&= I^2R = (6 \times 10^{-3})^2(2k) = 0.072 \text{ W} \\&= V^2/R = (12)^2/2k = 0.072 \text{ W}\end{aligned}$$

Şekil 2.4

Örnek 2.1-2.4'e ait devreler.



Şekil 2.4b'de verilen $10\text{ k}\Omega$ 'luk direnç üzerinde harcanan güç 3.6 mW 'dır. Devredeki gerilim ve akımı hesaplayın.

ÖRNEK

2.2

Güç ilişkisini kullanarak, iki bilinmeyeni de belirleyebiliriz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}V_s^2/R &= P \\V_s^2 &= (3.6 \times 10^{-3})(10\text{k}) \\V_s &= 6\text{ V}\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}I^2R &= P \\I^2 &= (3.6 \times 10^{-3})/10\text{k} \\I &= 0.6\text{ mA}\end{aligned}$$

Ayrıca, V_s belirlendiğinden, I akımı Ohm yasası ile elde edilebilir ve benzer şekilde I bilinince Ohm yasası V_s 'yi belirlemek için kullanılabilir. Güç için verilen denklemlerin I^2 ve V_s^2 terimlerini içerdigine dikkat edin. Bu denklemlerin çözümleri $I = -0.6\text{ mA}$ ve $V_s = -6\text{ V}$ olarak bulunur. Bu durumda gerilim ve akımın yönleri terstir.

Şekil 2.4'te verilen devrede gerilim kaynağının değerini ve direnç tarafından harcanan gücü bulmak istiyoruz.

ÖRNEK

2.3

Gerilim

ÇÖZÜM

$$V_s = I/G = (0.5 \times 10^{-3})/(50 \times 10^{-6}) = 10\text{ V}$$

olarak bulunur. Dolayısı ile harcanan güç aşağıdaki gibi hesaplayınız:

$$P = I^2/G = (0.5 \times 10^{-3})^2/(50 \times 10^{-6}) = 5\text{ mW}$$

veya

$$R = 1/G = 20\text{ k}\Omega \text{ olduğundan}$$

$$V_s = IR = (0.5 \times 10^{-3})(20\text{k}) = 10\text{ V}$$

olur ve güç $P = I^2R = V_s^2/R = V_s I$ ifadesi kullanılarak belirlenebilir.

Şekil 2.4d'de verilen devrede R ve V_s değerlerini bulmayı arzu ediyoruz.

ÖRNEK

2.4

Güç ilişkisinden

ÇÖZÜM

$$R = P/I^2 = (80 \times 10^{-3})/(4 \times 10^{-3})^2 = 5\text{ k}\Omega \text{ bulunur.}$$

Bu durumda Ohm yasası kullanılarak

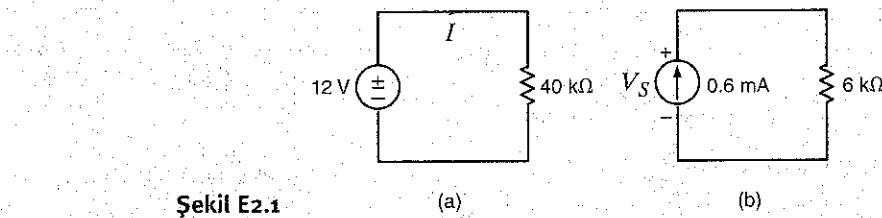
$$V_s = IR = (4 \times 10^{-3})(5\text{k}) = 20\text{ V}$$

bulunur. Gerilim ayrıca Eş. (2.2) ve (2.3)'te verilen güç ilişkisinden hareket ile de bulunabilir.

Tek direnç ve kaynak içeren devreler üzerindeki incelememizi sonlandırmadan önce, aynı zamanda birden fazla direnç ve kaynak içeren devreler için de geçerli olan bir duruma dikkat çekmek gerekmektedir. İki uç arasında bir gerilim kaynağı varsa devrenin geri kalanında ne olursa olsun bu iki uç arasındaki gerilim tam olarak bilinmiyor demektir. Bilmediğimiz şey, gerilim kaynağından akan akımın ne kadar olduğunu. Bu akımı bulmak için tüm devrenin analiz edilmesi gereklidir. Benzer biçimde, iki uç arasına bir akım kaynağı bağlıysa uçlar arasındaki kaynaktan akan akımın değeri tam olarak bilinmiyor demektir. Burada da, akım kaynağının uçları arasındaki gerilim bilinmez. Bu gerilimi bulmak için tüm devrenin analiz edilmesi gerekmektedir. Ayrıca, Ohm yasasını uyguladığımızda $V = IR$ ilişkisinin, bir R direnci üzerindeki gerilim ile bu direncden geçen akım arasındaki ilişkiyi tanımlamakta olduğunu vurgulamakta faydalıdır. Ohm yasası, gerilim devrenin bir kısmında akım ise diğer bir kısmında var iken uygulanmaz. Devrenin ortasında bulunan bir R direnci için $V = IR$ bağıntısını, başka bir noktadaki V gerilimini kullanarak uygulamaya çalışmak öğrencilerin sıkılıkla yaptığı bir hatadır.

Öğrendiklerimizi Sınayalım

E2.1 (a) Şekil E2.1a'da verilen devre için I akımını ve direnç tarafından harcanan gücü ve (b) Şekil E2.1b'de görülen devre için akım kaynağı üzerindeki gerilimi ve kaynak tarafından harcanan gücü bulunuz.



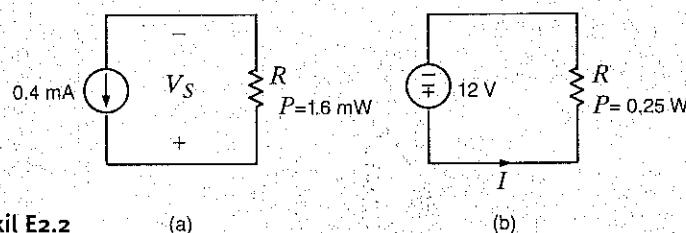
Şekil E2.1

(a)

(b)

YANIT: (a) $I = 0.3 \text{ mA}$,
 $P = 3.6 \text{ mW}$;
(b) $V_S = 3.6 \text{ V}$
 $P = 2.16 \text{ mW}$.

E2.2 (a) Şekil E2.2a'da görülen devre için R ve V_S değerlerini ve (b) Şekil E2.2b'de verilen devre için I ve R değerlerlerini bulunuz.



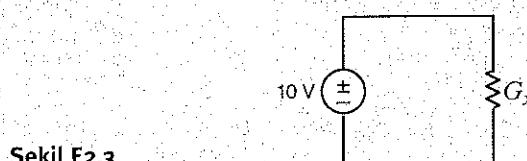
Şekil E2.2

(a)

(b)

YANIT: (a) $R = 10 \text{ k}\Omega$,
 $V_S = 4 \text{ V}$;
(b) $I = 20.8 \text{ mA}$,
 $R = 576 \Omega$.

E2.3 Şekil E2.3'te verilen devrede G_x tarafından harcanan güç 50 mW olduğuna göre G_x 'i bulunuz.



Şekil E2.3

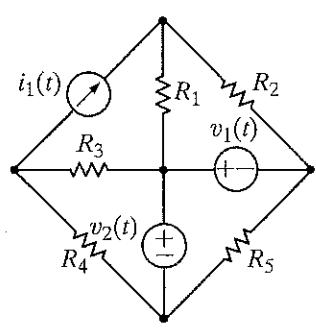
YANIT: $G_x = 500 \mu\text{S}$.

2.2

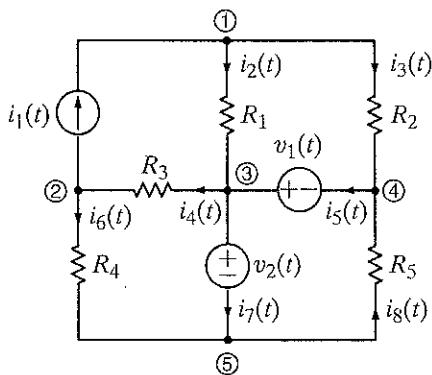
Kirchhoff Yasaları

Bu ana kadar incelediğimiz tüm devreler sadece bir direnç içermekteydi ve bu devreler Ohm yasası ile analiz edildi. Bu noktadan sonra bu tür basit elemanların bileşiminden oluşan çok daha karmaşık devreleri analiz edecek şekilde yeteneğimizi genişleteceğiz. Devrelerimizdeki elemanların sıfır dirence sahip kablolar yani mükemmel iletkenler vasıtasi ile bireleştirildiği varsayılacaktır. Kabloların sıfır dirence sahip olmasından dolayı devrede harcanan enerji bu elemanların üzerinde toplanmış olacaktır. Bu nedenle bu tür devreleri tanımlamak için *toplu parametreli devre* terimi kullanılır.

İşimizi kolaylaştırmak amacıyla analizlerimizde kullanılacak terimler tanımlayacağız. Yöntem olarak kitap boyunca kavramları göstermek ve uygun terimleri tanımlamak için örneklerden yararlanacağız. Örneğin Şekil 2.5'a gösterilen devre *düğüm, çevre ve dal* (veya *dal*) terimlerini tanımlamak için kullanılacaktır. Düğüm basitçe birden fazla devre elemanı-



(a)



(b)

Şekil 2.5

Kirchhoff yasasını göstermek için kullanılan devre.

nın birleşim noktasıdır. Bir düğüm mükemmel iletkenlerle yayılı olarak gösterilmiş olsa da tek bir düğümdür. Bu durum Şekil 2.5b'de yeniden çizilmiş devre üzerinde gösterilmektedir. 5 numaralı düğüm devrenin tüm alt iletkenlerinin birleşim noktasıdır.

Bir devre üzerinde bir noktadan başlayıp bir devre elemanına rastgelene kadar mükemmel iletken boyunca ilerlediğimizde alınan tüm yol bir tek düğümü temsil eder. Bundan dolayı bir düğüm kendisine bağlı tüm mükemmel iletkenler ile birlikte devre elemanın bir ucudur. Devrenin incelenmesi esnasında düğümden geçen birçok yol olduğunu görüyoruz. Çevre, bir devrede aynı düğüme birden fazla kez rastlamadan oluşturulan herhangi bir kapalı yoldur. Örneğin düğüm 1'den başlayarak oluşturulacak bir çevre R_1 , v_2 , R_4 ve i_1 elemanlarını içerebilirken, bir başka çevre R_2 , v_1 , v_2 , R_4 ve i_1 elemanlarını içerebilir. Ancak, R_1 , v_1 , R_5 , v_2 , R_3 ve i_1 elemanlarını içeren yol 3 numaralı düğüm, birden fazla kez ziyaret edildiği için bir çevre değildir. Son olarak dal sadece tek bir devre elemanı ve elemanın iki ucundaki düğümleri içeren bir devre parçasıdır. Şekil 2.5'te verilen devre sekiz daldan oluşmaktadır.

Yukarıdaki tanımlamaları verdikten sonra şu anda Alman fizikçi Gustav Robert Kirchhoff'un anısında isimlendirilmiş olan Kirchhoff yasalarını kullanacak bir noktadayız. Bu iki yasa oldukça basit olmasına rağmen son derece önemlidir. Bu yasaları ispatlama ile uğraşmayacağımız. Çünkü ispat için şu anda gereklili seviyede değiliz. Ancak, bu yasaların faydasını göstermek ve okuyucuya bu yasaları kullanma yeterliliğine kavuşturmak istiyoruz. İlk yasa *Kirchhoff'un akım yasasıdır (KAY)* ve *herhangi bir düğüme giren akımlarının cebirsel toplamının sıfır olduğunu* ifade eder. Bu yasa matematiksel olarak

[İpucu]

KAY oldukça önerli ve faydalı bir yasadır.

$$\sum_{j=1}^N i_j(t) = 0$$

2.7

şeklinde ifade edilir.

Burada $i_j(t)$, j . daldan düğüme giriş yapan j . akımı, N ise düğüme bağlı toplam dalların sayısını ifade eder. Bu yasanın kullanımını anlamak için, Şekil 2.5'te gösterilen düğüm 3'ü ele alalım. Bu düğüme Kirchhoff'un akım yasasını uygularsak

$$i_2(t) - i_4(t) + i_5(t) - i_7(t) = 0$$

ifadesi elde edilir. Düğüme giren akımların cebirsel işaretinin pozitif olduğunu ve dolayısı ile düğümden ayrılan akımların işaretinin negatif olduğunu varsayıdık.

Eğer yukarıdaki denklemi -1 ile çarparsa aşağıdaki ifadeyi elde ederiz:

$$-i_2(t) + i_4(t) - i_5(t) + i_7(t) = 0$$

Bu denklem *bir düğümü terk eden akımların cebirsel toplamının sıfır olduğunu* bildirir. Bir başka gösterim için denklem

$$i_2(t) + i_5(t) = i_4(t) + i_7(t)$$

şeklinde gösterilebilir ki bu *bir düğüme giren akımların toplamının düğümü terk eden akımların toplamına eşit olduğunu* ifade eder. Yukarıda eğik harflerle yazılmış ifadeler Kirchhoff akım yasasının farklı şekilleridir.

Burada en son ifade, gerçek akımların değil, düğüme giriyor şeklinde tanımlanan *değişkenlerin* toplamının düğümden çıkıyor olarak tanımlanan *değişkenlerin* toplamına eşit olması anlamına gelmektedir. Örneğin, $i_j(t)$ düğüme giren şeklinde tanımlanabilir ancak, eğer gerçek değer negatifse aslında düğümü terk eden pozitif bir yük söz konusudur.

Burada Kirchhoff akım yasasının bir düğüme giren veya çıkan akımların *cebirsel toplamının sıfır olma* zorunluluğunu ifade ettiğine dikkat edin. Şu anda neden Bölüm 1'de bir akımın hem genliğinin ve hem de yönünün belirlenmesinin önemli olduğunu görmekteyiz. Fizik bilgimize dayanarak yüklerin bir düğümde depolanamayacağını söyleyebiliriz. Kirchhoff akım yasası bu yük korunumu ilkesine dayanmaktadır.

Son olarak Kirchhoff yasasını kapalı bir yüzeyi içerecek şekilde genişletmek mümkündür. Kapalı yüzey olarak, tamamen birleştirilmiş bir yüzey tarafından kapsanan eleman kümnesini kastetmekteyiz. Yüzeydeki her bir elemana giren akım elemanı terk eden akıma eşit olacağından (yani eleman yük depolamaz) elemanların birleşme noktasına giren akımların toplamı birleşme noktasından çıkan akımların toplamına eşit olur. Bundan dolayı, Kirchhoff akım yasası, *bir kapalı yüzeye giren akımların cebirsel toplamı sıfırdır* şeklinde ifade edilebilir.

ÖRNEK

2.5

ÇÖZÜM Düğüm 1'den düğüm 5'e kadar KAY uygulanır ise aşağıdaki denklemler elde edilir:

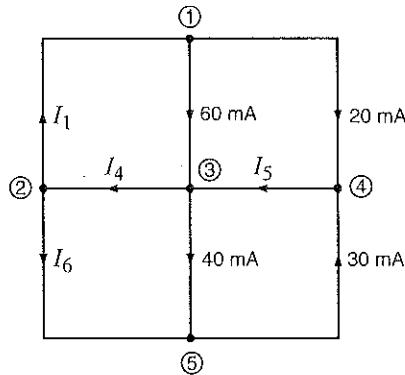
$$\begin{aligned} -i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) &= 0 \\ i_1(t) - i_4(t) + i_6(t) &= 0 \\ -i_2(t) + i_4(t) - i_5(t) + i_7(t) &= 0 \\ -i_3(t) + i_5(t) - i_8(t) &= 0 \\ -i_6(t) - i_7(t) + i_8(t) &= 0 \end{aligned}$$

Dikkat ederseniz ilk dört denklemenin toplamı denklem 5'i vermektedir. Bu durum ne anlama gelir? Bu, denklemlerin doğrusal olarak bağımsız olmadığını ifade eder. Ancak, ilk dört denklemenin doğrusal olarak bağımsız olduğu gösterilebilir. Bu bilgiyi hafızaniza kaydedin, çünkü ilerleyen bölümlerde bir devredeki tüm akım ve gerilimleri elde edebilmek için denklemlerin nasıl oluşturulması gerektiğini öğrenirken bu bilgi oldukça önemli olacaktır.

Şekil 2.5'te verilen devre Şekil 2.6'da topolojik olarak gösterilmektedir. Devredeki bilinmeyen akımları bulmak istiyoruz.

ÇÖZÜM

2.6



Şekil 2.6

Şekil 2.5'te verilen devrenin topolojik diyagramı.

Düğümü terkeden akımların pozitif olduğunu varsayıyalım. Düğüm 1'den düğüm 5'e kadar KAY'nın uygulanması ile aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$-I_1 + 0.06 + 0.02 = 0$$

$$I_1 - I_4 + I_6 = 0$$

$$-0.06 + I_4 - I_5 + 0.04 = 0$$

$$-0.02 + I_5 - 0.03 = 0$$

İlk denklem I_1 akımını ve son denklem de I_5 akımını verir. I_5 değerinden doğrudan denklem 3 kullanılarak I_4 değeri bulunur. Daha sonra I_6 değeri, I_1 ve I_4 değerleri kullanılarak ikinci denklemden bulunur. Sonuç $I_1 = 80 \text{ mA}$, $I_4 = 70 \text{ mA}$, $I_5 = 50 \text{ mA}$ ve $I_6 = -10 \text{ mA}$ olarak elde edilir.

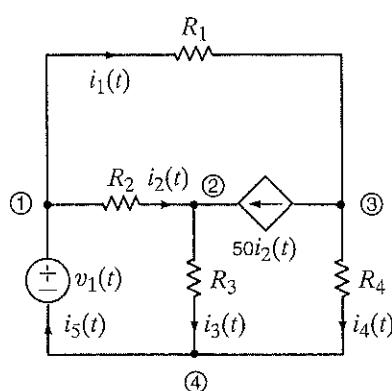
Daha önce belirtildiği gibi transistör gibi aktif devre elemanları içeren devrelerin incelemesinde karşımıza çıkacağından bağımlı veya denetimli kaynaklar oldukça önemlidir. Bir sonraki örnek, akım denetimli akım kaynağı içeren bir devreyi ele almaktadır.

ÇÖZÜM

Şekil 2.7'de gösterilen devre için Kirchhoff akım yasası denklemlerini yazınız.

ÇÖZÜM

2.7



Şekil 2.7

Bağımlı akım kaynağı içeren devre.

CÖZÜM Tüm düğümler için yazılan KAY denklemleri aşağıda sırasıyla verilmektedir:

$$\begin{aligned} i_1(t) + i_2(t) - i_5(t) &= 0 \\ -i_2(t) + i_3(t) - 50i_2(t) &= 0 \\ -i_1(t) + 50i_2(t) + i_4(t) &= 0 \\ i_5(t) - i_3(t) - i_4(t) &= 0 \end{aligned}$$

Eğer ilk üç denklemi birbirine eklersek dördüncü denklemenin negatifini elde ederiz.

Kirchhoff'un ikinci yasası Kirchhoff'un gerilim yasası (KGY) olarak adlandırılır ve *bir çevre üzerindeki gerilimlerin cebirsel toplananının sıfır olduğunu ifade eder*. Kirchhoff'un akım yasasında olduğu gibi ispatı erteleyeceğiz ve bu yasanın nasıl uygulandığı üzerinde yoğunlaşacağız. Okuyucunun burada tekrar bize toplu parametreli devreler üzerinde çalıştığımızı hatırlaması önemlidir. Bu tür devreler korunumludur. Yani bir yükü kapalı bir yol çevresinde hareket ettirmek için gerekli iş miktarı sıfırdır.

Bölüm 1'de gerilimi bir devredeki enerji seviyesindeki farklılıklar ile ilişkilendirdik ve bir el fenerinde enerjinin korunumu üzerinde konuştuk. Gerilim ve enerji arasındaki bu ilişkiden dolayı Kirchhoff gerilim yasası enerjinin korunuma dayanmaktadır.

Kirchhoff'un akım yasasında bir akımın düğüme girmesini veya düğümü terk etmesini cebirsel işaret ile belirledik. Kirchhoff'un gerilim yasasında cebirsel işaret bir gerilimin yönelimini (polarite) belirtmek için kullanılır. Diğer bir deyiş ile devre üzerinde dolaşırken

ÖRNEK

2.8

ÇÖZÜM

Şekil 2.6'da topolojik gösterimi verilen devredeki I_4 ve I_1 akımlarını bulunuz.

Diyagram Şekil 2.8'de yeniden çizilmiştir: 1 numaralı düğüm 1 numaralı yüzey içerisinde, 2 ve 3 numaralı düğümler ise 2 numaralı yüzey içerisinde kalmıştır. Bir önceki örneği hızlıca incelersek, I_4 akımını I_5 akımından elde edebileceğimizi görürüz. Ancak, I_5 tamamen yüzey 2 tarafından yutulmuş bulunmaktadır. Eğer KAY yüzeyden çıkan akımlar pozitif kabul edilerek yüzey 2'ye uygulanırsa ise I_5 bilgisine sahip olmadan

$$I_4 = 0.06 - 0.02 - 0.03 + 0.04 = 0$$

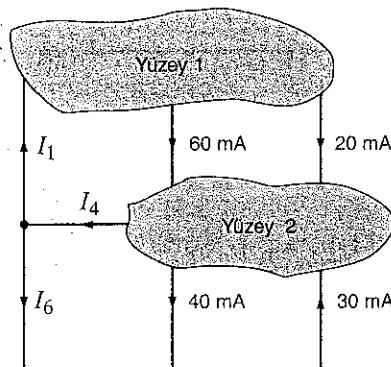
veya

$$I_4 = 70 \text{ mA}$$

elde edilir. Benzer şekilde yüzey 1 için de giren akım kadar çıkan olmalıdır ve dolayısı ile $I_1 = 80 \text{ mA}$ olarak bulunur. Egzersiz olarak Şekil 2.6'da verilen devreyi herhangi bir şekilde iki parçaya ayıralım ve KAY'nın sınırlarda her zaman geçerli olduğunu göstermeye çalışabilirsınız.

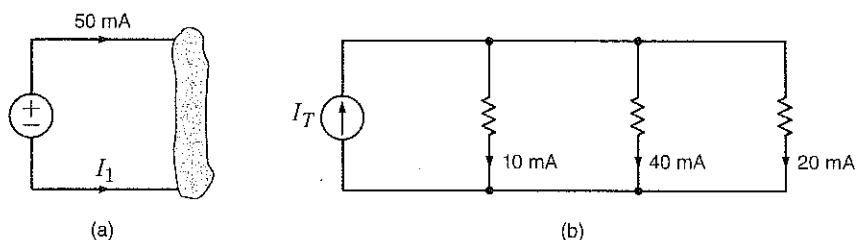
Sekil 2.8

KAY'nın bir yüzeye uygunlığını göstermek için kullanılan topoloji.



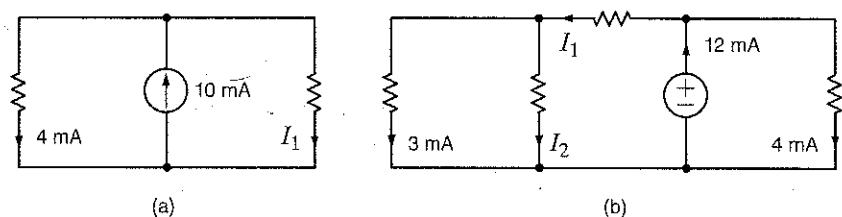
Öğrendiğimizimizi Sınavyalım

E2.4 E2.3'te verilen devreden hareket ile (a) Şekil E2.4a'da I_1 ve (b) E2.4b'de I_T 'yi bulunuz.



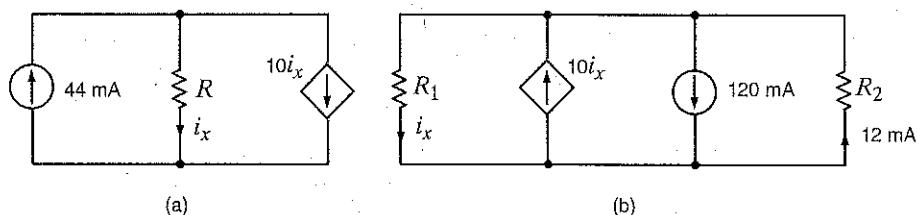
Şekil E2.4

E2.5 (a) Şekil E2.5a'daki devrede I_1 (b) Şekil E2.5b'deki devrede I_1 ve I_2 akımlarını bulunuz.



Şekil E2.5

E2.6 Şekil E2.6'da I_x akımını bulunuz.



Şekil E2.6

enerji yükseliş ve düşüslərinin toplamının sıfır olması gereklidir. Bundan dolayı her bir eleman üzerinde ilerlerken enerji seviyesindeki artış ve düşüsləri kaydetmek önemlidir.

KGY uygulanırken devredeki her bir çevre üzerinde dolaşarak enerji düzeyindeki artışlar ve azalışların toplamını sıfıra eşitlemeliyiz. Bu noktada bir karar verilmelidir. Enerji seviyesindeki düşmeye pozitif olara mı yoksa negatif olara mı kabul edeceğiz? Biz enerji düşmesini pozitif ve enerji yükselmesini ise negatif olarak kabul eden bir yol izleyeceğiz. Bir çevrede dolaşırken, ilk olarak pozitif işaretine rastlamamız enerji seviyesinde bir düşmeye, negatif işaretle rastlamamız ise enerji seviyesinde bir artmaya karşılık gelecektir.

Son olarak, genel kabüle göre V_{ab} , a noktasının b noktasına göre gerilimini gösterir. Yani V_{ab} , a ve b noktaları arasındaki gerilim için kullanılan değişkendir ve a noktası b noktasına göre pozitif olarak kabul edilir. Gerilim iki nokta arasında ölçüldüğünden iki nokta arasında, ucu pozitif noktayı gösterecek şekilde bir ok kullanmak uygundur. Dikkat ederseniz çift alt indisli notasyon, + ve - notasyonu ve tek yönlü ok notasyonu, eğer okun ucu pozitif noktayı ve çift alt indisli notasyondaki ilk indis gösteriyor ise tamamen denk gösterimlerdir. Gerilimleri işaretlemek için kullanılan tüm bu eşit formlar Şekil 2.11'de gösterilmiştir.

YANIT:

- (a) $I_1 = -50 \text{ mA}$;
- (b) $I_T = 70 \text{ mA}$.

YANIT: (a) $I_1 = 6 \text{ mA}$;

- (b) $I_1 = 8 \text{ mA}$ ve
- $I_2 = 5 \text{ mA}$.

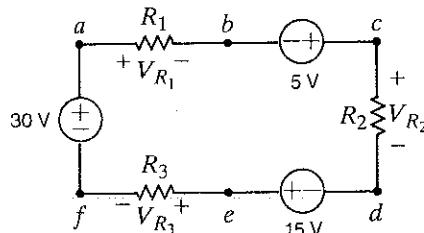
YANIT: (a) $i_x = 4 \text{ mA}$;

- (b) $i_x = 12 \text{ mA}$.

ÖRNEK

2.9

Şekil 2.9'da gösterilen devrede KGY'yi uygulayalım. Sonra da V_{R1} ve V_{R2} gerilimlerinin sırasıyla 18 V ve 12 V olması durumunda V_{R3} geriliminin değerini hesaplayalım.



Şekil 2.9

KGY'nin uygulanmasını göstermek için kullanılan devre.

ÇÖZÜM

a noktasından başlayıp saat yönünde hareket edilirse aşağıdaki denklem elde edilir:

$$+V_{R_1} - 5 + V_{R_2} - 15 + V_{R_3} - 30 = 0$$

Bu denklem

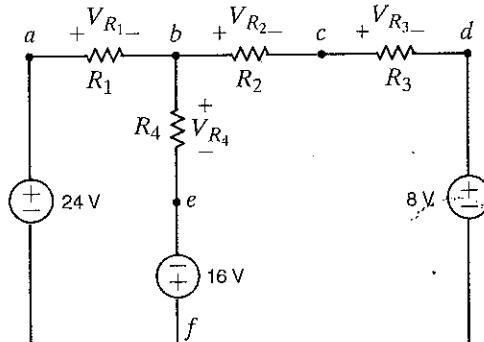
$$\begin{aligned} +V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} &= 5 + 15 + 30 \\ &= 50 \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Eğer V_{R1} ve V_{R2} değerleri sırası ile 18 V ve 12 V ise bu durumda $V_{R3} = 20$ V olur.

ÖRNEK

2.10

Şekil 2.10'da verilen devre için üç olası çevre denkleminden sadece ikisinin doğrusal olarak bağımsız olduğunu gösterelim:



Şekil 2.10

KGY'nin uygulanmasını göstermek için kullanılan devre.

ÇÖZÜM

Bu devrede üç kapalı yol bulunmaktadır: soldaki çevre, sağdaki çevre ve dış çevre. Soldaki çevrede a noktasından başlayarak KGY denklemelerini yazalım:

$$V_{R_1} + V_{R_4} - 16 - 24 = 0$$

Sağdaki çevrede b noktasından başlayarak

$$V_{R_2} + V_{R_3} + 8 + 16 - V_{R_4} = 0$$

denklemi elde edilir. Dış çevre için ise, a noktasından başlayarak aşağıdaki denklem elde edilir:

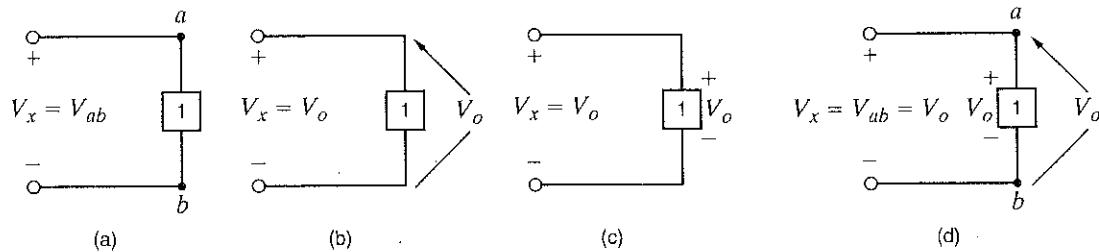
$$V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} + 8 - 24 = 0$$

Dikkat ederseniz, ilk iki denklemin toplamı üçüncü denklemi verir. Dolayısı ile Örnek 2.5'te ifade edildiği gibi bu üç denklem doğrusal olarak bağımsız değildir. Daha sonra bu konuya yeniden değineceğiz ve devredeki gerilimleri elde edebilmek için bizim sadece iki denklem gereksinim duyacağımızı göstereceğiz.

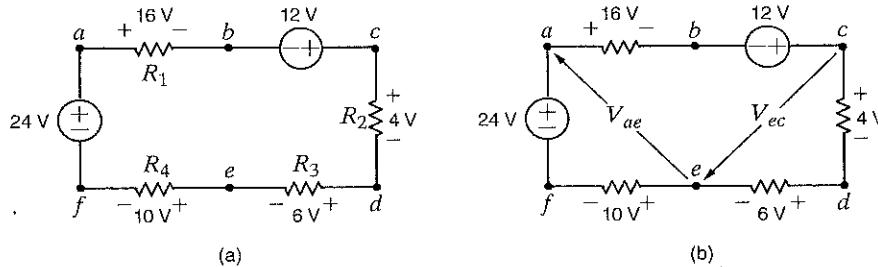
Ok kullanımının faydası devrede birbirinden uzak iki nokta arasındaki gerilimi işaretleme ihtiyacı doğduğunda ortaya çıkar. Bu durumda diğer notasyonlar genellikle kafa karıştırıcıdır.

Şekil 2.11

Gerilimi işaretlemek için kullanılabilen yöntemler.



Şekil 2.12a'da verilen devreyi ele alalım. İki nokta arasındaki gerilimi belirlemek için Kirchhoff Gerilim Yasasını uygulayalım. Özellikle çift alt-indisli notasyonu kullanarak V_{ae} ve V_{ec} gerilimlerini bulalım.



Devre, Şekil 2.12b'de yeniden çizilmiştir. a ve e noktaları ile e ve c noktaları fizikal olarak birbirine yakın olmadığı için ok notasyonu kullanmak çok faydalı olacaktır. Bilinmeyen gerilimleri belirlemek için takip edeceğimiz yöntem kapali bir çevrede KGY'yi uygulamak olacaktır. Bundan dolayı V_{ae} gerilimini belirlemek için aef a veya $abcdea$ noktalarının oluşturduğu kapali çevreyi kullanabiliriz. V_{ae} 'nin tek bilinmeyen olduğu bu iki çevre için aşağıdaki denklemler yazılabilir.

$$V_{ae} + 10 - 24 = 0$$

ve

$$16 - 12 + 4 + 6 - V_{ae} = 0$$

Her iki denklem de $V_{ae} = 14$ V sonucunu verir. Hatta V_{ae} değerini belirlemeden önce V_{ec} değeri $cdec$ veya $cefabc$ noktalarının oluşturduğu çevre kullanılarak da bulunabilir. Ancak, şu anda V_{ae} bilindiği için $ceabc$ noktalarının oluşturduğu çevre de kullanabiliriz. KGY'nin $cdec$ veya $cefabc$ çevrelerine uygulanmasıyla,

$$4 + 6 + V_{ec} = 0$$

$$-V_{ec} + 10 - 24 + 16 - 12 = 0$$

ve $ceabc$ noktalarının oluşturduğu çevreye uygulanmasıyla da $-V_{ec} - V_{ae} + 16 - 12 = 0$ denklemleri elde edilir.

Bu denklemlerin her biri $V_{ec} = -10$ V değerini verir.

Genel olarak KGY matematiksel olarak

$$\sum_{j=1}^N v_j(t) = 0 \quad 2.8$$

şeklinde ifade edilir. Burada $v_j(t)$, N adet elemandan oluşan bir çevrede j . kol üzerindeki gerilim düşümünü gösterir. Denklemin yazımı sırasında gerilim düşümleri ile çevre üzerinde seçilen ilerlerme yönü aynı ise işaret artı, değilse eksİ alınmalıdır. Bu Kirchhoff akım yasası için verilen (2.7) denklemine benzer bir denklemdir.

ÖRNEK 2.11

Şekil 2.12

Örnek 2.11'de kullanılan devre.

ÇÖZÜM

[İpucu]

Kirchhoff gerilim yasası (KGY) oldukça önemli ve faydalı bir yasadır.

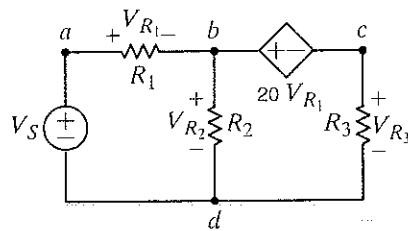
ÖRNEK

Bağımlı bir kaynak içeren ve Şekil 2.13'te verilen devre için *abda* ve *bcd* kapalı çevreleri için KGY denklemelerini yazalım.

2.12

Şekil 2.13

Bağımlı bir kaynak içeren devre.



CÖZÜM KGY için yazılacak iki denklem aşağıda verilmektedir:

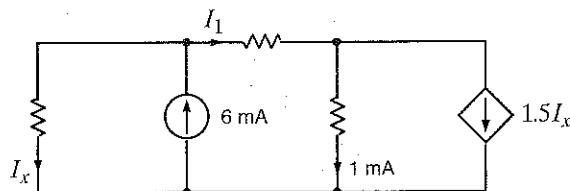
$$V_{R_1} + V_{R_2} - V_S = 0$$

$$20V_{R_1} + V_{R_3} - V_{R_2} = 0$$

Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E2.7 Şekil E2.7'de verilen devrede I_x ve I_1 akımlarını bulunuz.

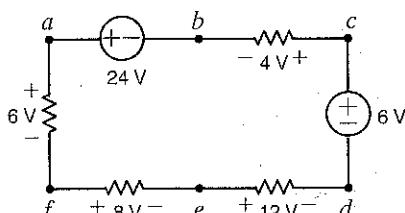
YANIT: $I_x = 2 \text{ mA}$,
 $I_1 = 4 \text{ mA}$.



Şekil E2.7

E2.8 Şekil E2.8'de verilen devrede V_{ad} ve V_{eb} değerlerini bulunuz.

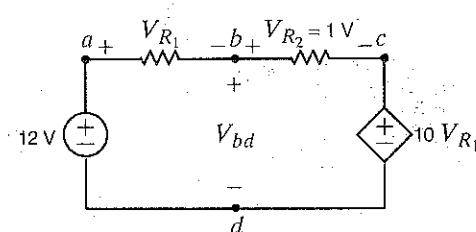
YANIT: $V_{ad} = 26 \text{ V}$,
 $V_{eb} = 10 \text{ V}$.



Şekil E2.8

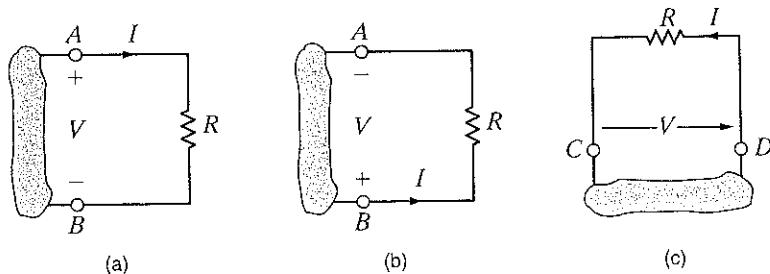
E2.9 Şekil E2.9'da verilen devrede V_{bd} değerini bulunuz.

YANIT: $V_{bd} = 11 \text{ V}$.



Şekil E2.9

Basit devrelerin analizine geçmeden önce, biraz örtülü ancak oldukça önemli bir noktaya açıklık getirmek istiyoruz. Ohm yasası $V = IR$ denklemi Şekil 2.14b'de tanımlandığı gibi gerilim ve akım arasındaki ilişkiye gösterir. Eğer akım veya gerilimden sadece biri, her ikisi değil, terslenir ise akım ve gerilim arasındaki ilişki $V = -IR$ olacaktır. Benzer biçimde Şekil 2.14b'deki devrede eğer A ve B terminaları arasındaki gerilimin polaritesi şekilde gösterildiği gibi ise bu durumda R direnci üzerindeki I akımının yönü B noktasından A noktasına doğru olacaktır. Aynı şekilde Şekil 2.14c'de gösterilen akım yönü için gerilimin polaritesi, D noktasının gerilimi C noktasının geriliminden daha yüksek olacak biçimde olmalıdır. Dolayısı ile V gerilimini temsil eden okun yönü C noktasından D noktasına doğru olmalıdır.



[İpucu]

Burada Ohm yasası ile ilişkili olarak belirtilen durum oldukça önemlidir ve değişkenlerin işaretlerinin doğru belirlenmesi için belirtilen kurallara dikkatle uyulması gerekmektedir.

Şekil 2.14

Ohm yasasını açıklamak için kullanılan devreler.

2.3

Tek Çevreli Devreler

GERİLİM BÖLME Artık bu noktada daha önce görmüş olduğumuz yasaları basit devrelerin analizinde kullanabiliriz. Bunun için belki en basit devre olan tek çevreli bir devreyi ele alalım.

Tek çevreli bir devrede her düğüm için KAY uygulandığında tüm elemanlar üzerinden aynı akımın geçmekte olduğunu görürüz. Bu elemanların aynı akımı taşıyor olmalarından dolayı bunların seri bağlandığını söyleyiz. Devredeki değişik büyüklükleri belirlemek için Kirchhoff gerilim yasası ve Ohm yasasını devreye uygulayalım.

Yaklaşımardan biri öncelikle basit bir devre ile başlayıp daha sonra analizi daha karmaşık devrelerle genelleştirmek olacaktır. Şekil 2.15'te verilen devre incelememiz için temel alınacaktır. Bu devre iki dirence seri olarak bağlanmış bir bağımsız gerilim kaynağından oluşmaktadır. Akımın saat yönünde aktığını varsayılmı. Eğer bu kabul doğru ise akımın değerini verecek olan denklemi çözümlü pozitif bir değer uretecektir. Ancak eğer akım ters yönde akıyor ise akımı ifade eden değişkenin değeri negatif olacak ve bu kabulümüzün tersine akımın saatin tersi yönünde aktığını gösterecektir. Ayrıca v_{R_1} ve v_{R_2} gerilimlerinin yönleri için de seçimler yaptık. Bu seçimler, daha önce Ohm yasası ile ilgili yapmış olduğumuz tartışmalar sırasında kullanılan işaretleme yöntemine ve akım yönü seçimimize, yani Şekil 2.14a'da gösterilen işaretleme biçimine dayanmaktadır.

Bu devreye KGY'nın uygulanması bize

$$-v(t) + v_{R_1} + v_{R_2} = 0$$

veya

$$v(t) = v_{R_1} + v_{R_2}$$

denklemini verir. Oysa, ohm yasası gereği

$$v_{R_1} = R_1 i(t)$$

$$v_{R_2} = R_2 i(t)$$

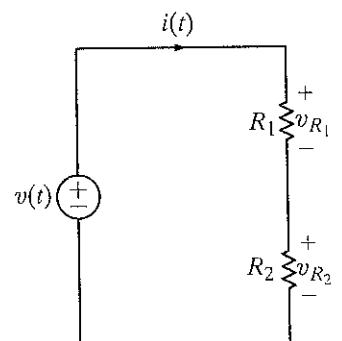
olduğundan dolayı

$$v(t) = R_1 i(t) + R_2 i(t)$$

olur. Bu denklemden $i(t)$ çekilir ise

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_1 + R_2} \quad 2.9$$

elde edilir.



Şekil 2.15

Tek çevreli devre.

Akımlı bulunduktan sonra her bir direnç üzerindeki gerilimleri bulmak için Ohm yasasını uygulayabiliriz:

$$\begin{aligned}
 v_{R_1} &= R_1 i(t) \\
 &= R_1 \left[\frac{v(t)}{R_1 + R_2} \right] \\
 &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} v(t)
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

[İpucu]

Gerilimin iki direnç arasında bölünme biçimini.

Benzer şekilde,

$$v_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v(t) \tag{2.11}$$

elde edilir.

(2.10) ve (2.11) denklemeleri *gerilim bölgüsü* olarak adlandırılan devrenin çalışma ilkesini tanımlar. Çok basit ama çok önemli olan bu bağıntılar, $v(t)$ geriliminin R_1 ve R_2 dirençleri arasında, bu dirençlerinin değerleri ile orantılı olarak bölündüğünü ifade eder.

Eğer yalnızca R_1 direnci üzerindeki gerilimi merak ediyorsak, herhangi bir akım hesaplaması yapmadan $v(t)$ gerilimini

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

orani ile çarpmak yeterlidir. Aslında burada da, Es. (2.10)'da gösterildiği gibi açık olarak ifade edilmese de, akım hesaplanmaktadır. Ayrıca,

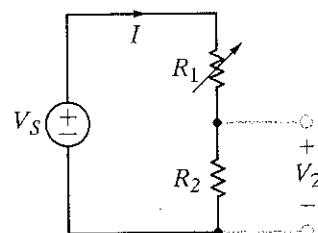
$$-v(t) + \frac{R_1}{R_1 + R_2} v(t) + \frac{R_2}{R_1 + R_2} v(t) = 0$$

olduğundan denklemelerin Kirchhoff gerilim yasasını sağladığını da görülmektedir.

ÖRNEK

2.13

Şekil 2.16'da verilen devreyi ele alalım. Bu devre, direncin ayarlı olmasının dışında Şekil 2.15'te verilen devre ile tamamen aynıdır. $V_s = 9$ V, $R_1 = 90$ kΩ ve $R_2 = 330$ kΩ olduğu varsayılsın.



Şekil 2.16

Gerilim Bölgüsü Devre.

R_2 direnci üzerinde düşen gerilimi ve harcanan gücü R_1 direncinin değişimine bağlı olarak inceleyelim.

ÇÖZÜM Bu devre bir gerilim bölgüsü olduğundan V_2 doğrudan aşağıdaki denklem ile hesaplanır.

$$\begin{aligned}
 V_2 &= \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right] V_s \\
 &= \left[\frac{30\text{k}}{90\text{k} + 30\text{k}} \right] (9) \\
 &= 2.25 \text{ V}
 \end{aligned}$$

Şimdi R_1 değişken direncinin $90\text{ k}\Omega$ 'dan $15\text{ k}\Omega$ değerine değiştirildiğini varsayıyalım:

$$\begin{aligned} V_2 &= \left[\frac{30\text{k}}{30\text{k} + 15\text{k}} \right] 9 \\ &= 6\text{ V} \end{aligned}$$

Gerilim bölüşüm işlemini yapmak, I akımını bulup ardından Ohm yasası sayesinde V_2 değerini bulmaya eşdeğerdir. Burada büyük direnç üzerinde daha büyük bir gerilim düşümü olduğuna dikkat edin. Gerilim bölüşün kavramı ve bu kavramı açıklamak için kullandığımız basit devre oldukça yararlıdır çünkü ilerde de göstereceğimiz gibi karmaşık devreler bu basit yapıya indirgenebilir.

Son olarak $R_1 = 90\text{ k}\Omega$ ve $R_2 = 15\text{ k}\Omega$ şartı altında R_2 direnci üzerinde harcanan ani güçü bulalım. $R_1 = 90\text{ k}\Omega$ durumunda R_2 üzerinde harcanan güç

$$\begin{aligned} P_2 &= I^2 R_2 = \left(\frac{9}{120\text{k}} \right)^2 (30\text{k}) \\ &= 0.169\text{ mW} \end{aligned}$$

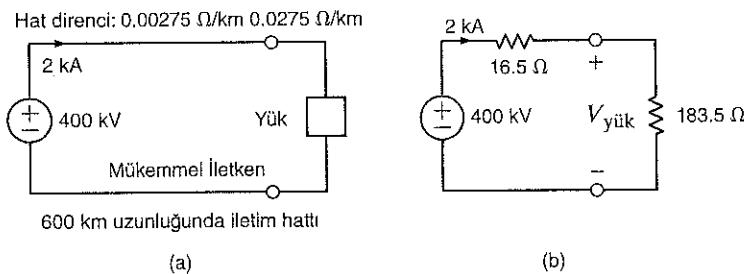
olur. İkinci durum için ise

$$\begin{aligned} P_2 &= \left(\frac{9}{45\text{k}} \right)^2 (30\text{k}) \\ &= 1.2\text{ mW} \end{aligned}$$

Akım birinci durum için $75\text{ }\mu\text{A}$ ve ikinci durum için $200\text{ }\mu\text{A}$ olur. Güç akımının karesinin bir fonksiyonu olduğu için her iki durumda harcanan güçler birbirlerinden oldukça farklıdır.

Şimdi bu gerilim bölücünün pratik kullanımına ilişkin bir örnek gösterelim:

Şekil 2.17a'da verilen ve yüksek gerilim DA iletim sistemlerini yaklaşık olarak modellemek için kullanılan devreyi ele alalım. Şekilde görüldüğü gibi iletim hattının alt kısmının mükemmel bir iletken olduğunu kabul ediyoruz. İlerleyen bölümlerde bu kabulü gereklendireceğiz. Yük değeri $183.5\text{ }\Omega$ değerinde bir direnç ile temsil edilebilir. Bundan dolayı hattı modelleyen devre Şekil 2.17b'de gösterildiği gibi olur:



ÖRNEK

2.14

Şekil 2.17

DA Yüksek gerilim iletim hattı.

Yükle iletlenen gücü ve hat üzerinde kaybolan gücü hesaplayalım.

Gerilim bölüşüm ilkesini kullanarak yük üzerindeki gerilim

$$\begin{aligned} V_{yük} &= \left[\frac{183.5}{183.5 + 16.5} \right] 400\text{k} \\ &= 367\text{ kV} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

ÇÖZÜM

Giriş gücü 800 MW ve yüke aktarılan güç

$$P_{\text{yuk}} = I^2 R_{\text{load}}$$

$$= 734 \text{ MW}$$

olduğundan, hat üzerinde kaybolan güç

$$P_{\text{hat}} = P_{\text{giriş}} - P_{\text{yük}} = I^2 R_{\text{hat}} \\ = 66 \text{ MW}$$

olur. Şimdi, $P = VI$ olduğundan, varsayılmak üzere enerji iletim kuruluşi aynı gücü 200 kV gerilim altında ve 4 kA akım ile iletmektedir. Bu durum iletim hattı üzerinde nasıl bir etki yapar? Herhangi bir hesaplama yapmadan gücün akımının karesi ile orantılı olduğu bilgisinden hareketle hatta oldukça büyük bir kayıp olacağını ve iletim hattının veriminin oldukça yüksek oranda düşeceğini söyleyebiliriz. Bundan dolayı genellikle enerjinin iletimi yüksek gerilim ve düşük akım ile gerçekleştirilir.

ÇOK KAYNAKLı-DIRENÇLİ DEVRELER Bu noktada analizimizi birden çok gerilim kaynağı ve direnç içeren devrelere genişletmeyi arzu ediyoruz. Örneğin, Şekil 2.18a'da verilen devreyi ele alalım. Burada akımın saat yönünde aktığını kabul ettik ve $i(t)$ değişkenini buna uygun olarak tanımladık. Ancak akımın gerçek yönü, devredeki gerilim kaynaklarının değerlerine bağlıdır. Bu devre için KGY

$$+v_{R_1} + v_2(t) - v_3(t) + v_{R_2} + v_4(t) + v_5(t) - v_l(t) = 0$$

şeklinde ifade edilir veya Ohm yasasını kullanarak

$$(R_1 + R_2)i(t) = v_1(t) - v_2(t) + v_3(t) - v_4(t) - v_5(t)$$

elde edilir ki bu ifadeler

$$(R_1 + R_2)i(t) = v(t)$$

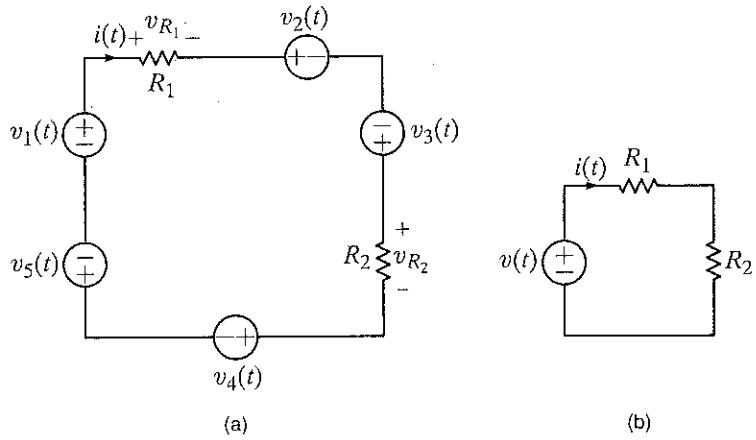
şeklinde yazılabılır. Burada

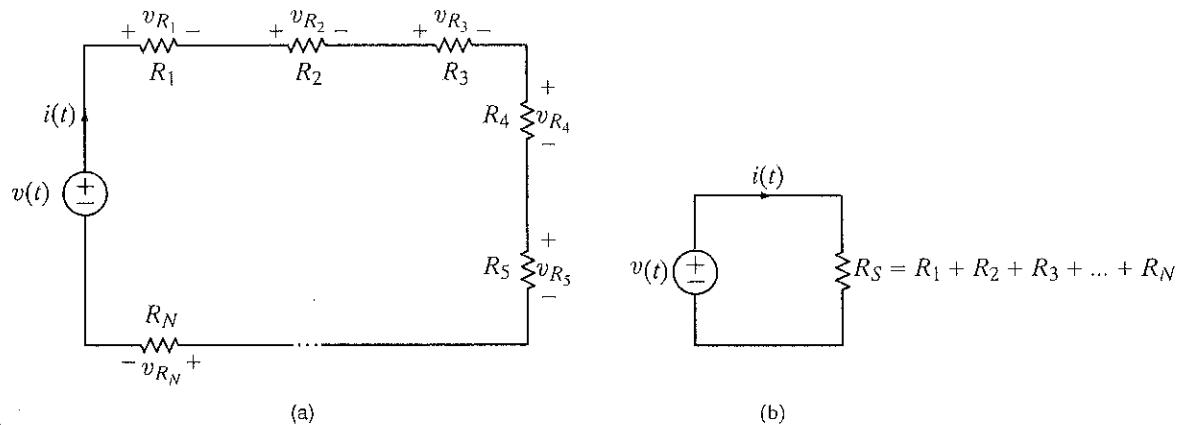
$$v(t) = v_1(t) + v_3(t) - [v_2(t) + v_4(t) + v_5(t)]$$

olur ki bu durumda yukarıdaki tanımlar gereği Şekil 2.18a, Şekil 2.18b'ye denk olur. Diğer bir deyiş ile seri bağlanmış birden fazla gerilim kaynağı, değeri tüm kaynakların cebirsel toplamına eşit olan tek bir kaynak ile temsil edilebilir. Bu analiz tabii ki N adet seri kaynak içeren bir devre için de genelleştirilebilir.

Şekil 2.18

Çok gerilim kaynaklı devrenin eşdeğeri.





Şekil 2.19

Şimdi seri olarak bağlanmış N adet dirence sahip bir devreyi ele alalım. Bu devreye Eşdeğer devreler, Kirchhoff gerilim yasasının uygulanması

$$v(t) = v_{R_1} + v_{R_2} + \cdots + v_{R_N} \\ = R_1 i(t) + R_2 i(t) + \cdots + R_N i(t)$$

sonucunu verir ve bundan dolayı,

$$v(t) = R_s i(t) \quad 2.12$$

olur. Burada

$$R_s = R_1 + R_2 + \dots + R_N \quad 2.13$$

Böylece,

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_e} \quad 2.14$$

olur. Ayrıca, devredeki herhangi bir R_i direnci için direnç üzerindeki gerilim

$$v_{R_i} = \frac{R_i}{R_s} v(t) \quad 2.15$$

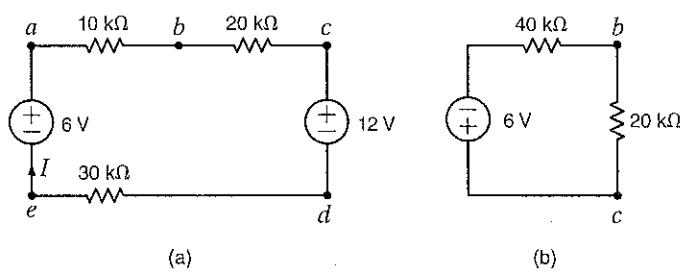
olur ki bu seri bağlı dirençlerin gerilim bölüşüm özelliğinin ifadesidir.

Eş. (2.13), seribağlı *N* adet direğin eşdeğer direğinin, tek tek dirençlerin toplamına eşit olduğunu ifade eder. Böylece Eş. (2.13)'ü kullanarak Şekil 2.19b'de verilen devre için Şekil 2.19a'daki eşdeğer devreyi çizebiliriz.

Şekil 2.20a'da verilen devreyi kullanarak I , V_{bd} ve 30 k Ω 'luk direnç üzerinde harcanan güçü hesaplayalım. Son olarak V_{bc} 'yi bulmak için gerilim bölüşüm kuralını kullanalım.

ÖRANKI

2.15



Şekil 2.20

Örnek 2.15'te kullanılan devre,

ÇÖZÜM KGY uygulanır ise aşağıdaki denklem elde edilir.

$$10kI + 20kI + 12 + 30kI - 6 = 0$$

$$60kI = -6$$

$$I = -0.1 \text{ mA}$$

Dolayısı ile akımın değeri 0.1mA 'dır. Ancak, akım yönü kabul edilenin tersindedir.

V_{bd} gerilimi hem *abda* ve hem de *bcd* çevreleri kullanılarak elde edilebilir. Her iki durum için elde edilecek denklem

$$10kI + V_{bd} + 30kI - 6 = 0$$

ve

$$20kI + 12 - V_{bd} = 0$$

olarak. $I = -0.1 \text{ mA}$ değerini her iki denklemde kullanarak $V_{bd} = 10 \text{ V}$ elde edilebilir. Son olarak $30 \text{ k } \Omega$ direnç üzerinde harcanan güç

$$P = I^2R = 0.3 \text{ mW}$$

olarak bulunur. Şimdi V_{bc} gerilimini bulmak amacıyla seri bağlı kaynaklar toplanarak birleştirilebilir, geri kalan seri bağlı dirençler toplanarak tek bir dirence indirgenebilir ve böylece Şekil 2.20b'de verilen eşdeğer devre elde edilir. Buradan

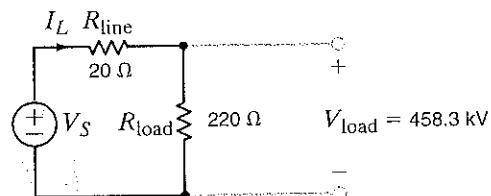
$$\begin{aligned} V_{bc} &= \frac{20k}{20k + 40k} (-6) \\ &= -2 \text{ V} \end{aligned}$$

elde edilir.

ÖRNEK 2.16

Şekil 2.21
Örnek 2.16'da
kullanılan devre.

Bir DA iletim hattı Şekil 2.21'de gösterilen devre ile modellenmektedir. Eğer yük gerilimi $V_{load} = 458.3 \text{ kV}$ olarak verilmiş ise iletim hattının gönderici ucundaki gerilimi ve hattaki güç kaybını bulunuz.



Yük direnci ve gerilimi biliniyor ise Ohm yasasını kullanarak hat üzerindeki akımı bulunabilir:

$$\begin{aligned} I_L &= 458.3 \text{kV} / 220 \\ &= 2.083 \text{kA} \end{aligned}$$

ÇÖZÜM Hat üzerinde gerilim düşümü ise

$$\begin{aligned} V_{line} &= (I_L)(R_{line}) \\ &= 41.66 \text{kV} \end{aligned}$$

olur.

Şimdi KGY kullanılarak

$$\begin{aligned} V_s &= V_{\text{line}} + V_{\text{load}} \\ &= 500 \text{ kV} \end{aligned}$$

elde edilir. Devre basit bir gerilim bölücü devre olduğundan, R_{line} , R_{load} ve V_{load} değerleri kullanılarak V_s doğrudan da bulunabilir. Yani:

$$V_{\text{load}} = \left[\frac{R_{\text{load}}}{R_{\text{load}} + R_{\text{line}}} \right] V_s$$

Yukarıdaki denklemde tek bilinmeyen V_s 'dir.

Hat üzerindeki güç kaybı ise,

$$\begin{aligned} P_{\text{line}} &= I_L^2 R_{\text{line}} \\ &= 86.79 \text{ MW} \end{aligned}$$

olur.

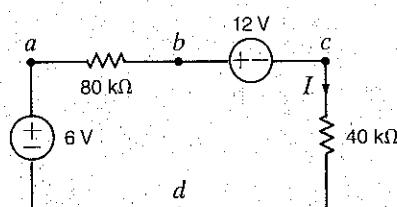
Problem Çözme Stratejisi

- 1. Adım:** Bir $i(t)$ akımı tanımlayın. KAY'den biliyoruz ki tek çevreye sahip devrelerde sadece bir tek akım vardır. Bu akım çevrede saat yönünde veya saat yönünün tersi yönde akabilir.
- 2. Adım:** Ohm yasasını kullanarak, tanımlanan akımdan hareket ile her bir direnç üzerindeki gerilimi tanımlayın.
- 3. Adım:** Tek çevrelî devreye KGY'yi uygulayın.
- 4. Adım:** Akım $i(t)$ için elde edilen tek KGY denklemini çözünüz. Eğer $i(t)$ pozitif ise akım kabul edilen yönde akmaktadır. Aksi hâlde akım kabul edilen yönün tersine akmaktadır.

Tek Çevrelî Devreler

Öğrendiklerimizi Sınayalım

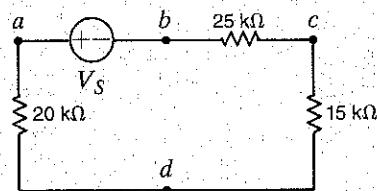
E2.10 Şekil 2.10'da verilen devrede I ve V_{bd} 'yi bulunuz.



Sekil E2.10

YANIT: $I = -0.05 \text{ mA}$
ve $V_{bd} = 10 \text{ V}$.

E2.11 Şekil 2.11'de verilen devrede V_{ad} 'nın değeri 3 V ise V_s gerilimini bulunuz.



Sekil E2.11

YANIT: $V_s = 9 \text{ V}$.

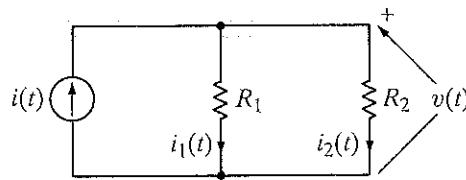
2.4

İki Düğümlü Devreler

Şekil 2.22
Basit paralel devre.

AKIM BÖLME Önemli basit bir devre de iki düğümlü devrelerdir. Eğer tek düğüm çiftine sahip bir devrede her bir çevre için KGY uygulanır ise tüm devre elemanları üzerinde aynı geriliminin olduğunu görürüz. Bu durumda elemanların paralel bağlandığı söylenebilir. Bununla birlikte, bu devredeki bilinmeyen akım ve gerilimleri bulmak için Kirchhoff akım yasası ve Ohm yasasını uygulayacağız.

Tek çevrili devrelerde izlediğimiz yönteme benzer bir şekilde en basit durum için analiz gerçekleştirecek ve daha sonra genelleştirme yapacağız. Şekil 2.22'de verilen devreyi ele alalım. Bu devrede iki direnç ile paralel bağlanmış bir bağımsız akım kaynağı vardır.



Tüm devre elemanları birbirine paralel bağlı olduğundan her bir eleman üzerinde $v(t)$ gerilimi gözükür. Dahası devrenin incelenmesi $i(t)$ akımının düğüme doğru, $i_1(t)$ ve $i_2(t)$ akımlarının ise düğümün dışına doğru aktığını ortaya koyar. KAY bir düğüme giren akımın düğümden çıkan akıma eşit olacağını ifade ettiğinden bizim cevaplayacağımız soru $i(t)$ akımının $i_1(t)$ ve $i_2(t)$ akımlarına nasıl bölüştürgündür.

Üst düğüme KAY uygulanırsa

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

elde edilir. Ohm yasası kullanılarak

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{v(t)}{R_1} + \frac{v(t)}{R_2} \\ &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v(t) \\ &= \frac{v(t)}{R_p} \end{aligned}$$

elde edilir. Bu eşitlikte gösterilen R_p değeri şu biçimde tanımlanır:

[İpucu]

Paralel direnç denklemi

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad 2.16$$

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad 2.17$$

Gördüğü gibi paralel bağlanmış iki direncin eşdeğeri, direnç değerlerinin çarpımının direnç değerlerinin toplamına bölünmesiyle bulunur. Eşdeğer R_p direncinin değeri, R_1 ve R_2 değerlerinin her ikisinden de daha düşüktür. Böylece iki direnci paralel bağlayarak toplam direnci düşürtmiş oluruz. $R_1 = R_2$ özel durumunda ise, eşdeğer direncin değeri her bir direncin yarısına eşittir.

Kaynaktan gelen $i(t)$ akımının iki dal arasında paylaşılması *akım bölüşümü* olarak adlandırılır ve yukarıda verilen ifadeden elde edilebilir. Örneğin,

$$\begin{aligned} v(t) &= R_p i(t) \\ &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i(t) \end{aligned} \quad 2.18$$

olduğundan

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \frac{v(t)}{R_1} \\ i_1(t) &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} i(t) \end{aligned} \quad 2.19$$

ve

$$\begin{aligned} i_2(t) &= \frac{v(t)}{R_2} \\ i_2(t) &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} i(t) \end{aligned} \quad 2.20$$

yazılabilir. Es. (2.19) ve (2.20) akım bölgüm kuralının matematiksel ifadesidir.

[İpucu]

Akımın iki paralel kol arasında bölünmesi.

Şekil 2.23a'da verilen devredeki I_1 , I_2 ve V_o değerlerini bulalım.

ÖRNEK

2.17

İlk olarak akım kaynağının iki paralel kolu beslediğine dikkat ediniz. Bu noktayı vurgulamak için devreyi Şekil 2.23b'de gösterildiği gibi yeniden çizelim. Akım bölgüm kuralını uygulayarak

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} I_1 &= \left[\frac{40\text{k} + 80\text{k}}{60\text{k} + (40\text{k} + 80\text{k})} \right] (0.9 \times 10^{-3}) \\ &= 0.6 \text{ mA} \end{aligned}$$

elde edilir. Büyuk akımın küçük değerli direnç üzerinden aktığına dikkat edin. Ayrıca her iki kolun dirençleri aynı ise akım ikisi arasında eşit olarak bölündür. $I_1 + I_2 = 0.9 \text{ mA}$ olduğundan KAY sağlanmaktadır.

V_o gerilimi Ohm yasası uygulanarak bulunur:

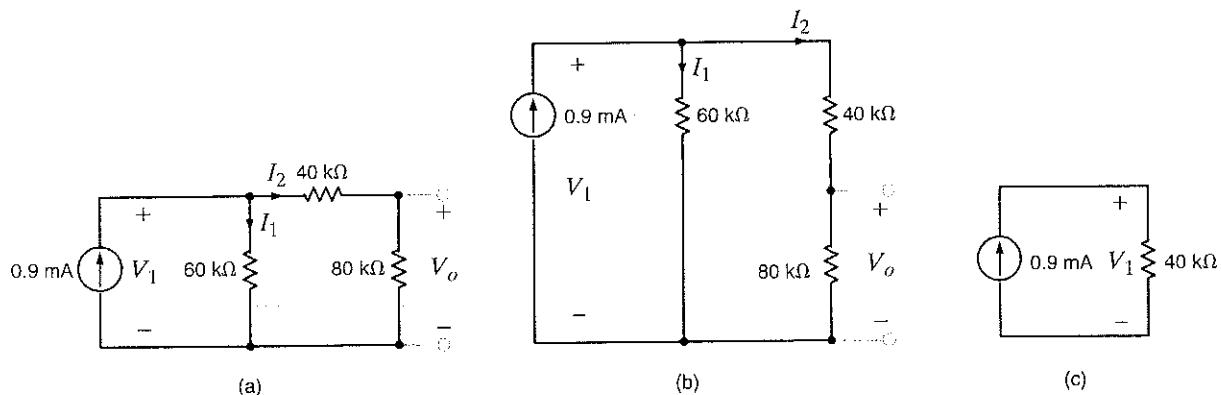
$$\begin{aligned} V_o &= 80\text{k}I_2 \\ &= 24 \text{ V} \end{aligned}$$

Bu problem aynı zamanda aşağıdaki yaklaşım ile de çözülebilir. Akım kaynağı tarafından görülen toplam direnç $40 \text{ k}\Omega$ 'dur. Yani Şekil 2.23c'de gösterildiği gibi $40 \text{ k}\Omega$ ve $80 \text{ k}\Omega$ seri bağlantısına paralel bağlı $60 \text{ k}\Omega$ 'un eşdeğerdidir. Akım kaynağı üzerindeki gerilim

$$\begin{aligned} V_i &= (0.9 \times 10^{-3})40\text{k} \\ &= 36 \text{ V} \end{aligned}$$

olarak bulunur. Şimdi V_i bilindiğine göre V_o 'yu bulmak üzere gerilim bölgüm kuralı uygulanabilir:

$$\begin{aligned} V_o &= \left(\frac{80\text{k}}{80\text{k} + 40\text{k}} \right) V_i \\ &= \left(\frac{80\text{k}}{120\text{k}} \right) 36 \\ &= 24 \text{ V} \end{aligned}$$



Şekil 2.23

Örnek 2.27'de kullanılan devreler

**ÖRNEK
2.18**

Tipik bir araba stereo ses düzeneği Şekil 2.24a'da verilen çizimdeki 2 W'lık bir yükselteç (amfi) ile iki hoparlörden oluşur. Ses yükseltecinin çıkış devresi nihayetinde 430mA'lık bir akım kaynağıdır ve her bir hoparlör 4 Ω'luk bir dirence sahiptir. Hoparlörler tarafından harcanan gücü bulalım.

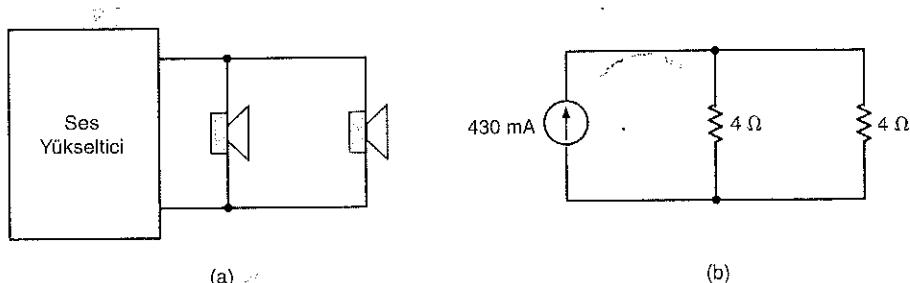
ÇÖZÜM

Ses düzeneği Şekil 2.24b'de gösterilen devre ile temsil edilebilir. Hoparlörler 4 Ω'luk aygıtlar olduğundan akım her bir hoparlör arasında eşit olarak paylaştırılır ve her bir hoparlör tarafından harcanan güç aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} P &= I^2 R \\ &= (215 \times 10^{-3})^2 (4) \\ &= 184.9 \text{ mW} \end{aligned}$$

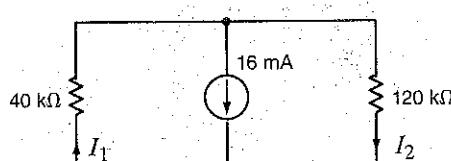
Şekil 2.24

Örnek 2.18'de kullanılan devreler.

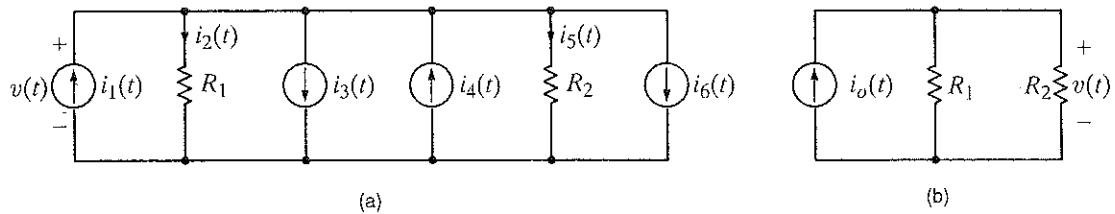


Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E2.12 Şekil E2.12'deki I_1 ve I_2 akımlarını ve 40 Ω'luk direnç üzerinde harcanan gücünü bulunuz. **YANIT:** $I_1 = 12 \text{ mA}$, $I_2 = -4 \text{ mA}$, ve $P_{40 \text{ k}\Omega} = 5.76 \text{ W}$.



Şekil E2.12



Şekil 2.25
Eşdeğer devreler.

ÇOK KAYNAKLı/DİRENÇLİ DEVRELER Şimdi analizimizi, paralel olarak bağlanmış çok sayıda kaynağı ve direnci kapsayacak şekilde genişletebiliriz. Örneğin Şekil 2.25a'da verilen devreyi ele alalım. Üst düğümün alt düşüme göre pozitif $v(t)$ volt olduğunu kabul edelim. Üst düşüme Kirchhoff akım yasasını uygularsak

$$i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) + i_4(t) - i_5(t) - i_6(t) = 0$$

veya

$$i_1(t) - i_3(t) + i_4(t) - i_6(t) = i_2(t) + i_5(t)$$

elde edilir. Denklemin sol tarafında bulunan terimleri cebirse olarak toplayarak sonucu tek bir eşdeğer kaynak olarak değerlendirebiliriz. Yani

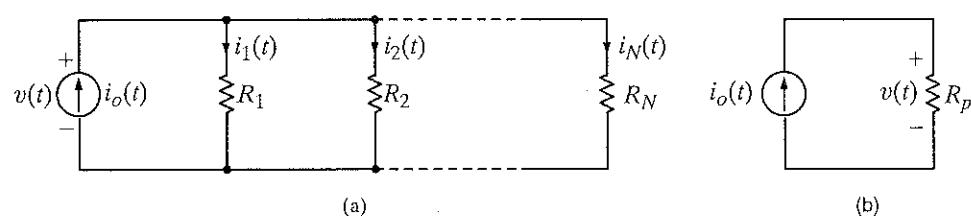
$$i_o(t) = i_1(t) - i_3(t) + i_4(t) - i_6(t)$$

Bu durumda Şekil 2.25a'daki devre Şekil 2.25b'deki devreye indirgenmiş olur. Pek tabii ki bu analizi N akım kaynağını içeren bir devre için de genelleştirebiliriz. Ohm yasasını kullanarak eşitliğin sağındaki akımları gerilim ve dirençler kullanarak ifade edebiliriz ki bu durumda KAY denklemleri

$$i_o(t) = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v(t)$$

denklemine indirgenebilir.

Simdi Şekil 2.26a'daki N paralel direnç içeren devreyi ele alalım. Üst düşüme Kirchhoff akım yasasını uygularsak



Şekil 2.26
Eşdeğer devreler

$$\begin{aligned} i_o(t) &= i_1(t) + i_2(t) + \cdots + i_N(t) \\ &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N} \right) v(t) \end{aligned} \quad 2.21$$

veya

$$i_o(t) = \frac{v(t)}{R_p} \quad 2.22$$

yazılabilir. Burada R_p aşağıdaki bağıntıyla ifade edilir.

$$\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \quad 2.23$$

Sonuçta, Şekil 2.26a'daki kaynak açısından bakıldığında tüm dirençler Şekil 2.26b'de gösterildiği gibi tek bir dirence indirgenebilir.

Herhangi bir dal için akım bölüşümü, Ohm yasası ve yukarıdaki denklem kullanılarak hesaplanabilir. Örneğin Şekil 2.26a'da verilen devredeki j . dal için

$$i_j(t) = \frac{v(t)}{R_j}$$

yazılabilir. Eş. (2.22)'yi kullanarak

$$i_j(t) = \frac{R_p}{R_j} i_o(t) \quad 2.24$$

elde edilir ki, bu da genel durum için akım bölüşüm kuralını tanımlar.

ÖRNEK

2.19

CÖZÜM

Şekil 2.27a'da verilen devrede 12 kΩ'luk direnç üzerindeki akımı bulmak istiyoruz.

Şekil 2.27a'da verilen devreyi basitleştirmek için, tüm akım kaynakları cebirsel olarak toplanır ve paralel dirençler de aşağıdaki bağıntılarla gösterildiği gibi tek bir dirence indirgenir:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{18k} + \frac{1}{9k} + \frac{1}{12k}$$

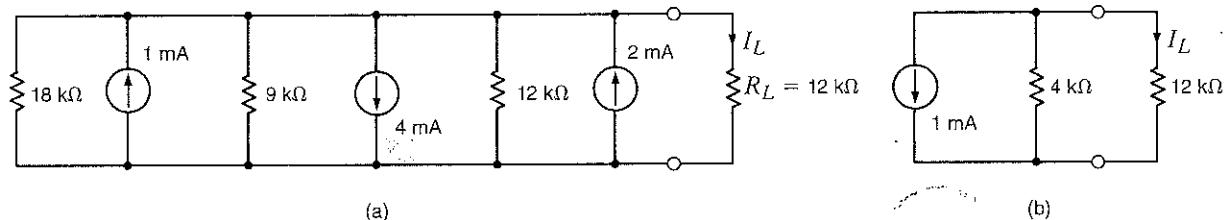
$$R_p = 4 \text{ k}\Omega$$

Bu değerler kullanılarak Şekil 2.27a'da verilen devreyi Şekil 2.27b'de verilen devreye indirgeyebiliriz. Şimdi akım bölüşüm kuralı uygulanarak

$$I_L = -\left[\frac{4k}{4k + 12k} \right] (1 \times 10^{-3})$$

$$= -0.25 \text{ mA}$$

bulunur.



Şekil 2.27

Örnek 2.19'da kullanılan devreler.

Problem Çözme Stratejisi

İki düğümlü devreler

Adım 1. Devredeki iki düğüm arasındaki gerilimi $v(t)$ olarak tanımlayın. KGY'den biliyoruz ki iki düğümlü devreler için sadece bir gerilim vardır. Düğümlerden birini referans olarak alıp, diğeri o düğüme göre daha yüksek potansiyelde olacak biçimde polarite seçimi yapın.

Adım 2. Ohm yasasını kullanarak her bir dirençten akan akımı, tanımladığınız gerilim cinsinden ifade edin.

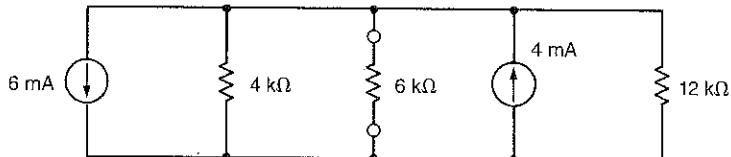
Adım 3. Düğümlerden birine KAY'yi uygulayın.

Adım 4. KAY denklemini çözerek $v(t)$ 'yi bulun. Eğer $v(t)$ pozitif bulunur ise bu durumda referans düğüm gerçekten diğer düğüme göre daha düşük potansiyeldedir. Aksi durumda referans düğüm diğer düğümden daha yüksek potansiyeldedir.

Öğrenme Hedefleri / Öğrenme İşaretleri

E2.13 Şekil E2.13'te verilen devredeki $6\ \Omega$ 'luk direnç tarafından harcanan gücü bulunuz.

YANIT: $P = 2.67\ \text{mW}$.



Şekil E2.13

Daha önce N adet seri direncin eşdeğeriinin

$$R_s = R_1 + R_2 + \dots + R_N \quad 2.25$$

ve N adet paralel direncin eşdeğeriinin de

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \quad 2.26$$

denklemlerinden elde edilebileceğini görmüştük. Şimdi, bu iki durumun karışık bileşimlerini inceleyelim:

2.5

Seri ve Paralel
Direnç
Kombinasyonları

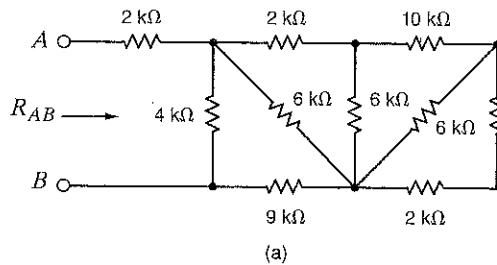
Şekil 2.28a'da verilen devrede A-B uçları arasındaki direnci belirleyin.

ÖRNEK

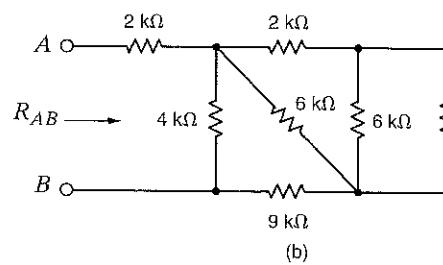
2.20

CÖZÜM

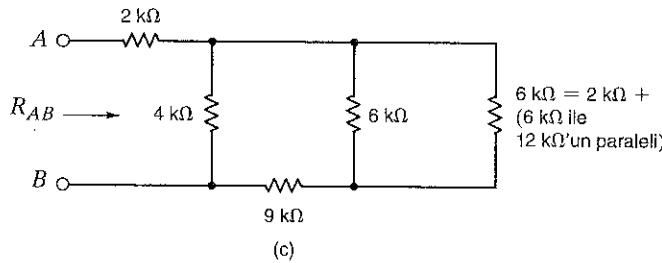
Devrenin giriş (A-B) uçlarının tam ters yönünden başlayarak adım adım eşdeğer direnç hesabı yaparız. Böylece her adımda devreyi bir basamak indirmemiş oluruz. Şekil 2.28'de her adımda elde edilen devreler ayrı ayrı gösterilmektedir. Sonuçta devreyi 5 kΩ değerinde tek bir eşdeğer dirence indirgelyebiliriz.



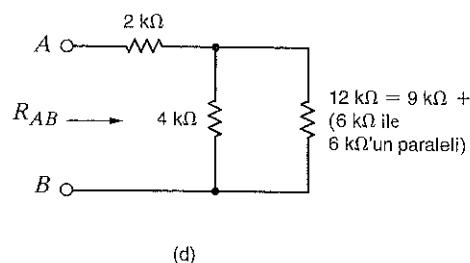
(a)



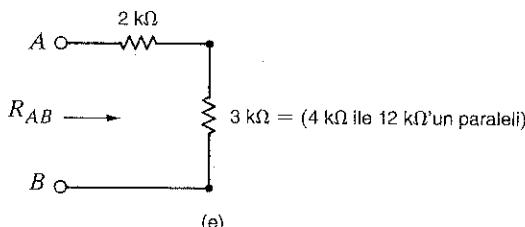
(b)



(c)



(d)



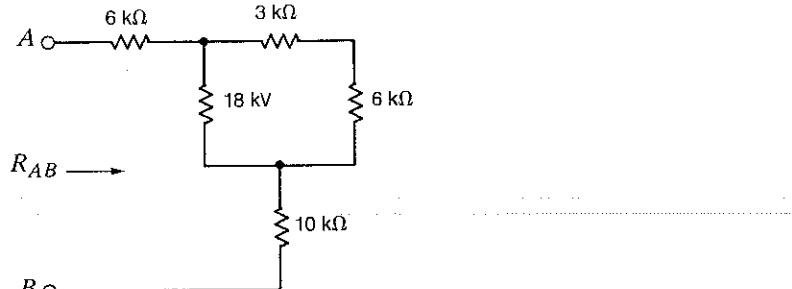
(e)

Şekil 2.28
Direnç devresinin
basitleştirilmesi.

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E2.14 Şekil E2.14'te verilen devrede A-B uçları arasındaki eşdeğer direnci bulun.

YANIT: $R_{AB} = 22 \text{ k}\Omega$.



Şekil E2.14

Problemlere Çözme Stratejisi

Direnç Kombinasyonlarının Basitleştirilmesi

Cok sayıda direncin birleşiminden oluşan bir devrede iki uç arasındaki eşdeğer direnci belirlemeye çalışırken analize devrenin diğer ucundan başlanılması tavsiye edilir. Her adımada iki veya daha fazla direnç tek bir direnç oluşturacak şekilde birleştirilerek sürekli olarak girişe doğru ilerlenir ve devre adım adım basitleştirilir. Bu basitleştirme aşamaları içeri:

Adım 1. Seri bağlı dirençler R_1 ve R_2 dirençleri eğer uc uca, sadece bir düğüm ortak olacak biçimde bağlanmışlarsa ve üzerlerinden aynı akım geçiyor ise seri bağlanmış demektir. Bu dirençler $R_s = R_1 + R_2$ olmak üzere tek bir R_s direnci olarak birleştirilebilir.

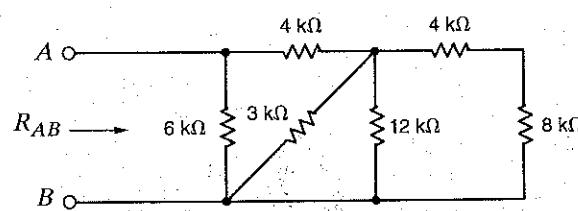
Adım 2. Paralel bağlı dirençler R_1 ve R_2 dirençleri eğer aynı iki düğüm arasına bağlanmış ve uçlarında aynı gerilim var ise paralel olarak bağlanmışlar demektir. Bu dirençler $R_p = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ olmak üzere tek bir R_p direnci olarak birleştirilebilir.

Bu birleştirimeler devre, uçları arasında yalnızca bir direnç kalacak biçimde indirgenene kadar tekrarlanır.

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E2.15 Şekil E2.15'te verilen devrede A-B uçları arasındaki eşdeğer direnci bulunuz.

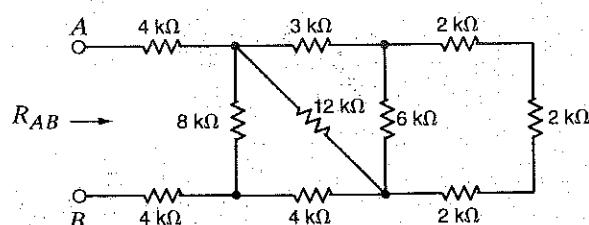
YANIT: $R_{AB} = 3 \text{ k}\Omega$.



Şekil E2.15

E2.16 Şekil E2.16'da verilen devrede R_{AB} direncini bulunuz.

YANIT: $R_{AB} = 12 \text{ k}\Omega$.



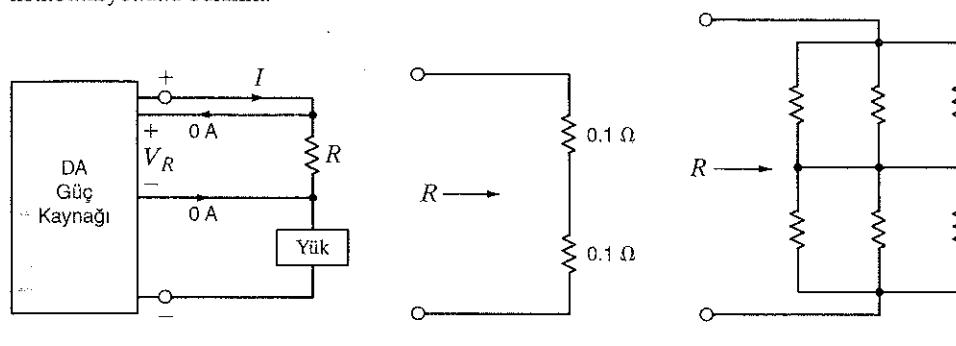
Şekil E2.16

Şekil 2.29a'da yükle 3A, 0-18V gerilim sağlayan standart bir akım sınırlamalı DA güç kaynağı gösterilmektedir. R direncinin kullanım amacı, üzerindeki gerilim düşümü V_R yardımıyla akımın izlenmesi ve sınırlanmasıdır. Bunun için ölçülen direnç gerilimi denetleme devresine geribeslenmektedir. Eğer yük küçükür de 3A'den daha yüksek bir akım çekmeye kalkarsa güç kaynağı akımı 3A'ye sınırlamak için harekete geçecektir.

Elimizde bir kutu standart $0.1 \Omega - 5W$ (0.1Ω -değerinde, 5 W güce dayanıklı) direnç olduğunu düşünelim. Akım 3 A iken $V_R = 600$ mV gerilim düşümüne sebep olacak direnç kombinasyonunu bulalım.

ÖRNEK

2.21



Şekil 2.29
Örnek 2.21'de kullanılan
devreler.

Ohm yasası kullanılarak R direncinin değerinin

$$\begin{aligned} R &= \frac{V_R}{I} \\ &= \frac{0.6}{3} \\ &= 0.2 \Omega \end{aligned}$$

ÇÖZÜM

olması gereği bulunur. Dolayısı ile bu direnç değerini elde etmek için Şekil 2.29b'de gösterildiği gibi seri olarak bağlanan iki dirençten uygun bir geribesleme gerilimi alınabilir. Şimdi de varsayıyalım ki güç kaynağının akımı 3A değil 9 A ile sınırlanmış olsun. Bu durumda 600 mV gerilim üretmek için gerekli olan direnç

$$\begin{aligned} R &= \frac{0.6}{9} \\ &= 0.0667 \Omega \end{aligned}$$

olacaktır. Bu direnci elde etmek için 0.1Ω 'luk dirençlerin nasıl bağlanması gereği belirlenmelidir. Elde edilmek istenen değer mevcut değerden (yani 0.1Ω) daha küçük olduğundan, bu dirençlerin bir şekilde paralel olarak bağlanması gereklidir. Tüm dirençler eşit değere sahip olduğundan bu dirençlerin üçünün paralel bağlanmasıyla 0.0333Ω değerinde bir direnç oluşturulur. Daha sonra bu şekilde paralel bağlı direnç gruplarından iki tanesi Şekil 2.29c'de olduğu gibi seri bağlanarak istenen direnç değeri elde edilir.

Son olarak Şekil 2.29b ve c'deki konfigürasyonlarda dirençlerin güç seviyesinin aşılımadığından emin olmamız gereklidir. İlk durumda, her bir seri direnç üzerinden $I = 3$ A geçecektir. Bundan dolayı her bir direnç üzerinde harcanan güç

$$\begin{aligned}P &= I^2R \\&= (3)^2(0.1) \\&= 0.9 \text{ W}\end{aligned}$$

olarak ki bu değer 5W'lık direnç güç seviyesinin altında kalır.

İkinci durumda akım $I = 9$ A'dır. Üç eşit değerli direnç paralel bağlandığından her bir dirençten 3 A geçecektir. Aynı şey, seri bağlı diğer grup için de geçerlidir. Akım 3 A olduğundan dirençler yine güç sınırları içerisinde kalmaktadır.

DİRENÇ ÖZELLİKLERİ Dirençleri tanımlamak için kullanılan önemli parametreler direncin değeri, toleransı ve güç değeridir. Tipik tolerans değerleri % 5 ve % 10'dur. Bu tolerans değerlerine sahip bir dizi standart direnç değeri Çizelge 2.1'de verilmektedir.

Bir direncin güç değeri direnç tarafından harcanabilecek maksimum gücün belirtir. Dirençler için tipik güç değerleri $\frac{1}{4}$ W, $\frac{1}{2}$ W, 1 W, 2 W biçiminde yüksek güçlere doğru gider. Dolayısı ile bir uygulama için direnç seçiminde önemli bir kriter direnç tarafından harcanması beklenen güç değeridir.

ÇİZELGE 2.1. % 5 ve % 10 toleranslı standart dirençler (% 10 toleranslı olanlar kalın font ile gösterilmiştir.)

1.0	10	100	1.0k	10k	100k	1.0M	10M
1.1	11	110	1.1k	11k	110k	1.1M	11M
1.2	12	120	1.2k	12k	120k	1.2M	12M
1.3	13	130	1.3k	13k	130k	1.3M	13M
1.5	15	150	1.5k	15k	150k	1.5M	15M
1.6	16	160	1.6k	16k	160k	1.6M	16M
1.8	18	180	1.8k	18k	180k	1.8M	18M
2.0	20	200	2.0k	20k	200k	2.0M	20M
2.2	22	220	2.2k	22k	220k	2.2M	22M
2.4	24	240	2.4k	24k	240k	2.4M	
2.7	27	270	2.7k	27k	270k	2.7M	
3.0	30	300	3.0k	30k	300k	3.0M	
3.3	33	330	3.3k	33k	330k	3.3M	
3.6	36	360	3.6k	36k	360k	3.6M	
3.9	39	390	3.9k	39k	390k	3.9M	
4.3	43	430	4.3k	43k	430k	4.3M	
4.7	47	470	4.7k	47k	470k	4.7M	
5.1	51	510	5.1k	51k	510k	5.1M	
5.6	56	560	5.6k	56k	560k	5.6M	
6.2	62	620	6.2k	62k	620k	6.2M	
6.8	68	680	6.8k	68k	680k	6.8M	
7.5	75	750	7.5k	75k	750k	7.5M	
8.2	82	820	8.2k	82k	820k	8.2M	
9.1	91	910	9.1k	91k	910k	9.1M	

Şekil 2.30'da verilen devrede % 10 toleransa sahip 2.7Ω 'luk R direncinin akım ve güç değerlerinin hangi aralıklarda değişebileceğini belirlemek istiyoruz.

$I = V/R = 10/R$ ve $P = V^2/R = 100/R$ denklemlerini kullanarak direnç için minimum ve maksimum akım ve güç değerleri aşağıda sıralanmıştır:

$$\text{Minimum direnç değeri} = R(1 - 0.1) = 0.9 R = 2.43 \text{ k}\Omega$$

$$\text{Maksimum direnç değeri} = R(1 + 0.1) = 1.1 R = 2.97 \text{ k}\Omega$$

$$\text{Minimum akım değeri} = 10/2970 = 3.37 \text{ mA}$$

$$\text{Maksimum akım değeri} = 10/2430 = 4.12 \text{ mA}$$

$$\text{Minimum güç değeri} = 100/2970 = 33.7 \text{ mW}$$

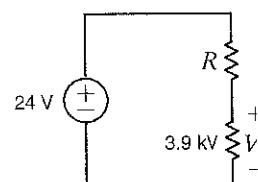
$$\text{Maksimum güç değeri} = 100/2430 = 41.2 \text{ mW}$$

Dolayısı ile akım 3.37 mA ile 4.12 mA arasında ve güç de 33.7 W ile 41.2 W arasında değişebilir.

ÖRNEK

2.22

ÇÖZÜM



Şekil 2.29

Örnek 2.21'de kullanılan devreler.

Şekil 2.31'de gösterilen devrede a) R direncinin değerini bulunuz; (b) R direnci için Çizelge 2.1'den % 10 toleranslı direnç seçiniz, (c) b-şıkkında seçilen direnç kullanıldığında $3.9 \text{ k}\Omega$ 'luk direnç üzerindeki gerilimi hesaplayınız, (d) b-şıkkında seçilen standart direnç kullanıldığında V_1 gerilimindeki hata oranını belirleyiniz, (e) bu standart eleman için güç değerini belirleyiniz,

- a. KGY kullanılarak R direnci üzerindeki gerilim 19 V bulunur. Daha sonra Ohm yasası kullanılarak devrede akan akım

$$I = 5/3.9\text{k} = 1.282 \text{ mA olur.}$$

R için gerekli değer bu durumda $R = 19/0.001282 = 14.82 \text{ k}\Omega$ olur.

- b. Çizelge 2.1'de yukarıdaki değere en yakın % 10 toleranslı standart direnç değeri $15 \text{ k}\Omega$ 'dur.

- c. Standart $15 \text{ k}\Omega$ 'luk direnci kullanırsak devrede akan akım $I = 24/18.9\text{k} = 1.2698 \text{ mA}$ ve $3.9 \text{ k}\Omega$ 'luk direnç üzerinde düşen gerilim $V = IR = (0.0012698)(3.9\text{k}) = 4.952 \text{ V}$ olur.

- d. Standart direnç kullanılması durumunda hata oranı:
% hata = $(4.952 - 5)/5 \times 100 = -0.96\%$

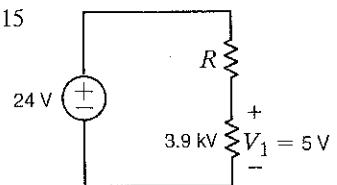
- e. R direnci tarafından harcanan güç:
 $P = IR = (0.0012698)^2(15\text{k}) = 24.2 \text{ mW}$

Dolayısı ile $\frac{1}{4} \text{ W}$ (çeyrek Watt) güç sınırı değerine sahip bir direnç bu uygulama için uygundur.

ÖRNEK

2.23

ÇÖZÜM



Şekil 2.31

Örnek 2.23'te kullanılan devre.

Bu noktaya kadar devre analizi için temel teşkil eden farklı teknikler öğrendik. Şimdi bu tekniklerin devrelerin analizinde nasıl kullanılacağını göstermek istiyoruz. Bu tekniklerin uygulanmasını, çeşitli örnekler üzerinden ayrıntılı olarak göstereceğiz.

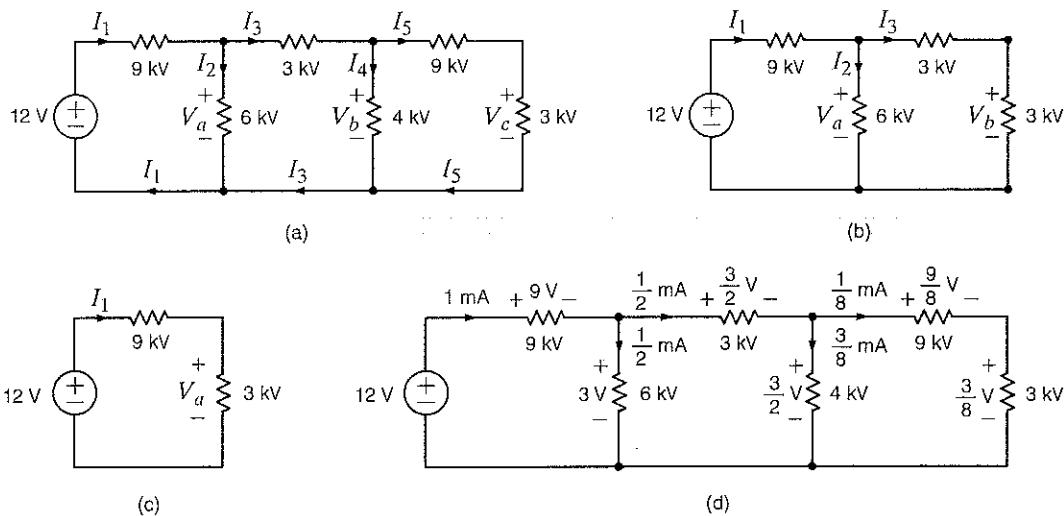
2.6

Seri Paralel Bağlı Dirençlere Sahip Devreler

卷之三

2.24

Şekil 2.32a'da gösterilen ve merdiven devre olarak adlandırılan devrede işaretlenmiş tüm akım ve gerilimleri bulmak istiyoruz.



Şekil 2.32

Merdiven devrenin analizi

ÇÖZÜM

Devrenin analizine devrenin sağ ucundan başlayalım ve 12V'luk gerilim kaynağının gördüğü esdeger direnci bulmaya çalışalım. Bu direnci bulunca I_1 akımını hesaplayabiliriz. Daha sonra KGY, KAY, Ohm yasası ve/veya akım, gerilim bölüşüm kurallarını uygulayarak devredeki tüm akım ve gerilimleri bulabiliriz.

Devrenin en sağında $9\text{ k}\Omega$ 'luk ve $3\text{ k}\Omega$ 'luk dirençler seri bağlıdır. Bu iki direnç toplanarak $12\text{ k}\Omega$ 'luk eşdeğer bir direnç olarak gösterilebilir. Bu eşdeğer direnç $4\text{ k}\Omega$ 'luk direnç ile paralel bağlıdır. Bu parallel bağlantının eşdeğeri de $3\text{ k}\Omega$ olup bu yeni direnç Şekil 2.32b'de gösterildiği gibi diğer $3\text{ k}\Omega$ 'luk dirençle seri olarak bağlıdır. Seri bağlı bu iki direnç de $6\text{ k}\Omega$ 'luk bir dirence paralel gelmektedir. Bu üç direncin birleştirilmesi ile Şekil 2.32c'de gösterilen devre elde edilir.

Sekil 2.32c'de gösterilen devreye Kirchhoff gerilim yasası uygulanırsa

$$I_t(9k + 3k) = 12$$

$$I_t = 1 \text{ mA}$$

elde edilir. V, Ohm yasasından

$$V_a = I_1(3k) \\ = 3 \text{ V}$$

veya KGY'den

$$V_a = 12 - 9kI_1$$

$$= 12 - 9$$

$$= 3 \text{ V}$$

hesaplanabilir. I_1 ve V_a bulunduktan sonra geri dönüp Şekil 2.32b'de gösterilen tüm akım ve gerilimleri belirleyebiliriz. $V_a = 3$ V olduğundan, I_2 Ohm yasası kullanılarak hesaplanabilir.

$$I_2 = \frac{3}{6k} = \frac{1}{2} \text{ mA}$$

Ardından KAY kullanılarak

$$\begin{aligned}I_1 &= I_2 + I_3 \\1 \times 10^{-3} &= \frac{1}{2} \times 10^{-3} + I_3 \\I_3 &= \frac{1}{2} \text{ mA}\end{aligned}$$

elde edilir. I_3 akımı aynı zamanda Ohm yasası kullanılarak

$$\begin{aligned}V_a &= (3k + 3k)I_3 \\I_3 &= \frac{3}{6k} \\&= \frac{1}{2} \text{ mA}\end{aligned}$$

şeklinde de hesaplanabilir. Şekil 2.32b'de sağ taraftaki çevrede KGY uygulanması ile

$$\begin{aligned}V_a - V_b &= 3kI_3 \\3 - V_b &= \frac{3}{2} \\V_b &= \frac{3}{2} \text{ V}\end{aligned}$$

elde edilir. V_b 3 kΩ'luk direnç üzerinde düşen gerilim olduğundan Ohm yasası kullanılarak da hesaplanabilir:

$$\begin{aligned}V_b &= 3kI_3 \\&= \frac{3}{2} \text{ V}\end{aligned}$$

Artık Şekil 2.32a'da gösterilen diğer akım ve gerilimleri de hesaplayabilecek durumdayız. V_b 'nin bilinmesi ile Ohm yasasını kullanarak I_4

$$\begin{aligned}V_b &= 4kI_4 \\I_4 &= \frac{\frac{3}{2}}{4k} \\&= \frac{3}{8} \text{ mA}\end{aligned}$$

şeklinde bulunur. Ardından KAY ile

$$\begin{aligned}I_3 &= I_4 + I_5 \\1 \times 10^{-3} &= \frac{3}{8} \times 10^{-3} + I_5 \\I_5 &= \frac{1}{8} \text{ mA}\end{aligned}$$

elde edilir. I_5 istenirse akım bölüşme kuralından da bulunabilir. Örneğin,

$$\begin{aligned}I_5 &= \frac{4k}{4k + (9k + 3k)} I_3 \\&= \frac{1}{8} \text{ mA}\end{aligned}$$

Son olarak V_c

$$\begin{aligned}V_c &= I_5(3k) \\&= \frac{3}{8} V\end{aligned}$$

olarak bulunur. V_c istenirse gerilim bölüşme kuralı kullanılarak da elde edilebilir. (Yani V_b gerilimi 9 $k\Omega$ 'luk ve 3 $k\Omega$ 'luk iki direnç arasında bölüşür.) Dolayısıyla

$$\begin{aligned}V_c &= \left[\frac{3k}{3k + 9k} \right] V_b \\&= \frac{3}{8} V\end{aligned}$$

olur. Şekil 2.32d'de gösterildiği gibi KAY her düğümde ve KGY her çevrede sağlanmaktadır.

Aşağıdaki örnek, bir önceki örneğin aslında tersi gibidir. Bu örnekte devrenin bazı dallarındaki akımlar bize verilmiş ve giriş kaynağının değerinin bulunması istenmektedir.

ÖRNEK

2.25

ÇÖZÜM

Şekil 2.33'te verilen devrede $I_4 = 1/2$ mA olarak verildiğine göre V_a giriş kaynak değerini bulun.

Eğer akım $I_4 = 1/2$ mA ise Ohm yasasından $V_b = 3$ V olarak bulunur. V_b şimdi I_3 akımını hesaplamak için kullanılır ise $I_3 = 1$ mA olur. "y" düğümünde KAY uygulanırsa

$$\begin{aligned}I_2 &= I_3 + I_4 \\&= 1.5 \text{ mA}\end{aligned}$$

elde edilir. Ohm yasasından

$$\begin{aligned}V_a &= (1.5 \times 10^{-3})(2k) \\&= 3 \text{ V}\end{aligned}$$

elde edilir. $V_a + V_b$ bilindiğinden I_5

$$\begin{aligned}I_5 &= \frac{V_a + V_b}{3k + 1k} \\&= 1.5 \text{ mA}\end{aligned}$$

şeklinde bulunur. "x" düğümünde KAY uygulanarak

$$\begin{aligned}I_1 &= I_2 + I_5 \\&= 3 \text{ mA}\end{aligned}$$

elde edilir. Şimdi V_o 'yu içeren herhangi bir çevrede KGY uygulanması ile giriş kaynak değeri elde edilebilir. Örneğin en dış çevre kullanılır ise KGY

$$-V_o + 6kI_1 + 3kI_5 + 1kI_5 + 4kI_1 = 0$$

denklemi elde edilir. $I_1 = 3$ mA ve $I_5 = 1.5$ mA olduğundan

$$V_o = 36 \text{ V}$$

olarak hesaplanır.

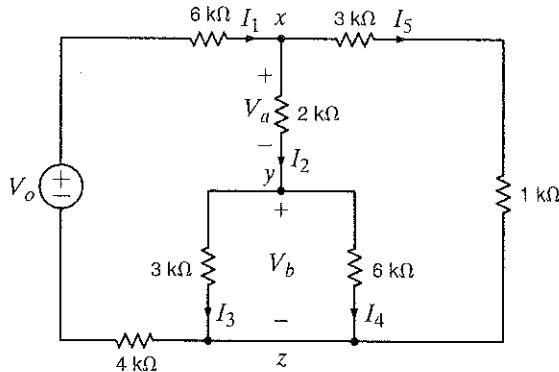
Eğer kaynağı ve x , y ve z düğümlerini içeren çevre seçilmiş olsa idi

$$-V_o + 6kI_1 + V_a + V_b + 4kI_1 = 0$$

denklemi elde edilirdi. Bu denklem de yine

$$V_o = 36 \text{ V}$$

sonucunu verir.



Şekil 2.33

Analizde kullanılan örnek devre.

Problem Çözme Stratejisi

Adım 1. Dirençlerden oluşan (omik) devreyi sistematik biçimde sürekli indirgeyerek kaynağın gördüğü dirençlerin yerine geçebilecek eşdeğer tek bir direnç hesaplayın. Böylece devre tek kaynaklı ve tek dirençli bir devre haline gelmiş olur.

Adım 2. Kaynak gerilim kaynağı ise kaynağın akımını, akım kaynağı ise kaynağın gerilimini belirleyin.

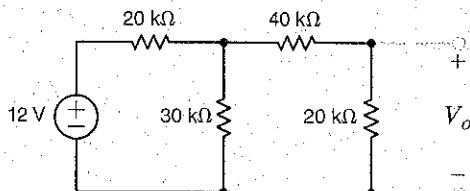
Adım 3. İndirgenmiş devreden aynı sıra ile eski haline geriye doğru giderken her adımda Ohm yasasını, KGY, KAY, gerilim bölüşüm ve akım bölüşüm kurallarını uygulayın ve devredeki tüm akım ve gerilimleri belirleyin.

Tek Kaynak ve
Seri-Paralel Bağlı
Dirençler İçeren
Devrelerin Analizi

Öğrendiklerinizizi Sınavyalım

E2.17 Şekil E2.17'de verilen devrede V_o gerilimini bulun.

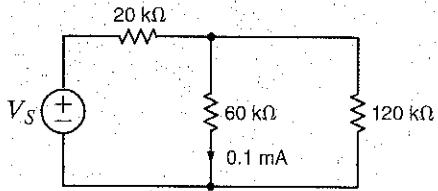
YANIT: $V_o = 2 \text{ V}$.



Şekil E2.17

E2.18 Şekil E2.18'de verilen devrede V_s gerilimini bulun.

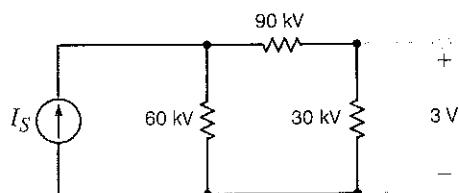
YANIT: $V_s = 9 \text{ V}$.



Şekil E2.18

E2.19 Şekil E2.19'da verilen devrede I_s akımını bulunuz.

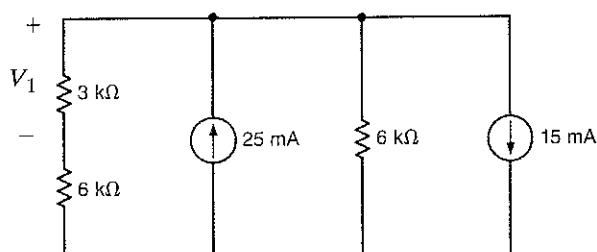
YANIT: $I_s = 0.3 \text{ mA}$.



Şekil E2.19

E2.20 Şekil E2.20'de verilen devrede V_1 gerilimini bulunuz.

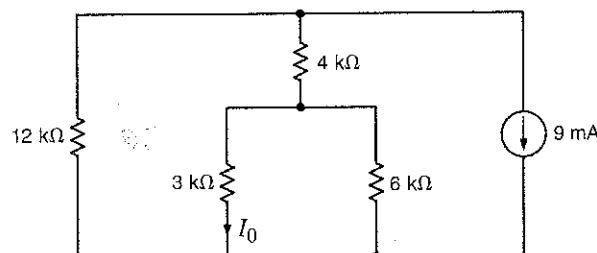
YANIT: $V_1 = 12 \text{ V}$.



Şekil E2.20

E2.21 Şekil E2.21'de verilen devrede I_o akımını bulunuz.

YANIT: $I_o = -4 \text{ mA}$.

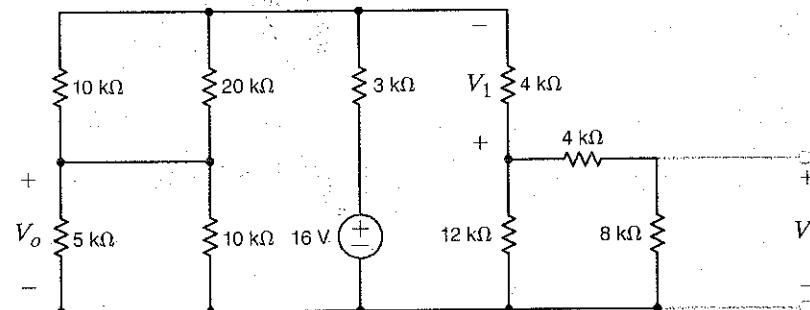


Şekil E2.21

E2.22 Şekil E2.22'de verilen devrede V_o , V_1 ve V_2 gerilimlerini bulunuz.

YANIT: $V_o = 3.33 \text{ V}$,

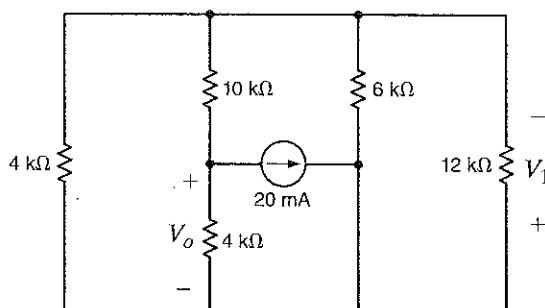
$V_1 = -4 \text{ V}$, $V_2 = 4 \text{ V}$.



Şekil E2.22

E2.23 Şekil E2.23'te verilen devrede V_0 ve V_1 gerilimlerini bulunuz.

YANIT: $V_0 = -60 \text{ V}$,
 $V_1 = 10 \text{ V}$.

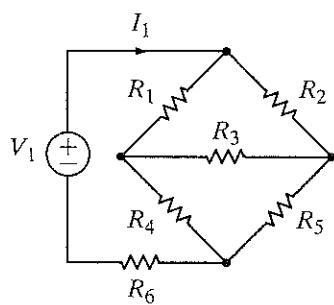


Şekil E2.23

Bu konuya ilgi çekmek için Şekil 2.34'te verilen devreyi ele alalım. Bu devrenin eleman sayısı ile son öරeginizde ele aldığımız devrenin eleman sayısının eşit olduğuna dikkat ediniz. Ancak devreyi sadece bir V_1 kaynağı ve eşdeğer R direncine sahip basit bir eşdeğer devreye indirmeye çalıştığımızda hiçbir yerde dirençlerin birbirleri ile seri veya paralel olmadığını görüyoruz. Bundan dolayı problemi şu ana kadar öğrendiğimiz teknikleri kullanarak çözemeyiz. Ancak, buna rağmen devrenin bir kısmını eşdeğer başka bir devre ile değiştirebiliriz. Bu da bize karmaşık direnç bağlantısını kolaylıkla bir eşdeğer dirence indirmeye imkânı verir. Bu dönüşüm Yıldız-Üçgen (Y-Δ) veya Üçgen-Yıldız (Δ-Y) dönüşümü olarak adlandırılır.

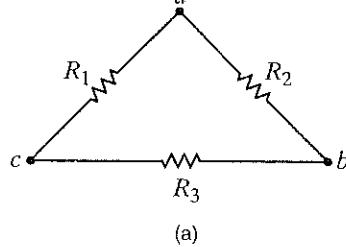
2.7

Yıldız Üçgen (Y-Δ) Dönüşümü



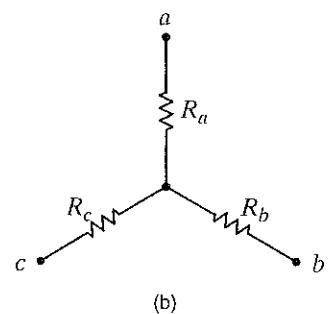
Şekil 2.34

Y-Δ dönüşüm gerekliliğini göstermek için kullanılan devre.



Şekil 2.35

Δ ve Y bağlı dirençler.



(b)

Şekil 2.35'te verilen devreleri ele alalım. Şekil 2.35a'da verilen dirençlerin bir Δ (üçgen) ve Şekil 2.35b'de verilen dirençlerin ise bir Y (Yıldız) yapısı oluşturduğuna dikkat ediniz. a, b ve c üçünün karakteristiklerini değiştirmeden bu iki bağlantıdan birini diğer ile değiştirmek mümkündür. Bu denkliği sağlayabilecek direnç değerleri arasındaki dönüşüm Y-Δ (Yıldız-Üçgen) dönüşümü olarak adlandırılır. R_1 , R_2 ve R_3 dirençlerini R_a , R_b ve R_c dirençlerine dönüştüren ilişki şu şekilde elde edilir: Herhangi iki uç arasından görülen devrelerin eşdeğer olabilmesi için, bu iki uç arasındaki eşdeğer dirençlerin eşit olması gereklidir (Örneğin, "c" ucu açıkken "a-b" uçları arasında görülen direnç her iki bağlantıda eşit olmalıdır.)

Dolayısıyla, her bir üç çifti için dirençleri birbirine eşitleyerek aşağıdaki denklemleri elde ederiz:

$$\begin{aligned}
 R_{ab} &= R_a + R_b = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_2 + R_1 + R_3} \\
 R_{bc} &= R_b + R_c = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_3 + R_1 + R_2} \\
 R_{ca} &= R_c + R_a = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

Bu denklem takımını R_a , R_b ve R_c için çözerek

$$\begin{aligned}
 R_a &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \\
 R_b &= \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \\
 R_c &= \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

elde edilir. Benzer bir şekilde Eş. (2.27) R_1 , R_2 ve R_3 için çözülürse

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_b} \\
 R_2 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_c} \\
 R_3 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_a}
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

elde edilir. Eş. (2.28) ve (2.29) Δ veya Y şeklinde bağlanmış dirençlerin dönüşümü için genel bağıntıları tanımlarlar. Sistemin dengeli olma durumu olarak adlandırılan $R_a = R_b = R_c$ ve $R_1 = R_2 = R_3$ olması durumunda yukarıdaki denklemler

$$R_Y = \frac{1}{3} R_\Delta \tag{2.30}$$

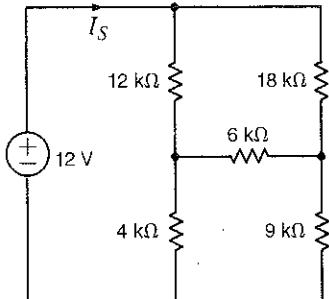
ve

$$R_\Delta = 3R_Y \tag{2.31}$$

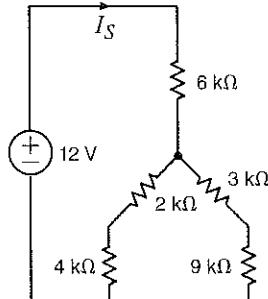
denklemlerine indirgenir. Eş. (2.28) ve (2.29)'da verilen ilişkilerin ezberlenmesinin gereğini vurgulamak isteriz. Bu denklemlere ve Şekil 2.35'e yakından baktığımıza iki bağlantı arasındaki dönüşüm için basit kurallar olduğunu görmekteyiz. Örneğin, Y bağlantısında "a" düğümüne bağlı direnç (yani R_a), Δ bağlantısında aynı noktaya bağlı iki direncin (yani R_1 ve R_2) çarpımı, üçgeni oluşturan tüm dirençlerin toplamına bölünerek bulunabilir. R_b ve R_c de aynı tarzda belirlenir. Benzer bir ilişki üçgen bağlantısındaki dirençlerin hesaplanması için de kurulabilir. Örneğin, üçgenin "a-b" uçları arasındaki direnci bulmak için yıldız bağlantısındaki dirençler ikişer çarpılarak toplanır; bu toplam da karşı uca, yani "c" ucuna bağlı dirence böluntür.

Şimdi bir devrenin çözümünde yıldız-üçgen dönüşümünün nasıl kullanıldığını görelim.

Şekil 2.36a'da verilen devrede I_s kaynak akımının değerini bulalım.



(a)



(b)

Devredeki hiç bir direncin seri veya paralel bağlı olmadığı açıktır. Ancak, devreye biraz yakından bakılırsa $12\text{k}\Omega$ 'luk, $6\text{k}\Omega$ 'luk ve $18\text{k}\Omega$ 'luk dirençlerin kendi aralarında, $4\text{k}\Omega$ 'luk, $6\text{k}\Omega$ 'luk ve $9\text{k}\Omega$ 'luk dirençlerin de kendi aralarında üçgen bağlı olduğu görülür. Ayrıca, $12\text{k}\Omega$ 'luk, $6\text{k}\Omega$ 'luk ve $4\text{k}\Omega$ 'luk dirençler ve $18\text{k}\Omega$ 'luk, $6\text{k}\Omega$ 'luk ve $9\text{k}\Omega$ 'luk dirençler de kendi aralarında yıldız bağlantı oluşturmaktadır. Üçgen bağlantılardan birini yıldız bağlantıyla veya yıldız bağlantılardan birini üçgen bağlantıyla dönüştürmek soruyu çözmemiz için yeterli olacaktır. Örneğin, $12\text{k}\Omega$ 'luk, $6\text{k}\Omega$ 'luk ve $18\text{k}\Omega$ 'luk dirençlerin oluşturduğu üçgen bağlantı, yıldız eşdeğeri ile değiştirilerek Şekil 2.36b'de verilen devre oluşturulabilir. Yeni bağlantıda, $2\text{k}\Omega$ 'luk direnç $4\text{k}\Omega$ 'luk dirençle, $3\text{k}\Omega$ 'luk direnç de $9\text{k}\Omega$ 'luk dirençle seri bağlıdır. Bu dirençlerin oluşturduğu iki kol da birbirine paralel bağlıdır. Bu bağlantının eşdeğeri direnci $4\text{k}\Omega$ 'dur. Dolayısıyla kaynaktan çekilen akım

$$I_s = 12 / (6k + 4k)$$

$$= 1.2 \text{ mA}$$

olur.

ÖRNEK

2.26

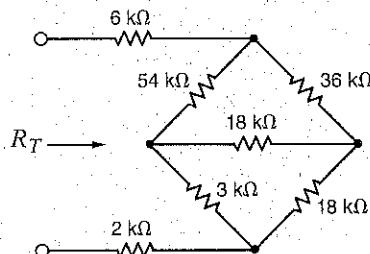
Şekil 2.36
Örnek 2.26'da
kullanılan devre

CÖZÜM

Öğrendiklerimizi Sınayalım

E2.24 Şekil E2.24'te verilen devrede R_T toplam direncini belirleyiniz.

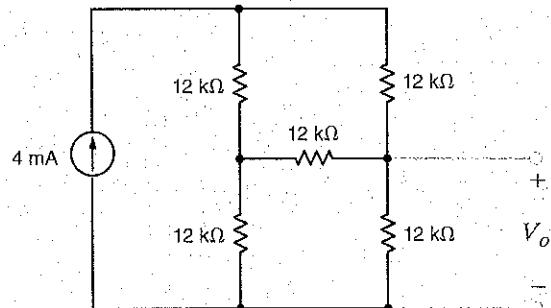
YANIT: $R_T = 34\text{k}\Omega$.



Şekil E2.24

E2.25 Şekil E2.25'te verilen devrede V_o değerini bulunuz.

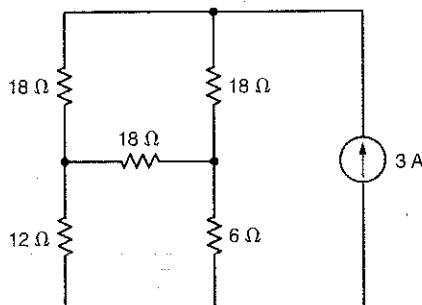
YANIT: $V_o = 24\text{V}$.



Şekil E2.25

E2.26 Şekil E2.26'da I_1 'i bulunuz.

YANIT: $I_1 = -1.2 \text{ A}$.



Şekil E2.26

2.8

Bağımlı Kaynaklara Sahip Devreler

Bölüm 1'de farklı tipte bağımlı kaynakları ele aldık. Bu tip bağımlı kaynaklar özellikle BJT (iki kutuplu pnp veya npn tranzistörler), FET (alan etkili tranzistörler), MOSFET (metal oksit alan etkili transistör) ve IGFET (yalıtlılmış kapılı alan etkili transistör) gibi fiziksel elemanları modellemek için çok önemlidir. Bu temel yapılar da sayısal ve analog cihazların yapılmasında kullanılır. Analog cihazlara tipik bir örnek olarak işlemsel yükselteçleri (op-amp) gösterebiliriz. Bu cihaz Bölüm 4'te ele alınacaktır. Sayısal cihazlara örnek olarak ise Rasgele Erişimli Bellek (Random Access Memory-RAM), Yalnızca Okunabilen Bellek (Read-Only Memory) ve mikroişlemcilerdir. Şimdi bu tür bağımlı kaynak içeren tek çevrelî veya tek düğümlü basit devrelerin nasıl analiz edileceğini göstereceğiz. Bu örnekler oldukça basit olmasına rağmen temel kavramların anlaşılmasına hizmet edecektir.

Problem Çözme Stratejisi

Bağımlı Kaynaklara Sahip Devreler

Adım 1. Bir devre için KGY ve KAY denklemlerini yazarken bağımlı kaynakları bağımsız kaynaklar gibi ele alın.

Adım 2. Bağımlı kaynakların bağlı oldukları değişkenle ilişkisini gösteren denklemleri yazın.

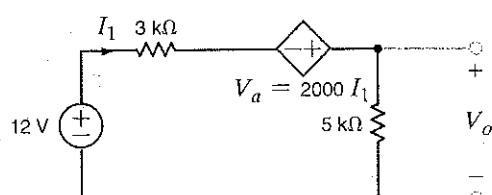
Adım 3. Elinizde bilinmeyen sayısı kadar bağımsız doğrusal denklem olduğundan emin olun. Sonra bilinmeyenleri bulmak için bu denklemleri çözün.

Aşağıdaki dört örneğin her birinde bağımlı kaynak türlerinden biri ele alınacaktır: Akım denetimli gerilim kaynağı, akım denetimli akım kaynağı, gerilim denetimli gerilim kaynağı ve gerilim denetimli gerilim kaynağı.

ÖRNEK

Şekil 2.37'de verilen devrede V_o gerilimini bulun.

2.27



Şekil 2.37

Örnek 2.27'de kullanılan devre.

KGY uygulanır ise (Adım 1)

$$-12 + 3kI_1 - V_A + 5kI_1 = 0$$

elde edilir. Burada (Adım 2)

$$V_A = 2000I_1$$

ve çarpım katsayısı olan 2000'in birimi ohm'dur. Bu denklem çözülecek (Adım 3)

$$I_1 = 2 \text{ mA}$$

ve dolayısı ile

$$\begin{aligned} V_o &= (5 \text{ k})I_1 \\ &= 10 \text{ V} \end{aligned}$$

bulunur.

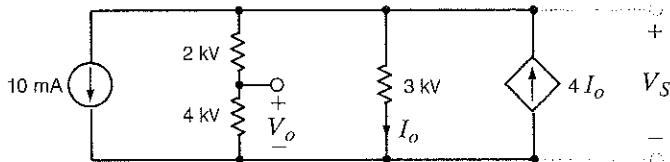
ÇÖZÜM

ÖRNEK

2.28

Şekil 2.38
Örnek 2.28'de kullanılan devre.

Şekil 2.38'deki akım bağımlı akım kaynağı içeren devrede V_o gerilimini bulalım.



Üst düğüme KAY uygulanırsa

$$10 \times 10^{-3} + \frac{V_s}{2k + 4k} + \frac{V_s}{3k} - 4I_o = 0$$

elde edilir. Öte yandan,

$$I_o = \frac{V_s}{3k}$$

ifadesini KAY denkleminde yerine koyarsak

$$10^{-2} + \frac{V_s}{6k} + \frac{V_s}{3k} - \frac{4V_s}{3k} = 0$$

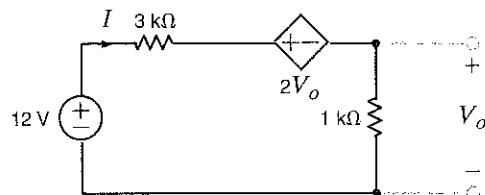
ve bu denklemi çözersek

$$V_s = 12 \text{ V}$$

elde edilir. Artık V_o basit bir gerilim bölüşüm işlemi ile aşağıda verildiği gibi elde edilebilir:

$$\begin{aligned} V_o &= \left[\frac{4k}{2k + 4k} \right] V_s \\ &= 8 \text{ V} \end{aligned}$$

Şekil 2.39'daki devre gerilim bağımlı gerilim kaynağı içermektedir. Bu devrede V_o gerilimini bulalım:



ÖRNEK

2.29

Şekil 2.39
Örnek 2.29'da kullanılan devre.

CÖZÜM

Bu devreye KGY uygulayarak

$$-12 + 3kI + 2V_o + 1kI = 0$$

elde edilir. V_o için de

$$V_o = 1kI$$

yazılabilir. Böylece KGY denklemi

$$-12 + 3kI + 2kI + 1kI = 0$$

şekline dönüştür. Buradan

$$I = 2 \text{ mA}$$

$$V_o = 1kI$$

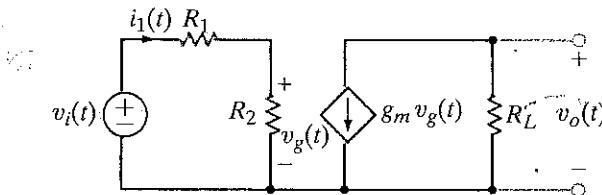
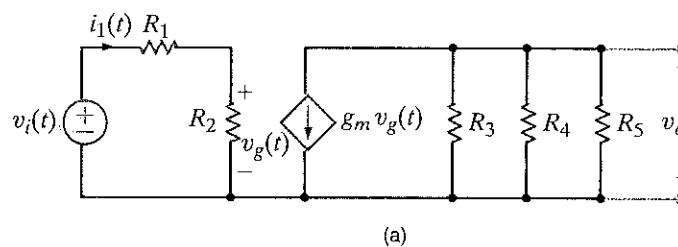
$$= 2 \text{ V}$$

bulunur.

ÖRNEK
2.30

Şekil 2.40
Gerilim bağımlı akım kaynağı içeren örnek bir devre.

Ortak-kaynaklı Bir FET yükseltecin veya ortak-emitörlü bir BJT yükseltecin eşdeğer devresi Şekil 2.40a'da olduğu gibi gösterilebilir. Bu devre için çıkış geriliminin giriş gerilimine oranı olarak tanımlanan "yükseleç kazancı" ifadesini elde etmek istiyoruz.


CÖZÜM

Gerilim bağımlı akım kaynağı içeren bu devre her ne kadar karmaşık gözükse de biz şu ana kadar incelediğimiz teknikleri kullanarak bu devreyi çözebilecek bir durumdayız. Devrenin solundaki çevre, yani yükselteç girişi, esas olarak sağda bulunan, yükseltecin çıkış kısmından ayrılmıştır. R_2 üzerindeki $v_g(t)$ gerilimi bağımlı kaynağı kontrol eden parametredir.

Analizi basitleştirmek için R_3 , R_4 ve R_5 dirençleri yerine R_L ile göstereceğimiz eşdeğer yük direncini koyalım:

$$\frac{1}{R_L} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$

Bu durumda devre Şekil 2.40b'de verilen devreye indirgenir. Yukseltecin girişine KAY uygulayarak

$$v_i(t) = i_1(t)(R_1 + R_2)$$

ve buradan da

$$v_g(t) = i_1(t)R_2$$

elde edilir. Bu denklemi çözerek

$$v_g(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_i(t)$$

bulunur. Çıkış kısmından $v_o(t)$ ifadesi için

$$v_o(t) = -g_m v_g(t) R_L$$

yazabiliriz. Bu denklemi bir önceki denklem ile birleştirerek

$$v_o(t) = \frac{-g_m R_L R_2}{R_1 + R_2} v_i(t)$$

elde edilir. Bu durumda çıkış geriliminin giriş gerilimine oranı olan yükselteç kazancı

$$\frac{v_o(t)}{v_i(t)} = -\frac{g_m R_L R_2}{R_1 + R_2}$$

olarak bulunur. Şekil 2.40a'daki devre için olası değerler $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 1 k\Omega$, $g_m = 0.04 S$, $R_3 = 50 k\Omega$ ve $R_4 = R_5 = 10 k\Omega$ olarak alınır ise bu şartlar altında yükselteç kazancı

$$\begin{aligned} \frac{v_o(t)}{v_i(t)} &= \frac{-(0.04)(4.545)(10^3)(1)(10^3)}{(1.1)(10^3)} \\ &= -165.29 \end{aligned}$$

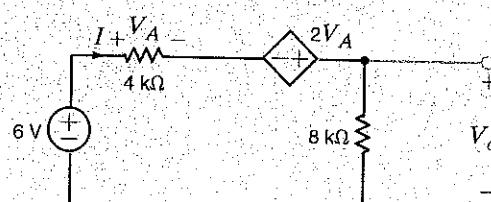
olur. Dolayısı ile kazancın genliği 165.29 olarak hesaplanır.

Bu noktada, bağımlı kaynak içeren devreleri incelerken ilk olarak bu kaynakları sanki bağımsız kaynaklar gibi ele alarak Kirchhoff akım veya gerilim yasalarını uygulaya-cağımızı tekrar vurgulamakta yarar vardır. Denklem yazılıdıktan sonra bağımlı kaynağı bilinmeyen değişkenle olan ilişkisini ifade eden kontrol denklemini yazarız. Örneğin, Örnek 2.28'deki ilk denklem bağımlı kaynağını bağımsız kaynakmış gibi ele alır. İkinci denklem ise bağımlı kaynağın, birinci denklemde bilinmeyen durumundaki V_o değişkeni ile olan ilişkisini tanımlar.

Öğrendiklerimizi Sınayalım

E2.27 Şekil E2.27'de verilen devrede V_o değerini bulunuz.

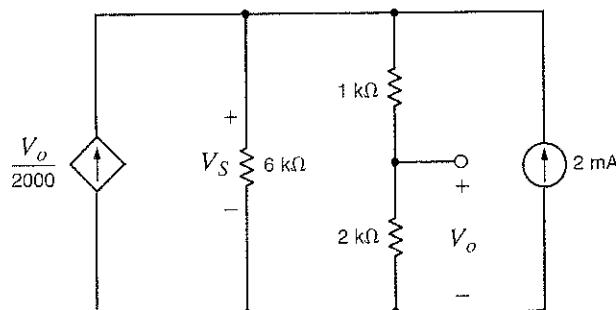
YANIT: $V_o = 12 V$.



Şekil E2.27

E2.28 Şekil E2.28'de verilen devrede V_o değerini bulunuz.

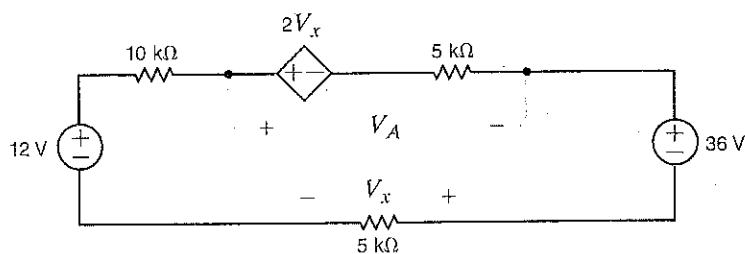
YANIT: $V_o = 8 \text{ V}$.



Şekil E2.28

E2.29 Şekil E2.29'da verilen devrede V_A değerini bulunuz.

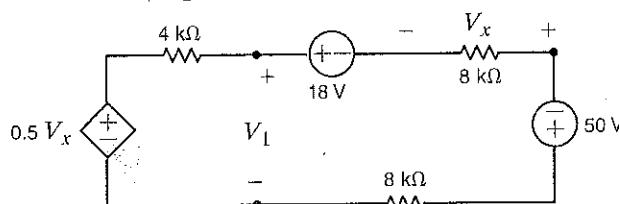
YANIT: $V_A = -12 \text{ V}$.



Şekil E2.29

E2.30 Şekil E2.30'da verilen devrede V_1 değerini bulunuz.

YANIT: $I_0 = -4 \text{ mA}$.

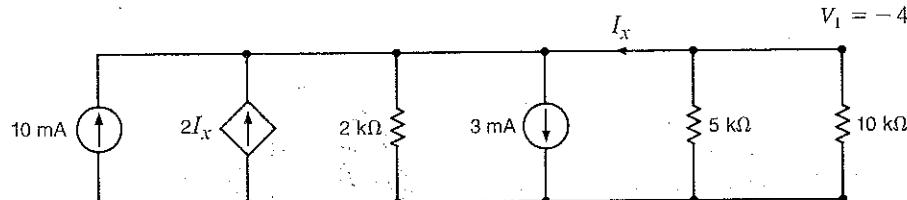


Şekil E2.30

E2.31 Şekil E2.31'de verilen devrede I_x değerini bulunuz.

YANIT: $V_o = 3.33 \text{ V}$,

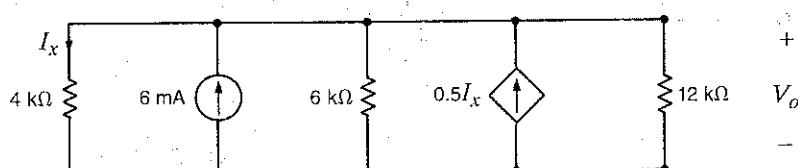
$V_1 = -4 \text{ V}$, $V_2 = 4 \text{ V}$.



Şekil E2.31

E2.32 Şekil E2.32'de verilen devrede V_o değerini bulunuz.

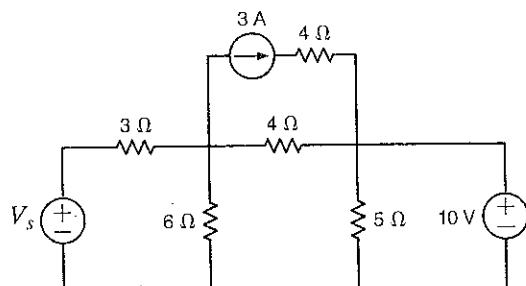
YANIT: $V_o = 16 \text{ V}$.



Şekil E2.32

E2.33 Eğer Şekil E2.33'teki devrede 3 A'lık akım kaynağı tarafından sağlanan güç 12 W ise V_s değerini ve 10 V'luk kaynak tarafından sağlanan gücünü bulunuz.

YANIT: $V_s = 42$
 $V, -30 \text{ W}$.



Şekil E2.33

Şekil 2.1'de gösterilen dirençlerin dışında modern elektronik endüstrisinde kullanılan üç tip daha direnç vardır: ince film, kalın film ve silisyuma gömülü dirençler.

2.9

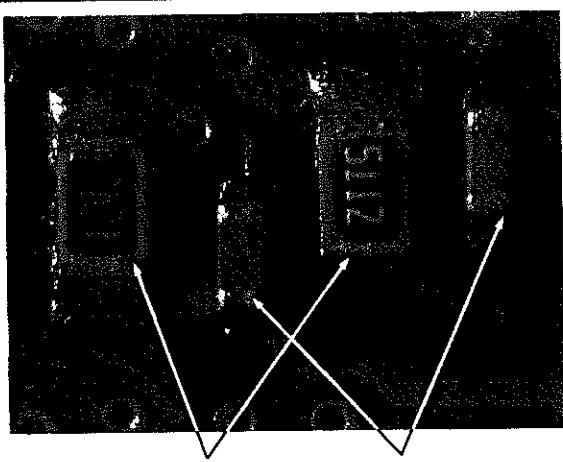
Elektronik Üretimde Direnç Teknolojileri

KALIN FILM DİRENÇLER Kalın film dirençler yüzey montaj teknolojisi ile üretilmiş tüm baskı devre kartları üzerinde bulunur. Bunlar farklı şekil, boyut ve değerlere sahip olabilirler. Çizelge 2.2'de yüzeye montajlı kalın film yonga dirençler için bazı standart değerler verilmektedir. Şekil 2.41'de ise yüzey montaj kalın film seramik direnç örnekleri gösterilmiştir.

Kalın film dirençler, T-shirt üzerine baskı yapmakta kullanılan ekran baskı (screen printing) tekniğine benzer bir üretim teknigi ile üretildikinden ince film ve silisyuma gömülü dirençler ile kıyaslandığında daha düşük teknolojiye sahiptirler. Kalın film üretiminde kullanılan ekran çok daha ince gözenekli ve uzun ömürlü olması için paslanmaz çelikten yapılmış bir ağıdr. Ekran baskı dirençlerde kullanılan pasta Rutenyum oksit (RuO_2) ve cam karışımından yapılmıştır.

ÇİZELGE 2.2. Kalın film dirençler için bazı standart boyutlar

BOYUT KODU	BOYUT (mm)	GÜC DEĞERİ (WATT)
0201	0,5 × 0,25	1/20
0402	1 × 0,5	1/16
0603	1,5 × 0,75	1/10
0805	2 × 1,25	1/8
1206	3 × 1,5	1/4
2010	5 × 2,5	1/2
2512	7,5 × 3	1

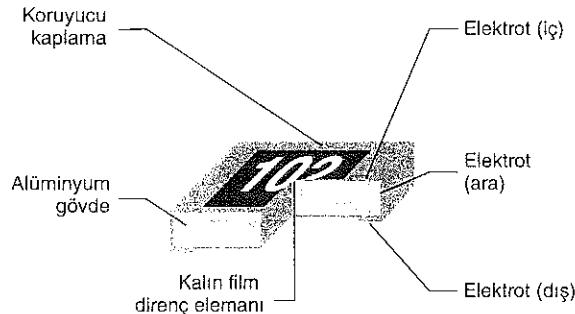


Yonga Direnç Yonga Kondansatör

Şekil 2.41

Üzerinde kalın film seramik dirençler bulunan bir baskı devre kartı. (Mike Palmer'ın izni ile)

Şekil 2.42
Kalın film yonga
direncin kesiti.



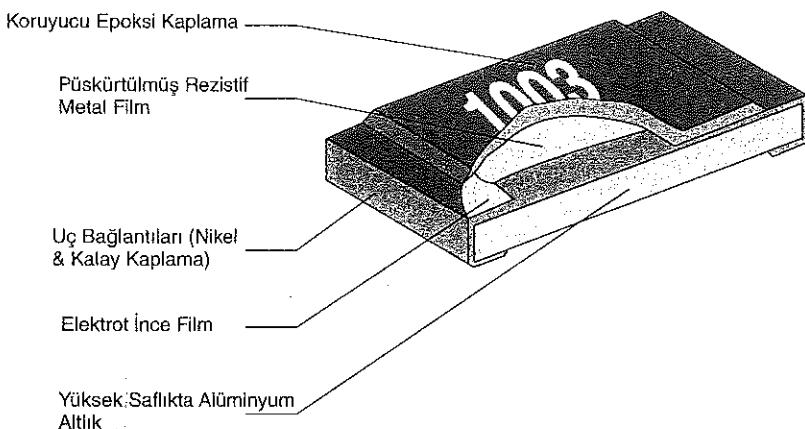
Pasta, ekran baskı işleminden sonra 850°C 'de fırınlanır. Bu, organik malzemenin buharlaşmasına, camın erimesine ve metal ve cam dolgu bileşenlerin malzemeye tutunmasına neden olur. Malzeme % 95 oranında alüminyum seramiktir. Fırınlamadan sonra direnci lehimlemek için gerekli olan iletken uçları oluşturmak amacıyla bu kısımlar ekran baskı ile oluşturulur. İkinci bir cam katman, direnci korumak ve kaplamak için ekran baskı ile oluşturulur. Tipik bir kalın film direncin kesiti Şekil 2.42'de gösterilmektedir. İletkenlerin, üst veya alt kısımdan lehimlemeye imkân sağlamak için malzemenin etrafına "sarıldığına" dikkat edin. Bu ayrıca lehimin daha iyi elektriksel ve mekanik kontak yapmasına imkân sağlayacaktır.

Kalın film dirençler, fırınlama işlerinin sonucu olarak $\pm 10\%$ dan $\pm 20\%$ 'ye kadar çıkabilen oldukça büyük tolerans aralıklarına sahiptir. Bu geniş toleransın sebebi ekran baskı yönteminin geometriyi iyi aktaramaması ve her yerde aynı kalınlığı tutturamamasıdır. Daha iyi (düşük) bir tolerans elde etmek için (örneğin ± 0.5 ile ± 1.0 arasında) dirençler YAG lazerler ile tıraşlanarak fazlalık kısımları atılır ve direnç değerleri değiştirilir. Dirençler bu işlem aşamalarında sürekli olarak gözlemlenerek toleransın arzu edilen aralıktaki kalmasını garanti altına alınır.

İNCE FILM DIRENCİLER İnce film dirençler, ince bir Tantalyum Nitrit (TaN) veya Nikel Krom (NiCr) tabakasının (bu tabakanın kalınlığı birkaç yüz amstrong kalınlığındadır ve 1 amstrong, metrenin on milyarda biri uzunluğundadır) silisyum veya oldukça parlatılmış alüminyum seramik malzeme üzerine yerleştirilmesi ile üretilir. Fotolitografi (ışıkla baskı) yöntemi kullanılarak metal bir tabaka şekillendirilerek bir direnç yapısı oluşturmak için aşıdırılır. İnce film dirençlerin direnişi sınırlıdır. Bu düşük direniş yeteneği nedeniyle büyük dirençler üretmek çok büyük alanlar gerektirdiğinden ince film teknolojisi ile büyük direnç üretmek mümkün değildir. TaN ve NiCr benzer özelliklere sahip olsa da TaN hem kimyasal hem de ısıl dayanım açısından daha üstünür ve olumsuz koşullarda daha dayanıklıdır. Püskürtme tekniği ile üretilen ince filmler yüzey sürekliliğine sahiptir ve hemen hemen hatasızdır. Bu özellikleri nedeniyle, yüzeyi gözenekli olan kalın film dirençlere nazaran oldukça kararlı, düşük gürültülü ve hemen hemen doğrusal elemanlardır.

İnce film dirençler genellikle standart yüzey montaj teknolojisi ile üretilmiş paketler hâlinde bulunmakla birlikte, doğrudan entegre devre üzerine telle bağınlılabilecek biçimde de bulunabilirler. Seramik veya alüminyum üzerindeki bir ince film direncin kesiti Şekil 2.43'te gösterilmektedir. Üretim aşamasında ek karmaşık süreçlerden dolayı ince film dirençler kalın film dirençlerden daha pahalıdır. Ancak, bazı mikrodalgalı uygulamalarında tercih edilmesine neden olan önemli özellikleri vardır. Kalın film dirençler gibi ince film dirençler de belirtilen hassasiyet içerisinde belirli bir değere sahip olmaları için lazer ile aşıdırılabilir. Püskürtme tekniği ile yapılan ince film oldukça ince olduğundan lazer için gerekli güç gereksinimi azdır. Bu durum mikro dütizyedeki çatlakların oluşmaması ve dolayısı ile kararlılığın daha yüksek olması anlamına gelmektedir.

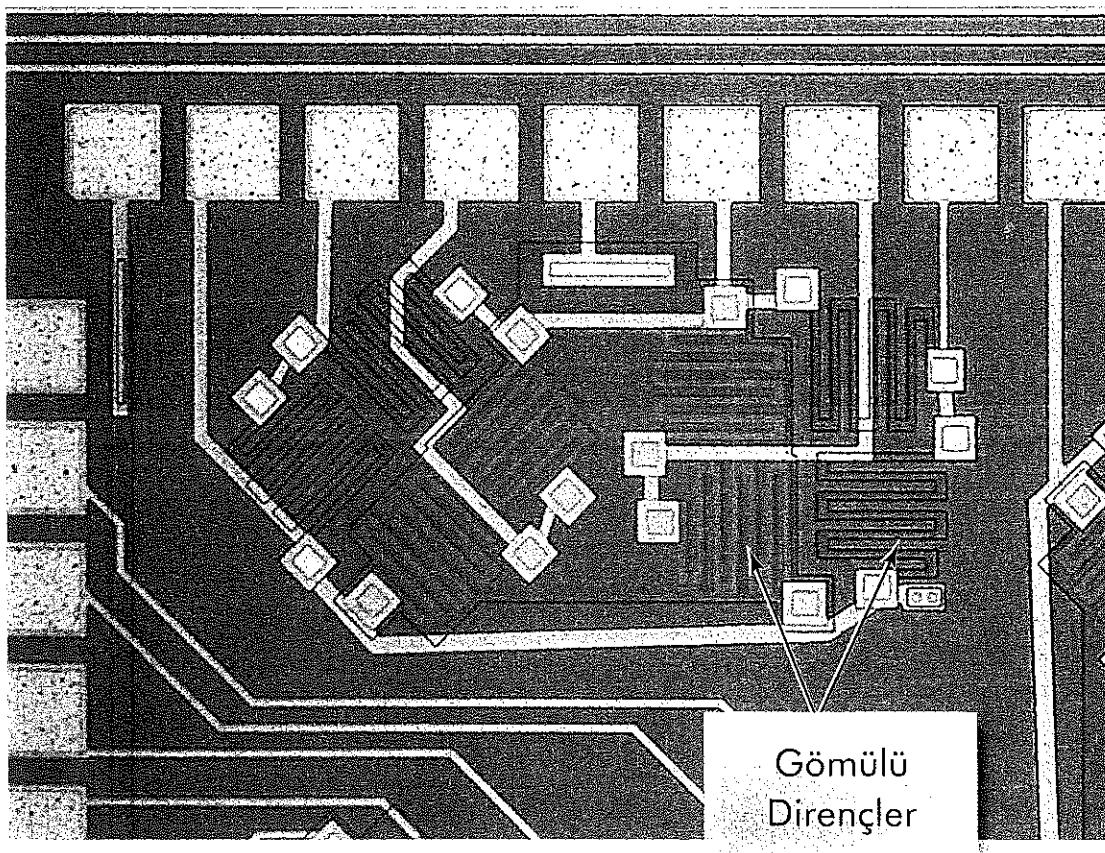
SİLİSYUMA GÖMÜLU DIRENCİLER Silisyuma gömülü dirençler hemen hemen tüm entegre devrelerde kullanılmaktadır. Bunlar transistor ve diyotlar gibi aktif elemanların kapasitelerini iyileştirmek veya desteklemek amacıyla kullanılan pasif elemanlardır. Hem aktif hem de pasif elemanlar aynı teknolojiyi kullanarak aynı anda üretilir (yani CMOS-tümleyici metal oksit yarıiletken teknolojisi). Dirençler boron veya fosfor gibi bir katkı malzemesinin yüksek sıcaklıkta silisyum maizemeye yedirilmesi ile elde edilir. Bu sürecin maliyeti yüksek olduğundan silisyuma gömülü dirençler, ince veya kalın film dirençlere göre daha pahalıdır.



Şekil 2.43
İnce film direnç kesiti.

Şekil 2.44'te bir silisyuma gömülü direncin resmi gösterilmektedir. Silisyuma gömülü dirençler tek eleman olarak üretmek ekonomik olmadığından bu dirençler çok daha büyük bir devre içinde tümleşik olarak üretilirler. Çizelge 2.3'te kalın film, ince film ve silisyuma gömülü dirençlerin bazı karakteristikleri karşılaştırılmaktadır.

Silisyum dirençler 5-6 k Ω /kare mertebesinde bir dirence sahiptir. Buradaki Ω/kare terimi, direnç değeri yapıldığı malzemenin yaprak özdirencine eşit olan, boyutları ne olursa olsun, kare şeklinde bir alanı ifade eder. Örneğin, yaprak özdirenci 10 ohm olan kare şekilli bir malzeme,



Şekil 2.44
Silisyuma gömülü dirençler.

boyutu ister $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ isterse $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ olsun $10 \text{ ohm}'\text{luk}$ bir direnç oluşturur. Direnç elemanının uzunluğu genişliğine bölünerek kare şekilli alan sayısı bulunur. Bu sayı yaprak özdirenci ile çarpılarak toplam direncin değeri elde edilir. Toplam direnç değeri, silisyumun maliyetinin yüksek olmasından dolayı bir sınırlıdır. Yüksek değerli dirençler elde etmek için transistörün akıllıca kullanıldığı başka yöntemler mevcuttur. Sıcaklığın değişimi ve uygulanan gerilimin değerine bağlı olarak bu dirençlerin değerinde büyük oynamalar olabilmektedir. Bu olumsuz karakteristiklerinden dolayı kritik uygulamalarda silisyuma gömülü direnç yerine silisyum yüzeyine monte edilmiş ince film dirençler kullanılır.

ÇİZELGE 2.3. Direnç tiplerinin karakteristikleri

KARAKTERİSTİK	KALIN FİLM	İNCE FİLM	SİLİSYUMA GÖMÜLU
Yaprak direnç	$5 - 500 \text{ k}\Omega/\text{kare}$	$25 - 300 \text{ k}\Omega/\text{kare}$	$5 - 6 \text{ k}\Omega/\text{kare}$
Yaprak toleransı (firmanızken)	$\pm \% 20$	$\pm \% 10$	$\pm \% 2$
Yaprak toleransı (son ürün)	$\pm \% 1$	$\pm \% 1$	
Göreceli maliyet	Düyük	Yüksek	Daha Yüksek

2.10

Uygulama Örnekleri

Anlatılan konuların pratik uygulamalarda nasıl kullanıldığını göstermek için kitap boyunca uygulama örnekleri verilmektedir. Bu örnekler hem devre analizi hem de devre tasarımını yeteneklerinizin gelişmesine yardım edecektir.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 2.31

Elektrikli ocaklarda ısıtıcı gözler genellikle Nikel krom şerit alaşımından üretilmektedir. Bu ısıtıcı gözlerin çalışması oldukça basittir. Akım ısıtıcı elemanın üzerinden geçerken, kaybolan güç ısuya dönüştür. Şekil 2.45'te gösterilen devrede, güç (sıcaklık) seviyesini ayarlamak için bir de 4 kademeli anahtar kullanılmaktadır. Bu durumda, elektrikli ısıticının bir gözünün R_1 ve R_2 ($R_1 < R_2$) dirençleri ile modelleyebileceğimiz Ni-krom şeritlerden oluştuğunu düşünülebiliriz.

1. A, B, C ve D ile gösterilen konumları yüksek, orta, düşük güç ve kapalı konumları ile nasıl eşleştirebilirsiniz?
2. Eğer yüksek ve orta konumlarının sırası ile 2000 W ve 1000 W güç seviyesine karşılık gelmesini istiyorsak R_1 ve R_2 değerleri ne olmalıdır?
3. Düşük seviyede güç tüketimi nedir?

CÖZÜM

A konumu, ısıticıdan herhangi bir akım geçmediği için ısıticının kapalı konumuna karşılık gelir. B konumunda ise, akım sadece R_2 (büyük direnç, küçük akım) üzerinden geçerken C konumunda akım sadece R_1 (küçük direnç, büyük akım) üzerinden aktmaktadır. Dolayısı ile C konumu orta güç konuma, B konumu düşük güç konumuna ve geriye kalan D konumu ise, her iki direnç birden devrede olduğundan, yüksek güç konumuna karşılık gelir.

Eğer anahtar orta güç seviyesinde ise sadece R_1 üzerinde güç tüketimi olur ve bu durumda

$$R_1 = \frac{V_s^2}{P_1} = \frac{230^2}{1200}$$

$$R_1 = 44.08 \Omega$$

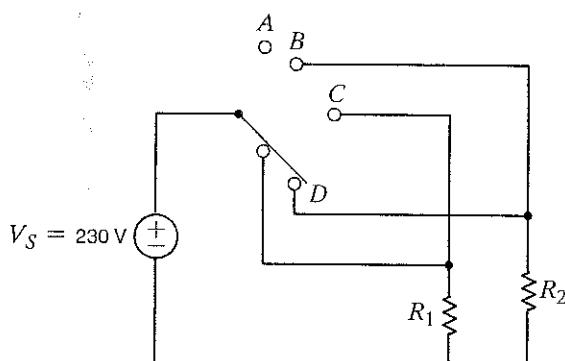
yazılabilir.

Yüksek güç konumunda 2000 W'lık güç R_1 ve R_2 üzerinde harcanacaktır. R_1 1200W'lık güç harcayacağından geriye kalan 800W R_2 üzerinde harcanacaktır. Dolayısı ile

$$R_2 = \frac{V_S^2}{P_2} = \frac{230^2}{800}$$

$$R_2 = 66.13 \Omega$$

olur. Sonuç olarak düşük güç seviyesinde güç kaynağına sadece R_2 bağlıdır; dolayısı ile güç harcaması bu konumda 800W olur.



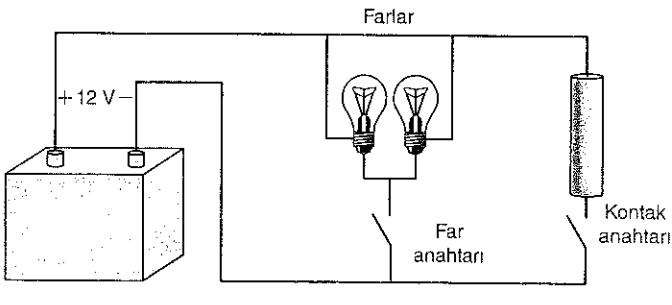
Şekil 2.45

Basit bir elektrikli ocak seçici anahtar devresi.

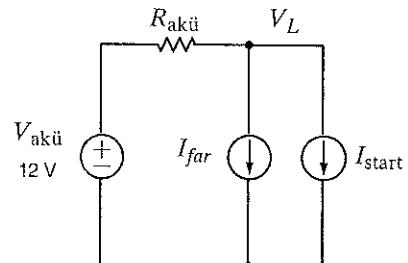
Hiç arabanızın farları açık iken arabanız çalıştırmayı denediniz mi? Marş bastığınızda büyük olasılık ile farların zayıfladığını ve motor çalıştığında tekrar eski hâline döndüğünü görmüşsinizdir. Bu olayı açıklayacak bir model oluşturabilir miyiz?

Evet. Bunu yapabiliriz. Şekil 2.46a'da olayı kavramsal olarak gösteren devreyi ve Şekil 2.46b'de bu devrenin eşdeğerini görebilirsiniz. Devrede yalnızca akü, farlar ve marş motoru gösterilmektedir. Model devrede gösterilen $R_{akü}$ direncine dikkat ediniz. Bu direnç akü ile far ve marş motorundan oluşan yük arasında gelen farklı güç kayıp mekanizmalarının tümünü modellemek için eklenmiştir. Örneğin, ilk olarak akünün içerisinde % 100 verimli olmayan bir kimyasal süreç vardır. Dahası hem akünün hem de yükün uçlarında elektriksel bağlantılar mevcuttur. Ayrıca, çok küçük olduğundan ihmali edilebilse de bağlantı kablolarının kendileri de bir dirence sahiptir. Tüm bu kayıplar $R_{akü}$ olarak modellenmiştir ve $R_{akü}$ değerinin küçük olmasını bekleriz. Tahmini bir değer olarak 25m Ω seçilebilir.

İkinci olarak marş motorunu ele alalım. Marş basıldığında tipik bir marş motoru təmini olarak 90 ile 120 A arasında bir akım çeker. Ortalama bir değer olarak 100 A kullanalım. Son olarak farlar da yaklaşık 1 A'lık küçük bir akım çeker. Bu noktada modelimizde kullanabileceğimiz değerler artık elimizdedir.



(a)



(b)

UYGULAMA ÖRNEĞİ 2.32

Çözüm

Şekil 2.46

Araba başlatılırken çekilen akının far ışığı üzerindeki etkisini incelemek için kullanılan (a) kavramsal ve (b) eşdeğer devre.

İlk olarak mars motorunun kapalı olduğunu varsayıyalım. V_L olarak işaretlenmiş düğümde KAY uygulanır ise farlara uygulanan gerilimin

$$V_L = V_{\text{akü}} - I_{\text{far}} R_{\text{akü}}$$

şeklinde ifade edilebileceğini görürüz. Bu denkleme model için kullandığımız değerleri yerleştirsek $V_L = 11.75$ V elde edilir (12 V'a çok yakın.) Şimdi kontak anahtarlarını çevirdiğimizi düşünelim ve KAY bu durumda uygulansın

$$V_L = V_{\text{akü}} - (I_{\text{far}} + I_{\text{start}}) R_{\text{akü}}$$

Bu durumda farlara uygulanan gerilim sadece 9.25 V olur. İşte farların ışığı bu nedenle azalmaktadır! Peki, akü uçlarındaki korozyon veya gevşek bağlantılar bu durumu nasıl etkiler? Bu durumda aküyle yük arasındaki bağlantının kalitesinin düşeceğini, dolayısıyla $R_{\text{akü}}$ 'nın artacağını ve farların daha da sönük yanacağı tahmin edebiliriz.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 2.31

Wheatstone köprü devresi, hassas direnç ölçümü için kullanılan bir araçtır. Şekil 2.47'de gösterilen bu devre bilinmeyen bir R_x direncini ölçmek için kullanılır. Devrenin iki kolunun orta noktaları arasında mikroamper seviyesinde akımları ölçülecek hassas bir galvanometre yerleştirilir. Bilinmeyen direnç köprüye bağlandığında R_3 galvanometerdeki akım sıfır olana dek ayarlanır. Bu nokta köprünün dengede olduğu noktadır. Bu denge koşulunda

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_x}$$

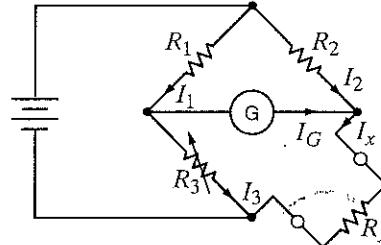
$$R_x = \left(\frac{R_2}{R_1} \right) R_3$$

olur.

Şekil 2.47

Wheatson

köprüsü devresi.



Bu köprü devresi katı malzemelerdeki gerinimi ölçmek için de kullanılabilir. Mesela Şekil 2.48a'da bir kamyonun ağırlığını ölçmek için kullanılabilen bir sistem gösterilmiştir. Bu sisteme platform, üzerinde gerinim algılayıcıları (strain gauges) bulunan silindirlerin üzerinde durmaktadır. Silindirler yük altında yerinden kırıldığında oluşan gerinimi ölçen algılayıcılar bir Wheatstone köprü devresine Şekil 2.48b'de gösterildiği gibi bağlanmıştır. Gerinim algılayıcı yük altında değişken 120 Ω'luk bir dirence sahiptir ve bu değer yük altında iken değişir. Köprüdeki değişken direnç, hassas olarak kalibre edilmiş doğruluğu yüksek bir dirençtir.

Ağırlık aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır. Köprüyü dengelemek için gerekli olan ΔR_3 direnci Δ gerinimi (gerinimdeki değişim) gösterir. Bu değer esneklik modülü ile çarpılarak Δ zorlanma (zorlanmadaki değişim) değeri elde edilir. Δ zorlanma değeri silindirin kesit alanı ile çarpıldığında Δ yük elde edilir ki bu değer aranan ağırlık miktarıdır.

Yüksüz durumda devre dengedeyken ve yük altında gerinim algılayıcının direnci 120.24 Ω olduğunda R_3 değerini bulalım.

ÇÖZÜM

Köprü için verilen denge denklemlerini kullanarak yük olmaksızın R_3 değeri

$$R_3 = \left(\frac{R_1}{R_2} \right) R_x$$

$$= \left(\frac{100}{110} \right) (120) \\ = 109.0909 \Omega$$

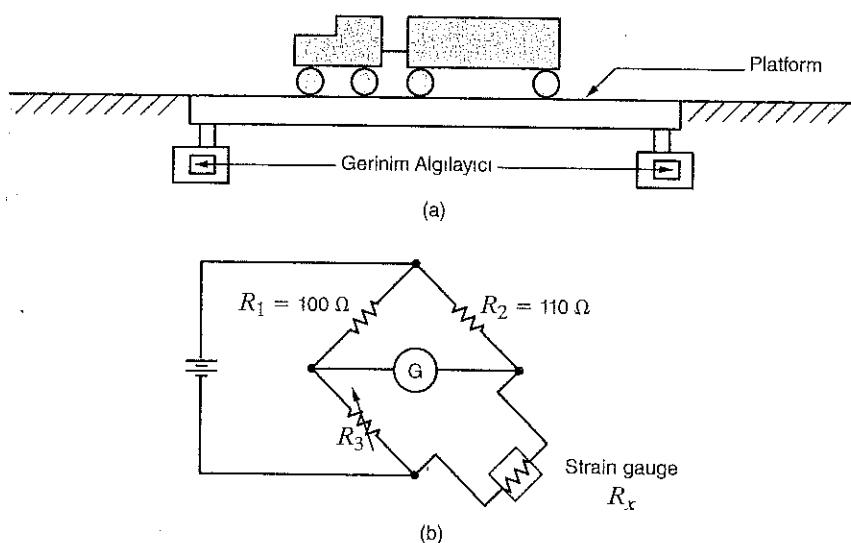
olarak bulunur. Yük altında ise R_3 değeri

$$R_3 = \left(\frac{100}{110} \right) (120.24) \\ = 109.3091 \Omega$$

olur. Bundan dolayı ΔR_3

$$\Delta R_3 = 109.3091 - 109.0909 \\ = 0.2182 \Omega$$

olarak hesaplanır.



Şekil 2.48
Örnek 2.33'te
kullanılan diyagramlar.

Kitabın büyük bir bölümü devre analizi ile ilgilidir. Devre analizi, tüm devre elemanları bilinen bir devrede, elemanların üzerindeki gerilimi veya içeriklerinden geçen akımı bulmayı hedefler. Bir analiz probleminin genellikle bir tek çözümü vardır. Buna karşın, devre tasarım problemi, verilen bazı özellikleri sağlayacak şekilde devre elemanlarının belirlenmesini gerektirir. Ayrıca genellikle tek bir çözümü yoktur; yani verilen devre/performans özelliklerini sağlayan çok sayıda farklı çözüm olabilir. Bazen de tasarım çözümlerini sağlayacak bir çözüm bulunamayabilir.

Tasarım problemlerinde belirli teknik özelliklerin sağlanmasıının yanı sıra ekonomik, çevresel ve güvenlik kısıtları gibi farklı ölçütlerin de sağlanması beklenir. Örneğin, verilen teknik özellikleri sağlasa bile, çok pahalı olan veya güvenli olmayan bir devre tasarımını teknik tüm faydalara rağmen kabul edilir olamaz.

Şu anda devre tasarımında kullanabileceğimiz elemanlar doğrusal dirençler ve ele aldığımız aktif elemanlarla sınırlıdır. Ancak ilerleyen bölgelerde işlemsel yükselteçler, kondansatör ve induktör gibi, tasarım yeteneğimizi artıracak birkaç eleman ile karşılaşacağız.

Devre tasarımını incelememize, belirli devre özelliklerini karşılayacak biçimde devre elemanlarının nasıl seçildiğini gösteren birkaç basit örneği ele alarak başlayalım.

2.11

Tasarım Örnekleri

TASARIM ÖRNEĞİ 2.34

Bir amatör elektronikçi kendi yapmış olduğu stereo yükseltecine profesyonel bir görünüm katmak için arka plan ışıkları eklemek istiyor. Tasarımını yaptığı panel aydınlatma için yedi ampül kullanacaktır (ikisi 12 V / 12 mA ve beş tanesi ise 9V / 5 mA). Ancak, stereo yükseltecinde 12 V'luk DA güç kaynağı olmasına rağmen 9 V'luk güç kaynağı yoktur. Yeni bir güç kaynağı yapmak yerine, Şekil 2.49a'da gösterilen ve 12 V'u 9 V'a dönüştürebilen ucuz devreyi kullanalım. Tasarım kısıtımız, V_2 'deki sapmanın $\pm 5\%$ ten daha az olmasıdır. Özellikle R_1 ve R_2 için gerekli değerleri tespit edelim.

Çözüm

Öncelik ile L_1 ve L_2 'nin V_2 üzerinde hiçbir etkisi olmadığına dikkat edin. Ayrıca, L_3 - L_7 ampüllerini devrede olduğunda bu ampüllerin eşdeğer direnci

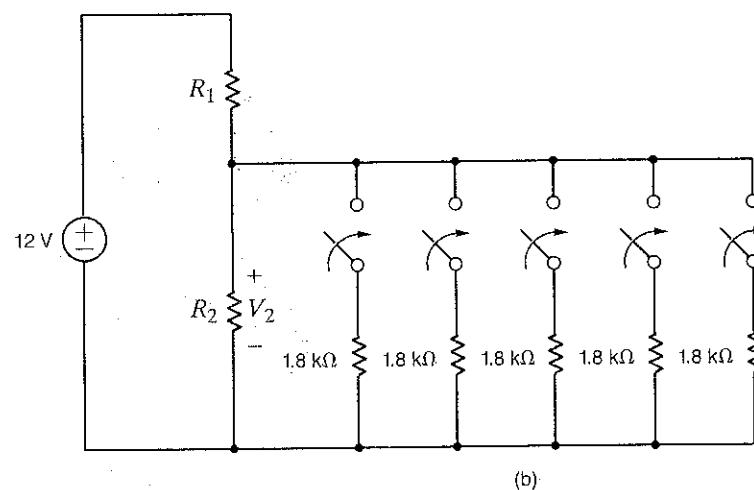
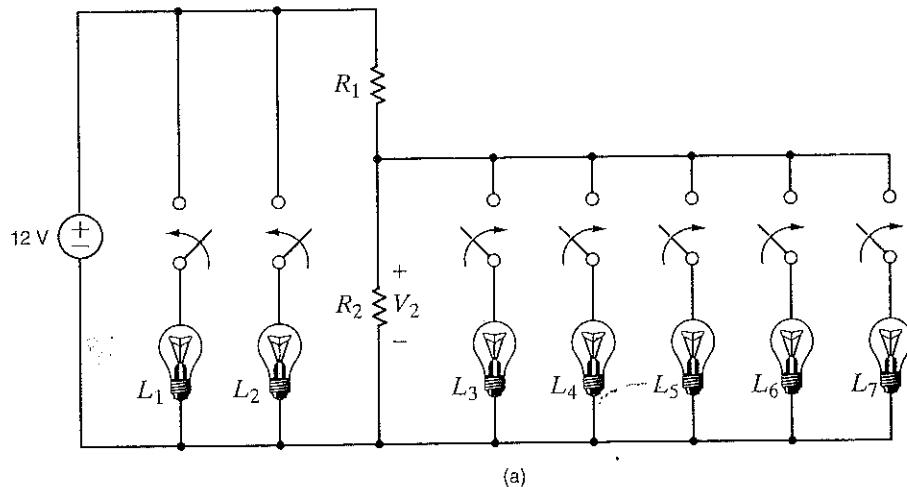
$$R_{eq} = \frac{V_2}{I} = \frac{9}{0.005} = 1.8 \text{ k}\Omega$$

olar. V_2 kabul edilebilir sınırlarda sabit kaldığı sürece ampül dirençleri de sabit kalacaktır. Dolayısı ile istenilen devre modeli Şekil 2.49b'de gösterilmiştir. L_3 - L_7 ampüllerini kapalı (devre dışı) iken V_2 gerilimi en büyük değerine ulaşacaktır: $9 + \% 5 = 9.45 \text{ V}$. Bu durumda R_1 ve R_2 seri bağlıdır ve V_2 basit bir gerilim bölüşüm bağıntısı ile ifade edilebilir.

$$V_2 = 9.45 = 12 \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right]$$

Şekil 2.49

Panel aydınlatması için kullanılan 12 V'tan 9 V'a dönüştürücü devre.



Denklemi yeniden düzenleyerek

$$\frac{R_1}{R_2} = 0.27$$

elde edilir. R_1 ve R_2 için ikinci bir ifade de V_2 geriliminin $9\% - 5 = 8.55$ V minimum noktasına ulaşığı durumda yazılabilir. L_3-L_7 ampüllerinin açık (devrede) olduğu bu durumda lambaların etkin direnci, beş adet $1.8 \text{ k}\Omega$ 'luk direncin paralel eşdeğeri olan 360Ω 'dur. V_2 için ifade

$$V_2 = 8.55 = 12 \left[\frac{R_2//360}{R_1 + (R_2//360)} \right]$$

olur ki bu ifade

$$\frac{\frac{360R_1}{R_2} + 360 + R_1}{360} = \frac{12}{8.55} = 1.4$$

şeklinde de yazılabilir. Yukarıdaki denklemde daha önce bulunan R_1/R_2 oranı yazılarak

$$R_1 = 360[1.4 - 1 - 0.27]$$

veya

$$R_1 = 48.1 \Omega$$

ve

$$R_2 = 178.3 \Omega$$

elde edilir.

Şekil 2.45

Basit bir elektrikli ocak seçici anahtar devresi.

12V giriş geriliminden 5V çıkış gerilimi üreten bir devre tasarlayalım. Devre tarafından harcanan gücü 240 mW olarak alalım. Çizelge 2.1'den, elde edilen çözüm için mümkün olan en yakın direnç değerlerini seçelim ve bu seçimden dolayı çıkış geriliminde oluşan hata oranını belirleyelim.

Şekil 2.50'de gösterilen basit bir gerilim böltürü bu uygulama için gayet uygundur. Burada V_o geriliminin

$$V_o = V_{in} \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right]$$

olduğunu biliyoruz ki bu ifadeden hareket ile

$$R_1 = R_2 \left[\frac{V_{in}}{V_o} - 1 \right]$$

yazılabilir. Tüm devrenin gücü $12 \text{ V}'\text{luk güç kaynağından sağlandığından toplam güç}$

$$P = \frac{V_{in}^2}{R_1 + R_2} \leq 0.24$$

olarak verilir. R_1 değerini elemek için ikinci denklem kullanılarak R_2 direnci için

$$R_2 \geq \frac{V_o V_{in}}{P} = \frac{(5)(12)}{0.24} = 250 \Omega$$

şeklinde ifade edilen bir alt değer bulunur. Elde edilen bu sonuçların ikinci denklemde yerine konulması ile R_1 direnci için

$$R_1 = R_2 \left[\frac{V_{in}}{V_o} - 1 \right] \geq 350 \Omega$$

alt değeri elde edilir.

Çizelge 2.1'de verilen değerlerin büyük bir bölümü bizim tasarımımıza uygun değildir. Ancak en uygun dirençler, temel olarak deneme-yanılma yöntemiyle seçilir. Bu işlem Çizelge 2.4'te gösterildiği gibi bir Excel çizelgesi yardımı ile daha pratik olarak yapılabilir.

TASARIM ÖRNEĞİ 2.35

Çözüm

Şekil 2.50

Basit bir gerilim böltümü.

R_2 değerleri için Çizelge 2.1'de verilmiş olan standart direnç değerleri Excel tablosunda A sütunu girdilmiştir. B sütununda, $R_1 = 1.4 \cdot R_2$ denklemi kullanılarak hesaplanan teorik R_1 direnci değerleri bulunmaktadır. C sütununda ise, bu değere en yakın standart değer verilmektedir. Son olarak, D sütununda, gerilim bölütüm bağıntısı ile hesaplanan V_o gerilimi, E sütununda ise R_1 ve R_2 dirençleri tarafından harcanan güç verilmektedir.

R_1 ve R_2 dirençlerinin tüm kombinasyonlarının bu devre için belirtilen güç kısıtlarına uygun olduğuna dikkat edin. R_1 ve R_2 değerleri arttıkça harcana güç azalmaktadır. İstenilen 5 V çıkış gerilimine en yakın gerilimi (5.13 V) $R_1 = 1800 \Omega$ ve $R_2 = 1300 \Omega$ değerleri sağladığı için bu değerleri seçelim. Bu durumda çıkış gerilimindeki hata oranı

$$\text{bağılı hata} = \% \left[\frac{5.032 - 5}{5} \right] 100 = \% 0.64$$

ifadesi kullanılarak elde edilir. Burada seçilen direnç değerlerinin nominal yani tipik değerler olduğunu unutmayalım. En kötü durumu bulmak için kütünlardan dirençlerin nominal değerden $\pm 5\%$ sapabileceğini dikkate almak gereklidir. Bizim uygulamamızda çıkış gerilimi zaten hedef değer olan 5 V'dan daha büyük olduğu için en kötü senaryo V_o değerinin daha da yükselmesi ile oluşur, yani R_1 değerinin $\pm 5\%$ daha düşük (1710Ω) ve R_2 değerinin ise $\pm 5\%$ daha büyük (1365Ω) olması durumunda. Bu şartlar altında çıkış gerilimi 5.32 V olur ki bu da $\pm 6.4\%$ bir hata demektir. Tabii ki dirençlerin bir çoğu belirtilen maksimum/minimum değerlerden daha ziyade nominal değerlere yakındır. Eğer biz bu devreyi $\pm 5\%$ şeklinde bir çıkış hatası garanti ederek üretmek istersek, bu durumda hata toleransı daha düşük olan dirençler kullanmamız gereklidir.

Peki bu uygulama için tolerans ne kadar düşük olmalıdır? Bizim ilk kullandığımız denklemde en kötü çıkış gerilimini üretmek için, R_2 direncine Δ (tolerans) kadar ekleme, R_1 direncinden de Δ kadar eksiltme yaparak denklemi yeniden yazalım. En kötü çıkış gerilimi değerini de $V_{o,\max} = 5.25$ V seçelim; yani hata $\pm 5\%$ olsun:

ÇİZELGE 2.4. Basit gerilim bölütü için Excel çizelge uygulaması

	A	B	C	D	E
1	R_2	$R_1 \text{ theor}$	R_1	V_o	P_{abs}
2	300	420	430	4.932	0.197
3	330	462	470	4.950	0.180
4	360	504	510	4.966	0.166
5	390	546	560	4.926	0.152
6	430	602	620	4.914	0.137
7	470	658	680	4.904	0.125
8	510	714	750	4.857	0.114
9	560	784	750	5.130	0.110
10	620	868	910	4.863	0.094
11	680	952	910	5.132	0.091
12	750	1050	1000	5.143	0.082
13	820	1148	1100	5.125	0.075
14	910	1274	1300	4.941	0.065
15	1000	1400	1300	5.217	0.063
16	1100	1540	1500	5.077	0.055
17	1200	1680	1600	5.143	0.051
18	1300	1820	1800	5.032	0.046
19	1500	2100	2000	5.143	0.041
20	1600	2240	2200	5.053	0.038
21	1800	2520	2400	5.143	0.034
22	2000	2800	2700	5.106	0.031
23	2200	3080	3000	5.077	0.028
24	2400	3360	3300	5.053	0.025

$$V_{0\max} = 5.25 = V_{in} \left[\frac{R_2(1 + \Delta)}{R_1(1 - \Delta) + R_2(1 + \Delta)} \right] = 12 \left[\frac{1300(1 + \Delta)}{1800(1 - \Delta) + 1300(1 + \Delta)} \right]$$

Δ için yukarıdaki ifadededen elde edilen değer 0.037 veya % 3.7'dir. Standart dirençler ise % 10, % 5, % 2 ve % 1 tolerans ile üretilir. Daha düşük toleranslar da mevcuttur ancak bunlar oldukça pahalıdır. Dolayısı ile 1300 Ω ve 1800 Ω için nominal değerler göz önüne alınarak çıkışta % 5'ten daha düşük bir hata oranını garanti etmek için % 2 tolerans değerine sahip dirençler kullanılmalıdır.

Endüstriyel otomasyon uygulamalarında basınç ve akış hızı gibi süreç parametreleri ölçültip elektriksel büyüklükler dönüştürülür ve belirli bir uzaklıktaki elektronik denetim birimine gönderilir. Daha sonra denetim birimi, ne tür bir eylem yapılması gereğine karar verir. Bu uygulamalarda ele alınması gereken en temel problem algılayıcı ile denetim birimi arasındaki uzaklıktr. Ölçülen değerlerin kodlanması için endüstride kullanılan standart bir format 4-20 mA olarak adlandırılır. Bu standartta ölçülen parametrenin aralığı ile 4mA-20 mA aralığı doğrusal olarak örtüstürülür. Örneğin 100 barlık bir algılayıcı, basınç 0 bar iken 4mA, 100 bar iken 20mA ve 50 bar iken de 12mA çıkış üretmelidir. Ancak, birçok endüstriyel araç akımdan ziyade 0-5 V arası gerilime dayalı olarak üretilmiştir.

Bundan dolayı çıkış akımı 20 mA iken 5 V üretecek bir akım-gerilim dönüştürücü tasarlatalım.

Şekil 2.5'te verilen devre bizim durumumuz için doğruluğu oldukça yüksek bir modeldir. Algılayıcı ile denetleyici birimi arasındaki kablolar bir R_{wire} direncine sahiptir. Eğer algılayıcı çıkış uygulanan basınç ile orantılı olarak değişen bir gerilim olsaydı bu gerilim ne kadar sabit kalırsa kalsın, kablo üzerindeki gerilim düşüntü ölçüm hatasına neden olurdu. Ancak, iletilemek istenen bilgi akım değeri ile kodlandığı için algılayıcı çıkışı ideal bir akım kaynağı olarak davranışının sürece kablo direnci ölçüm doğruluğunu etkileyemez.

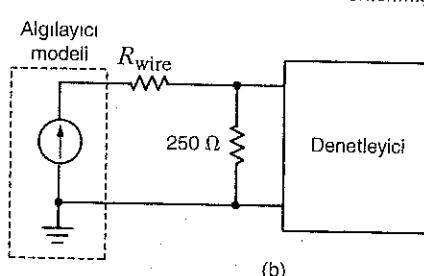
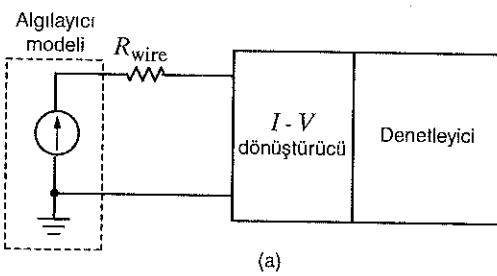
Akım-gerilim dönüştürücü sadece bir direnç kullanılarak gerçekleştirilebilir. 20 mA için 5 V üretecek bir dönüştürücü için Ohm yasası kullanarak

$$R = \frac{5}{0.02} = 250 \Omega$$

değeri bulunur. Elde edilen dönüştürücü sisteme Şekil 2.51b'de gösterildiği gibi eklenmiştir. Burada denetim biriminin devreyi yüklememiği (devreden akım çekmediği) öngörlülmüştür.

Oluşturduğumuz modele göre algılayıcı ve denetim birimi arasındaki uzaklık istenildiği kadar uzun olabilir. Doğal olarak bu mümkün olamaz. Uzaklığa bağlı olarak oluşacak kayıpları da hesaba katan daha doğru bir algılayıcı modeli Şekil 2.52'de gösterilmektedir. Bu algılayıcı modelinin etkisi yeni devreyi tanımlayan denklemlerden görülebilir. Model denklemleri

$$I_S = \frac{V_S}{R_S} + \frac{V_S}{R_{wire} + 250}$$



TASARIM ÖRNEĞİ 2.36

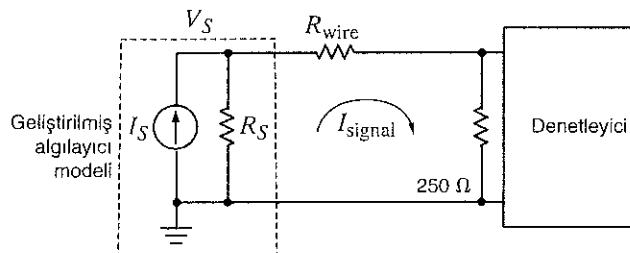
Çözüm

Şekil 2.51

4 mA-20 mA denetim döngüsü için (a) blok diyagramı (b) akım-gerilim dönüştürücü eklenmiş model.

Şekil 2.52

4 mA-20 mA denetim döngüsü için daha doğru bir model.



ve

$$I_{\text{signal}} = \frac{V_S}{R_{\text{wire}} + 250}$$

şeklindedir. Bu iki denklemi birleştirerek

$$\frac{I_{\text{signal}}}{I_S} = \frac{1}{1 + \frac{R_{\text{wire}} + 250}{R_S}}$$

elde edilir.

Göründüğü gibi denetleyici girişindeki işaretin doğruluğunu, R_S değerinin $(R_{\text{wire}} + 250 \Omega)$ değerine oranını belirlemektedir. Bundan dolayı R_S direnci olabildiğinde büyük olmalıdır. Algılayıcı çıkış geriliminin maksimum değeri ve çıkış direnci R_o , algılayıcı üreticileri tarafından belirtilir.

Aktım-gerilim dönüştürücüyü daha sonra Bölüm 4'te tekrar ele alacağız.

**TASARIM
ÖRNEĞİ 2.37**

Şekil 2.35'te verilen devre bir stereo ön yükselteçde kullanılan transistör yükseltecin esdeğer devresidir. Girişeki 2 mV'luk bir kaynağa seri bağlı 500Ω 'luk dirençten oluşan devre bir CD çaları modellemektedir. Bağımlı kaynak, R_{in} ve R_o , işaretin güçlendirip güç yükseltecine gönderen transistör modelini oluşturur. $10 \text{ k}\Omega$ 'luk yük direnci hoparlörü besleyen güç yükseltecinin girişinden görülen direnci göstermektedir. Bizden, Şekil 2.53'te gösterilen ve toplam kazancı -200 dB olan bir transistör yükselteç tasarlamamız istenmektedir. Gerçek bir devrede, istenilen kazanç değerine ulaşmak için cihaz parametrelerini değiştirmeyiz. Bunun yerine üretici kataloglarından, istenilen kazanç verebilecek uygun bir transistör seçilir. Aşağıdaki çizelgede üç farklı tranzistör için model parametreleri verilmiştir.

Üretici firmalanın transistör parametre değerleri

Parça Numarası	R_{in} ($\text{k}\Omega$)	R_o ($\text{k}\Omega$)	g_m (mA/V)
1	1.0	50	50
2	2.0	75	30
3	8.0	80	20

En doğru kazancı üretecek şekilde uygun bir transistör seçerek yükselteci tasarlayment. Seçiminizden dolayı oluşan hata oranını bulun.

ÇÖZÜM

Çıkış gerilimi

$$V_o = -g_m V(R_o // R_L)$$

şeklinde yazılabilir.

V gerilimini bulmak için girişteki gerilim böülücüyü kullanarak

$$V = V_S \left(\frac{R_{in}}{R_{in} + R_S} \right)$$

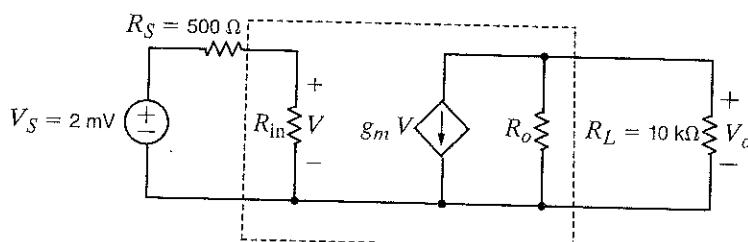
yazılabilir. Kazanç değeri yukarıdaki iki denklem kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$A_V = \frac{V_o}{V_S} = -g_m \left(\frac{R_{in}}{R_{in} + R_S} \right) (R_o / R_L)$$

Üç transistör için verilen parametre değerleri kullanılarak ikinci transistör en iyi seçenek olduğu bulunur ki bu durumda bağıl kazanç hatası

$$\text{bağıl hata} = \left(\frac{211.8 - 200}{200} \right) \times 100\% = 5.9\%$$

olarak hesaplanır.



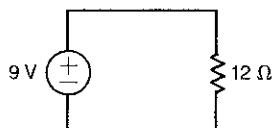
Şekil 2.53
transistör yükselteç
devresinin modeli.

ÖZET

- **Ohm yasası** $V = IR$
- **Ohm yasasında kullanılan pasif işaretleme yöntemi** Akım direncin artı gerilimli ucundan girer.
- **Kirchhoff Akım Yasası (KAY)** Bir düğümde giren (çikan) akımların cebirsel toplamı sıfırdır.
- **Kirchhoff Gerilim Yasası (KGY)** Bir kapalı çevrede gerilimlerin cebirsel toplamı sıfırdır.
- **Tek çevrelî devrenin çözümü** KGY ve Ohm yasasını uygulayarak çevre akımı belirleyin.
- **İki düğümlü devrenin çözümü** KAY ve Ohm yasasını uygulayarak düğümler arasındaki gerilimi belirleyin.
- **Gerilim Bölüşüm Kuralı** Gerilim iki seri direnç arasında dirençlerin değerleri ile doğru orantılı olarak bölünür.
- **Akım Bölüşüm Kuralı** Akım iki paralel direnç arasında dirençlerin değerleri ile ters orantılı olarak bölünür.
- **Bir direnç devresinin eşdeğer direnç değeri** Seri bağlı dirençleri direnç değerlerini toplayarak tek bir dirence indirgeyebilirsiniz. Paralel bağlı dirençleri, dirençlerin iletkenliklerini toplayarak tek bir dirence indirgeyebilirsiniz. Üçgen-yıldız ve yıldız-üçgen dönüşümleri bir devrenin karmaşıklığını azaltmak için kullanılabilen yöntemlerdir.
- **Kısa devre** Sıfır direnç, sıfır gerilim; kısa devreden geçen akım devrenin geri kalan kısmı tarafından belirlenir.
- **Açık devre** Sıfır iletkenlik, sıfır akım; açık devre uçlarından gerilim devrenin geri kalan kısmı tarafından belirlenir.

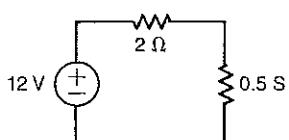
PROBLEMLER

- 2.1** Şekil P2.1'de verilen devrede direnç üzerindeki akımı ve harcanan gücü belirleyiniz.



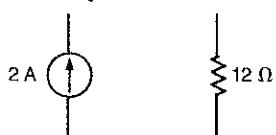
Şekil P2.1

- 2.2** Şekil P2.2'de verilen devrede direnç üzerindeki akımı ve harcanan gücü belirleyiniz.



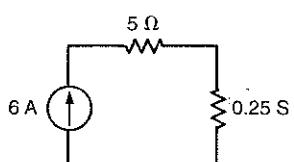
Şekil P2.2

- 2.3** Şekil P2.3'te verilen devrede direnç üzerindeki gerilimi ve harcanan gücü belirleyiniz.



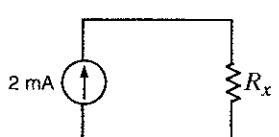
Şekil P2.3

- 2.4** Şekil P2.4'te verilen devredeki her bir direnç üzerindeki gerilimi ve harcanan gücü belirleyiniz.



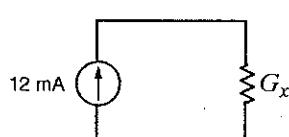
Şekil P2.4

- 2.5** Şekil P2.5'te verilen devrede R_x direnci üzerinde harcanan güç 20 mW'tır. R_x direncini bulunuz.



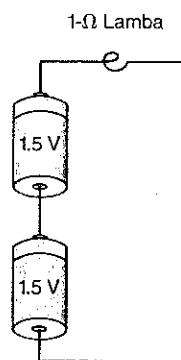
Şekil P2.5

- 2.6** Şekil P2.6'da verilen devrede G_x üzerinde harcanan güç 20 mW'tır. G_x değerini bulunuz.



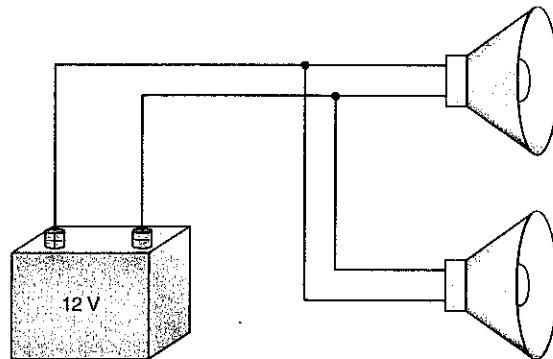
Şekil P2.6

- 2.7** İki tane standart pilden beslenen el fenerinin modeli Şekil P2.7'de gösterilmiştir. Lambada harcanan gücü bulunuz.



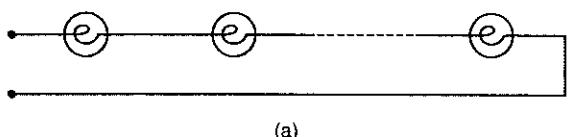
Şekil P2.7

- 2.8** Bir otomobil Şekil P2.8'de gösterildiği gibi iki halojen far kullanmaktadır. Herbir far 3 A akım çekiyor ise akü tarafından sağlanan gücün bulunuz.

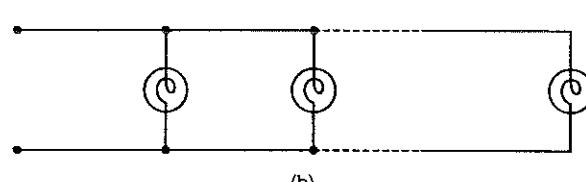


Şekil P2.8

- 2.9** Eskiden yılbaşı ağaçlarını süslemek için Şekil P2.9a'da gösterilene benzer ampul dizileri kullanılırdı. Artık bu süsler Şekil P2.9b'de gösterildiği gibi üretilmektedir. Bu değişim için sizce geçerli bir neden var mı?



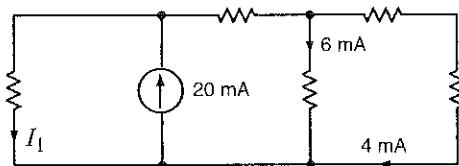
(a)



(b)

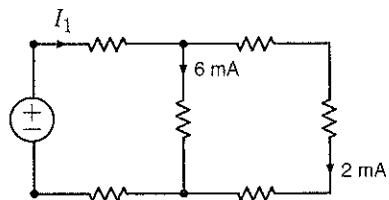
Şekil P2.9

2.10 Şekil P2.10'da gösterilen devrede I_1 akımını bulunuz.



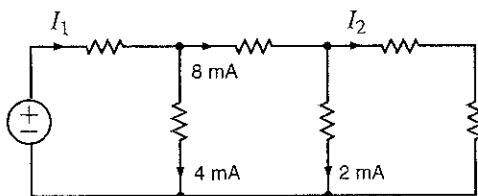
Şekil P2.10

2.11 Şekil P2.11'de gösterilen devrede I_1 akımını bulunuz.



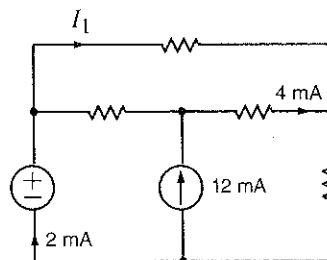
Şekil P2.11

2.12 Şekil P2.12'de gösterilen devrede I_1 ve I_2 akımlarını bulunuz.



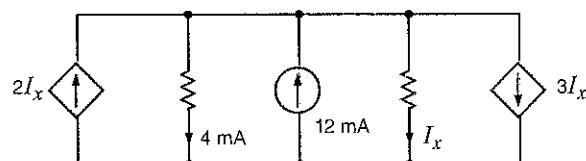
Şekil P2.12

2.13 Şekil P2.13'te gösterilen devrede I_1 akımını bulunuz.



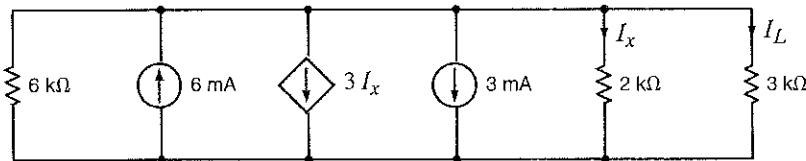
Şekil P2.13

2.14 Şekil P2.14'te gösterilen devrede I_x akımını bulunuz.



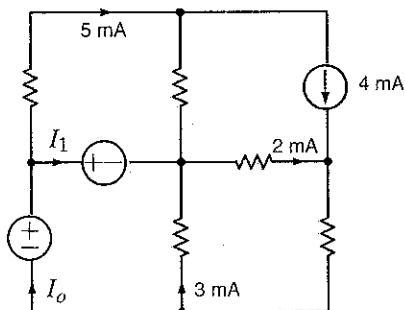
Şekil P2.14

2.15. Şekil P2.15'te verilen devrede I_L akımını belirleyiniz.



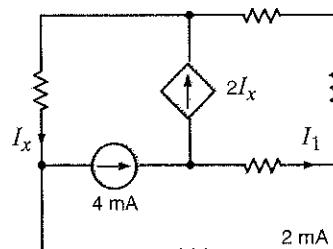
Şekil P2.15

2.16 Şekil P2.16'da verilen I_o ve I_1 akımlarını belirleyiniz.



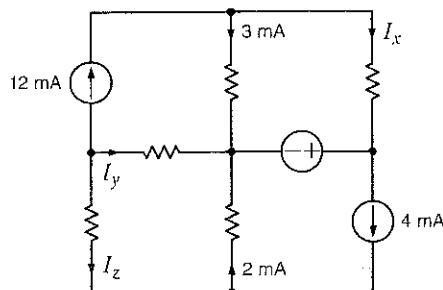
Şekil P2.16

2.17 Şekil P2.17'de verilen devrede I_1 akımlarını belirleyiniz.



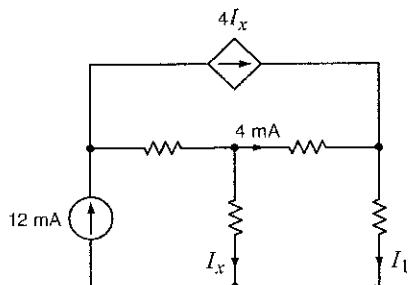
Şekil P2.17

2.18 Şekil P2.18'de verilen devrede I_0 ve I_1 akımlarını belirleyiniz.



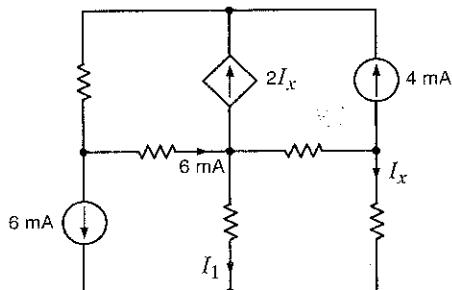
Şekil P2.18

2.19 Şekil P2.19'da verilen devrede I_1 akımını belirleyiniz.



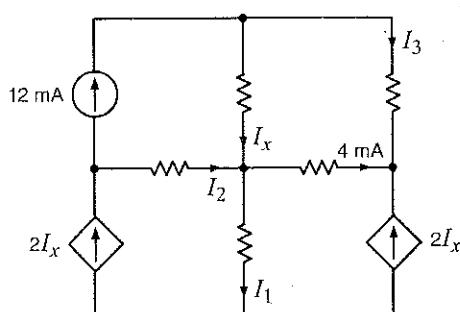
Şekil P2.19

2.20 Şekil P2.20'de verile devrede I_1 akımını belirleyiniz.



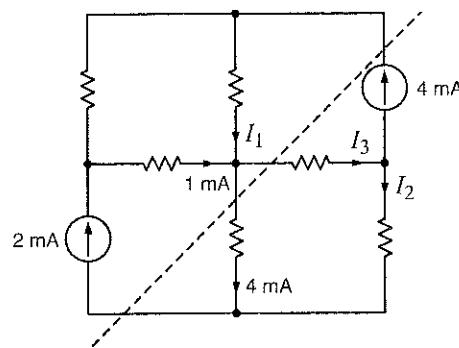
Şekil P2.20

2.21 Şekil P2.21'de verilen devrede I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını belirleyiniz.



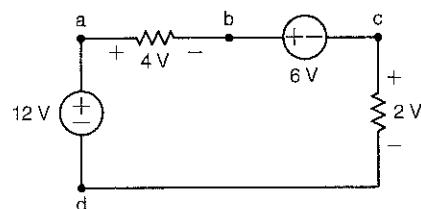
Şekil P2.21

2.22 Şekil P2.22'de verilen devrede I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını belirleyin ve KAY'nın kesikli çizgi ile belirtilen sınırla geçerli olduğunu gösterin.



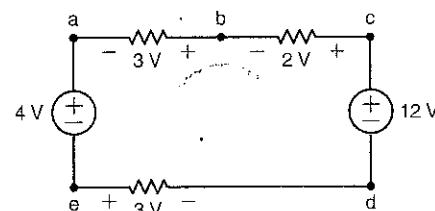
Şekil P2.22

2.23 Şekil P2.23'te verilen devrede V_{bd} gerilimini belirleyiniz.



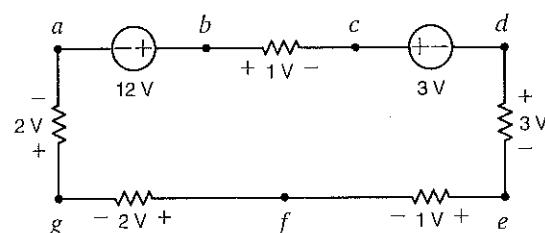
Şekil P2.23

2.24 Şekil P2.24'te verilen devrede V_{ad} gerilimini belirleyiniz.



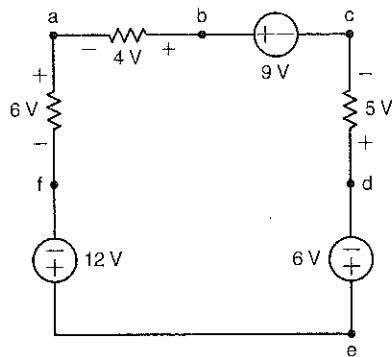
Şekil P2.24

2.25 Şekil P2.25'te verilen devrede V_{fb} ve V_{ec} gerilimlerini belirleyiniz.



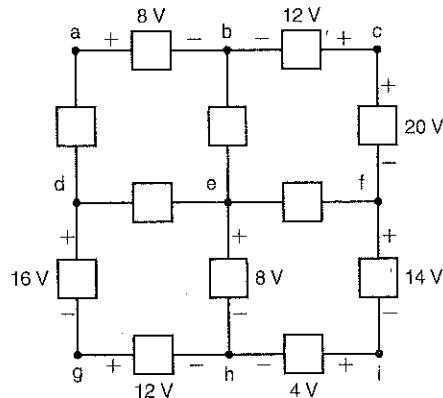
Şekil P2.25

2.26 Şekil P2.26'da verilen devrede V_{ac} ve V_{cf} gerilimlerini belirleyiniz.



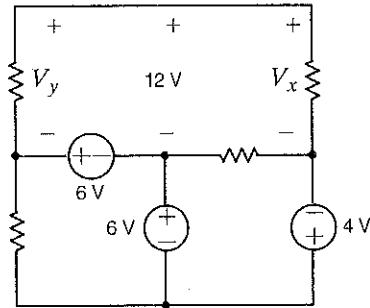
Şekil P2.26

2.27 Şekil P2.27'de verilen devrede V_{da} , V_{bh} , V_{gc} , V_{db} , V_{fa} , V_{ac} , V_{ab} , V_{hf} , V_{fb} ve V_{dc} gerilimlerini belirleyiniz.



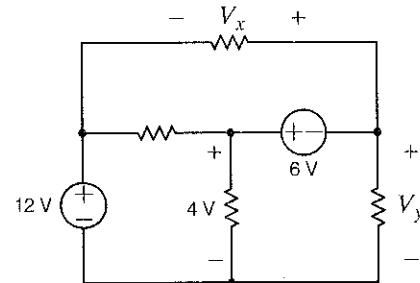
Şekil P2.27

2.28 Şekil P2.28'de verilen devrede V_x ve V_y gerilimlerini belirleyiniz.



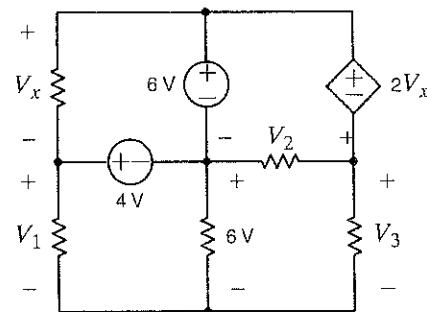
Şekil P2.28

2.29 Şekil P2.29'da verilen devrede V_x ve V_y gerilimlerini belirleyiniz.



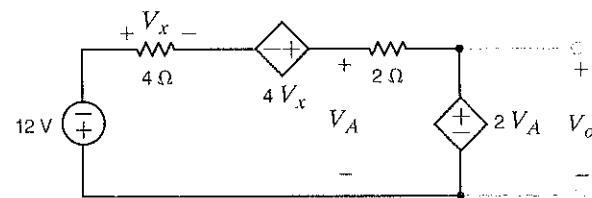
Şekil P2.29

2.30 Şekil P2.30'da verilen devrede V_1 , V_2 ve V_3 gerilimlerini belirleyiniz.



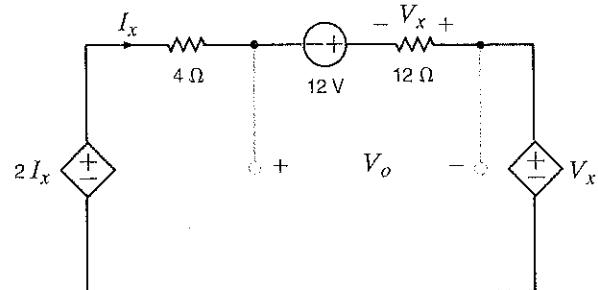
Şekil P2.30

2.31 Şekil P2.31'de verilen devrede V_0 gerilimini belirleyiniz.



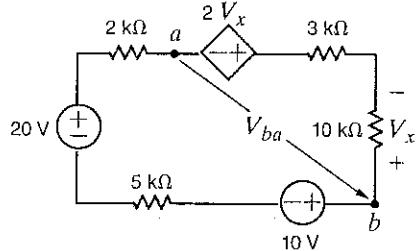
Şekil P2.31

2.32 Şekil P2.32'de verilen devrede V_0 gerilimini belirleyiniz.



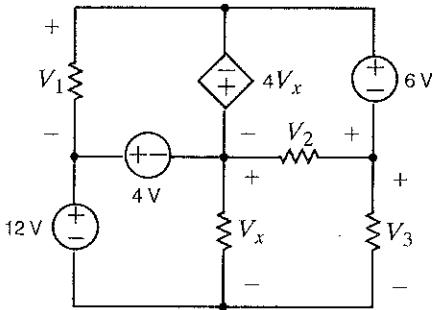
Şekil P2.32

- 2.33 10-V'luk kaynak 2,5 mW güç harcmaktadır. Şekil P2.33'te verilen devrede V_{ba} gerilimini ve bağımlı kaynaktan harcanan gücünü belirleyiniz.



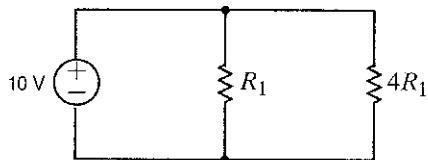
Şekil P2.33

- 2.34 Şekil P2.34'te verilen devrede V_1 , V_2 ve V_3 gerilimlerini belirleyiniz.



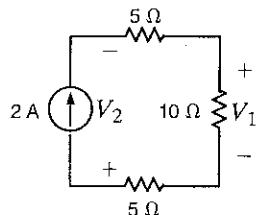
Şekil P2.34

- 2.35 Şekil P2.35'te verilen devrede 10 V'luk kaynak 50 W güç sağlamaktadır. R_1 direncini belirleyiniz.



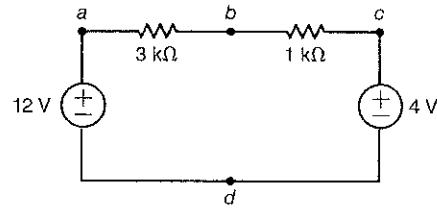
Şekil P2.35

- 2.36 Şekil P2.36'da verilen devrede V_1 ve V_2 gerilimlerini belirleyiniz.



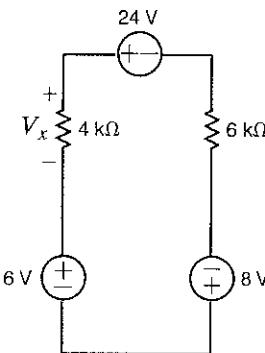
Şekil P2.36

- 2.37 Şekil P2.37'de verilen devrede V_{bd} gerilimini belirleyiniz.



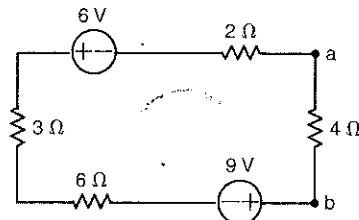
Şekil P2.37

- 2.38 Şekil P2.38'de verilen devrede V_x gerilimini belirleyiniz.



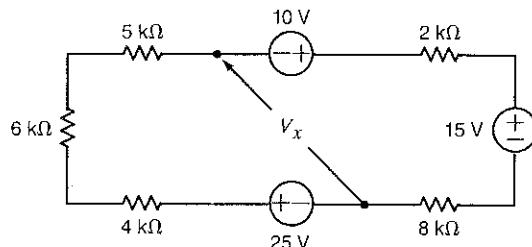
Şekil P2.38

- 2.39 Şekil P2.39'da verilen devrede V_{ab} gerilimini belirleyiniz.



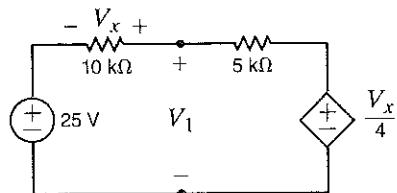
Şekil P2.39

- 2.40 Şekil P2.40'ta verilen devrede V_x gerilimini ve 15 V'luk kaynak tarafından sağlanan gücünü bulunuz.



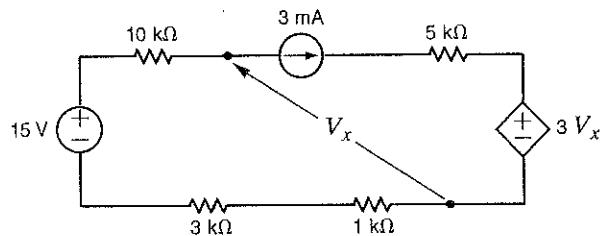
Şekil P2.40

2.41 Şekil P2.41'de verilen devrede V_1 gerilimini belirleyiniz.



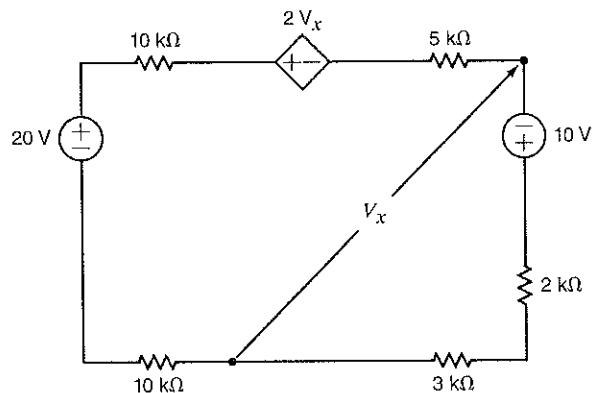
Şekil P2.41

2.42 Şekil P2.42'deki bağımlı kaynaklar dâhil, her bir kaynak tarafından sağlanan gücü bulunuz.



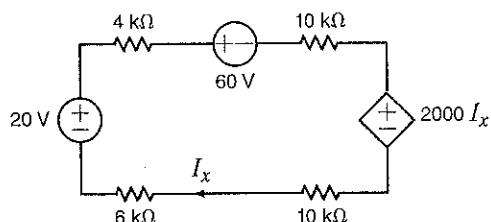
Şekil P2.42

2.43 Şekil P2.43'te verilen devrede bağımlı kaynak tarafından tüketilen gücü belirleyiniz.



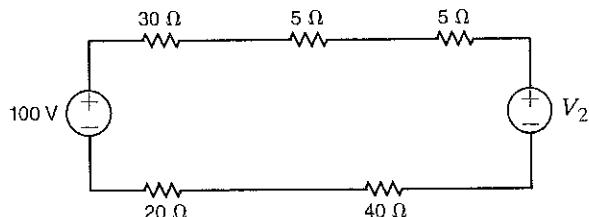
Şekil P2.43

2.44 Şekil P2.44'te verilen devrede bağımlı kaynak tarafından harcanan gücü bulunuz.



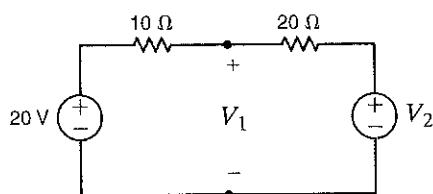
Şekil P2.44

2.45 Şekil P2.45'te verilen devredeki 100 V'luk kaynak 200 W güç sağlamaktadır. V_2 gerilimini bulunuz.



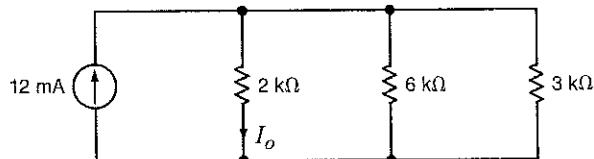
Şekil P2.45

2.46 Şekil P2.46'da V_2 değerini $V_1 = 0$ olacak şekilde belirleyiniz.



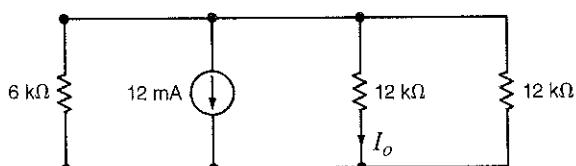
Şekil P2.46

2.47 Şekil P2.47'de verilen devrede I_0 akımını bulunuz.



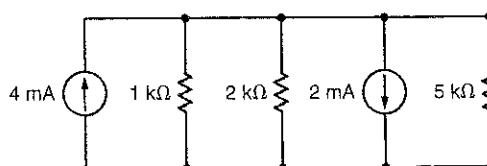
Şekil P2.47

2.48 Şekil P2.48'de verilen devrede I_0 akımını bulunuz.



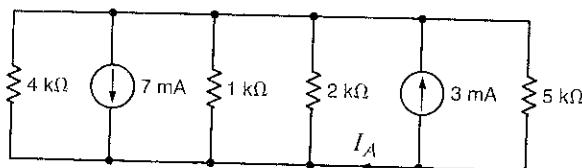
Şekil P2.48

2.49 Şekil P2.49'daki devrede her bir kaynak tarafından sağlanan gücü bulunuz.



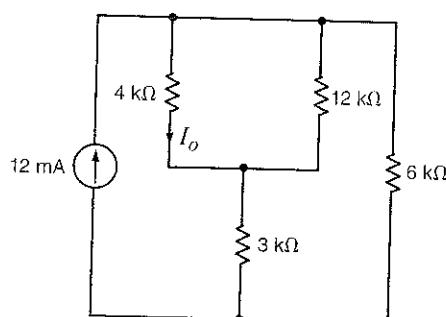
Şekil P2.49

2.50 Şekil P2.50'de verilen devrede I_A akımını bulunuz.



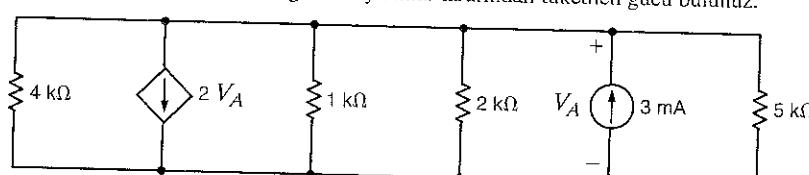
Şekil P2.50

2.51 Şekil P2.51'de verilen devrede I_o akımını bulunuz.



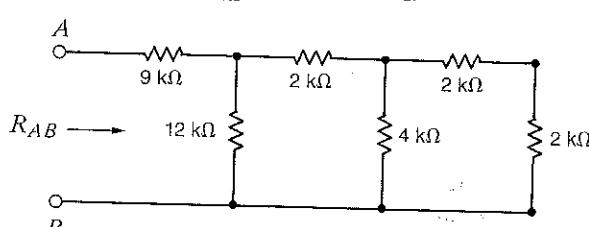
Şekil P2.51

2.54 Şekil P2.54'te verilen devrede bağımlı kaynaklar tarafından tüketilen gücü bulunuz.



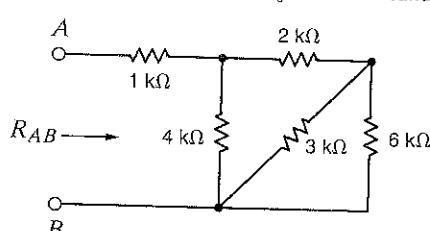
Şekil P2.54

2.55 Şekil P2.55'teki devrede R_{AB} direncini bulunuz.



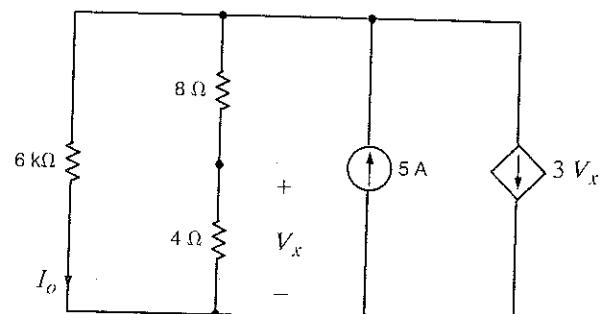
Şekil P2.55

2.56 Şekil P2.56'da verilen devrede I_0 akımını bulunuz.



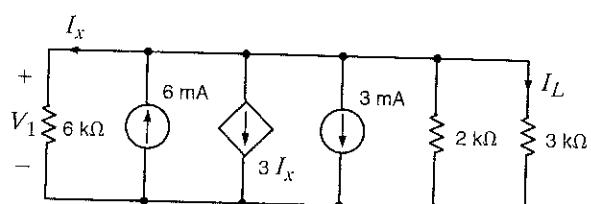
Şekil P2.56

2.52 Şekil P2.52'de verilen devrede I_o akımını bulunuz.



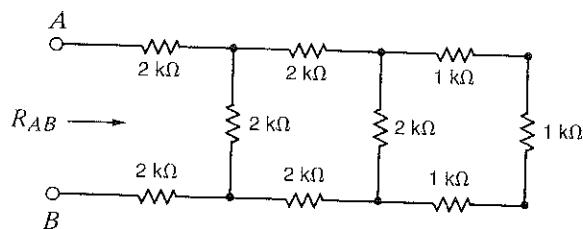
Şekil P2.52

2.53 Şekil P2.53'te verilen devrede I_L akımını belirleyiniz.



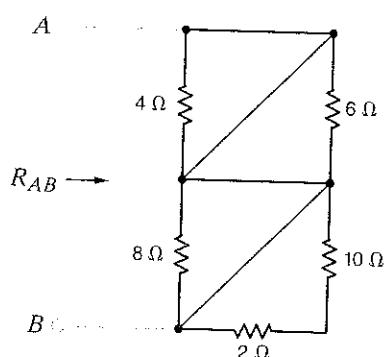
Şekil P2.53

2.57 Şekil P2.57'deki devrede R_{AB} direncini bulunuz.



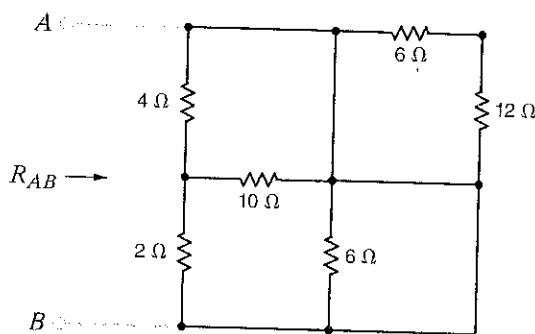
Şekil P2.57

2.58 Şekil P2.58'deki devrede R_{AB} direncini bulunuz.



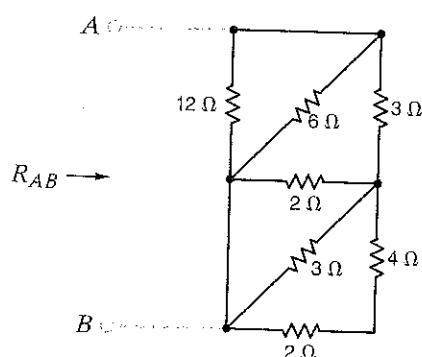
Şekil P2.58

2.59 Şekil P2.59'daki devrede R_{AB} direncini bulunuz.



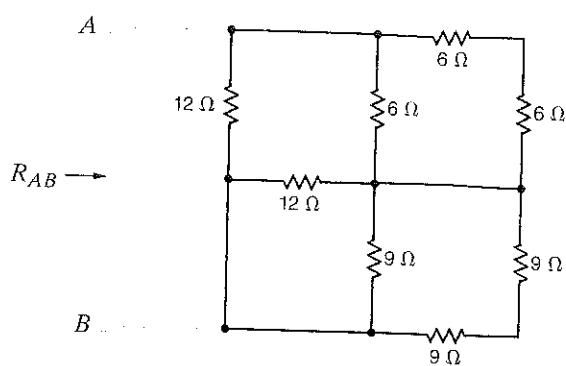
Şekil P2.59

2.60 Şekil P2.60'daki devrede R_{AB} direncini bulunuz.



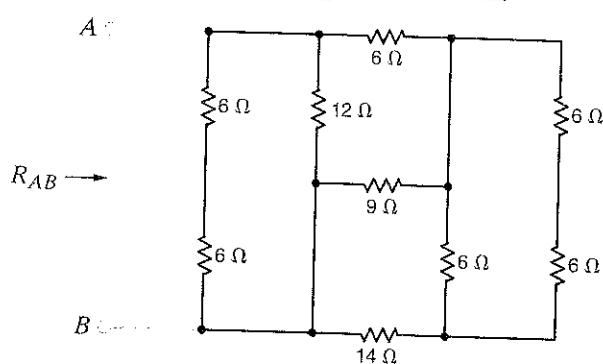
Şekil P2.60

2.61 Şekil P2.61'deki devrede R_{AB} direncini bulunuz.



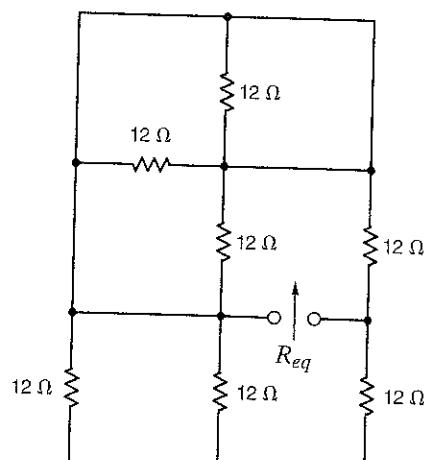
Şekil P2.61

2.62 Şekil P2.62'deki devrede R_{AB} direncini bulunuz.



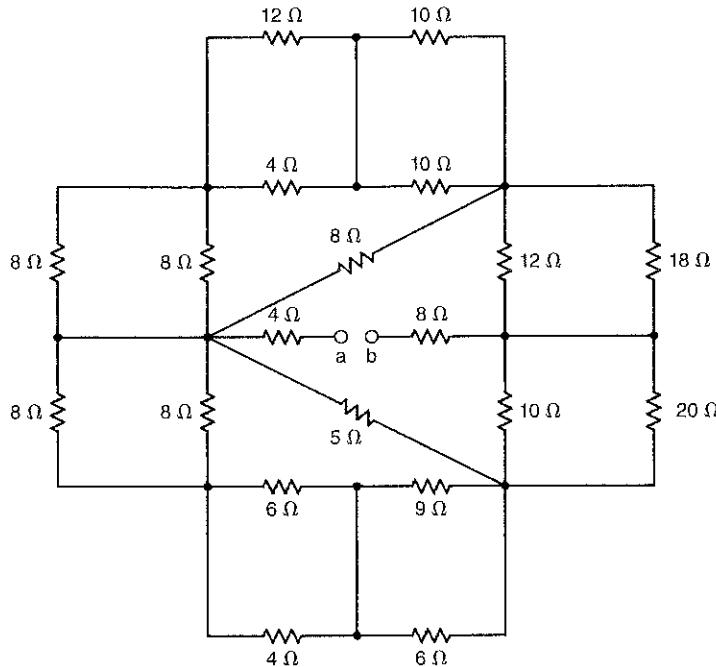
Şekil P2.62

2.63 Şekil P2.63'teki devrede R_{eq} eşdeğer direncini bulunuz.



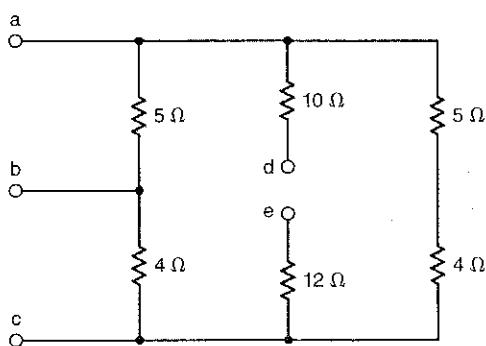
Şekil P2.63

2.64 Şekil P2.64'teki devrede a-b uçları arasında bakıldığından görünen eşdeğer direnci bulunuz.



Şekil P2.64

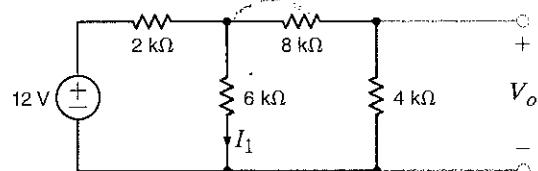
2.65 Şekil 2.65'te verilen direnç konfigürasyonu için aşağıda verilen uçlar arasındaki eşdeğer direnci bulunuz. (1) a ve b (2) b ve c (3) a ve c (4) d ve e (5) a ve e (6) c ve d (7) a ve d (8) c ve e (9) b ve d (10) b ve e



Şekil P2.65

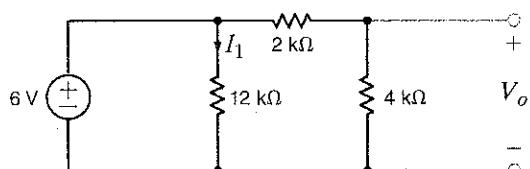
2.66 Üç direnç kullanılarak 17 farklı eşdeğer direnç elde edilebilir. 47Ω , 33Ω ve 15Ω 'luk üç standart direnç kullanarak 17 farklı eşdeğer direnci elde ediniz.

2.67 Şekil P2.67'deki devrede I_1 ve V_o değerlerini bulunuz.



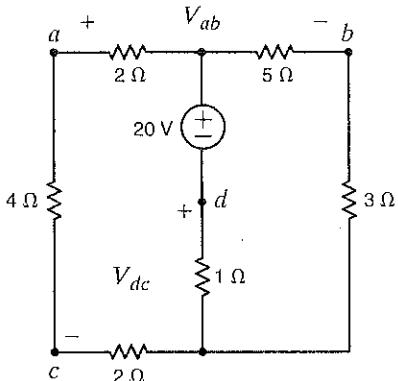
Şekil P2.67

2.68 Şekil P2.68'deki devrede I_1 ve V_o değerlerini bulunuz.



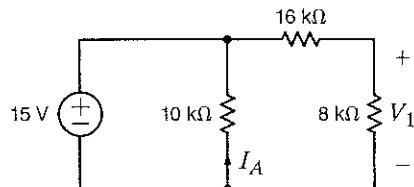
Şekil P2.68

2.69 Şekil P2.69'daki devrede V_{ab} ve V_{dc} gerilimlerini bulunuz.



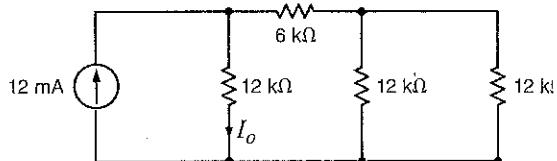
Şekil P2.69

2.70 Şekil P2.70'deki devrede V_1 ve I_A değerlerini bulunuz.



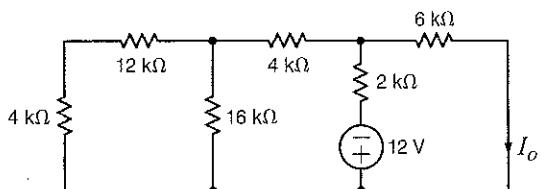
Şekil P2.70

2.71 Şekil P2.71'deki devrede I_I ve V_0 değerlerini bulunuz.



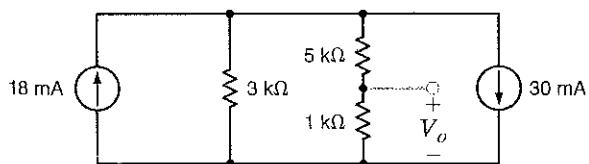
Şekil P2.71

2.72 Şekil P2.72'deki devrede I_0 akımını bulunuz.



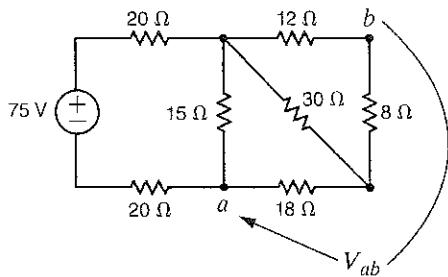
Şekil P2.72

2.73 Şekil P2.73'teki devrede V_0 gerilimini bulunuz.



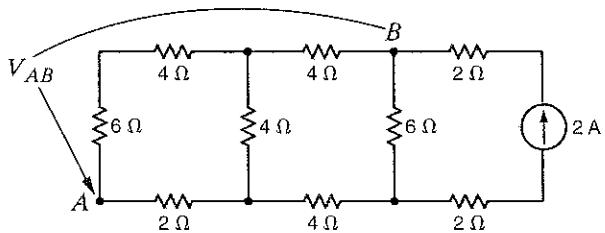
Şekil P2.73

2.74 Şekil P2.74'teki devrede V_{ab} gerilimini bulunuz.



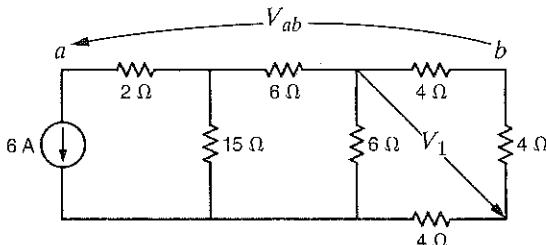
Şekil P2.74

2.75 Şekil P2.75'teki devrede V_{AB} gerilimini bulunuz.



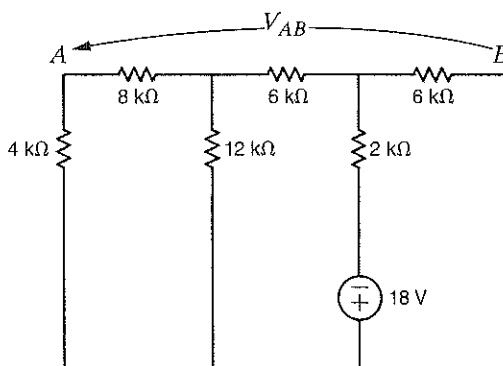
Şekil P2.75

2.76 Şekil P2.76'daki devrede V_{ab} ve V_1 değerlerini bulunuz.



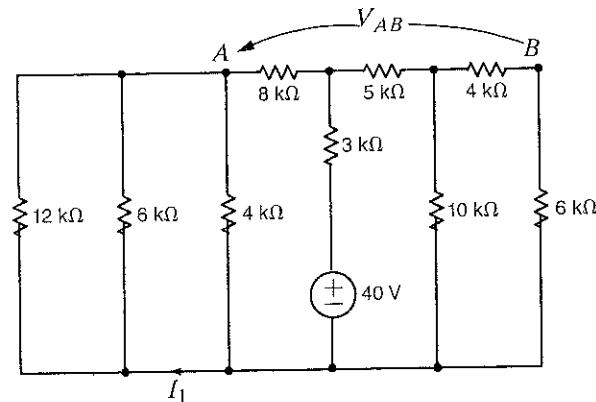
Şekil P2.76

2.77 Şekil P2.77'deki devrede V_{AB} değerlerini bulunuz.



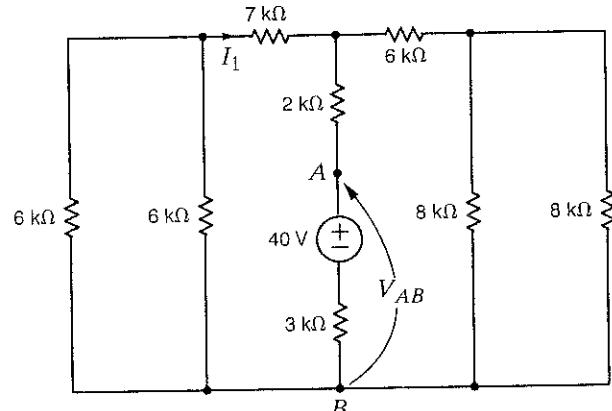
Şekil P2.77

2.78 Şekil P2.78'deki devrede V_{AB} ve I_1 değerlerini bulunuz.



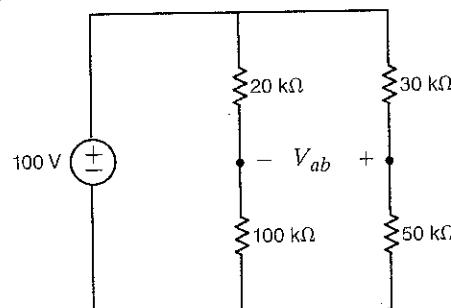
Şekil P2.78

2.79 Şekil P2.79'daki devrede V_{AB} ve I_1 değerlerini bulunuz.



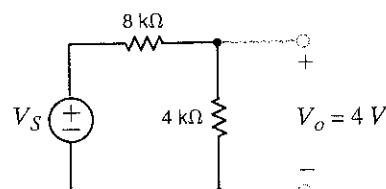
Şekil P2.79

2.80 Şekil P2.80'deki devrede V_{ab} değerini bulunuz.



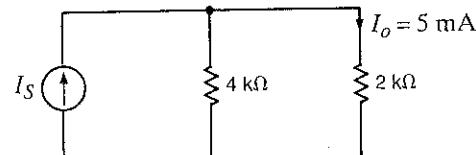
Şekil P2.80

2.81 Şekil P2.81'deki devrede eğer $V_0 = 4V$ ise V_o değerini bulunuz.



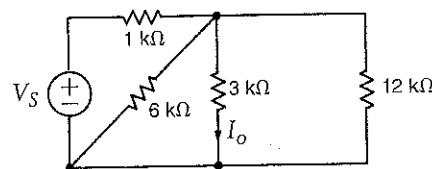
Şekil P2.81

2.82 Şekil P2.82'deki devrede eğer $I_0 = 5\text{mA}$ ise I_S değerini bulunuz.



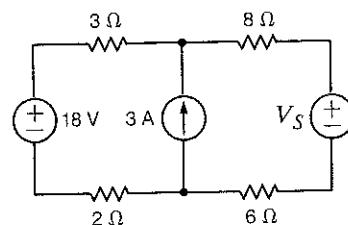
Şekil P2.82

2.83 Şekil P2.83'teki devrede $I_0 = 2\text{mA}$ ise V_s değerini bulunuz.



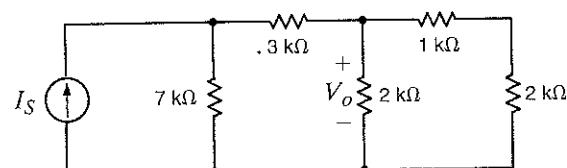
Şekil P2.83

2.84 Şekil P2.84'teki V_s değerini akım kaynağı tarafından sağlanan güç 0 olacak şekilde belirleyiniz



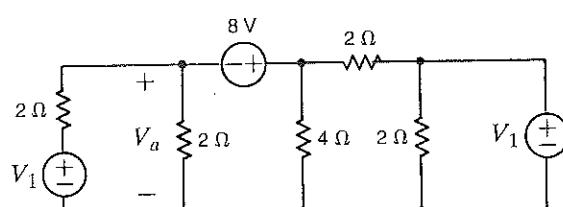
Şekil P2.84

2.85 Şekil P2.85'teki devrede eğer $V_0 = 4\text{V}$ 'dur. I_S değerini bulunuz.



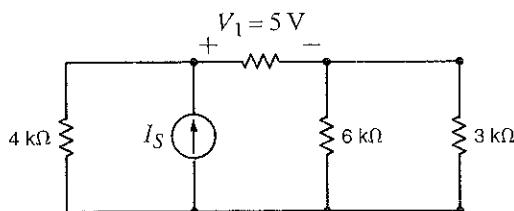
Şekil P2.85

2.86 Şekil P2.86'daki devrede V_a sıfır olacak şekilde V_1 değerini belirleyiniz.



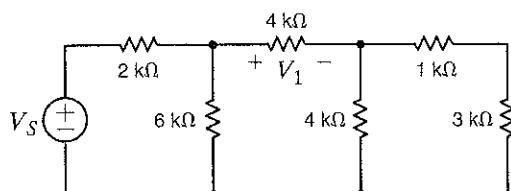
Şekil P2.86

2.87 Şekil P2.87'deki devrede eğer $V_1 = 5$ V'tur. I_S değerini bulunuz.



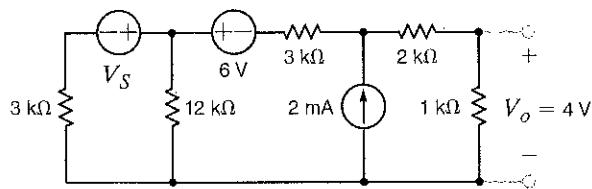
Şekil P2.87

2.88 Şekil P2.88'deki devrede $V_1 = 12$ V'dur. V_s değerini bulunuz.



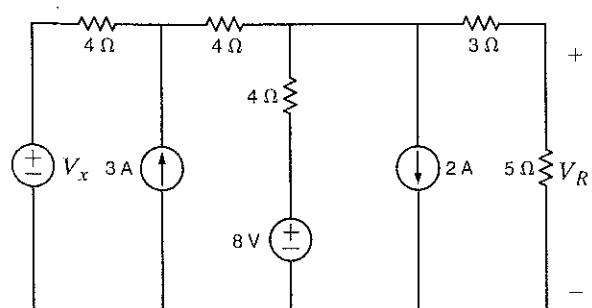
Şekil P2.88

2.89 Şekil P2.89'daki devrede $V_o = 4$ V ise V_s değerini bulunuz.



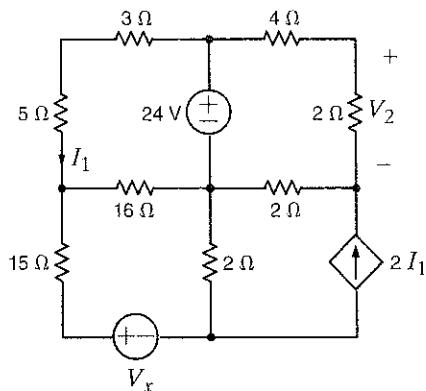
Şekil P2.89

2.90 Şekil P2.90'daki devrede eğer $V_R = 15$ V ise V_x değerini bulunuz.



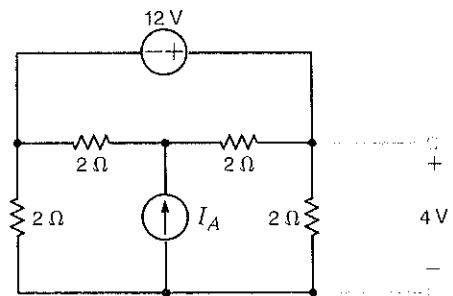
Şekil P2.90

2.91 Şekil P2.91'deki devrede eğer $V_2 = 4$ V ise V_x değerini hesaplayınız.



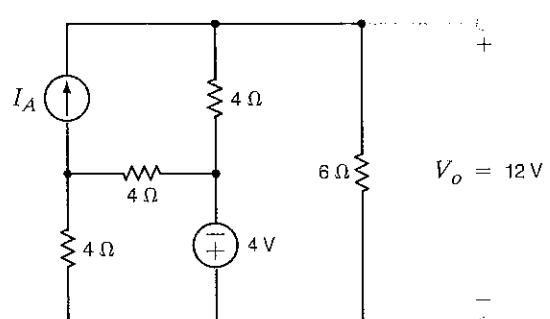
Şekil P2.91

2.92 Şekil P2.92'deki devrede I_A akımının değerini bulunuz.



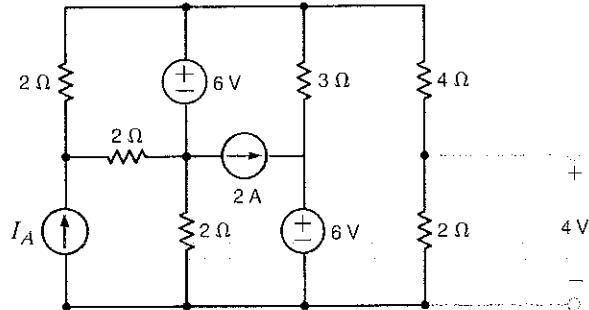
Şekil P2.92

2.93 Şekil P2.93'teki devrede I_A akımının değerini bulunuz.



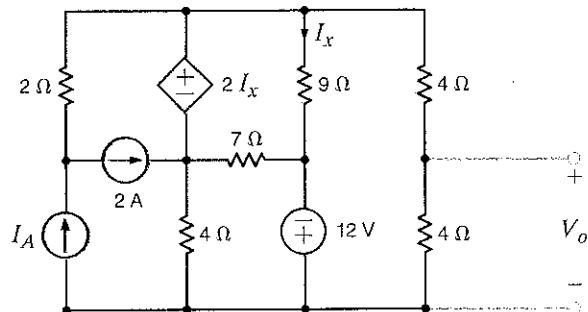
Şekil P2.93

- 2.94 Şekil P2.94'teki devrede akım kaynağıının akımının, I_A , değerini bulunuz.



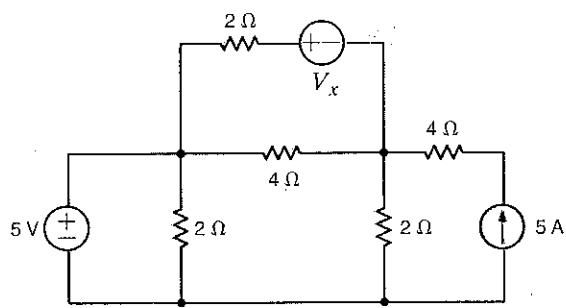
Şekil P2.94

- 2.95 Şekil P2.95'teki devrede $V_o = 12$ V olarak verilmiş ise I_A akımının değerini bulunuz.



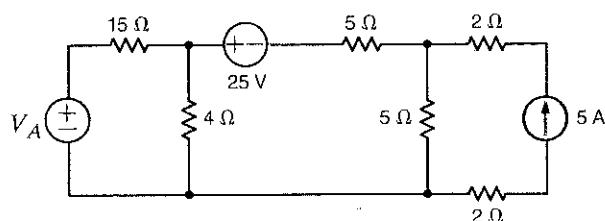
Şekil P2.95

- 2.96 Şekil P2.96'daki devrede V_x 'in değeri 5 A'lık akım kaynağının devreye sağladığı güç 50 W olacak şekilde belirleyiniz.



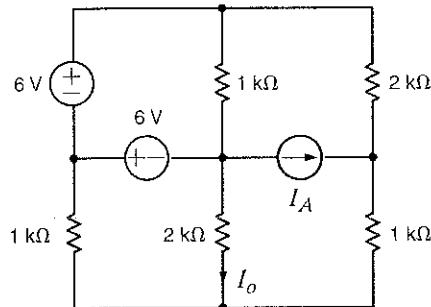
Şekil P2.96

- 2.97 Şekil P2.97'deki devrede 5 A'lık akım kaynağı 150 W güç sağlamaktadır. V_A değerini bulunuz.



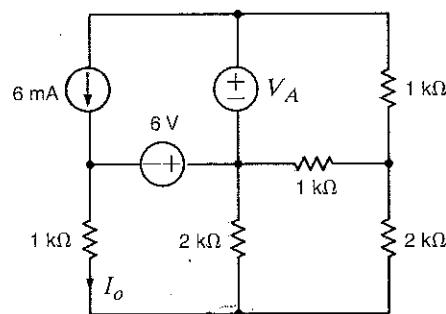
Şekil P2.97

- 2.98 Şekil P2.98'deki devrede $I_o = 2$ mA olarak verilmiş ise I_A değerini bulunuz.



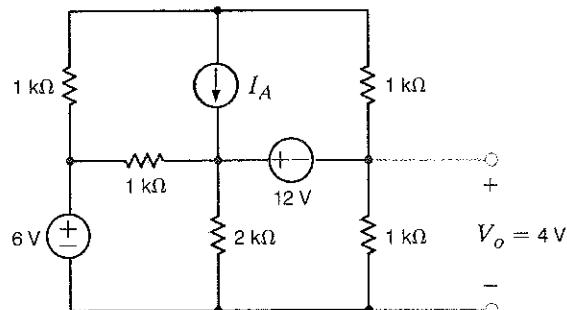
Şekil P2.98

- 2.99 Şekil P2.99'daki devrede $I_o = 2$ mA olarak verilmiş ise V_A değerini bulunuz.



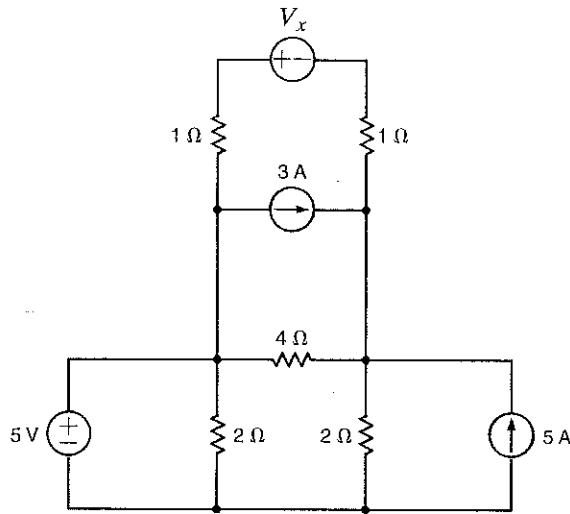
Şekil P2.99

- 2.100 Şekil P2.100'deki devrede V_o verilmişse I_A 'yı bulunuz.



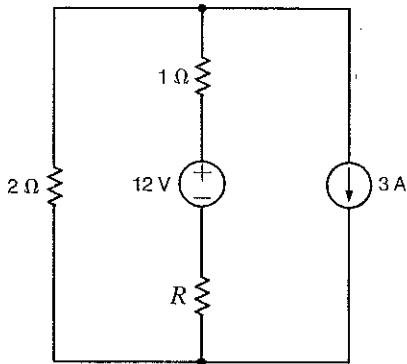
Şekil P2.100

2.101 Şekil P2.101'deki devrede V_x 'in değerini 5 A'lık akım kaynağının devreye sağladığı güç 60 W olacak şekilde belirleyiniz.



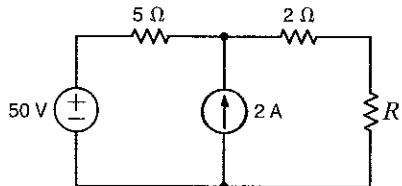
Şekil P2.101

2.102 Şekil P2.102'deki devrede 5A'lık akım kaynağı 12 W güç harcamaktadır. R değerini bulunuz.



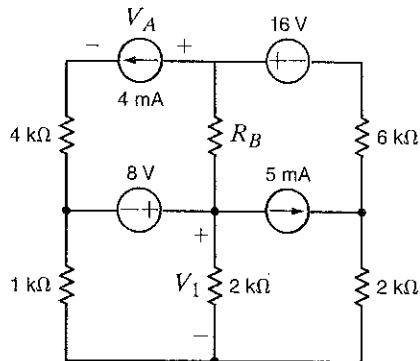
Şekil P2.102

2.103 Şekil P2.103'teki devrede 50 V'luk güç kaynağı 100 W güç sağlıyor ise R değerini bulunuz.



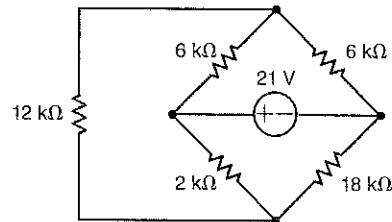
Şekil P2.103

2.104 Şekil P2.104'teki devrede $V_1 = 4$ V olarak verildiğine göre V_A ve R_B değerlerini belirleyiniz.



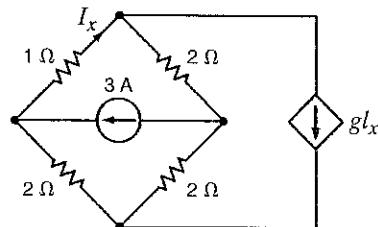
Şekil P2.104

2.105 Şekil P2.105'teki devrede harcanan güçü bulunuz.



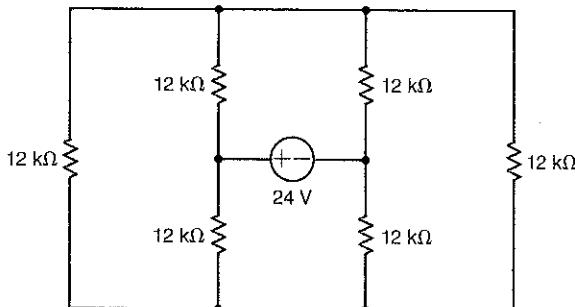
Şekil P2.105

2.106 Şekil P2.106'daki devrede g 'nin değeri ne olmalıdır ki 3 A'lık kaynağı devreye sağladığı güç 20 W olsun?



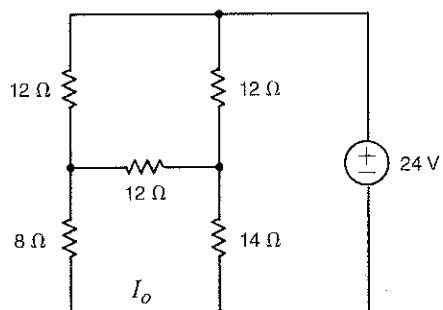
Şekil P2.106

2.107 Şekil P2.107'deki devrede 24 V'luk kaynağın devreye sağladığı gücü belirleyiniz.



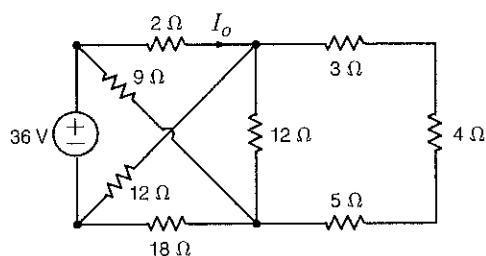
Şekil P2.107

2.108 Şekil P2.108'deki devrede I_o değerini bulunuz.



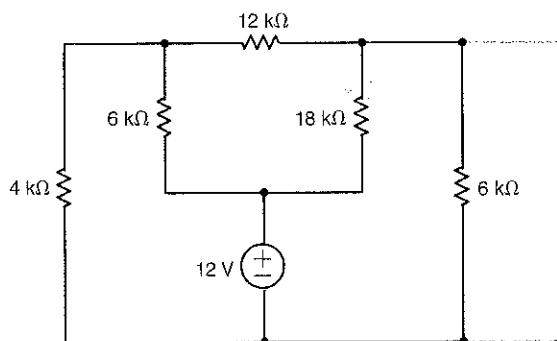
Şekil P2.108

2.109 Şekil P2.109'daki devrede I_o değerini bulunuz.



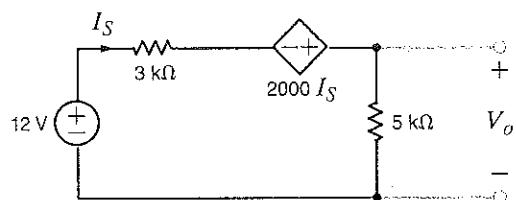
Şekil P2.109

2.110 Şekil P2.110'daki devrede V_o değerini belirleyiniz.



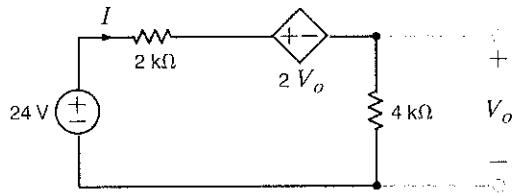
Şekil P2.110

2.111 Şekil P2.111'deki devrede V_o değerini bulunuz.



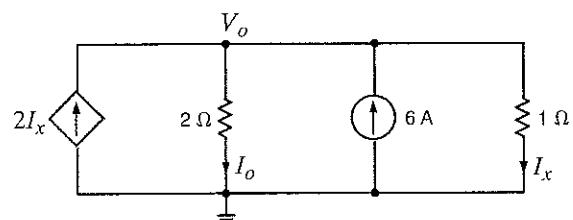
Şekil P2.111

2.112 Şekil P2.112'deki devrede V_o değerini bulunuz.



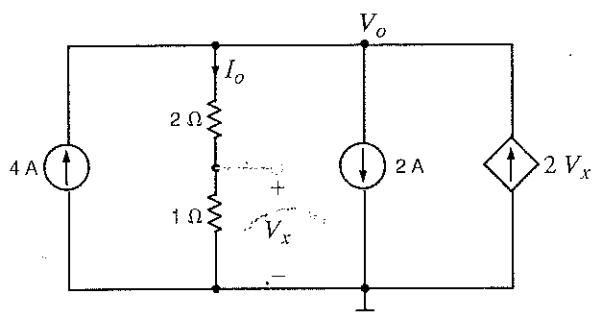
Şekil P2.112

2.113 Şekil P2.113'teki devrede I_o değerini bulunuz.



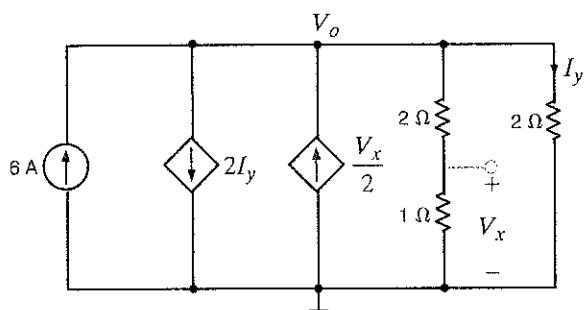
Şekil P2.113

2.114 Şekil P2.114'teki devrede I_o değerini bulunuz.



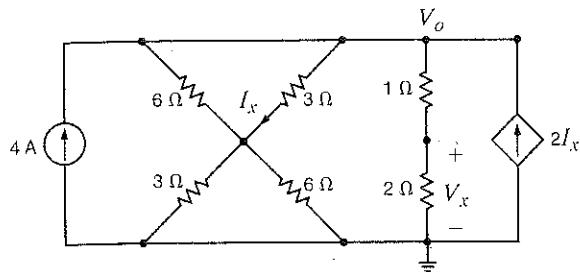
Şekil P2.114

2.115 Şekil P2.115'teki devrede V_o değerini bulunuz.



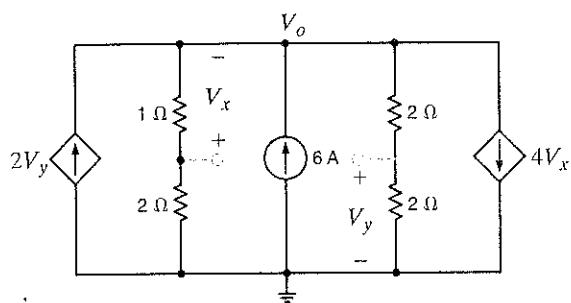
Şekil P2.115

2.116 Şekil P2.116'da verilen devrede V_x gerilimini bulunuz.



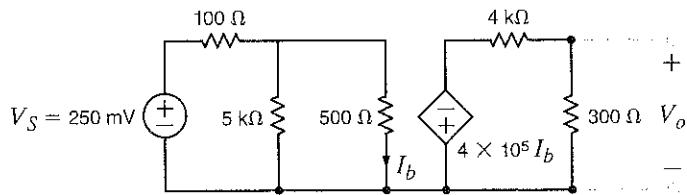
Şekil P2.116

2.117 Şekil P2.117'de verilen devrede V_o gerilimini bulunuz.



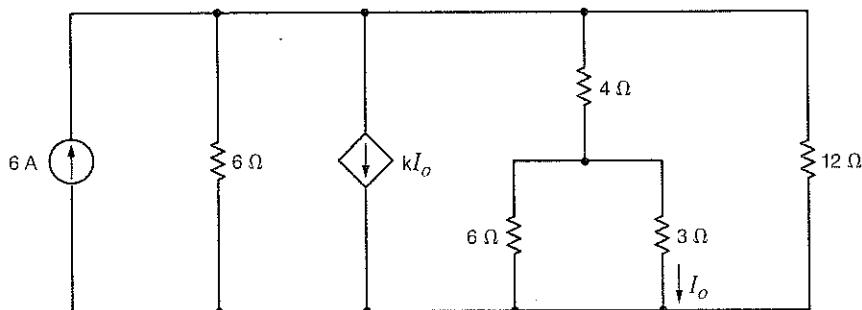
Şekil P2.117

2.120 Şekil P2.120'de tipik bir transistör yükselteç devresi gösterilmektedir. Yükselteç kazancını (çıkış geriliminin giriş gerilimine oranı) bulunuz.



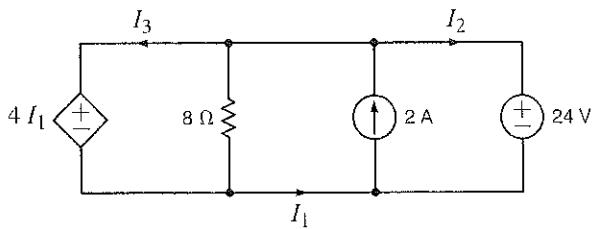
Şekil P2.120

2.121 Şekil P2.121'de verilen devrede 6 A'lık kaynağın sağladığı güçün 108 W olabilmesi için k değerinin ne olması gerektiğini belirleyiniz.



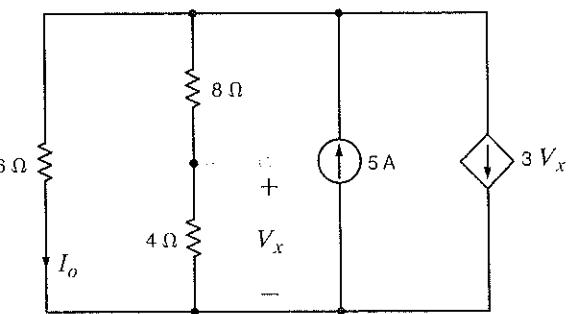
Şekil P2.121

2.118 Şekil P2.118'de verilen devrede I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.



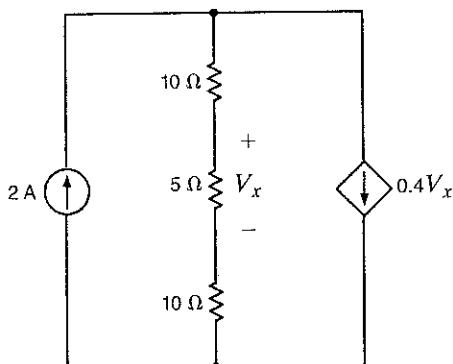
Şekil P2.118

2.119 Şekil P2.119'da verilen devrede I_o akımını bulunuz.



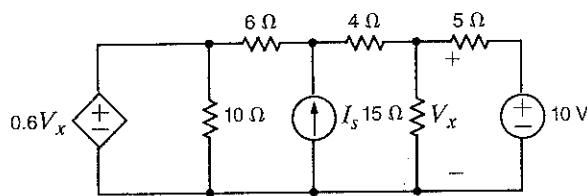
Şekil P2.119

2.122 Şekil P2.122'deki bağımlı akım kaynağının devreye sağladığı güçü bulunuz.



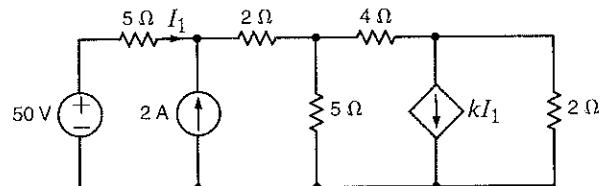
Şekil P2.122

2.123 Şekil P2.123'teki devrede 10 V'luk kaynak 40W harcamaktadır. I_s değerini bulunuz.



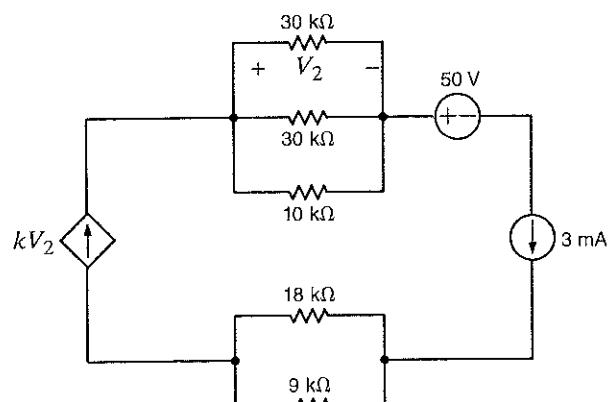
Şekil P2.123

2.124 Şekil P2.124'teki 2A'lık akım kaynağının devreye sağladığı güç 50W'tır. k değerini belirleyiniz.



Şekil P2.124

2.125 Şekil P2.125'teki devrede k değerini belirleyiniz.

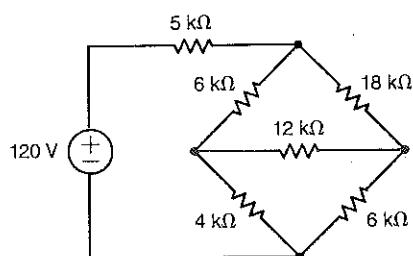


Şekil P2.125

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

2ÇSS-1 Şekil 2ÇSS-1'de kaynak tarafından devreye sağlanan güç nedir?

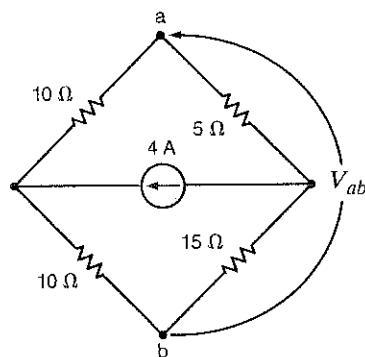
- a. 2.8 W
- b. 1.2 W
- c. 3.6 W
- d. 2.4 W



Şekil 2ÇSS-1

2ÇSS-2 Şekil 2ÇSS-2'de verilen devrede V_{ab} nedir?

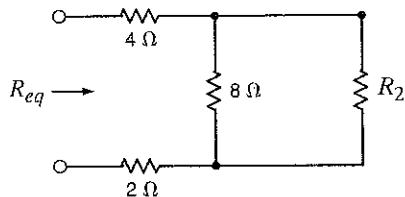
- a. -5 V
- b. 10 V
- c. 15 V
- d. -10 V



Şekil 2ÇSS-2

2ÇSS-3 Şekil 2ÇSS-3'te verilen devrede $R_{eq} = 10.8\Omega$ ise R_2 nedir?

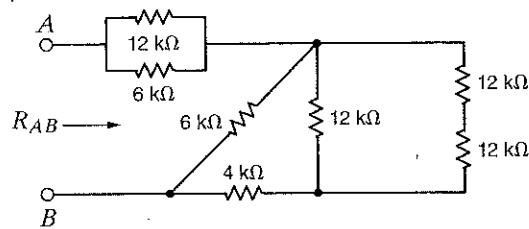
- a. $12\text{ k}\Omega$
- b. $20\text{ k}\Omega$
- c. $8\text{ k}\Omega$
- d. $18\text{ k}\Omega$



Şekil 2ÇSS-3

2ÇSS-4 Şekil 2ÇSS-4'te verilen devrede A-B uçları arasındaki eşdeğer direnci bulunuz.

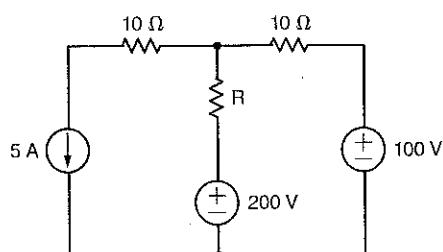
- a. $4\text{ k}\Omega$
- b. $12\text{ k}\Omega$
- c. $8\text{ k}\Omega$
- d. $20\text{ k}\Omega$



Şekil 2ÇSS-4

2ÇSS-5 Şekil 2ÇSS-5'te 100V 'luk kaynak 50W 'lık güç harcamaktadır. R nedir?

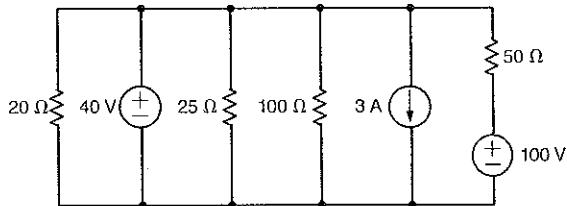
- a. $17.27\text{ }\Omega$
- b. $9.42\text{ }\Omega$
- c. $19.25\text{ }\Omega$
- d. $15.12\text{ }\Omega$



Şekil 2ÇSS-5

2ÇSS-6 Şekil 2ÇSS-6'da 40V 'luk kaynak tarafından sağlanan gücü bulunuz.

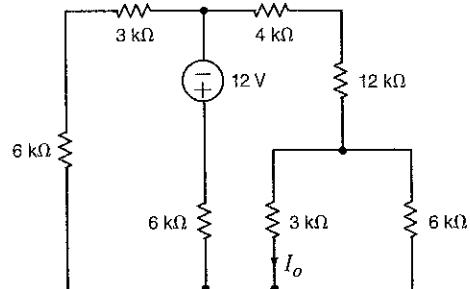
- a. $120\text{ }\Omega$
- b. $232\text{ }\Omega$
- c. $212\text{ }\Omega$
- d. $154\text{ }\Omega$



Şekil 2ÇSS-6

2ÇSS-7 Şekil 2ÇSS-7'deki devrede I_o akımı nedir?

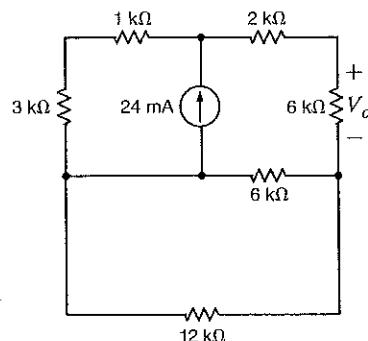
- a. 0.84 mA
- b. -1.25 mA
- c. 2.75 mA
- d. -0.22 mA



Şekil 2ÇSS-7

2ÇSS-8 Şekil 2ÇSS-8'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.

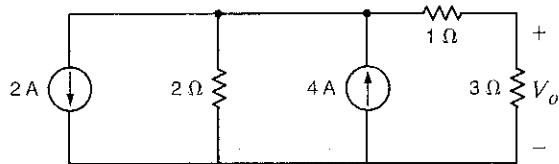
- a. 24 V
- b. 10 V
- c. 36 V
- d. 12 V



Şekil 2ÇSS-8

2ÇSS-9 Şekil 2ÇSS-9'daki devrede V_o gerilimi nedir?

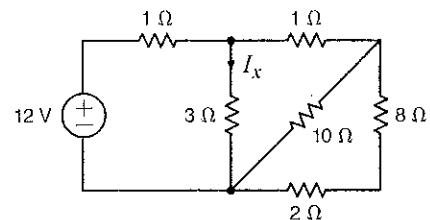
- a. 2 V
- b. 8 V
- c. 5 V
- d. 12 V



Şekil 2ÇSS-9

2ÇSS-10 Şekil 2ÇSS-10'da verilen devrede I_x akımını bulunuz.

- a. 1/2 A
- b. 5/3 A
- c. 3/2 A
- d. 8/3 A



Şekil 2ÇSS-10

BÖLÜM

3

DÜĞÜM VE ÇEVRE ANALİZİ TEKNİKLERİ



UPI/Ed Turner/Boeing/NewsCom'un izniyle

Boeing Dreamliner Tam bir gerçekleşen rüya durumu. Boeing 787 Dreamliner, büyük jet motorlarını orta büyülükte uçaklar ile buluşturdu. Bu yüksek verimli uçak 3000 mil ile 9000 mil arası mesafelerde 210 ila 330 yolcuya keyifli yolculuk yapma şansı verecek. Kullanılan kompozit malzemelerin özelliğinden dolayı bu uçaklar rakiplerine orantı % 20 daha az yakıt gereksinimi gösterdiğinde yüksek verime sahiptir. Altı yıl süren tasarım süreci sonunda, son üretim hattı 2007'de Washington eyaletinde kuruldu ve ilk uçuş 2009 sonrasında gerçekleşti.

Uçağın verimli gövdesinin altında son teknoloji elektronik devreler yatkınlıkta. Açık mimariye dayalı olarak tasarlanan Dreamliner uçağında yer alan bir izleme sistemi, sürekli gözetlem yaparak bakım gerekliliklerini tespit etmekte ve bunları yer istasyonlarındaki bilgisayar sistemlerine iletmektedir. Bu bilgiler genişbant kablosuz iletişim sistemi ile gerçek zamanlı olarak yer istasyonundaki teknisyenlere iletilir. Amaç, mekanik arızaların önceden tahmin edilebildiği, onarımların hızla gerçekleştirilebildiği daha güvenilir bir sisteme sahip olmaktır.

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI

- Birden fazla düğüm ve çevre içeren devrelerde tüm akım ve gerilimleri hesaplayabilme
- Bir devredeki tüm düğüm gerilimlerini belirlemek için Kirchhoff Akım Yasasını (KAY) uygulayarak düğüm analizi yapmayı öğrenme
- Bir devredeki tüm çevrelerin akımlarını belirlemek için Kirchhoff Gerilim Yasasını (KGY) uygulayarak çevre analizi yapmayı öğrenme
- Bir problemi çözmek için bu iki teknikten hangisinin kullanılması gerektiğini belirleme yetkinliğine sahip olma

Uçağın burnundaki türbülans ölçen algılayıcıdan gelen verileri kullanan aktif rüzgâr hafifletici sistem uçağın kanat kapakçıklarını ayarlayarak uçuş kontrolünü kolaylaştırır.

Dreamliner'in tasarımının dayandığı temel fizik yasaları, belli algoritmalarla birlikte bilgisayarlarda etkin bir şekilde uygulanmaktadır. Bu bölümde açıklanacak olan iki temel devre analiz tekniği de aynı yöntemi kullanmaktadır. Düğüm analizi devrelerde düğümlere giren ve çıkan akımların eşitlenmesi temeli üzerine kurulmuştur. Göz veya çevre analizi ise, devrelerdeki kapalı bir yol üzerindeki gerilim yükselme ve düşmenin eşitlenmesi temeli üzerine kurulmuştur. Her iki yöntem de Bölüm 2'de anlatılan temel kuralları kullanmaktadır. Çok sayıda basit denklemler üreten dal daıl inceleme yapma yerine, bu iki yöntem devre topolojisini kullanarak minimum sayıda denklem üretir. Nasıl ki Dreamliner rakiplerini verimlilik ve uçuş mesafesi gibi alanlarda geride bırakmışsa bu iki teknik de çok karmaşık doğrusal devrelerin kolayca çözülmesini sağlarlar.

3.1

Düğüm Analizi

Düğüm analizinde devrede seçilen değişkenler düğüm gerilimleridir. Düğüm gerilimleri devredeki ortak bir noktaya göre tanımlanır. Bir düğüm referans düğüm olarak seçilir ve devredeki diğer tüm düğüm gerilimleri bu referans düğüme göre tanımlanır. Genellikle bu referans düğüm en çok sayıda dalın birleştiği düğümdür. Bu düğüm genellikle *toprak* olarak adlandırılır. Bunun nedeni bu düğümün toprak potansiyelinde (sıfır gerilim) olduğunun kabul edilmesidir. Coğu zaman bu nokta pratik uygulamadaki şaseyi veya toprağı gösterir.

Değişkenlerimizin, yani diğer düğüm gerilimlerimizin, bu referans noktasına göre pozitif gerilime sahip olduğunu varsayıcağız. Eğer gerçekte bir veya daha fazla düğüm gerilimi referans düğüme göre negatif ise analiz işleminin sonucunda bu değişkenler negatif olarak bulunur.

Bir devrede tüm düğüm gerilimlerinin bilinmesinin önemini anlamak için daha önce Şekil 2.32'de verilmiş olan ve Şekil 3.2'de yeniden çizilmiş olan devreyi ele alalım. V_s , V_a , V_b ve V_c gerilimleri \perp toprak simbolü ile işaretlenmiş ve referans olarak seçilmiş olan alt düğüme göre ölçülür. Bundan dolayı referans olarak alınan düğüm 5'e göre düğüm 1'in gerilimi $V_1 = 12$ V, düğüm 2'nin gerilimi $V_2 = 3$ V olur. Eğer bu düğüm gerilimlerinin tümü biliniyorsa, devredeki tüm elemanların üzerindeki gerilimler biliniyor demektir. Dolayısıyla herhangi bir koldaki akım, herhangi bir elemanın çektığı veya devreye verdiği güç kolaylıkla bulunabilir. Örneğin, en soldaki $9\text{k}\Omega$ 'luk direnç üzerindeki gerilim, direncin her iki ucundaki gerilimlerin farkı olacaktır. Yani

$$\begin{aligned}V_1 &= V_s - V_a \\&= 12 - 3 \\&= 9 \text{ V}\end{aligned}$$

Bu denklemler aslında KGY'nin en soldaki çevre üzerine uygulanmasından başka bir şey değildir. Yani

$$-V_3 + V_1 + V_a = 0$$

Benzer bir şekilde

$$V_3 = V_a - V_b$$

ve

$$V_5 = V_b - V_c$$

olduğunu buluruz. Dolayısı ile dirençler üzerindeki akımlar

$$\begin{aligned}I_1 &= \frac{V_1}{9\text{k}} = \frac{V_s - V_a}{9\text{k}} \\I_3 &= \frac{V_3}{3\text{k}} = \frac{V_a - V_b}{3\text{k}} \\I_5 &= \frac{V_5}{9\text{k}} = \frac{V_b - V_c}{9\text{k}}\end{aligned}$$

olar. Ayrıca referans düğüm 5 sıfır gerilime sahip olduğundan

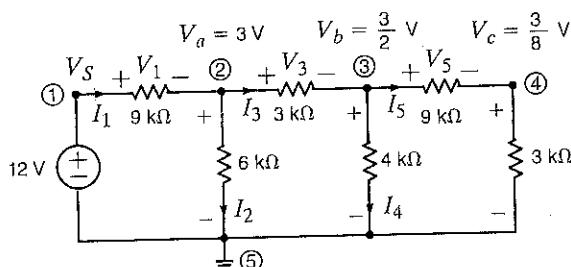
$$I_2 = \frac{V_a - 0}{6\text{k}}$$

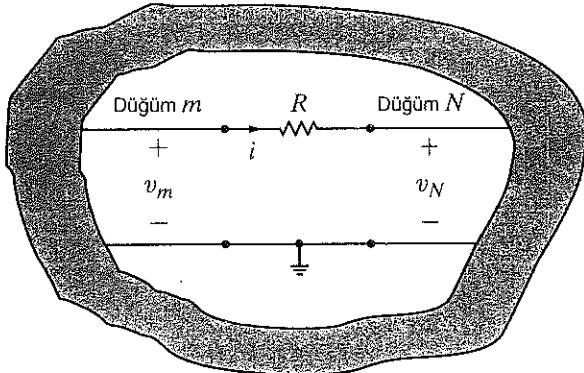
$$I_4 = \frac{V_b - 0}{4\text{k}}$$

olur.

Şekil 3.1

Düğüm gerilimleri bilinen devre.





Şekil 3.2

Çok düğümlü devrelerde
Ohm yasasını açıklamak için
kulanan devre.

Dolayısı ile eğer bir devrede düğüm gerilimlerini biliyorsak, genel kural olarak, direnç elemanlarından geçen akımı Ohm yasasını kullanarak hesaplayabiliriz. Yani Şekil 3.2'de gösterildiği gibi

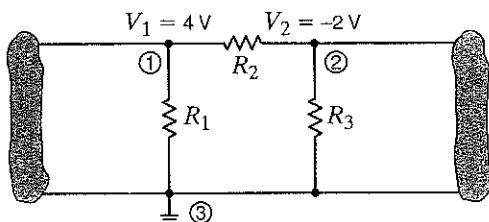
$$i = \frac{v_m - v_N}{R} \quad 3.1$$

Şimdi, bir devredeki tüm düğümlere ait gerilimleri bilmenin önemini gösterdikten sonra bu gerilimleri hesaplama yöntemini belirleyelim. Düğüm analizinde, KAY denklemelerini yazarken devredeki düğümlere ait gerilimleri denklem bilinmeyeni olarak kullanırız. Daha önce işaret ettiğimiz gibi, N düğüme sahip bir devrede düğümlerden birisi referans düğüm olarak seçilir ve geriye kalan $N - 1$ düğüme ait gerilimler bu referans düğüme göre tanımlanır. Devre topolojisini kullanarak $N - 1$ adet bilinmeyen düğüm gerilimini belirlemek için tam olarak $N - 1$ doğrusal bağımsız KAY denkleminin gerekli olduğu gösterilebilir. Bundan dolayı teorik olarak N adet düğüme sahip bir devrede referans düğüm belirlendikten sonra görevimiz geriye kalan $N - 1$ düğümü belirleyip her biri için KAY denklemelerini yazmaktır.

Çok düğümlü devrelerde, bu süreç sonucunda $N - 1$ adet doğrusal denklemden oluşan bir denklem takımı elde edilir. Bu denklemelerdeki $N - 1$ bilinmeyen de $N - 1$ düğüm gerilimidir. Bu konuyu somutlaştırmak için tekrar Örnek 2.5'i ele alalım. Dikkat ederseniz beş düğümlü bu devrede her bir düğüm için bir KAY denklemi yazılarak elde edilen beş denklemden sadece dördü (herhangi dördü) doğrusal olarak bağımsızdır. Dahası bu örnekteki kol akımlarının çoğu (kaynağın akımı hariç) Şekil 3.2'de gösterildiği ve Eş. (3.1)'de verildiği gibi düğüm gerilimleri cinsinden yazılabilir. Böylece, bir sonraki kısımda KAY denklemeleri düğüm gerilimlerini cinsinden yazılmış olur.

Düğüm analizini birçok farklı tipte devre üzerinde uygulamak ve her biri için öne çıkan özellikleri göstererek gerçekleştirmek öğretici olacaktır. En basit örnek ile başlayalım. Ancak, düğüm analizi konusundaki ayrıntılı incelememize başlamadan önce, deneyimlerimiz düğüm gerilimi kavramının tam anlaşılduğundan emin olmanın önemini göstermektedir.

Başlangıç olarak bir referansın belirlenmesi önemlidir. Örneğin, düğüm A'daki geriliminin 12 V olduğunu belirtmek bir referans noktası belirtilmez ise anlamsızdır, yani A düğümündeki gerilim hangi noktaya göre 12 V'tur? Şekil 3.3 birisi referans üç düğüm içeren bir devre parçasını göstermektedir.



Şekil 3.3

Düğüm gerilimlerinin
gösterimi.

$V_1 = 4$ V gerilimi düğüm 1'in referans noktası olan düğüm 3'e göre tanımlanmış gerilimdir. Benzer şekilde, $V_2 = -2$ V gerilimi düğüm 2'nin düğüm 3'e göre tanımlanmış gerilimdir. Ancak, düğüm 1'in düğüm 2'ye göre gerilimi $+6$ V iken, düğüm 2'nin düğüm 1'e göre gerilimi -6 V olur. Ayrıca akım yüksek gerilime sahip düğümden düşük gerilime sahip düğüme doğru aktığından, R_1 üzerindeki akım yukarıdan aşağıya, R_2 üzerindeki akım soldan sağa ve R_3 üzerindeki akım aşağıdan yukarıya doğru olur.

Bu kavramların gerçek yaşamda da önemli karşılıkları vardır. Eğer bir insan bir eli ile bir hattı diğer eli ile diğer hattı tutarak havada asılı olsa ve her iki hat üzerindeki DA gerilim tam olarak birbirine eşit olsa bu şahsın kalbi üzerindeki gerilim sıfır olur ve dolayısıyla zarar görmez. Ancak, bu kişi hattın birini tutarken diğerini bıraksa ve ayağını yere dokundursa bu durumda eli ile ayağı arasında, kalbi ortada olmak üzere, bir DA hat gerilimi oluşur. Şahıs büyük olasılık ile ayağı yere dokunur dokunmaz ölürt.

Yaşadığım kasabada bir genç, kafesinden kaçmış ve bir elektrik hattı üzerinde tünemiş olan muhabbet kuşunu yakalamaya çalıştı. Metal bir merdivene çıkararak bir metal çubuk ile kuşuna ulaştığında metal çubuk elektrik hattına dokundu ve genç oracıkta öldü. Elektrik bizim yaşamımızda kaçınılmaz bir ihtiyaçtır ancak aynı zamanda son derece tehlikelidir. Bu kitapta sunulan bilgi sizin bu konuda uzman/yetkili kılamaz. Bundan dolayı elektrik devreleri ile uğraşırken son derece dikkatli olunuz.

Simdi düğüm analizi konusundaki incelememize başlarken yaklaşımımız basit durumlardan başlayarak aşamalı bir şekilde daha karmaşık konuları ele almak olacaktır. Bu yaklaşımın farklı yönlerini göstermek için kullanılacak çok sayıdaki örnek bizim için bir araç olacaktır. Son olarak bu bölümün bitiminde herhangi bir devreyi düğüm analizi ile incelerken izleyeceğimiz bir stratejinin ana hatlarını vereceğiz.

SADECE BAĞIMSIZ AKIM KAYNAKLARI İÇEREN DEVRELER. Şekil 3.4'te verilen devreyi ele alalım. Bu devre sadece üç düğüme sahip olduğundan, $N - 1 = 3 - 2 = 2$ adet doğrusal olarak bağımsız KAY denkleminin $N - 1 = 2$ adet bilinmeyen düğüm gerilimini çözmek için gerekli olduğunu biliyoruz. Öncelikle alttaki düğümü referans düğüm olarak seçelim ve diğer iki düğümdeki gerilimleri sırası ile v_1 ve v_2 olarak tanımlayalım.

Kollardaki akımların şekil üzerinde işaretlendiği gibi aktığını varsayıyalım. Eğer bir veya daha fazla akım gerçekte kabul edilen yönün tersinde akıyor ise analiz sonucunda bazı akımlar negatif çıkacaktır.

Düğüm 1'e KAY uygulanır ise:

$$-i_A + i_1 + i_2 = 0$$

Ohm yasasını kullanarak ($i = Gv$) ve referans noktasının sıfır gerilime sahip olduğunu göz önünde tutarak

$$-i_A + G_1(v_1 - 0) + G_2(v_1 - v_2) = 0$$

$$(G_1 + G_2)v_1 - G_2v_2 = i_A$$

elde edilir. Düğüm 2'de KAY

$$-i_2 + i_B + i_3 = 0$$

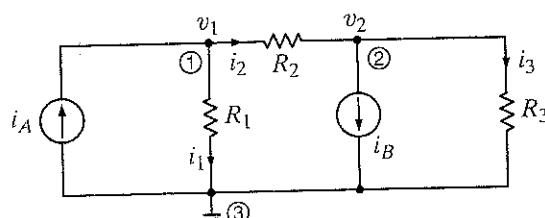
$$-G_2(v_1 - v_2) + i_B + G_3(v_2 - 0) = 0$$

ifadesini verit ki bu

$$-G_2v_1 + (G_2 + G_3)v_2 = -i_B$$

şeklinde ifade edilir.

Şekil 3.4
Üç düğümlü devre.



Dolayısı ile iki bilinmeyen için iki denklem

$$\begin{aligned} (G_1 + G_2)v_1 - G_2v_2 &= i_A \\ -G_2v_1 + (G_2 + G_3)v_2 &= -i_B \end{aligned} \quad 3.2$$

şeklindedir. Görüldüğü gibi, analiz sonucunda v_1 ve v_2 bilinmeyenlerini içeren iki denklem elde edildi. Bu denklemeler herhangi bir klasik yöntem ile çözülebilir. Günümüzde kullanılan hesap makinaları ve kişisel bilgisayarlar bu denklemeleri çözmek için oldukça yeterlidir.

Takip eden kısımlarda bu tür doğrusal denklemeleri çözmek için kullanılabilecek üç yöntemi ele alacağız: Gauss Eleme Yöntemi, matris yöntemi ve MATLAB matematik yazılım paketi. MATLAB paketinin kullanımı oldukça basittir ve uygulamalarla karşılaşıkça MATLAB'ın kullanımını göstereceğiz.

Düğüm 1 ve 2 için KAY denklemleri doğrusal olarak bağımsız iki denklem üretir:

$$\begin{aligned} -i_A + i_1 + i_2 &= 0 \\ -i_2 + i_B + i_3 &= 0 \end{aligned}$$

Üçüncü (referans) düğüm için ise KAY denklemi

$$+i_A - i_1 - i_B - i_3 = 0$$

şeklindedir. Dikkat ederseniz, ilk iki denklemenin toplamı bize üçüncü denklemi vermektedir. Ayrıca bu üç denklemenin herhangi ikisi diğerini elde etmek için kullanılabilir. Dolayısı ile bu $N = 3$ düğümlü devrede sadece $N - 1 = 2$ denklem doğrusal olarak bağımsızdır ve $N - 1 = 2$ bilinmeyen düğüm geriliminin çözümü için gereklidir.

Düğüm analizinde KAY ile Ohm yasasının birlikte kullanıldığına dikkat ediniz. Önce dal akımları için *tahmini yönler* belirlenir. Sonra, Şekil 3.2'de gösterildiği ve Eş. (3.1)'de verildiği gibi Ohm yasası yardımıyla dal akımları bilinmeyen düğüm gerilimleri cinsinden yazılır. Ancak, Ohm yasasını kullanarak eşitliklerimizi yazarken baştan seçtiğimiz akım yönlerine dikkat etmeliyiz.

Şekil 3.4'te verilen devre için şu değerler verilmektedir. $I_A = 1 \text{ mA}$, $R_1 = 12 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$, $I_B = 4 \text{ mA}$, ve $R_3 = 6 \text{ k}\Omega$. Devredeki tüm düğüm gerilimlerini ve dal akımlarını belirleyelim.

Bu problemi, farklı teknikleri göstermek amacıyla hem Gauss eleme yöntemini, hem matris analizi hem de MATLAB kullanarak çözeceğiz. Verilen parametre değerlerini kullanırsak Eş. (3.2)

$$\begin{aligned} V_1 \left[\frac{1}{12\text{k}} + \frac{1}{6\text{k}} \right] - V_2 \left[\frac{1}{6\text{k}} \right] &= 1 \times 10^{-3} \\ -V_1 \left[\frac{1}{6\text{k}} \right] + V_2 \left[\frac{1}{6\text{k}} + \frac{1}{6\text{k}} \right] &= -4 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. Burada gerilimler sabit olduğundan büyük harf notasyonunu kullandık.

Bu denklemeler

$$\frac{V_1}{4\text{k}} - \frac{V_2}{6\text{k}} = 1 \times 10^{-3}$$

$$-\frac{V_1}{6\text{k}} + \frac{V_2}{3\text{k}} = -4 \times 10^{-3}$$

şeklinde yazılabılır. Gauss eleme yöntemini kullanarak ilk denklemenin V_1 bilinmeyenini V_2 cinsinden elde edebiliriz.

$$V_1 = V_2 \left(\frac{2}{3} \right) + 4$$

ÖRNEK

3.1

ÇÖZÜM

Daha sonra bulunan bu değer diğer denklemde yerine yerleştirilerek

$$\frac{-1}{6k} \left(\frac{2}{3} V_2 + 4 \right) + \frac{V_2}{3k} = -4 \times 10^{-3}$$

$$V_2 = -15 \text{ V}$$

elde edilir. Şimdi V_2 için bulunan bu değer V_1 için elde edilen denklemde yerine konularak

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{2}{3} V_2 + 4 \\ &= -6 \text{ V} \end{aligned}$$

elde edilir.

Bu denklemler aynı zamanda matris analizi ile de çözülebilir. Matris denkleminin genel formu
 $\mathbf{GV} = \mathbf{I}$

şeklindedir. Burada:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4k} & -\frac{1}{6k} \\ -\frac{1}{6k} & \frac{1}{3k} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \text{ ve } \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-3} \\ -4 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

Matris denkleminin çözümü ise

$$\mathbf{V} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{I}$$

şeklinde verilir. Dolayısı ile

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4k} & -\frac{1}{6k} \\ -\frac{1}{6k} & \frac{1}{3k} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-3} \\ -4 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

elde edilir. \mathbf{G} matrisinin tersini elde etmek için ek matrise (adjoint) ve determinanta gereksinim vardır. Ek matris

$$\text{Adj } \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3k} & \frac{1}{6k} \\ \frac{1}{6k} & \frac{1}{4k} \end{bmatrix}$$

ve determinant

$$\begin{aligned} |\mathbf{G}| &= \left(\frac{1}{3k} \right) \left(\frac{1}{4k} \right) - \left(\frac{-1}{6k} \right) \left(\frac{-1}{6k} \right) \\ &= \frac{1}{18k^2} \end{aligned}$$

olduğundan çözüm şu biçimde elde edilir:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} &= 18k^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{3k} & \frac{1}{6k} \\ \frac{1}{6k} & \frac{1}{4k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-3} \\ -4 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \\ &= 18k^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{3k^2} - \frac{4}{6k^2} \\ \frac{1}{6k^2} - \frac{1}{k^2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -6 \\ -15 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Düğüm gerilimlerini belirledikten sonra tüm akımlar Ohm yasası kullanılarak

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{-6}{12\text{k}} = -\frac{1}{2} \text{ mA}$$

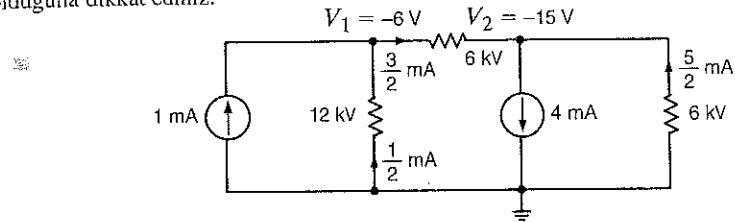
$$I_2 = \frac{V_1 - V_2}{6\text{k}} = \frac{-6 - (-15)}{6\text{k}} = \frac{3}{2} \text{ mA}$$

ve

$$I_3 = \frac{V_2}{6\text{k}} = \frac{-15}{6\text{k}} = -\frac{5}{2} \text{ mA}$$

şeklinde hesaplanır.

Şekil 3.5 elde edilen tüm çözümleri göstermektedir. Her düğümde KAY'nın sağlanmakta olduğuna dikkat ediniz.



Şekil 3.5

Örnek 3.1'de kullanılan devre.

Şimdi Şekil 3.6'da verilen devreyi analiz edelim. Akım yönleri devrede gösterildiği gibi kabul edilmiştir.

Bu devrede dört düğüm vardır. Devrenin altındaki düğüm referans düğüm olarak seçilmişdir ve toprak simbolü ile işaretlenmiştir. $N = 4$ olduğundan v_1, v_2 ve v_3 olarak işaretlenmiş üç bilinmeyen düğüm gerilimlerini belirlemek için $N - 1 = 3$ doğrusal olarak bağımsız KAY denklemine gereksinim vardır.

Düğüm 1'de KAY

$$i_1 - i_A + i_2 - i_3 = 0$$

$$\frac{v_1}{R_1} - i_A + \frac{v_1 - v_2}{R_2} - \frac{v_3 - v_1}{R_3} = 0$$

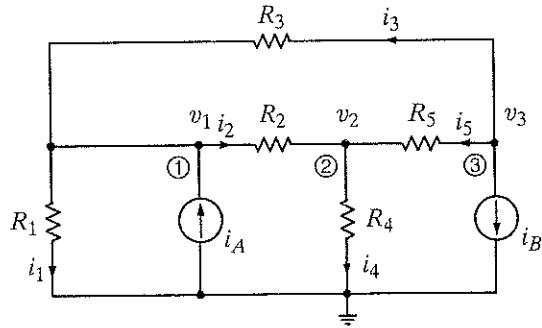
$$v_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - v_2 \frac{1}{R_2} - v_3 \frac{1}{R_3} = i_A$$

denklemini verir. Düğüm 2'de

$$-i_2 + i_4 - i_5 = 0$$

$$-\frac{v_1 - v_2}{R_2} + \frac{v_2}{R_4} - \frac{v_3 - v_2}{R_5} = 0$$

$$-v_1 \frac{1}{R_2} + v_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - v_3 \frac{1}{R_5} = 0$$



Şekil 3.6

Dört düğümlü devre.

Düğüm 3'te

$$i_3 + i_5 + i_B = 0$$

$$\frac{v_3 - v_1}{R_3} + \frac{v_3 - v_2}{R_5} + i_B = 0$$

$$-v_1 \frac{1}{R_3} - v_2 \frac{1}{R_5} + v_3 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right) = -i_B$$

elde edilir. Bu denklemler gruplandırılır ise

$$v_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - v_2 \frac{1}{R_2} - v_3 \frac{1}{R_3} = i_A$$

$$-v_1 \frac{1}{R_2} + v_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - v_3 \frac{1}{R_5} = 0 \quad 3.3$$

$$-v_1 \frac{1}{R_3} - v_2 \frac{1}{R_5} + v_3 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right) = -i_B$$

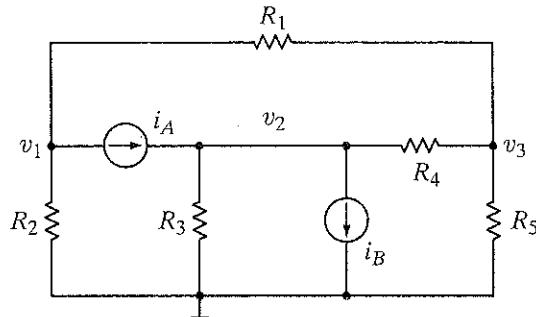
elde edilir. Dikkat ederseniz bu analiz sonucunda v_1 , v_2 ve v_3 bilinmeyenlerine bağlı doğrusal olarak bağımsız üç denklem elde edilmiştir. Denklemler matris formunda da yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5} \\ -\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_A \\ 0 \\ -i_B \end{bmatrix} \quad 3.4$$

Bu noktada ele aldığımız iki devreyi tanımlayan denklemlerdeki simetrik yapıya dikkat çekmek istiyoruz. Her iki denklem (3.2) ve (3.3) aynı formda simetriye sahiptir. Her iki devre için de \mathbf{G} matrisi simetrik bir matristir. Bu simetri tescidüfü değildir. Sadece direnç ve bağımsız kaynaklar içeren devreler için yazılan düğüm denklemlerinin yapısı her zaman bu simetriye sahiptir. Bu özellik sayesinde, devreye sadece göz atarak bu denklemleri yazabiliyoruz. (3.2) denklem takımındaki ilk denklemde v_1 düğüm geriliminin katsayısı, 1 numaralı düğüme bağlı tüm dirençlerin iletkenliklerin toplamıdır. Aynı denklemde v_2 düğüm geriliminin katsayısı ise, düğüm 1 ve 2 arasındaki iletkenliklerin ters işaretlisi eşittir. Denklemin sağ tarafı ise, düğüm 1'e akım kaynaklarından gelen akımların toplamıdır. Bu denklem düğüm 1'de KAY analizi ile elde edilen denklemdir. (3.2)'deki ikinci denklemde, v_2 düğüm geriliminin katsayısı 2 numaralı düğüme bağlı tüm dirençlerin iletkenliklerin toplamı, v_1 geriliminin katsayıısı düğüm 1 ve 2 arasına bağlı iletkenliklerin toplamının negatifisi ve eşitliğin sağ tarafı düğüm 2'ye akım kaynakları tarafından sağlanan akımların toplamıdır. Bu denklem düğüm 2'de KAY analizi ile elde edilen denklemdir. Benzer şekilde, (3.3) setindeki ilk denklemde v_1 'in katsayıısı düğüm 1'e bağlı tüm iletkenliklerin toplamı, v_2 'nin katsayıısı düğüm 1 ve 2 arasına bağlı tüm iletkenliklerin toplamının negatifisi, v_3 'ün katsayıısı düğüm 3 ve düğüm 1 arasına bağlı tüm iletkenliklerin toplamının negatifisi ve eşitliğin sağ tarafı akım kaynakları tarafından düğüm 1'e sağlanan akımların toplamına eşittir. (3.3)'teki diğer iki denklem de benzer şekilde elde edilir. Genel olarak gerilimi v_j olan bir j düğümüne KAY uygulandığında v_j geriliminin katsayıısı j düğümüne bağlı tüm iletkenliklerin toplamı, diğer düğüm gerilimlerinin katsayıları da (örneğin v_{j-1} , v_{j+1}) bu düğümler ile j düğümü arasında bağlı iletkenliklerin toplamının negatifidir. Denklemin sağ tarafı ise, düğüme bağlı akım kaynaklarından o düğüme gelen akımların toplamıdır. Bundan dolayı denklemin sol tarafı düğüm j 'den çıkan akımların toplamını temsil eder iken denklemin sağ tarafı düğüm j 'ye giren akımların toplamını gösterir.

Şimdi, gözlem yoluyla düğüm denklemlerini yazma tekniğini Şekil 3.7'deki devreye uygulayalım. Daha sonra MATLAB'ı kullanarak aşağıda verilen parametreler için düğüm gerilimlerini belirleyelim.

$$R_1 = R_2 = 2 \text{ k}\Omega, R_3 = R_4 = 4 \text{ k}\Omega, R_5 = 1 \text{ k}\Omega, i_A = 4 \text{ mA} \text{ ve } i_B = 2 \text{ mA.}$$



Önce gözlem yoluyla denklemleri yazalım:

$$\begin{aligned} v_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - v_2(0) - v_3\left(\frac{1}{R_1}\right) &= -i_A \\ -v_1(0) + v_2\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) - v_3\left(\frac{1}{R_4}\right) &= i_A - i_B \\ -v_1\left(\frac{1}{R_1}\right) - v_2\left(\frac{1}{R_4}\right) + v_3\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right) &= 0 \end{aligned}$$

Bu denklemler doğrudan matris formunda da yazılabılır:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & 0 & -\frac{1}{R_1} \\ 0 & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ -\frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_A \\ i_A - i_B \\ 0 \end{bmatrix}$$

Hem denklemler ve hem de G matrisi, sadece direnç ve bağımsız kaynak içeren tüm devrelerde olduğu gibi, simetrik yapıdadır.

Eğer eleman değerleri yerine yerleştirilir ise matris denklemi

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k} & 0 & -\frac{1}{2k} \\ 0 & \frac{1}{4k} + \frac{1}{4k} & -\frac{1}{4k} \\ -\frac{1}{2k} & -\frac{1}{4k} & \frac{1}{2k} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{1k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.004 \\ 0.002 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.001 & 0 & -0.0005 \\ 0 & 0.0005 & -0.00025 \\ -0.0005 & -0.00025 & 0.00175 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.004 \\ 0.002 \\ 0 \end{bmatrix}$$

hâline dönüşür. Bu denklem $Gv = i$ yapısındadır. Bundan dolayı $v = G^{-1}i$ olur. Gerekli işlemler yapılarak çözümler şu biçimde elde edilir:

$$v_1 = -4.3636 \text{ V}$$

$$v_2 = 3.6364 \text{ V}$$

$$v_3 = -0.7273 \text{ V}$$

ÖRNEK

3.2

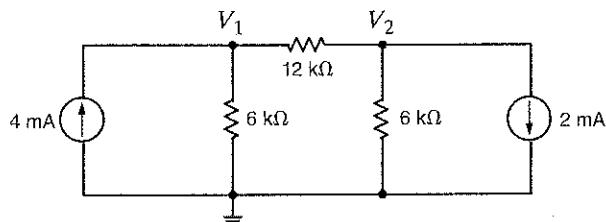
Şekil 3.7

Örnek 3.2'de kullanılan devre.

ÇÖZÜM

DÜĞÜM DENKLEMİ İÇERİLEN DEVRELER

E3.1 Şekil E3.1'de verilen devre için düğüm denklemelerini yazınız.



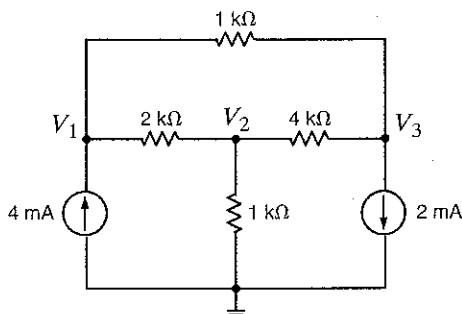
Şekil E3.1

YANIT:

$$\frac{1}{4k}V_1 - \frac{1}{12k}V_2 = 4 \times 10^{-3},$$

$$\frac{-1}{12k}V_1 + \frac{1}{4k}V_2 = -2 \times 10^{-3}.$$

E3.2 Şekil E3.2'de verilen devrede düğüm gerilimlerini MATLAB kullanarak bulunuz.



Şekil E3.2

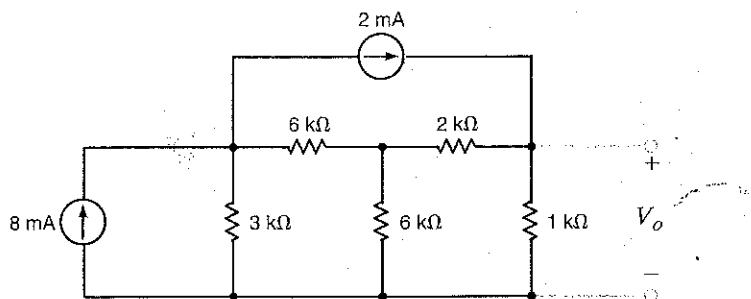
YANIT: $V_1 = 5.4286$ V,

$V_2 = 2.000$ V,

$V_3 = 3.1429$ V.

E3.3 Şekil E3.3'te V_o gerilimini bulmak için düğüm analizi tekniğini uygulayınız.

YANIT: $V_o = 2.79$ V.



Şekil E3.3

BAĞIMLI KAYNAKLAR İÇEREN DEVRELER. Bağımlı kaynakların varlığı devreyi tanımlayan düğüm denklemelerindeki simetrik yapıyı bozabilir. Şekil 3.8'de verilen ve bağımlı bir akım kaynağı içeren devreyi ele alalım. KAY denklemi referans düğüm dışındaki düğümler için

$$\beta i_o + \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} = 0$$

$$\frac{v_2 - v_1}{R_2} + i_o - i_A = 0$$

şeklindedir. Burada $i_o = v_2/R_3$ biçimindedir. Denklemi basitleştirelim

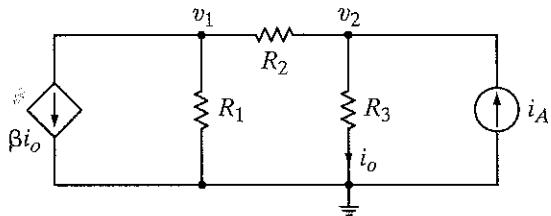
$$(G_1 + G_2)v_1 - (G_2 - \beta G_3)v_2 = 0$$

$$-G_2v_1 + (G_2 + G_3)v_2 = i_A$$

elde edilir. Bu denklemler matris yapısında ifade edilebilir:

$$\begin{bmatrix} (G_1 + G_2) & -G_2 - \beta G_3 \\ -G_2 & (G_2 + G_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ i_A \end{bmatrix}$$

Dikkat ederseniz bağımlı kaynağı varlığı denklemlerdeki simetriyi yok etmiştir.



Şekil 3.8

Bağımlı bir kaynak içeren devre.

Şekil 3.8'de verilen devre için aşağıdaki değerleri kullanarak düğüm gerilimlerini bulalım:

$$\begin{aligned} \beta &= 2 & R_2 &= 6 \text{ k}\Omega & i_A &= 2 \text{ mA} \\ R_1 &= 12 \text{ k}\Omega & R_3 &= 3 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Bu değerlerin kullanılması durumunda

$$\begin{aligned} \frac{1}{4k}V_1 + \frac{1}{2k}V_2 &= 0 \\ -\frac{1}{6k}V_1 + \frac{1}{2k}V_2 &= 2 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

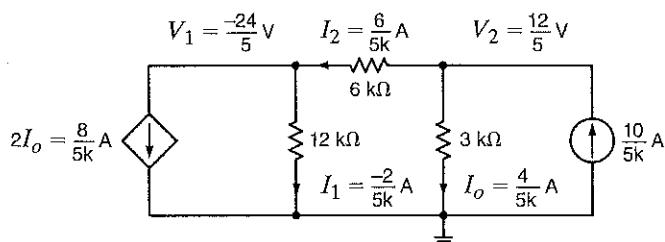
denklemleri elde edilir. Bu denklemlerin bilinen herhangi bir yöntem ile çözümü $V_1 = -24/5 \text{ V}$ ve $V_2 = 12/5 \text{ V}$ sonuçlarını verir. Bu denklemlerin doğruluğunu dördüncü düğümlerdeki akımları belirleyerek ve daha sonra da bu bilgiye dayanarak tüm düğümlerde KAY'nın sağlanıp sağlanmadığını bakarak kontrol edebiliriz. Örneğin, R_3 üzerinde yukarıdan aşağıya akan akımı bulalım:

$$I_o = \frac{V_2}{R_3} = \frac{12/5}{3k} = \frac{4}{5k} \text{ A}$$

Benzer şekilde R_2 üzerinde sağdan sola akım şu biçimde bulunur:

$$I_2 = \frac{V_2 - V_1}{R_2} = \frac{12/5 - (-24/5)}{6k} = \frac{6}{5k} \text{ A}$$

Tüm sonuçlar Şekil 3.9'da gösterilmiştir. KAY'nın tüm düğümlerde sağlanmakta olduğuna dikkat edin.



ÇÖZÜM

ÖRNEK 3.3

Şekil 3.9

Örnek 3.3'te kullanılan devre.

ÖRNEK

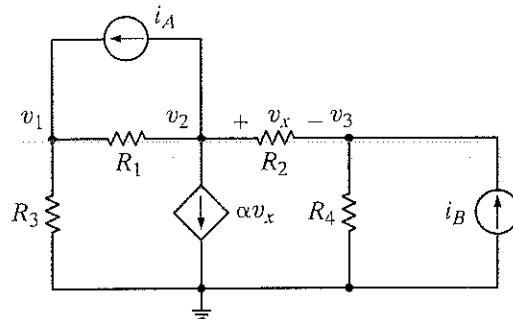
3.4

Şekil 3.10'da verilen devrenin düğüm gerilimlerini bulmak için gerekli doğrusal olarak bağımsız denklem takımını elde edelim. Daha sonra MATLAB yardımıyla aşağıdaki eleman değerlerini kullanarak düğüm gerilimlerini belirleyelim.

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega, R_2 = R_3 = 2 \text{ k}\Omega, R_4 = 4 \text{ k}\Omega, i_A = 2 \text{ mA}, i_B = 4 \text{ mA} \text{ ve } \alpha = 2.$$

Şekil 3.10

Gerilim bağımlı akım kaynağı içeren devre.



KAY'nın referans düğümü dışındaki düğümlerde uygulanması sonucunda

$$\begin{aligned} G_3 v_1 + G_1(v_1 - v_2) - i_A &= 0 \\ i_A + G_1(v_2 - v_1) + \alpha v_x + G_2(v_2 - v_3) &= 0 \\ G_2(v_3 - v_2) + G_4 v_3 - i_B &= 0 \end{aligned}$$

elde edilir. Burada: $v_x = v_2 - v_3$. Bu denklemler basitleştirilerek

$$\begin{aligned} (G_1 + G_3)v_1 - G_1v_2 &= i_A \\ -G_1v_1 + (G_1 + \alpha + G_2)v_2 - (\alpha + G_2)v_3 &= -i_A \\ -G_2v_2 + (G_2 + G_4)v_3 &= i_B \end{aligned}$$

elde edilir. Verilen eleman değerleri kullanılarak denklem

$$\left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{1k} + \frac{1}{2k} & -\frac{1}{k} & 0 \\ -\frac{1}{k} & \frac{1}{k} + 2 + \frac{1}{2k} & -\left(2 + \frac{1}{2k}\right) \\ 0 & -\frac{1}{2k} & \frac{1}{2k} + \frac{1}{4k} \end{array} \right] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.002 \\ -0.002 \\ 0.004 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{ccc} 0.0015 & -0.001 & 0 \\ -0.001 & 2.0015 & -2.0005 \\ 0 & -0.0005 & 0.00075 \end{array} \right] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.002 \\ -0.002 \\ 0.004 \end{bmatrix}$$

şekline dönüştürülür. Görüldüğü gibi düğüm analizi sonucunda elde edilen denklem $Gv = i$ formundadır ve $v = G^{-1}$ işleminin uygulanması ile

$$v_1 = 11.9940 \text{ V}$$

$$v_2 = 15.9910 \text{ V}$$

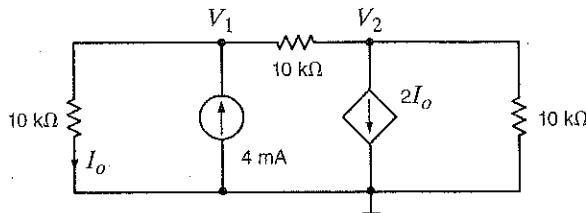
$$v_3 = 15.9940 \text{ V}$$

elde edilir.

Öğrendiklerinizi Sınavyalım

E3.4 Şekil E3.4'te verilen devrede düğüm gerilimlerini bulunuz.

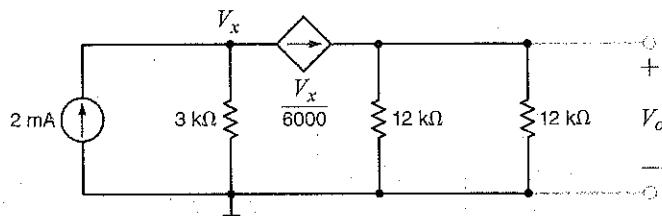
YANIT: $V_1 = 16 \text{ V}$,
 $V_2 = -8 \text{ V}$.



Şekil E3.4

E3.5 Şekil E3.5'te verilen devrede V_o gerilimini bulunuz

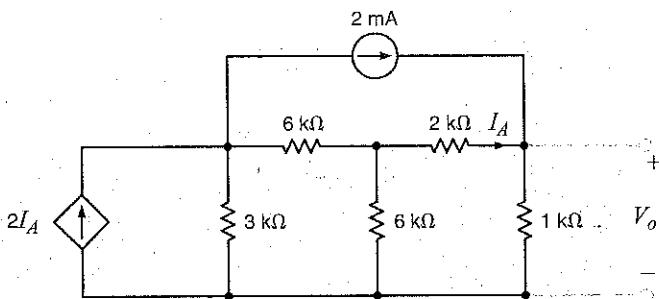
YANIT: $V_o = 4 \text{ V}$.



Şekil E3.5

E3.6 Şekil 3.6'da V_o gerilimini düğüm analizi ile bulunuz.

YANIT: $V_o = 0.952 \text{ V}$.



Şekil E3.6

BAĞIMSIZ GERİLİM KAYNAKLARI İÇEREN DEVRELER Daha önce yaptığımız gibi, bu konunun tartışılmamasında da basit durumlardan daha karmaşık durumlara doğru ilerleyeceğiz. En basit durum bağımsız bir gerilim kaynağının bir düğüme bağlı olduğu durumdur. Aşağıdaki örnek bu durumu ele almaktadır.

Şekil 3.11a'da verilen devreyi ele alalım. Tüm düğüm gerilimlerini ve dal akımlarını belirleyelim:

Bu devre V_1 , V_2 ve V_3 olarak etiketlendirilmiş, referans olmayan üç adet düğüme ait gerilim içermektedir. Daha önceki tartışmalarımıza dayanarak, tüm düğüm gerilimlerini bulabilmek amacıyla referans olmayan düğümlerin her biri için KAY denklemlerini yazmamız gerektiğini kabul edebilirdik. Bunun sonucunda elde edilen doğrusal olarak bağımsız üç denklem, aranan bilinmeyen düğüm gerilimlerini verirdi. Ancak, dikkat edilirse referans düğüm olmayan iki düğümlle referans düğüm arasında birer tane bağımsız gerilim kaynağı bağlanmıştır. Dolayısıyla, V_1 ve V_3 gerilimleri bilinmektedir. $V_1 = 12 \text{ V}$ ve $V_3 = -6 \text{ V}$ 'tur. Dahası $9 \text{k}\Omega$ 'luk direnç üzerinden soldan sağa geçen akım $[12 - (-6)]/9\text{k} = 2 \text{ mA}$ olur. Biz V_2 ve diğer dirençler üzerinden geçen akımları bilmiyoruz. Ancak, sadece bir düğüm gerilimi bilinmediğinden tek bir düğüm denklemi ile bu gerilim bulunabilir. KAY ortadaki düğüme uygulandığında

ÖRNEK

ÇÖZÜM

3.5

[ipucu]

Bir referans düğüm ile referans olmayan düğüm arası na bağımsız bir gerilim kaynağı bağlandığında referans olmayan düğümün gerilimi bellişenmiş olur.

$$\frac{V_2 - V_1}{12k} + \frac{V_2 - 0}{6k} + \frac{V_2 - V_3}{12k} = 0 \text{ veya } \frac{V_2 - 12}{12k} + \frac{V_2}{6k} + \frac{V_2 - (-6)}{12k} = 0$$

elde edilir ki buradan

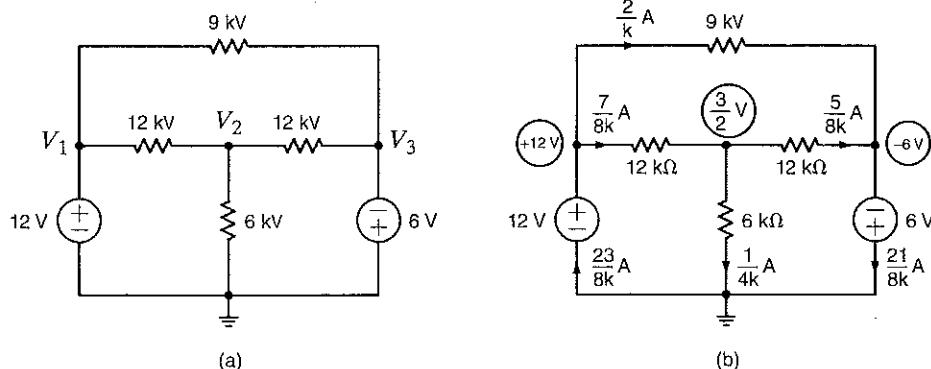
$$V_2 = \frac{3}{2} \text{ V}$$

olarak bulunur. Tüm düğüm gerilimleri elde edildikten sonra Şekil 3.11b'de gösterilen dal akımları Ohm kanunu kullanılarak bulunabilir. Diyagram KAY'nın tüm düğümlerde sağlanmakta olduğunu göstermektedir.

Dikkat ederseniz bu örnekte iki gerilim kaynağının varlığı, $V_1 = 12\text{V}$ ve $V_3 = -6\text{V}$ olmasından dolayı doğrusal bağımsız denklem sayısını üçten bire düşürmüştür ve analizi kolaylaştırmıştır. Bir genel kural olarak, eğer düğümler arasında gerilim kaynakları mevcut ise devreyi tanımlayan düğüm gerilim denklemi daha basit bir hâl olacaktır.

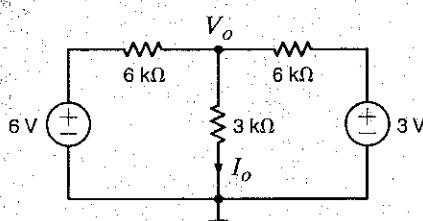
Şekil 3.11

Örnek 3.5'te kullanılan devre.



Öğrendiklerimizi Sınayalım

E3.7 Şekil E3.7'de verilen devrede I_o akımını düğüm analizi ile bulunuz.



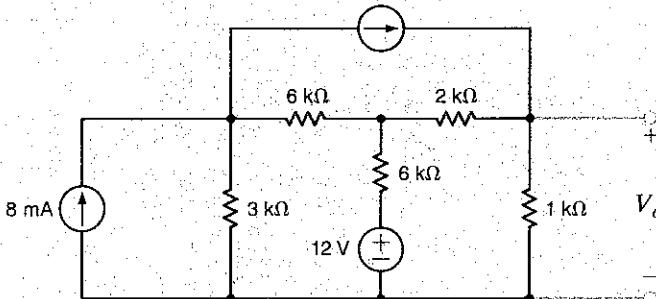
YANIT: $I_o = \frac{3}{4} \text{ mA.}$

Şekil E3.7

E3.8. Şekil E3.8'de verilen devrede V_o gerilimini düğüm analizi ile bulunuz.

2 mA

YANIT: $V_o = 3.89 \text{ V.}$

**Şekil E3.8**

Şimdi bağımsız gerilim kaynağının referans olmayan iki düğüm arasında bağlandığı durumu ele alalım:

Sekil 3.12a'da verilen devrede iki direncin üzerindeki akımları bulmak istiyoruz.

ÖRNEK

3.6

Bu problemi doğrudan çözmeye kalkıştığımızda hemen bir problem ile karşı karşıya kalırız. Bu ana kadar da akımları ya kaynak akımına eşit olduğu için biliniyordu ya da da gerilimleri da direncine bölünerek bulunabiliyordu. Ancak, bu devrede 6 V'luk kaynak üzerinden geçen akım kesinlikle bilinmemektedir ve Ohm yasası kullanarak doğrudan bulunması da söz konusu değildir. Elbette ki biz bu akıma bir isim verebilir ve bu akım cinsinden iki referans düğümde KAY denklemi yazabiliriz. Ancak, bu yaklaşım bir fayda sağlamaz çünkü bu yöntem üç bilinmeyen (iki düğüm gerilimi ve gerilim kaynağındaki akım) içeren doğrusal bağımsız iki denklem üretir.

Bu ikilemi çözmek için N düğümlü bir devrede referans olmayan düğümlere ait $N - 1$ gerilimi belirlemek için doğrusal olarak bağımsız $N - 1$ adet denklem gerektiğini hatırlatalım. Devremiz sadece üç düşüme sahip olduğundan iki adet doğrusal olarak bağımsız denklemme ihtiyacımız vardır. Şimdi herhangi bir şekilde düşüm gerilimlerinden birisi bilinir ise diğerini kolaylıkla bulabileceğimize dikkat edin. Yani eğer V_1 biliniyor ise $V_2 = V_1 - 6$ olur. Eğer V_1 bilinir ise $V_1 = V_2 + 6$ olur. Dolayısıyla, iki düğüm arasındaki gerilim farkı gerilim kaynağını tarafından kısıtlanmaktadır. Bu kısıtlayıcı eşitlik

$$V_1 - V_2 = 6$$

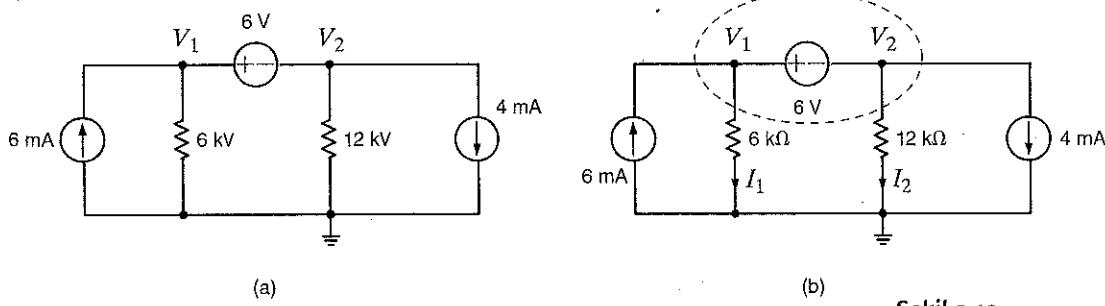
birimde yazılır. Bu eşitlik düşüm gerilimlerini belirlemek için gereklî olan doğrusal olarak bağımsız iki denklemden biridir.

Şimdi Sekil 3.12b'de verilen devreyi ele alalım. Burada 6 V'luk kaynak kesikli çizgi ile gösterilen alan içerisinde kalmıştır. Kısıtlayıcı denklem devrenin bu alan ile gösterilen kısmının davranışını belirlemektedir. Diğer denklemler ise, "süper düşüm" olarak isimlendirilen bu kesik çizgili yüzeye KAY uygulayarak elde edilir. Bölüm 2'den hatırlayınız ki KAY bir yüzeye de uygulanabilir. Bu da bizi bir gerilim kaynağını üzerinden akan akım ile uğraşmak zorunluğundan kurtarır. Süper düşüm için KAY denklemi şu biçimde yazılır:

$$-6 \times 10^{-3} + \frac{V_1}{6\text{k}} + \frac{V_2}{12\text{k}} + 4 \times 10^{-3} = 0$$

Bu denklemelerin çözümü ile $V_1 = 10$ V ve $V_2 = 4$ V ve dolayısıyla $I_1 = 5/3$ mA ve $I_2 = 1/3$ mA olarak bulunur. İsteyen öğrenci KAY'nın tüm düğümlerde sağlandığını hızlıca kontrol edebilir.

Dikkat ederseniz referans düşümünde KAY'nın uygulanması yukarıda verilen denklemi aynısını üretmektedir. KAY'nın referans düşümünde uygulanmasının süper düşüm ile uğraşma zorunluğundan bizi kurtardığını düşünübilirsiniz. Ancak, unutmayın ki KAY referans düşüm dahi olsa bağımsız kaynak bağlı bir düşümde uygulanamaz. Bu yaklaşım bir sonraki örnekte verilen devre ile gösterilebilir.



Şekil 3.12
Örnek 3.6'da kullanılan devre.

ÖRNEK**3.7****ÇÖZÜM**

Şekil 13a'da verilen devrede I_o akımını belirleyelim:

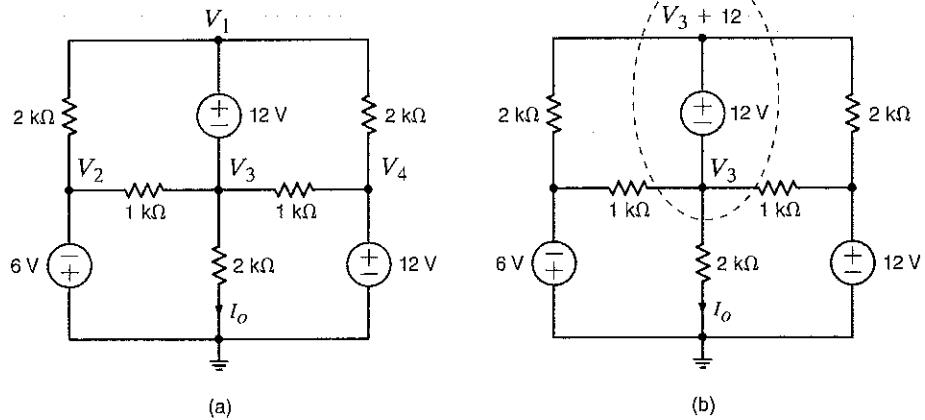
Devrenin incelenmesi sonucunda, V_2 ve V_4 düğüm gerilimlerinin bilindiği ve V_1 ve V_3 düğüm gerilimlerinin ise

$$V_1 - V_3 = 12$$

denklemi ile kısıtlanmış olduğunu görürüz. Devre Şekil 3.13b'de tekrar çizilmiştir.

Şekil 3.13

Süper düğüm sahip örnek devre.



I_o akımını bulmak istedığımızden V_1 (V_1 ve V_3 gerilimlerini içeren süper düğümde) $V_3 + 12$ şeklinde yazılır. Süper düğümde KAY denklemi şu biçimde olur:

$$\frac{V_3 + 12 - (-6)}{2k} + \frac{V_3 + 12 - 12}{2k} + \frac{V_3 - (-6)}{1k} + \frac{V_3 - 12}{1k} + \frac{V_3}{2k} = 0$$

Bu denklemde V_3 çözülür ise

$$V_3 = -\frac{6}{7} \text{ V}$$

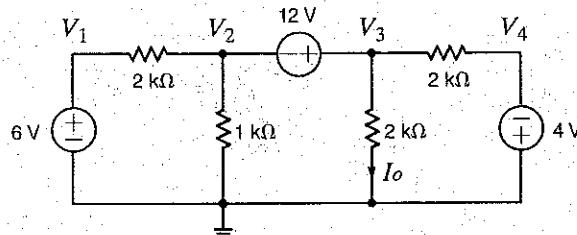
elde edilir. I_o bundan sonra kolaylıkla çözülür.

$$I_o = \frac{-\frac{6}{7}}{2k} = -\frac{3}{7} \text{ mA}$$

Öğrendiklerimizi Sınayalım

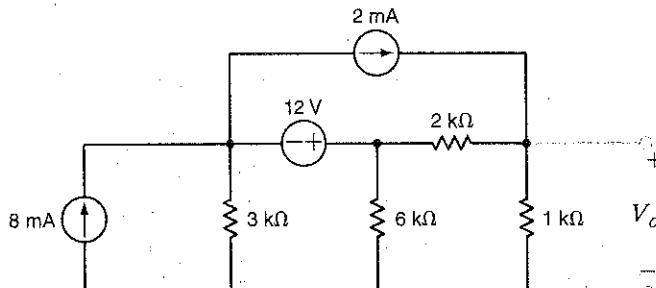
E3.9 Şekil E3.9'da verilen devrede I_o akımını düğüm analizi ile belirleyiniz.

YANIT: $I_o = 3.8 \text{ mA}$.

**Şekil E3.9**

E3.10 Şekil E3.10'da verilen devrede V_o gerilimini düğüm analizi ile belirleyiniz.

YANIT: $V_o = 5.6$ V.



Şekil E3.10

BAĞIMLI GERİLİM KAYNAĞI İÇEREN DEVRELER Aşağıdaki örnekte gösterileceği gibi, bağımlı (denetimli) kaynak içeren devreler de, daha önce açıkladığımız yöntemlerle aynı biçimde ele alınır.

Şekil 3.14'te verilen devrede I_o akımını bulalım.

Bağımlı gerilim kaynağı V_1 olarak tanımlanan düğüm ile referans düğüm arasına bağlanmış olduğundan

$$V_1 = 2kI_x$$

olarak. V_2 olarak adlandırılmış düğümde KAY

$$\frac{V_2 - V_1}{2k} - \frac{4}{k} + \frac{V_2}{1k} = 0$$

denklemini verir ki burada

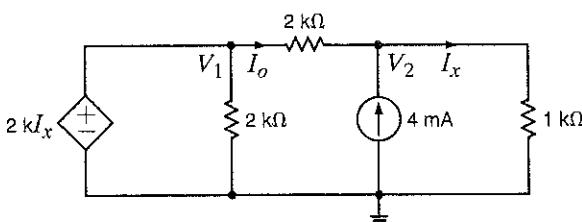
$$I_x = \frac{V_2}{1k}$$

olar. Bu denklemlerin çözümü ile $V_1 = 8V$ ve $V_2 = 16V$ bulunur. Dolayısıyla,

$$I_o = \frac{V_1 - V_2}{2k}$$

$$= 4 \text{ mA}$$

elde edilir.



ÖRNEK

3.8

Şekil 3.14
Örnek 3.8'de kullanılan devre.

ÖRNEK**3.9**

ÇÖZÜM Devre hem bağımsız gerilim kaynağı hem de bağımlı gerilim kaynağı içermektedir. $V_3 = 6 \text{ V}$, $V_2 = V_x$ olduğuna ve V_1 ile V_2 arasında bir süper düğüm olduğuna dikkat ediniz.

Süper düğümle KAY uygulanarak

$$\frac{V_1 - V_3}{6\text{k}} + \frac{V_1}{12\text{k}} + \frac{V_2}{6\text{k}} + \frac{V_2 - V_3}{12\text{k}} = 0$$

elde edilir. Burada süper düğüm için kısıt denklemi

$$V_1 - V_2 = 2V_x$$

olar. Son denklem

$$V_3 = 6$$

şeklindedir. Bu denklemlerin çözümü ile

$$V_1 = \frac{9}{2} \text{ V}$$

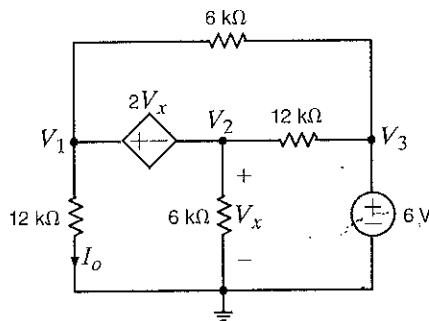
ve

$$I_o = \frac{V_1}{12\text{k}} = \frac{3}{8} \text{ mA}$$

elde edilir.

Şekil 3.15

Örnek 3.9'da kullanılan devre.



Son olarak iki devreyi daha ele alalım. Karşılaştırma yapabilmek için farklı yöntemleri birlikte kullanacağız.

ÖRNEK**3.10**

Şekil 3.16a'da verilen devrede V_o gerilimini bulunuz. Dikkat ederseniz devre biri bağımlı kaynak olmak üzere iki gerilim kaynağı ve iki bağımsız akım kaynağı içermektedir. Devre, düğümlerin tanımlanması ve bağımlı kaynakları içerecek süper düğümle rin belirlenmesi için Şekil 3.16b'de tekrar çizildi. Bağımsız gerilim kaynağı nedeniyle düğüm 4'teki gerilim 4 V olur. Devrenin düğüm denklemelerini yazarken bu bilgiden yararlanmamız gerekmektedir.

Devre beş düğüm içerdiginden doğrusal olarak bağımsız dört denklem tüm düğüm gerilimlerinin belirlenmesi için yeterlidir. Süper düğümü tanımlayıcı denklem

$$V_1 - V_2 = 2V_x$$

şeklindedir ki burada

$$V_2 = V_x$$

Dolayısı ile

$$V_1 = 3V_x$$

olur. Ayrıca ek olarak $V_4 = 4$ denkleminin var olduğunu biliyoruz. Elimizdeki bu iki eşitliğin yanında bilinmeyen düğüm gerilimlerinin çözümü için iki denkleme daha ihtiyacımız var. Bu ek denklemeler süper düğüm ve V_3 gerilimli düğümde KAY uygulanarak elde edilir. Bu denklemeler

$$-\frac{2}{k} + \frac{V_x}{1k} + \frac{V_x - V_3}{1k} + \frac{3V_x - V_3}{1k} + \frac{3V_x - 4}{1k} = 0$$

$$\frac{V_3 - 3V_x}{1k} + \frac{V_3 - V_x}{1k} = \frac{2}{k}$$

şeklindedir. Denklemlerin birleştirilmesi sonucunda aşağıdaki iki denklem elde edilir.

$$8V_x - 2V_3 = 6$$

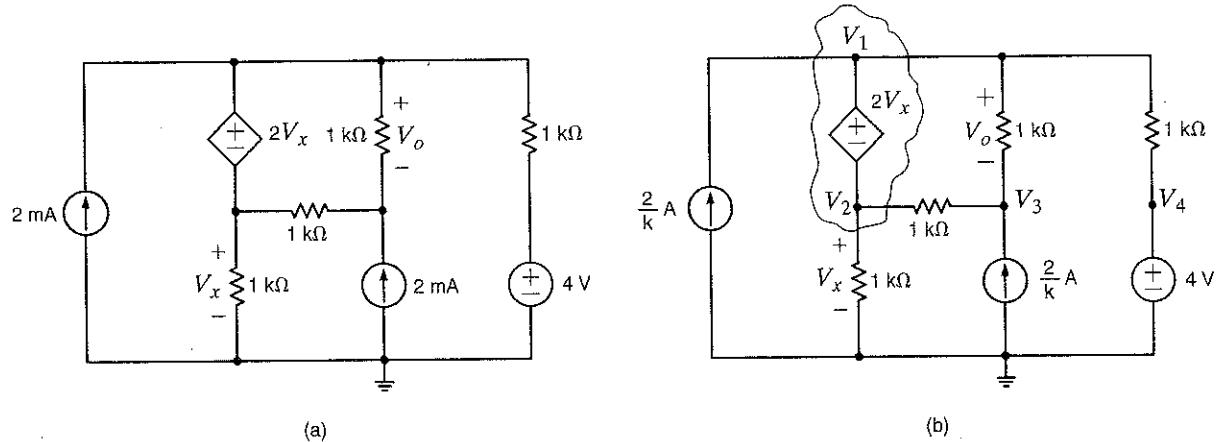
$$-4V_x + 2V_3 = 2$$

Bu denklemlerin çözülmesi ile

$$V_x = 2 \text{ V} \quad V_3 = 5 \text{ V}$$

$$V_o = 3V_x - V_3 = 1 \text{ V}$$

bulunur.



Şekil 3.16

Örnek 3.10'da kullanılan devre.

Şekil 3.17a'da verilen devrede I_o akımını bulalım. Devre, biri bağımlı olmak üzere üç gerilim kaynağı ve bir bağımlı akım kaynağı içermektedir. Gerilim kaynaklarından ikisi referans düğüme bağlılığından düğüm gerilimlerinden birisi doğrudan bilinirken diğer bağımlı kaynak tarafından belirlenir. Ayrıca, iki düğüm arasındaki gerilim farkı 6 V'luk bağımsız gerilim kaynağı tarafından belirlenmektedir.

ÖRNEK

3.11

Devre düğümlerinin işaretlenmesi ve süper düğümlerin belirlenmesi için Şekil 3.17b'de teknar çizilmiştir. Devre altı düğüm sahip olduğundan bilinmeyen düğüm gerilimlerinin tespit edilmesi için beş doğrusal olarak bağımsız denkleme gereksinim vardır. Süper düğümler için iki denklem

$$V_1 - V_4 = -6$$

$$\frac{V_1 - 12}{1k} + \frac{V_1 - V_3}{1k} + 2I_x + \frac{V_4 - V_3}{1k} + \frac{V_4}{1k} + \frac{V_4 - V_5}{1k} = 0$$

şeklinde verilir. Geriye kalan üç denklem

$$V_2 = 12$$

$$V_3 = 2V_x$$

$$\frac{V_3 - V_4}{1k} + \frac{V_5}{1k} = 2I_x$$

olarak verilir. Bağımlı kaynakların ilişkileri için verilen denklemler ise

$$V_x = V_1 - 12$$

$$I_x = \frac{V_4}{1k}$$

şeklindedir. Bu denklemlerin birleştirilmesi ile aşağıdaki denklem takımı elde edilir.

$$-2V_1 + 5V_4 - V_5 = -36$$

$$V_1 - V_4 = -6$$

$$-3V_4 + 2V_5 = 0$$

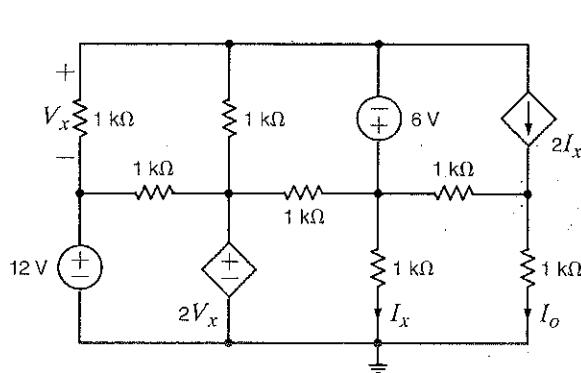
Bu denklemlerin uygun yöntemler ile çözümü sonucunda

$$V_1 = -38 \text{ V}$$

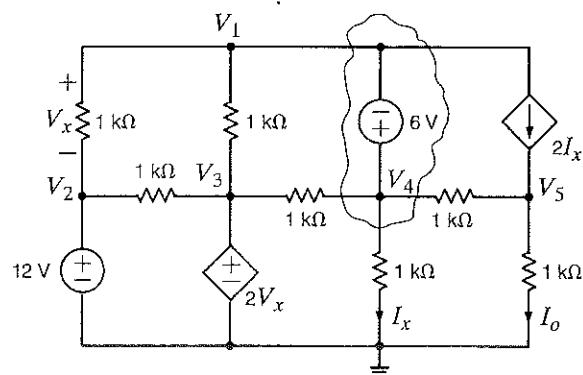
$$V_4 = -32 \text{ V}$$

$$V_5 = -48 \text{ V}$$

bulunur. $V_3 = 2V_x$, $V_3 = -100 \text{ V}$ olduğundan $I_o = 48 \text{ mA}$ olarak bulunur. KAY'nın her düğümde sağlanmakta olduğunu kontrol edebilirsiniz.



(a)



(b)

Şekil 3.17

Örnek 3.11'de kullanılan devre.

Problemleri Çözme Stratejileri

ADIM 1. Devredeki düğüm sayılarını belirleyin. Düğümlerden birini referans düğüm olarak seçin. Her bir düğüm ile referans düğüm arasında bir düğüm gerilimi tanımlayın. Tüm düğüm gerilimleri referans düzgüme göre pozitif kabul edilir. N düğüme sahip bir devre için $N - 1$ düğüm gerilimi vardır. Dolayısı ile düğüm gerilimlerini çözmek için $N - 1$ adet doğrusal olarak bağımsız denklem yazılmalıdır.

Düğüm Analizi

ADIM 2. KGY kullanılarak bağımsız veya bağımlı her bir gerilim kaynağı için kısıtlayıcı denklemeleri düğüm gerilimleri cinsinden yazın. Her bir kısıtlayıcı denklem gerek duyduğumuz doğrusal olarak bağımsız denklemelerden biridir. N_v adet gerilim kaynağı N_v adet doğrusal olarak bağımsız denklem üretir. Het bir bağımlı gerilim kaynağı için, kaynağın kontrol değişkenlerini düğüm gerilimleri cinsinden ifade edin.

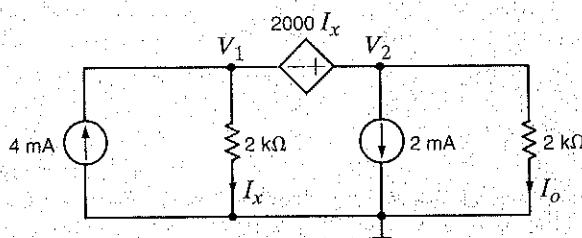
Bağımlı veya bağımsız bir gerilim kaynağı referans düğüm ile referans olmayan bir düğüm arasına veya iki adet referans olmayan düğüm arasına bağlanmış olabilir. Referans düzgümi olmayan iki düğüm arasına bağlanan bir gerilim kaynağı varsa, bu kaynak bağlı olduğu iki düğümle birlikte süper düğüm olarak tanımlanır.

ADIM 3. Geriye kalan $N - 1 - N_v$ adet doğrusal olarak bağımsız denklemi elde etmek için KAY kullanılır. İlk olarak herhangi bir gerilim kaynağını bağlanmamış düğümlerde KAY uygulanır. İkinci olarak süper düğümlere KAY uygulanır. KAY denklemelerini oluştururken bağımlı akım kaynaklarını bağımsız akım kaynakları gibi ele alın. Her bağımlı akım kaynağı için kontrol değişkenlerini düğüm gerilimleri cinsinden ifade ediniz.

Öğrenci Dikkertinizizi Bulunayalım

E3.11 Düğüm analizi yaparak Şekil E3.11'de verilen devrede I_o akımını bulunuz.

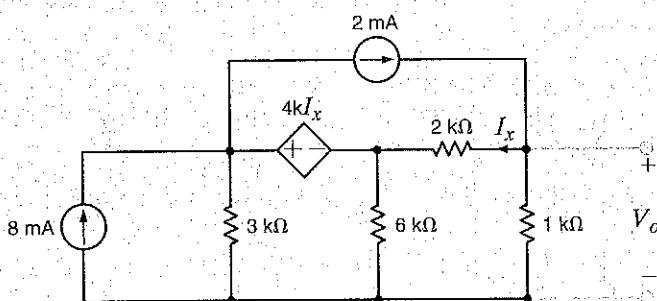
YANIT: $I_o = \frac{4}{3} \text{ mA}$



Şekil E3.11.

E3.12 Düğüm analizi yaparak Şekil E3.12'de V_o gerilimini bulunuz.

YANIT: $V_o = 6.29 \text{ V}$



Şekil E3.12

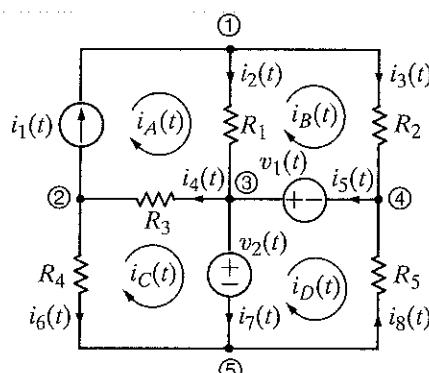
3.2

Cevre Analizi

Dügüm analizinde bilinmeyen parametrelerin düğüm gerilimleri olduğunu ve bunları belirlemek için KAY uygulandığını gördük. Bu düğüm gerilimleri belirlendikten sonra devredeki tüm dal akımları Ohm yasası kullanılarak kolaylıkla hesaplanır. Çevre analizinde ise, devredeki çevre akımlarını belirlemek için KGY kullanılır. Bu akımlar belirlendikten sonra devredeki herhangi bir geriliyi bulmak için Ohm yasası kullanılır. Dal sayısı B ve düğüm sayısı N olan herhangi bir devre için $B - N + 1$ adet doğrusal olarak bağımsız KGY denklemi yazılabilcecini gösterebiliriz. Örneğin, Şekil 2.5'te verilen devrede sekiz dal ve beş düğüm bulunmaktadır. Dolayısı ile devredeki tüm akımları belirlemek için gerekli olan doğrusal olarak bağımsız KGY denklemlerinin sayısı $B - N + 1 = 8 - 5 + 1 = 4$ olur. Şekil 2.15'te verilen devre, Şekil 3.18'de 4 çevre akımı işaretlenmiş olarak yeniden çizilmiştir.

Şekil 3.18

Çevre akımları gösterilerek yeniden çizilen Şekil 2.5.



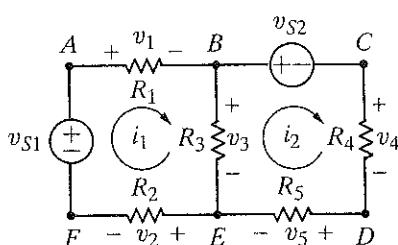
Dal akımları şu biçimde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= i_A(t) \\ i_2(t) &= i_A(t) - i_B(t) \\ i_3(t) &= i_B(t) \\ i_4(t) &= i_A(t) - i_C(t) \\ i_5(t) &= i_B(t) - i_D(t) \\ i_6(t) &= -i_C(t) \\ i_7(t) &= i_C(t) - i_D(t) \\ i_8(t) &= -i_D(t) \end{aligned}$$

Bu kitapta ele alacağımız tüm devreler düzlemsel devrelerdir. Yani devre bir kâğıda çizildiğinde hiçbir iletken bir başka iletkeni kesmez. Eğer bir devre düzlemsel bir devre ise çevreleri belirlemek daha kolaydır. Örneğin, hatırlarsanız Bölüm 2'de tek bir çevre içeren bir devrede akımı belirlemek için sadece bir denklem yeterli olduğunu görmüştük. Eğer devrede N adet bağımsız çevre varsa devreyi tanımlamak için N adet bağımsız denklem takımı gereklidir.

Çevre analizi için kullanacağımız yaklaşım düğüm analizi için kullanılanın olan yaklaşma benzeri olacaktır. Yani basit örneklerden başlayarak sistematik olarak daha zor olanlara doğru ilerleyeceğiz. Bu alt bölümün sonunda çevre analizinin kullanımı için genel bir stratejinin ana hatlarını vereceğiz.

SADECE BAĞIMSIZ GERİLİM KAYNAKLARI İÇEREN DEVRELER Analize başlamadan Şekil 3.19'da verilen devreyi ele alalım. Bu devrenin yedi dalı ve altı düğümü bulunmaktadır. Bundan dolayı devredeki tüm akımları belirlemek için gerekli olan doğrusal olarak bağımsız KGY denklemlerinin sayısı $B - N + 1 = 7 - 6 + 1 = 2$ olur. Dolayısıyla iki tane doğrusal bağımsız denklem gerekmektedir. Bu iki denklemi A-B-E-F-A ve B-C-D-E-B bağımsız çevrelerinden elde edebiliriz. Şimdi *çevre akımları* olarak adlandırılan bir dizi değişken tanımlayalım. Bu akımlar devredeki gerçek akımları bilmemizde yardımcı olacak. i_1 akımının birinci çevreden ve i_2 akımının ise ikinci çevreden akan akım olduğunu varsayıyalım. Dolayısıyla B'den E'ye doğru R_3 üzerinden akan dal akımı $i_1 - i_2$ olur.



Şekil 3.19
İki çevreli devre.

Akımların yönleri kabule dayanmaktadır. Düğüm analizinde olduğu gibi eğer akımların gerçek yönü kabul edilen gibi değilse hesaplanan değerler negatif çıkar.

İlk çevreye KGY uygulanması durumunda

$$+v_1 + v_3 + v_2 - v_{S1} = 0$$

elde edilir. KGY ikinci çevreye uygulanırsa

$$+v_{S2} + v_4 + v_5 - v_3 = 0$$

elde edilir ki burada $v_1 = i_1 R_1$, $v_2 = i_1 R_2$, $v_3 = (i_1 - i_2) R_3$, $v_4 = i_2 R_4$ ve $v_5 = i_2 R_5$ şeklindedir.

Bu değerlerin KGY denklemlerinde yerine konması ile iki çevre akımını belirlemek için gerekli olan denklem takımı elde edilir. Bu denklemler

$$\begin{aligned} i_1(R_1 + R_2 + R_3) - i_2(R_3) &= v_{S1} \\ -i_1(R_3) + i_2(R_3 + R_4 + R_5) &= -v_{S2} \end{aligned}$$

şeklindedir. Matriç yapısında denklemler

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_3 + R_4 + R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{S1} \\ -v_{S2} \end{bmatrix}$$

birimde yazılmıştır. Bu noktada bir başka önemli kavramı tanımlayalım: göz. Göz, başka hiçbir çevreyi içermeyen özel bir çevre yapısıdır. Dolayısı ile biz bir göz çevresinde dolaştığımızda hiç bir devre elemanı içerde kalmaز. Örneğin, Şekil 3.19'da verilen devre iki göz içerir. Bunlar A-B-E-F-A ve B-C-D-E-F-A gözleridir. A-B-C-D-E-F-A yolu ise bir çevredir ancak, bir göz değildir. Bu kısımda gerçekleştireceğimiz analizlerimizin büyük çoğunluğunda gözler için KGY denklemelerini yazacağımızdan, akımları *göz akımı* ve analizimizi ise *göz analizi* olarak tanımlayacağız.

Şekil 3.20a'da verilen devrede I_o akımını bulalım.

Analizimize göz denklemlerini yazarak başlayacağız. Dirençlerin üzerinde + veya - işaretlerinin olmadığına dikkat edin. KGY denklemlerini yazarken tüm direnç elemanlarına Ohm yasasını uygulayacağımızdan bu işaretlendirmelere gerek yoktur. Birinci göz için denklem

$$-12 + 6kI_1 + 6k(I_1 - I_2) = 0$$

ve ikinci göz için denklem

$$6k(I_2 - I_1) + 3kI_2 + 3 = 0$$

şeklindedir. Burada $I_o = I_1 - I_2$ yazılabilir.

Yukarıdaki iki denklemin çözümü $I_1 = 5/4 \text{ mA}$ ve $I_2 = 1/2 \text{ mA}$ sonuçlarını verir. Dolayısı ile $I_o = 3/4 \text{ mA}$ olur. Devredeki tüm gerilim ve akımlar Şekil 3.20b'de gösterilmiştir. Düğüm analizinden hatırlayacağınız gibi düğüm gerilimleri belirlendikten sonra analizimizi düğümlerde KAY kullanarak kontrol edebiliriz. Bu örnekte ise dal akımlarını biliyoruz ve elde edilen sonuçları kontrol etmek için herhangi bir kapalı yolda KGY kullanabiliyoruz. Örneğin KGY'yi dış çevreye uyguladığımızda

$$\begin{aligned} -12 + \frac{15}{2} + \frac{3}{2} + 3 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

elde edilir.

[ipucu]

Bu eşitliklerde pasif işaretleme yöntemi kullanılmıştır.

ÖRNEK

3.12

ÇÖZÜM

I_0 akımını hesaplamak istediğimizden Şekil 3.20c'de gösterildiği gibi çevre analizini kullanabiliriz. I_1 çevre akımının devrenin orta kolundan geçmekte olduğuna ve dolayısı ile $I_1 = I_0$ olduğuna dikkat ediniz. Bu örneğimizde iki çevre denklemi

$$\begin{aligned} & -12 + 6k(I_1 + I_2) + 6kI_1 = 0 \\ \text{ve} \end{aligned}$$

$$-12 + 6k(I_1 + I_2) + 3kI_2 + 3 = 0$$

olur. Bu denklemlerin çözülmesi ile $I_1 = 3/4$ mA ve $I_2 = 1/2$ mA elde edilir. 12V'luk kaynaktan geçen akım $I_1 + I_2 = 5/4$ mA olduğundan elde edilen bu sonuçlar göz analizi ile örtüşmektedir.

Son olarak karşılaştırma amacıyla I_0 akımını düğüm analizi ile bulalım. İki gerilim kaynağının varlığı bu yaklaşımın geçerli bir yaklaşım olduğunu işaret etmektedir. KAY'yi üst ortadaki düğüme uygulayarak

$$\frac{V_o - 12}{6k} + \frac{V_o}{6k} + \frac{V_o - 3}{3k} = 0$$

elde edilir ve dolayısıyla

$$V_o = \frac{9}{2} \text{ V}$$

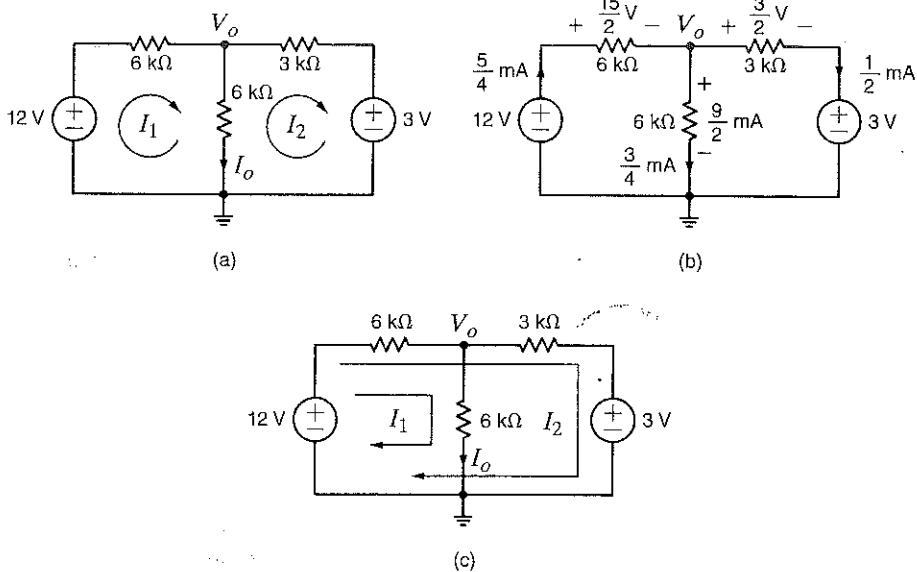
ve

$$I_0 = \frac{V_o}{6k} = \frac{3}{4} \text{ mA}$$

bulunur. Bu durumda iki denklem yerine sadece bir denklem çözmek zorunda olduğumuza dikkat edin.

Şekil 3.20

3.12'de kullanılan devreler.



Burada tekrar Şekil 3.19'daki devreyi tanımlayan göz denklemlerinin simetrik yapısına dikkat çekelim. Bu devre için elde edilecek katsayılar matrisi simetriktir.

Bu simetri direnç ve bağımsız gerilim kaynakları içeren devrelerde görülen genel bir özellik olduğundan göz denklemlerini devreyi gözlemleyerek doğrudan yazabiliriz. Birinci denklemde i_1 akımının katsayısı 1. göz akımının geçtiği dirençlerin toplamı, i_2 akımının katsayısı ise hem 1. hem de 2. göz akımlarının geçtiği dirençlerin toplamının negatifine eşittir. Denklemin sağ tarafı da, 1. gözdeki gerilim kaynaklarının cebirsel toplamına eşittir. Eğer bir gerilim kaynağı akımı destekleyecek yönde ise yani akım kaynağın eksi ucundan girip artı ucundan çıkışorsa işaretti pozitif, kaynak akımı desteklemiyorsa, yani akım artı uçtan giriyorsa, kaynağı işaretti negatif olarak alınır.

Benzer biçimde ikinci denklemde i_2 akımının katsayısi 2. gözdeki tüm dirençlerin toplamıdır. i_2 akımının katsayısi hem 1. hem de 2. gözde ortak olan dirençlerinin toplamının negatifidir. Denklemdeki sağ tarafı 2. gözdeki tüm gerilim kaynaklarının cebirsel toplamıdır. Göz akımının kullanılmışına ilişkin genel kuralı şu biçimde yazabiliriz: Önce tüm göz akımlarının aynı yönde (saat yönünde veya tersi) olduğu varsayılar. Sonra i_j göz akımı kullanılarak j numaralı göze KGY uygulanır. i_j 'nın katsayısi j numaralı gözdeki tüm dirençlerin toplamına eşittir. Denklemdeki diğer göz akımlarının katsayıları (yani $i_j - 1, i_j + 1$ vb.) ise j numaralı göz ile diğer gözler arasındaki ortak dirençlerin toplamının negatifine eşit olur. Denklemdeki sağ tarafı ise j numaralı gözdeki gerilim kaynaklarının cebirsel toplamına eşittir. Gerilim kaynakları eğer i_j akımını destekler yönde ise pozitif işaret, yoksa negatif işaret alırlar.

Şekil 3.21'de verilmiş olan devre için göz denklemlerini gözlem yolu ile yazalım. Daha sonra MATLAB kullanarak göz akımlarını bulalım.

Doğrusal olarak bağımsız üç denklem şu biçimde yazılır:

$$\begin{aligned}(4k + 6k)I_1 - (0)I_2 - (6k)I_3 &= -6 \\ -(0)I_1 + (9k + 3k)I_2 - (3k)I_3 &= 6 \\ -(6k)I_1 - (3k)I_2 + (3k + 6k + 12k)I_3 &= 0\end{aligned}$$

Bu denklemle matris yapısında da yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} 10k & 0 & -6k \\ 0 & 12k & -3k \\ -6k & -3k & 21k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Göründüğü gibi denklemler simetrik bir yapıdadır. Matris denkleminin genel ifadesi

$$RI = V$$

şeklindedir ve matris denklemi için çözüm

$$I = R^{-1}V$$

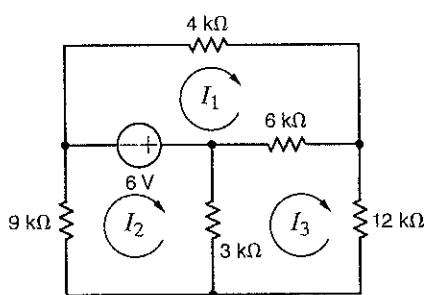
olarak verilir. Denklemde işaret edilen işlemler gerçekleştirildiğinde göz akımları

$$i_1 = -0.6757 \text{ mA}$$

$$i_2 = 0.4685 \text{ mA}$$

$$i_3 = -0.1261 \text{ mA}$$

olarak elde edilir.



ÖRNEK

3.13

ÇÖZÜM

Şekil 3.21

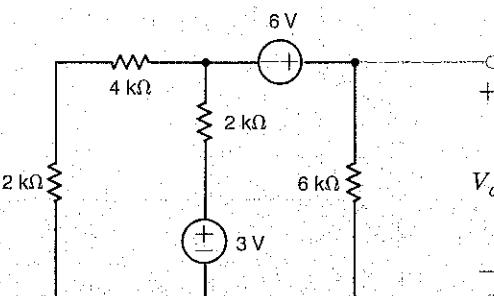
Örnek 3.13'te kullanılan devre.

BAĞIMSIZ AKIM KAYNAKLARI İÇEREN DEVRELER Nasıl ki bir devrede gerilim kaynaklarının olması düğüm analizini basitleştiriyorsa devredeki akım kaynakları da çevre analizini kolaylaştırır. Aşağıdaki örnekler bu noktaya vurgu yapmaktadır.

Öğrendiklerimizi Sınayalım

E3.13 Şekil E3.13'te verilen devrede V_0 gerilimini göz denklemlerini kullanarak bulunuz.

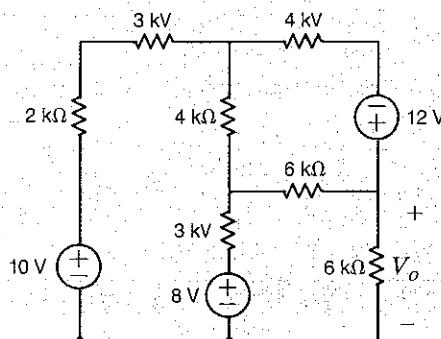
YANIT: $I_o = \frac{4}{3} \text{ mA}$.



Sekil E3.13

E3.14 Şekil E3.14'teki V_0 gerilimini göz denklemleri yardımıyla bulunuz.

YANIT: $V_o = 6.29 \text{ V}$.



Sekil E3.14

ÖRNEK

Şekil 3.22'de verilen devredeki V_0 ve V_1 gerilimlerini bulalım.

3.14

ÇÖZÜM

Her ne kadar devrede iki tane bilinmeyen göz akımı varmış gibi gözükse de I_1 doğrudan akım kaynağı üzerinden geçmekte olduğundan I_1 2mA olmak zorundadır. Dolayısı ile sadece I_2 akımı bilinmiyordur. Sağdaki göz için KGY denklemini yazalım:

$$2k(I_2 - I_1) - 2 + 6kI_2 = 0$$

Soldaki gözde ise şu ifade geçerlidir:

$$I_1 = 2 \times 10^{-3}$$

Bu denklemeler

$$\begin{aligned}-2kI_1 + 8kI_2 &= 2 \\ I_1 &= 2/k\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemler çözülsürse $I_2 = 3/4k$ elde edilir ve dolayısıyla

$$V_o = 6kI_2 = \frac{9}{2} V$$

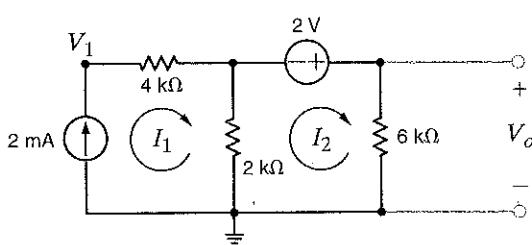
olar. V_1 gerilimini elde etmek için herhangi bir kapalı yol için KGY uygulanabilir. Eğer bir dış çevreyi kullanır isek KGY denklemi

$$-V_1 + 4kI_1 - 2 + 6kI_2 = 0$$

şeklinde olur ve dolayısı ile

$$V_1 = \frac{21}{2} V$$

olar. I_1 akımı biliğinden dolayı V_0 bulunurken $4 \text{ k}\Omega$ 'luk direnç ile ilgilenmemize gerek yoktur. Ancak, bu direnç akım kaynağını içeren tüm çevrelerde gözükür ve bundan dolayı V_1 bulunurken kullanılır.



Şekil 3.22

Örnek 3.14'te kullanılan devre.

Şekil 3.23'te verilen devredeki V_0 gerilimini bulmak istiyoruz.

I_1 ve I_2 doğrudan akım kaynağı türünden geçtiğinden gerekli olan üç denklerden ikisi

ÖRNEK

3.15

$$I_1 = 4 \times 10^{-3}$$

$$I_2 = -2 \times 10^{-3}$$

olar. Üçüncü denklem gerilim kaynağını içeren göz için KGY denklemidir:

$$4k(I_3 - I_2) + 2k(I_3 - I_1) + 6kI_3 - 3 = 0$$

Bu denklemelerden

$$I_3 = \frac{1}{4} \text{ mA}$$

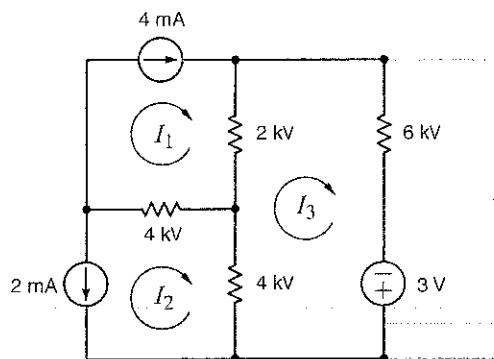
ve dolayısı ile

$$V_o = 6kI_3 - 3 = \frac{-3}{2} V$$

elde edilir.

Şekil 3.33

Örnek 3.15'te kullanılan devre.



Yukarıdaki örneklerde KGY denklemelerini yazarken bağımsız akım kaynakları ile ilgili olarak izlenen genel yaklaşımı göstermeye çalıştık: Bu yaklaşım her bir akım kaynağı için sadece bir çevre kullanmaktadır. Devredeki "pencere çerçevesi" sayısı kaç denklem kullanmamız gerektiğini bize söyler. Devredeki diğer devre elemanları için de ek KGY denklemeleri yazılır. Aşağıdaki örnek bu yaklaşımı göstermektedir.

ÖRNEK**3.16**

ÇÖZÜM

[ipucu]

Bir referans düğüm ile referans olmayan düğüm arasına bağımsız bir gerilim kaynağı bağlandığında referans olmayan düğümün gerilimi belirlenmiş olur.

Şekil 3.24a'da verilen devrede I_0 akımını bulalım.

Öncelikle, Şekil 3.24b'de gösterildiği gibi, çevre akımlarından ikisi, biri 2mA'lık akım kaynağından (I_1) ve diğerinin 4mA'lık akım kaynağından (I_2) geçecek biçimde seçilir. Böylece gerekli doğrusal bağımsız üç denklemden ikisi şu biçimde elde edilmiş olur:

$$I_1 = 2 \times 10^{-3}$$

$$I_2 = 4 \times 10^{-3}$$

Geriye kalan tek çevre akımı (I_3) daha önceki iki denklem tarafından kapsanmayan devre elemanları üzerinden geçmek durumundadır. Dolayısıyla bu akım, akım kaynakları üzerinden geçemez. Bu çevre akımının yolunu bulmak için Şekil 3.24c'de gösterildiği gibi, akım kaynakları açık devre yapılır. Üçüncü çevre akımı, ortaya çıkan bu yeni devre üzerinde tanımlanır. Şekil 3.24d'de, üzerinde tüm çevre akımlarının işaretlendiği orijinal devre gösterilmektedir. Bu devre üzerinden son çevre için KGY denklemi şu biçimde yazılır:

$$-6 + 1kI_3 + 2k(I_2 + I_3) + 2k(I_3 + I_2 - I_1) + 1k(I_3 - I_1) = 0$$

Denklemelerin çözülmesiyle

$$I_3 = \frac{-2}{3} \text{ mA} \text{ ve dolayısıyla}$$

$$I_0 = I_1 - I_2 - I_3 = \frac{-4}{3} \text{ mA bulunur.}$$

Şimdi, "süper göz" yöntemi olarak adlandırılan yöntemi öğrenelim: Bu devrede önce Şekil 3.24e'de gösterildiği gibi üç tane göz akımı belirlenir. 4mA'lık akım kaynağı üzerindeki gerilim bilinmediğinden bu gerilim V_x olarak kabul edilir. Akım kaynakları tarafından belirlenen göz akımı bağıntıları şu biçimdedir:

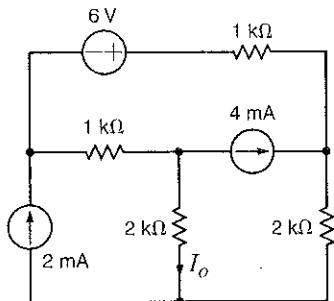
$$I_1 = 2 \times 10^{-3}$$

$$I_2 - I_3 = 4 \times 10^{-3}$$

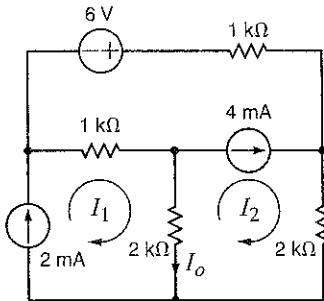
2. ve 3. gözler için KGY denklemelerini yazalım:

$$2kI_2 + 2k(I_2 - I_1) - V_x = 0$$

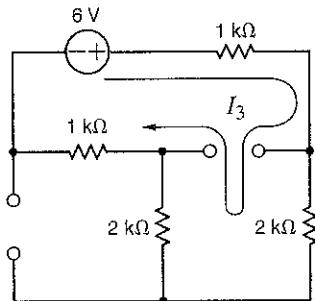
$$-6 + 1kI_3 + V_x + 1k(I_3 - I_1) = 0$$



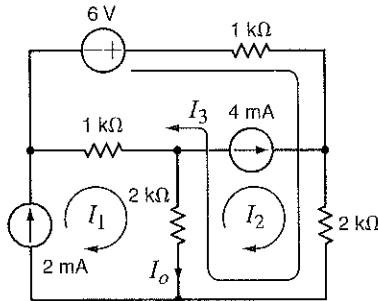
(a)



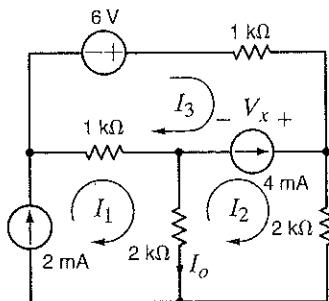
(b)



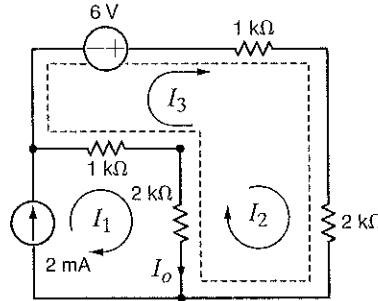
(c)



(d)



(e)



(f)

Son iki denklemin toplamı

$$-6 + 1kI_3 + 2kI_2 + 2k(I_2 - I_1) + 1k(I_3 - I_1) = 0$$

şeklindedir. Görüldüğü gibi, bu toplama işlemi sırasında bilinmeyen V_x gerilimi denklemlerden elenmiştir. Akım kaynaklarının belirttiği iki kısıtlama denklemi ve bu son denklem çözülererek tüm bilinmeyenler bulunabilir.

Süper göz yaklaşımının amacı bilinmeyen V_x geriliminden kurtulmaktadır. Süper göz, Şekil 3.24f'de gösterildiği gibi 4mA'lık akım kaynağı devreden çıkartılarak oluşturulur. Daha sonra süper gözü oluşturan ve kesikli çizgi ile gösterilmiş yol üzerinde Şekil 3.24e'de verilen orijinal göz akımları kullanılarak KGY denklemlerinin yazılmasıyla

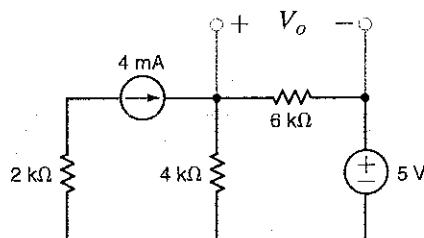
$$-6 + 1kI_3 + 2kI_2 + 2k(I_2 - I_1) + 1k(I_3 - I_1) = 0$$

elde edilir. Elde edilen bu süper göz denkleminin daha önce V_x kullanılarak elde edilen denklem ile aynı olduğuna dikkat ediniz.

Öğrendiklerimizi Sınayalım

E3.15 Şekil E3.15'te gösterilen devrede V_o gerilimini bulunuz.

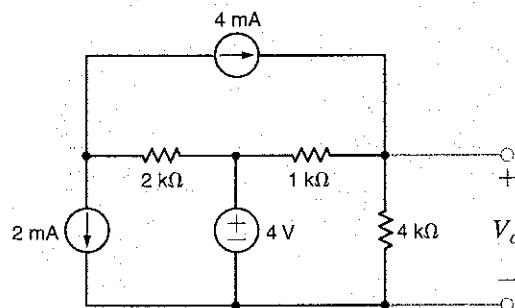
$$\text{YANIT: } V_o = \frac{33}{5} \text{ V.}$$



Şekil E3.15

E3.16 Şekil E3.16'da gösterilen devrede V_o gerilimini bulunuz.

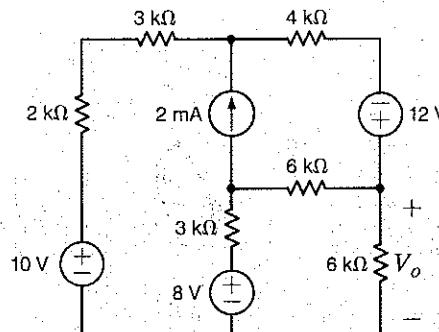
$$\text{YANIT: } V_o = \frac{32}{5} \text{ V.}$$



Şekil E3.16

E3.17 Şekil E3.17'de gösterilen devrede V_o gerilimini çevre analizi ile bulunuz.

$$\text{YANIT: } V_o = 9.71 \text{ V.}$$



Şekil E3.17

E3.18 Şekil E3.17'de gösterilen devrede V_o gerilimini göz analizi ile bulunuz.

$$\text{YANIT: } V_o = 9.71 \text{ V.}$$

BAĞIMLI KAYNAK İÇEREN DEVRELER Bağımlı kaynaklar içeren devrelerin çözümüne önceden değindiğimiz yöntemlerle inceleyeceğiz. İlk olarak KGY denklemlerini yazarken bağımlı kaynakları sadece bağımsız kaynaklar gibi düşünmeyeceğiz. Daha sonra bağımlı kaynaklar için kontrol denklemlerini yazacağımız. Aşağıdaki örnek bu yöntemi göstermektedir.

Şekil 3.25'te gösterilen ve gerilim denetimli gerilim kaynağı içeren devrede V_o gerilimini bulunuz.

ÖRNEK

3.17

Şekilde gösterilen çevre akımları için

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} -2V_x + 2k(I_1 + I_2) + 4kI_1 &= 0 \\ -2V_x + 2k(I_1 + I_2) - 3 + 6kI_2 &= 0 \end{aligned}$$

denklemleri yazılır. Burada

$$V_x = 4kI_1$$

olduğundan bu denklemler birleştirilerek

$$\begin{aligned} -2kI_1 + 2kI_2 &= 0 \\ -6kI_1 + 8kI_2 &= 3 \end{aligned}$$

elde edilir. Bu denklemler $RI = V$ formunda yazılırak

$$R = \begin{bmatrix} -2000 & 2000 \\ -6000 & 8000 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Çözüm $I = R^{-1}V$ şeklindedir ve bu işlemin sonucunda

$$i_1 = 1.5 \text{ mA}$$

$$i_2 = 1.5 \text{ mA}$$

bulunur. Dolayısı ile

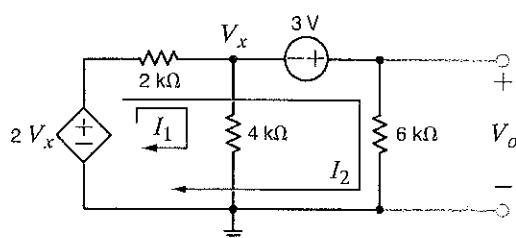
$$V_o = 6kI_2 = 9 \text{ V}$$

olur. Karşılaştırma amacıyla biz bu örneği bir de düğüm analizi yöntemi ile çözelim. Gerilim kaynağının varlığı bu çözümün daha kolay olacağını işaret eder. 3V'luk kaynağı ve bağlantı düğümlerini bir süper düğüm olarak ele alalım ve ardından bu süper düğüm için KAY denklemlerini yazalım:

$$\frac{V_x - 2V_x}{2k} + \frac{V_x}{4k} + \frac{V_x + 3}{6k} = 0$$

Burada $V_o = V_x + 3$ şeklindedir.

Bu denklemler de $V_o = 9 \text{ V}$ sonucunu verir.



Şekil 3.25

Örnek 3.17'de kullanılan devre.

ÖRNEK**3.18**

ÇÖZÜM I_1 ve I_2 akımları akım kaynağı üzerinden geçecek şekilde seçildi. Bundan dolayı gerekli denklemelerden iki adet

$$I_1 = \frac{V_x}{2000}$$

$$I_2 = 2 \times 10^{-3}$$

şeklinde olur. Üçüncü göz için KGY denklemi ise

$$-3 + 2k(I_3 - I_1) + 6kI_3 = 0$$

olur ki burada

$$V_x = 4k(I_1 - I_2)$$

şeklindedir. Bu denklemeler bir araya getirerek

$$-I_1 + 2I_2 = 0$$

$$I_2 = 2/k$$

$$-2kI_2 + 8kI_3 = 3$$

elde edilir. Denklemler $IR = V$ şeklinde matris yapısında ifade edilirse

$$R = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2000 & 0 & 8000 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_1 \\ I = i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \text{ ve } V = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.002 \\ 3 \end{bmatrix}$$

olur. $I = R^{-1}V$ işleminden

$$i_1 = 4.0 \text{ mA}$$

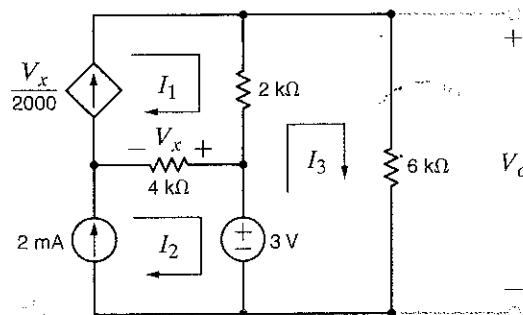
$$i_2 = 2.0 \text{ mA}$$

$$i_3 = 1.375 \text{ mA}$$

olarak elde edilir ve böylece $V_o = 8.25 \text{ V}$ olur.

Şekil 3.26

Örnek 3.15'te kullanılan devre.

**ÖRNEK****3.19**

Şekil 3.27'de verilen devre hem akım bağımlı gerilim kaynağı ve hem de gerilim bağımlı akım kaynağı içermektedir. Çevre akımlarını belirlemek için MATLAB kullanalım.

ÇÖZÜM Devrede gösterilen çevre akımları için elde edilecek denklemeler

$$I_1 = \frac{4}{k}$$

$$I_2 = \frac{V_x}{2k}$$

$$-1kI_x + 2k(I_3 - I_1) + 1k(I_3 - I_4) = 0$$

şeklindedir.

$$1k(I_4 - I_3) + 1k(I_4 - I_2) + 12 = 0$$

Burada:

$$V_x = 2k(I_3 - I_1)$$

$$I_x = I_4 - I_2$$

Bu denklemlerin birleştirilmesi ile

$$I_1 = \frac{4}{k}$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$1kI_2 + 3kI_3 - 2kI_4 = 8$$

$$1kI_2 + 1kI_3 - 2kI_4 = 12$$

elde edilir. Denklemler matris yapısında yazılırsa

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1k & 3k & -2k \\ 0 & 1k & 1k & -2k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{k} \\ 0 \\ 8 \\ 12 \end{bmatrix}$$

olur. Bu denklemler $RI = V$ formunda olup $I = R^{-1}V$ şeklinde çözülürse akımlar

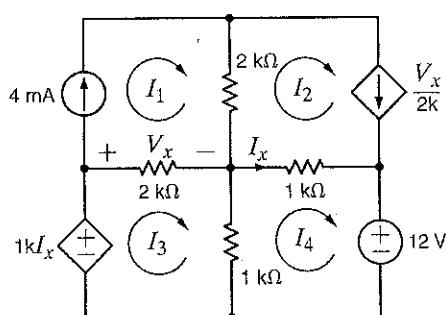
$$i_1 = 4.0 \text{ mA}$$

$$i_2 = 6.0 \text{ mA}$$

$$i_3 = -2.0 \text{ mA}$$

$$i_4 = -1.0 \text{ mA}$$

olarak bulunur.



Şekil 3.27

Örnek 3.19'da kullanılan devre.

Bu noktada Örnek 3.10'da verilen devreyi yeniden inceleyelim ve çevre denklemlerini kullanarak analiz edelim. Devre iki gerilim kaynağı içerdığından düşüm analizinin biraz basitleştigiğini hatırlayınız. Benzer bir şekilde bir akım kaynağının varlığı da çevre analizini kolaylaşacaktır.

Göründüğü gibi devrede dört adet çevre bulunmaktadır. Bundan dolayı çevre akımlarını belirlemek için dört adet denklem gereksinim vardır. Devre Şekil 3.28'de çevre akımlarını gösterecek şekilde yeniden çizilmiştir. Her bir akımın bağımsız akım kaynaklarının birinden geçecek şekilde belirlenmiş olduğuna dikkat ediniz. Akımların bu şekilde seçilmeleri analizi kolaylaştıracaktır çünkü gerekli olan dört denklemden ikisi

$$I_1 = 2/k$$

$$I_3 = -2/k$$

biriminde yazılabilmektedir.

ÖRNEK

3.20

I_2 ve I_4 için geriye kalan iki KGY denklemi

$$\begin{aligned}-2V_x + 1kI_2 + (I_2 - I_3)1k &= 0 \\ (I_4 + I_3 - I_1)1k - 2V_x + 1kI_4 + 4 &= 0\end{aligned}$$

şeklindedir. Burada bilinmeyen gerilim için şu eşitlik yazılabilir:

$$V_x = 1k(I_1 - I_3 - I_4)$$

I_1 ve I_3 için elde edilen denklemeleri yukarıdaki iki KGY denkleminde yerine koyarsak

$$\begin{aligned}2kI_2 + 2kI_4 &= 6 \\ 4kI_4 &= 8\end{aligned}$$

elde edilir. Bu iki denklemi I_2 ve I_4 için çözersek

$$I_4 = 2 \text{ mA}$$

$$I_2 = 1 \text{ mA}$$

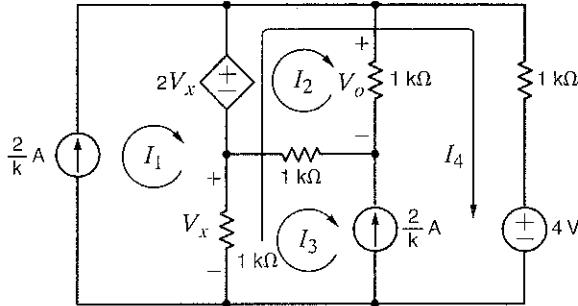
elde edilir ve dolayısıyla

$$V_o = 1 \text{ V}$$

olur.

Şekil 3.28

Örnek 3.20'de kullanılan devre.

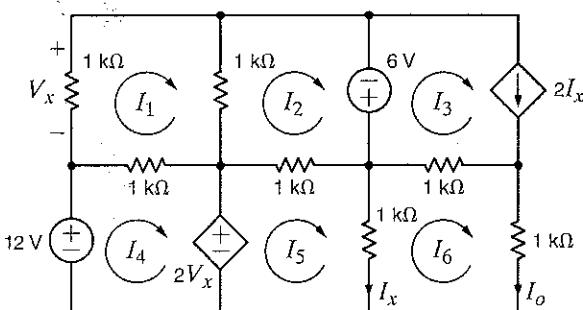


ÖRNEK 3.21

Örnek 3.11'i tekrar ele alalım. Devreyi çevre analizi ile inceleyelim. Devrede dört tane kaynak bulunmaktadır. Bunlardan iki tanesi bağımlı kaynak olup yalnızca bir tanesi akım kaynağıdır. Bundan dolayı daha başlangıçta çevre analizinin düğüm analizine göre daha zor olacağını anlarız. Devre altı adet çevre içermektedir. Dolayısı ile bilinmeyen tüm akımların çözümü için altı adet doğrusal bağımsız denkleme ihtiyacımız vardır.

Devre, çevreleri belirtecek şekilde Şekil 3.29'da yeniden çizilmiştir. Devreyi tanımlayan altı KGY denklemi şu biçimdedir:

$$\begin{aligned}1kI_1 + 1k(I_1 - I_2) + 1k(I_1 - I_4) &= 0 \\ 1k(I_2 - I_1) - 6 + 1k(I_2 - I_5) &= 0 \\ I_3 &= 2I_x\end{aligned}$$



$$\begin{aligned} -12 + 1k(I_4 - I_1) + 2V_x &= 0 \\ -2V_x + 1k(I_5 - I_2) + 1k(I_5 - I_o) &= 0 \\ 1k(I_o - I_5) + 1k(I_o - I_3) + 1kI_o &= 0 \end{aligned}$$

Bağımlı kaynaklar için kontrol değişkenleri şu biçimdedir:

$$V_x = -1kI_1$$

$$I_x = I_5 - I_o$$

Kontrol parametreleri altı KGY denklemine yerleştirilerek

$$\begin{array}{ccccccc} 3I_1 & -I_2 & 0 & -I_4 & 0 & 0 & = 0 \\ -I_1 & +2I_2 & 0 & 0 & -I_5 & 0 & = 6/k \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & -2I_5 & +2I_o & = 0 \\ -3I_1 & 0 & 0 & +I_4 & 0 & 0 & = 12/k \\ 2I_1 & -I_2 & 0 & 0 & +2I_5 & -I_o & = 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3I_5 & +5I_o & = 0 \end{array}$$

elde edilir. Bu ifade matris formunda

$$\left[\begin{array}{cccccc} 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 2 \\ -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 5 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_o \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ 6/k \\ 0 \\ 12/k \\ 0 \\ 0 \end{array} \right]$$

şeklinde yazılır. $RI = V$ formundaki matris denkleminin çözümü

$$i_1 = 50.0 \text{ mA}$$

$$i_2 = -12.0 \text{ mA}$$

$$i_3 = -64.0 \text{ mA}$$

$$i_4 = 162.0 \text{ mA}$$

$$i_5 = -80.0 \text{ mA}$$

$$i_6 = -48.0 \text{ mA}$$

şeklindedir.

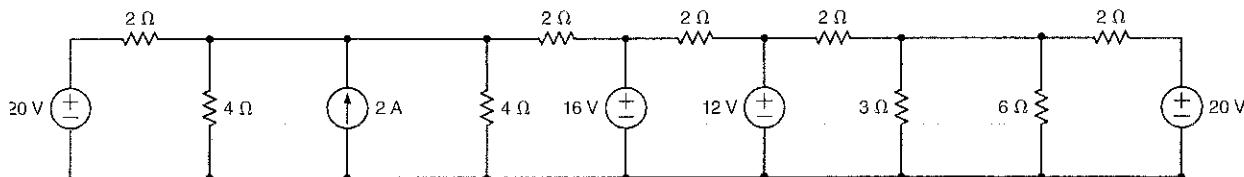
Son olarak belirtelim ki bir analiz yöntemi seçmeden önce devreyi dikkatlice incelemek önemlidir. Yöntemlerden biri diğerine göre oldukça basit olabilir ve başlangıçta harcanacak az bir zaman uzun vadede oldukça önemli bir zaman kazancı sağlayabilir. N düğümlü bir devrede $N - 1$ adet düğüm gerilimini çözmek için $N - 1$ adet doğrusal olarak bağımsız denklem gereklidir. N adet çevreye sahip bir devrede ise, N adet doğrusal olarak bağımsız denklem gereklidir. Yöntem seçiminde göz önüne alınacak husus, yazılması gereken doğrusal bağımsız denklemlerin sayısıdır. Aynı devre Örnek 3.10'da düğüm analizi ile ve Örnek 3.20'de çevre analizi ile çözülmüştür. Şekil 3.16'daki devre dört tane bilinmeyen düğüm gerilimine sahiptir. Sonuç olarak dört adet doğrusal olarak bağımsız denklem gereklidir. Devrede iki tane gerilim kaynağı olduğundan iki adet kısıtlayıcı denkleme de gereksinim vardır. Örnek 3.20'de gösterildiği gibi, aynı devre dört çevreli bir devre olarak da ele alınabilir. Bu durumda devrenin analizi için dört adet doğrusal olarak bağımsız denklem gereksinim duyulur. Bu kez de devredeki iki akım kaynağı iki kısıtlama denklemi oluşturur.

Bu devreyi düğüm analizi veya çevre analizi ile çözmek için aynı miktarda emek gereklidir. Ancak bu durum birçok devre için böyle değildir. Örneğin Şekil 3.30'daki devreyi ele alalım. Devre sekiz çevreye sahiptir. Çevre akımlarından sadece birinin bağımsız akım kaynağından geçecek şekilde seçilmesi bizi bilinmeyen yedi çevre akımı ile karşı karşıya bırakır. Bu devre yedi düğüm içerdiginden altı düğüm gerilimi vardır ve biz sadece altı doğrusal olarak bağımsız denklem oluşturmak zorunda kalırız. Alt düğüm referans düğümü olarak seçilirse dört

Şekil 3.30

Analiz yöntemlerinin seçimi konusunda yapılan tartışmada kullanılan devre.

düğüm gerilimi bilinir hâle gelir ve geriye sadece iki tane bilinmeyen düğüm gerilimi kalır. Bu nedenle akım kaynağının bağlı olduğu düğümün gerilimi ile 3Ω ve 6Ω değerli dirençlerin bağlı olduğu düğümün gerilimleri bilinir. KAY'yi bu iki düğümde uygularsak bilinmeyen iki düğüm geriliminin çözümü için kullanılacak iki denklem elde edilir. İki bilinmeyenli denklemi çözmenin, çevre analizinin gerekli olduğu yedi bilinmeyenli denklemenin çözümüne nazaran çok daha az gayret gerektirdiği açıklar.



Problem Çözme Stratejileri

Çevre Analizi

Adım 1. Devredeki bağımsız çevre sayısını belirleyin. Her bir bağımsız çevre için bir çevre akımı tanımlayın. N çevreden oluşan bir devrede N adet çevre akımı vardır. Dolayısıyla çevre akımlarını çözmek için N adet doğrusal bağımsız denklem yazılmalıdır.

Eğer devrede akım kaynakları var ise iki teknikten biri uygulanabilir. Birinci durumda çevre akımlarından biri akım kaynaklarından birinin üzerinden geçeceğinden seçilir. Diğer çevre akımları, akım kaynakları açık devre edilerek elde edilen yeni devrenin üzerinde tanımlanır. İkinci durumda ise devredeki her bir göz için bir akım belirlenir.

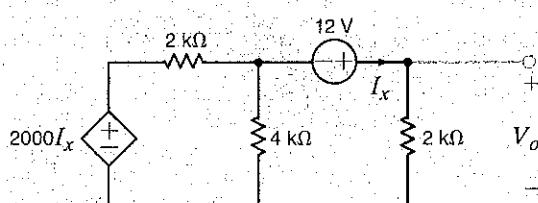
Adım 2. KAY yardımıyla –bağımlı veya bağımsız– devredeki her bir akım kaynağının akımını, tanımlanan çevre akımları cinsinden yazın. Kısıtlayıcı denklem olarak adlandırılan bu denklemelerin her biri, çözüm için gerekli olan N_1 adet doğrusal bağımsız denklemden biridir. Ayrıca, her bir bağımlı kaynağı kontrol parametresini çevre akımları cinsinden ifade edin.

Adım 3. KGY yardımıyla geriye kalan $N - N_1$ adet doğrusal bağımsız denklemi yazın. KGY denklemelerini yazarken bağımlı kaynak gerilimlerini bağımsız kaynak gerilimlerine gibi ele alın. Her bir bağımlı gerilim kaynağının kontrol değişkenini (bağımlılığını) çevre akımları cinsinden ifade edin.

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E3.19 Şekil E3.19'da gösterilen devrede V_o gerilimini göz analizi ile bulunuz.

YANIT: $V_o = 12 \text{ V}$.

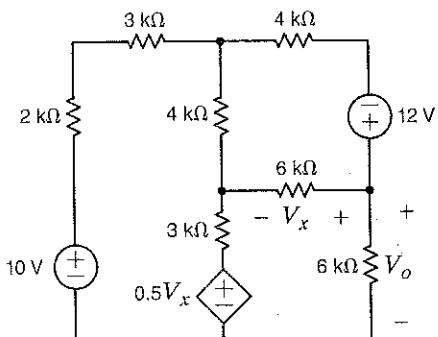
**Şekil E3.19**

E3.20 Örnek 3.5'te verilen devreyi çevre analizi ile çözünüz ve kullanılan iki tekniği gerekli zaman ve çaba açısından karşılaştırınız.

E3.21 Örnek 3.15'te verilen devreyi düğüm analizi ile çözünüz ve kullanılan iki tekniği gerekli zaman ve çaba açısından karşılaştırınız.

E3.22 Şekil E3.17'de gösterilen devrede V_o gerilimini göz analizi ile bulunuz.

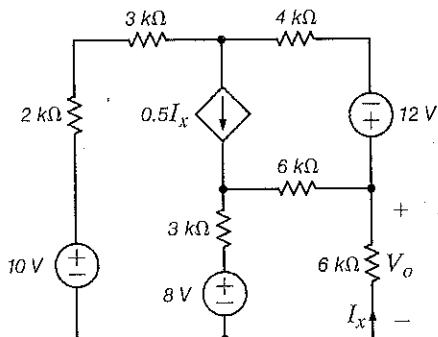
YANIT: $V_o = 6.97 \text{ V}$.



Şekil E3.22

E3.23 Şekil E3.23'te gösterilen devrede V_o gerilimini göz analizi ile bulunuz.

YANIT: $V_o = 9 \text{ V}$.



Şekil E3.23

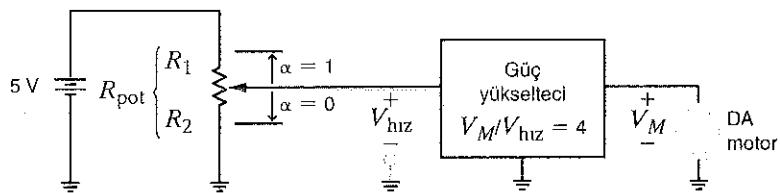
3.3

Uygulama
Örnekleri

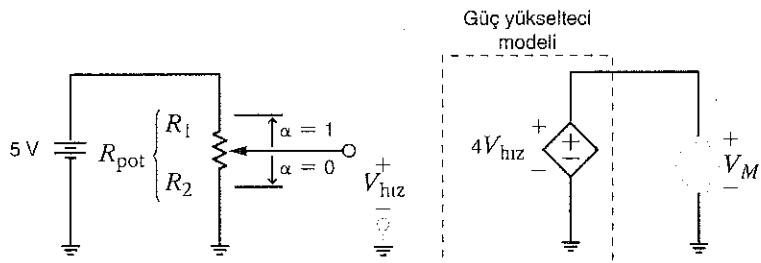
Şekil 3.31a'da bir DA elektrik motorunun hızını kontrol edebilen bir devre gösterilmektedir. Şekildeki R_1 ve R_2 dirençleri, potansiyometre veya kısaca pot olarak adlandırılan bir elemanın içinde bulunurlar. Aslında bu eleman, örneğin radyolarımızın sesini ayarlamakta kullanılan, ayarlanabilir dirençten başka bir şey değildir. "Pot'a bağlı düşmeye sağa sola çevirerek $\alpha = R_2/(R_1 + R_2)$ oranını değiştirilir, ancak $R_{\text{pot}} = R_1 + R_2$ toplam direnci sabit kılır.

**Uygulama
Örneği 3.22**

Bu şekilde pot V_{speed} hız gerilimini belirleyen bir gerilim bölgüsü gibi davranır. Güç yükseltecinin çıkışı V_M , V_{speed} değerinin dört katı büyüklüğündedir. Güç yükselteçleri motoru sürmek için gerekli olan yüksek akımları üretebilir. DA motorunun hızı giriş gerilimiyle, yani V_M gerilimiyle, orantılıdır; Yani motorun bir dakikadaki dönüş hızı (rpm – revolution per minute) V geriliminin k katıdır. Güç yükseltecinin iç yapısının ayrıntılarını bilmeden bu sistemi analiz edebilir miyiz? Bılıhassa α ile rpm hız arasında bir ilişki kurabilir miyiz?



(a)



(b)

CÖZÜM Güç yükseltecinin çıkışı giriş ile orantılı olduğundan bu elemanı bağımlı bir kaynak olarak modellenebiliriz. Bu yolla elde edilen devre modeli Şekil 3.31b'de gösterilmiştir. Şimdi biz motor hızı ile pot pozisyonu α arasında bir ilişkiye kolayca kurabiliriz. Motorun, güç yükseltecinin ve gerilim bölgüsünün işlemlerini belirleyen denklemler

$$\begin{aligned} \text{hız (rpm)} &= K_M V_M \\ V_M &= 4V_{\text{hiz}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{hiz}} &= 5 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 5 \left[\frac{R_2}{R_{\text{pot}}} \right] = 5\alpha \\ R_2 &= \alpha R_{\text{pot}} \quad R_1 = (1 - \alpha) R_{\text{pot}} \end{aligned}$$

şeklinde verilebilir. V_{hiz} terimi denklemlerden etenirse motor hızı ve α arasındaki ilişki $\text{rpm} = 20\alpha$ olarak verilir. Örneğin eğer motor sabiti K_M 50 rpm/V ise bu durumda

$$\text{rpm} = 1000\alpha$$

olar. Bu ilişki motor hızının pot düğme pozisyonuya orantılı olduğunu ifade eder. α 'nın maksimum değeri 1 olduğundan motor hız aralığı 0 ile 1000 rpm'dir.

Dikkat ederseniz bizim modelimizde bağımlı kaynak olarak modellenen güç yükselteçi motorun ihtiyaç duyduğu herhangi bir akım değerini sağlayabilmektedir. Elbette ki bu gerçek hayatı doğru değildir. Ancak bu durum modelleme sırasında yapmamız gereken getiri götürü değerlendirmesini çok güzel göstermektedir: Basit bir modelleme yaparak istenilen ilişkiye hızlı bir şekilde elde edebildik. Ancak bunun için gerçek bir güç yükseltecinin sahip olduğu pek çok özelliği göz ardı etmek zorunda kaldık.

3.4

Tasarım Örneği

8 V'luk bir kaynak ve iki adet standart direnç kullanarak 100 μA 'lık bir yükle bağlanlığında 5 V çıkış üretebilecek bir gerilim bölücü tasarlanmak istenmektedir. Harcanan gücü mümkün olabileceğiince küçük tutarak, gerçek çıkış gerilimi ile hedeflenen 5 V'luk gerilim arasındaki hatayı minimum yapmak istiyoruz.

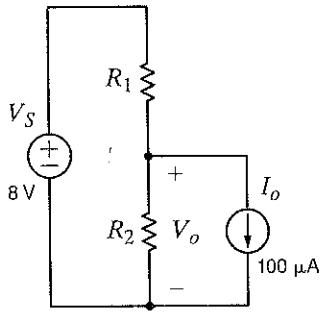
Gerilim bölücü Şekil 3.32'de gösterildiği gibi modellenebilir. Çıkış düğümünde KAY uygulayarak

$$\frac{V_s - V_o}{R_1} = \frac{V_o}{R_2} + I_o$$

denklemi elde edilir. Giriş gerilimi, istenen çıkış gerilimi ve akım kaynağı için belirtilen değerleri kullanarak

$$R_1 = \frac{3R_2}{5 + (100\mu\text{A})R_2}$$

elde edilir. Deneme yanılma yöntemi ile iki standart direnç için en mükemmel değerleri $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ve $R_2 = 27 \text{ k}\Omega$ olarak elde ederiz. Aslında bu dirençler onda bir veya yüzde bir değerinde seçiliirse de aynı oran elde edilebilirdi. Ancak, güç kaybını minimum yapmak için büyük direnç değerleri tercih edilmiştir. Dirençler için bu değerlerin seçimi ile çıkış gerilimi 5.11 V olur ki bu % 2.15'lik bir hataya karşılık gelir.



Tasarım Örneği 3.23

Çözüm

Şekil 3.32

Basit bir gerilim
bölücü devre. (100- μA
yük altında)

ÖZET

N düğüme sahip devre için düğüm analizi

- Devredeki düğüm sayısını belirleyin. Düğümlerden birini referans düğümü olarak seçin. Referans olmayan her bir düğümün referans düzgüme göre gerilimini tanımlayın. Tüm gerilimler referans düzgüme göre pozitif kabul edilir. N adet düğüm sahip bir devre için $N - 1$ adet düğüm gerilimi vardır. Bunun sonucu olarak, düğüm gerilimlerini hesaplamak için $N - 1$ adet doğrusal olarak bağımsız denklem çözülür.
- KGY yardımıyla, devredeki bağımlı veya bağımsız tüm gerilim kaynakları için düğüm gerilimleri cinsinden, kısıtlayıcı denklemi yazın. Her bir kısıtlayıcı denklem, çözüm için gerekli doğrusal olarak bağımsız denklemlerden biridir. N_v gerilim kaynağı N_v adet doğrusal olarak bağımsız denklem verir. Her bir bağımlı gerilim kaynağı için, bu kaynağın kontrol değişkenini düğüm gerilimleri cinsinden ifade edin.

Bir gerilim kaynağı –bağımlı veya bağımsız-referans olmayan bir düğüm ile referans düğüm arasına veya referans olmayan iki düğüm arasına bağlanmış olabilir. Bu gerilim kaynağı ile kaynağın referans düğüm olmayan iki ucu, bir süper düğüm olarak tanımlanır.

- KAY kullanarak geriye kalan $N - 1 - N_v$ doğrusal olarak bağımsız denklemi yazın. KAY'yi ilk olarak bir gerilim kaynağının bağlanmadığı referans düğüm olmayan düğümlere, sonra da süper düzgüme uygulayın. KAY denklemelerini oluşturken bağımlı akım kaynaklarını bağımsız akım kaynakları gibi ele alın. Her bir bağımlı akım kaynağını kontrol değişkenlerini düğüm gerilimleri cinsinden ifade edin.

N çevre içeren devre için çevre analizi

- Devredeki bağımsız çevre sayısını belirleyin. Her bir bağımsız çevre için bir çevre akımı tanımlayın. N adet çevre içeren bir devrede N adet çevre akımı olur. Dolayısıyla çevre

akımlarını belirlemek için N adet doğrusal olarak bağımsız denklem yazılmalıdır.

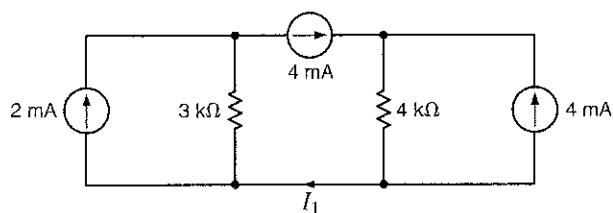
- Eğer devrede akım kaynakları var ise, iki teknikten biri kullanılabilir. Birinci teknikte, bir çevre akımı bir akım kaynağından geçecek şekilde seçilir. Geriye kalan çevre akımları, devredeki akım kaynakları açık devre yapılarak elde edilen yeni devre türlerinde tanımlanır. İkinci teknikte, devredeki her bir göz için bir akım belirlenir.
- KAY kullanılarak bağımlı veya bağımsız her bir akım kaynağı için kısıtlayıcı denklemler, tanımlanan çevre akımları cinsinden yazılır. Her bir kısıtlayıcı denklem çözüm için gerekli doğrusal olarak bağımsız denklemden birini temsil eder ve N_f akım kaynağı N_f adet doğrusal olarak bağımsız denklem üretir. Her bir bağımlı akım kaynağı için, bu kaynağın kontrol değişkenini çevre akımları cinsinden ifade ediniz.

den yazılır. Her bir kısıtlayıcı denklem çözüm için gerekli doğrusal olarak bağımsız denklemden birini temsil eder ve N_f akım kaynağı N_f adet doğrusal olarak bağımsız denklem üretir. Her bir bağımlı akım kaynağı için, bu kaynağın kontrol değişkenini çevre akımları cinsinden ifade ediniz.

- KGY kullanarak geriye kalan doğrusal olarak bağımsız $N - 1 - N_f$ adet denklemi yazınız. KGY denklemelerini oluştururken bağımlı gerilim kaynaklarını bağımsız gerilim kaynakları gibi ele alınız. Her bir bağımlı gerilim kaynağı için kontrol değişkenlerini çevre akımları cinsinden ifade ediniz.

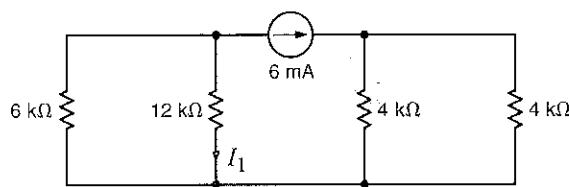
PROBLEMLER

3.1 Şekil P3.1'deki devrede I_1 akımını bulunuz.



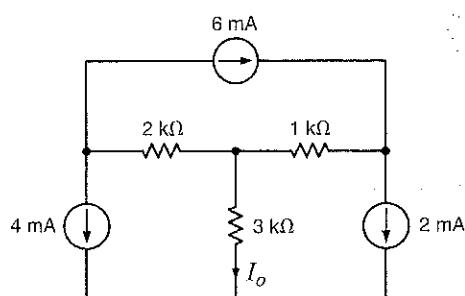
Şekil P3.1

3.2 Şekil P3.2'deki devrede I_1 akımını bulunuz.



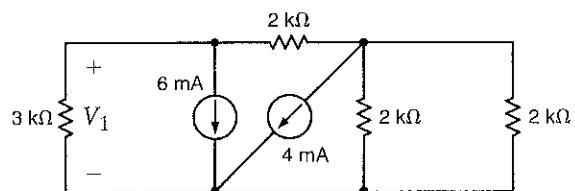
Şekil P3.2

3.3 Şekil P3.3'teki devrede I_o akımını bulunuz.



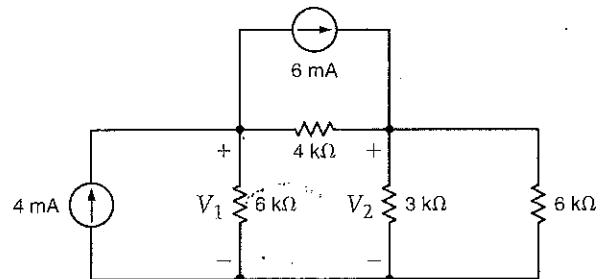
Şekil P3.3

3.4 Şekil P3.4'teki devrede V_1 gerilimini bulmak için düğüm analizini kullanınız.



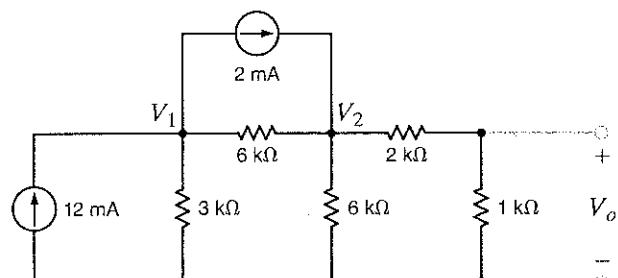
Şekil P3.4

3.5 Şekil P3.5'teki devrede V_1 ve V_2 gerilimlerini bulmak için düğüm analizini kullanınız.



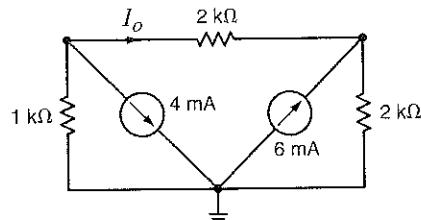
Şekil P3.5

3.6 Şekil P3.6'deki devrede V_1 ve V_o gerilimlerini bulmak için döngü analizini kullanınız.



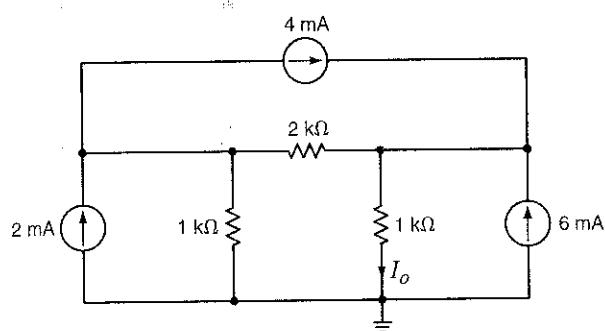
Şekil P3.6

- 3.7 Düğüm analizini kullanarak Şekil P3.7'deki devrede I_o akımını bulunuz.



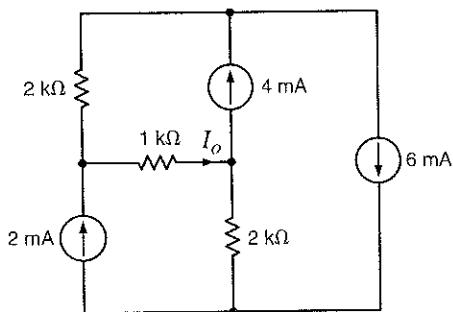
Şekil P3.7

- 3.8 Düğüm analizini kullanarak Şekil P3.8'deki devrede I_o akımını bulunuz.



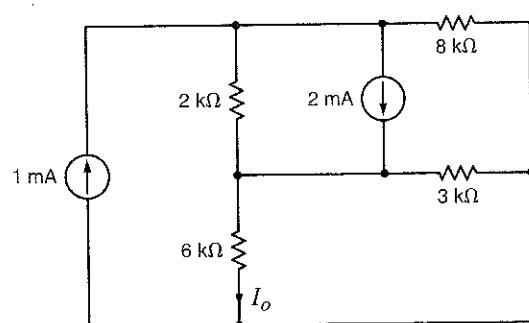
Şekil P3.8

- 3.9 Şekil P3.9'deki devrede I_o akımını bulunuz.



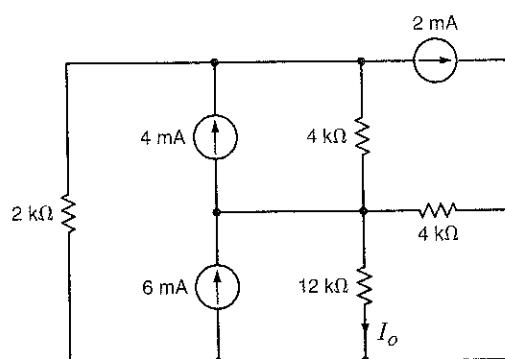
Şekil P3.9

- 3.10 Düğüm analizini kullanarak Şekil P3.10'daki devrede I_o akımını bulunuz.



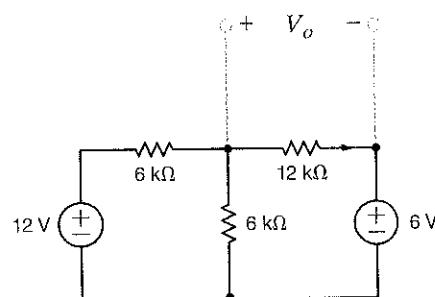
Şekil P3.10

- 3.11 Düğüm analizini kullanarak Şekil P3.11'deki devrede I_o akımını bulunuz.



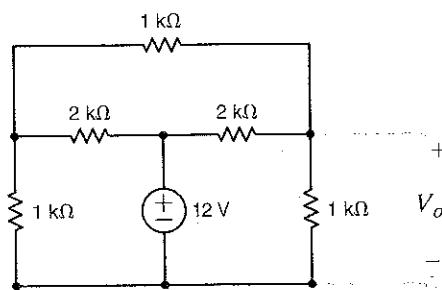
Şekil P3.11

- 3.12 Şekil P3.12'deki devrede V_o gerilimini bulmak için düğüm analizini kullanınız.



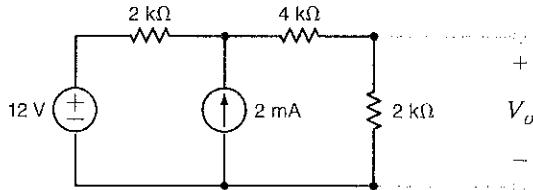
Şekil P3.12

- 3.13 Düğüm analizini kullanarak Şekil P3.13'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



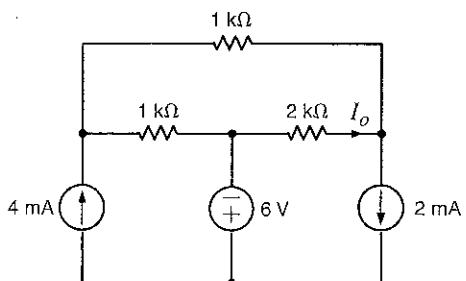
Şekil P3.13

3.14 Şekil P3.14'teki devrede V_o gerilimini bulmak için düğüm analizini kullanınız.



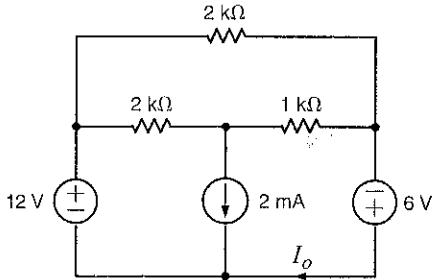
Şekil P3.14

3.15 Şekil P3.15'teki devrede I_o akımını düğüm analizi ile bulunuz.



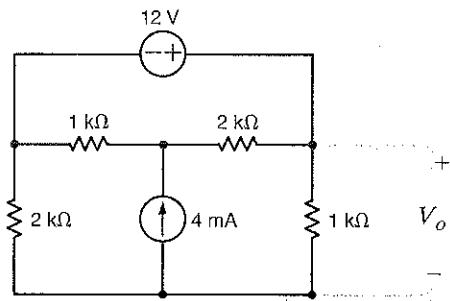
Şekil P3.15

3.16 Şekil P3.16'daki devrede I_o akımını düğüm analizi ile bulunuz.



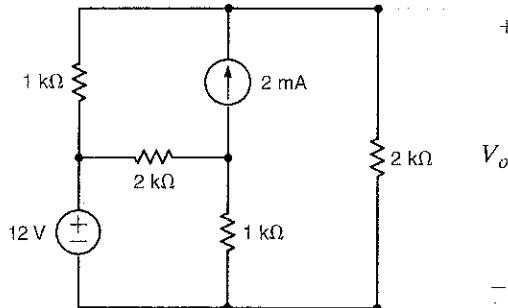
Şekil P3.16

3.17 Şekil P3.17'deki devrede V_o gerilimini düğüm analizi ile bulunuz.



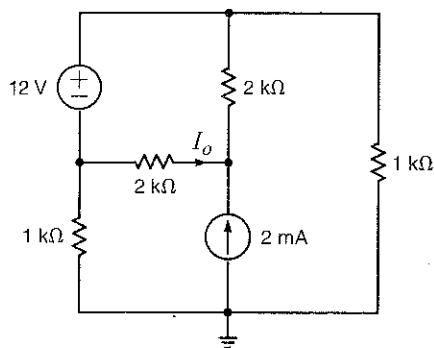
Şekil P3.17

3.18 Şekil P3.18'deki devrede V_o gerilimini düğüm analizi ile bulunuz.



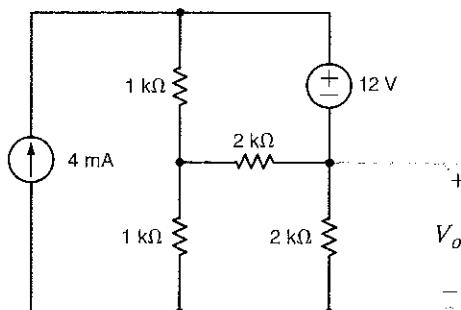
Şekil P3.18

3.19 Şekil P3.19'daki devrede I_o akımını düğüm analizi ile bulunuz.



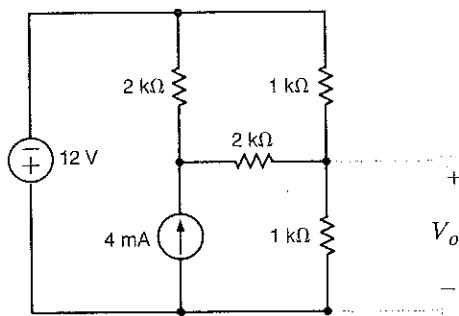
Şekil P3.19

3.20 Şekil P3.20'deki devrede V_o gerilimini düğüm analizi ile bulunuz.



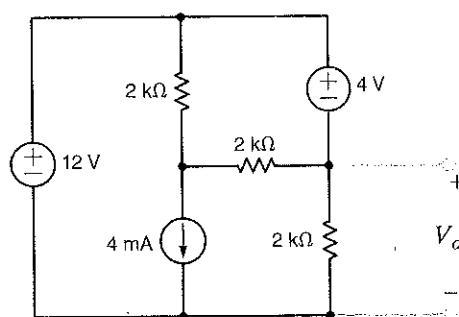
Şekil P3.20

3.21 Şekil P3.21'deki devrede V_o gerilimini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



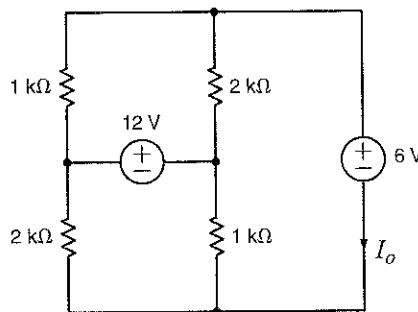
Şekil P3.21

3.22 Şekil P3.22'deki devrede V_o gerilimini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



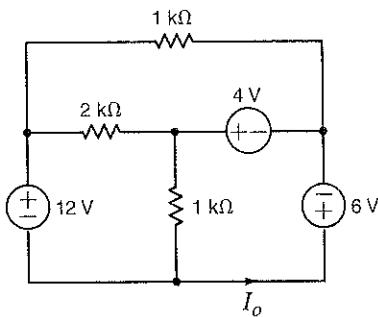
Şekil P3.22

3.23 Şekil P3.23'teki devrede I_o akımını düğüm analizi ile bulunuz.



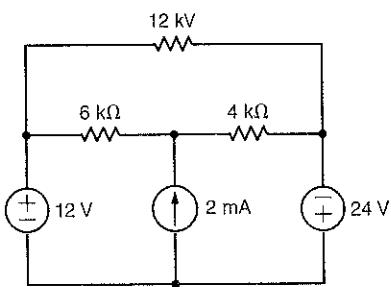
Şekil P3.23

3.24 Şekil P3.24'teki devrede I_o akımını düğüm analizini kullanarak bulunuz.



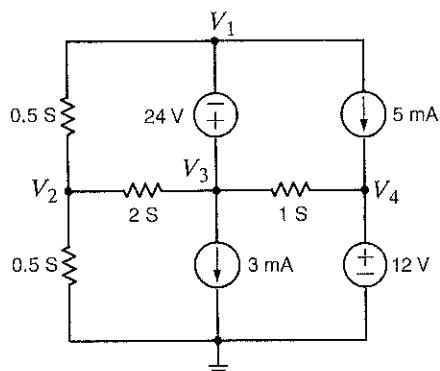
Şekil P3.24

3.25 Şekil P3.25'teki devrede düğüm gerilimlerini düğüm analizi ile bulunuz. Ayrıca, 2mA'lık kaynak tarafından sağlanan gücü hesaplayınız.



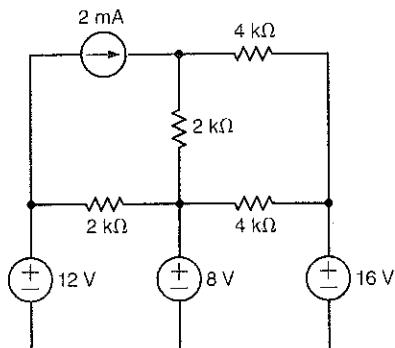
Şekil P3.25

3.26 Şekil P3.26'daki devrede tanımlanmış olan düğüm gerilimlerini düğüm analizi kullanarak bulunuz.



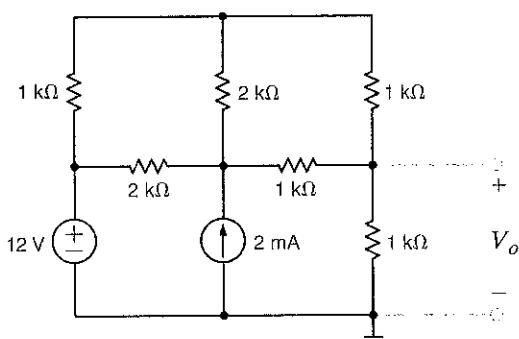
Şekil P3.26

- 3.27** Şekil P3.27'de düğüm gerilimlerini düğüm analizi kullanarak bulunuz. Ayrıca, 2mA'lık kaynak tarafından sağlanan gücü hesaplayınız.



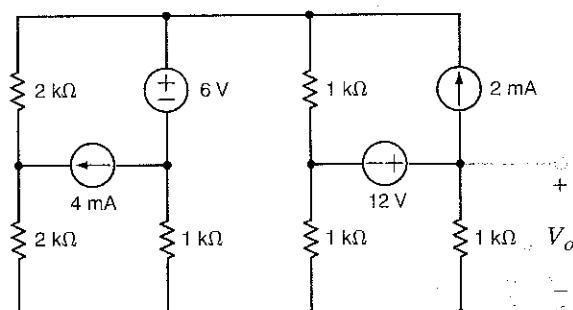
Şekil P3.27

- 3.28** Şekil P3.28'deki devrede V_o gerilimini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



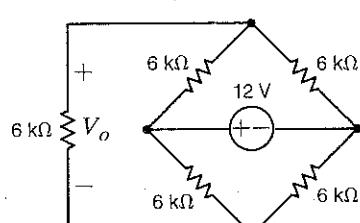
Şekil P3.28

- 3.29** Şekil P3.29'daki devrede V_o gerilimini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



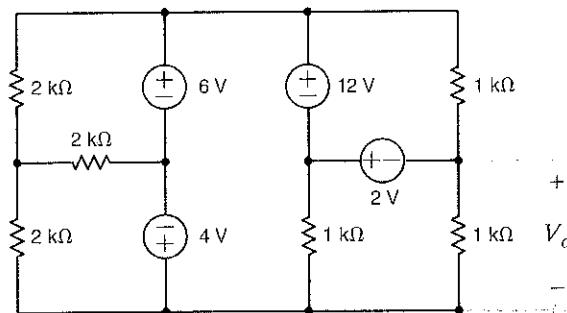
Şekil P3.29

- 3.30** Şekil P3.30'daki devrede I_o akımını düğüm analizi ile bulunuz.



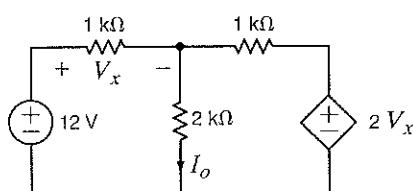
Şekil P3.30

- 3.31** Şekil P3.31'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



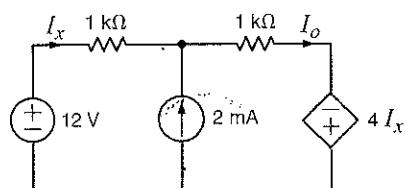
Şekil P3.31

- 3.32** Şekil P3.32'deki devrede I_o akımını düğüm analizi ile bulunuz.



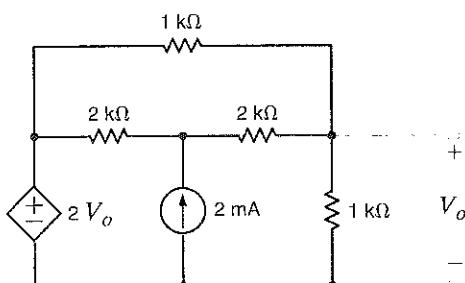
Şekil P3.32

- 3.33** Şekil P3.33'teki devrede I_o akımını düğüm analizi ile bulunuz.



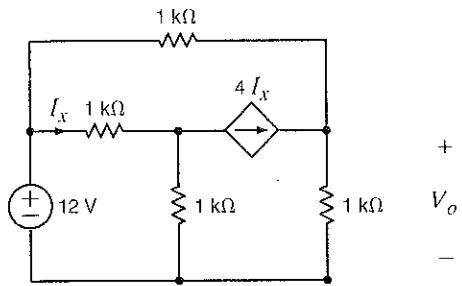
Şekil P3.33

- 3.34** Şekil P3.34'teki devrede V_o gerilimini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



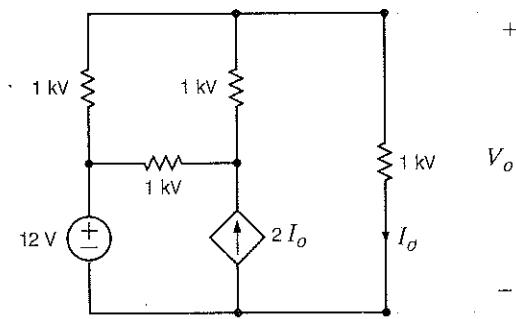
Şekil P3.34

3.35 Şekil P3.35'te devrede V_o gerilimini düğüm analizi ile bulunuz.



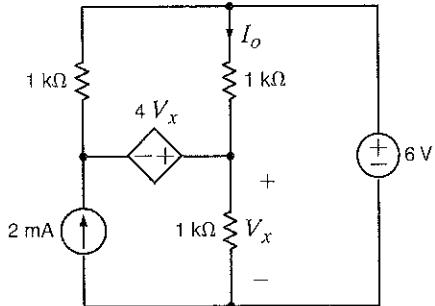
Şekil P3.35

3.36 Şekil P3.36'daki devrede V_o gerilimini düğüm analizi ile bulunuz.



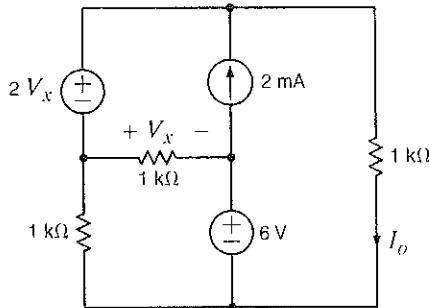
Şekil P3.36

3.37 Şekil P3.37'deki devrede I_o akımını düğüm analizi ile bulunuz.



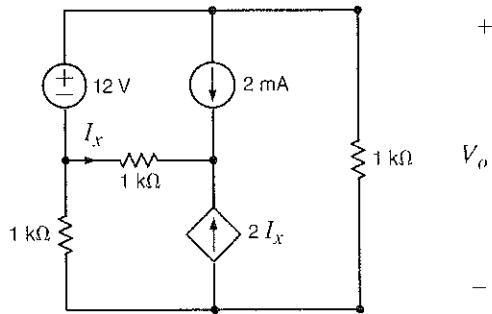
Şekil P3.37

3.38 Şekil P3.38'deki devrede I_o akımını düğüm analizi ile bulunuz.



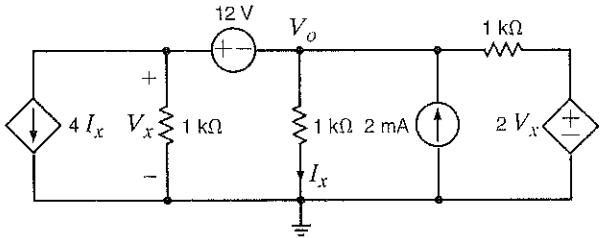
Şekil P3.38

3.39 Şekil P3.39'daki devrede V_o gerilimini düğüm analizi ile bulunuz.



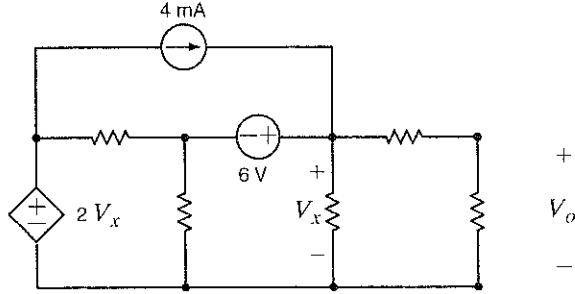
Şekil P3.39

3.40 Şekil P3.40'taki devrede V_o gerilimini düğüm analizi ile bulunuz.



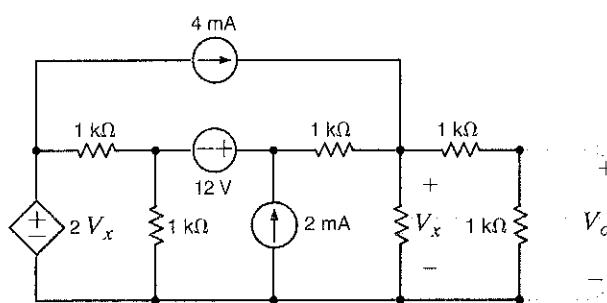
Şekil P3.40

3.41 Şekil P3.41'deki V_o gerilimini düğüm analizi ile bulunuz.



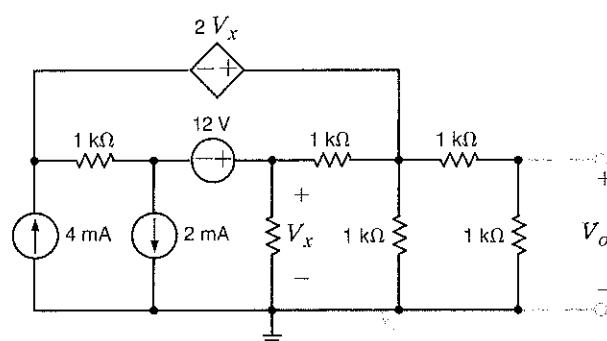
Şekil P3.41

- 3.42** Şekil P3.42'deki devrede V_0 gerilimini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



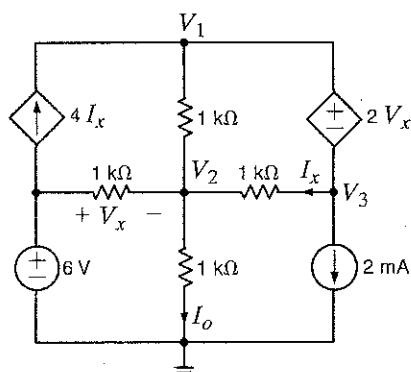
Şekil P3.42

- 3.43** Şekil P3.43'te devrede V_0 gerilimini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



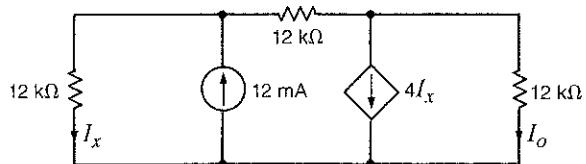
Şekil P3.43

- 3.44** Şekil P3.44'teki devrede I_0 akımını düğüm analizi ile bulunuz.



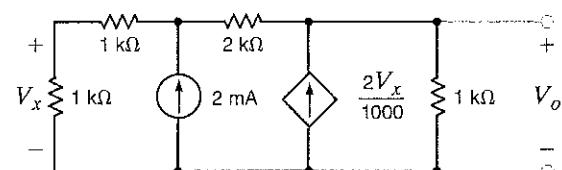
Şekil P3.44

- 3.45** Şekil P3.45'teki devrede I_0 akımını düğüm analizi ile bulunuz.



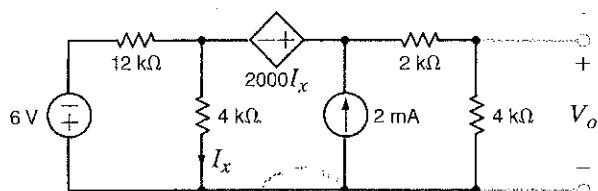
Şekil P3.45

- 3.46** Şekil P3.46'daki devrede V_0 gerilimini bulunuz.



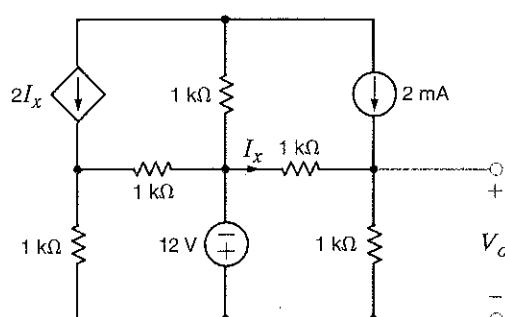
Şekil P3.46

- 3.47** Şekil P3.47'deki devrede V_0 gerilimini düğüm analizi ile bulunuz. Ayrıca, tüm dal akımlarını bulunuz ve cevabınızı KAY kullanarak test ediniz.



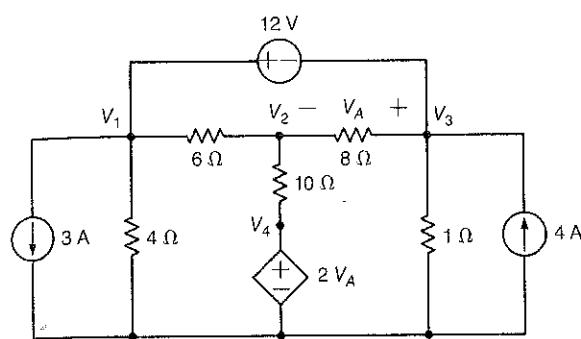
Şekil P3.47

- 3.48** Şekil P3.48'deki devrede V_0 gerilimini düğüm analizi ile bulunuz.



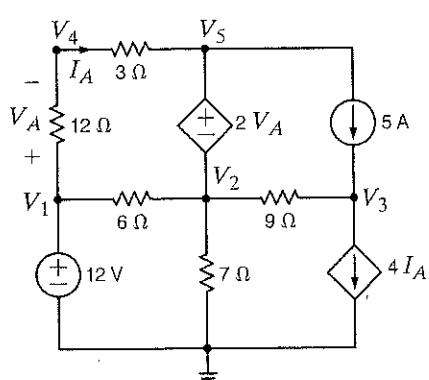
Şekil P3.48

3.49 Şekil P3.49'daki V_1 , V_2 , V_3 ve V_4 gerilimini düğüm analizi ile bulunuz.



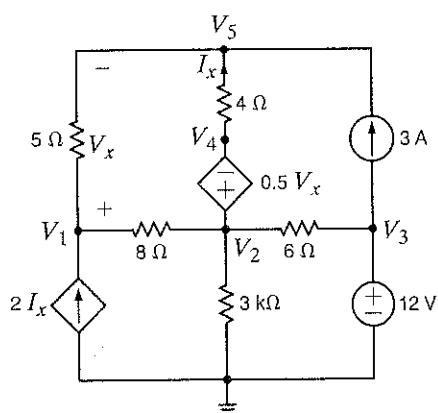
Şekil P3.49

3.50 Şekil P3.50'deki devrede gösterilen düğüm gerilimlerini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



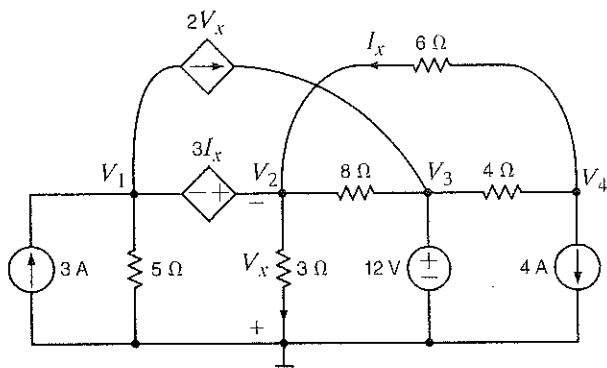
Şekil P3.50

3.51 Şekil P3.51'deki devrede gösterilen düğüm gerilimlerini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



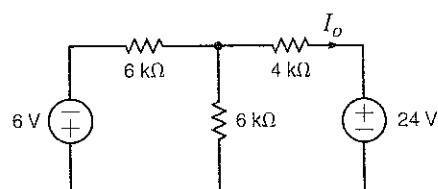
Şekil P3.51

3.52 Şekil P3.52'de gösterilen düğüm gerilimlerini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



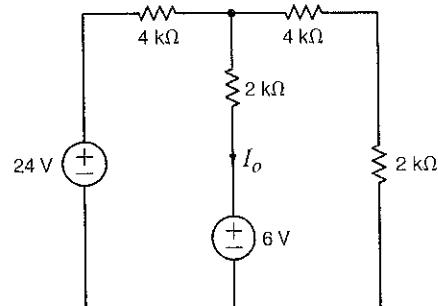
Şekil P3.52

3.53 Şekil P3.53'teki devrede I_0 akımını göz akımlarını kullanarak bulunuz.



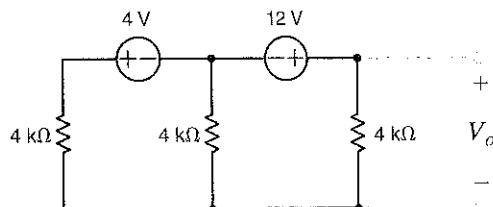
Şekil P3.53

3.54 Şekil P3.54'teki devrede I_0 akımını bulunuz.



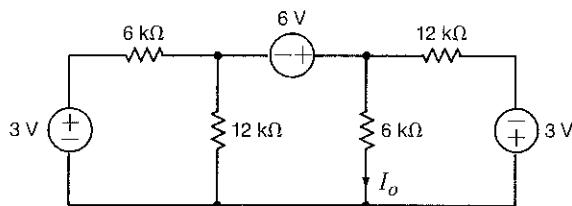
Şekil P3.54

3.55 Şekil P3.55'teki devrede V_o gerilimini göz akımlarını analizini kullanarak bulunuz.



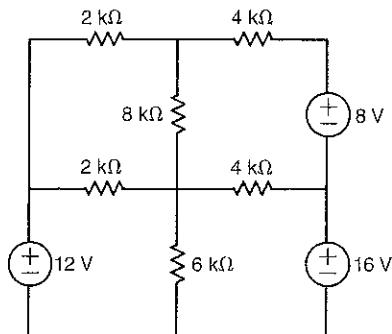
Şekil P3.55

3.56 Şekil P3.56'daki devrede I_o akımını bulunuz.



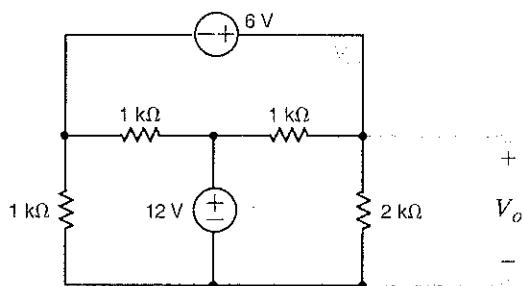
Şekil P3.56

3.57 Şekil P3.57'deki devrede $6\text{-k}\Omega$ 'luk direncin üzerinde harcanan güçü göz analizi ile bulunuz.



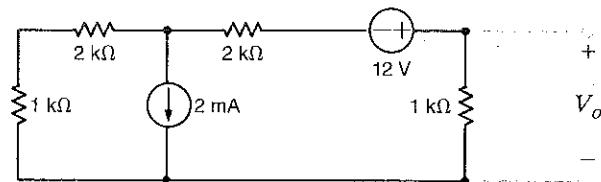
Şekil P3.57

3.58 Şekil P3.58'deki devrede V_o gerilimini göz analizini kullanarak bulunuz.



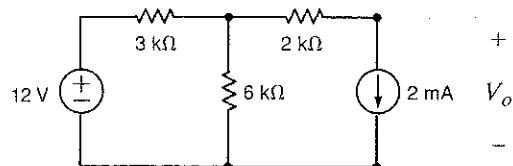
Şekil P3.58

3.59 Şekil P3.59'daki devrede V_o gerilimini bulmak için çevre analizini kullanınız.



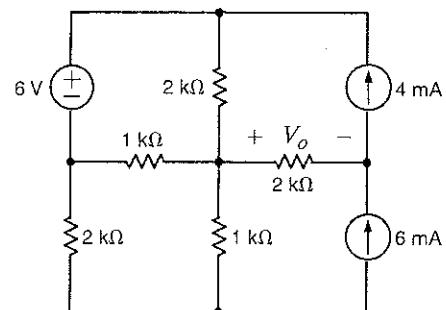
Şekil P3.59

3.60 Şekil P3.60'daki devrede V_o gerilimini bulmak için göz analizini kullanınız.



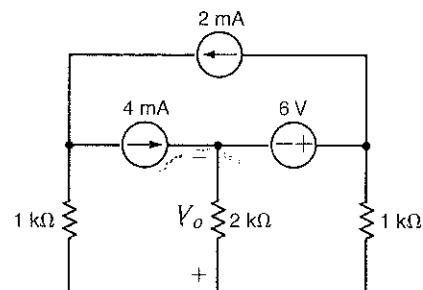
Şekil P3.60

3.61 Şekil P3.61'deki V_o gerilimini bulmak için çevre analizini kullanınız.



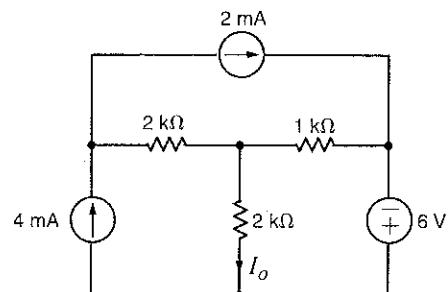
Şekil P3.61

3.62 Şekil P3.62'deki devrede V_o gerilimini bulmak için çevre analizini kullanınız.



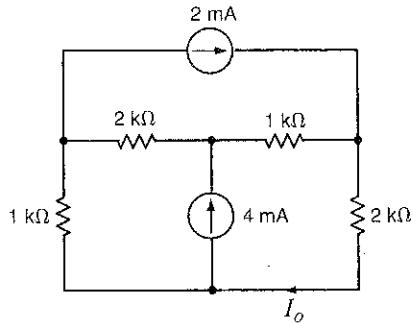
Şekil P3.62

3.63 Şekil P3.63'teki devrede I_o akımını çevre analizini kullanarak bulunuz.



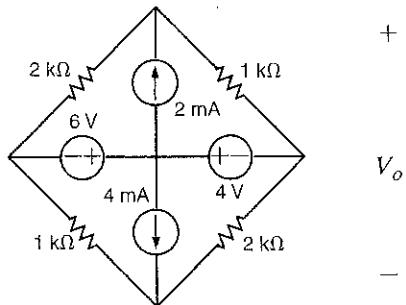
Şekil P3.63

3.64 Şekil P3.64'teki devrede I_0 akımını çevre analizi ile bulunuz.



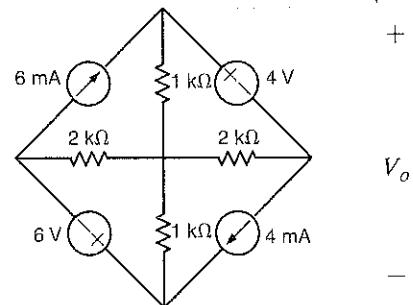
Şekil P3.64

3.65 Şekil P3.65'teki devrede V_0 akımını çevre analizi ile bulunuz.



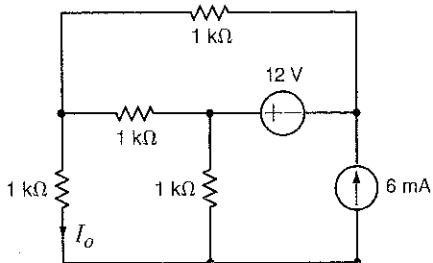
Şekil P3.65

3.66 Şekil P3.66'daki devrede V_0 gerilimini çevre analizini kullanarak bulunuz..



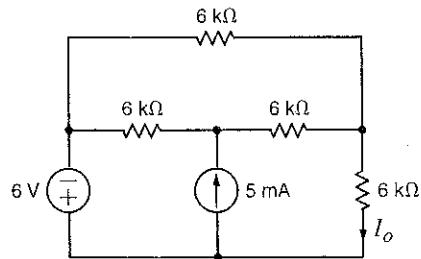
Şekil P3.66

3.67 Şekil P3.67'deki devrede I_0 akımını çevre analizini kullanarak bulunuz.



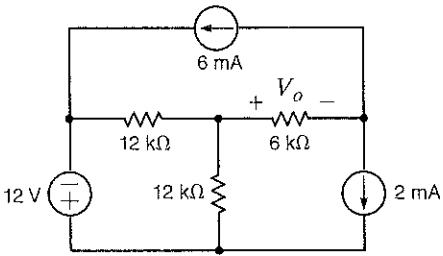
Şekil P3.67

3.68 Şekil P3.68'deki devrede I_0 akımını çevre analizini kullanarak bulunuz.



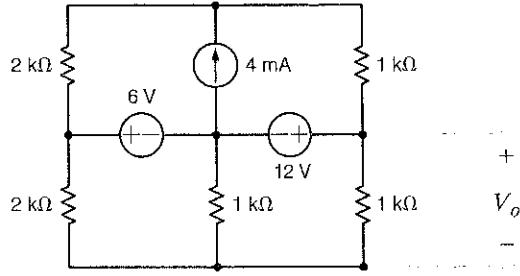
Şekil P3.68

3.69 Şekil P3.69'daki devrede V_0 gerilimini bulmak için çevre analizini kullanınız.



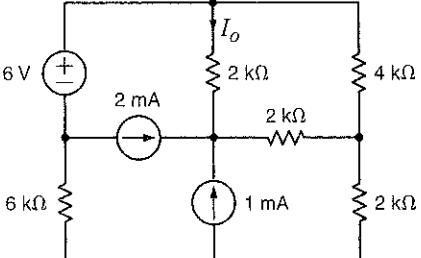
Şekil P3.69

3.70 Şekil P3.70'deki devrede V_0 gerilimini çevre analizini kullanarak bulunuz.



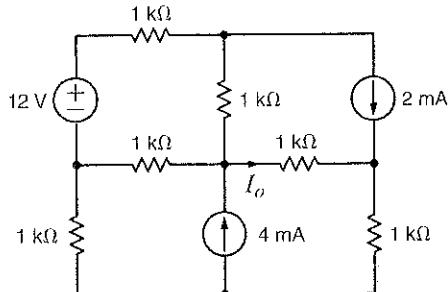
Şekil P3.70

3.71 Şekil P3.71'deki devrede I_0 akımını bulunuz.



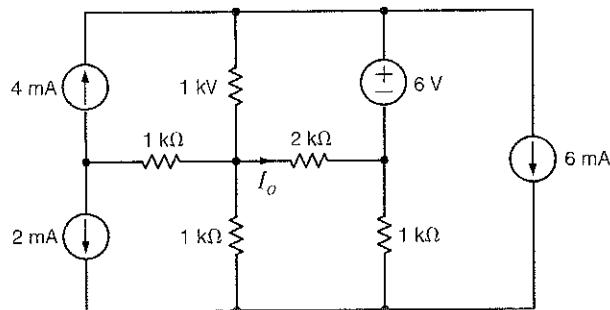
Şekil P3.71

3.72 Şekil P3.72'deki devrede I_0 akımını çevre analizi ile bulunuz.



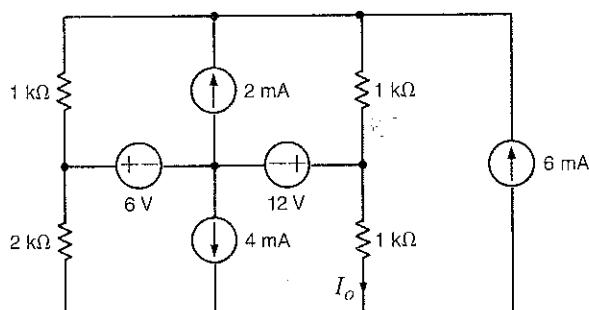
Şekil P3.72

3.73 Şekil P3.73'teki devrede I_0 akımını çevre analizi ile bulunuz.



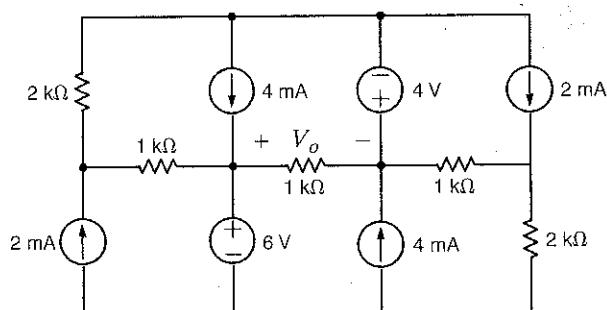
Şekil P3.73

3.74 Şekil P3.74'teki devrede I_0 akımını çevre analizi ile bulunuz..



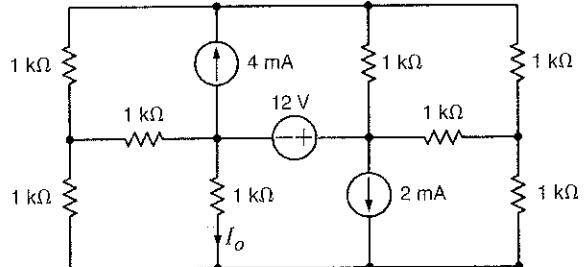
Şekil P3.74

3.75 Şekil P3.75'teki devrede V_0 gerilimini çevre analizini kullanarak bulunuz.



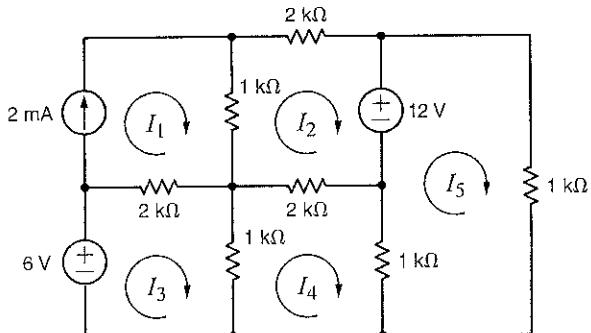
Şekil P3.75

3.76 Şekil P3.76'deki devrede I_0 akımını çevre analizini kullanarak bulunuz.



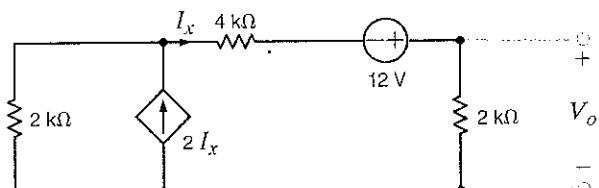
Şekil P3.76

3.77 Şekil P3.77'deki göz akımlarını bulunuz.



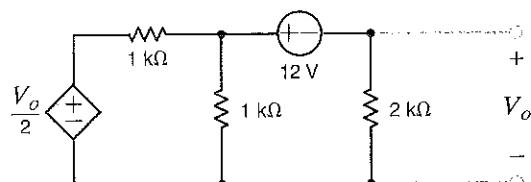
Şekil P3.77

3.78 Şekil P3.78'deki devrede V_0 gerilimini çevre analizini kullanarak bulunuz.



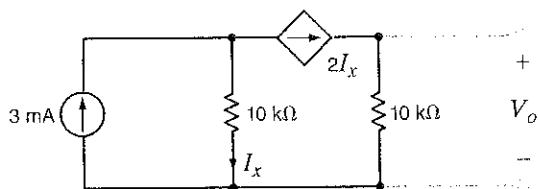
Şekil P3.78

3.79 Şekil P3.79'daki devrede V_0 gerilimini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



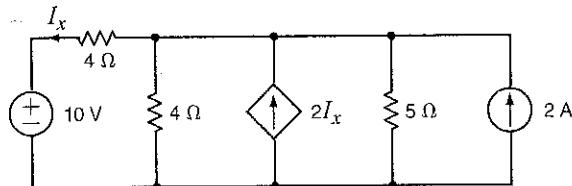
Şekil P3.79

3.80 Şekil P3.80'deki devrede V_o gerilimini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



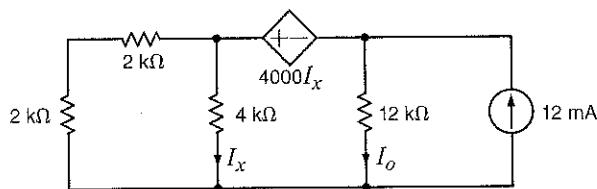
Şekil P3.80

3.81 Şekil P3.81'deki devrede 2-A'lık akım kaynağının sağladığı gütü çevre analizi ile bulunuz.



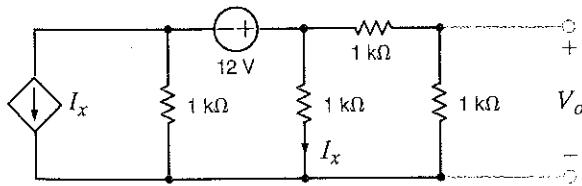
Şekil P3.81

3.82 Şekil P3.82'deki devrede I_o akımını bulunuz.



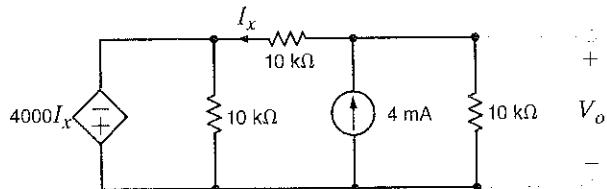
Şekil P3.82

3.83 Şekil P3.83'teki devrede V_o gerilimini çevre analizini kullanarak bulunuz.



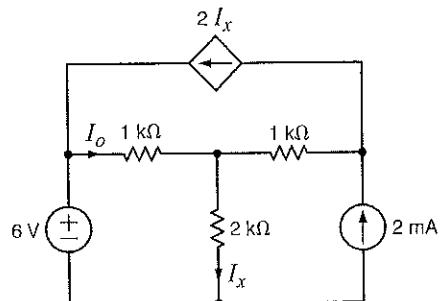
Şekil P3.83

3.84 Şekil P3.84'teki devrede V_o gerilimini düğüm analizini kullanarak bulunuz.



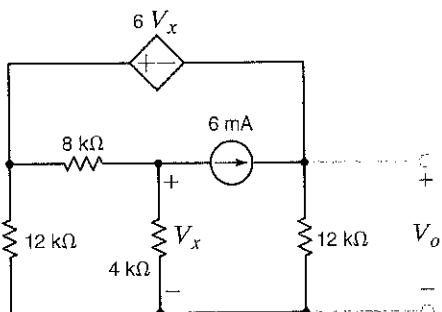
Şekil P3.84

3.85 Şekil P3.85'teki devrede I_o akımını çevre analizi ile bulunuz.



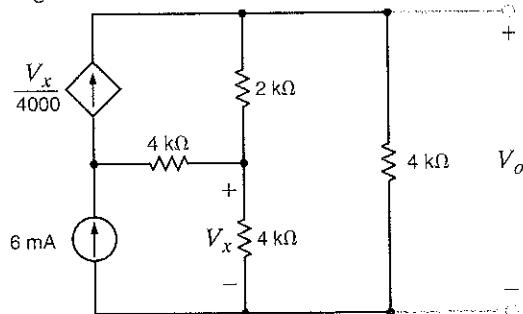
Şekil P3.85

3.86 Şekil P3.86'daki devrede V_o gerilimini göz analizi kullanarak bulunuz.



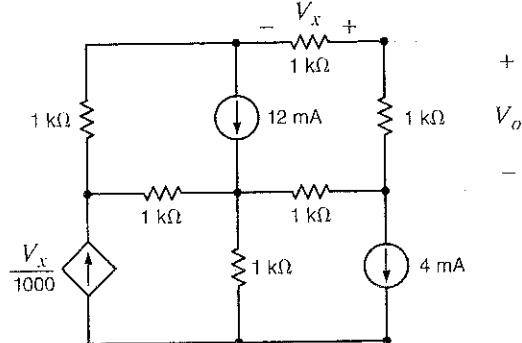
Şekil P3.86

3.87 Şekil P3.87'deki devrede düğüm analizi kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



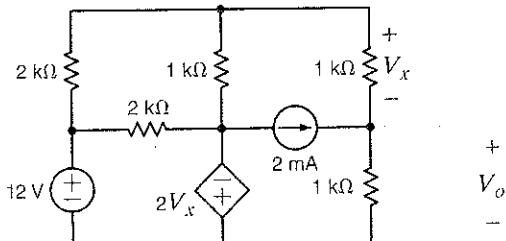
Şekil P3.87

3.88 Şekil P3.88'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



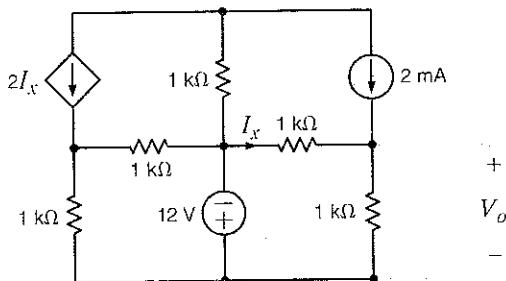
Şekil P3.88

3.89 Şekil P3.89'daki devrede V_o gerilimini çevre analizi kullanarak bulunuz.



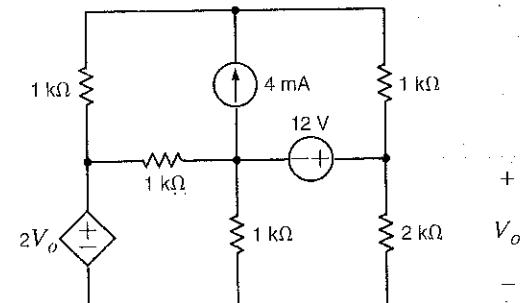
Şekil P3.89

3.90 Şekil P3.90'daki devrede V_o gerilimini çevre analizi kullanarak bulunuz.



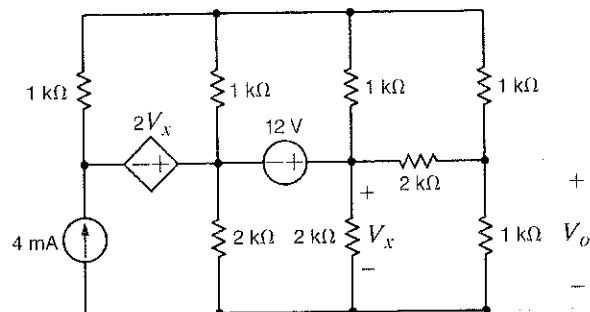
Şekil P3.90

3.91 Şekil P3.91'deki devrede V_o gerilimini çevre analizi kullanarak bulunuz.



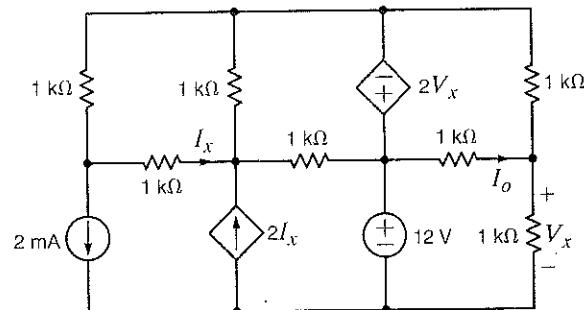
Şekil P3.91

3.92 Şekil P3.92'deki devrede V_o gerilimini çevre analizi kullanarak bulunuz.



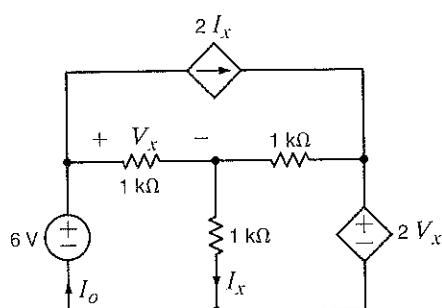
Şekil P3.92

3.93 Şekil P3.93'teki devrede I_o akımını çevre analizi kullanarak bulunuz.



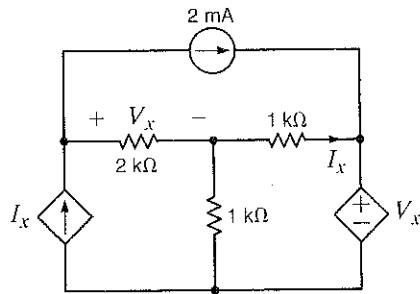
Şekil P3.93

3.94 Şekil P3.94'teki devrede I_o akımını bulmak için çevre analizini kullanınız.

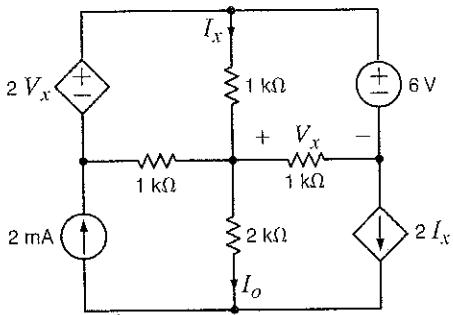


Şekil P3.94

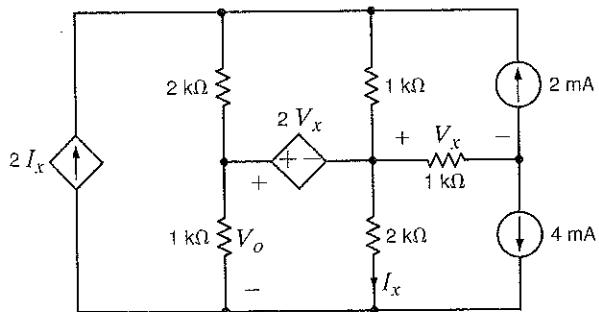
- 3.95** Şekil P3.95'teki devrede düğüm analizi kullanarak I_x akımını bulunuz.


Şekil P3.95

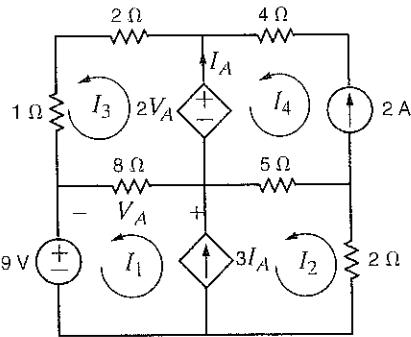
- 3.96** Şekil P3.96'daki devrede I_x akımını düğüm analizi kullanarak bulunuz.


Şekil P3.96

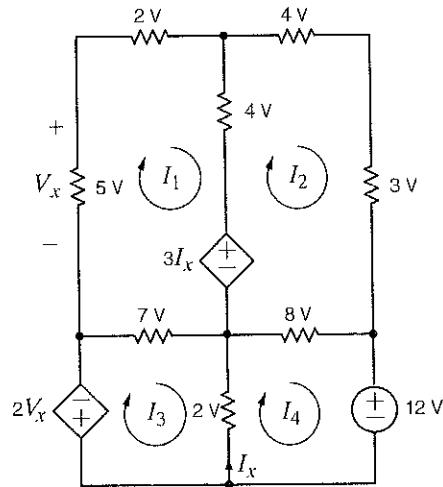
- 3.97** Şekil P3.97'deki devrede V_0 gerilimini çevre analizi kullanarak bulunuz.


Şekil P3.97

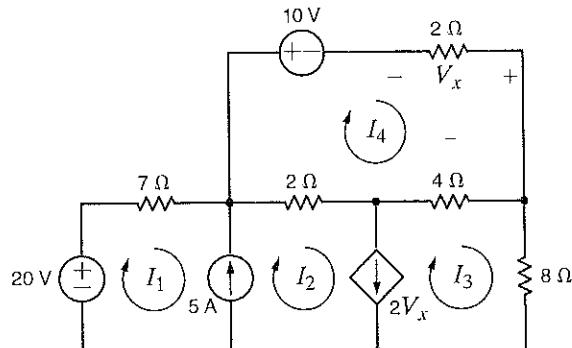
- 3.98** Şekil P3.98'deki devrede gösterilen göz akımlarını bulunuz.


Şekil P3.98

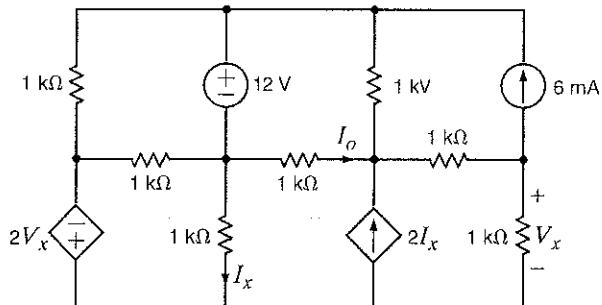
- 3.99** Şekil P3.99'daki devrede gösterilen göz akımlarını bulunuz.


Şekil P3.99

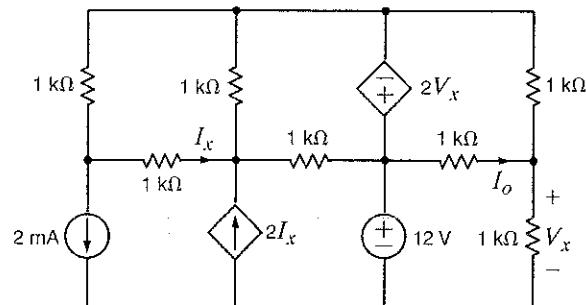
- 3.100** Şekil P3.100'deki devrede devrede gösterilen göz akımlarını bulunuz.


Şekil P3.100

- 3.101** Şekil P3.101'deki devrede I_o akımını çevre analizi kullanarak bulunuz.
- 3.104** Şekil P3.104'teki devrede I_o akımını bulmak için düğüm ve çevre analizini kullanınız.

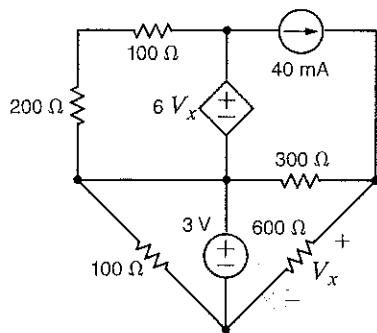


Şekil P3.101



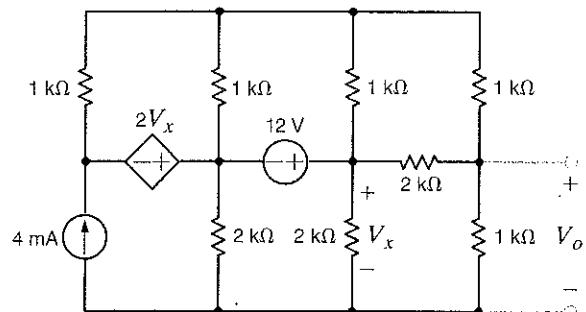
Şekil P3.104

- 3.102** Şekil P3.102'deki devrede 3-V'luk bağımsız kaynak tarafından sağlanan gücü belirlemek için göz analizini kullanınız.



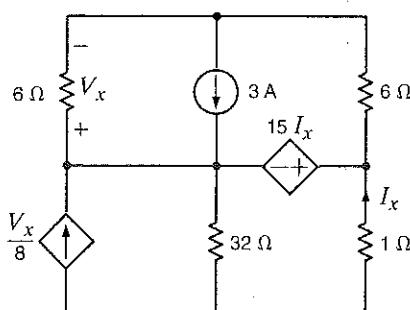
Şekil P3.102

- 3.105** Şekil P3.105'teki devrede V_o gerilimini bulmak için düğüm ve çevre analizini kullanınız.



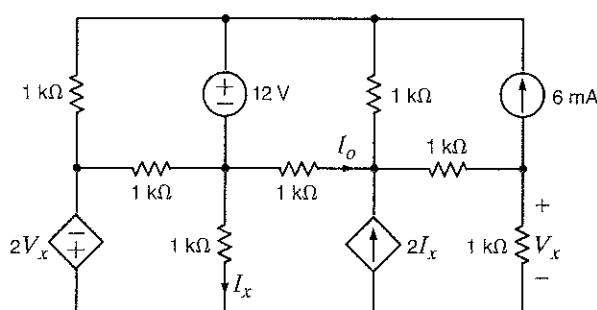
Şekil P3.105

- 3.103** Şekil P3.103'teki devrede akım kontrollü gerilim kaynağının tarafından sağlanan gücü belirlemek için göz analizini kullanınız.



Şekil P3.103

- 3.106** Şekil P3.106'daki devrede I_o akımını düğüm analizini kullanarak bulunuz.

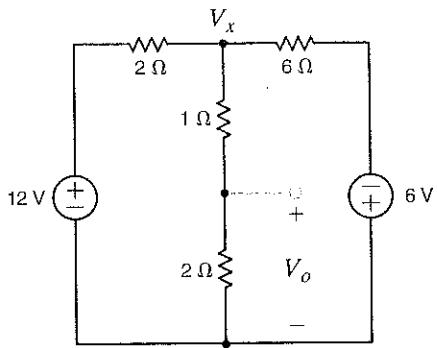


Şekil P3.106

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

3ÇSS-1 Şekil 4ÇSS-1'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.

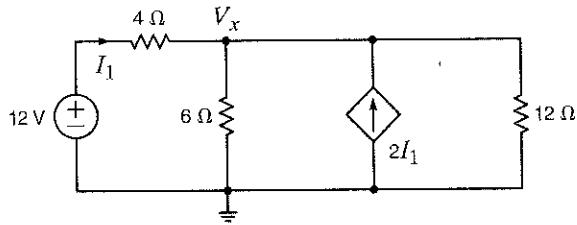
- a. 3.33 V
- b. 8.25 V
- c. 9.33 V
- d. 2.25 V



Şekil 3ÇSS-1

3ÇSS-2 Şekil 4ÇSS-2'deki devrede 6-ohmluk direnç üzerinde harcanan gücü belirleyiniz.

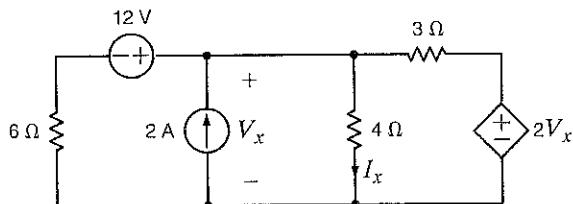
- a. 8.2 W
- b. 15.3 W
- c. 4.4 W
- d. 13.5 W



Şekil 3ÇSS-2

3ÇSS-3 Şekil 4ÇSS-3'teki devrede 4-ohmluk direnç üzerindeki I_x akımını bulunuz.

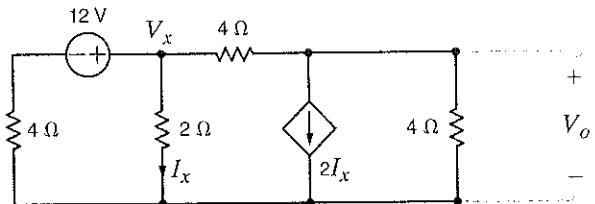
- a. 20 A
- b. 12 A
- c. 7 A
- d. 14 A



Şekil 3ÇSS-3

3ÇSS-4 Şekil 4ÇSS-4'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.

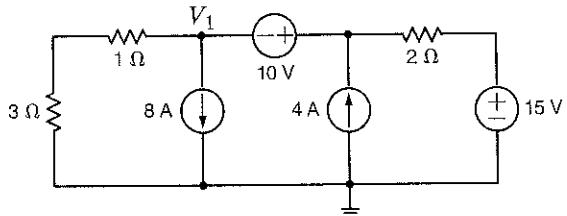
- a. -3.28 V
- b. 4.14 V
- c. -6.43 V
- d. 2.25 V



Şekil 3ÇSS-4

3ÇSS-5 Şekil 4ÇSS-5'teki devrede V_1 gerilimi nedir?

- a. -7 V
- b. 5 V
- c. -2 V
- d. 4 V



Şekil 3ÇSS-5

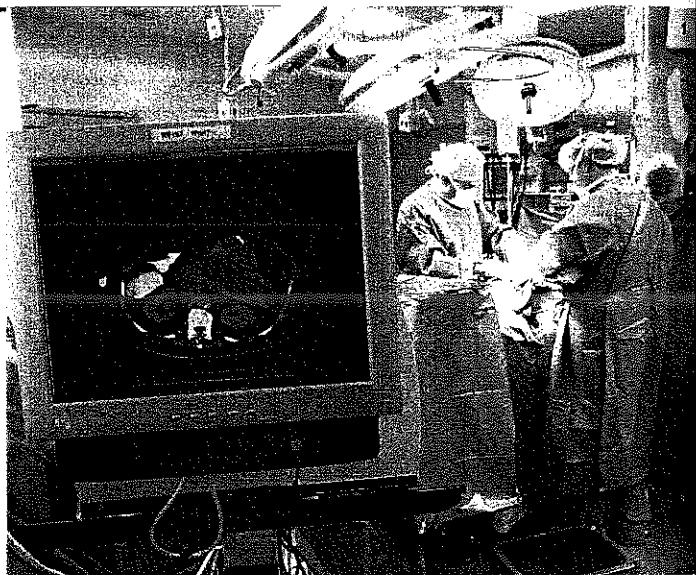
4

BÖLÜM

İŞLEMSEL YÜKSELTEÇLER

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI:

- İşlemel yükseltecin nasıl modellendiğinin öğrenilmesi
- İşlemel yükseltçe kullanılan devrelerin nasıl analiz edildiğinin öğrenilmesi
- İşlemel yükseltçelerin pratik uygulamalarda nasıl kullanıldığıının öğrenilmesi



NewsCom'un izniyle

Robotla Ameliyat Robot yardımıyla ameliyat, Jarvick marka yapay kalp yıllar önce ana haberlere konu olduğundan beri tıp çevrelerindeki en önemli hikâye olabilir. Küçük ameliyat bıçaklarıyla, vücut içerişine mümkün olduğunda az giriş yaparak işleyen bu süreç sayesinde hasta daha hızlı iyileşir, daha az ağrı duyar, daha az kanama yaşar ve itihap kapma riski daha düşüktür. Bir zamanlar çok ciddi ameliyat olarak görülen böbrek alźırma ameliyatının ardından hastanede bir gece kalkıktan sonra taburcu olabilir, ertesi gün de ayağa kalkabilirsiniz. Robot destekli teknikler bazı kalp ameliyatlarına da girmiş durumdadır.

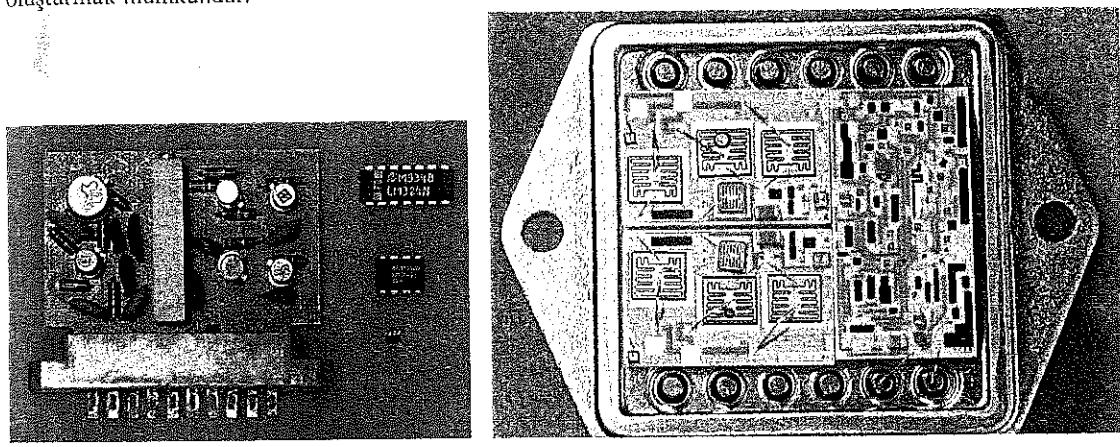
Robotlar sayesinde operatörler ameliyat masasından bir iki metre ötede bir konsol üzerinde çalışarak uzaktan denetimle yatak yanındaki robot kollarını hareket ettirebilir. Böylece, el titremesinin ameliyat aletleri üzerindeki etkisi azaltılmış olur.

Bilgisayarla robotların birlikte kullanılabilmesi, operatörlerin önceden bilgisayar simülasyonları yapmalarına ve böylece doğruluğun ölüm-kalımı belirlediği bir alanda deneyim kazanmalısına yardım eder.

Bu bölümde, robotların temel bileşenlerinden biri olan işlemel yükseltçeleri (op-amp) öğreneceksiniz. İşlemel yükseltecin analizini yapabilmek için düğüm gerilimi analizini ve Ohm yasasını bilmek yeterlidir. Dışarıdan güç olan aktif bir eleman olan işlemel yükseltçeler genellikle gerilim sinyallerini eviren, yükseltken ve toplayan bağlantılarla kullanılır. İşlemel yükseltç ayrica arka arkaya bağlı devrelerin tasarımını basitleştirir. Sağlık alanında öncü konumunda olan operatörler, kullanacakları çığır açan aletler için elektronik tasarımcılara güvenirler. Emrinizdeki işlemel yükseltçele, bir gün yaşam kurtarıcı olabilecek yaratıcı bir tasarıma başlayabilirsiniz.

İşlemSEL yükselticin (op-amp) analog devre tasarımda en önemli entegre devre olduğu ileri sürülebilir. Çok sayıda transistör ve direnç bir araya getirilerek oluşturulan işlemSEL yükselticeler, motor denetim sistemlerinden cep telefonlarına kadar her alanda devre tasarım yeteneğimizin sınırlarını muazzam ölçüde genişletirler. İlk op-amplar vakum tüpleri kullanılarak yapıldığından hem çok büyük hacimliydiler hem de aşırı güç tüketirdiler. 1947'de Bell Laboratuvarlarında transistör geliştirilmesi ile mühendislerin çok daha küçük ve verimli işlemSEL yükselticeler üretmesinin önü açılmıştır. Ancak, yine de işlemSEL yükselticin kendisi, transistör ve dirençlerin bir baskı devre kartı üzerinde teker teker dizilerek bağlanması sonucu oluşturuluyordu. 1970'li yıllarda tümleşik (entegre) devre üretim teknolojisinin geliştirilmesiyle işlemSEL yükselticin tüm transistörlerinin ve dirençlerinin tek bir yonga içerisinde yerleştirilmesi mümkün olmuştur. Günümüzde içerisinde dört tane yüksek kaliteli işlemSEL yükseltice barındıran tek bir yonga 0.4 dolara satın alınabilmektedir. Şekil 4.1'de bir ticari ürün örneği görülmektedir.

Bu elemanlar neden işlemSEL yükseltice olarak adlandırılır? Başlangıçta işlemSEL yükselticeler toplama, çıkartma, türev alma ve tümley (integral) alma gibi matematiksel işlemler için tasarlanmıştır. İşlemSEL yükselticelere basit devreler ekleyerek bu temel işlem devrelerini, veya gerilim yükselticileri, akımı gerilime dönüştürücüler ve daha pek çok karmaşık devreyi oluşturmak mümkündür.



(a)

(b)

Şekil 4.1

İşlemSEL yükseltice örnekleri. (a) Baskılı devre kartı üzerine yerleştirilmiş işlemSEL yükseltice devresi. Sağda, yukarıdan aşağıya, LM324, LMC6492, ve MAX4240 entegre devreleri. (b) Kapağı açılmış APEX PA03 içerisinde tek tek transistör ve dirençler görülmektedir. (Soldaki, Mark Nelms ve Jo Ann Loden'in izniyle; sağdaki, Milt Perrin, Apex Microtechnology Corp. izniyle)

Şu anda yalnızca kaynak ve dirençleri biliyorken işlemSEL yükselticelerin davranışını nasıl anlayabiliriz? Bu sorunun yanıtı modellemedir. Aslına bakılırsa, işlemSEL yükseltice sadece oldukça güzel bir gerilim yükseltecidir. Bir başka deyişle, çıkış gerilimi, giriş geriliminin bir kopyasıdır. İki gerilimin genlikleri eşit veya orantılı olabilir. Günümüz op-amplar o kadar kalitelidir ki onlar için doğruluğu yüksek, birinci mertebeden bir model geliştirmek çok kolaydır. Daha önce de belirtildiği gibi, işlemSEL yükselticeler çok popülerdir ve her düzeyde devre tasarımda yaygın olarak kullanılırlar. Düşük gerilim, yüksek gerilim, mikro güç, yüksek hız, yüksek akım gibi pek çok farklı uygulama için uygun işlemSEL yükseltice bulunabilir. Tüm bu uygulamalarda aynı modeli kullanabiliriz.

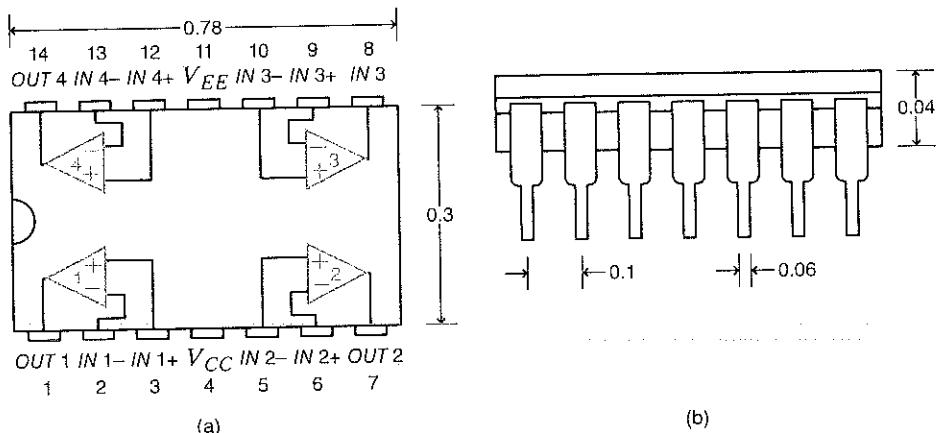
İşe, National Semiconductor firmasının genel amaçlı işlemSEL yükseltici LM324 entegre devresi ile başlayalım. Şekil 4.1'a'nın sağ üst köşesinde görülen bu elemanın içerisinde dört tane işlemSEL yükseltici bulunmaktadır. DIP (dual in line; çift sıralı) paketteki LM324'ün bacak bağlantısı Şekil 4.2'de gösterilmektedir. Şekildeki ölçüler inç olarak verilmektedir. Dört özdeş yükselticeden biri olan 1 numaralı yükseltice üzerinde yoğunlaşalım. 3 ve 2 bacakları giriş uçlarıdır. Bu bacaklar sırasıyla evirmeyen ve eviren girişler olarak adlandırılırlar. Çıkış 1 numaralı bacaktan alınır. Çıkış ile giriş gerilimleri arasındaki ilişki şu biçimde tanımlanır:

$$V_o = A_v(I_{N+} - I_{N-})$$

4.1**Giriş**
4.2
**İşlemSEL Yükseltic
Modelleri**

Şekil 4.2

LM324 dörtlü işlemel yükseltecin (a) bacak bağlantıları ve (b) boyutları. İki bacak arası mesafe DIP (iki sıralı) paketler için standart değer olan 0.1 inç'e (2.54 mm) eşittir.



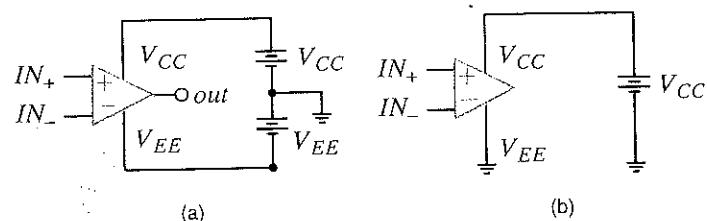
(4.1) bağıntısında gerilimler toprağa göre tanımlanmış olup, A_o işlemel yükseltecin kazancını göstermektedir. (Toprak ucunun konumu birazdan tartışılacaktır.) (4.1) eşitliğinden, $IN+$ arttığında V_o 'nun da artacağı görülmektedir. Öte yandan, $IN-$ arttığında da V_o azalacaktır. Bu uçlara evirmeyen ve eviren adı verilmesinin nedeni budur. İşlemel yükselteçlerin çok iyi gerilim yükseltici olduğu belirtilmiştir. Tipik yükselme değerleri 10.000 ile 1.000.000 arasındadır.

Yükseltme işlemi için gerekli güç 4 ve 11 numaralı bacaklar arasına bağlanan DA gerilim kaynağından sağlanır. Bu uçlar V_{CC} ve V_{EE} olarak adlandırılır. Şekil 4.3'te, güç kaynaklarının çift ve tek kaynaklı uygulamalar nasıl bağlandığı ve tüm giriş ve çıkış gerilimleri için referans alınan toprak ucu gösterilmektedir. Genel kabul, V_{CC} 'nin toprağa göre pozitif bir gerilim olduğu, V_{EE} 'nin ise toprağa göre negatif veya toprak potansiyelinde olduğu biçimindedir. Bu kaynakların gerçek değeri uygulamaya bağlı olarak 1 V gibi küçük bir değerden yüzlerce volta kadar değişebilir.

İşlemel yükselteci nasıl modelleyebiliriz? Modelde, V_o gerilimi bağımlı bir gerilim kaynağı tarafından üretilebilir! Peki, yükseltecin uçlarından (3, 2 ve 1 numaralı bacaklar) içeri ve dışarı doğru akan akımlar hakkında ne söyleyebiliriz? Neyse ki bacaklardan akan akımlar bacakların gerilimleri ile oldukça doğru orantılıdır. Bu durum Ohm yasasını akla getirmektedir. Dolayısıyla $I-V$ davranışını biri giriş uçlarına diğer çıkışa bağlı iki dirençle (R_i ve R_o) gösterebiliriz. Şekil 4.4 tüm bu kavramları özetlemektedir.

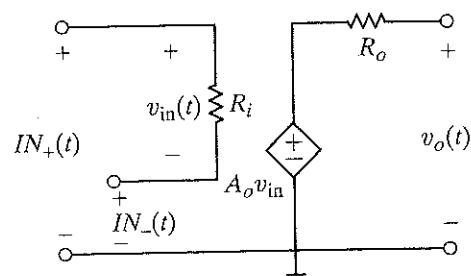
Şekil 4.3

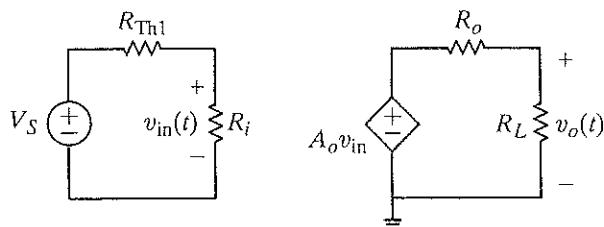
(a) Çift kaynaklı, (b) tek kaynaklı uygulamalar için güç kaynağı ve toprak bağlantıları.



Şekil 4.4

İşlemel yükselteç kazanç karakteristikleri için basit bir model.





Şekil 4.5

İşlemsel yükselteçli bir devre gösterimi. V_s ve R_{Th1} giriş devresini (sürücü), R_i de yükü modellemektedir. Şekil 4.4'teki devre işlemsel yükselteç modeli olarak arada kullanılmıştır.

A_o , R_i ve R_o hangi değerleri alabilir? Bu konuyu Şekil 4.5 yardımıyla tartışabiliriz. Şekilde, giriş uçlarını süren devre yerine eşdeğer bir devre, çıkışa bağlı olan devre yerine de bir direnç (R_L) kullanılmıştır. İşlemsel yükseltecin gerilimi ne kadar yükselttiğini görmek için V_o / V_s kazancını hesaplamaya çalışalım. Hem girişte hem de çıkışta gevilm bölücü kuralını uygulayarak aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{V_o}{V_s} = \left[\frac{R_i}{R_i + R_{Th1}} \right] A_o \left[\frac{R_L}{R_o + R_L} \right]$$

Kazancı, R_{Th1} ve R_L değerlerinden bağımsız olarak maksimum yapmak için gevilm bölüm oranlarını mümkün olduğu kadar 1'e yakın yapmak gerekir. İdeal olarak A_o 'nun sonsuz, R_i 'nin sonsuz ve R_o 'nun sıfır olması istenir. Bu durumda toplam kazanç A_o olur. Çizelge 4.1 çeşitli uygulamalarda kullanılan bir dizi işlemsel yükselteç için bu elemanların gerçek değerlerini göstermektedir.

Güç kaynakları performansı iki biçimde etkiler. Birincisi, her bir işlemsel yükseltecin işlevini yerine getirebileceği bir kaynak gerilimi aralığı vardır. İkincisi, düzgün çalışma için giriş ve çıkış gerilimlerinin kaynak gerilimlerini aşmaması gerekir.* Giriş/çıkış gerilimleri kaynak gerilimlerine 50-60 mV kadar yaklaşabiliyorlarsa bu durumda giriş/çıkış gerilimlerinin uçtan uca (rail-to-rail) olduğu söylenir. Genel olarak giriş/çıkış gerilimleri için daha katı sınırlamalar vardır; tipik olarak kaynaklardan 1 V kadar düşük gerilimlere izin verilir. Şekil 4.4'teki model, Çizelge 4.1'deki değerler ve bu giriş/çıkış sınırlamaları kullanılarak Şekil 4.6'daki grafik elde edilir. Bu grafikte Çizelge 4.1'deki her bir işlemsel yükseltecin çıkış-giriş ilişkisi gösterilmektedir. Buna göre, LMC6492 ve MAX4240 uçtan uca çıkışlara sahipken, LM324 ve PA03 için durum farklıdır.

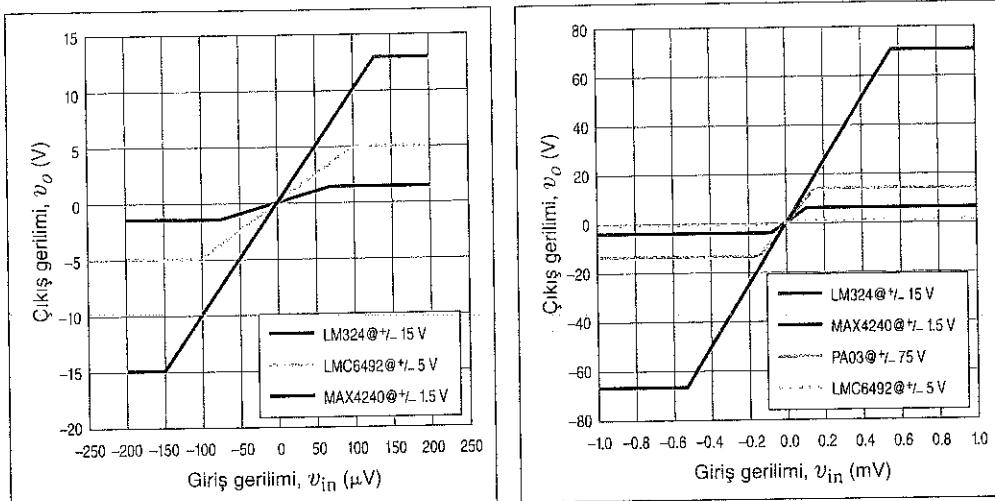
ÇİZELGE 4.1 Bazı ticari işlemsel yükselteçler ve model değerleri

URETİCİ	PARÇA NO.	$A_o(V/V)$	$R_i(M\Omega)$	$R_o(\Omega)$	YORUMLAR
National	LM324	100,000	1.0	20	Genel amaçlı, ± 16 V'a kadar, çok ucuz düşük gevilm, uçtan uca giriş çıkışlar Mikro-güç (1.8 V to 10μ A kaynak), uçtan uca giriş çıkışlar yüksek gevilm, +/-75 V ve yüksek çıkış akım kapasitesi, 30A. (2.5 kW)
National	LMC6492	50,000	10^7	150	
Maxim	MAX4240	20,000	45	160	
Apex	PA03	125,000	10^5	2	

* Giriş ve/veya çıkışları kaynak gerilimlerinin ötesinde olabilen işlemsel yükselteçler de bulunmaktadır. Ancak, bunların oranı toplamın içinde çok küçüktür.

Şekil 4.6

Çizelge 4.1'de verilen işlemsei yükselteçlerin transfer çizimleri. Çizimlerin kenarında kaynak gerilimleri belirtilmiştir. LMC6492 ve MAX4240 uça (rail-to-rail) çıkışlara sahipken, LM324 ve PA03 için durum farklıdır.



Her ne kadar işlemsei yükselteç kaynak gerilimlerinin minimum ve maksimum değerleri arasında işlevini yerine getirebilse de bazı durumlarda devre yapısından dolayı giriş geriliminde bir artış olsa bile çıkış gerilimi değişimeyebilir. Bu durumda işlemsei yükseltecin doyma bölgесine girdiği söylenir. Aşağıdaki örnekte bu konu incelenmektedir.

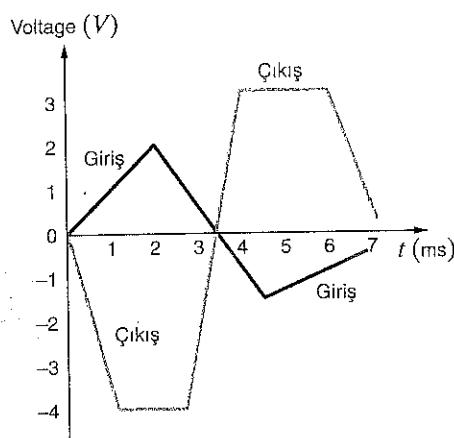
ÖRNEK**4.1****ÇÖZÜM**

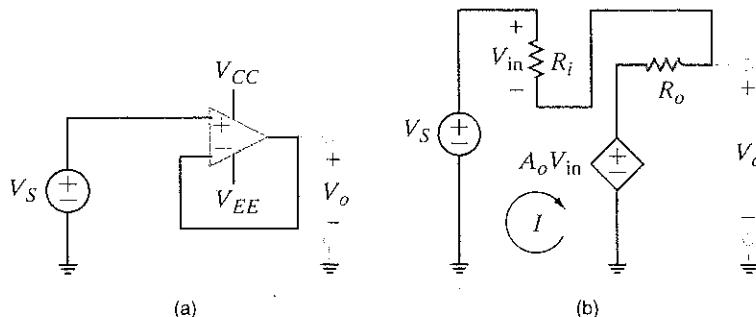
Bir işlemsei yükseltecin giriş ve çıkış işaretleri Şekil 4.7'de gösterilmektedir. (a) İşlemsei yükseltecin doğrusal olup olmadığını, (b) devre kazancının değerini belirleyiniz.

- Devrenin doğrusal olması, çıkışın girişle orantılı olması demektir. Şekil 4.7'de verilen giriş ve çıkış işaretleri incelediğinde $t = 1.25 \text{ ms}-2.5 \text{ ms}$ ve $4 \text{ ms}-6 \text{ ms}$ aralıklarında giriş değişirken çıkışın sabit kaldığı görülmektedir. Bu durumda devre doymadır, yani doğrusal değildir.
- Çılaşın girişle orantılı olduğu bölgede, yani $0-1 \text{ ms}$ arasında giriş 1 V değişirken çıkış 3.3 V değişmektedir. Dolayısıyla devrenin kazancı 3.3 olarak bulunur.

Şekil 4.7

Bir işlemsei yükseltecin giriş-çıkış karakteristiği.





Sekil 4.8

(a) Birim kazançlı ayırıcı (tampon) devre ve (b) devrenin modeli.

Bir işlemsel yükseltecin pratik bir devre içindeki davranışını görmek için Şekil 4.8'a'da verilen birim kazançlı ayırtıcı devresini inceleyelim. Şekildeki işlemsel yükselteç simgesi içerisinde kaynak bağlantıları da gösterilmektedir. İşlemsel yükseltecin Şekil 4.4'te verilen modeli kullanılarak Şekil 4.8'b'deki devre elde edilir. Bu devre yalnızca direnç ve bağımlılık kaynakları içermektedir ve çevre akımları yöntemiyle kolayca analiz edilebilir:

$$V_{\text{out}} = IR_o + A_o V_{\text{in}}$$

Bu eşitliklerden devrenin kazancı V_a / V_s hesaplanabilir:

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_o + A_o R_i}}$$

$R_O \ll R_i$ ise kazanç ifadesi şu biçimde yazılabilir:

$$\frac{V_o}{V_s} \approx \frac{1}{1 + \frac{1}{A}}$$

Gerçekten $A_0 \gg 1$ ise

$$\frac{V_o}{V_S} \approx 1$$

olur.

Birim kazançlı ayırıcı isminin nereden geldiği şimdilik anlaşılmış olmalıdır. Çizelge 4.1'de sıralanan işlemel yükselteçler için $V_S = 1$ V kullanılarak Çizelge 4.2 elde edilmiştir. Kazancın birene kadar yakını olduğuna ve giriş akım ve gerilimlerinin ne kadar ktitük olduğuna dikkat ediniz. Bu sonuçlar, Şekil 4.4'te gösterilen devreyi ciddi biçimde basitleştirmenize yardım eder. İdeal yükselteç modelinde A_0 ve R_i sonsuz, R_o sıfır alınır. Bu, işlemel yükselteç devrelerinin analizinde kullanılabilicek iki önemli sonuç doğurur. Bu sonuçlar Çizelge 4.3'te sıralanmaktadır.

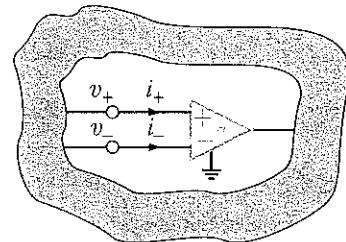
ÇİZELGE 4.2 Çizelge 4.1'de sıralanan işlemsel yükselticilerin birim kazançlı davranışları

OP-AMP	AYIRICI KAZANCI	V _{in} (mV)	I(PA)
LM324	0.999990	9.9999	9.9998
LMC6492	0.999980	19.999	1.9999×10^{-6}
MAX4240	0.999950	49.998	1.1111
PA03	0.999992	7.9999	7.9999×10^{-5}

ÇİZELGE 4-3 İdeal işlemsel yükselteç modeli kullanmanın giriş akım/gerilim değerlerine etkisi

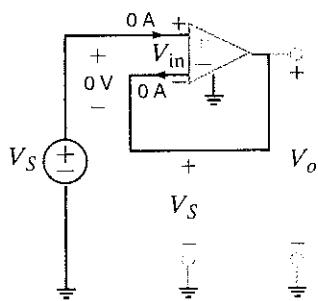
MODEL YAKLAŞIMI	ÜC DEĞERLERİ
$A_0 \rightarrow \infty$	Giriş gerilimi $\rightarrow 0$ V
$R_i \rightarrow \infty$	Giriş gerilimi $\rightarrow \infty$ A

Çizelge 4.3'ten ideal op-amp modelinin Şekil 4.9'da gösterilen hâle indirgendiği görtülmektedir. Bu modelin önemli özellikleri şunlardır: (1) R_i çok büyük olduğundan yükseltecin giriş akımları yaklaşık olarak sıfırdır (yani $i_+ \approx i_- \approx 0$). (2) çıkış geriliminin sınırları içerisinde kalabilmesi için kazanç büyütüp sonsuza yaklaşıkça giriş uçları arasındaki gerilim farkı da aynı miktarda küçülerek sıfır yaklaşır. $A_o \rightarrow \infty$, $v_+ - v_- \rightarrow 0$ (yani $v_+ - v_- = 0$ veya $v_+ = v_-$) Giriş uçları arasındaki bu gerilim genellikle işlemsel yükselticin hata işaretini olarak adlandırılır. (yani $v_+ = v_- = v_e$)



Sekil 4.9

İşlemsel yükselteç için ideal model. Model parametreleri $i_1 = i_2 = 0$, $v_1 = v_2$



Şekil 4.10

Birim kazançlı ayırcı bağıntılı ideal işlemel yükselteç.

İşlemel yükselteç devresinde görülen toprak ucu \underline{I} sinyal akımının dönüsü için gereklidir ve Kirchhoff'un akım yasasının hem yükselteçte hem de toprak düğümünde sağlanmasını garanti eder.

Bu durumda, ideal işlemel yükselteç modeli aşağıdaki bağıntılarla tanımlanabilir:

$$\begin{aligned} i_+ &= i_- = 0 \\ v_+ &= v_- \end{aligned} \quad 4.2$$

Tüm işlemel yükselteç analizleri bu temel bağıntılarla başlar. Bu nedenle bu basit eşitlikler bizim için çok önemlidir.

Şimdi, ideal modeli kullanarak birim kazançlı ayırcı devreyi yeniden inceleyelim. Devre Şekil 4.10'da tekrar verilmektedir. Devrenin giriş gerilimi ve akımları sıfır olarak gösterilmiştir. Giriş gerilimi (iki uç arasındaki gerilim farkı) sıfır olduğuna göre, yükseltecin her iki giriş ucunda da vs. gerilimi vardır. Eviren giriş doğrudan çıkışa bağlandığından, V_o gerilimi de V_s 'ye eşittir. Dolayısıyla kazanç bire eşittir.

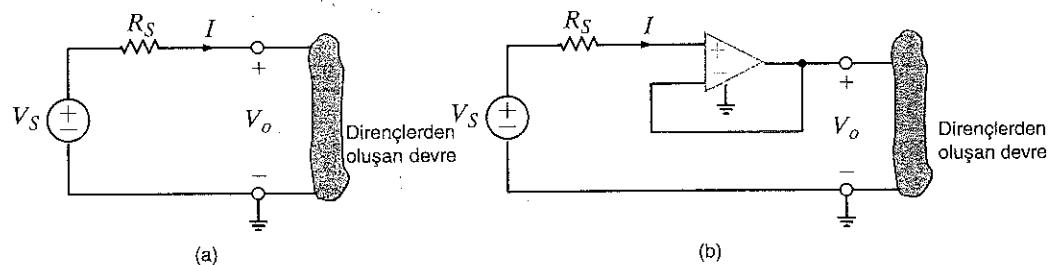
Şimdi Şekil 4.10'u, Şekil 4.11'de görüldüğü gibi biraz değiştirelim. Yeni şekilde V_s ve R_s ayırcı devreyi süren (giriş) devrenin eşdeğeridir. R_L de, çıkışa bağlı olan devreyi modellemektedir. Burada, üç noktaya dikkat çekmek gerekmektedir. Birincisi, kazanç hâlâ daha birdir. İkinci, yükselteç giriş devresinden akım çekmemektedir. Son olarak da çıkış akımı ($I_o = V_o / R_L$) güç kaynağundan çıkış, işlemel yükselteç üzerinden akarak çıkış bacagından dışarı gelmektedir. Bir başka deyişle, çıkış akımları, giriş devresinden değil akım kapasitesi yüksek güç kaynaklarından gelmektedir. Giriş ve çıkışın akımlar açısından bu biçimde yalıtılmış olması nedeniyle bu devre ayırcı (veya tampon) devre olarak adlandırılır.

Bu noktada sorulması beklenen soru şudur: $V_o = V_s$ olduğuna göre, neden giriş ile çıkış iki paralel telle birbirine bağlamıyoruz da araya bir işlemel yükselteç koymamız gerekiyor? Bu sorunun çok temel bir cevabı vardır ve bu cevap devre analizinde ve tasarımda bize yol gösterecektir.

Şekil 4.12a'daki devrede V_o , R_s üzerindeki gerilim düşümünden dolayı V_s 'ye eşit değildir.

$$V_o = V_s - IR_s$$

Öte yandan, Şekil 4.12b'deki devrede işlemel yükseltecin giriş akımı sıfır olduğundan yükseltecin her iki girişinde de V_s görülür. Yükseltecin kazancı 1 olduğundan $V_o = V_s$ olur. Şekil 4.12a'daki devrede dirençli devrenin kaynakla etkileşimi sonucu V_o , V_s 'den daha düşük olmaktadır. Diğer devrede ise yükselteç, dirençli devre ile kaynağı ayırmaktadır. Gerilim izleyici bu devre, girişle çıkışyı yalıtmak amacıyla kuşlanılabildiği için ayırcı yükselteç olarak adlandırılır. İlk devrede dirençlerin enerjisinin giriş kaynağından sağlanması gerekirken, ikinci devrede enerji işlemel yükselteci besleyen kaynaktan gelir. Giriş kaynağından (V_s) çekilen güç ise sıfır veya sıfıra çok yakındır.



Şekil 4.12

Gerilim izleyicinin yalıtım yeteneğinin gösterilmesi.

Genel bir kural olarak işlemsel yükselteç devreleri incelenirken, ideal yükselteç model koşulları kullanılarak, yükseltecin giriş uçlarında düğüm denklemleri yazılır. Dolayısıyla tekniğin uygulanması çok kolaydır.

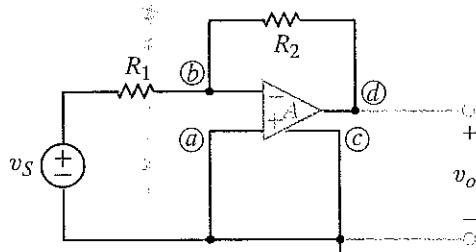
4.3

Temel İşlemsel Yükselteç Devreleri

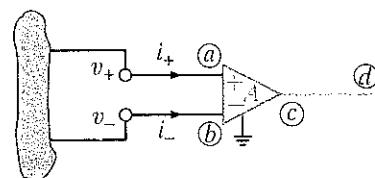
Şekil 4.12a'da görülen temel eviren yükselteç bağlantısı için kazancı bulalım. İşlemi hem ideal model hem de ideal olmayan modeli kullanarak yapalım:

ÖRNEK

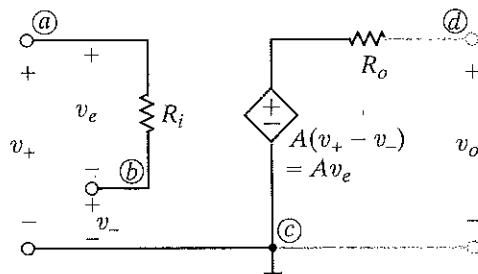
4.2



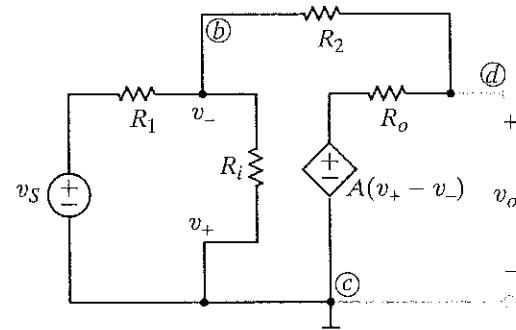
(a)



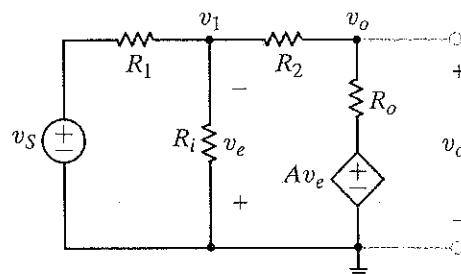
(b)



(c)



(d)



Şekil 4.13

İşlemsel yükselteç (op-amp) devresi.

(e)

Şekil 4.13b'de genel model, Şekil 4.13c'de ise R_i , A ve R_o parametrelerinin kullanıldığı soruya özel model gösterilmektedir. Eğer model Şekil 4.13a'da kullanılırsa Şekil 4.13d'deki devre elde edilir. Bu devrenin yeniden çizilmiş hali Şekil 4.13e'de gösterilmektedir.

ÇÖZÜM

Devrenin düğüm denklemleri şu biçimdedir:

$$\begin{aligned}\frac{v_i - v_s}{R_1} + \frac{v_i}{R_i} + \frac{v_i - v_o}{R_2} &= 0 \\ \frac{v_o - v_i}{R_2} + \frac{v_o - Av_e}{R_o} &= 0\end{aligned}$$

Bu bağıntılarda $v_e = -v_i$ 'dir. Eşitlikler matris yapısında yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} & -\left(\frac{1}{R_2}\right) \\ -\left(\frac{1}{R_2} - \frac{A}{R_o}\right) & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_s}{R_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Bu denklemelerden düğüm gerilimleri

$$\begin{bmatrix} v_i \\ v_o \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_o} & \frac{1}{R_2} \\ \frac{1}{R_2} - \frac{A}{R_o} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{v_s}{R_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

birimde hesaplanabilir. Burada Δ aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$\Delta = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} \right) \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_o} \right) - \left(\frac{1}{R_2} \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{A}{R_o} \right)$$

Dolayısıyla,

$$v_o = \frac{\left(\frac{1}{R_2} - \frac{A}{R_o} \right) \left(\frac{v_s}{R_1} \right)}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} \right) \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_o} \right) - \left(\frac{1}{R_2} \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{A}{R_o} \right)}$$

olup bu ifade

$$\frac{v_o}{v_s} = \frac{-(R_2/R_1)}{1 - \left[\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} \right) \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_o} \right) / \left(\frac{1}{R_2} \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{A}{R_o} \right) \right]}$$

birimde yazılabilir.

Tipik değerler bu bağıntıda kullanılırsa (yani, $A = 10^5$, $R_i = 10^8 \Omega$, $R_o = 10 \Omega$, $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$) devrenin gerilim kazancı

$$\frac{v_o}{v_s} = -4.9996994 \approx -5.000$$

olarak hesaplanır. Ancak, ideal yükselteç için gerilim kazancı sonsuzdur. Bu nedenle gerilim kazancı ifadesinin A.sonsuza yaklaşırken limiti alınırsa kazanç -5000 olarak bulunur.

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \left(\frac{v_o}{v_s} \right) = -\frac{R_2}{R_1} = -5.000$$

Gördüğü üzere, ideal yükselteç kullanıldığından elde edilen sonuç ile tipik bir işlemsel yükselteçin parametreleri kullanılarak elde edilen sonuç arasındaki fark 1/10000'ler mertebesindedir. Aynı sonuç yaygın olarak kullanılan pek çok işlemsel yükselteç devresi için elde edilebilir.

Şimdi, Şekil 4.13a'da görülen devreyi, ideal işlemsel yükselteç modelini kullanarak analiz edelim:

$$i_+ = i_- = 0$$

$$v_+ = v_-$$

Şekil 4.13a'da görüldüğü gibi $v_+ = 0$ olduğundan $v_- = 0$ 'dır. Düğüm denklemi işlemsel yükseltecin eksi ucunda yazılırsa

$$\frac{v_s - 0}{R_1} + \frac{v_o - 0}{R_2} = 0$$

elde edilir. Buradan da

$$\frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1}$$

yazılabilir. Böylece, daha önce elde edilen sonucun aynısı hızlıca elde edilmiş oldu.

Gördüğü gibi kazanç basitçe dirençlerin oranına eşittir. Bu da op-amp çok kullanılan bir kılmaktadır. Kazanç, bir direncin değeri değiştirilerek hassas biçimde ayarlanabilmektedir. Ayrıca, kazanç işlemsel yükseltecin parametrelerine de bağlı değildir. A_o , R_i ve R_o parametreleri sıcaklık, ısırma ve yaşlanma gibi etkenlere bağlı olarak değişebildiğiinden bu parametrelerden bağımsız olmak, cihazın kullanıldığı ortam ne olursa olsun kararlı bir kazanç anlamına gelmektedir. İdeal modeli kullanmak ideal olmayanı kullanmaya göre çok daha kolay olduğundan aksi belirttilmediği sürece analizlerimizde op-ampların hep ideal olduğunu varsayıcağız.

Problem Çözme Stratejisi

1. Adım: İdeal işlemsel yükselteç modelini kullanınız: $A_o = \infty$, $R_i = \infty$, $R_o = 0$.

- $i_+ = i_- = 0$
- $v_+ = v_-$

2. Adım: Ortaya çıkan devreye düğüm gerilimleri yöntemini uygulayınız.

3. Adım: Düğüm denklemelerini çözerek, çıkış gerilimini giriş işaretleri cinsinden elde ediniz.

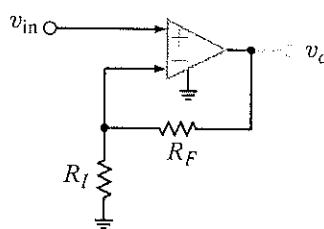
İşlemsel Yükselteç Devreleri

Şimdi de Şekil 4.14'te verilen temel evirmeyen işlemsel yükselteç devresinin kazancını hesaplayalım.

ÖRNEK

4.3

Şekil 4.14
Evirmeyen işlemsel yükselteç bağlantısı.



Yine ideal yükselteç modelini kullanacağımız. Yani, $v_- = v_+$ ve $i_- = i_+$, $i_- = 0$ ve $v_- = v_{in}$ olduğundan Kirchhoff'un akım yasasının eksi uca uygulanması ile

$$\frac{v_{in}}{R_L} = \frac{v_o - v_{in}}{R_F}$$

elde edilir. Buradan da

$$v_{in} \left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_F} \right) = \frac{v_o}{R_F}$$

ve

$$\frac{v_o}{v_{in}} = 1 + \frac{R_F}{R_L}$$

bulunur.

Bu devrede de kazanç dirençlere bağlı bir orandır ancak, değeri eksi değil artıdır.

ÇÖZÜM

İnceleyeceğimiz diğer örnekler biraz daha karmaşıktır. Ancak, analiz yöntemi öncekilerle tamamen aynıdır.

ÖRNEK

Bir yükseltcin kazanç hatası şu biçimde tanımlanır:

4·4

$$KH = \left[\frac{\text{gerçek kazanç} - \text{ideal kazanç}}{\text{ideal kazanç}} \right] \times \%100$$

Kazancı A_o olan standart bir evirmeyen bağlantısı için kazanç hatasının

$$KH = \frac{-\%100}{1 + A_a B}$$

olduğunu göstermek istiyoruz. Burada $\beta = R_1/(R_1 + R_2)$ olarak tanımlanmaktadır.

ÇÖZÜM Standart evirmeyen bağlantı ve eşdeğeri Şekil 4.15a ve b'de gösterilmektedir. Şekil 4.15b'deki devre eşitlikleri şu biçimdedir:

$$v_s = v_{in} + v_i, \quad v_{in} = \frac{v_o}{A_o} \quad \text{ve} \quad v_i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o = \beta v_o$$

Giriş-çıkış ilişkisi şu biçimde elde edilir:

$$v_s = v_o \left[\frac{1}{A_o} + \beta \right] = v_o \left[\frac{1 + A_o \beta}{A_o} \right]$$

Buradan da kazanç bulunur:

$$\frac{v_o}{v_s} = \frac{A_o}{1 + A_o \beta}$$

Bu devre için ideal kazanç $(R_1 + R_2)/R_1 = 1/\beta$ olarak bulunmuştur. Dolayısıyla kazanç hatası:

$$KH = \left[\frac{A_o}{1 + A_o\beta} - \frac{1}{\beta} \right] \% 100$$

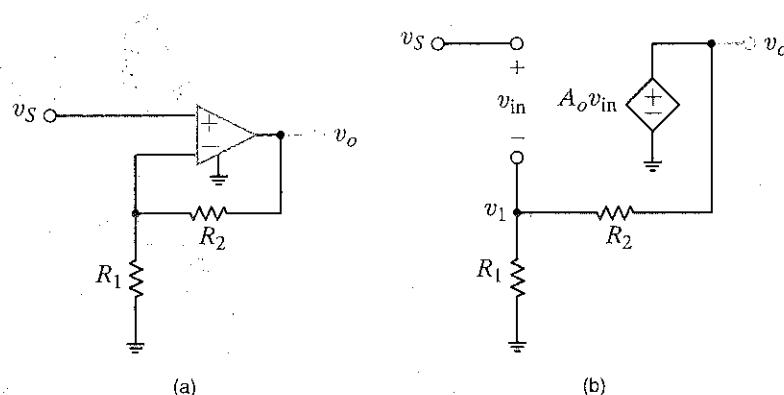
olur. Bu bağıntı basitleştirilirse

$$KH = \frac{-\%100}{1 + A_s B}$$

elde edilir.

Şekil 4.15

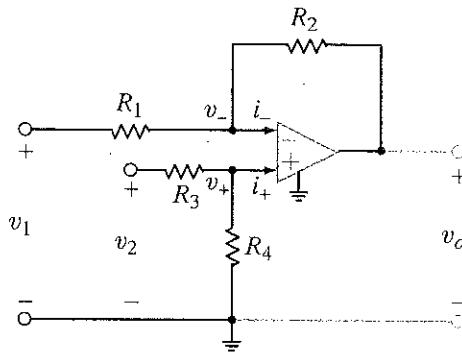
Örnek 4.4'te kullanılan
deyreler.



Şekil 4.16'da gösterilen işlemsel yükselteç için çıkış gerilimi bağıntısını elde edelim.

ÖRNEK

4.5



Şekil 4.16

Fark yükselteç devresi.

Eviren girişte düğüm denklemi yazalım.

ÇÖZÜM

$$\frac{v_1 - v_-}{R_1} + \frac{v_o - v_-}{R_2} = i_-$$

Evirmeyen girişte KAY'yi uygulayalım:

$$\frac{v_2 - v_+}{R_3} = \frac{v_+}{R_4} + i_+$$

$v_- = v_+$ ve $i_- = i_+ = 0$ olduğundan, bu değerlerin kullanılmasıyla

$$\frac{v_1 - v_-}{R_1} + \frac{v_o - v_-}{R_2} = 0$$

ve

$$\frac{v_2 - v_-}{R_3} = \frac{v_-}{R_4}$$

elde edilir. Bu denklemenin çözülmesiyle çıkış gerilimi

$$v_o = \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1$$

bulunur. Eğer $R_4 = R_2$ ve $R_3 = R_1$ ise ilişki şu biçimde basitleşir.

$$v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)$$

Dolayısıyla, bu işlemsel yükselteç devresi iki işaretin farkını hesaplamak için (çıkartma işlemi) kullanılabilir.

Şekil 4.17'de görülen devre duyarlı fark yükselteç devresi olarak adlandırılır. Devre analog-sayısal dönüştürücülerin giriş katında kullanılır. Bu devrenin çıkışı ile iki girişi arasındaki ilişkiye elde etmek istiyoruz.

ÖRNEK

4.6

İlişkiye elde etmek için Şekil 4.17b'de görülen eşdeğer devreyi çizelim. Her zamanki gibi işlemsel yükseltecin giriş akımları ile iki girişi arasındaki gerilim farkının yaklaşık olarak sıfır olduğunu varsayıcağız. v_1 ve v_2 düğüm gerilimlerin v_o ve v_a 'ya bağlı olarak yazabiliriz. v_o ile v_1, v_2 arasındaki ilişkiye elde etmek istediğimiz için v_a 'yı düğüm gerilimi ifadelerinden elememiz gerekmektedir. Düğüm denklemi şu biçimdedir:

ÇÖZÜM

$$\frac{v_1 - v_o}{R_2} + \frac{v_1 - v_a}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_G} = 0$$

$$\frac{v_2 - v_a}{R_1} + \frac{v_2 - v_1}{R_G} + \frac{v_2}{R_2} = 0$$

İki eşitlikten v_a 'nın elenmesi ve eşitliğin yeniden düzenlenmesi ile

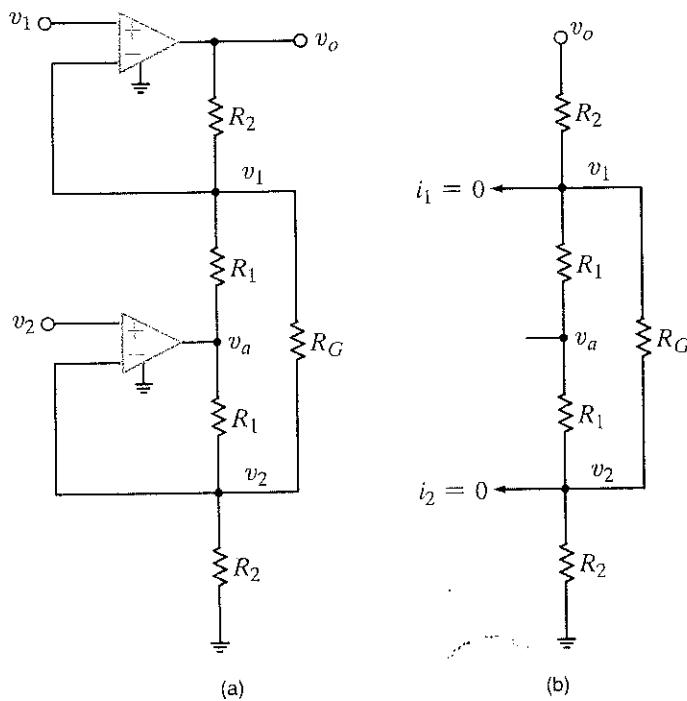
$$v_o = (v_1 - v_2) \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R_G} \right)$$

elde edilir.

Bu devreye verilen bir başka isim de ölçüm (enstrümentasyon) yükseltecidir. Sahip olduğu duyarlılık nedeniyle bu yükselteç gürültülü ortamlarda iyi sonuç verir.

Şekil 4.15

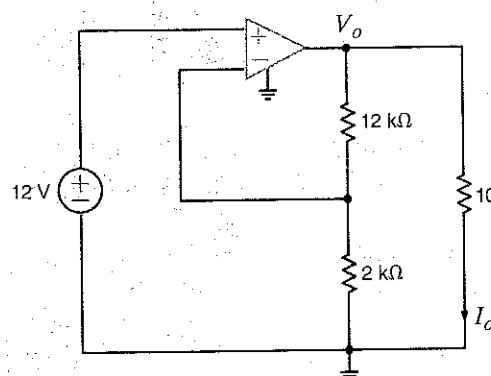
Ölçüm (enstrümentasyon) yükselteci devresi.



DÖĞRENDİKLERNİZİ SINAVLADEVAM

E4.1 Şekil E4.1'de görülen devrede I_O akımını bulunuz.

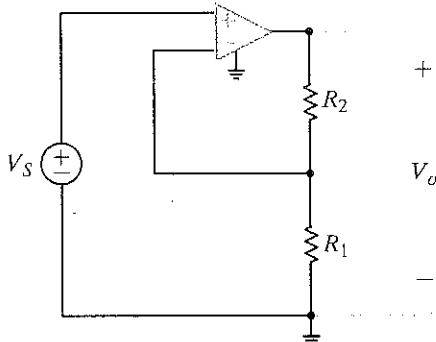
YANIT: $I_O = 8.4 \text{ mA}$.



Şekil E4.1

E4.2 Şekil E4.2'de görülen devrede işlemsel yükseltecin kazancını hesaplayınız.

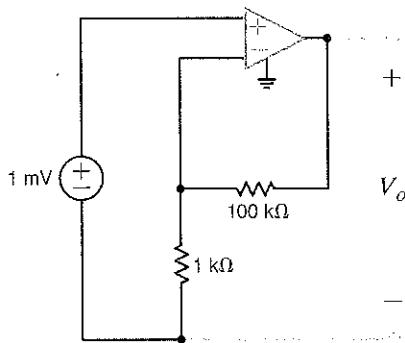
$$\text{YANIT: } \frac{V_o}{V_s} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$



Şekil E4.2

E4.3 Şekil E4.3'te görülen devrede işlemsel yükseltecin kazancını ve çıkış gerilimini hesaplayınız.

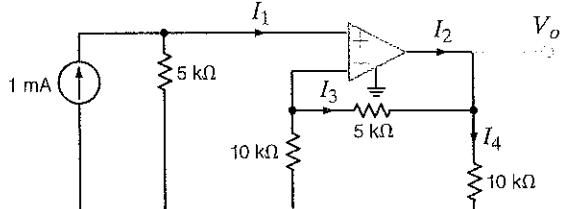
$$\text{YANIT: } V_o = 0.101 \text{ V}; \text{ kazanç} = 101.$$



Şekil E4.3

E4.4 Şekil E4.4'te I_1 , I_2 , I_3 , ve I_4 değerlerini bulunuz.

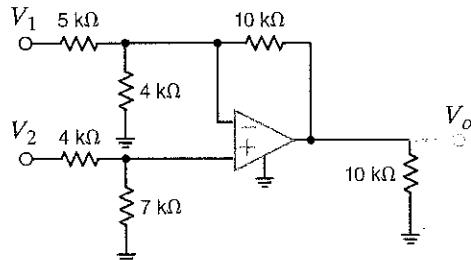
$$\text{YANIT: } I_1 = 0, I_2 = 1.25 \text{ mA}, I_3 = -0.5 \text{ mA}, I_4 = 0.75 \text{ mA}.$$



Şekil E4.4

E4.5 Şekil E4.5'teki devre için V_o 'yu V_1 ve V_2 'ye bağlı olarak bulunuz. Eğer $V_1 = V_2 = 4 \text{ V}$ ise V_o 'yu hesaplayınız. İşlemsel yükseltecin güç kaynakları $\pm 15 \text{ V}$ ve $V_2 = 2 \text{ V}$ ise V_1 için izin verilen değişim aralığı nedir?

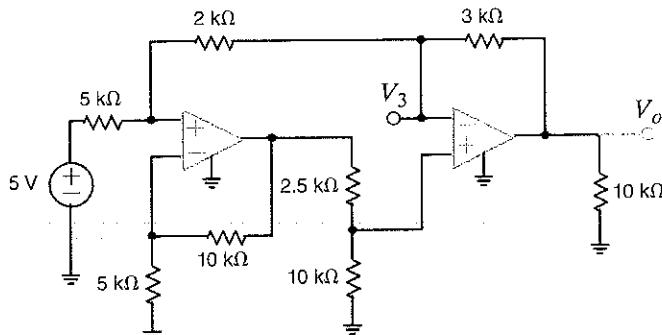
$$\text{YANIT: } V_o = -2 V_1 + 3.5 \\ V_2, 6 \text{ V}, -4 \text{ V} \leq \\ V_1 \geq 11 \text{ V}.$$



Şekil E4.5

E4.6 Şekil E4.6'da V_o ve V_3 'ü bulunuz..

YANIT: $V_o = -9 \text{ V}$,
 $V_3 = -4.8 \text{ V}$

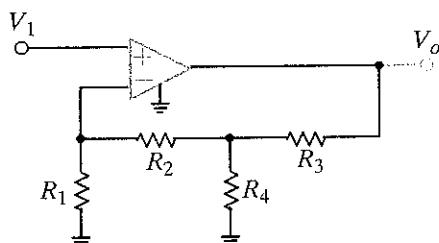


Şekil E4.6

E4.7 Şekil E4.7'de V_o 'yu bulunuz.

YANIT:

$$V_o = \left[\left(\frac{R_3}{R_2} + \frac{R_3}{R_4} + 1 \right) \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - \frac{R_3}{R_2} \right] V_1$$



Şekil E4.7

ÖRNEK

4.7

Şekil 4.18'de görülen iki işlemel yükseltecin çıkış gerilimi girişlere bağlı olarak şu biçimde tanımlanmaktadır:

$$V_o = 8 V_1 - 4 V_2$$

V_1 ve V_2 gerilimlerinin değerleri $1 \text{ V} \leq V_1 \leq 2 \text{ V}$, $2 \text{ V} \leq V_2 \leq 3 \text{ V}$ aralıklarında değişmektedir. Kaynak gerilimleri $\pm 10 \text{ V}$ olduğuna göre, (a) V_o geriliminin değişim aralığını, (b) her iki devrenin, V_o için hesaplanacak tüm çıkış gerilimlerini üretip üretmeyeceğini belirtleyiniz.

ÇÖZÜM a. $V_o = 8 V_1 - 4 V_2$. olduğuna göre ve V_1 ve V_2 gerilimleri için $1 \text{ V} \leq V_1 \leq 2 \text{ V}$, $2 \text{ V} \leq V_2 \leq 3 \text{ V}$ aralıkları tanımlandığına göre

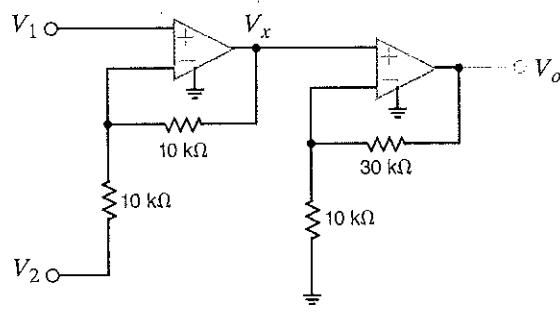
$$V_{o\max} = 8(2) - 4(2) = 8 \text{ V} \text{ ve } V_{o\min} = 8(1) - 4(3) = -4 \text{ V}$$

olmalıdır. Dolayısıyla V_o -4 V ile +8 V arasında değişebilir.

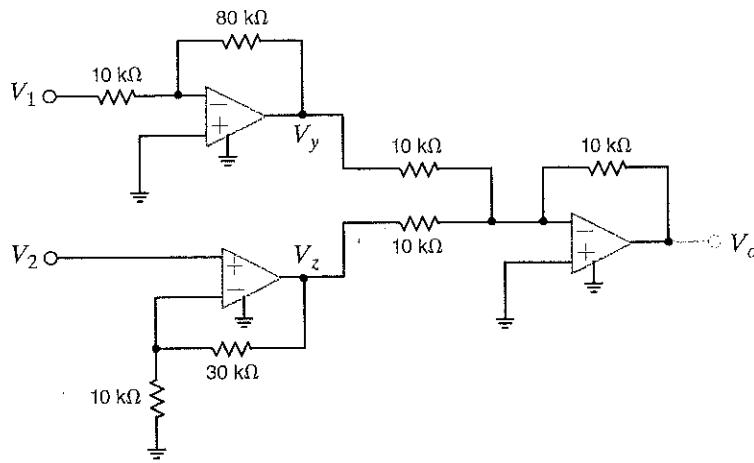
b. Şekil 4.18'a daki devrede, V_x gerilimi için $V_x = 2 V_1 - V_2$ bağıntısı yazılabilir. (Örnek 4.5'teki devre kullanılarak bu sonuç elde edilebilir.) V_x , $V_1 = 2 \text{ V}$ ve $V_2 = 2 \text{ V}$ iken en büyük değerine ulaşır: $V_{x\max} = 2(2) - 2 = 2 \text{ V}$. V_x 'in en küçük değeri ise $V_1 = 1 \text{ V}$ ve $V_2 = 3 \text{ V}$ iken elde edilir: $V_{x\min} = 2(1) - 3 = -1 \text{ V}$. Hem en küçük hem de en büyük değer kaynak geriliminin $\pm 10 \text{ V}$ aralığı içerisinde olduğundan Şekil 4.18'a daki birinci işlemel yükselteç doymada değildir.

İkinci işlemel yükseltecin çıkışı için ise $V_o = 4 V_x$ ifadesi yazılabilir. Dolayısıyla V_o 'nın değişim aralığı $-4 \text{ V} \leq V_o \leq 8 \text{ V}$ olur. Bu aralık da kaynak geriliminin sınırları içerisinde olduğundan ikinci yükselteç de doymada değildir ve devrenin çıkışında V_o için yukarıda hesaplanan tüm değerler elde edilebilir.

Şimdi, Şekil 4.18b'deki devreyi inceleyelim. $V_y = -8 V_1$ olduğundan V_y 'nın değişim aralığı $-16 \text{ V} \leq V_y \leq -8 \text{ V}$ olarak hesaplanır. Görüldüğü gibi V_y , güç kaynaklarının sınırları dışına taşmaktadır. Dolayısıyla bu devre doymaya girer ve çıkışta V_o için hesaplanacak tüm değerlerin elde edilmesi mümkün olmaz.



(a)



(b)

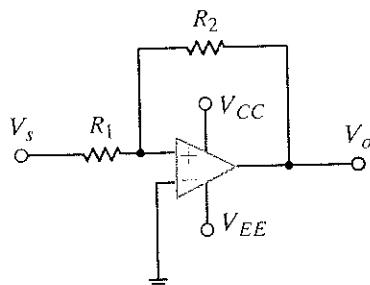
Şekil 4.18
Örnek 4.7'de
kullanılan devreler.

Şu ana kadar sunulan tüm işlemel yükselteç devreleri gözden geçirilirse bütün devrelerde ortak bir karakteristiğin bulunduğu görülecektir. Çıkış, bir direnç devresi üzerinden eviren girişe bağlanmaktadır. Çıkışın bir bölümünün eviren girişe geri döndürülmesine negatif geri besleme adı verilir. Hاتırlanacağı üzere, ideal işlemel yükselteç modelinde çıkış gerilimi giriş gerilimleri arasındaki farkla orantılıdır. Çıkış geriliminin eksi giriş ucuna geri beslenmesi, bu gerilim farkının sıfır civarında kalarak işlemel yükseltecin doğrusal olarak çalışmasına neden olur. Sonuçta, hemen tüm işlemel yükselteç devrelerinin düzgün çalışabilmesi için negatif geri beslemeyi gereksinim olduğunu söyleyebiliriz. Bizim analizlerimiz de, giriş uçları arasındaki gerilimin sıfır olduğu varsayımuına dayanmaktadır.

Hemen hemen tüm işlemel yükselteçler negatif geribesleme kullanır. Ancak, salıngac (osilatör) devrelerinde, Schmitt tetikleyicilerde ve karşılaştırıcılarda pozitif geri besleme kullanılır. Bu devreler bir sonraki kısımda incelenecaktır. Şimdi, Şekil 4.19'daki devreyi göz önüne alın. Bu devre Şekil 4.13a'daki devreye benzemektedir. Ancak, arada önemli bir fark vardır. Şekil 4.19'da R_2 direnci işlemel yükseltecin eksi ucu yerine artı ucuna bağlanmıştır.

Şekil 4.19

Pozitif geribeslemeli işlemel yükseleç devresi.



Cıkış ucunu girişin artı ucuna bağlamak pozitif geribesleme anlamına gelir. Bunun sonucu olarak da işlemel yükseltecin çıkış değeri ya V_{CC} ya da V_{EE} geriliği değerini alabilir. Ancak, ideal işlemel yükselteç modeli ile yapılacak bir analiz bu sonucu vermez çünkü, ideal işlemel yükselteç modeli yalnızca negatif geribeslemeli devrelerde kullanılabilir.

4.4

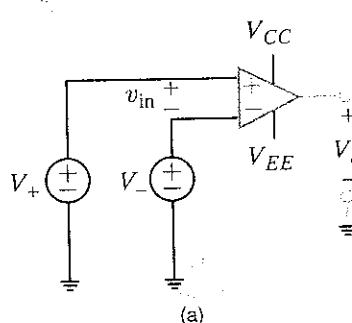
Karşılaştırıcılar

Karşılaştırıcılar, evren ve evirmeyen girişlerindeki gerilimleri karşılaştıracak biçimde tasarlanan bir tür işlemel yükselteçtir. Şekil 4.20'de görüldüğü gibi, evirmeyen (+) giriş geriliği daha büyükse çıkış geriliği V_{CC} geriliğine yaklaşır. Evren (-) giriş daha büyükse bu kez de çıkış V_{EE} geriliğine yaklaşır. Elbetteki ideal bir işlemel yükselteç de, çıkış geriliği iki uç arasında salınacak biçimde tasarlanabilir. Ancak, işlemel yükselteçler çıkışları doymada olacak biçimde tasarlanmazlar. Karşılaştırıcılar ise, tam da bu amaç için tasarılandıklarından daha hızlı ve daha ucuz olurlar.

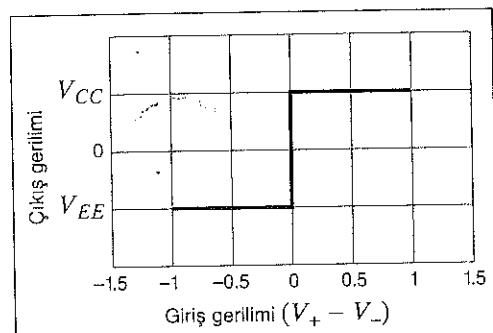
Bu bölümde, birbirinden oldukça farklı ve içerlerinde dörder tane karşılaştırıcı bulunan, National Semiconductors firmasına ait LM339 ve Maxim firmasına ait MAX917 entegreleri karşılaştırılacaktır. LM339, çıkış ucu ile V_{CC} arasında bağlanan ve "pull-up" (kaynağa çeken) direnci olarak adlandırılan bir dirence gereksinim duyar. Bu iki ürünü önemli özellikleri Çizelge 4.4'te verilmektedir. Çizelgeden, LM339'un genel amaçlı bir karşılaştırıcı olduğu; MAX917'nin ise, el ölçü aletleri gibi düşük güçlü uygulamalar için tasarlandığı anlaşılmaktadır.

Şekil 4.20

- (a) İdeal bir karşılaştırıcı ve
(b) karşılaştırıcının transfer eğrisi.



(a)

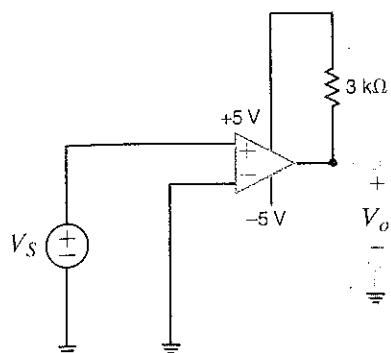


(b)

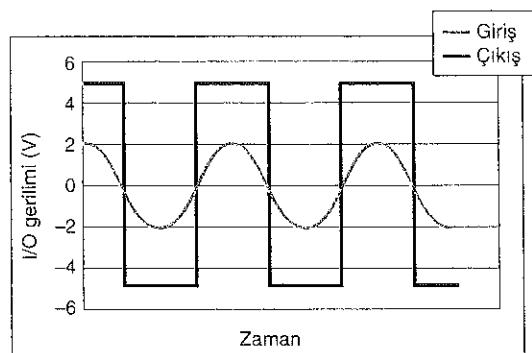
Karşılaştırıcılar için yaygın bir uygulama sıfır geçiş algılayıcı devresidir. Şekil 4.21'de LM339 ve $\pm 5V$ kaynak kullanılarak kurulmuş bir sıfır geçiş algılayıcı devresi gösterilmektedir. Şekil 4.21b'den görüldüğü gibi V_s pozitifken $V_o +5 V$ 'a yakın, V_s negatifken de $V_o -5 V$ 'a yakın olur. Girişin her sıfır geçisi sırasında çıkış değişmektedir.

ÇİZELGE 4.4 LM339 ve MAX917 karşılaştırıcılarının önemli özellikleri

ÜRÜN	MİNİMUM KAYNAK	MAKSİMUM KAYNAK	KAYNAK AKIMI	MAKSİMUM ÇIKIŞ AKIMI	R _{PULL-UP} 'IN TİPİK DEĞERİ
LM339	2 V	36 V	3 mA	50 mA	3 kΩ
MAX919	2.8 V	5.5 V	0.8 μA	8 mA	NA



(a)



(b)

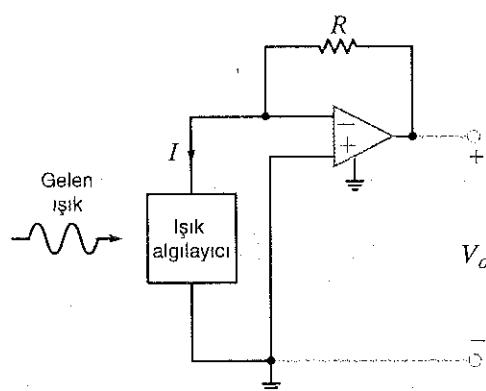
İşlemsel yükselteçler eşsiz özellikleri sayesinde mühendislerin tasarım yeteneğinin sınırlarını muazzam ölçüde genişletir ve bu nedenle de pek çok uygulamada kullanılırlar. Bu bölümde, op-amp elemanlarının çeşitli uygulamalar içerisinde nasıl kullanıldığına ve analiz edildiğine yönelik örnekler verilmektedir.

4.5

Uygulama Örnekleri

Bir ışık ölçüde, bir algılayıcı gelen ışığın şiddetiyle orantılı bir akım üretir. Şekil 4.22'de görülen bir devre kullanarak ışığın şiddeti ile orantılı bir gerilim üretmek istiyoruz. Her $10 \mu\text{A}$ değerindeki algılayıcı akımı için 1 V çıkış gerilimi üretecek bir R değeri seçelim. Algılayıcının direncinin sıfır olduğunu varsayıy়iz.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 4.8



Şekil 4.22

İşık şiddetini gerilime dönüştüren devre.

İşlemsel yükselteç girişinde KAY'nın uygulanması ile

$$I = V_o / R$$

elde edilir. $10 \mu\text{A}$ akım 1 V üreteceğinden, $V_o/I = 10^5$ olur. Dolayısıyla:

$$R = 100 \text{ k}\Omega$$

ÇÖZÜM

Şekil 4.23'teki devre bir elektronik ampermİtredir. Bu ampermİtre şöyleden çalışır: R_f direncinden akan bilinmeyen (ölçülmek istenen) I akımı V_I gerilimini üretir. V_I işlemsel yükselteç tarafından yükseltileerek I akımıyla orantılı V_o gerilimi oluşturulur. Çıkış gerilimi basit bir voltmetre ile ölçülebilir. Her 1 miliamperlik bilinmeyen akıma karşı çıkışta 10 V üretebilmek için gerekli R direncini hesaplayınız.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 4.9

ÇÖZÜM

İşlemel yükseltecin + ucundan giren akım sıfır olduğundan V_I ile I arasındaki ilişki şu biçimdedir:

$$V_I = IR_I$$

Giriş çıkış arasındaki ilişki de şu biçimde olur:

$$V_o = V_I \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Buradan, V_o/I için

$$\frac{V_o}{I} = R_I \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

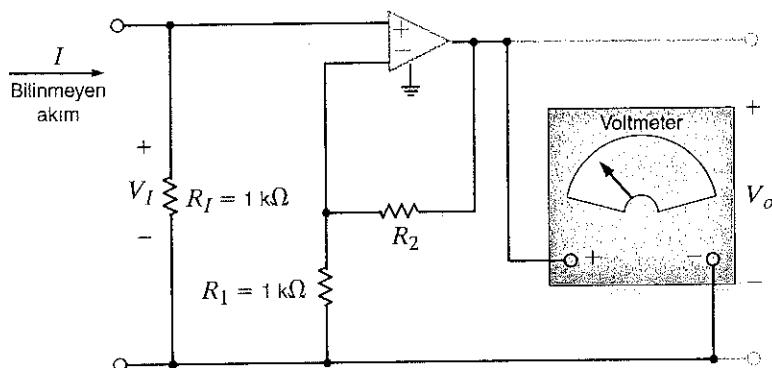
elde edilir. Bu değerin 10^4 olması istenmektedir. Şekil 4.23'teki direnç değerleri yerine konulursa

$$R_2 = 9 \text{ k}\Omega$$

bulunur.

Şekil 4.23

Elektronik ampermetre.



UYGULAMA ÖRNEĞİ 4.10

Daha önce incelediğimiz DA motoru örneğine geri dönelim (3. Bölüm, Örnek 3.22). Hız denetim işaretini (V_{speed}) okuyan ve DA motorunu sürmeye yetebilecek akım kapasitesine sahip çıkış gerilimi üretebilen bir güç yükselteci tasarlamak istiyoruz. Sistem yapısı Şekil 4.24'te gösterilmektedir. Yükseltecin toplam güç kaybının 100 mW'ı aşmaması istenmektedir.

ÇÖZÜM

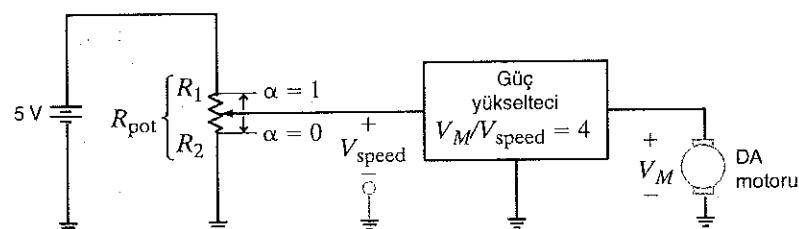
Uygulamada gereklili olan en büyük çıkış gerilimi (4) (5) = 20 V'tur. Çizelge 4.1'den, bu gerilimi verebilecek işlemel yükseltecin APEX firmasının PA03 ürünü olduğu görülmektedir. Gerekli kazanç +4 olduğundan, Şekil 4.25'te görülen standart evirmeyen yükselteç yapısı kullanılabilir. PA03 ideal kabul edilirse:

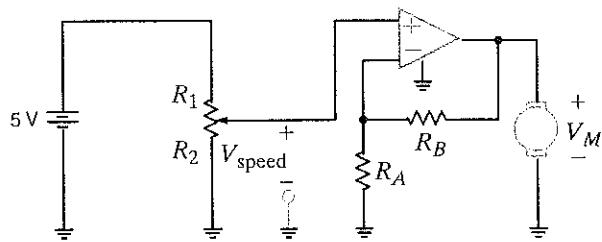
$$V_M = V_{speed} \left[1 + \frac{R_B}{R_A} \right] = 4V_{speed}$$

Bu eşitliği sağlayabilecek çok sayıda direnç değeri bulunabilir.

Şekil 4.24

Bölüm 3'ten DA motoru
örneği.





Şekil 4.25

PA03 yükselteç kullanılarak gerçekleştirilen güç yükselteci devresi.

R_A ve R_B 'den en fazla akım, motor gerilimi (V_M) en büyük değeri olan 20 V'a ulaşında akar. Bu bilgiden yararlanarak direnç değerleri için uygun bir seçim yapılabılır. PA03'ün giriş direncinin (R_{in}) R_A 'dan çok daha büyük olduğu varsayıldığında toplam güç kaybının R_A ve R_B 'den akan akımlar tarafından oluşturulacağı açıktır. R_A ve R_B 'nin toplam güç kaybı için

$$P_{\text{total}} = \frac{V_M^2}{R_A + R_B} \leq \frac{20^2}{R_A + R_B} = \frac{400}{R_A + R_B}$$

yazılabilir.

Toplam güç kaybının 100 mW'ı geçmemesi gerekmektedir. Bu durumda

$$R_A + R_B = \frac{V_M^2}{P_{\text{total}}} = \frac{400}{0.1} = 4000$$

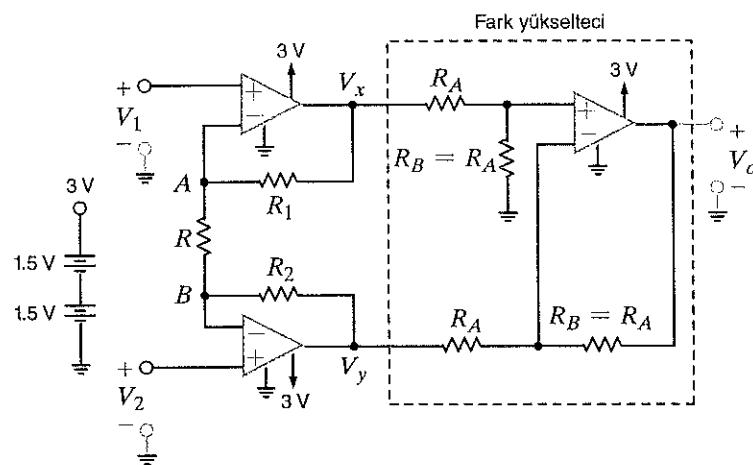
olur. Ayrıca,

$$1 + \frac{R_B}{R_A} = 4$$

olduğundan $R_B = 3 R_A$ elde edilir. Buradan direnç değerleri $R_A = 1 \text{ k}\Omega$ ve $R_B = 3 \text{k}\Omega$ olarak hesaplanır.

Şekil 4.26'da görülen yapıda bir ölçüm (enstrümentasyon) yükselteci kullanmanız önerilmektedir. Bu yükseltecin giriş direncinin yüksek ve $V_o / (V_1 - V_2)$ gerilim kazancının 10 olması, MAX4240 işlemel yükselteç kullanması, 1.5 V baryatardan beslenmesi istenmektedir. Devreyi analiz edelim, direnç değerlerini seçelim ve bu bağlantının geçerliliğini inceleyelim.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 4.11



Şekil 4.26

MAX4240 işlemel yükselteç kullanılarak bir ölçüm (enstrümentasyon) yükselteci.

ÇÖZÜM

Belirtildiği gibi, sağ taraftaki işlemel yükselteç fark yükselteç bağlantısına sahiptir. Örnek 4.5'ten bu bağlantının gerilim kazancının

$$V_o = (V_x - V_y) \left[\frac{R_B}{R_A} \right]$$

olduğunu biliyoruz. $R_A = R_B$ ise bu bağıntı

$$V_o = V_x - V_y$$

bağıntısına indirgenir. V_1 , V_2 ile V_x ve V_y arasında bir ilişki bulabilirsek devrenin gerilim ilişkisi elde edilebilir. A düğümünde KAY uygulanırsa

$$\frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{V_x - V_1}{R_1}$$

yazılabilir. Buradan da

$$V_x = V_1 \left[1 + \frac{R_1}{R} \right] - V_2 \left[\frac{R_1}{R} \right]$$

elde edilir. Benzer biçimde B düğümüne KAY uygulanmasıyla

$$\frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{V_2 - V_y}{R_2}$$

ve

$$V_y = -V_1 \left[\frac{R_2}{R} \right] + V_2 \left[1 + \frac{R_2}{R} \right]$$

elde edilebilir. Bu eşitlıkların bir araya getirilmesiyle çıkış gerilimi için

$$V_o = V_x - V_y = V_1 \left[1 + \frac{R_1}{R} \right] - V_2 \left[\frac{R_1}{R} \right] + V_1 \left[\frac{R_2}{R} \right] - V_2 \left[1 + \frac{R_2}{R} \right]$$

yazılabilir. Dirençler $R_1 = R_2$ olacak biçimde seçilirse gerilim kazancı ifadesi şu biçimde olur:

$$\frac{V_o}{V_1 - V_2} = 1 + \frac{2R_1}{R}$$

Kazancın $+10$ olması için $R_1 = 4.5 R$ yapılmalıdır. Gücü düşük tutmak için direnç değerleri mümkün oldukça yüksek tutulmalıdır. Biraz da gelişigüzel olarak $R = 100 \text{ k}\Omega$ ve $R_1 = R_2 = 450 \text{ k}\Omega$ seçilebilir. Fark yükselteç katında da $100 \text{ k}\Omega$ dirençler kullanılabilir.

Gördüğü gibi ölçüm yükseltecinin gerilim kazancı ile fark yükseltecin gerilim kazancı arasında temelde bir fark yoktur. O hâlde neden fazladan iki tane daha işlemel yükselteç kullanıyoruz? Ölçüm yükseltecinin giriş direnci çok yüksek olduğundan V_1 ve V_2 girişleri doğrudan işlemel yükseltecin giriş uçlarına bağlanabilmektedir. Çizelge 4.1'den, MAX4240'in giriş direncinin $45 \text{ M}\Omega$ olduğunu görmekteyiz. Oysa, normal işlemel yükselteçlerin giriş dirençleri bu kadar yüksek değildir. Bu nedenle de dışarıdan bağlanan dirençler giriş direncini önemli miktarda düşürebilir.

4.6**Tasarım Örnekleri****TASARIM
ÖRNEĞİ 4.12**

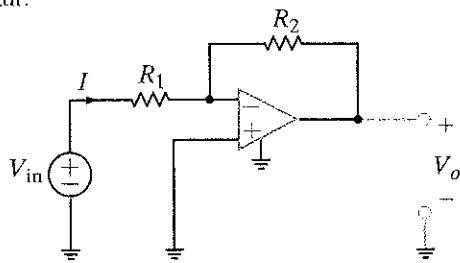
Çok büyük bir giriş gerilimini (*örneğin $\pm 680 \text{ V}$ arasında değişen V_{in} gerilimini*) $\pm 5 \text{ V}$ aralığında küçük bir çıkış gerilimine dönüştüren bir yükselteç devresi tasarlamamız istenmektedir. Yalnızca iki direnç kullanarak en uygun yükselteci tasarlamak istiyoruz.

+680 V'u -5 V'a dönüştürmemiz gerekiğinden evren tip bir bağlantı kullanmak daha uygundur. Bu devre için giriş çıkış ikişkisi

$$\frac{V_o}{V_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

olarak verilmektedir.

Devre gerilimi düşürmek zorunda olduğundan R_1 , R_2 'den çok daha büyük olmalıdır. Deneme yanlışla yoluyla Çizelge 2.1'de verilen standart değerler arasından uygun bir direnç çifti bulunabilir. $R_1 = 27 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 200 \text{ k}\Omega$ seçimi çok uygun görülmektedir. Bu değerler seçildiğinde $V_{in} = 680 \text{ V}$ için çıkış gerilimi 5.037 V olarak elde edilir. Bu da sadece % 0.74 oranında bir hata demektir.



ÇÖZÜM

Şekil 4.27

Standart evren yükselticisi.

İki direnç kullanarak evirmeyen bir işlemsel yükselteci ile şu koşullarda bir tasarım yapmanız isteniyor: Kazanç +10 olmalı, giriş geriliminin aralığı $\pm 2 \text{ V}$ olarak verilmekte, dirençler tarafundan harcanacak güç 100 mW'ın altında olmalı.

Şekil 4.28'de görülen standart evirmeyen yapı için kazanç ifadesi şu biçimdedir:

$$\frac{V_o}{V_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Kazancın 10 olması için $R_2 / R_1 = 9$ olmalıdır. Eğer $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$ ve $R_2 = 27 \text{ k}\Omega$ seçilirse bu koşul sağlanmış olur. Elbetteki Çizelge 2.1'deki standart değerler arasından 3/27 oranını sağlayacak başka direnç değerleri de seçilebilir.

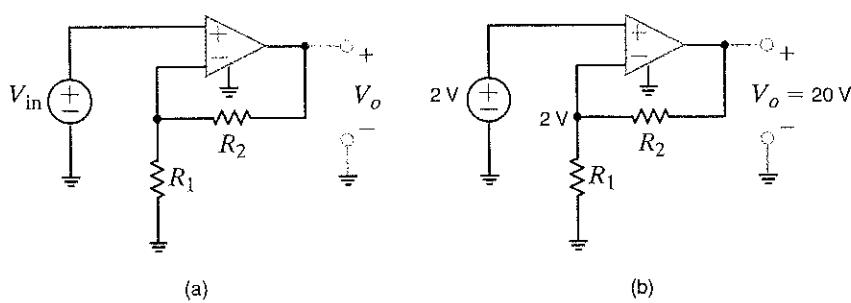
Güç ile ilgili sınırlama için Şekil 4.28'den yararlanarak, en yüksek giriş gerilimi durumunda (2 V) dirençlerin harcadığı toplam güç için

$$P_R = \frac{2^2}{R_1} + \frac{(20 - 2)^2}{R_2} = \frac{4}{R_1} + \frac{324}{9R_1} < 0.1$$

yazılabilir. Dolayısıyla R_1 'in en küçük değeri 400Ω 'dur.

TASARIM ÖRNEĞİ 4.13

ÇÖZÜM



Şekil 4.28
Örnek 4.13'te
kullanılan evirmeyen
işlemsel yükselteç
devresi.

TASARIM ÖRNEĞİ 4.14

Cıkışında aşağıdaki gerilimi üretebilecek bir “ağırlıklı toplama devresi” tasarlamak istiyoruz. Tasarım kısıtları, sadece bir işlemsel yükselteç ve en fazla üç direnç kullanmamıza izin veriyor. Ayrıca, en fazla $10\text{ k}\Omega$ değerinde dirençler kullanırken gücü de en düşük değerde tutmak istiyoruz:

$$V_o = -0.9V_1 - 0.1V_2$$

ÇÖZÜM Standart ağırlıklı toplama devresi Şekil 4.29'da görülmektedir. Şimdi yapmamız gereken devredeki üç direncin bulunmasıdır.

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \text{ ve } I_2 = \frac{V_2}{R_2}$$

olmak üzere KAY kullanılarak

$$I_1 + I_2 = -\frac{V_o}{R}$$

yazılabilir. Bu eşitliklerden

$$V_o = -\left[\frac{R}{R_1}\right]V_1 - \left[\frac{R}{R_2}\right]V_2$$

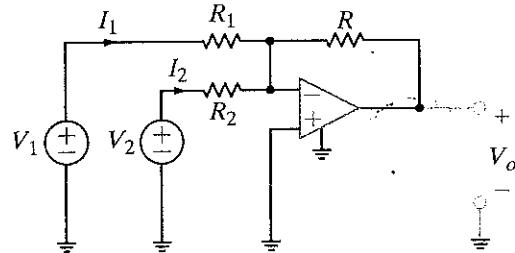
elde edilir. Dolayısıyla

$$\frac{R}{R_1} = 0.9 \text{ ve } \frac{R}{R_2} = 0.1 \text{ koşullarının sağlanması gerekmektedir.}$$

Bu gereksinimlerden, en büyük direncin R_2 , en küçük direncin de R olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca, R/R_1 oranı $27/30$ olarak da yazılabilir. Son olarak, gücü en düşük değerinde tutabilmek için mümkün olan en büyük direnç değerlerini kullanmamız gerekmektedir. Buna göre, en uygun direnç değerleri $R = 270\ \Omega$, $R_1 = 300\ \Omega$, ve $R_2 = 2.7\text{ k}\Omega$ hesaplanır.

Şekil 4.29

Standart ağırlıklı toplama devresi.



TASARIM ÖRNEĞİ 4.15

Örnek 2.36'da 4-20 mA aralığındaki bir akımı, 20 mA için 5 V çıkış üretecek biçimde gerilime dönüştürmek için $250\ \Omega$ değerinde bir direnç kullanmıştık. Bu durumda en küçük akım olan 4 mA de 1 V gerilim üretir. Ancak, birçok kontrol sistemi 1-5 V aralığında değil 0-5 V aralığında çalışır. Şimdi, 4 mA için 0 V, 20 mA için 5 V üretecek yeni bir dönüştürücü tasarlayalım.

ÇÖZÜM

Örnek 2.36'da tasarlanan basit direnç devresi iyi bir başlangıç noktasıdır. Ancak gerilim aralığı sadece 4 V olup, en küçük değer sıfır değildir. Oysa bizden 5 V'luk bir aralık istenmektedir.

Bu durum, yeni bir direnç değerine gerek duyulduğunu ve çıkış geriliminin, en küçük değer sıfır olacak biçimde aşağıya doğru kaydırılmasının gerektiğini göstermektedir. İşe, gerçekli direnç değerini hesaplamakla başlayalım:

$$R = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{I_{\max} - I_{\min}} = \frac{5 - 0}{0.02 - 0.004} = 312.5 \Omega$$

Artık, direncin gerilimi ($0.004 \times 312.5 = 1.25$ V) ile ($0.02 \times 312.5 = 6.25$ V) arasında değişecektir. Bir devre tasarlayarak bu değerleri 0-5 V arasına kaydırmalıyız. Düzey kaydirmak için kullanılabilecek bir devre, Şekil 4.30'da gösterilen fark yükselteç devresidir. Bu devrenin çıkış gerilimi

$$V_o = (V_I - V_{\text{shift}}) \frac{R_2}{R_1}$$

ifadesi ile tanımlanır. R değerini 5 V gerilim aralığı için seçmiş olduğumuzdan yükseltecin kazancı 1 olmalıdır (yani $R_1 = R_2$ olmalıdır.) Gerekli olan seviye kaydırma değerinin 1.25 V olduğu açıktır. Ancak, minimum değerlerin son eşitlikte kullanılmasıyla da bu sonuç elde edilebilir.

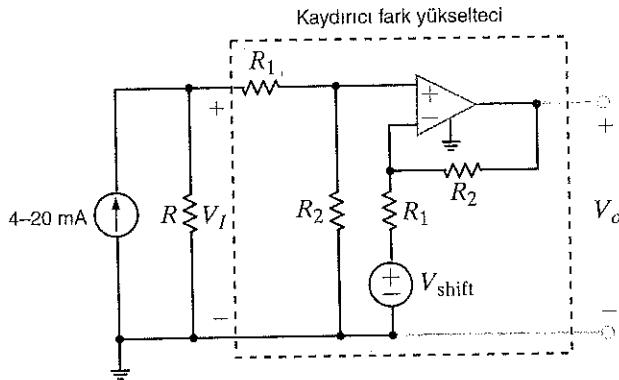
$$0 = [(312.5)(0.004) - V_{\text{shift}}] \frac{R_2}{R_1}$$

$$V_{\text{shift}} = (312.5)(0.004) = 1.25 \text{ V}$$

Bu tasarımda dikkat edilmesi gereken bir nokta bulunmaktadır. Dönüştürücünün direncinin (R) fark yükselteçini etkilemesini istemeyiz. Bunun için, 4-20 mA akımın tamamına yakını R direncinden akmalıdır. Yükselteçten mümkün olduğunca az akım akmalıdır. Bu koşulun sağlanması için $R_2 \gg R$ seçilmelidir. Eğer $R_1 = R_2 = 100 \text{ k}\Omega$ seçilirse R 'nin 300 katı bir değer seçilmiş olur.

Şekil 4.30

4-20 mA'den 0-5 V'a dönüştürücü.



ÖZET

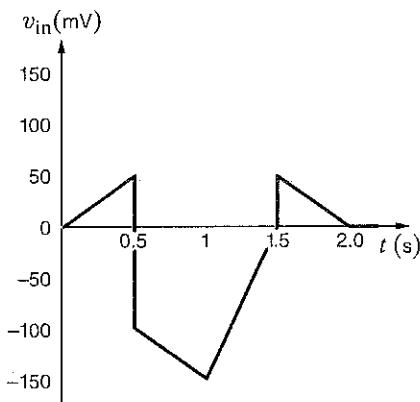
- İşlemsel yükselteçlerin karakteristik özellikleri şunlardır:
 - Yüksek giriş direnci
 - Düşük çıkış direnci
 - Çok yüksek kazanç
- İşlemsel yükselteç problemlerinin çözümüne genellikle yükselteç girişlerinde dütüm gerilim bağıntıları yazarak başlanır.
- Ideal bir işlemsel yükselteç aşağıdaki bağıntılarla modellenir:

$$i_+ = i_- = 0$$

$$v_+ = v_-$$
- Bir karşılaştırıcıının çıkışı, giriş uçlarındaki gerilimlerin farkına bağlı olarak değişir.

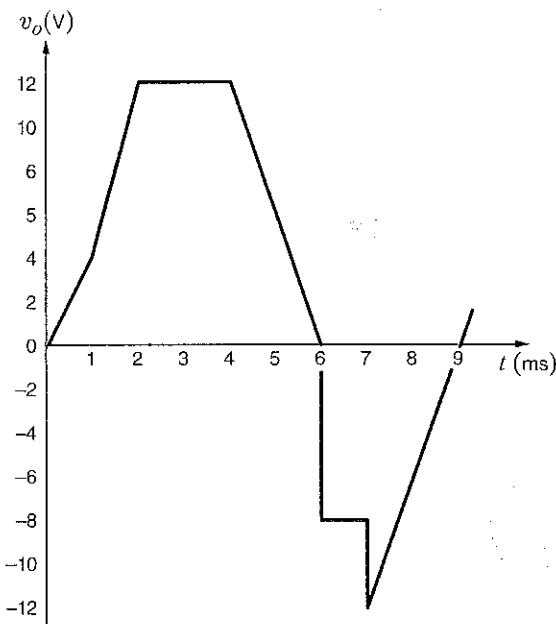
PROBLEMLER

- 4.1** Kazancı 15 olan bir yükseltecin giriş dalga şekli Şekil P4.1'de gösterilmektedir. Çıkış geriliminin dalga şeklini çiziniz.



Şekil P4.1

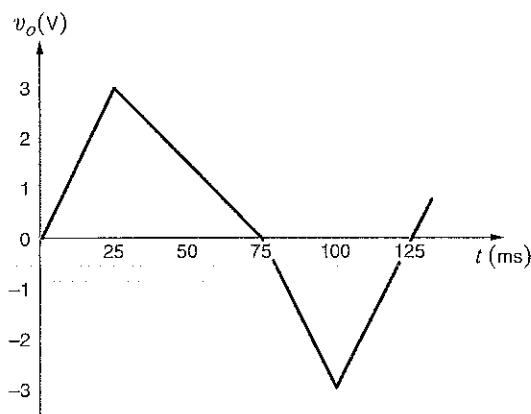
- 4.2** Şekil P4.2'de çıkış dağı gösterilen yükseltecin kazancı -5'dir. Giriş dalga şeklini çiziniz.



Şekil P4.2

- 4.3** İşlemel yükselteç kullanan ve kazancı 20 olan bir yükselteç ± 5 V'luk bir kaynaktan beslenmektedir.

- (a) Çıkış dalga şekli Şekil P4.3'te verildiğine göre giriş dalga şeklini çiziniz.
 (b) (a)'daki sonucunuza iki katı bir giriş için çıkış dağı şeklini çiziniz.



Şekil P4.3

- 4.4** İdeal bir işlemel yükselteç için gerilim kazancı ve giriş direnci sonsuz, çıkış direnci ise sıfırdır. Bu durum

- (a) İşlemel yükseltecin giriş gerilimini,
 (b) İşlemel yükseltecin giriş akımlarını,
 (c) İşlemel yükseltecin çıkış akımlarını nasıl etkiler?

- 4.5** Aşağıdaki ideal dışı durumlar için Problem 4.4'ü yeniden değerlendireiniz.

- (a) $R_{in} = \infty, R_{out} = 0, A_o \neq \infty$.
 (b) $R_{in} = \infty, R_{out} > 0, A_o = \infty$.
 (c) $R_{in} \neq \infty, R_{out} = 0, A_o = \infty$.

- 4.6** Eviren yükselteç için Bölüm 4.3'te yapılan analizi göz önüne alınız ve

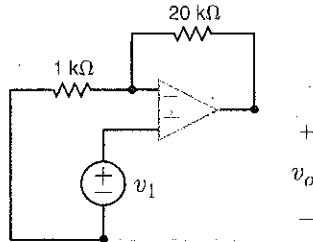
- (a) $R_{in} = \infty, R_{out} = 0, A_o \neq \infty$ olması durumunda kazanç ifadesini elde ediniz.
 (b) (a)'da bulunan kazancın ideal kazanca oranının A_o 'ya göre değişimini $1 \leq A_o \leq 1000$ aralığında çiziniz. Ideal kazancı -10 olarak alınız.
 (c) Çiziminize bakarak, A_o artarken mi azalırken mi gerçek kazancın ideal kazanca yaklaştığını belirleyiniz.
 (d) Çiziminize bakarak gerçek kazanç ideal değer'e % 5'ten daha yakınlık A_o 'nın en küçük değerinin ne olduğunu belirleyiniz.

- 4.7** Eviren yükselteçle ilgili Bölüm 4.3'te yapılan analizi gözönüne alınız.

- (a) $R_{in} \neq \infty, R_{out} = 0, A_o \neq \infty$ olması durumunda kazanç ifadesini elde ediniz.
 (b) $R_2 = 27 \text{ k}\Omega$ ve $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$ için gerçek kazancın ideal kazanca oranının, A_o 'ya göre değişimini $A_o = 1000$ ve $1 \text{ k}\Omega \leq R_{in} \leq 100 \text{ k}\Omega$ için çiziniz.
 (c) Çiziminize bakarak, R_{in} artarken mi azalırken mi oranın bire yanaştığıntı belirleyiniz.
 (d) (b)'deki çiziminize bakarak kazanç oranının en az 0.98 olabilmesi için R_{in} 'in en küçük değerinin ne olması gerektiğini belirleyiniz.

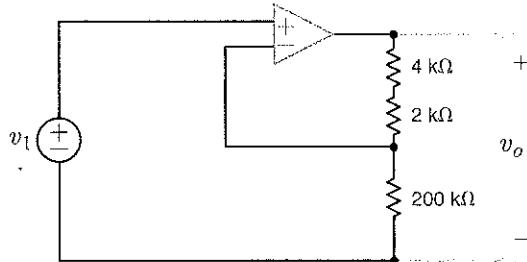
4.8 Op-amplı bir yükselteç ± 18 V kaynaklarından beslenmekte olup kazancı -80 olarak verilmektedir. Yükselticin doğrusal olarak çalışabileceği giriş gerilimi aralığını bulunuz.

4.9 Şekil P4.9'daki devrenin gerilim kazancını bulunuz. İşlemsel yükseltecin ideal olduğunu varsayınız.



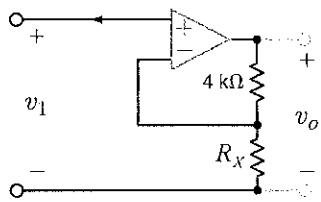
Şekil P4.9

4.10 Şekil P4.10'daki devrenin gerilim kazancını bulunuz. İşlemsel yükseltecin ideal olduğunu varsayınız.



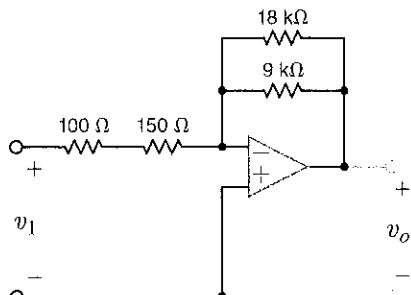
Şekil P4.10

4.11 Şekil P4.11'de görülen işlemsel yükseltecin ideal olduğunu varsayıy়iz ve gerilim kazancının 26 olmasını sağlayacak R_x değerini hesaplayınız.



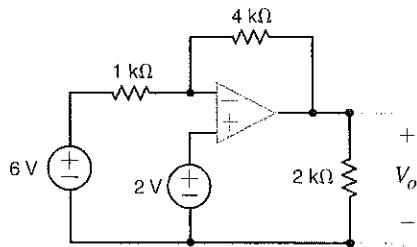
Şekil P4.11

4.12 Şekil P4.12'de görülen işlemsel yükseltecin ideal olduğunu varsayıy়iz ve gerilim kazancını hesaplayınız.



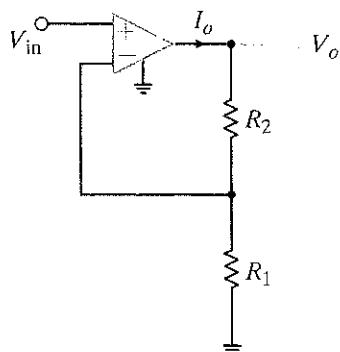
Şekil P4.12

4.13 Şekil P4.13'te görülen işlemsel yükseltecin ideal olduğunu varsayıy়iz ve çıkış gerilimini (V_o) hesaplayınız.



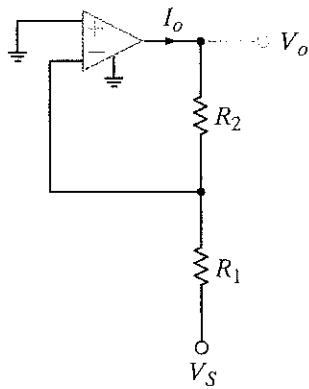
Şekil P4.13

4.14 Şekil P4.14'te görülen yükseltecin kazancını hesaplayınız. I_o 'nın değerini bulunuz.



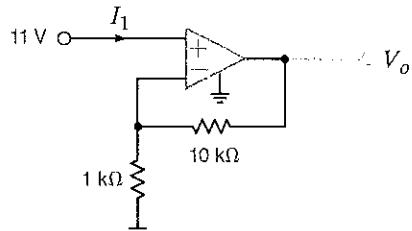
Şekil P4.14

4.15 Şekil P4.15'te görülen devrede kazancı ve I_o akımını hesaplayınız.



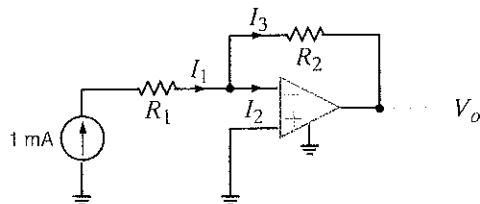
Şekil P4.15

4.16 Şekil P4.16'da görülen devrede işlemsel yükselteç ideal olduğunu göre V_o ve I_1 değerlerini hesaplayınız.



Şekil P4.16

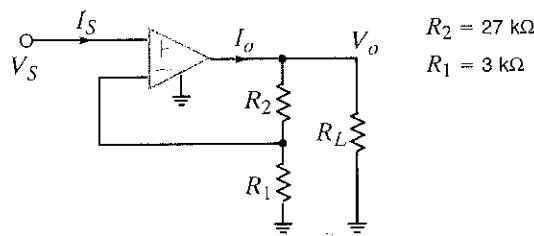
- 4.17** Şekil P4.17'de görülen işlemsel yükselteç ideal olduğuna göre I_1 , I_2 ve I_3 değerlerini bulunuz.



Şekil P4.17

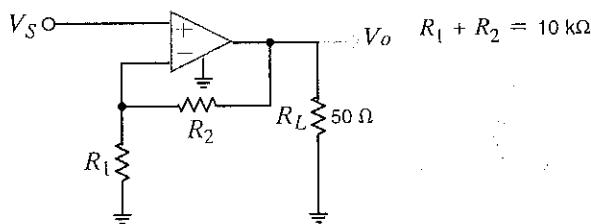
- 4.18** Şekil P4.18'de, bir yükü sürmektedir, yani yük için gerekli olan gerilimi vermektedir. İşlemsel yükselteç devresi gösterilmektedir.

- Direnç $10 \Omega \leq R_L \leq \infty$ aralığında değişirken V_o / V_s kazancının nasıl değiştigini çiziniz.
- $V_s = 0.1$ olduğuna göre, $10 \Omega \leq R_L \leq \infty$ aralığında I_o 'nın nasıl değiştigini çiziniz.
- $V_s = 1$ V için (b)'yi tekrarlayınız.
- $|V_s| < 0.5$ V iken $|I_o|$ değerinin 100 mA'den küçük olması için R_L 'nin alabileceği en küçük değer nedir?
- $R_L = 100 \Omega$ ve $R_L = 10 \text{ k}\Omega$ durumları için I_S akımının değerini bulunuz.



Şekil P4.18

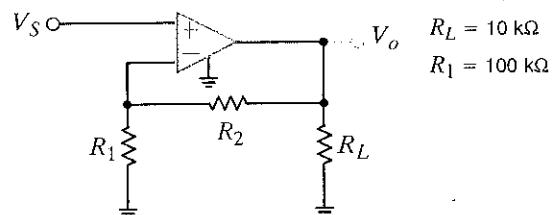
- 4.19** Şekil P4.19'da görülen yükselteçdeki op-amp ± 15 kaynaklardan beslenir ve çıkışa en fazla 200 mA akım verebilir. Çıkış geriliminin (V_o) en büyük değeri 1 V ise yükselteçin kazancı en çok ne olabilir?



Şekil P4.19

- 4.20** Şekil P4.20'de görülen yükselteç devresinde $V_s = 2$ V olup, op-amp'ın çıkış akımı en fazla 100 mA olabilmektedir.

- ± 10 V kaynaklar kullanıldığına göre R_2 'nin alabileceği en büyük değer nedir?
- ± 3 V için soruyu tekrar çözünüz.
- Kaynakların çıkışabilecek maksimum kazanç üzerinde etkisini değerlendiriniz.

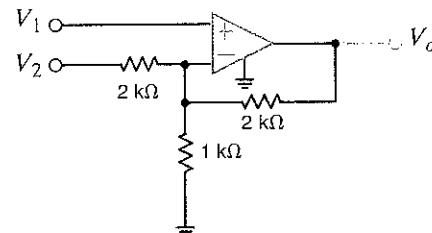


Şekil P4.20

- (a) V_o yu V_1 ve V_2 'ye bağlı olarak elde ediniz.

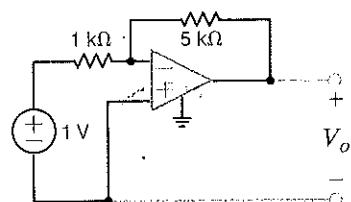
- (b) $V_1 = 2$ V ve $V_2 = 6$ V ise V_o değeri ne olur?

- (c) İşlemsel yükseltecin kaynakları ± 12 V, $V_1 = 4$ V ise, V_2 hangi değerler arasında değişimdir?



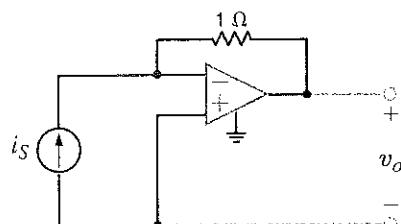
Şekil P4.21

- 4.22** Şekil P4.22'deki devrede işlemsel yükseltecin ideal olduğunu varsayıarak çıkış gerilimini bulunuz.



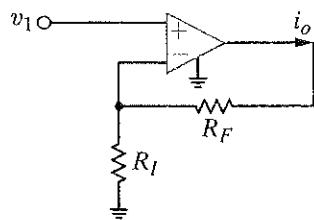
Şekil P4.22

- 4.23** Şekil P4.23'te görülen devre akım-gerilim dönüştürücü, veya iletkenlik aktarıcı yükselteç olarak adlandırılır. Bu devre için v_o / i_s oranını bulunuz.



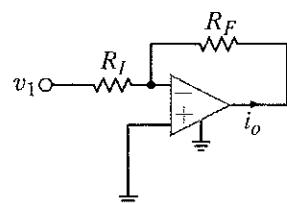
Şekil P4.23

4.24 Şekil P4.24'te görülen devre için i_o / v_1 oranını bulunuz.



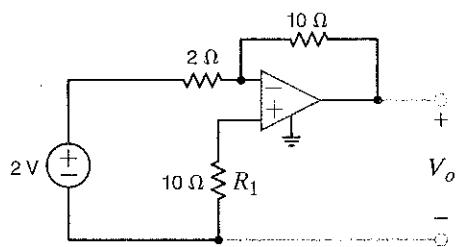
Şekil P4.24

4.25 Şekil P4.25'te görülen devre için i_o / v_1 oranını bulunuz.



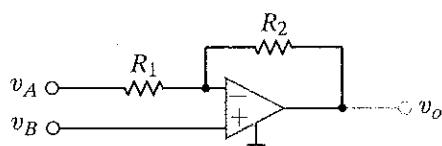
Şekil P4.25

4.26 Şekil P4.26'daki devrede V_o 'yu bulunuz. R_1 'in çıkış üzerindeki etkisini açıklayınız.



Şekil P4.26

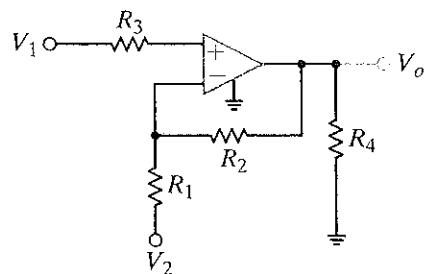
4.27 Şekil P4.27'de görülen devre için V_o bağıntısını elde ediniz.



Şekil P4.27

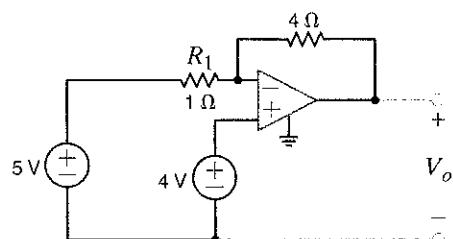
4.28 Şekil P4.28'deki devrede çıkış geriliği için aşağıdaki ifadenin doğruluğunu gösteriniz.

$$V_o = \left[1 + \frac{R_2}{R_1} \right] V_1 - \frac{R_2}{R_1} V_2$$



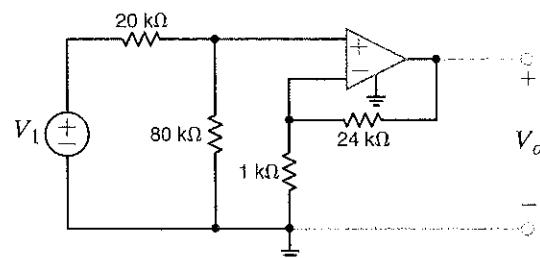
Şekil P4.28

4.29 Şekil P4.29'da görülen devre için V_o gerilimini elde ediniz.



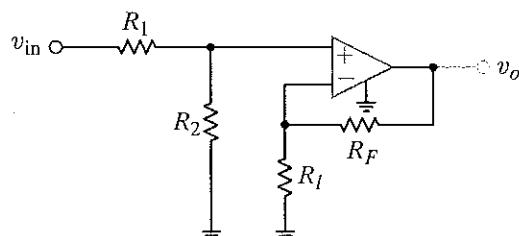
Şekil P4.29

4.30 Şekil P4.30'da görülen devre için gerilim kazancını hesaplayınız.



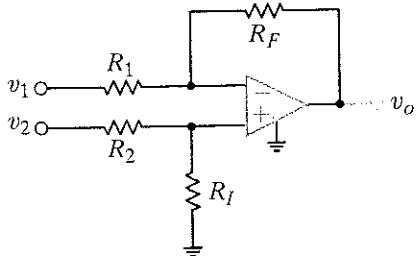
Şekil P4.30

4.31 Şekil P4.31'de görülen devre için V_o ile V_{in} arasındaki ilişkiyi hesaplayınız.



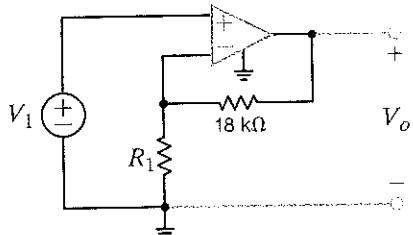
Şekil P4.31

- 4.32 Şekil P4.32'de gösterilen devre için v_o gerilimini v_1 ve v_2 'ye bağlı olarak elde ediniz.



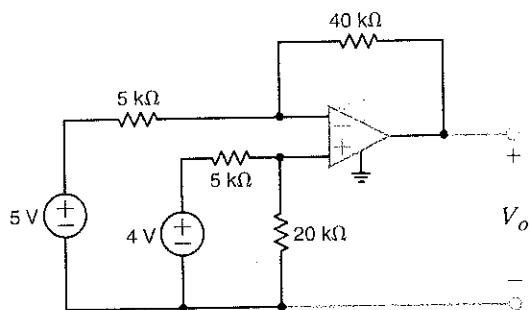
Şekil P4.32

- 4.33 Şekil P4.33'te görülen devrede gerilim kazancının 10 olabilmesi için R_1 direncinin değeri ne olmalıdır?



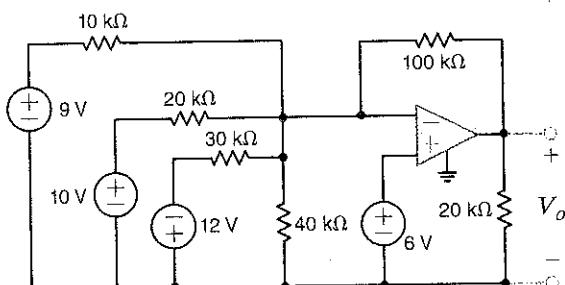
Şekil P4.33

- 4.34 Şekil P4.34'te görülen devre için V_o gerilimini hesaplayınız.



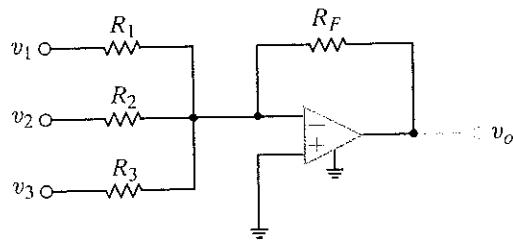
Şekil P4.34

- 4.35 Şekil P4.35'te görülen devre için V_o gerilimini hesaplayınız.



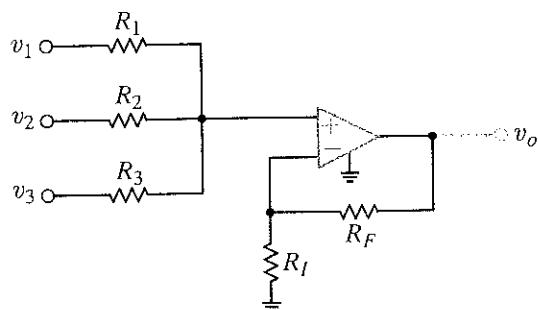
Şekil P4.35

- 4.36 Şekil P4.36'da görülen eviren-toplayıcı devrede çıkış geriliminin ifadesini elde ediniz.



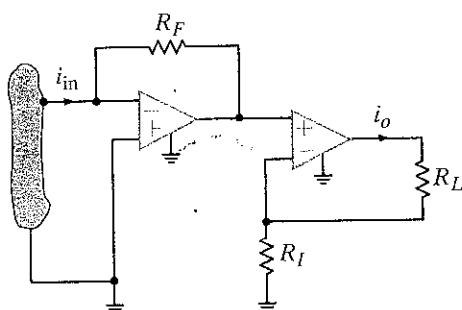
Şekil P4.36

- 4.37 Şekil P4.37'de görülen evirmeyen ortalama alıcı devre için çıkış gerilimi ifadesini elde ediniz.



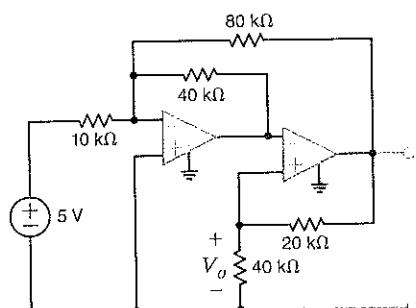
Şekil P4.37

- 4.38 Şekil P4.38'de görülen akım yükseltici devre için giriş çıkış ilişkisini elde ediniz.



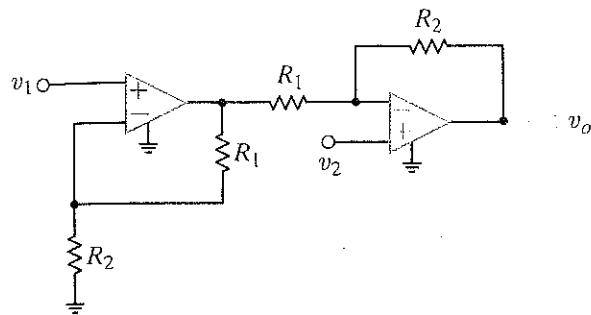
Şekil P4.38

- 4.39 Şekil P4.39'da görülen devrede V_o gerilimini hesaplayınız.



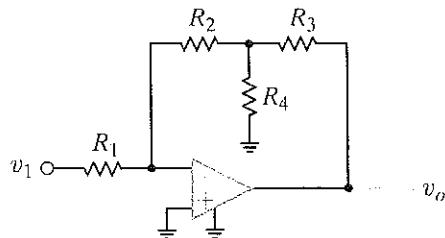
Şekil P4.39

4.40 Şekil P4.40'daki devre için v_o ifadesini elde ediniz.



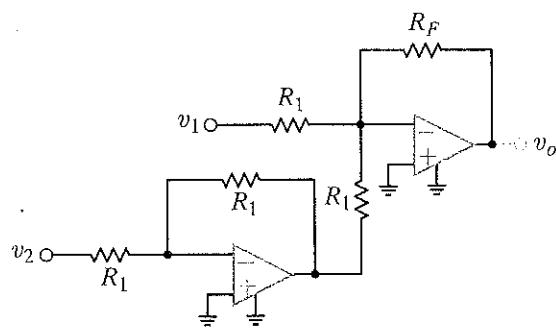
Şekil P4.40

4.42 Şekil P4.42'deki devre için v_o ifadesini elde ediniz.



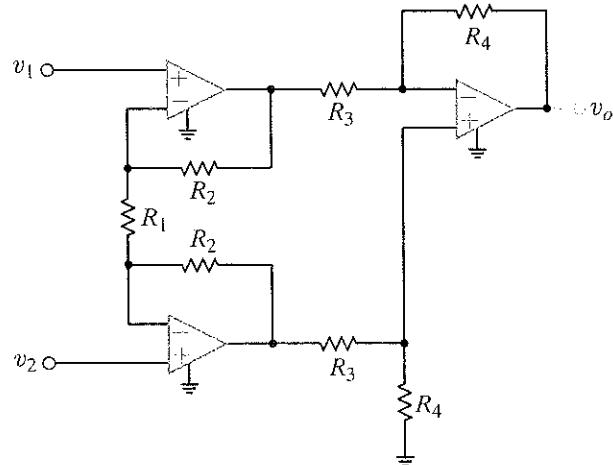
Şekil P4.42

4.41 Şekil P4.41'deki fark açıcı devre için v_o ifadesini elde ediniz.



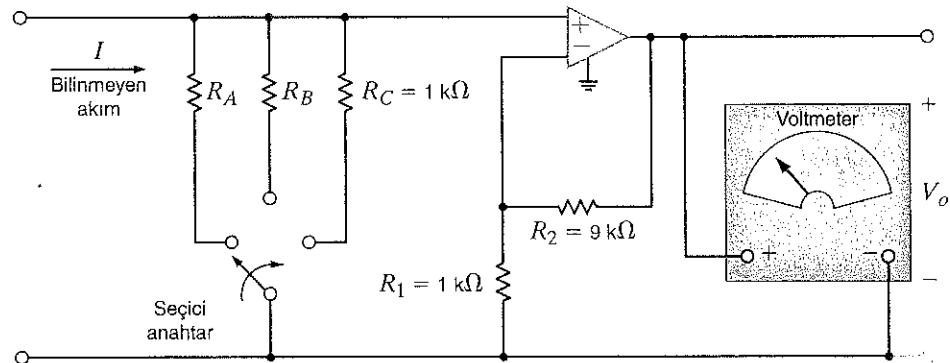
Şekil P4.41

4.43 Şekil P4.41'deki devre için v_o ifadesini elde ediniz.



Şekil P4.43

4.44 Örnek 4.9'da incelenen elektronik ampermetre modifiye edilerek Şekil P4.44'te verilmektedir. Şekildeki seçici anahtar sayesinde ölçü aletinin ölçüm aralığını belirleyebilmektedir. Örnek 4.9'daki R_1 ve R_2 değerlerini kullanarak ölçülen akım sırasıyla 100 mA ve 10 mA iken 10 V çıkış verebilecek R_A ve R_B değerlerini bulunuz.



Şekil P4.44

- 4.45** Bir işlemel yükselteç ve $10\text{ k}\Omega$ dirençler kullanarak çıkış gerilimi aşağıdaki gibi verilen bir devre tasarlayınız:

$$V_o = -2V_1 - 4V_2$$

- 4.46** Her biri $1\text{ k}\Omega$ 'dan büyük olan dirençler kullanarak kazancı -50 olan işlemel yükselteçli bir devresi tasarlayınız.

- 4.47** Girişinden hiç akım almayan ve kazancı -50.000 olan iki katlı bir op-amp devresi tasarlayınız. Tasarımınızda $1\text{ k}\Omega$ 'dan küçük direnç kullanmayın.

- 4.48** Giriş-çıkış ilişkisi aşağıdaki gibi olan bir işlemel yükselteç devresi tasarlayınız.

$$V_o = -5V_1 + 0.5V_2$$

- 4.49** Maksimum gentiği 200 mV olan bir gerilim dalgası maksimum $10\text{ V}'a$ yükseltilerek evirilmelidir. Ancak, gerilim dalgasını üreten cihaz $100\text{ }\mu\text{A}'den$ fazla akım verememektedir. İstenen yükselteç devresini tasarlayınız.

- 4.50** Kazancı $\pi \pm \% 1$ olan bir devre gerekmektedir. Çizelge 2.1'de verilen direnç değerlerini kullanarak yükselteci tasarlayınız. Mümkün olduğu kadar az direnç kullanınız.

- 4.51** Aşağıdaki ilişkiyi verebilecek bir op-amp devresi tasarlayınız:

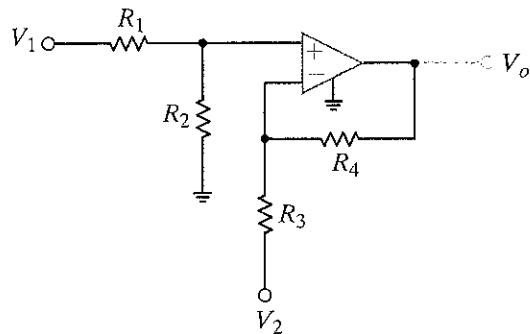
$$V_o = -5V_1 - 4V_2$$

- 4.52** Aşağıdaki ilişkiyi verebilecek bir op-amp devresi tasarlayınız:

$$V_o = 5V_1 - 7V_2$$

- 4.53** Şekil P4.53'te verilen devrenin aşağıdaki çıkıştı yalnızca $0 \leq K_1 \leq (K_2 + 1)$ olması durumunda üretilmesini gösteriniz.

$$V_o = K_1 V_1 - K_2 V_2$$

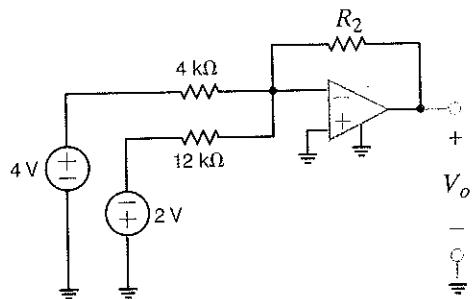


Şekil P4.53

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

4ÇSS-1 Şekil 4ÇSS-1'de görülen toplayıcı devrede 3 V'luk çıkış gerilimi üretecek R_2 direnci hangisidir?

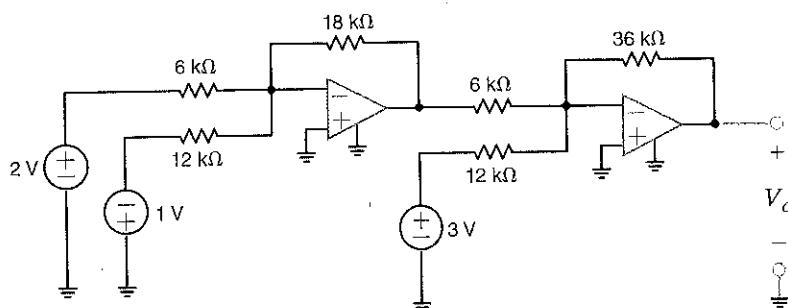
- a. 4.42 k Ω
- b. 6.33 k Ω
- c. 3.6 k Ω
- d. 5.14 k Ω



Şekil 4ÇSS-1

4ÇSS-2 Şekil 4ÇSS-2'de görülen toplayıcı devrede çıkış gerilimi V_o aşağıdakilerden hangisidir?

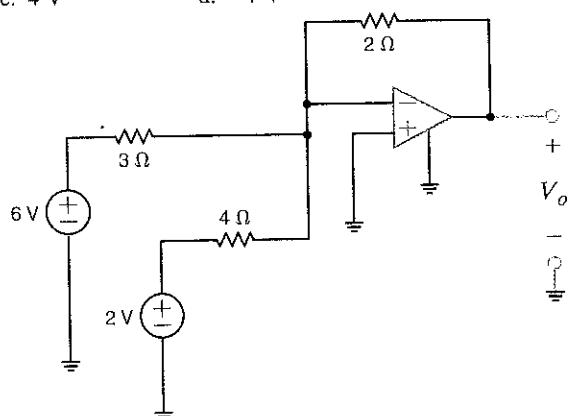
- a. 6 V
- b. 18 V
- c. 9 V
- d. 10 V



Şekil 4ÇSS-2

4ÇSS-3 Şekil 4ÇSS-3'te görülen devrede çıkış gerilimi V_o aşağıdakilerden hangisidir?

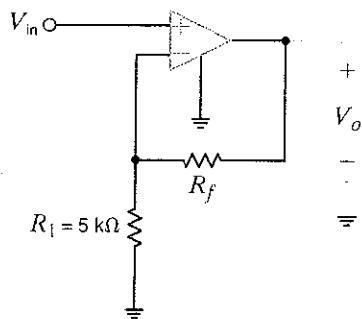
- a. -5 V
- b. 6 V
- c. 4 V
- d. -7 V



Şekil 4ÇSS-3

4ÇSS-4 Şekil 4ÇSS-4'te görülen işlemsel yükselteç devresinde gerilim kazancının 50 olması için R_f değeri ne olmalıdır?

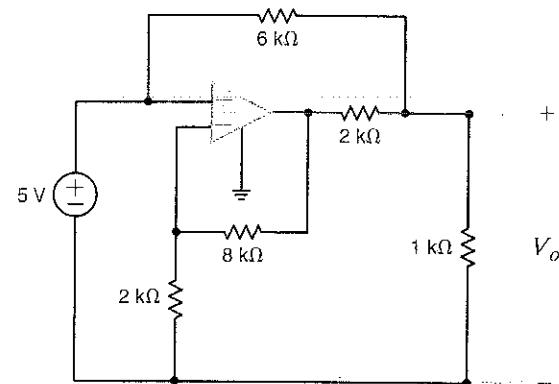
- a. 135 k Ω
- b. 210 k Ω
- c. 180 k Ω
- d. 245 k Ω



Şekil 4ÇSS-4

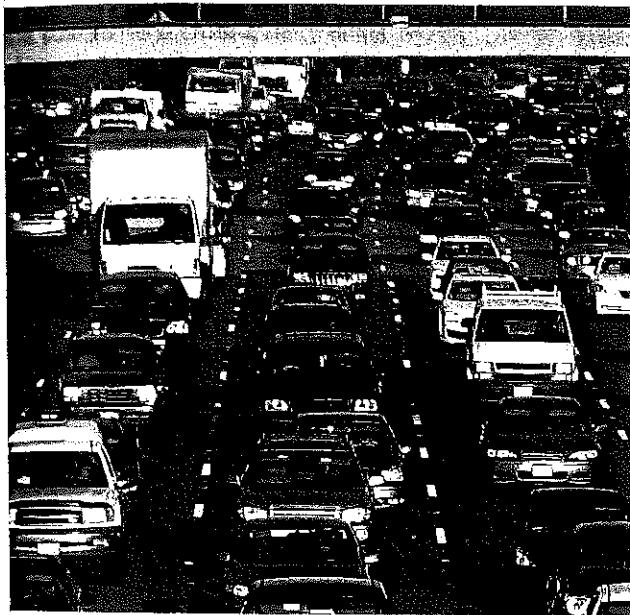
4ÇSS-5 Şekil 4ÇSS-5'te görülen devrede V_o gerilimi aşağıdakilerden hangisidir?

- a. 3 V
- b. 6 V
- c. 8 V
- d. 5 V



Şekil 4ÇSS-5

DİĞER ANALİZ TEKNİKLERİ



Egdigital/Stockphoto izniyle

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI

- Doğrusallık ve eşdeğerlilik kavramlarını anlamak
- Süperpozisyon ilkesini kullanarak elektrik devrelerini nasıl analiz edildiğini öğrenmek
- Doğrusal bir devre için Thevenin eşdeğer devresini bulabilmek
- Doğrusal bir devre için Norton eşdeğer devresini bulabilmek
- Kaynak dönlüşümünün nasıl ve ne zaman kullanılabileceğini öğrenmek
- Maksimum güç transferi teoreminin nasıl kullanılabileceğini öğrenmek

İzleme Cihazları Çevre yollarında trafik akışını izleyen cihazlar şehir girişlerindeki tıkanıklığı azaltmada yardımcı olurlar. Yaklaşan araçların hızını ölçen cihazlar, hız değerlerini büyük tabelalarda göstererek hızınızın sınır değerin üzerindeyse sizi uyarır ve yavaşlamamanızı sağlar. Bu tür cihazlar ayrıca, yol yapım çalışmalarındaki işçileri korumak amacıyla hızın düşürülmesini sağlamak için de kullanılırlar.

Elektrik devrelerinin de benzer araçları vardır: aşırı akımları algılayan ve güç sınırları aşıldığında zarar görecek bileşenleri devre dışı bırakın akım izleme cihazları. Evlerdeki ya da ofislerdeki bu devre kesiciler, koşullar uygun olduğunda cihazları yeniden enerjilendirebilmek için yeniden devreye alınabilirler.

Bir devredeki akım akışını ölçmek ve düzenlemek, trafiğin serbestçe akışını sağlamak kadar önemlidir. Bu bölümde, süperpozisyon kavramını kullanarak çok sayıda kaynağı bulunduğu bir elektrik devresinde akan akımları hesaplayacağız. Bunun için, akımı hesaplanacak devre elemanı dışındaki tüm elemanlar için bir eşdeğer devre oluşturacağız. Böylece, devrenin tümü değil yalnızca bu elemanın üzerine odaklanmış olacağ ve farklı çalışma koşullarında bu elemanın akımını kolayca hesaplayabileceğiz. Bir kez bu kavramları öğrendiğinizde akım akışını izin verilen sınırlar içinde tutabilecek devreleri tasarlama daha iyi hazırlanmış olacaksınız.

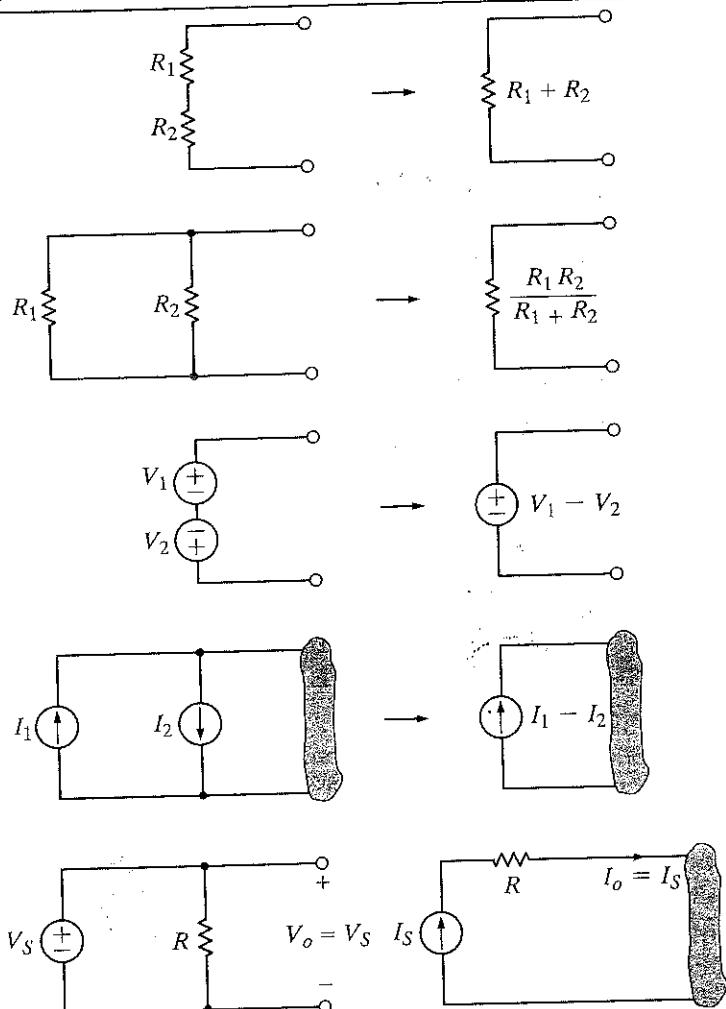
5.1

Giriş

Diğer analiz tekniklerine geçmeden önce şimdiye kadar doğrudan ya da dolaylı olarak kullandığımız bazı konuları tekrar gözden geçirelim.

EŞDEĞERLİLIK Analizlerimizde kullanmış olduğumuz bazı eşdeğer devreler Çizelge 5.1'de topluca gösterilmektedir. Bir devrenin herhangi bir noktasındaki gerilim ya da akım değerini hesaplamak ve devrenin çalışması hakkında daha fazla bilgi edinebilmek için kullanabileceğimiz diğer teknikleri incelemeye başlarken bu listedeki eşdeğerlikleri gözden geçirmekte yarar vardır. Tabloda listelenen durumlara ek olarak, kaynakların aynı yönü işaret etmediği ve aynı değerlere sahip olmadığı durumlarda akım kaynaklarının seri, gerilim kaynaklarının ise parallel bağlantısına izin verilmediğini not etmek gereklidir.

ÇİZELGE 5.1 Eşdeğer devre yapıları



DOĞRUSALLIK Şimdiye kadar incelemiş olduğumuz devreler, bir doğrusal denklem takımıyla tanımlanabilen doğrusal devrelerdi. Kitabın geri kalanında inceleyeceğimiz devrelerin çok büyük bir kısmı da yine doğrusal devre olacak, doğrusal olmayan bir durum söz konusu olduğunda bu durum özellikle belirtilecektir.

Doğrusallık hem toplamsallık hem de homojenlik (ölçeklenebilirlik) özelliklerinin bulunmasını gerektirir. İncelediğimiz devrelerin bu önemli özelliğini sağladığını gösterebiliriz. Bir sonraki örnek bu özelliğin nasıl kullanılabileceğini göstermektedir.

Şekil 5.1'de gösterilen devre için çıkış gerilimi V_{out} hesaplanmak istenmektedir. Fakat çözümde doğrudan I_0 akımını, daha sonra I_1 , I_2 vb. akımları hesaplamak yerine doğrusallık özelliğini kullanarak devreyi tersten hareketle çözeceğiz. Bunun için önce basitçe $V_{out} = 1$ V olduğunu varsayılmıştır. Sonra, çıkış geriliminin 1 V olabilmesi için kaynak geriliminin ne olması gerektiğini hesaplayacağız. Daha sonra da kaynak geriliminin gerçek değerini ve doğrusallığı kullanarak V_{out} 'un gerçek değerini hesaplayacağız.

Eğer $V_{out} = V_2 = 1$ olduğunu varsayarsak

$$I_2 = \frac{V_2}{2k} = 0.5 \text{ mA}$$

olur. Daha sonra V_1 gerilimi

$$\begin{aligned} V_1 &= 4kI_2 + V_2 \\ &= 3 \text{ V} \end{aligned}$$

şeklinde hesaplanabilir. Böylece

$$I_1 = \frac{V_1}{3k} = 1 \text{ mA}$$

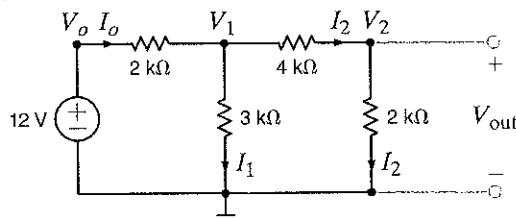
bulunur. Şimdi KAY kullanılarak

$$I_o = I_1 + I_2 = 1.5 \text{ mA}$$

elde edilir. Bu akım değeri kullanılarak

$$\begin{aligned} V_o &= 2kI_o + V_1 \\ &= 6 \text{ V} \end{aligned}$$

bulunur. Dolayısıyla çıkış geriliminin $V_{out} = 1$ V olması için kaynak geriliminin 6 V olması gerekmektedir. Fakat gerçek kaynak gerilimi 12 V olduğundan, doğrusallık özelliği gereği, gerçek çıkış gerilimi 1 V ($12/6$) = 2 V olarak hesaplanır.



CÖZÜM

ÖRNEK 5.1

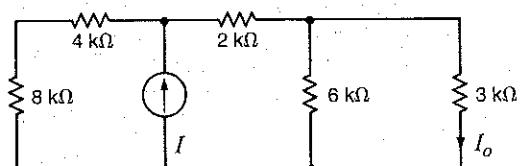
Şekil 5.2

5.1 nolu örnekte kullanılan devre

Öğrendiklerimizi Sınayalım

E5.1 Eğer $I = 6 \text{ mA}$ ise doğrusallık özelliğini ve $I_0 = 1 \text{ mA}$ varsayımlını kullanarak Şekil E5.1'deki I_0 akımının gerçek değerini hesaplayınız.

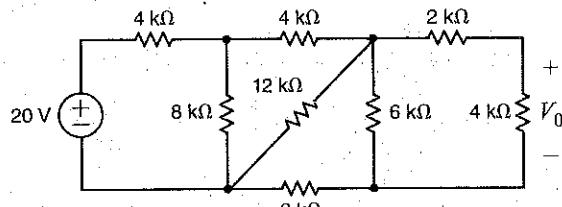
YANIT $I_0 = 3 \text{ mA}$



Şekil E5.1

E5.2 Doğrusallık özelliğini ve $V_0 = 1$ V varsayımlını kullanarak Şekil E5.2'deki V_0 geriliminin gerçek değerini hesaplayınız.

YANIT: $V_0 = 5/3 \text{ V}$



Şekil E5.2

5.2

Süperpozisyon

ÖRNEK 5.2

CÖZÜM Bu devre için çevre denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} 6ki_1(t) - 3ki_2(t) &= v_1(t) \\ -3ki_1(t) + 9ki_2(t) &= -v_2(t) \end{aligned}$$

Bu denklemleri $i_1(t)$ için çözersek

$$i_1(t) = \frac{v_1(t)}{5k} - \frac{v_2(t)}{15k}$$

elde ederiz. Göründüğü gibi, $i_1(t)$ akımı iki bileşenin toplamına eşittir. Bu bileşenlerden biri $v_1(t)$ kaynağıyla, diğerisi de $v_2(t)$ kaynağıyla ilişkilidir. $i_1(t)$ akımının devredeki her bir bağımsız kaynaktan sağlanan iki ayrı bileşeninin olmasından ötürü, her bir kaynağın $i_1(t)$ akımına yalnız başına ne kadar katkı verdiği inclemek ilginç olacaktır. $v_1(t)$ kaynağının yalnız başına katkısını görebilmek için $v_2(t)$ kaynağının sıfır olması gereklidir. Bölüm 2'de açıkladığımız gibi, $v_2(t) = 0$ 'ın anlamı, kaynağın kısa devre edilmesi demektir. Bu nedenle, $i_1(t)$ akımının $v_1(t)$ 'den kaynaklanan kısmını bulmak için Şekil 5.2b'yi kullanalım ve bu değeri $i'_1(t)$ ile gösterelim.

$$i'_1(t) = \frac{v_1(t)}{3k + 6k} = \frac{v_1(t)}{9k}$$

Şimdi $i_1(t)$ akımının $v_2(t)$ kaynağının yalnız başına devrede olması durumundaki değerini bulalım. Buna $i''_1(t)$ diyelim. Şekil 5.2c'yi kullanarak bu akımı hesaplayabiliriz:

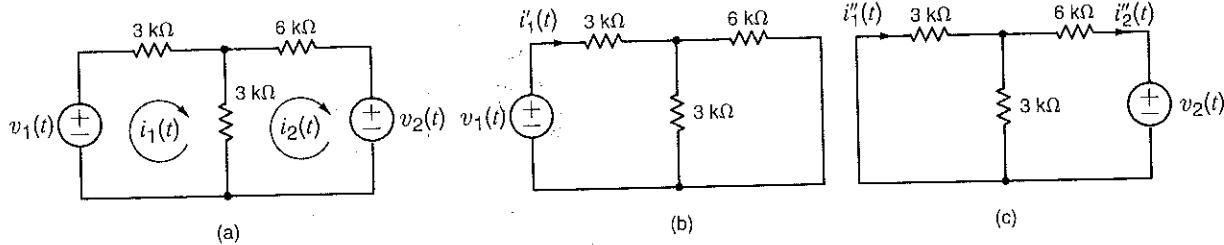
$$i''_1(t) = -\frac{v_2(t)}{6k + 3k} = -\frac{v_2(t)}{9k}$$

Daha sonra akım bölgüsü ilkesini kullanarak

$$i''_1(t) = \frac{-2v_2(t)}{15k} \left(\frac{3k}{3k + 3k} \right) = \frac{-v_2(t)}{15k}$$

Şekil 5.2
Süperpozisyonu göstermek
için kullanılan devreler.

elde edebiliriz.



Şimdi, $i'_1(t)$ ve $i''_1(t)$ değerlerini toplayarak aradığımız akım değerini hesaplayabiliriz:

$$i_1(t) = i'_1(t) + i''_1(t) = \frac{v_1(t)}{5k} - \frac{v_2(t)}{15k}$$

Göründüğü gibi, akımın gerçek değerini bulmak için kaynakların tek tek etkilerini hesaplayıp sonuçları *üst üste ekledik*, yani *süperpoze* ettik.

Örnek 5.2'de göstermeye çalıştığımız şey, bu uygulamanın doğrusal devreler için genelde doğru ve doğrusallığın direkt bir sonucu olduğudur. Karmaşık bir problemi, her biri tek bir kaynak içeren çok daha basit birkaç probleme indergememizi sağlayan süperpozisyon ilkesi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

Çok sayıda bağımsız kaynak içeren bir doğrusal devrenin herhangi bir noktasındaki akım ya da gerilim, kaynakların her birinin yalnız başına o noktada oluşturacağı akım ya da gerilimlerin cebirsel olarak toplanmasıyla hesaplanabilir.

Bağımsız bir kaynağın tek başına oluşturduğu etkiyi hesaplarken geri kalan tüm gerilim kaynakları kısa devre edilerek akım kaynakları da açık devre edilerek etkisizleştirilirler, yani sıfırlanırlar.

Süperpozisyon, bağımlı kaynaklar içeren devrelerde kullanılır. Ancak, bağımlı kaynaklar hiçbir zaman sıfırlanmaz. Bağımlı kaynak, ancak bağımlı olduğu değişken sıfır olursa etkisizleşir.

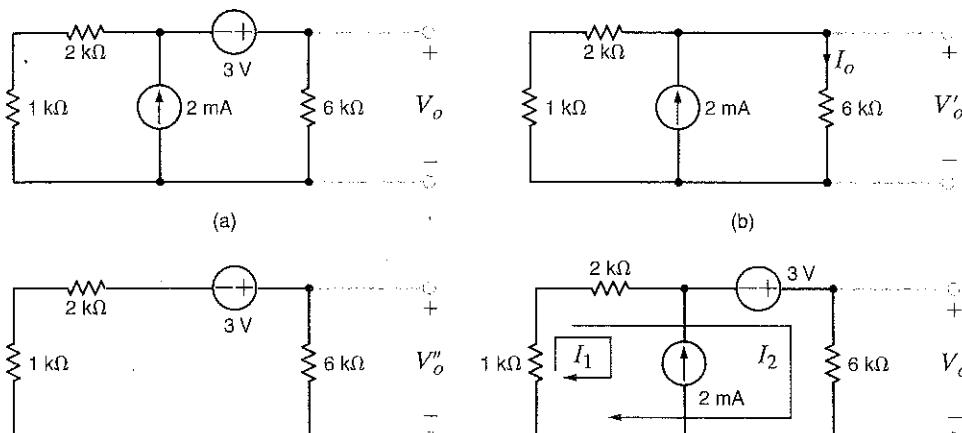
Bir önceki örnekte görüldüğü gibi süperpozisyon tekniği sayesinde bir kaynağın değeri aranan değişkene tek başına ne kadar katkı yaptığı anlaşırlar.

Şimdi, süperpozisyonu iki örnekle ayrıntılı olarak inceleyeceğiz ve daha sonra bu teknikin kullanılabilmesi için bir problem çözme stratejisi tanımlayacağız. Karşılaştırma için devreleri hem döküm gerilimleri yöntemi hem de çevre akımları yöntemiyle çözeceğiz. Ayrıca, bu devreleri daha sonra başka teknikleri gösterirken de kullanacağımız.

Şekil 5.3a'daki V_o gerilimini bulmak için süperpozisyon ilkesini kullanalım:

ÖRNEK

5.3



Şekil 5.3
Örnek 5.3'te
kullanılan devreler.

2-mA'lık kaynağın çıkış gerilimine katkısı Şekil 5.3b'de akımı böltücü devre kullanılarak bulunur:

$$I_o = (2 \times 10^{-3}) \left(\frac{1k + 2k}{1k + 2k + 6k} \right) = \frac{2}{3} \text{ mA}$$

Buradan da

$$V'_o = I_o(6k) = 4 \text{ V}$$

elde edilir. 3-V'luk kaynağın katkısı Şekil 5.3c'deki devre ve gerilim böltücü devre kullanılarak bulunur:

$$\begin{aligned} V''_o &= 3 \left(\frac{6k}{1k + 2k + 6k} \right) \\ &= 2 \text{ V} \end{aligned}$$

Bu nedenle,

$$V_o = V'_o + V''_o = 6 \text{ V}$$

Problemi çözmek için iki ayrı devre kullanmış olsak da görüldüğü gibi yapılan işlemler çok basittir.

CÖZÜM

Eğer V_o gerilimini bulmak için Şekil 5.3a'daki devrede düğüm gerilimleri yöntemini uygularsak 3-V'luk kaynağın ve bağlı olduğu düğümleri de bir süper düğüm olarak alarak

$$\frac{V_o - 3}{1k + 2k} - 2 \times 10^{-3} + \frac{V_o}{6k} = 0$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikten $V_o = 6$ V elde edilir. İlave olarak, çevre akımları yöntemi Şekil 5.3d'ye uygulandığında aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$I_1 = -2 \times 10^{-3}$$

ve

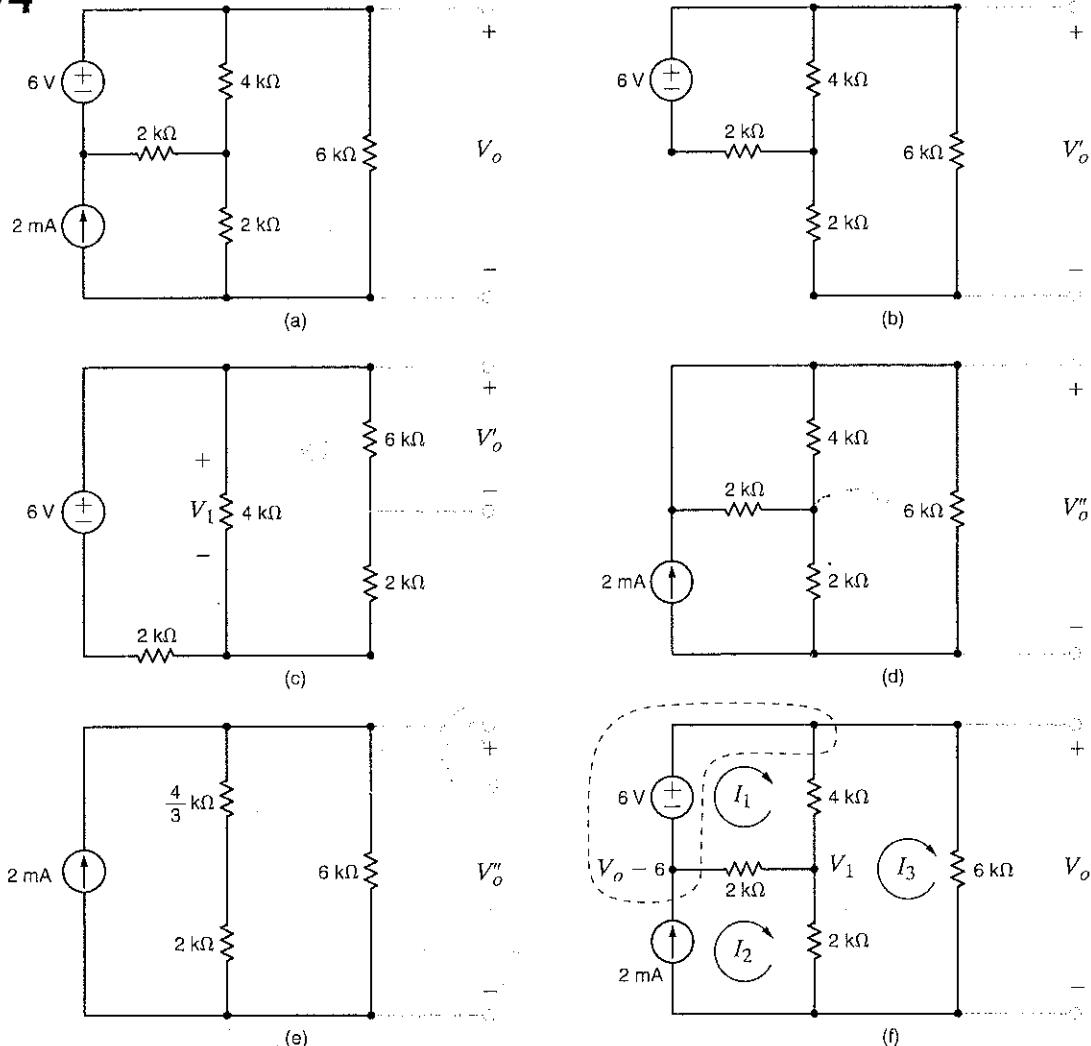
$$3k(I_1 + I_2) - 3 + 6kI_2 = 0$$

Bu eşitliklerden de $I_2 = 1$ mA ve dolayısıyla $V_o = 6$ V elde edilir.

ÖRNEK

Şekil 5.4a'daki devreyi göz önüne alalım ve V_o gerilimini bulmak için süperpozisyon tekniğini kullanalım.

5.4



Şekil 5.4

Örnek 5.4'te kullanılan devreler.

6-V'luk kaynağın V_0 gerilimine katkısını bulmak için Şekil 5.4c kullanılabilir. Bu devre, Şekil 5.4b'nin yeniden çizilmesiyle elde edilmiştir. $2k + 6k\Omega = 8 k\Omega$ direnç ve $4 k\Omega$ direnç paraleldir ve bunların eşdeğeri $8/3 k\Omega$ olur. Gerilim bölüşüm ilkesi kullanılarak

$$V_1 = 6 \left(\frac{\frac{8}{3}k}{\frac{8}{3}k + 2k} \right) = \frac{24}{7} V$$

bulunur.

Gerilim bölüşüm ilkesini tekrar uygulayarak,

$$V'_o = V_1 \left(\frac{6k}{6k + 2k} \right) = \frac{18}{7} V$$

bulunur.

2-mA'lık kaynağın katkısı Şekil 5.4e yardımıyla bulunur. Bu da, Şekil 5.4d'nin yeniden çizimi- dir. V''_o akım kaynağı ile paralel dirençlerin eşdeğeri çarpmından kolayca bulunur:

$$V''_o = (2 \times 10^{-3}) \left(\frac{10}{3} k // 6k \right) = \frac{30}{7} V$$

Dolayısıyla, iki bileşenin toplanmasıyla gerçek gerilim hesaplanabilir:

$$V_o = V'_o + V''_o = \frac{48}{7} V$$

Şekil 5.4f'de gösterilen devre üzerinde düğüm analizi de yapılabilir. Şekildeki süper düğüm için denklem şu şekilde yazılabılır:

$$-2 \times 10^{-3} + \frac{(V_o - 6) - V_1}{2k} + \frac{V_o - V_1}{4k} + \frac{V_o}{6k} = 0$$

V_1 ile işaretlenen düğümün denklemi ise

$$\frac{V_1 - V_o}{4k} + \frac{V_1 - (V_o - 6)}{2k} + \frac{V_1}{2k} = 0$$

olarak ifade edilebilir. Bu iki denklemi çözümünden $V_0 = 48/7$ V olarak elde edilir.

Şimdi de Şekil 5.4f'de görülen devre için çevre akımları denklemelerini yazalım:

$$\begin{aligned} -6 + 4k(I_1 - I_3) + 2k(I_1 - I_2) &= 0 \\ I_2 &= 2 \times 10^{-3} \\ 2k(I_3 - I_2) + 4k(I_3 - I_1) + 6kI_3 &= 0 \end{aligned}$$

Bu denklemler çözüldüğünde $I_3 = 8/7$ mA ve $I_0 = 48/7$ V olarak elde edilir.

Süperpozisyonun glicünü göstermek amacıyla bir işlemsel yükselteç devresini analiz edelim ve devrenin giriş-çıkış ilişkisini belirlemeye çalışalım.

ÖRNEK

5.5

V_0 çıkış gerilimine V_1 'in katkısı Şekil 5.5b'deki devrede V_2 sıfırlanarak bulunabilir. Temel evirici yapısında olan bu devrenin kazancı şu biçimde ifade edilir:

$$\frac{V_{o1}}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

V_2 geriliminin katkısı da Şekil 5.5c'de V_1 sıfırlanarak bulanabilir. Evirmeyen yapıdaki bu devrenin kazanç ifadesi de şu biçimdedir:

$$\frac{V_{o2}}{V_2} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

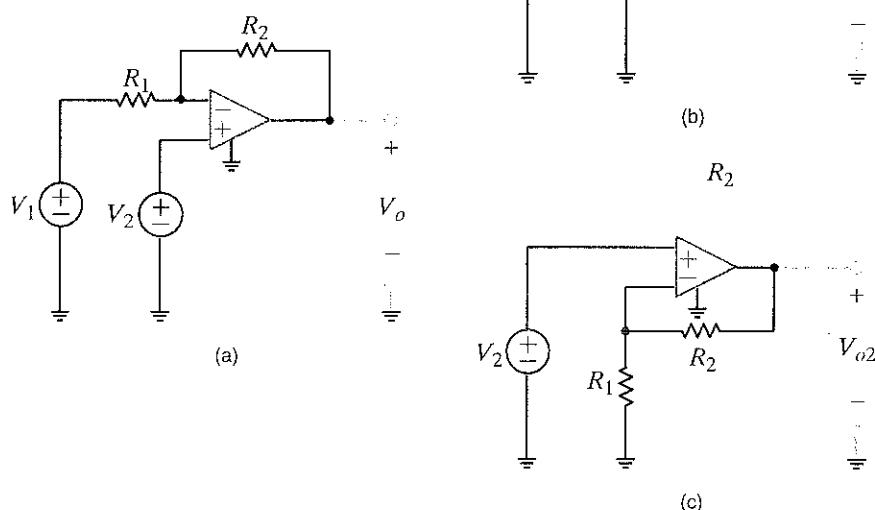
Bu nedenle, süperpozisyon yardımıyla

$$V_o = \left[1 + \frac{R_2}{R_1} \right] V_2 - \left[\frac{R_2}{R_1} \right] V_1$$

bulunur. Böylece, Bölüm 4'te öğrendiklerimizi süperpozisyon tekniği ile birlikte kullanarak Şekil 5.5'a'daki devrenin giriş/çıkış ilişkisini kolaylıkla hesaplayabildik.

Şekil 5.5

- a) Süperpozisyon için örnek olarak kullanılabilir bir devre, b) V_2 'nın sıfırlandığı devre, c) V_1 'nın sıfırlandığı devre.



Problem Çözme Stratejileri

Süperpozisyonun Uygulanması

Adım 1: Çok sayıda bağımsız kaynak içeren devrelerde, her bir kaynağın katkısı geri kalan tüm kaynaklar sıfırlanarak bulunabilir.

Adım 2: Bir gerilim kaynağını sıfırlamak için kaynak yerine kısa devre yerleştiriniz; akım kaynağını sıfırlamak içinse kaynağı açık devre ile değiştiriniz.

Adım 3: Kaynaklar devreye tek tek uygulanırken şu ana kadar öğrendiğimiz ve bundan sonra öğreneceğimiz tüm devre yasaları çözüm için kullanılabilir.

Adım 4: Her bir kaynağı tek tek uygulayarak bulunan çözümleri cebirsel olarak, yani işaretleri ile birlikte toplayarak, tam devrenin çözümü bulunur.

Süperpozisyon herhangi bir sayıda bağımlı ya da bağımsız kaynak içeren bir devreye uygulanabilir. Aslında, süperpozisyon bu tür devrelere çok sayıda yolla uygulanabilir. Örneğin, üç kaynaklı bir devrede az önce yaptığımız gibi her bir kaynağı tek tek uygulayarak çözümü bulabilmek mümkün iken, kaynakların ikisini birlikte uygulayıp, bulduğumuz çözümü üçüncü kaynağı tek başına uygulayarak bulduğumuz çözümle toplayarak da soruyu çözebiliriz.

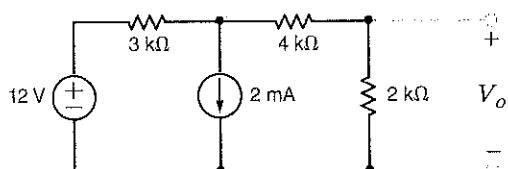
Ayrıca, bağımsız kaynaklara gerçek değerlerini ya da sıfır vermek şart değildir. Ama seçilen farklı değerlerin toplamı kaynağın gerçek değerine eşit olmalıdır.

Süperpozisyon doğrusal denklemelerin temel bir özelliğidir ve bu yüzden kendini oluşturan nedenle arasında doğrusal ilişki bulunan her türlü sonucu bulmak için kullanılabilir. Bu bağlamda, süperpozisyonu doğrusal devrelerde akım ve gerilimi bulmak için kullanabileceğini ama gücünü hesaplamak için kullanılmayacağını çünkü gücün doğrusal olmayan bir fonksiyon olduğunu belirtmekte yarar vardır.

Öğrendiklerimizi Sınayalım

E5.3 Şekil E5.3'teki devrede süperpozisyon ilkesini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.

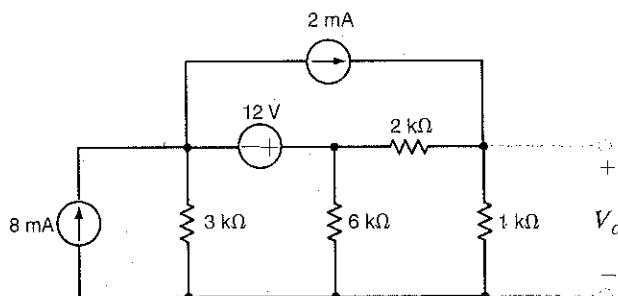
YANIT: $V_o = 4/3 \text{ V}$.



Şekil E5.3

E5.4 Şekil E5.4'teki devrede süperpozisyon ilkesini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.

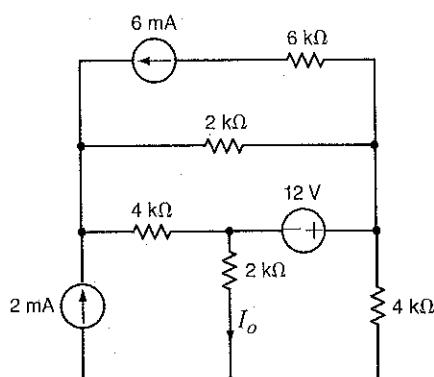
YANIT: $V_o = 5.6 \text{ V}$.



Şekil E5.4

E5.5 Şekil E5.5'teki devrede süperpozisyon ilkesini kullanarak I_o akımını bulunuz.

YANIT: $I_o = -2/3 \text{ mA}$.



Şekil E5.5

5.3

Thevenin ve Norton Teoremleri

Şimdiye kadar devre analizi için birkaç teknik gösterdik. Şimdi dağarcığımıza, daha sonra çok işimize yarayacak iki teorem daha katacağız. Bu teoremler onları ortaya atanların isimleri ile adlandırılmıştır: bir Fransız mühendis olan M. L. Thevenin ve Bell Telefon Laboratuvarlarında da çalışmış olan bir bilim insanı E. L. Norton.

Bize bir devre verildiğini ve bu devrenin yükü olarak adlandırılan bir dirence iletilen güç, akım ya da gerilimi bilmemizin istendiğini varsayıyalım. *Thevenin teoremi*, söz konusu direnç (yük) hariç devrenin tamamını, yükteki akım-gerilim ilişkisini değiştirmeyecek biçimde, bağımsız bir gerilim kaynağı ve ona seri bağlı bir dirençten oluşan bir eşdeğer devre ile değiştirebileceğimizi söyler. *Norton teoremi* ise bu devrenin bağımsız bir akım kaynağı ve ona paralel bağlı bir dirençten oluşan bir eşdeğer devre ile de değiştirebileceğini ifade eder.

Bu çok önemli bir sonuçtur. Bu teoremler bize, bir devrenin iki uç arasındaki davranışını incelemek istediğimizde bu iki uçtan içeri baktığımızda gördüğümüz devrenin tümünü bağımsız bir gerilim kaynağı ve seri dirençten veya bağımsız bir akım kaynağı ve paralel dirençten oluşan basit bir devre ile değiştirebileceğimizi söylemektedir.

Teoremleri geliştirirken Şekil 5.6a'da verilen devrenin Şekil 5.6b'de gösterildiği gibi iki parçaya ayrılabilcecini varsayacağız. Genel olarak, B devresi yüktür ve doğrusal olabilir de olmayabilir de. A devresi, orijinal devreden yükün çıkartılmasıyla elde edilen devrenin eşdeğeri olup doğrusal olmak zorundadır. A devresi bağımsız kaynakları, bağımlı kaynakları ve dirençleri ya da diğer doğrusal elemanları içerebilir. Ancak, devrede bir bağımlı kaynak varsa bu kaynağın bağımlı olduğu değişken de aynı devrede bulunmalıdır.

A devresinden B devresine akan i akımı B devresinin giriş terminalleri arasında v_0 gerilimi oluşturur. B devresini Şekil 5.6c'de görüldüğü gibi değeri v_0 volt olan (uygun polaritede) bir kaynak ile değiştirebiliriz. Bu durum A devresinin uçları arasındaki ilişkileri değiştirmez. Uç gerilimi de A devresi de değişimden önceki uç akımı i de değişimden sonra.

Şimdi Şekil 5.6c'deki devreye süperpozisyon ilkesini uygulayalım. Şekilde gösterilen i akımı, A devresindeki kaynaklardan ötürü oluşan akımların ve yeni eklenen v_0 kaynağından oluşan akımın toplamıdır. Bu nedenle, süperpozisyon yoluyla i akımı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$i = i_o + i_{sc} \quad 5.1$$

Burada i_o akımı, A içerisindeki kaynakların tümünün sıfırlanması (yani gerilim kaynaklarının kısa devre edilmesi ve akım kaynaklarının ise açık devre edilmesi) sonucunda v_0 gerilimden kaynaklanan akımdır. i_{sc} ise, v_0 kaynağının kısa devre edilmesinden sonra A devresindeki tüm kaynaklardan ötürü oluşan akımdır.

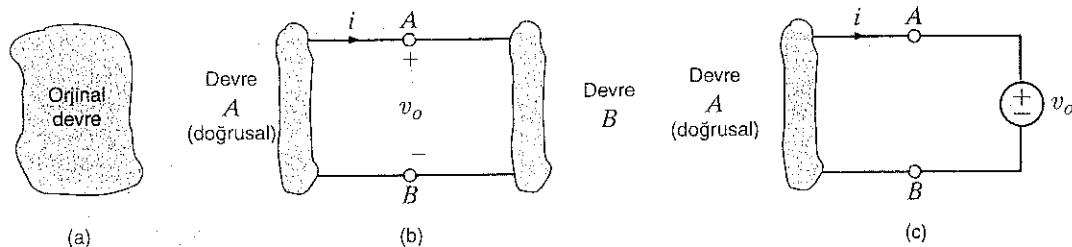
i_o ve v_0 arasında şu ilişki oluşturulabilir:

$$i_o = \frac{-v_0}{R_{Th}} \quad 5.2$$

Burada R_{Th} , A devresinde tüm kaynaklar sıfırlanmışken A-B terminalerinden devreye bakıldığından görülen eşdeğer dirençtir.

Şekil 5.6

Thevenin teoremini geliştirmek için kullanılan kavram.



Eş. (5.2)'yi (5.1) nolu ifadede kullandığımızda

$$i = -\frac{v_o}{R_{Th}} + i_{sc} \quad 5.3$$

ifadesini elde ederiz. Bu genel bir ifade olduğundan A-B terminalleri arasındaki tüm özel koşullar için de geçerli olmak zorundadır. Özel bir durum olarak, uçların açık devre olduğunu varsayılmı. Bu koşul için, $i_{sc} = 0$ olur ve v_0 açık devre gerilimi v_{oc} 'ye eşit olur. Bu nedenle eş. (5.3)

$$i = 0 = -\frac{v_{oc}}{R_{Th}} + i_{sc} \quad 5.4$$

halini almaktadır. Dolayısıyla,

$$v_{oc} = R_{Th} i_{sc} \quad 5.5$$

Bu denklem, kısa devre akımı ile A devresinde tüm kaynaklar sıfırlanmışken devreye bakıldığından görülen eşdeğerin direncin çarpımının, açık devre gerilimine eşit olduğunu ifade etmektedir. R_{Th} devrenin eşdeğer Thevenin direnci olarak adlandırılır.

Eş. (5.5)'i (5.3) ifadesinde yerine yazarak

$$i = \frac{-v_o}{R_{Th}} + \frac{v_{oc}}{R_{Th}}$$

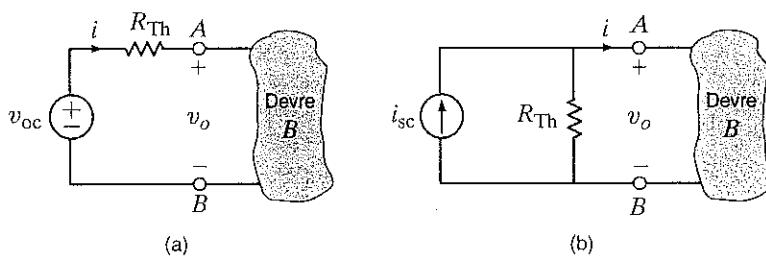
ya da

$$v_o = v_{oc} - R_{Th} i \quad 5.6$$

ifadesi elde edilir.

Şimdi bu denklemelerle tanımlanan devreleri inceleyelim. Eş. (5.6) ile tanımlanan devre Şekil 5.7'a gösterilmiştir. Bu devrenin Şekil 5.6'daki devreye A-B uçları arasından bakıldığından görülen devreye denk olması Thevenin Teoremi'nin bir ifadesidir. Eş. (5.3) ile ifade edilen devre de Şekil 5.7b'de gösterilmiştir. Bu devrenin Şekil 5.6'daki devreye A-B uçları arasından bakıldığından görülen devreye denk olmasının bir ifadesidir.

Thevenin eşdeğer devresi ile Norton eşdeğer devresi arasında doğal bir ilişki olduğunu gösterdikten sonra şimdi bu iki önemli teoriyi uygulamaya geçelim. Bu teoremlerin nasıl uygulanacağı incelenmekte olan orijinal devrenin yapısına bağlıdır. Örneğin, devrede yalnızca bağımsız kaynaklar mevcut ise, Thevenin eşdeğer direncinin yanında ya açık devre gerilimini ya da kısa devre akımını hesaplamamız gereklidir. Fakat devrede bağımlı kaynaklar mevcut ise Thevenin eşdeğeri v_{oc} ile i_{sc} 'den hesaplanmalıdır. Devrede bağımlı kaynaklar varken Thevenin eşdeğer direnci R_{Th} 'yi bu şekilde hesaplamak en doğru yaklaşımındır. Son olarak, eğer A devresi herhangi bir bağımsız kaynak içermiyorsa, v_{oc} ile i_{sc} 'nin her ikisi de sıfırdır. (Neden olduğunu düşününüz.) Bu durumda $R_{Th} v_{oc} / i_{sc}$ oranı ile hesaplanamaz zira oran belirsizdir. O zaman başka bir yaklaşım aramalıyız. Aslında, $v_{oc} = 0$ ise eşdeğer devre basit olarak bilinmeyen bir R_{Th} eşdeğer direncine eşittir. Eğer A devresine harici bir kaynak uygularsa – örneğin, bir test kaynağı olan v_t ve devreye giren i , akımını belirleyebilirsek bu durumda $R_{Th} = v_t / i$ işleminden bulunabilir.



Şekil 5.7

(a) Thevenin ve (b) Norton eşdeğer devreleri.

v_i 'nin sayısal değerinin belirlenmesine rağmen, biz $v_i = 1$ V alabiliriz ve bu durumda $R_{Th} = 1/i_i$ olur. Alternatif olarak, bir akım kaynağını test kaynağı olarak kullanıp $i_i = 1$ A alarak $v_i = (1)R_{Th}$ yazabiliz.

Şimdi bu teoremlerin kullanımını gösterecek olan çok sayıda örnek çözeceğiz. Ancak, buna başlamadan önce, bu teoremlerin, yalnızca farklı bir yaklaşım sunmakla kalmayıp sıkılıkla bir büyük problem yerine çok sayıda ufak çift problem çözme seçeneği sunduğunu da hatırlatalım. Bir devre ne kadar büyük ve karmaşık olursa olsun, bu teoremler sayesinde o devreyi *iki tane ucun* arasından görülen Thevenin ya da Norton eşdeğer devresi ile değiştirebiliriz. Asında bütün ulusal elektrik güç şebekesini bir çift uç ve bir eşdeğer devre ile modelleyebiliriz. Bu yapıldıktan sonra farklı yüklerin şebeke üzerindeki etkisini rahatlıkla analiz edebiliriz. Bu nedenle, bu iki teorem sayesinde herhangi bir devrenin nasıl çalıştığını ilişkin daha ayrıntılı bilgi sahibi olabiliriz.

YALNIZCA BAĞIMSIZ KAYNAK İÇEREN DEVRELER

ÖRNEK

5.6

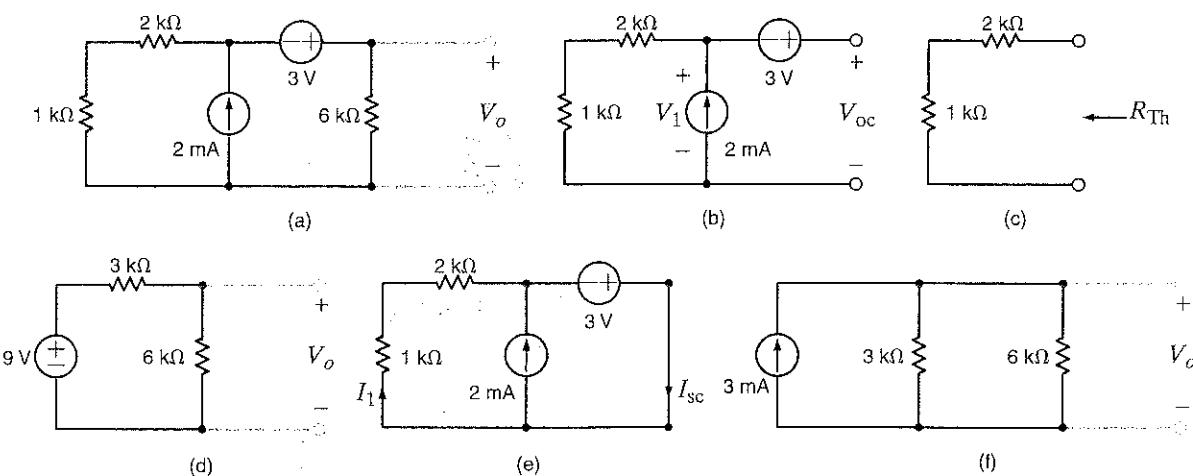
ÇÖZÜM

Thevenin ve Norton teoremlerini kullanarak Örnek 5.3'teki devrede V_o 'yu bulalım.

Şekil 5.8a'da devre yeniden çizilmiştir. Thevenin eşdeğerini belirleyebilmek için devreyi $6\text{k}\Omega$ 'luk yükün olduğu yerden Şekil 5.8b'de görüldüğü gibi parçalıyoruz. Kirchhoff'un gerilim yasası (KGY) gereği açık devre gerilimi $V_{oc} = 3$ V ile akım kaynağının uçları arasındaki V_1 geriliminin toplamına eşittir. 2mA değerindeki akım, akım kaynağından iki dirence doğru akmaktadır ve bu nedenle $V_1 = (2 \times 10^{-3})(1\text{k} + 2\text{k}) = 6$ V olur. Dolayısıyla: $V_{oc} = 9$ V. Thevenin eşdeğer direnci R_{Th} iki kaynak sıfırlanarak elde edilen Şekil 5.8c'de yardımcıyla hesaplanabilir: $R_{Th} = 3\text{k}\Omega$. Şimdi, V_{oc} ve R_{Th} elemanlarından oluşan Thevenin eşdeğer devremiz Şekil 5.8d'de gösterildiği gibi orijinal yükün uçları arasına geri bağlanır. Basit gerilim bölütü devreyi kullanarak $V_o = 6$ V bulunur.

Yük uçları arasından görülen Norton eşdeğer devresini belirleyebilmek için Şekil 5.8e'de gösterilen kısa devre akımını hesaplamamız gereklidir. Kısa devre nedeniyle $3 - \text{V}'\text{luk}$ kaynağın doğrudan dirençlerin iki ucu arasına gelmekte, yani dirençlere ve akım kaynağına paralel olmaktadır. Dolayısıyla: $I_1 = 3/(1\text{k} + 2\text{k}) = 1\text{mA}$. Daha sonra, Kichhoff'un akım yasası (KAY) gereği $I_{sc} = 3\text{mA}$ olur. Hali hazırda R_{Th} değerini belirledik ve bu nedenle Norton eşdeğer devresini Şekil 5.8f'de görüldüğü gibi bağlayabiliriz. Dolayısıyla, V_o kaynak akımı ile paralel dirençlerin eşdeğerinin çarpımına, yani $6\text{V}'a$ eşittir.

Şekil 5.8
Örnek 5.6'da kullanılan devreler.



Bir an için bu örnekte öne çıkan bazı özellikleri göz önüne alalım. Teoremleri uygularken dirençler zaten akım kaynağı ile paralel durumda olduğundan, yani zaten bir Norton eşdeğer devresi gibi olduğu için, devreyi 3 - V'luk kaynağın solundan parçalamanın bir anlamı yoktur. İlave olarak, Thevenin veya Norton eşdeğeri kullanılarak devre bir kez basit hâle dönüştürüldüğünde elimizde teoremleri tekrar uygulayabileceğimiz yeni bir devre oluşmaktadır. Bir sonraki ömek bu noktayı göstermektedir.

Şekil 5.9a'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o 'yu bulalım.

Devreyi akım kaynağının solundan parçalarsak açık devre gerlimi V_{oc_1} Şekil 5.9b'de görüldüğü gibidir. 2 k Ω 'luk dirençte akım ve dolayısıyla gerilim olmadığı için V_{oc_1} 6 k Ω 'luk direncin uçları arasındaki gerilime eşittir. Bu gerilim, gerilim bölütüm ilkesiyle bulunabilir.

$$V_{oc_1} = 12 \left(\frac{6k}{6k + 3k} \right) = 8 \text{ V}$$

Thevenin eşdeğeri direnci R_{Th_1} de, Şekil 5.9c'den şu biçimde hesaplanır:

$$R_{Th_1} = 2k + \frac{(3k)(6k)}{3k + 6k} = 4 \text{ k}\Omega$$

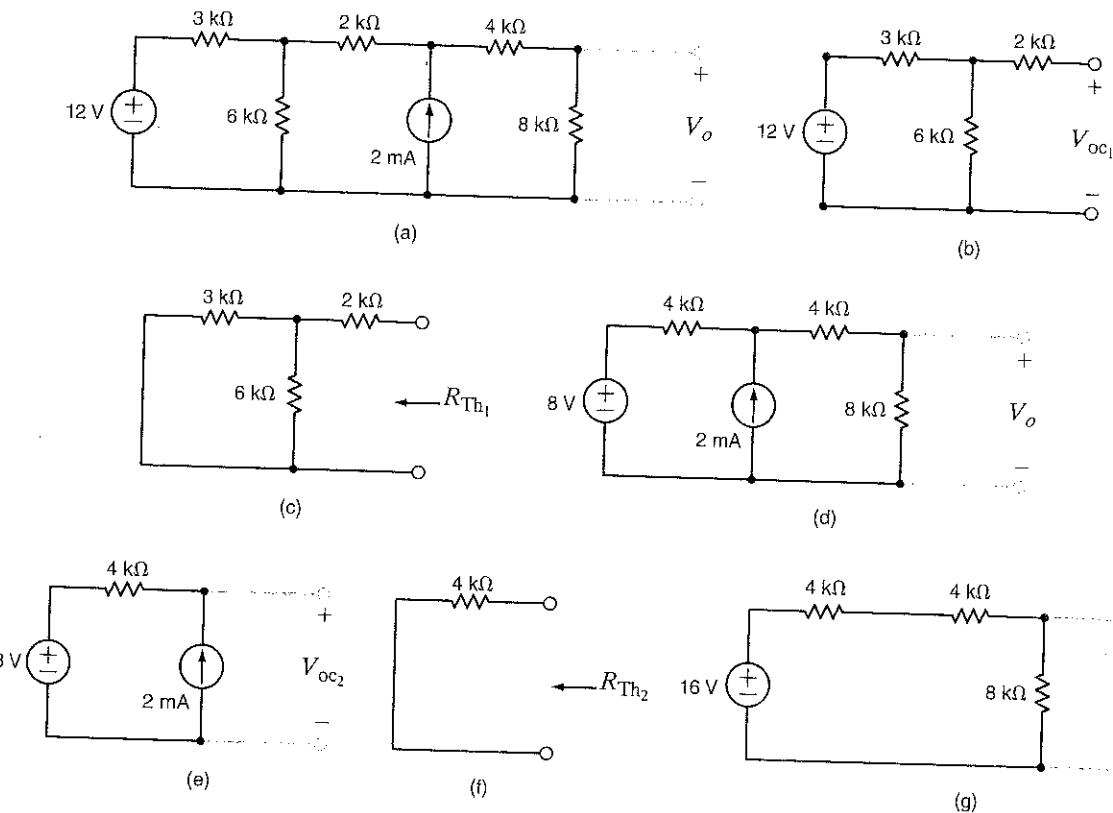
Bu Thevenin eşdeğerini orijinal devreye geri bağlarsak Şekil 5.9d'de gösterilen devreyi elde ederiz. Şimdi, Thevenin teoremini yeniden uygulayalım ve bu sefer devreyi Şekil 5.9e'de gösterildiği gibi akım kaynağının sağından parçalayalım. Bu durumda V_{oc_2}

$$V_{oc_2} = (2 \times 10^{-3})(4k) + 8 = 16 \text{ V}$$

olarak hesaplanır.

ÖRNEK 5.7

ÇÖZÜM



Şekil 5.9

Örnek 5.7'de kullanılan devreler.

R_{Th} direnci de Şekil 5.9f'den $4\text{ k}\Omega$ olarak hesaplanır. Thevenin eşdeğeri devrenin geri kalanına bağlayınca Şekil 5.9g'deki devre elde edilir. Bu nihai devreye gerilim bölüşüm tekniği uygulandığında $V_o = 8\text{ V}$ elde edilir. Norton teoremi benzer şekilde bu devreye uygulanabilir ama bu çözümü bir alıştırma olarak sonraya saklıyoruz.

ÖRNEK

5.8

ÇÖZÜM Şekil 5.4a'daki devre Şekil 5.10a'da yeniden çizilmiştir. Bu devrenin çözümünde Thevenin ve Norton teoremlerinin kullanmak çok öğretici olacaktır.

Eğer devreyi $6\text{ k}\Omega$ 'luk yükten ayırsak, Şekil 5.10b yardımıyla açık devre gerilimi bulunabilir. Çevre akımları yönteminin denklemleri

$$-6 + 4kI_1 + 2k(I_1 - I_2) = 0$$

ve

$$I_2 = 2 \times 10^{-3}$$

büçümindedir. Bu denklemlerden $I_1 = 5/3\text{ mA}$ bulunur. Daha sonra KGY kullanılarak V_{oc} bulunabilir.

$$\begin{aligned} V_{oc} &= 4kI_1 + 2kI_2 \\ &= 4k\left(\frac{5}{3} \times 10^{-3}\right) + 2k(2 \times 10^{-3}) \\ &= \frac{32}{3}\text{ V} \end{aligned}$$

R_{Th} ise, Şekil 5.10c'den hesaplanabilir.

$$R_{Th} = (2k//4k) + 2k = \frac{10}{3}\text{ k}\Omega$$

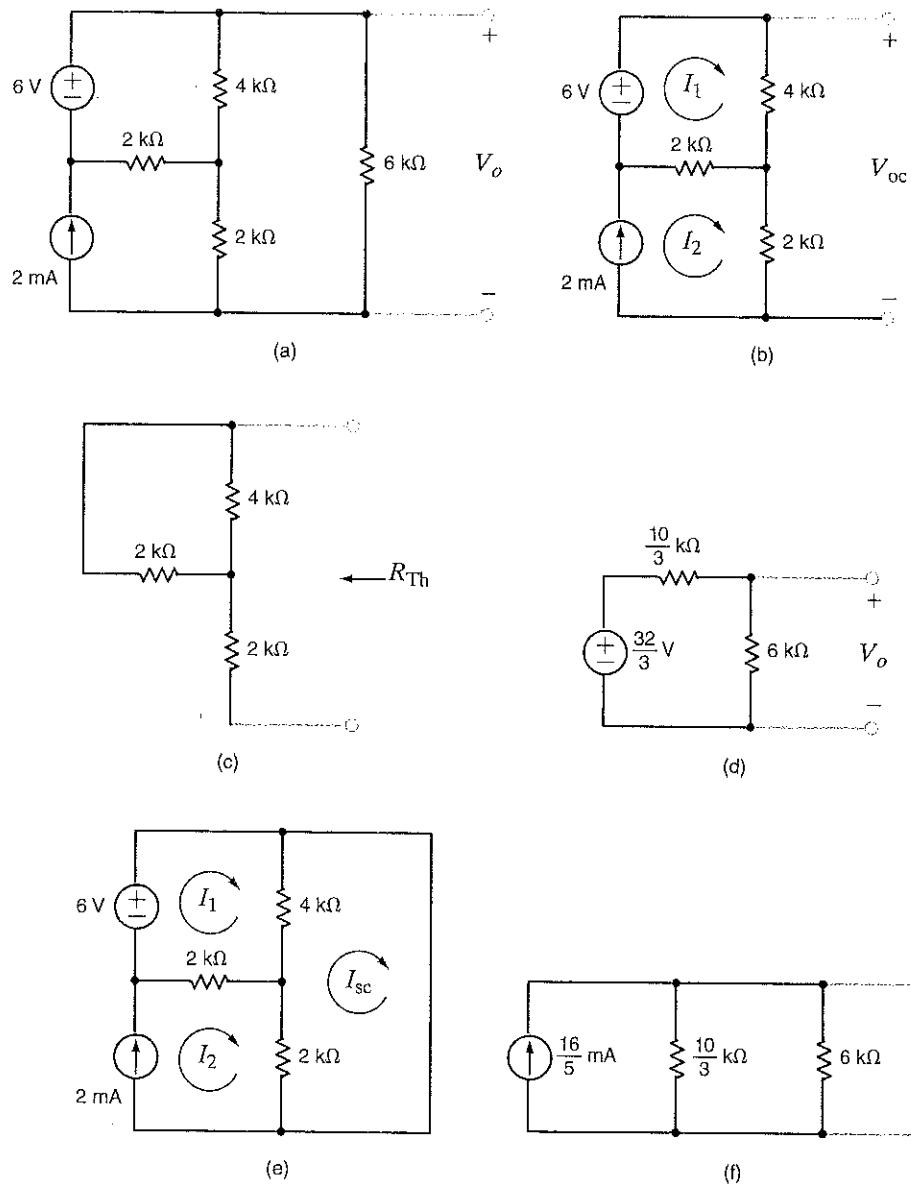
Thevenin eşdeğeri devresini yüke bağladığımızda Şekil 5.10d elde edilir. Daha sonra gerilim böltüğü ilkesi kullanılarak;

$$\begin{aligned} V_o &= \frac{32}{3} \left(\frac{6k}{6k + \frac{10}{3}k} \right) \\ &= \frac{48}{7}\text{ V} \end{aligned}$$

Bu problemi Norton teoremi ile çözmek istersek Şekil 5.10e'de gösterilen devredeki kısa devre akımını bulmamız gerekmektedir. Hızlı düşünen bir okuyucu bu noktada hemen duracaktır. Orijinal devreye uygulanan üç çevre akımı denklemi tüm çözümü hemen verirken Şekil 5.10e'deki devrede üç çevre akımı denklemi ile çözümün yalnızca bir bölümü, kısa devre akımı elde edilebilmektedir. Bazen bu teoremlerin kullanımı, düğüm gerilimleri yöntemi ya da çevre akımları yöntemi uygulamaktan daha karmaşıktr. Bu da, o durumlardan biri gibi görünebilir. Aslında ilginç bir biçimde durum öyle değildir. I_{sc} 'yi Şekil 5.10e'den çevre akımları denklemlerini kullanmadan da bulabiliriz. Ancak, bu teknik basit olmakla birlikte bunun baştan anlaşılması biraz zor olabilir. Bu nedenle şimdilik bu konuya girmeyeceğiz. Tüm bunları söylediğinden sonra, şimdi başladığımız bitirelim. Şekil 5.10e'deki devre için çevre denklemleri şu büçümdedir:

$$\begin{aligned} -6 + 4k(I_1 - I_{sc}) + 2k(I_1 - 2 \times 10^{-3}) &= 0 \\ 2k(I_{sc} - 2 \times 10^{-3}) + 4k(I_{sc} - I_1) &= 0 \end{aligned}$$

Burada $I_2 = 2 \times 10^{-3}$ A bilgisi de denklemlerde kullanıldı. Bu denklemleri çözdüğümüzde $I_{sc} = 16 / 5$ mA elde ederiz. R_{Th} Thevenin analizinde zaten bulunmuştur. Norton eşdeğer devresini yükle bağladığımızda Şekil 5.10f'deki devreyi elde ederiz. Bu devreyi çözdüğümüzde ise $V_o = 48 / 7$ V elde ederiz.



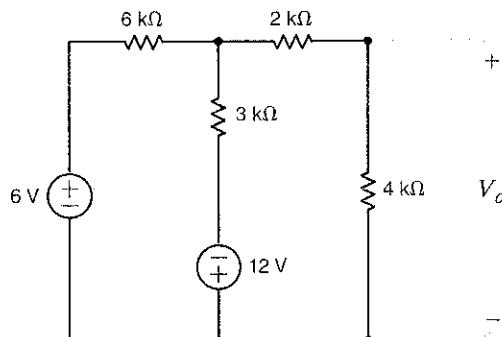
Şekil 5.4

Örnek 5.8'de kullanılan devreler.

Öğrendildiklerinizi Sınavyalım

E5.6 Thevenin teoremini kullanarak Şekil E5.6'daki devrede V_o gerilimini bulunuz.

YANIT: $V_o = -3V$



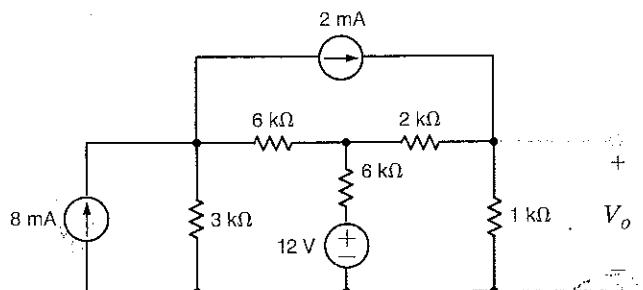
Şekil E5.6

E5.7 Şekil E5.6'daki devrede hem Thevenin hem de Norton teoremlerini kullanarak V_o gerilimlerini bulunuz. Norton eşdeğer devresini oluştururken devreyi $4\text{k}\Omega$ 'luk direncin solundan parçalayınız. (Neden?)

YANIT: $V_o = 4/3\text{ V}$

E5.8 Şekil E5.8'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.

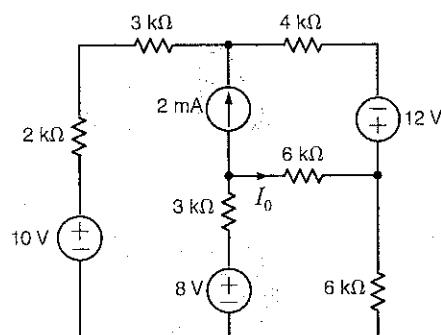
YANIT: $V_o = 3.88\text{ V}$



Şekil E5.8

E5.9 Şekil E5.9'daki devrede Norton teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.

YANIT: $I_o = -0.837\text{mA}$



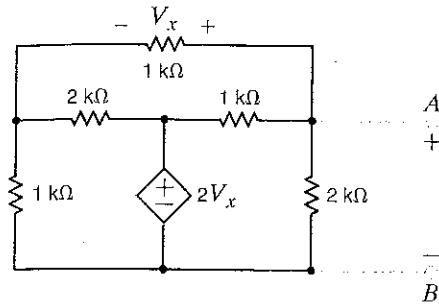
Şekil E5.9

YALNIZCA BAĞIMLI KAYNAKLAR İÇEREN DEVRELER Daha önce bahsettiğimiz gibi bağımlı kaynaklar içeren bir devrede Thevenin ve Norton eşdeğeri yalnızca R_{Th} olur. Aşağıdaki örnekler Thevenin eşdeğer direncinin nasıl bulunacağını göstermek için düzenlenmiştir.

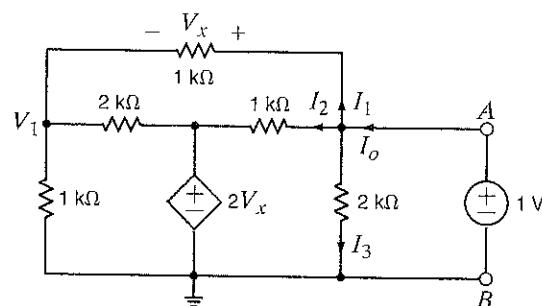
Örnek 5.9. Şekil 5.11a'daki devrede A-B uçları arasından görülen Thevenin eşdeğer direncini bulmak istiyoruz.

ÖRNEK

5.9



(a)



(b)

Şekil 5.11

Örnek 5.9'daki örnekte kullanılan devre.

Bu problemi çözmek için Şekil 5.11b'de görüldüğü gibi uçların arasına 1 V'luk bir gerilim uygulayıp daha sonra I_o akımını ve R_{Th} direncini ($R_{Th} = 1/I_o$) hesaplayabiliriz.

Şekil 5.11b'deki devre için denklemler aşağıdaki gibidir. Dış çevre etrafındaki KGY uygulanırsa

$$V_1 + V_x = 1$$

yazılabilir. V_1 olarak işaretlenen düğüm için yazılan KAY denklemi

$$\frac{V_1}{1k} + \frac{V_1 - 2V_x}{2k} + \frac{V_1 - 1}{1k} = 0$$

şeklinde olup bu denklemler çözüldüğünde $V_x = 3/7V$ elde edilir. Bu gerilim biliinince I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını hesaplayabiliriz. Bu akımların değerleri aşağıda verilmektedi:

$$I_1 = \frac{V_x}{1k} = \frac{3}{7} \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{1 - 2V_x}{1k} = \frac{1}{7} \text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{1}{2k} = \frac{1}{2} \text{ mA}$$

Dolayısıyla

$$\begin{aligned} I_o &= I_1 + I_2 + I_3 \\ &= \frac{15}{14} \text{ mA} \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} R_{Th} &= \frac{1}{I_o} \\ &= \frac{14}{15} \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

ÖRNEK**5.10****ÇÖZÜM**

Şekil 5.12a'daki devre için A-B terminallerinde bakıldığından görülen R_{Th} direncini belirleyelim.

Bu problemi çözmek için Şekil 5.12b'de gösterildiği gibi A-B uçları arasına 1-mA değerinde bir akım kaynağı bağlayıp iki ucun arasındaki V_2 gerilimini hesaplayabiliriz. Sonra da, $R_{Th} = V_2 / 0.001$ bağıntısından direnci hesaplayabiliriz.

Devre için düğüm gerilimleri şu biçimde yazılabilir:

$$\frac{V_1 - 2000I_x}{2k} + \frac{V_1}{1k} + \frac{V_1 - V_2}{3k} = 0$$

$$\frac{V_2 - V_1}{3k} + \frac{V_2}{2k} = 1 \times 10^{-3}$$

Ayrıca,

$$I_x = \frac{V_1}{1k}$$

yazılabilir. Bu denklemlerin çözümünden

$$V_2 = \frac{10}{7} V$$

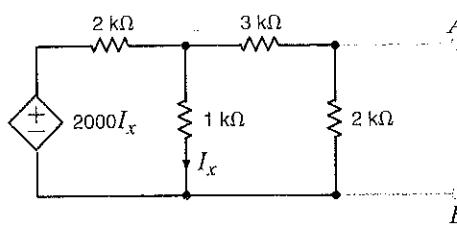
bulunur. Buradan da:

Şekil 5.12

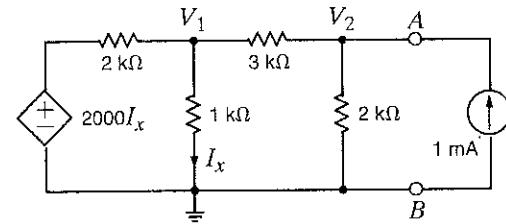
Örnek 5.10'da kullanılan devreler.

$$R_{Th} = \frac{V_2}{1 \times 10^{-3}} R_{Th} = \frac{V_2}{1 \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{10}{7} k\Omega \quad = \frac{10}{7} k\Omega$$



(a)



(b)

HEM BAĞIMLI HEM DE BAĞIMSIZ KAYNAKLAR İÇEREN DEVRELER Bir devrede hem bağımlı hem de bağımsız kaynaklar aynı anda bulunuyorsa devrenin Thevenin eşdeğerini bulabilmek için hem açık devre gerilimini hem de kısa devre akımını hesaplamak zorundayız. Ayrıca, devredeki Thevenin ya da Norton eşdeğerini hesaplamak için devreyi parçalara ayırmak kaynakla kaynağın bağımlı olduğu değişkeni birbirinden ayıramayacağımızı unutmamalıyız.

Şimdi akım bağımlı (akım denetimli) gerilim kaynağı içeren bir devrede bu teknikin uygulanmasını göstereceğim.

ÖRNEK**5.11****ÇÖZÜM**

Şekil 5.13a'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulalım.

Önce devreyi A-B noktalarından bölelim. Devreyi 12-V'luk kaynağın hemen sağından parçalayabilir miydi? Hayır! Neden? Açık devre gerilimi Şekil 5.13b'deki devreden hesaplanır. Bu devre artık Şekil 5.13a'daki devreden farklı olduğu için girişteki kaynağımızın da $2000I'_x$ biçiminde değiştiğine dikkat ediniz. 12-V'luk kaynağın etrafındaki süper düğüm için KAY denklemini yazalım:

$$\frac{(V_{oc} + 12) - (-2000I'_x)}{1k} + \frac{V_{oc} + 12}{2k} + \frac{V_{oc}}{2k} = 0$$

Burada,

$$I'_x = \frac{V_{\infty}}{2k}$$

olup bu da, $V_{\infty} = -6V$ sonucunu verir. I_{sc} Şekil 5.13c'den hesaplanabilir. Yalnız, çıkıştaki kısa devre nedeniyle I''_x akımı da sıfır olur ve devre Şekil 5.13d'eki hale indirgenir.

Bu devreden kısa devre akımı ve buradan da Thevenin direnci değeri elde edilebilir:

$$I_{sc} = \frac{-12}{\frac{2}{3}k} = -18 \text{ mA}$$

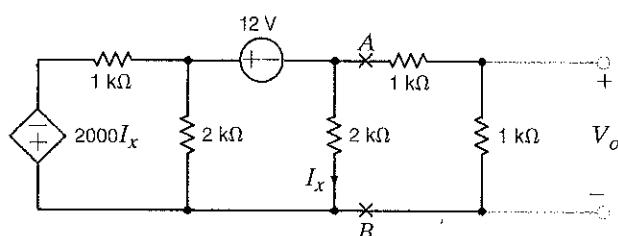
$$R_{Th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \frac{1}{3} \text{ k}\Omega$$

Geri dönüp Thevenin eşdeğer devresini A-B uçları arasına bağlarsak Şekil 5.13e'deki devreyi elde ederiz. Bu devrede de basit bir gerilim bölüşüm işlemi ile çıkış gerilimini hesaplayabiliriz:

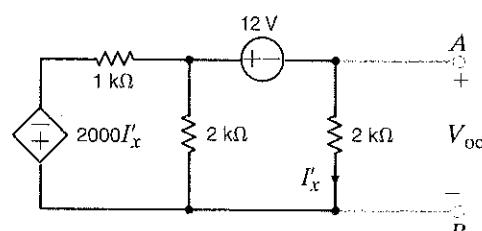
$$V_o = (-6) \left(\frac{1k}{1k + 1k + \frac{1}{3}k} \right) = \frac{-18}{7} \text{ V}$$

Şekil 5.13

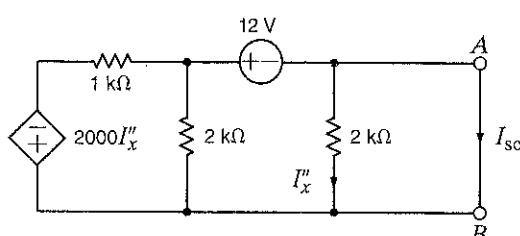
Örnek 5.11'de kullanılan devreler.



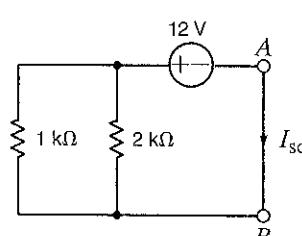
(a)



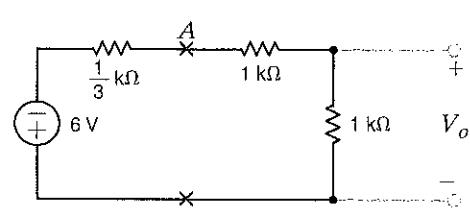
(b)



(c)



(d)



(e)

ÖRNEK

5.12

ÇÖZÜM

Şekil 5.14a'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulalım.

Şekil 5.14b'deki devreden yararlanırsız. Bu devrede aşağıdaki bağıntılar yazılıabilir:

$$I_1 = \frac{V'_x}{2k}$$

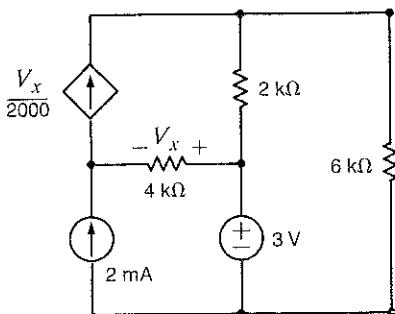
$$I_2 = 2 \text{ mA}$$

$$V'_x = 4k \left(\frac{V'_x}{2k} - 2 \times 10^{-3} \right)$$

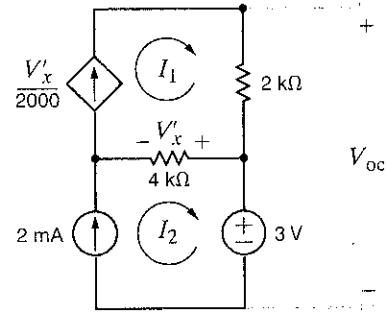
Bu denklemleri çözdüğümüzde $I_1 = 4 \text{ mA}$ elde edilir ve buradan,

$$V_{oc} = 2kI_1 + 3 = 11 \text{ V}$$

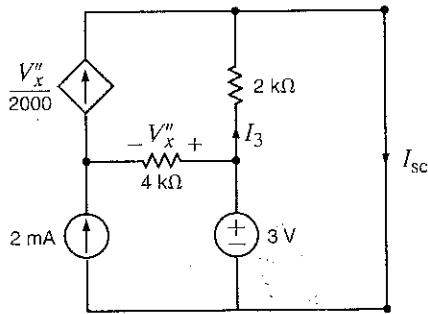
bulunur.

 I_{sc} kısa devre akımı Şekil 5.14c yardımcıyla bulunur. Kısa devre edilmiş iki ucu bir araya getirerek devreyi Şekil 5.14d'deki gibi basitleştirebiliriz. Bu arada I_{sc} akımını kısa bir süre için gözden kaybetmiş olsak da dal akımlarını rahatlıkla hesaplayabiliriz ve bu akımlar yardımcıyla da I_{sc} bulunur.

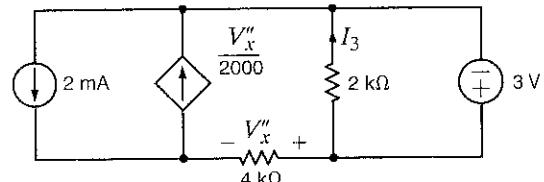
(a)



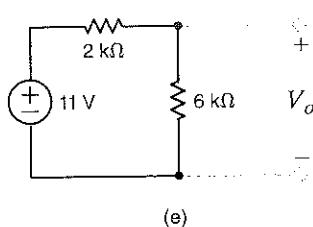
(b)



(c)



(d)



(e)

Şekil 5.14

Örnek 5.12'te kullanılan devreler.

Devrenin sol alt tarafındaki düğüme KAY uygulandığında

$$\frac{V''_x}{4k} = \frac{V''_x}{2000} - 2 \times 10^{-3}$$

yazılabilir. Buradan da

$$V''_x = 8 \text{ V}$$

bulunur. Daha sonra

$$I_3 = \frac{3}{2k} = \frac{3}{2} \text{ mA}$$

olduğundan Şekil 5.14c'den kısa devre akımı hesaplanır.

$$\begin{aligned} I_{sc} &= \frac{V''_x}{2000} + I_3 \\ &= \frac{11}{2} \text{ mA} \end{aligned}$$

Buradan Thevenin direnci bulunur.

$$R_{Th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = 2 \text{ k}\Omega$$

Thevenin eşdeğer devresini orijinal devrede yerine bağladığımızda Şekil 5.14e'deki devre elde edilir. Yine basit bir gerilim bölüşüm işlemi ile aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned} V_o &= 11 \left(\frac{6k}{2k + 6k} \right) \\ &= \frac{33}{4} \text{ V} \end{aligned}$$

Şimdi daha önce hem düğüm gerilimleri yöntemi hem de çevre akımları yöntemi kullanılarak analiz edilen bir problemi yeniden gözceğiz. Örnek 3.10 ve 3.20'de kullanılan devre Şekil 5.15a'da yeniden çizilmiştir. Devrede bir bağımlı kaynak olduğundan açık devre gerilimini ve kısa devre akımını bulmalıyız ki Thevenin teoremini uygulayarak V_o çıkış gerilimini belirleyebilelim.

Analize başlarken devrenin en soldaki ve en sağdaki dallarına Thevenin teoremini uygulayarak işlemleri biraz basitleştirilebileceğini görebilirsiniz. Bu iki dal paralel olup ikisinde de bağımlı kaynakları kontrol eden bir değişken bulunmamaktadır. Bu nedenle Thevenin aracılığı ile bu iki dalı bire indirerek devreyi basitleştirebiliriz. Şekil 5.14b'de gösterilen devrede açık devre gerilimi

$$V_{oc_i} = \frac{2}{k} (1k) + 4 = 6 \text{ V}$$

şeklinde bulunur. Kaynakları sıfırladıktan sonra uçlar arasından devreye bakıldığından Thevenin eşdeğer direnci

$$R_{Th_i} = 1 \text{ k}\Omega$$

olarak hesaplanır. Elde edilen Thevenin eşdeğer devresi devrenin geri kalanına bağlandığında Şekil 5.15c'deki devre elde edilir.

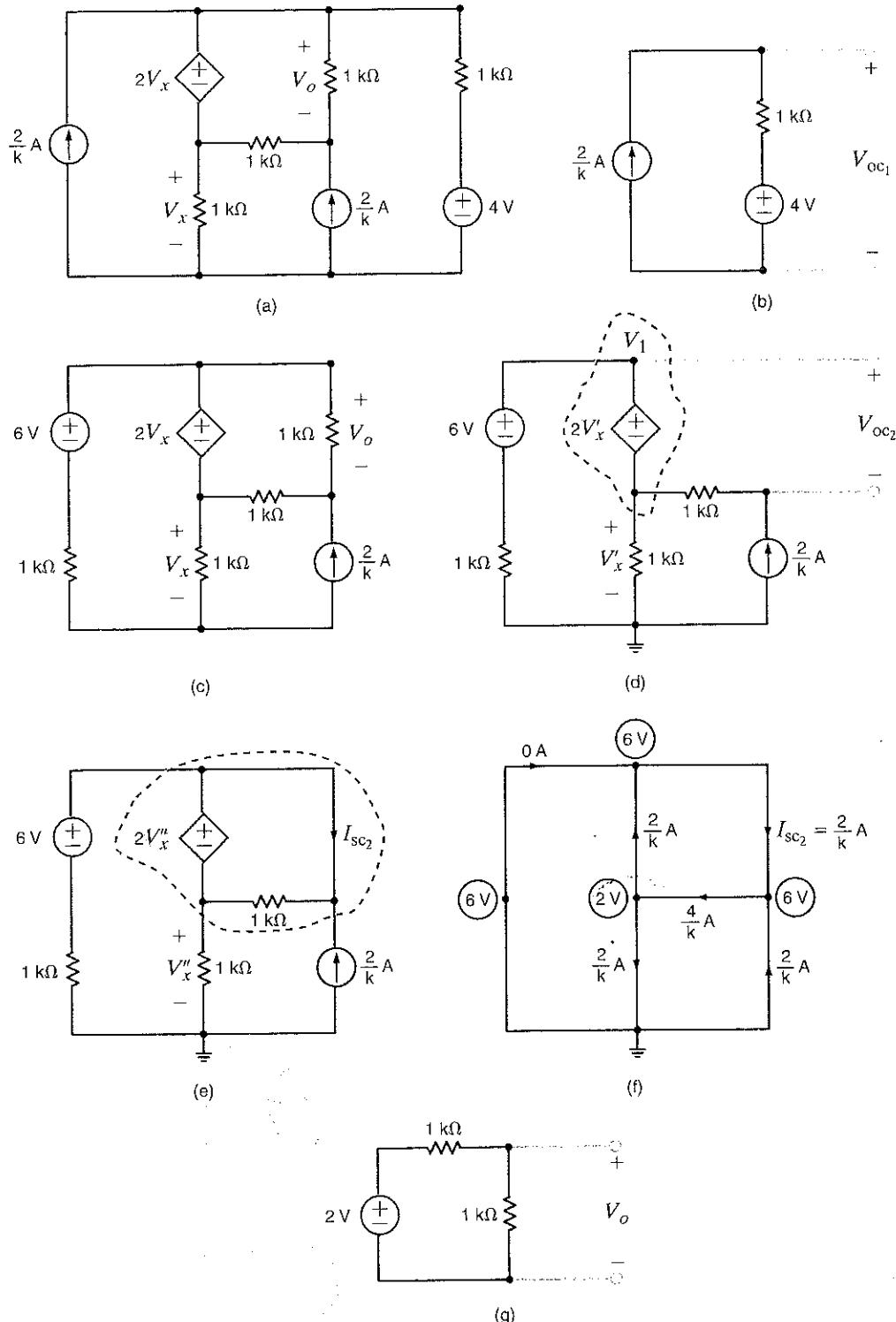
Şimdi Şekil 5.15c'deki devreyi açık devre gerilimi V_o 'yi belirlemek için Şekil 5.15d'de gösterildiği gibi çıkış uçlarından kesiyoruz. Devrede gerilim kaynakları bulunduğuundan süper düğüm yardımı ile düğüm gerilimleri yöntemi kullanarak açık devre gerilimini buluruz. Bu devre için düğüm gerilimleri şu biçimindedir:

$$\begin{aligned} V_l &= 3V'_x \\ \frac{V_l - 6}{1k} + \frac{V_l - 2V'_x}{1k} &= \frac{2}{k} \end{aligned}$$

ÖRNEK

5.13

ÇÖZÜM



Şekil 5.15

Örnek 5.13'te kullanılan devreler.

Bu denklemlerden $V_x' = 2 \text{ V}$ ve $V_1 = 6 \text{ V}$ bulunur. Daha sonra, KGY kullanılarak elde edilen

$$-2V_x' + V_{oc_2} + \frac{2}{k} (1\text{k}) = 0$$

denkleminden açık devre gerilimi bulunur:

$$V_{oc_2} = 2 \text{ V}$$

Kısa devre akımı Şekil 5.15e'de verilen devreden bulunabilir. Yine süper düğüm kullanarak devre denklemlerini yazabiliriz:

$$V_2 = 3V_x''$$

$$\frac{V_2 - 6}{1\text{k}} + \frac{V_2 - 2V_x''}{1\text{k}} = \frac{2}{k}$$

Düğüm gerilimleri bu denklemlerden $V_x'' = 2 \text{ V}$ ve $V_2 = 6 \text{ V}$ şeklinde bulunur. Şekil 5.15f'de gösterilen diyagram düğüm gerilimlerini ve dal akumlarını göstermektedir. (Düğüm gerilimleri daire içerisinde, dal akımları ok şeklinde gösterilmiştir.) Dirençlerin akımları düğüm gerilimleri ve dirençler kullanılarak hesaplanır. Geri kalan akımlar da, KAY yardımıyla bulunur. Şekilde gösterildiği gibi kısa devre akımı

$$I_{sc_2} = 2 \text{ mA}$$

olmaktadır. Buradan Thevenin eşdeğer direnci

$$R_{Th_2} = \frac{V_{oc_2}}{I_{sc_2}} = 1 \text{ k}\Omega$$

olarak bulunur. Şimdi, Thevenin eşdeğer devresi 2 V'luk bir kaynakla bu kaynağa seri bağlı 1 kΩ'luk bir dirençten oluşmaktadır. Bu eşdeğer devreyi yük direncinin üçlarına bağlarsak Şekil 5.15g'deki devreyi elde ederiz. Basit bir gerilim bölme işlemi ile $V_o = 1 \text{ V}$ bulunur.

Problem Çözme Stratejileri

Adım 1: Yükü kaldırın ve açık devre edilen uçlar arasındaki gerilimi (V_{oc}) bulunuz. Bu gerilimi bulmak için anlattığımız devre analizi tekniklerinin herhangi biri kullanılabilir.

Thevenin Teoreminin Uygulanması

Adım 2: Yük yokken açık bırakılan uçlar arasından devreye bakıldığından görülen Thevenin eşdeğer direncini hesaplayınız. Thevenin direncini (R_{Th}) belirlerken üç farklı devre türü ile karşılaşabilirsiniz:

- (a) Devrede yalnızca bağımlı kaynaklar varsa bu kaynaklar sıfırlanır. Sıfırlama için gerilimi kaynakları kısa devre ile, akım kaynakları açık devre ile değiştirilir. Böylece elde edilen tamamen dirençlerden oluşan devrenin uçları arasında bakarak eşdeğer direnç (R_{Th}) hesaplanır.
- (b) Devrede yalnızca bağımlı kaynaklar varsa devrenin uçları arasına bir bağımsız gerilim kaynağı bağlanıp kaynağın akımı hesaplanır veya uçlar arasına bir bağımsız akım kaynağı bağlanıp bu kaynağın gerilimi hesaplanır. Uçlardaki gerilim/akım oranı Thevenin direncini verir. Ancak, devrede herhangi bir enerji kaynağı olmadığından açık devre gerilimi sıfırdır.
- (c) Devrede hem bağımsız hem de bağımlı kaynaklar varsa bu durumda devrenin uçları kısa devre edilerek kısa devre akımı hesaplanır. Açık devre geriliminin kısa devre akımına oranı Thevenin direncini (R_{Th}) verir.

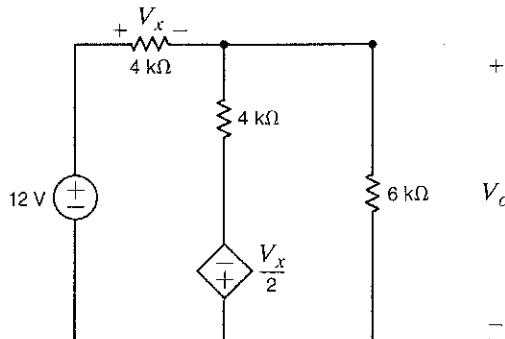
Adım 3: Şimdi bir gerilim kaynağı (V_{oc}) ile seri dirençten (R_{Th}) oluşan Thevenin eşdeğer devresi yükün uçlarına bağlanır ve aranan değer hesaplanır.

Norton teoremi için geçerli problem çözme stratejisi de temelde aynıdır. Tek fark, burada açık devre gerilimi yerine kısa devre akımı ile ilgilenilir.

Öğrendiklerinizi Sınavyalım

E5.10 Şekil E5.10'daki devrede Thevenin teoremi的帮助下 V_o gerilimini bulunuz.

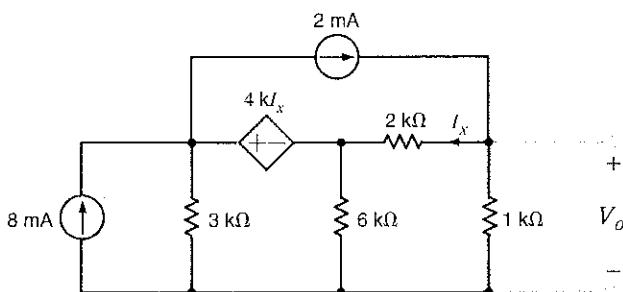
YANIT: $V_o = 36/13 \text{ V}$



Şekil E5.10

E5.11 Şekil E5.11'deki devrede Thevenin teoremi的帮助下 V_o gerilimini bulunuz.

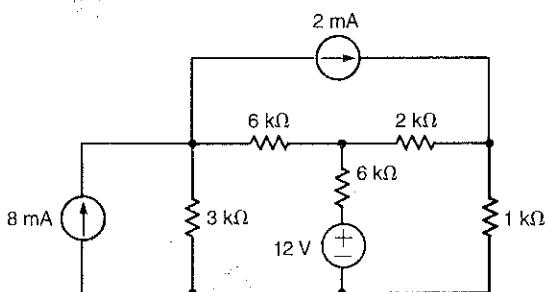
YANIT: $V_o = 6.29 \text{ V}$



Şekil E5.11

E5.12 Şekil E5.12'deki devrede Thevenin teoremi的帮助下 12V'lık kaynak tarafından sağlanan gücü bulunuz

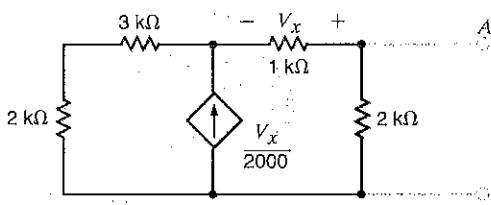
YANIT: 8.73 mW.



Şekil E5.12

E5.13 Şekil E5.13'teki devrenin A-B uçları arasındaki görülen Thevenin eşdeğerini bulunuz.

YANIT: $R_{Th} = 619\Omega$.



Şekil E5.13

Thevenin ve Norton teoremlerinin çok sayıda farklı devrede uygulanmasını inceledikten sonra şimdi bu teoremlerin devre analiz ve tasarımında çok yararlı ve kullanışlı bir özelliğini daha göstermek istiyoruz. Bu özellik aslında Thevenin ve Norton eşdeğer devrelerinde açıkça görülmektedir.

Şekil 5.7 ve Eş. (5.5) ile belirtilen ilişkilerin özel bir anlamı vardır. Bu ilişkiler *kaynak dönüştümü* ya da *kaynak değişimi* olarak adlandırılır ve bize şunu ifade etmektedir: Eğer bir devrede bir i akım kaynağı bir R direnci ile paralel olarak bulunuyorsa bu iki elemanın değeri $v = Ri$ olan bir gerilim kaynağı ve ona seri bağlı R direncinden oluşan bir devre ile değiştirebiliriz. Bunun tersi de doğrudur. Yani, bir v gerilim kaynağı ve ona seri bağlı bir R direncinden oluşan bir devreyi, değeri $i = v/R$ olan bir akım kaynağı ve ona paralel bağlı bir R direncinden oluşan başka bir devre ile değiştirebiliriz. Devrenin içindeki parametreler (örneğin, çıkış gerilimi) bu dönüşüm sırasında değişmez.

Şekil 5.7'de gösterilen iki eşdeğer devrenin *yalnızca iki uçları arasına bağlanan devre üzerindeki etkileri açısından denk olduklarını* vurgulamak zorundayız. Örneğin, eğer Şekil 5.7'deki B devresini eşdeğer devrelerden ayırsak Şekil 5.7b'deki eşdeğer devre güç harcar ama Şekil 5.7a'daki eşdeğer devrede bir güç harcanması söz konusu olmaz.

Şimdi Şekil 5.16'daki devrede V_o geriliminin nasıl bulunabileceğini kaynak dönüşümünü arda da uygulama yoluyla göstereceğiz.

Eğer Şekil 5.16a'daki devrenin solundan başlarsak 12 V'luk kaynak ve ona seri bağlı 3 k Ω 'luk direnci 4 mA'lık bir akım kaynağı ve ona paralel bağlı 3 k Ω 'luk bir dirence dönüştürüruz. Eğer 3 k Ω 'luk direnci 6 k Ω 'luk dirençle birleştirirse Şekil 5.16b'deki devreyi elde ederiz. Bu noktada bir devre elemanını eksilttiğimize dikkat ediniz. İndirmeye devam edersek 4 mA'lık kaynak ve ona paralel bağlı 2 k Ω 'luk direnç, 8 V'luk bir kaynak ve ona seri bağlı 2 k Ω 'luk bir dirence dönüştürülür. İki adet 2 k Ω 'luk direnç seri bağlı olduğundan 4 k Ω 'luk bir direnç oluşturur ve böylece Şekil 5.16c'deki devreyi elde ederiz. Şimdi, eğer 8 V'luk kaynak ve 4 k Ω 'luk direnç 2 mA'lık akım kaynağını ve ona paralel bağlı 4 k Ω 'luk dirence dönüştürülürse akım kaynağını diğer 2 mA'lık akım kaynağı ile birleştirilirse Şekil 5.16d'deki devreye ulaşınız. Bu noktada, akım bölgüsü devreyi paralel dallara uygulayarak aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$I_o = (4 \times 10^{-3}) \left(\frac{4k}{4k + 4k + 8k} \right) = 1 \text{ mA}$$

ve böylece:

$$V_o = (1 \times 10^{-3})(8k) = 8 \text{ V}$$

Okuyucu, konuya hakimiyetini artırmak için şu ana kadar göstermiş olduğumuz diğer teknikleri de kullanarak aynı sonucu elde etmeye çalışmalıdır.

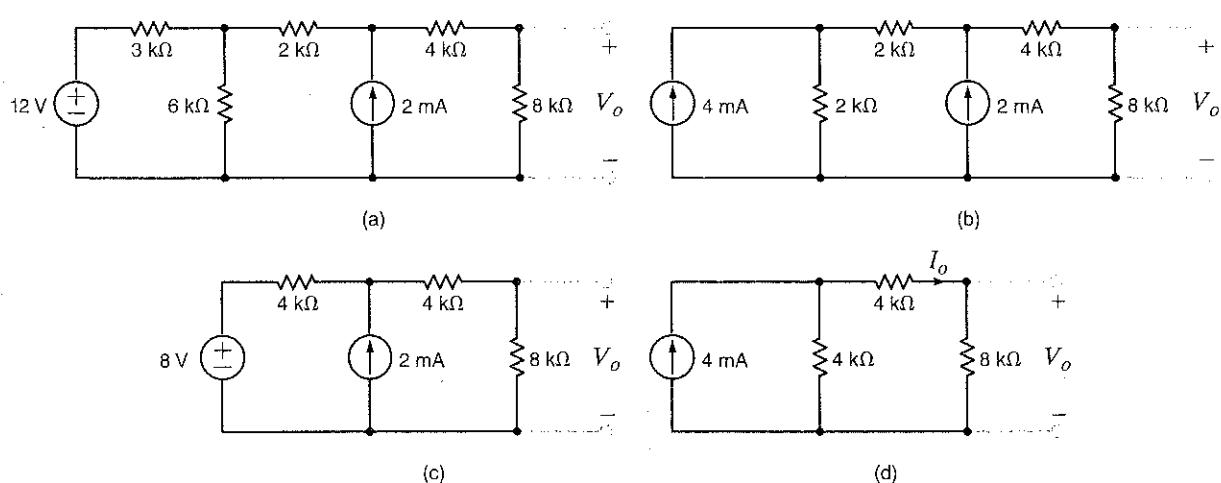
ÖRNEK

5.14

CÖZÜM

Şekil 5.14

Örnek 5.14'te kullanılan devreler.



Bazen yorucu olabilen bu sistematik dönüşüm, metodolojik olarak bir devreyi daha basit bir eşdeğer devreye indirgememizi sağlar. Yalnız, bu teknığın Şekil 5.4'te gösterilen devre türünden devreler için anlamsız olduğunu belirtmemiz gereklidir. Ayrıca, her ne kadar bu teknik bağımlı kaynak içeren devrelere uygulanabilese de bu durumda diğer teknikler kadar yararlı değildir ve kontrol değişkenini barındıran devre kısımlarının dönüştürme tabii tutulmasına dikkat etmemiz gereklidir.

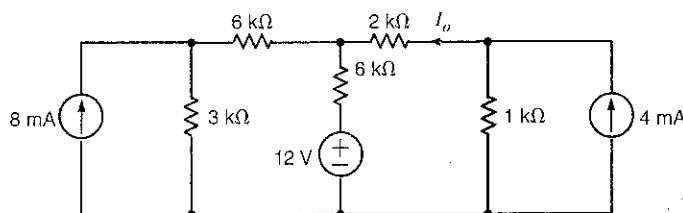
Öğrenme Hedefleri / Çıktılar

E5.14 Şekil E5.3'te verilen devrede kaynak dönüşümü yardımıyla V_o gerilimini bulunuz.

YANIT: $V_o = 4/3 \text{ V}$.

E5.15 Şekil E5.15'teki devrede kaynak dönüşümleri yağarak I_o akımını bulunuz.

YANIT: $I_o = -1.94 \text{ mA}$



Şekil E5.13

Bu noktada kısa bir süre için durup öğrendiklerimizi gözden geçirelim ve düğüm gerilimleri yöntemi ya da çevre akımları yöntemini bu bölümde öğrendiklerimizle karşılaştırıralım. Bir devreyi analiz etmeye çalışırken yapmamız gereken ilk işlerden biri düğüm sayısını ve çevre sayısını bulmaktır. Daha sonra kaynak sayısını göz önüne almalıyız. Örneğin, devrede birkaç tane gerilim kaynağı veya akım kaynağı var mı? Tüm bu veriler ve devreden elde edeceğimiz diğer bilgiler bir arada en basit yaklaşımı seçmemize yardım eder. Şu anda elimizde mevcut hesaplama gücü bir devrenin düğüm gerilimleri ya da çevre akımları denklemelerini bir çırpıda çözmemiz için yeterlidir.

Teoremlere gelince, bazı durumlarda teoremlerin problemi basitleştirmedigini, problemi doğrudan düğüm gerilimleri ya da çevre akımları yöntemlerinden biri ile çözmeye çalışmanın da diğer yöntemler kadar kullanışlı olduğunu söyleyebiliriz. Ancak bu tespit, eğer biz sadece belli bir noktadaki akımı veya gerilimi ariyorsak geçerlidir. Teoremlerin gerçek değeri ise, devrenin fiziksel yapısı ve işleyışı ile ilgili olarak bize kazandırdığı derinlikte gizlidir. Örneğin, süperpozisyon belli bir noktadaki akım veya gerilime her bir kaynağın ne kadar katkı verdiği gösterir. Diğer taraftan, düğüm gerilimleri ya da çevre akımları denklemelerini bir bilgisayar yardımıyla çözduğumuzda devredeki bazı parametrelerin değerlerindeki değişikliğin çözümü nasıl etkilediğini göremeyiz. Bu yolla, devrenin yüklenmesi kavramını, devrelerin birbirine bağlanmasıının yaratacağı etkiye ya da bir devreden maksimum güç çekenmek için devrenin çıkışının nasıl bir dirençle yüklenmesi gerektiğini anlayamayız. Teoremler, bir yükseltçe devresinin girişinde belli bir giriş direncine sahip bir algılayıcı kullanmanın etkisini anlamamıza yardımcı olur. Bir yükseltçe devresinde hoparlör gibi bir yükün çıkışa etkisini açıklamamıza yardımcı olur. Bu bilgilerin hiç birini bir düğüm gerilimleri ya da çevre akımları analizinden elde edemeyiz. Şimdi, basit bir örnek olarak, bir devrenin iki ucu arasından görülen Thevenin eşdeğer devresinin bir gerilim kaynağı ve ona seri bağlı $2 \text{ k}\Omega$ 'luk bir dirençten oluştuğunu düşünelim. Bu uçların arasına 2Ω 'luk bir direnç bağlarsak bu 2Ω 'luk direncin uçları arasındaki gerilim neredeyse sıfır olacaktır, çünkü bu direnç diğer direncin yanında çok küçük kalmaktadır. Bu durum Thevenin eşdeğer yaklaşımı kullanıldığında çok açıkça görültreken, düğüm gerilimi ya da çevre akımı analizi kullanıldığından sonucun böyle olacağına ilişkin hiçbir öngörümüz olamaz.

Güç yükseltçileri günlük hayatımızda pek çok uygulamada karşımıza çıkmaktadır. Örneğin, otomobilin hız denetim devrelerinde güç yükseltçileri bulunmaktadır. Bu yükseltçilerde ve diğer pek çok elektronik cihazda çok sayıda transistör bulunmaktadır. Transistörler ve çeşitli güç sistemlerinde kullanılan motorlar, bağımlı kaynaklarla modellenir. Bu nedenle bağımlı kaynak içeren devreleri analiz edebilmek bizim için çok önemlidir.

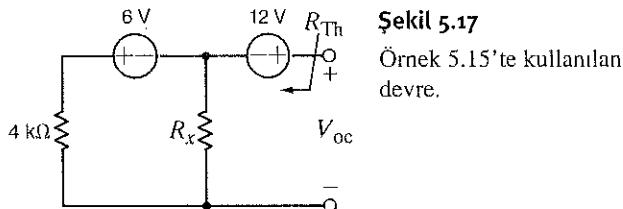
Ayrıca not etmemiz gereklidir ki Örnek 5.14'te yaptığımız gibi kaynak dönüşümü yaptığımda aslında Thevenin ve Norton eşdeğer devreleri arasında dönüşüm yapmaktadır.

Son olarak, elimizde devre analiz ve tasarımında daha fazla bilgi edinmemize yardımcı olacak güçlü bir aracın olduğunu da belirterek bu konuyu kapatalım. Bu araç Microsoft Excel yazılımıdır. Bu yazılım sayesinde belirli devre parametrelerinin değerlerini değiştirek bu parametrelerin devrenin çalışması üzerindeki etkisini inceleyebiliriz. Bir sonraki örnek bu yaklaşımın basitliğini gösterecektir.

Microsoft Excel programını kullanarak Şekil 5.17 deki devrede R_x direnci 0 – 10 kΩ arasında değişirken Thevenin eşdeğer devresinin V_{oc} ve R_{Th} parametrelerinin nasıl değiştğini çizdirelim:

ÖRNEK

5.15



Şekil 5.17

Örnek 5.15'te kullanılan devre.

Thevenin direnci gerilim kaynağını kısa devre ederek rahatlıkla bulunur:

$$R_{Th} = 4 // R_x = \frac{4R_x}{4 + R_x} \quad 5.7$$

Burada R_x ve R_x kΩ cinsindedir. V_{oc} gerilimini en kolay süperpozisyon tekniği ile bulabiliriz. Eğer 12 - V'luk kaynak kısa devre edilirse:

$$V_{oc_1} = -6 \left[\frac{R_x}{R_x + 4} \right]$$

Aynı prosedürü 6-V'luk kaynağı uyguladığımızda:

$$V_{oc_2} = 12$$

Açık devre gerilimi bu iki değer toplanarak bulunur:

$$V_{oc} = 12 - 6 \left[\frac{R_x}{R_x + 4} \right] \quad 5.8$$

Excel'de (1) R_x 'i 0 – 10 kΩ arasında değiştirmek, (2) R_{Th} 'yi ve V_{oc} 'yi her bir R_x değeri için hesaplamak, (3) V_{oc} ve R_{Th} 'yi R_x 'e karşılık çizdirmek istiyoruz. Excel yazılımı açalım ve Şekil 5.18a'da görüldüğü gibi sütun başlıklarını girelim. Ardından, R_x 'in bulunduğu sütunda ilk satırı, yani A4 hücresına, sıfır yazalım. Sütunu otomatik olarak değerlerle doldurmak için Edit (Giriş) menüsüne gidelim ve Şekil 5.18b'deki gibi Fill/Series (Dolgu/Seri) seçeneğini seçelim. Şekilde görülen sınır değerleri ve adım değeri girildiğinde R_x için 0'dan 10 kΩ'a kadar 100Ω'luk artışlarla 101 tane değer belirlenmiş olur. Eş. (5.8)'i girmek için B4 hücresına gidelim (V_{oc} başlığının hemen altı). Aşağıdaki metni girelim. Bu eşitliği girerken eşit işaretini girmeyi unutmayalım.

=12-6*A4/(A4+4)

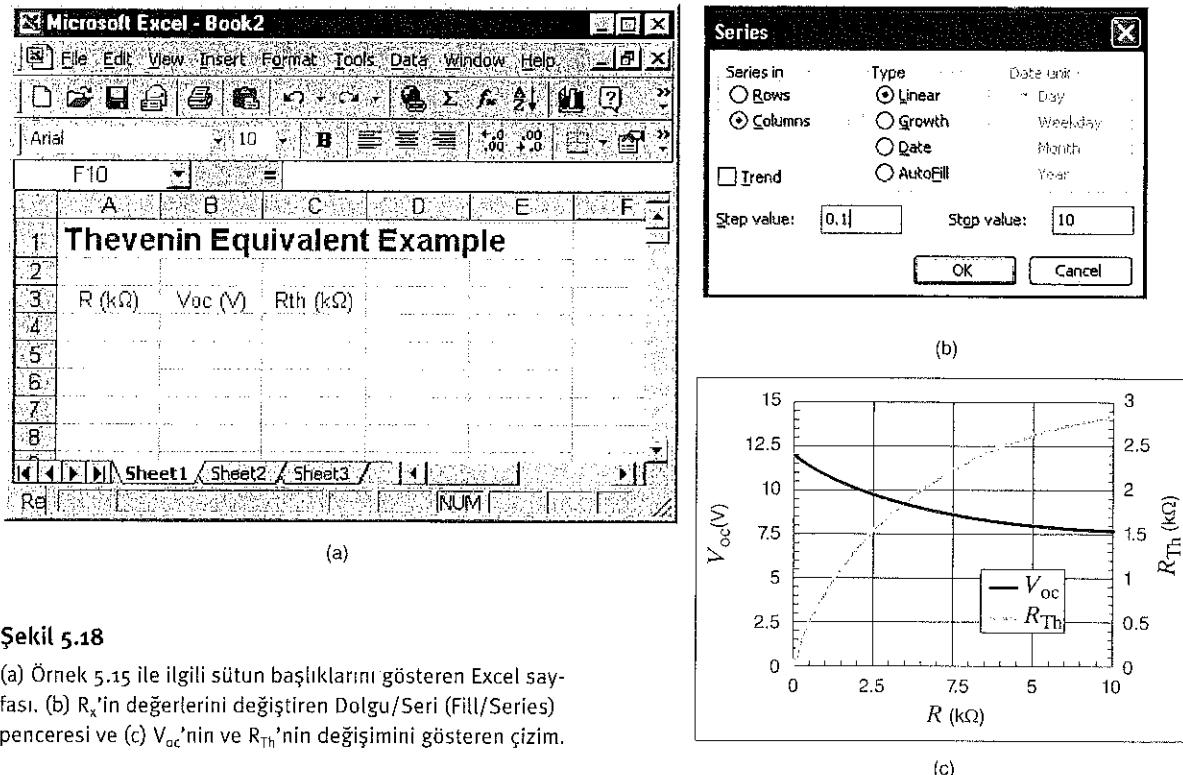
Bu (5.8) ifadesi olup R_x yerine ilk değeri konulmuştur. Benzer şekilde R_{Th} için C4 hücresına

=4*A4/(A4+4)

ifadesini girelim. B4 hücrene aynı ifadeyi tüm R_x değerleri için girebilmek için B4 hücresin sağ alt köşesinden basılı tutup aşağıya doğru B104 hücrene kadar çekelim.

Aynı işlemi R_{Th} için C4 hücreinden başlayarak tekrarlayalım. Veriyi çizdirmek için önce imleç (cursor) ile A4'ten C104 hücrene kadar tüm hücreleri seçelim. Sonra Insert (Ekle) menüsünden Chart (Dağıtım) seçeneğini seçelim. Özellikle XY Dağıtım (Scatter) seçeneğini

kullanmanız önerilir. Excel sizi grafiğinizi biçimlendirebilmeniz için adım adım yönlendirecektir. Gerekli düzenlemeleri yapıldığında Şekil 5.18c'deki grafik elde edilecektir.



Şekil 5.18

(a) Örnek 5.15 ile ilgili sütun başlıklarını gösteren Excel sayfası. (b) R_x 'in değerlerini değiştiren Dolgu/Seri (Fill/Series) penceresi ve (c) V_{oc} 'nin ve R_{Th} 'nin değişimini gösteren çizim.

5.4

Maksimum Güç Aktarımı

Devre analizinde bazen bir yükle aktarılabilen maksimum gücü belirlememiz gerekebilir. Bir devrenin sağlayabileceği maksimum gücü ve bu transferin gerçekleşmesi için yükün nasıl ayarlanması gerektiğini Thevenin teoremi yardımıyla gösterebiliriz.

Şekil 5.19'deki devrede yükle iletilen gücün ifadesi şu biçimdedir:

$$P_{load} = i^2 R_L = \left(\frac{v}{R + R_L} \right)^2 R_L$$

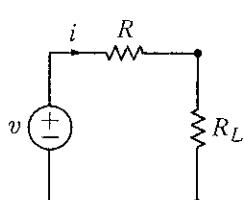
R_L 'nin hangi değerin için bu ifadenin maksimum olacağını bulabilmek için bu ifadenin R_L 'ye göre türevini alıp ifadeyi sıfır eşitleyelim:

$$\frac{dP_{load}}{dR_L} = \frac{(R + R_L)^2 v^2 - 2v^2 R_L (R + R_L)}{(R + R_L)^4} = 0$$

Buradan

$$R_L = R$$

bulunur. Diğer bir ifadeyle, maksimum güç aktarımı, yük direnci kaynağa seri bağlı dirence eşit olduğunda gerçekleşmektedir. Bu önemli bir sonuktur. Bu sonucun Şekil 5.19'daki basit bir devre üzerinde çıkartılmış olması bu sonucun önemini azaltmamaktadır çünkü Şekil 5.19'daki devredeki v kaynağı ve R direnci herhangi bir doğrusal devrenin Thevenin eşdeğeri olarak düşünülebilir.



Şekil 5.19

Maksimum güç transferini incelemek için eşdeğer devre.

Şekil 5.20a'daki devrede maksimum güç transferi için R_L direncinin değerini ve bu yükle iletilecek maksimum gücün bulalımlı.

İlk olarak devrenin yük dışındaki bölümünü için Thevenin eşdeğer devresini hesaplayalım. V_{oc} Şekil 5.20b'deki devreden hesaplanabilir. Bu devre için göz denklemeleri aşağıdaki gibidir:

$$I_1 = 2 \times 10^{-3}$$

$$3k(I_2 - I_1) + 6kI_2 + 3 = 0$$

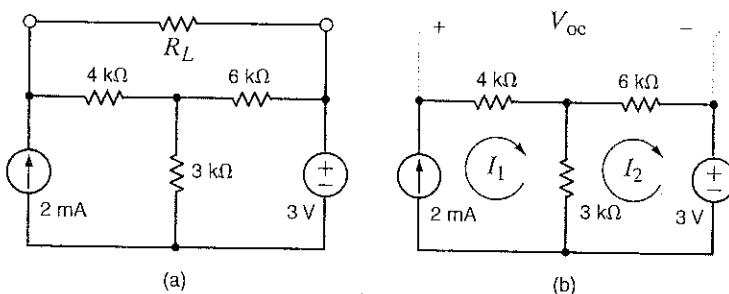
Bu denklemeleri çözdüğümüzde $I_2 = 1/3$ mA elde edilir. Dolayısıyla:

$$V_{oc} = 4kI_1 + 6kI_2$$

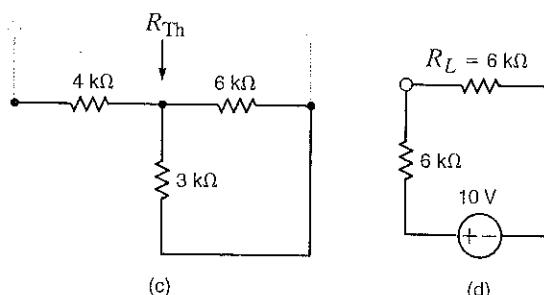
$$= 10 \text{ V}$$

Şekil 5.20c'de gösterilen devre için $R_{Th} = 6 \text{ k}\Omega$ olduğundan maksimum güç aktarımı için $R_L = R_{Th} = 6 \text{ k}\Omega$ olmaktadır. Bu durumda yükle aktarılabilen maksimum güç Şekil 5.20d'den hesaplanabilir:

$$P_L = \left(\frac{10}{12k} \right)^2 (6k) = \frac{25}{6} \text{ mW}$$



Şekil 5.20
Örnek 5.16 da kullanılan devreler.



Şekil 5.20a'daki devrede maksimum güç transferi için R_L direncinin değerini ve bu yükle iletilecek maksimum gücün bulalımlı.

Devreyi Şekil 5.19'da gösterilen devreye indirmek istiyoruz. Yükün uçları arasından bakarak görülen devrenin Thevenin eşdeğer devresini hesaplayabiliriz. Ancak, biraz daha dikkatli bakarsak $4 \text{ k}\Omega$ 'luk direncin solundan içeri bakıldığından görülen devrenin eşdeğeriin bultmanın bizim için daha kullanışlı olacağını görürüz. Bunu yaptırmızda maksimum güç transferi koşulunun $R_L = R_{Th} + 4 \text{ k}\Omega$ olduğunu unutmamak gereklidir. V_{oc} Şekil 5.21b'deki devreden hesaplanabilir. Şimdi bağımlı kaynağı içine alan süper düğüme KAY uygulayalım:

$$\frac{V_{oc} - 2000I_x'}{1k + 3k} + (-4 \times 10^{-3}) + \frac{V_{oc}}{2k} = 0$$

Bağıntıdaki bağımlılık terimi için

$$I'_x = \frac{V_{oc}}{2k}$$

yazılabilir. Bu denklemlerden $V_{oc} = 8$ V elde edilir. Kısa devre akımı Şekil 5.21c'deki devreden bulunabilir. Devreyi $4\text{k}\Omega$ 'luk direncin solundan parçalamanın avantajını işte bu noktada görüyoruz. Kısa devre $2\text{k}\Omega$ 'luk direnci de kısa devre eder ve $I''_x = 0$ olur. Dolayısıyla devre Şekil 5.21d'de verilen devreye indirgenir. Bu devreden de kısa devre akımının $I_{sc} = 4\text{ mA}$ olduğu açıkça görülmektedir. Şimdi açık devre gerilimi ve kısa devre akımı kullanılarak Thevenin direnci hesaplanabilir:

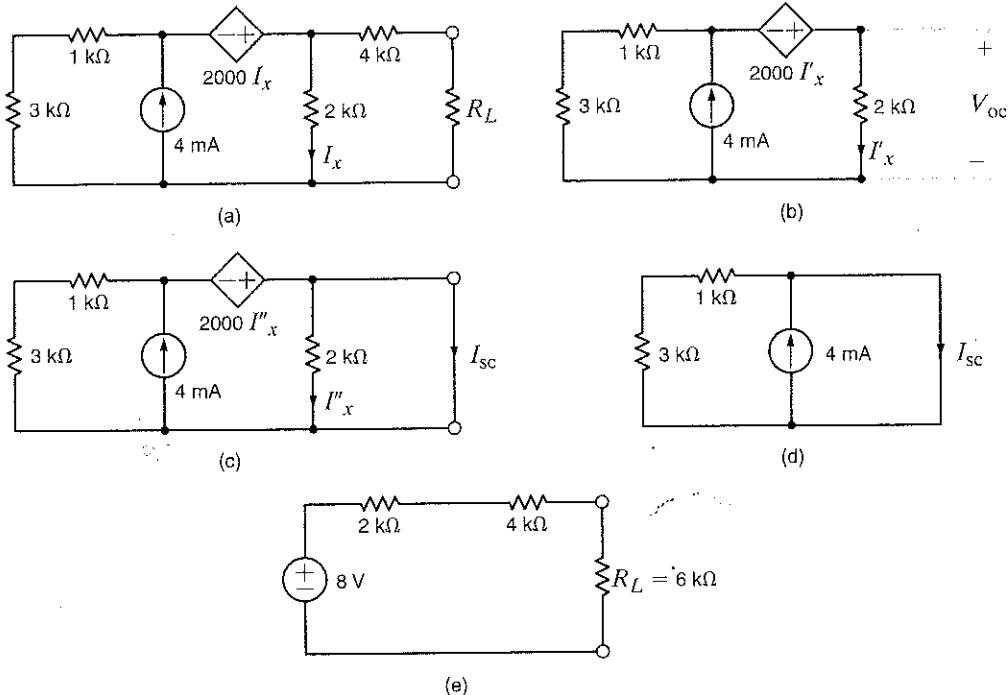
$$R_{Th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = 2\text{k}\Omega$$

Thevenin eşdeğer devresini devrenin geri kalanına bağladığımızda Şekil 5.21e'deki devreyi elde ederiz. Bu devrede maksimum güç transferi için koşul $R_L = R_{Th} + 4\text{k}\Omega = 6\text{k}\Omega$ olduğundan transfer edilen maksimum güç şu biçimde hesaplanır:

$$P_L = \left(\frac{8}{12k} \right)^2 (6k) = \frac{8}{3} \text{ mW}$$

Şekil 5.21

Örnek 5.17'de kullanılan devreler.

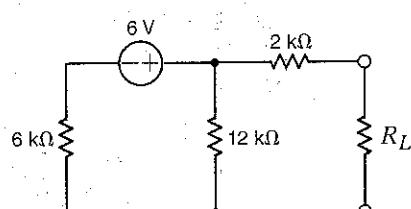


Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E5.16 Şekil E5.16'da verilen devrede maksimum güç transferi için gerekli R_L değerini ve transfer edilen maksimum gücü bulunuz.

YANIT: $R_L = 6\text{k}\Omega$;

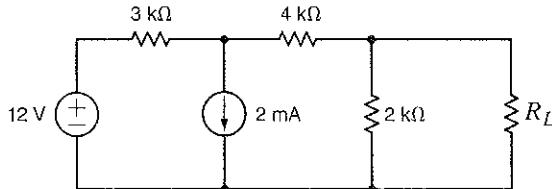
$$P_L = \frac{2}{3} \text{ mW.}$$



Şekil E5.16

E5.17 Şekil E5.17'de verilen devrede maksimum güç transferi için gerekli R_L değerini ve transfer edilen maksimum gücü bulunuz.

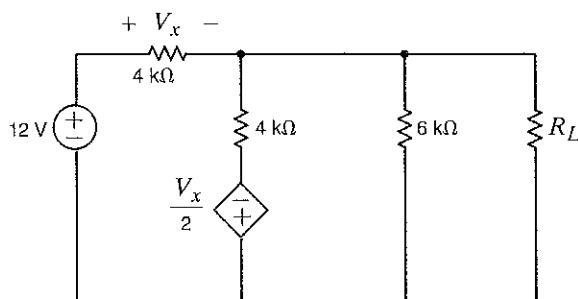
YANIT: 14/9 k Ω ,
2/7 mW.



Şekil E5.17

E5.18 Şekil E5.18'de verilen devrede maksimum güç transferi için gerekli R_L değerini ve transfer edilen maksimum gücü bulunuz.

YANIT: 24/13 k Ω ,
27/26 mW.



Şekil E5.18

Şekil 5.22'de verilen devrede $V_{in} = 5$ V ve $R_1 = 2\Omega$ 'dur. Maksimum güç aktarımı teoreminin farklı yönlerini görmek için R_2/R_1 oranına bağlı olarak V_{out} , I , P_{out} , P_{in} parametleri ile verimin (P_{out}/P_{in}) nasıl değiştiğini çizelim.

ÖRNEK

5.18

Çizilecek parametreler basit devre analizi teknikleri ile bulunabilir. Gerilim bölüşüm yaklaşımından

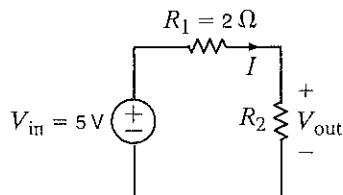
$$V_{out} = \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right] V_{in} = \left[\frac{R_2}{2 + R_2} \right] (5)$$

ve Ohm yasasından

$$I = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2} = \frac{5}{2 + R_2}$$

yazılabilir. Giriş ve çıkış güçleri de şu biçimde ifade edilir:

$$P_{in} = IV_{in} = \frac{V_{in}^2}{R_1 + R_2} = \frac{25}{2 + R_2} \quad P_{out} = IV_{out} = R_2 \left[\frac{V_{in}}{R_1 + R_2} \right]^2 = R_2 \left[\frac{5}{2 + R_2} \right]^2$$



Şekil 5.22

Maksimum güç transfer analizinde kullanılan devre.

Son olarak verimi hesaplayalım:

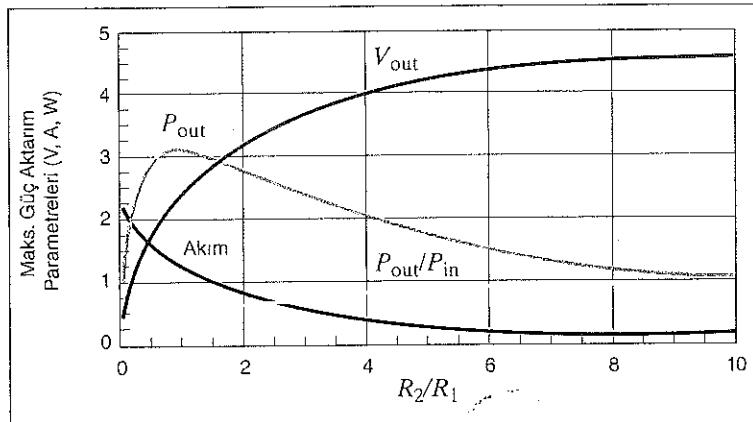
$$\text{verim} = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{2 + R_2}$$

Dirençlerin oranına göre parametrelerin değişimini gösteren çizim Şekil 5.23'te gösterilmiştir. Bu çizim, R_2 direnci $0.1 R_1$ - $10 R_1$ aralığında değiştirilerek elde edilmiştir. R_2 arttıkça, gerilim bölüşüm özelliği sonucu, V_{out} geriliği V_{in} (5V) değerine doğru yükselmektedir. Ayrıca, Ohm yasası gereğince akım da azalmaktadır. Yani, küçük R_2 değerleri için V_{out} küçük olmakta; R_2 büyütükçe de I küçülmektedir. Sonuç olarak, bu iki parametrenin çarpımına eşit olan çıkış gücü $R_2 / R_1 = 1$ olduğu anda maksimum değerine ulaşmaktadır. Maksimum güç aktarımı teoremi de tam da bunu söylemektedir.

Maksimum güç transferi, çıkış geriliği, akımı ya da verimin maksimum olduğu anlamına gelmez. Aslında, maksimum güç anında verim daima 0.5 yani % 50'dir. Eğer siz müşterilerine enerji satan bir elektrik firması sahibiyseñiz işletmenizi maksimum güç transferi yapacak biçimde çalıştırır misiniz? Bu sorunun yanıtı kesinlikle hayır olmalıdır, çünkü bu durumda verim yalnızca % 50'dir. Yani, firma müşterilerini yalnızca ürettiğinin % 50'si için faturalandırmış olacaktır. Enerji üretimi çok maliyetli bir iş olup bunun için her yıl milyonlarca dolar harcanır. Dolayısıyla, enerji üreticileri maksimum güç aktarmak yerine maksimum verimde çalışmak isterler.

Şekil 5.23

Şekil 5.22'deki devrede gerilim, akım, güç ve verimin direnç oranına göre değişimi. (Gerilim, akım ve güç için birimler sırasıyla volt, amper ve watt şeklindedir).



5.5

Uygulama Örneği

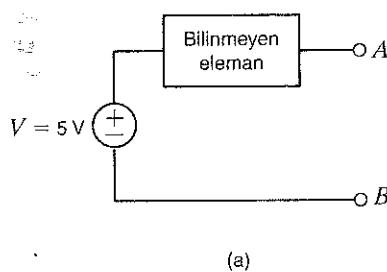
UYGULAMA ÖRNEĞİ 5.19

Can, bir Pazartesi öğleden sonrasında ariden Salı sabahına vermesi gereken bir dönem projesi olduğunu hatırlıyor. Bilgisayarının önüne oturup yazmaya başlarken bakiyor ki bilgisayarının faresi çalışmıyor. Devreyi söküp edip incelediğinde farenin içerisinde bir baskı devre olduğunu, bu devrenin 5 V'luk bir dâhilî kaynaktan beslendiğini fark ediyor. Ayrıca, baskılı devrenin çok sayıda direnç, işlemesel yükselteç ve Şekil 5.24a'da gösterildiği gibi 5V kaynağına bağlanmış bilinmeyen bir cihaz içerdiğini görüyor. Bir voltmetre kullanarak düğüm gerilimlerini ölçüyor ve görüyor ki tüm dirençler ve işlemesel kuvvetlendiriciler çalışır hâlde ve baskı devre de gerilim alıyor.

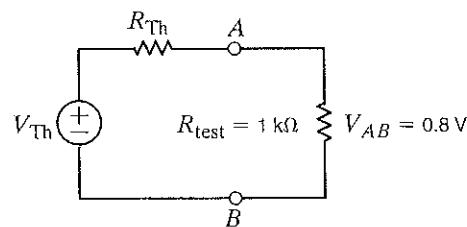
Fakat devredeki gizemli cihazın işlevini bilemediğinden cihazın sağlam mı yoksa bozuk mu olduğunu belirleyemiyor. Üreticiye telefon ediyor ve fakat kendisine üreticisi tarafından patentli olan cihaz hakkında fazla bilgi verilemeyeceği, yalnızca doğrusal bir cihaz olduğunu söyleyebileceğini ifade ediliyor. Can biraz dil dökünce üretici temsilcisi, bilgisayar çalışırken cihazın A-B düğümleri arasındaki Thevenin eşdeğerini bulabilirse kendisine devrenin doğru çalışıp çalışmadığını söyleyebileceğini belirtiyor. Can, elinde 1 kΩ'luk bir direnç ve bir voltmetre ile problemi çözmeye girişiyor.

Bilinmeyen cihaz ve 5 V'luk kaynaktan oluşan devrenin Thevenin eşdeğeri bulmak için Can ilk önce devreyi A-B düğümleri arasından açarak devrenin açık devre gerilimini $V_{AB} = 2.4$ V olarak ölçüyor. Böylece, Thevenin eşdeğeri gerilimi 2.4V oluyor. Daha sonra Can 1 kΩ'luk direnci Şekil 5.24b'deki gibi A-B düğümleri arasında bağlıyor. Bu durumda voltmetreden okunan değer $V_{AB} = 0.8$ V oluyor. Gerilim bölüşüm ilkesi yardımıyla V_{AB} gerilimini V_{Th} , R_{Th} ve R_{test} cinsinden ifade ediyor:

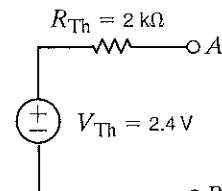
$$0.8 = V_{Th} \left(\frac{1k}{1k + R_{Th}} \right)$$



(a)



(b)



(c)

Denklemi çözüduğünde direnci $R_{Th} = 2.0$ kΩ olarak hesaplıyor.

$$R_{Th} = 2.0 \text{ k}\Omega$$

Bu nedenle, bilinmeyen cihaz ve 5-V'luk kaynaktan oluşan devrenin A-B uçları arasından görülen eşdeğeri Şekil 5.24c'deki gibi olur. Can temsilciye bulduğu sonuçları bildirdiğinde temsilciden bu durumda cihazın bozuk olduğunu anlaştıdığını öğreniyor.

ÇÖZÜM

Şekil 5.24

Örnek 5.19'da kullanılan devre.

5.6

Tasarım Örnekleri

Elektronik cihazları kullanırken sıkılıkla gerilim, frekans, kontrast vb. parametrelerin ayarlanması ihtiyaç olduğunu görüyoruz. Ayarın çok düzgün olabilmesi için kaba ve ince ayarlamaların aynı anda yapılması daha uygundur. Bu nedenle, kaba ve ince ayar gerilim girişlerini aşağıdaki gerilim bağıntısını sağlayacak biçimde birleştirebilecek bir devre tasarlayalım:

$$V_{yar} = \left[\frac{1}{2} \right] V_{kaba} + \left[\frac{1}{20} \right] V_{ince}$$

Sağlanması gereken eşitlik iki terimin toplamı olduğundan çözüm mükemmel bir süperpozisyon uygulaması gibi görülmektedir. Denklemdeki kazanç faktörlerinin (yani $\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{20}$) her ikisi de birden küçük olduğundan iki girişli bir gerilim bölgüsü akıllı bir seçim olacaktır.

ÇÖZÜM

TASARIM ÖRNEĞİ 5.20

Bu uygulama için tipik bir devre Şekil 5.25a'da verilmiştir. Süperpozisyon tekniği için oluşturulan iki alt devre de Şekil 5.25b ve c'de verilmiştir. Şekil 5.25b'de gerilim bölüşüm tekniği uygulanarak

$$\frac{V_{\text{ayar_K}}}{V_{\text{kaba}}} = \left[\frac{R//R_2}{(R//R_2) + R_1} \right] = \frac{1}{2}$$

elde edilir. Bu nedenle:

$$R//R_2 = R_1$$

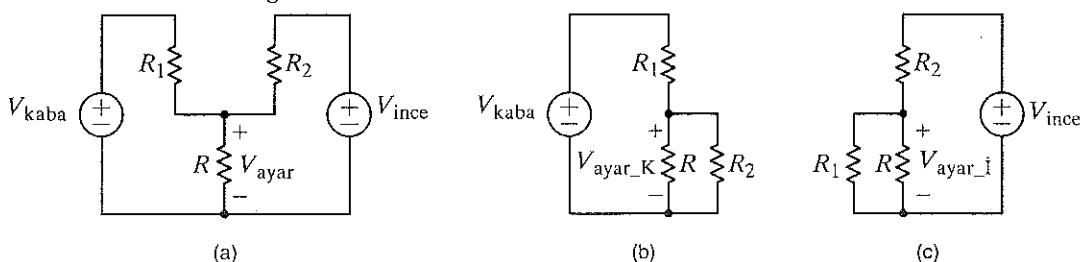
Benzer bir şekilde görüyoruz ki

$$\frac{V_{\text{ayar_I}}}{V_{\text{ince}}} = \left[\frac{R//R_1}{(R//R_1) + R_2} \right] = \frac{1}{20}$$

şeklindedir ve bu ifade ise,

$$R_2 = 19(R//R_1)$$

olmasını gerektirir.



Şekil 5.25

(a) Kaba/İnce ayarlama devresi, (b) V_{ince} sıfırlanmış durum, (c) V_{kaba} sıfırlanmış durum.

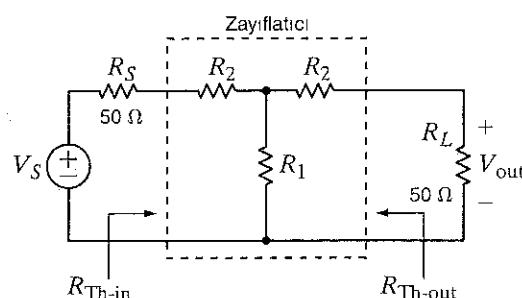
Dirençler için yazılan iki denklemde üç bilinmeyen (R , R_1 ve R_2) bulunmaktadır. Bu nedenle, bir direncin değerini seçmek ve geri kalan ikisini hesaplamak durumundayız. Eğer gelişigüzel olarak $R = 1 \text{ k}\Omega$ seçersek $R_1 = 900 \Omega$ ve $R_2 = 9 \text{ k}\Omega$ olur. Böylece devrenin tasarımını tamamlamış olmaktadır. Bu örnek süperpozisyonun yalnızca iyi bir analiz aracı olmadığını aynı zamanda yeni devrelerin tasarımını kavramakta da yardımcı olabildiğini göstermektedir.

TASARIM ÖRNEĞİ 5.21

Koaksiel kablo çok yüksek frekanslı sistemlerde sıkılıkla kullanılır. Örneğin, kablolu televizyonlara işaret taşımak için genellikle bu kablolar kullanılır. Bu devrelerde, maksimum güç transferinde olduğu gibi, direnç eşlerme (uyumlama) çok önemlidir. Zayıflatıcılar, yüksek frekans araştırma – geliştirme laboratuvarlarında çok yaygın olarak kullanılan elemanlardır. Bu elemanlar temelde bir gerilim bölütüden başka bir şey değildir. Ancak, direnç uyumlamanın yapılabilmesi için giriş uçlarındaki dirençlerin özenle seçilmesi gerekmektedir. Şekil 5.26'da verilen devrede bir zayıflatıcı, V_s ve R_s (50Ω) elemanlarıyla modellenen bir kaynaktan beslenmeyece olup kaynak direncine eşit bir yüze bağlanmıştır.

Şekil 5.26

Zayıflatıcı tasarımlı için kullanılan model devre.



Eşdeğer direnci $50\ \Omega$ olan ve giriş gerilimini 10'da birine düşüren bir zayıflatıcı tasarlayalım.

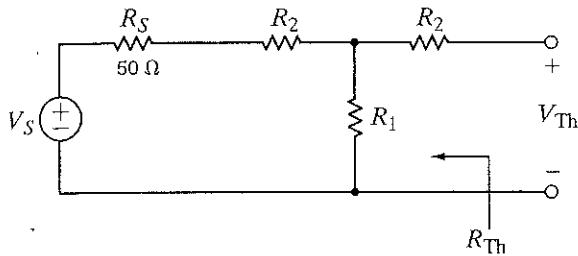
Bir "T devresi" olan zayıflatıcının eşdeğer direncinin $50\ \Omega$ olması gerektiği için $R_{TH,in}$ ve $R_{TH,out}$ $50\ \Omega$ olmalıdır. Her iki Thevenin direnç değeri de aynı olduğundan ve devre yapısı simetrik (T şekilli) olduğundan simetrik kollarda R_2 direncinin kullanılması uygun olmaktadır. Giriş ve çıkıştan bakıldığından görülen Thevenin dirençleri şu biçimde hesaplanır:

$$R_{TH,in} = R_2 + [R_1/(R_2 + 50)] = 50$$

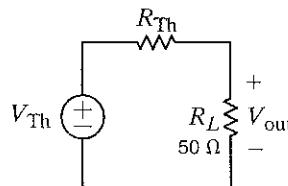
$$R_{TH,out} = R_2 + [R_1/(R_2 + 50)] = 50$$

Denklemler aynı olduğundan, her iki Thevenin eşdeğer direnç parametresine basitçe R_{Th} diyeceğiz. Şekil 5.27a'daki devreden gerilim bölüşüm ilkesi ile Thevenin eşdeğer gerilimi V_{Th} kolayca elde edilebilir.

$$V_{Th} = V_s \left[\frac{R_1}{R_1 + R_2 + 50} \right]$$



(a)



(b)

Şekil 5.27

(a) V_{Th} 'yi bulurken kullanılan devre ve (b) sonuç modeli.

Şekil 5.27b'deki Thevenin eşdeğer devresinden aşağıdaki ifade elde edilir:

$$V_{out} = V_{Th} \left[\frac{50}{R_{Th} + 50} \right] = \frac{V_{Th}}{2}$$

Bu denklemler birleştirilerek zayıflama oranı V_{out}/V_s elde edilir:

$$\frac{V_{out}}{V_s} = \left[\frac{V_{out}}{V_{Th}} \right] \left[\frac{V_{Th}}{V_s} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{R_1}{R_1 + R_2 + 50} \right] = \frac{1}{10}$$

Bu zayıflama oranı bağıntısı, Thevenin eşdeğer direnç denklemi ile birlikte R_1 ve R_2 bilinmeyenlerini hesaplamak için ihtiyaç duyduğumuz iki denklemidir. Bu denklemler çözüldükten sonra $R_1 = 20.83\ \Omega$ ve $R_2 = 33.33\ \Omega$ elde edilir. Dirençlerin gerçek değerleri hesaplanan değerlere ne kadar yakın olursa, zayıflama oranı da hedeflenene o kadar yakın olur.

Direnç değerleri böyle küçük olduğunda, V_s arttıkça güç kaybı da önemli değerlere ulaşabilir. Örneğin, eğer $V_s = 10\text{ V}$, $V_{out} = 1\text{ V}$ ise giriş kaynağına bağlı R_2 direncinde harcanan güç 333 mW olur. Bu direncin sıcaklığını kabul edilebilir seviyede tutabilmek için bu direncin anma gücü (dayanabileceği güç değeri-rating) en az 0.5 W olmalıdır.

Giriş çıkış ilişkisi aşağıdaki eşitlikle tanımlanabilecek bir devre tasarlayalım:

$$V_o = -3V_s - 2000I_s$$

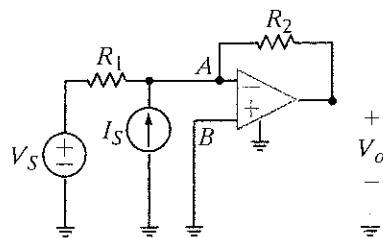
Bu denklem bize biri gerilim kaynağından, diğer de akım kaynağından gelen iki terimi toplamamız gerektiğini söylemektedir. Terimler negatif işaretlere sahip olduğu için bir evirici işlevsel yükselteç kullanımını yararlı olacaktır. Dolayısıyla, bu uygulama için olası bir devre Şekil 5.28'de gösterildiği gibi olacaktır.

TASARIM ÖRNEĞİ 5.22

CÖZÜM

Şekil 5.28

Örnek 5.25'te kullanılan devre.

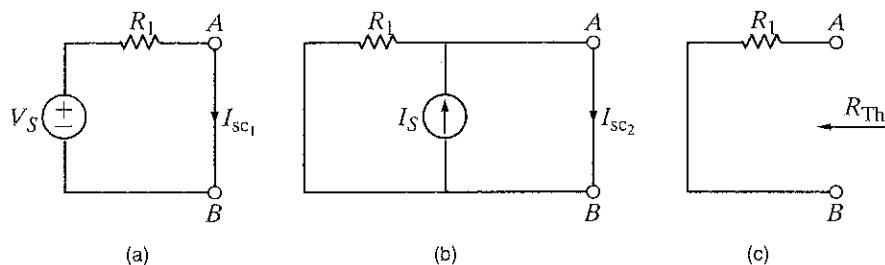


A-B uçları arasındaki kaynaklara doğru bakıldığından görülen Norton eşdeğeri işlemsel yükselecin girişindeki durumu daha güzel ortaya koyacaktır. Analizi basitleştirmek için Norton eşdeğeri ile birlikte süperpozisyondan da yararlanılabilir. Şekil 5.29a'daki devre kısa devre akımına V_S 'nın katkısını hesaplamak için kullanılabilir.

$$I_{sc_1} = \frac{V_S}{R_1}$$

Şekil 5.29

Bir Norton eşdeğeri devresi türetmek için kullanılan devreler.



Benzer bir şekilde Şekil 5.29b'deki devre ile de I_S 'nın kısa devre akımına katkısını bulabiliriz.

$$I_{sc_2} = I_S$$

Bu iki akımın toplamı gerçek kısa devre akımını verir.

$$I_{sc} = \frac{V_S}{R_1} + I_S$$

A-B uçları arasındaki Thevenin eşdeğeri direnci Şekil 5.29c'deki devreden hesaplanabilir.

$$R_{Th} = R_1$$

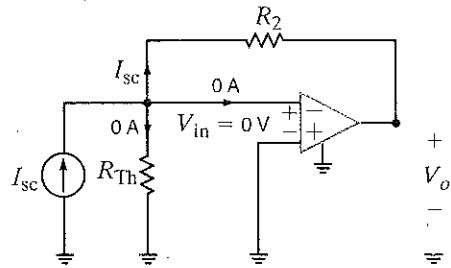
Şekil 5.30'da, ideal işlemsel yükselteç koşullarının (yani, $V_{in} = 0$) uygulandığı ve işlemsel yükselteç uçlarından giren akımın sıfır olduğu eşdeğeri devre şimdilik tekrar çizilmiştir. V_{in} , R_{Th} 'nın uçları arasında uygulanan gerilim olduğundan bu dirençten akan akım da sıfır olacaktır. Dolayısıyla I_{sc} akımının tümü R_2 üzerinden akar. Bu durumda çıkış gerilimi

$$V_o = -R_2 \left[\frac{V_S}{R_1} + I_S \right] = -\frac{R_2}{R_1} V_S - I_S R_2$$

olar. Bu denklem ile tasarım gereksinimini karşılaştırırsak

$$\frac{R_2}{R_1} = 3 \text{ ve } R_2 = 2000 \Omega$$

elde edilir. Bu da, $R_1 = 667 \Omega$ sonucunu verir. Bu direnç değerini elde etmek için $1 \text{ k}\Omega$ ve $2 \text{ k}\Omega$ 'lu iki direnç paralel olarak bağlanabilir.



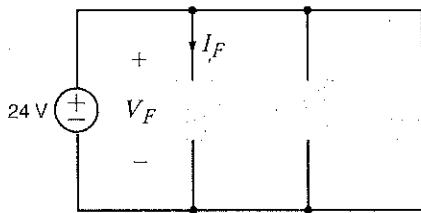
Şekil 5.30

Norton eşdeğerini içeren, tasarlantı istenen devre.

Elektronik devreleri soğutmak için genellikle fanlara ihtiyaç duyulur. Bunlar, boyut açısından, güç gereksinimi açısından, giriş gerilimi açısından ve hava akış değeri açısından farklılıklar gösterirler. Özel bir uygulamada, üç fan Şekil 5.31'de gösterdiği gibi bir 24V kaynağına paralel bağlanmıştır. Bu konfigürasyon için bazı testler yapılmış ve hava akışı, fan akımı ve giriş gerilimi arasında aşağıdaki ilişkilerin olduğu bulunmuştur:

$$F = 10^5 I_F \quad V_F = 100 I_F$$

Burada F cm^3/s cinsinden hava akışını, V_F volt cinsinden fan gerilimini, I_F amper cinsinden fan akımını göstermektedir. Fan akımının fan hızı ile, bunun da hava akışı ile orantılı olduğuna dikkat ediniz. Yüksek doğruluğun çok kritik olmadığı uygulamalarda akım algılamanın yaygın ve ucuz bir yolu küçük değerli bir direnç üzerinden geçirmektir. Bu direncin gerilimi ölçülecek akım da ölçülmüş olur. Dolayısıyla, fan akımlarını izlemek için birer tane küçük direnç fanlara seri bağlı bağlanabilir.



TASARIM ÖRNEĞİ 5.23

Şekil 5.31

Üçlü bir 24-V fan grubu.

Bu üçlü fan sisteme hava akışını ölçeceğimiz bir devre tasarlamak istiyoruz. Özel olarak şunların yapılmasını istiyoruz:

- Her fana seri olarak yerleştirilen bir algılama direnciyle akımı izlemek. Bu direncin gerilim düşümü, 24-V fan geriliminin anma değerinin % 2'si, toleransı % 1 olsun. Bunun için Digikey Şirketinin web sitesinden (www.digikey.com) yararlanılabilir.
- Cıktı geriliminin toplam hava akışı ile orantılı olduğu bir işlemsel yükselteç devresi tasarlamak. Bu devrenin çıkışında 1 V'un $23600 \text{ cm}^3/\text{s}$ 'lik akışa karşılık gelmesini istiyoruz.

Fanın gerilim-akım ilişkisi her fanın 100Ω dirence sahip olduğunu göstermektedir. Algılama direnci üzerindeki gerilim düşümü 24 V'un % 2'si kadar, yani 0.48 V olmalıdır. O hâlde Şekil 5.32'den fan akımı

$$I_F = \frac{24 - 0.48}{100} = 235.2 \text{ mA}$$

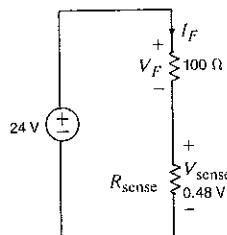
olacaktır. Buradan algılama direncinin değeri bulunabilir.

$$R_{\text{sense}} = \frac{0.48}{0.2352} = 2.04 \Omega$$

ÇÖZÜM

Şekil 5.32

Bir fan ve bunun algılama direnci.



Bu elemanda harcanan güç sadece

$$P_{\text{sense}} = I_F^2 \cdot R_{\text{sense}} = 0.11 \text{ W}$$

olur. Dolayısıyla çeyrek watt tüketim kapasiteli ($1/4 \text{ W}$) bir direnç kullanılabilir. 2.04Ω 'a en yakın standart direnç değeri 2Ω olduğundan bu direnci seçelim.

İşlemsel yükselteç üç fanın hava akışı değerlerini toplayabilmeli ve sonucu 1 V , $23600 \text{ cm}^3/\text{s}$ ye karşı gelecek şekilde ölçekleyebilmelidir. Bu durumda bir toplayıcı işlemsel yükselteç devresi mantıklı bir seçim olarak gözükmemektedir. Dolayısıyla Şekil 5.33'te gösterilen devreyi kullanabiliriz. Bu devrenin ikinci aşamasının işlevi toplayıcı çıkışından kaynaklanan negatif işaretin düzeltmektir. Toplayıcının kazancını belirtmek için, algılama dirençlerindeki volt/ m^3/s değerini hesaplamamız gereklidir. Bir tek fan için hava akışı aşağıdaki gibi olur:

$$F = 10^5 \quad I_F = 10^5 \frac{24}{102} = 23529.4 \text{ cm}^3/\text{s}$$

Dolayısıyla $1 \text{ cm}^3/\text{s}$ hava akışına karşı oluşan gerilim

$$\mu\text{V}/\text{cm}^3/\text{s}$$

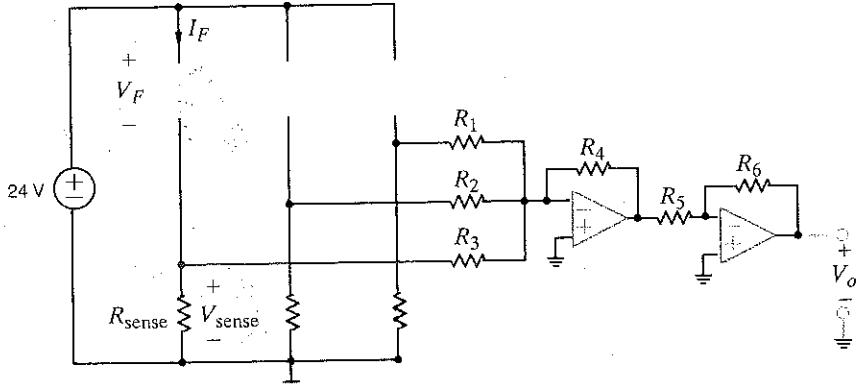
olarak bulunur. O halde toplayıcı işlemsel yükseltecin kazancı aşağıdaki gibi olmalıdır:

$$\frac{V_o}{V_{\text{sense}}} = \frac{1 \text{ V}}{\frac{23600 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{20.4 \frac{\mu\text{V}}{\text{cm}^3/\text{s}}}} = 2.08 \frac{\text{V}}{\text{V}}$$

Bu $2'$ ye yakın bir kazançtır. Bu nedenle oranı 2 olan dirençler kullanmak uygun düşecektir. Bu noktada bir ek değerlendirmeye daha yapılmalıdır. Toplayıcı girişindeki dirençler algılama dirençleri ile esasında paralel bağlanmıştır. Bu dirençler küçük seçilirse, fan akımının bir bölümü bu dirençlerden akar ve dolayısıyla akım algılama hatalı olur. Bunun önüne geçmek için işlemsel yükselteç dirençleri oldukça yüksek seçilir. $R_1 = R_2 = R_3 = 100 \text{ k}\Omega$ uygun bir seçimdir. Dolayısıyla $R_4 = 200 \text{ k}\Omega$ seçilmelidir.

Şekil 5.33

Hava akışı ölçüm sistemi.



Son olarak R_5 ve R_6 eşit olmak koşuluyla rastgele seçilebilirler. Eğer $100 \text{ k}\Omega$ değerli bir seçim yaparsak o zaman tüm işlemsel yükselteç devresinde sadece iki farklı direnç değerine gerek duyulur.

ÖZET

N düşüme sahip devre için düğüm analizi

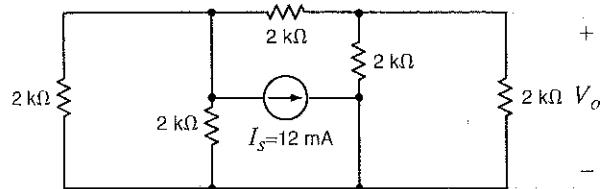
- Doğrusallık: Bu özellik hem toplanırlık hem de homojenlik özelliklerinin bulunmasını gerektirir. Bu özelliği kullanarak devrenin herhangi bir yerindeki akım veya gerilimi belirlemek için önce o değişkenin değeri için bir varsayımda bulunur, sonra da bu değeri üretebilmek için kaynak değerinin ne olması gerektiği hesaplanır. Bulunan kaynak değeri ile gerçek kaynak değeri arasındaki oran, varsayılan akım veya gerilimle gerçek değer arasındaki orana eşittir. Bu ilişkiden yararlanılarak akım veya gerilimin gerçek değeri bulunabilir.
- Cok sayıda bağımsız kaynak barındıran doğrusal bir devrede herhangi bir noktadaki akım veya gerilim süperpozisyon ilkesi yardımıyla kolayca hesaplanabilir. Bunun için, her bir kaynağın devrede tek başına çalışırken o noktada oluşturabildikleri akım veya gerilimler cebirsel olarak (işaretleri ile birlikte) toplanır.
- Süperpozisyon doğrusal bir özellikle ve güç gibi doğrusal olmayan fonksiyonlara uygulanmaz.
- Thevenin teoremini kullanarak iki uç arasından bakılan bir devreyi veya devre parçasını, bir direnç (R_{Th}) ve ona seri

bağlı bir gerilim kaynağından (V_{oc}) oluşan eşdeğer bir devre ile değiştirebiliriz. V_{oc} iki uç açık devre edildiğinde elde edilen gerilim, R_{Th} de devrenin içindeki tüm bağımsız kaynaklar sıfırlanarak uçlardan içeri bakıldığından elde edilen Thevenin eşdeğer direncidir.

- Norton teoremini kullanarak iki uç arasından bakılan bir devreyi veya devre parçasını, bir direnç (R_{Th}) ve ona paralel bağlı bir akım kaynağından (I_{sc}) oluşan eşdeğer bir devre ile değiştirebiliriz. I_{sc} iki uç kısa devre edildiğinde uçlardan akan akım, R_{Th} de devrenin Thevenin eşdeğer direncidir.
- Kaynak dönüştürülmüş, bir R direnci ile ona seri bağlı bir V gerilimi kaynağı, R direnci ve ona paralel bir $I = V/R$ akım kaynağı ile değiştirmemize olanak sağlar. Bunun tersi de doğrudur. Bu aynı zamanda Thevenin ve Norton eşdeğer devreleri arasındaki dönüşüm ilişkisidir.
- Bir devrede yüze maksimum miktarda güç aktarabilmek için R_L yükü, yük uçlarından devre içine bakıldığından elde edilen R_{Th} 'ye eşit seçilmelidir.

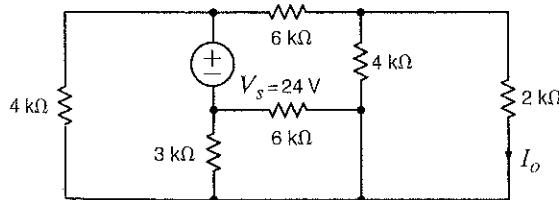
PROBLEMLER

- 5.1 Şekil P5.1'deki devrede $V_o = 1$ V varsayıarak ve doğrusallık özelliğini kullanarak V_o geriliminin gerçek değerini bulunuz.



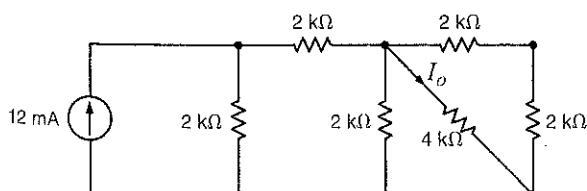
Şekil P5.1

- 5.2 Şekil P5.2'deki devrede $I_o = 1$ mA varsayıarak ve doğrusallık özelliğini kullanarak I_o akımının gerçek değerini bulunuz.



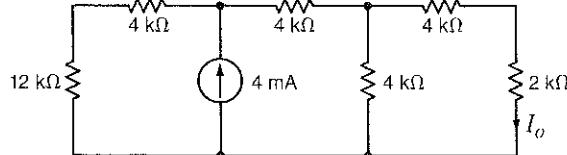
Şekil P5.2

- 5.3 Şekil P5.3'teki devrede $I_o = 1$ mA varsayıarak ve doğrusallık özelliğini kullanarak I_o akımının gerçek değerini bulunuz.



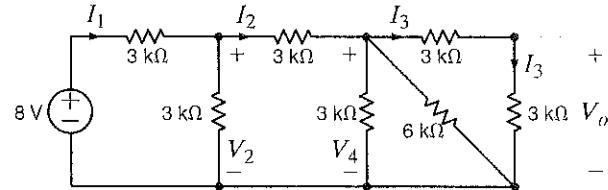
Şekil P5.3

- 5.4 Şekil P5.4'teki devrede $I_o = 1$ mA varsayıarak ve doğrusallık özelliğini kullanarak I_o akımının gerçek değerini bulunuz.



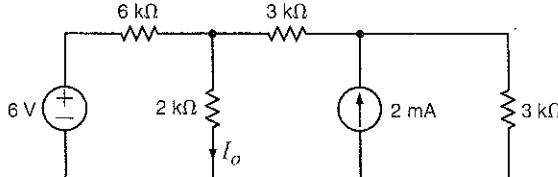
Şekil P5.4

- 5.5 Şekil P5.5'teki devrede $V_o = 1$ V varsayıarak ve doğrusallık özelliğini kullanarak V_o geriliminin gerçek değerini bulunuz.



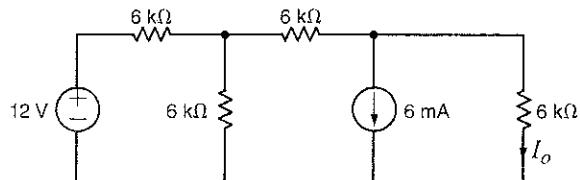
Şekil P5.5

- 5.6 Şekil P5.6'daki devrede I_o akımını süperpozisyon teknigi ni kullanarak bulunuz.



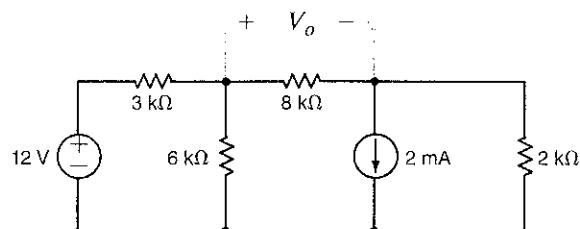
Şekil P5.6

5.7 Şekil P5.7'deki devrede I_o akımını süperpozisyon kullanarak bulunuz.



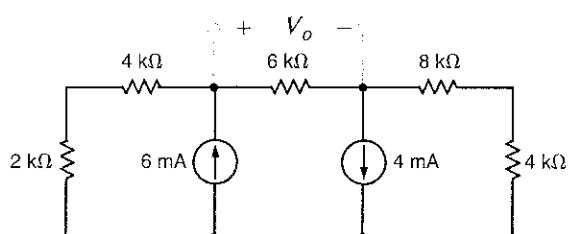
Şekil P5.7

5.8 Şekil P5.8'deki devrede V_o gerilimini süperpozisyon kullanarak bulunuz.



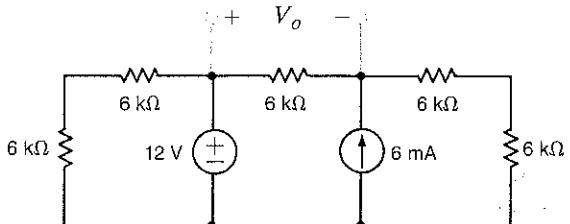
Şekil P5.8

5.9 Şekil P5.9'daki devrede V_o gerilimini süperpozisyon kullanarak bulunuz.



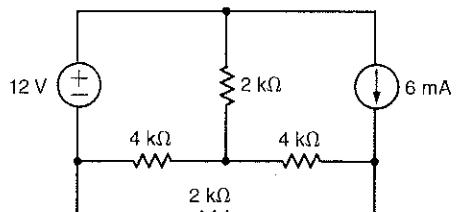
Şekil P5.9

5.10 Şekil P5.10'daki devrede V_o gerilimini süperpozisyon kullanarak bulunuz.



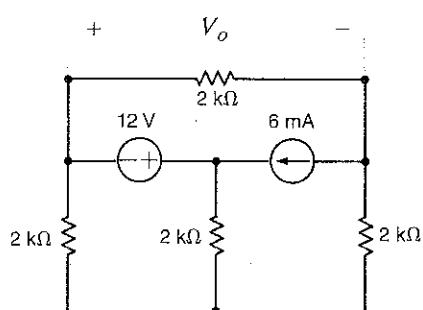
Şekil P5.10

5.11 Şekil P5.11'deki devrede I_o akımını süperpozisyon kullanarak bulunuz.



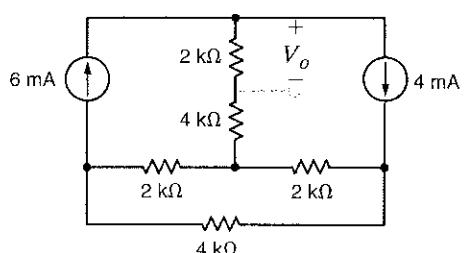
Şekil P5.11

5.12 Şekil P5.12'deki devrede V_o gerilimini süperpozisyon kullanarak bulunuz.



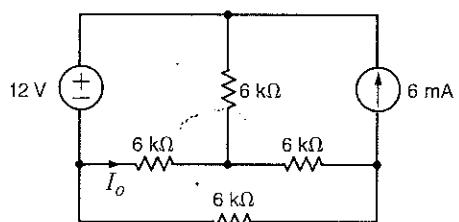
Şekil P5.12

5.13 Şekil P5.13'teki devrede V_o gerilimini süperpozisyon kullanarak bulunuz.



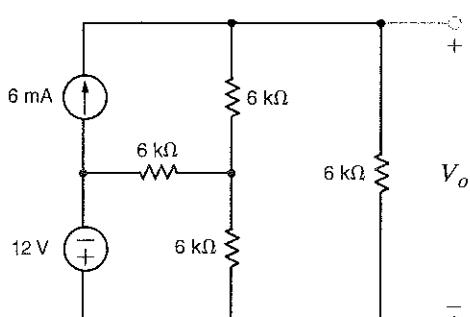
Şekil P5.13

5.14 Şekil P5.14'teki devrede I_o akımını süperpozisyon kullanarak bulunuz.



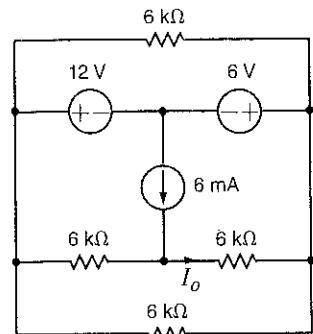
Şekil P5.14

5.15 Şekil P5.15'teki devrede V_o gerilimini süperpozisyon kullanarak bulunuz.



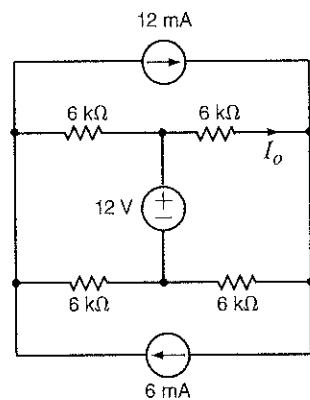
Şekil P5.15

- 5.16** Şekil P5.16'daki devrede I_o akımını süperpozisyon kullanarak bulunuz.



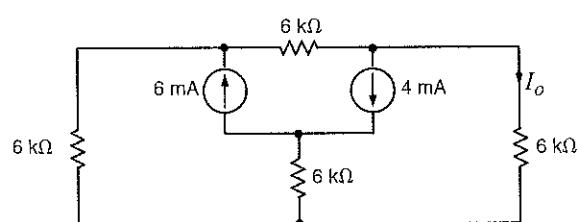
Şekil P5.16

- 5.17** Şekil P5.17'deki devrede I_o akımını süperpozisyon kullanarak bulunuz.



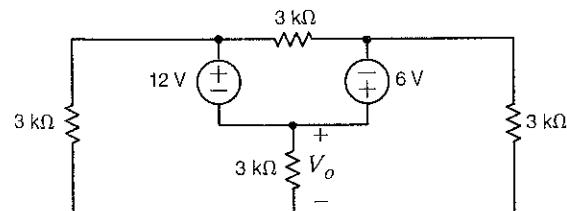
Şekil P5.17

- 5.18** Şekil P5.18'deki devrede I_o akımını süperpozisyon kullanarak bulunuz.



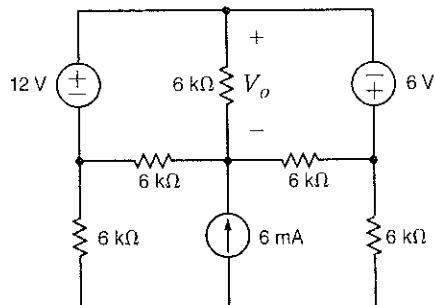
Şekil P5.18

- 5.19** Şekil P5.19'daki devrede V_o gerilimini süperpozisyon kullanarak bulunuz.



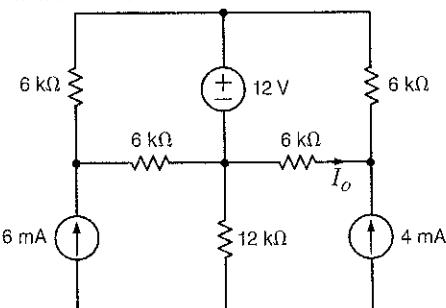
Şekil P5.19

- 5.20** Şekil P5.20'deki devrede V_o gerilimini süperpozisyon kullanarak bulunuz.



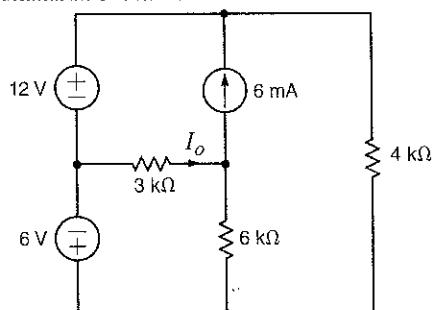
Şekil P5.20

- 5.21** Şekil P5.21'deki devrede I_o akımını süperpozisyon kullanarak bulunuz.



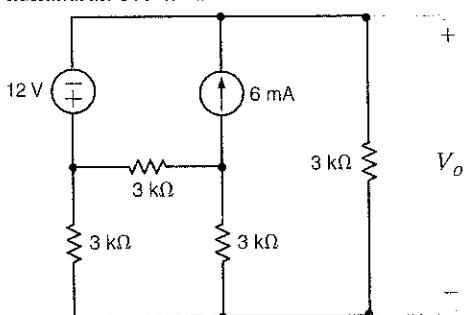
Şekil P5.21

- 5.22** Şekil P5.22'deki devrede I_o akımını süperpozisyon kullanarak bulunuz.



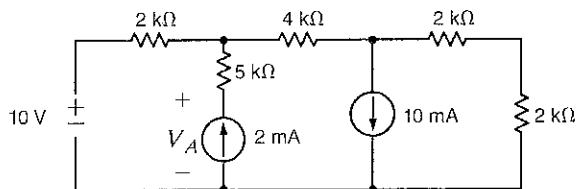
Şekil P5.22

- 5.23** Şekil P5.23'teki devrede V_o gerilimini süperpozisyon kullanarak bulunuz.



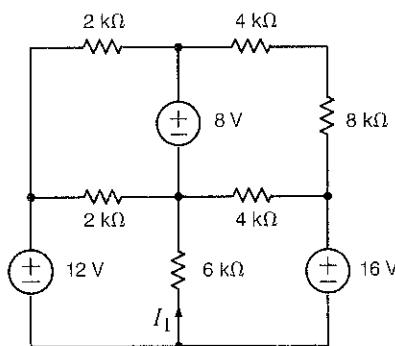
Şekil P5.23

- 5.24** Şekil P5.24'te V_A gerilimini süperpozisyon kullanarak bulunuz.



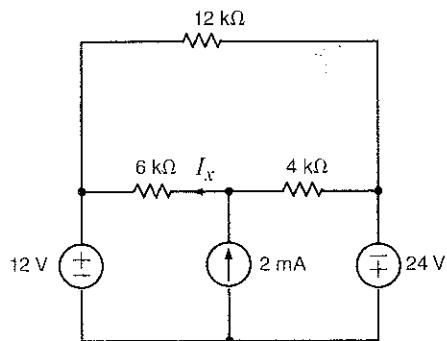
Şekil P5.24

- 5.25** Şekil P5.25'te I_1 akımını süperpozisyon kullanarak bulunuz.



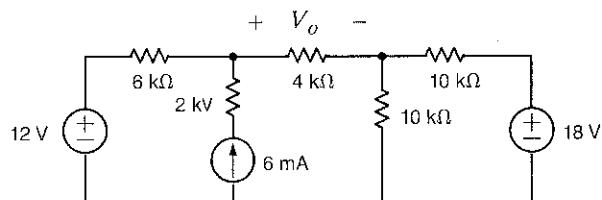
Şekil P5.25

- 5.26** Şekil P5.26'da I_X akımını süperpozisyon kullanarak hesaplayınız.



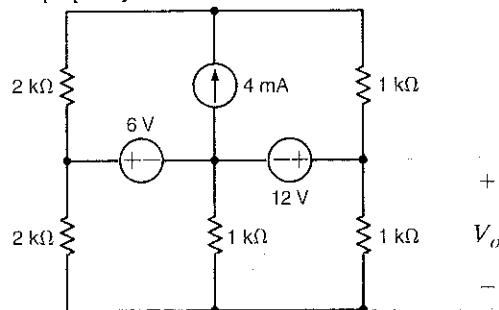
Şekil P5.26

- 5.27** Şekil P5.27'de V_o gerilimini süperpozisyon kullanarak hesaplayınız.



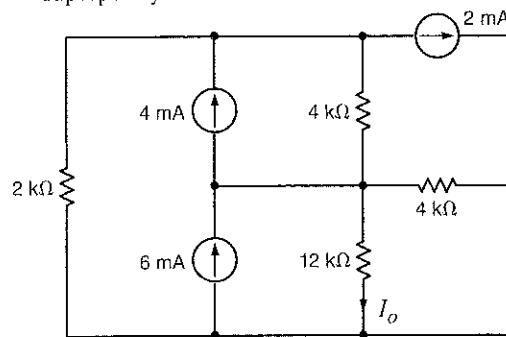
Şekil P5.27

- 5.28** Şekil P5.28'deki devrede V_o gerilimini bulmak için süperpozisyon kullanınız.



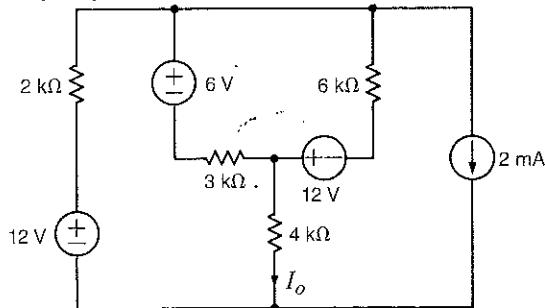
Şekil P5.28

- 5.29** Şekil P5.29'daki devrede I_o akımını bulmak için süperpozisyon kullanınız.



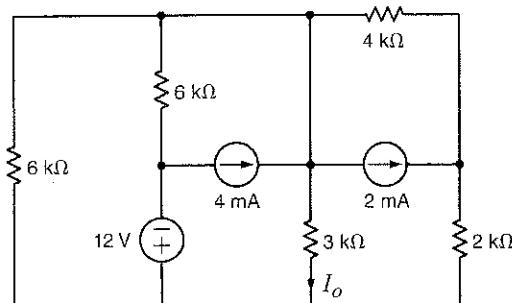
Şekil P5.29

- 5.30** Şekil P5.30'daki devrede I_o akımını bulmak için süperpozisyon kullanınız.



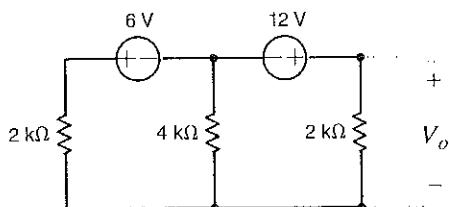
Şekil P5.30

- 5.31** Şekil P5.31'de I_o akımını bulmak için süperpozisyon kullanınız.



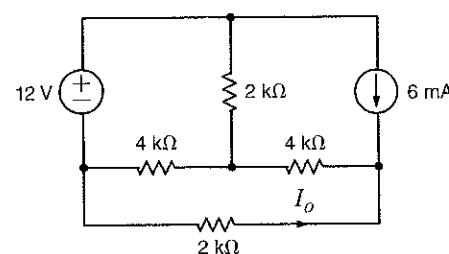
Şekil P5.31

- 5.32 Şekil P5.32'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



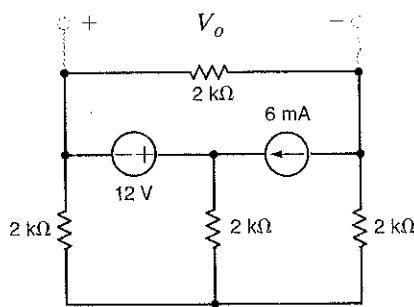
Şekil P5.32

- 5.33 Şekil P5.33'teki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



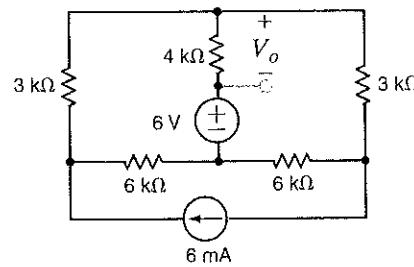
Şekil P5.33

- 5.34 Şekil P5.34'teki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



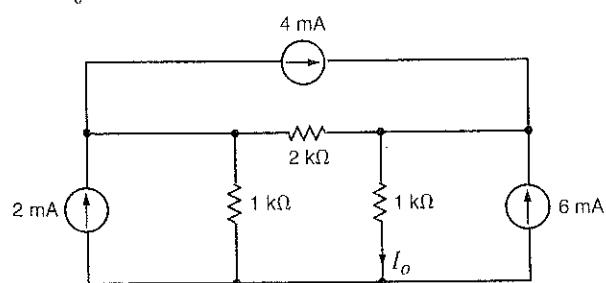
Şekil P5.34

- 5.35 Şekil P5.35'teki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



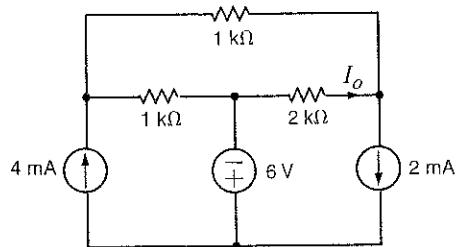
Şekil P5.35

- 5.36 Şekil P5.36'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



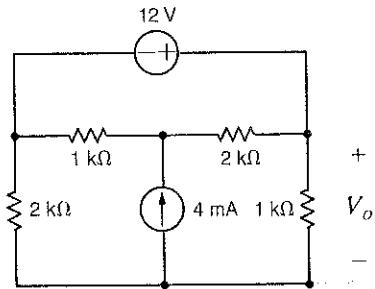
Şekil P5.36

- 5.37 Şekil P5.37'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



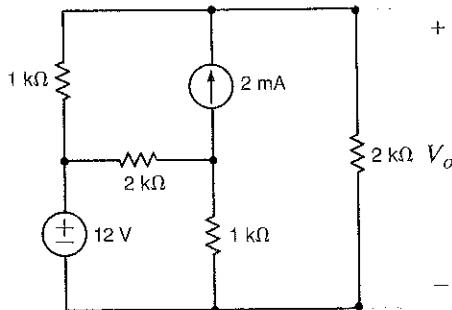
Şekil P5.37

- 5.38 Şekil P5.38'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



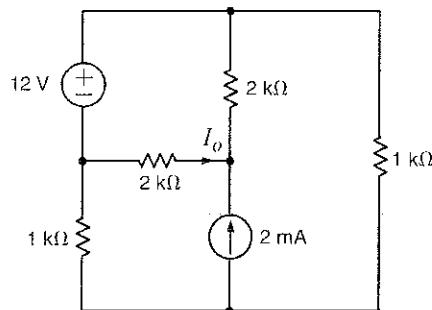
Şekil P5.38

- 5.39 Şekil P5.39'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o 'yı bulunuz.



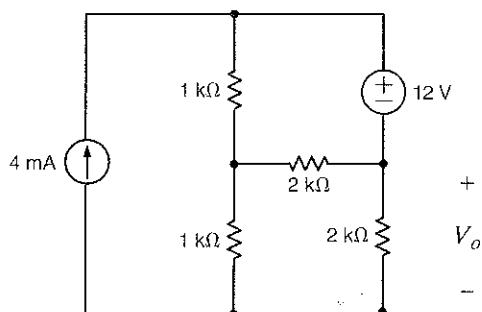
Şekil P5.39

- 5.40** Şekil P5.40'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



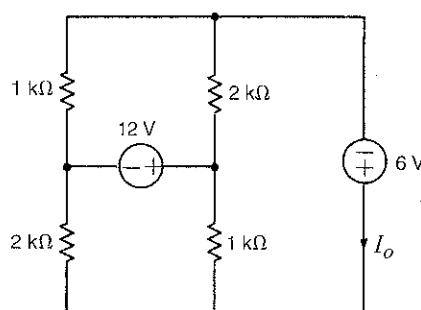
Şekil P5.40

- 5.41** Şekil P5.41'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



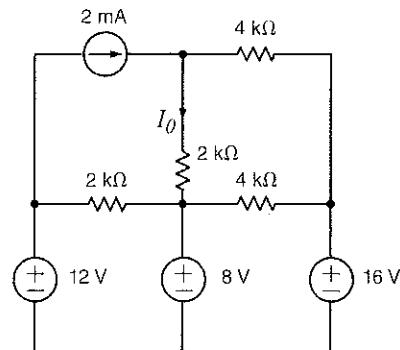
Şekil P5.41

- 5.42** Şekil P5.42'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



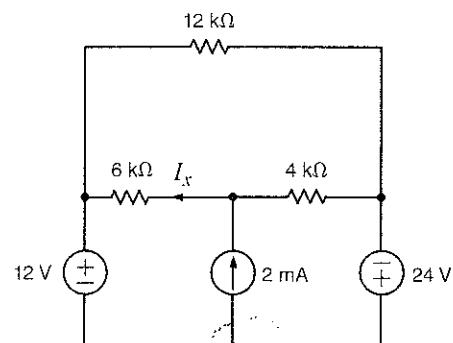
Şekil P5.42

- 5.43** Şekil P5.43'te Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



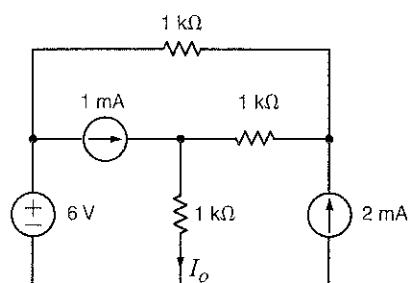
Şekil P5.43

- 5.44** Şekil P5.44'te Thevenin teoremini kullanarak I_x akımını hesaplayınız.



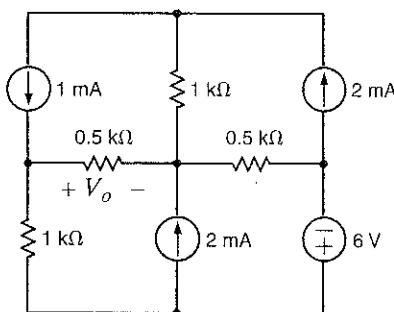
Şekil P5.44

- 5.45** Şekil P5.45'teki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



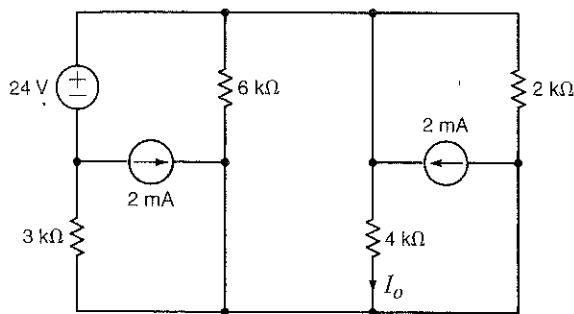
Şekil P5.45

- 5.46** Şekil P5.46'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



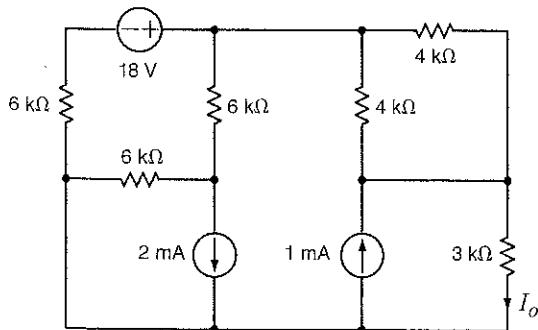
Şekil P5.46

- 5.47** Şekil P5.47'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



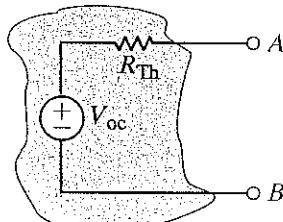
Şekil P5.47

- 5.48** Şekil P5.48'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



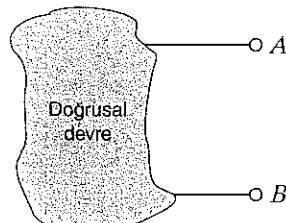
Şekil P5.48

- 5.49** Şekil P5.49'da verilen doğrusal devrede A-B uçları arası 2 kΩ'luk yük bağlandığında yük akımı 10 mA, 10 kΩ'luk bir yük bağlanırsa 6 mA olmaktadır. Yük 20 kΩ olursa akım ne kadar olur?



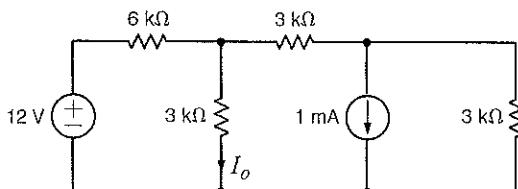
Şekil P5.49

- 5.50** Şekil P5.50'deki devrenin uçları arası 8 kΩ'luk bir yük bağlanırsa $V_{AB} = 16\Omega$, 2 kΩ'luk bir yük bağlanırsa $V_{AB} = 8\Omega$ olmaktadır. Eğer uçların arası 20 kΩ'luk bir yük bağlanırsa V_{AB} ne olur?



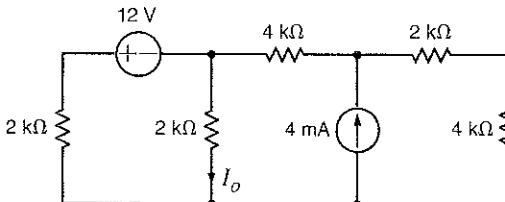
Şekil P5.50

- 5.51** Şekil P5.51'deki devrede Norton teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



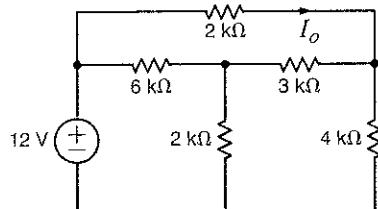
Şekil P5.51

- 5.52** Şekil P5.52'teki devrede Norton teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



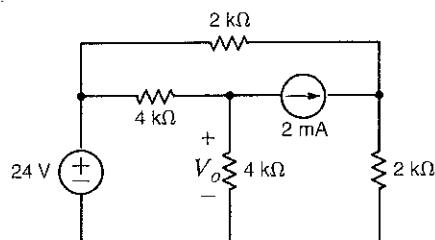
Şekil P5.52

- 5.53 Şekil P5.53'teki devrede Norton teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



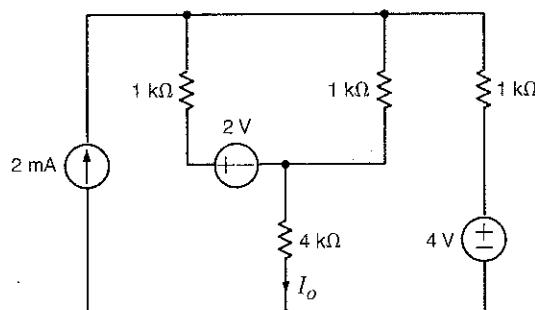
Şekil P5.53

- 5.54 Şekil P5.54'teki devrede Norton teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



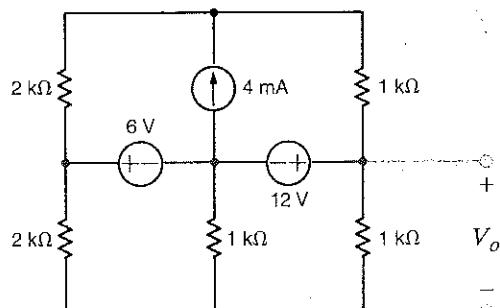
Şekil P5.54

- 5.55 Şekil P5.55'teki devrede Norton teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



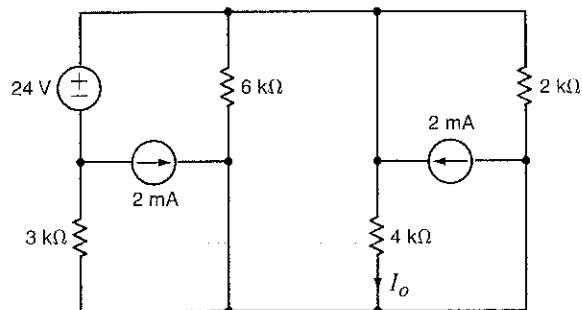
Şekil P5.55

- 5.56 Şekil P5.56'daki devrede Norton teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



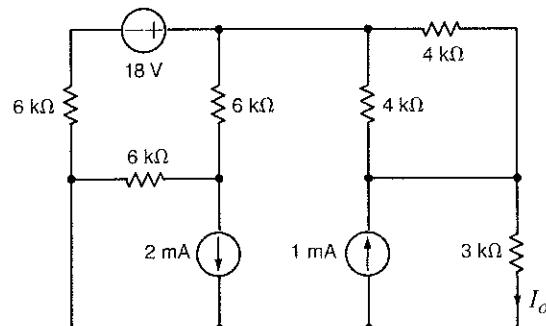
Şekil P5.56

- 5.57 Şekil P5.57'deki devrede Norton teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



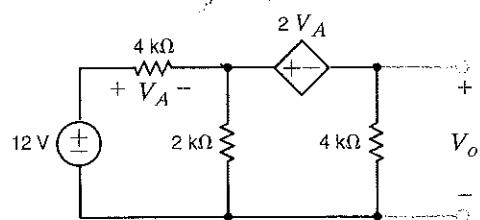
Şekil P5.57

- 5.58 Şekil P5.58'deki devrede Norton teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



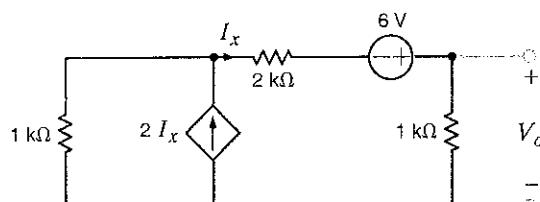
Şekil P5.58

- 5.59 Şekil P5.59'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



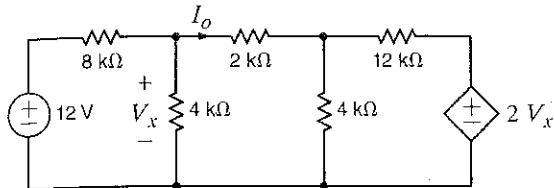
Şekil P5.59

- 5.60 Şekil P5.60'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



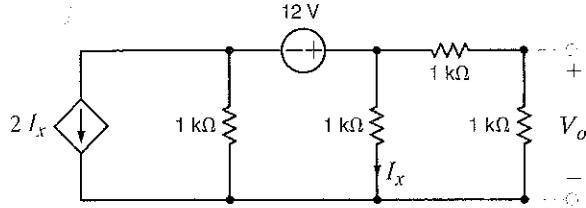
Şekil P5.60

- 5.61 Şekil P5.61'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



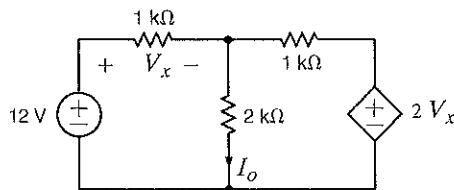
Şekil P5.61

- 5.62 Şekil P5.62'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



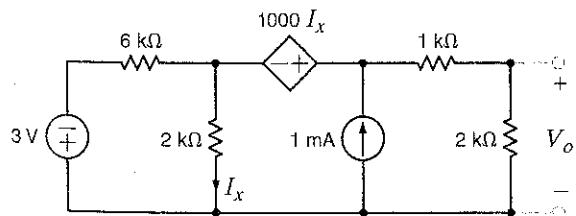
Şekil P5.62

- 5.63 Şekil P5.63'teki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



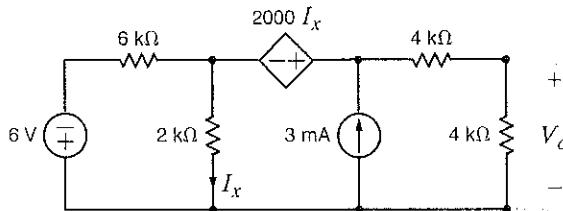
Şekil P5.63

- 5.64 Şekil P5.64'teki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



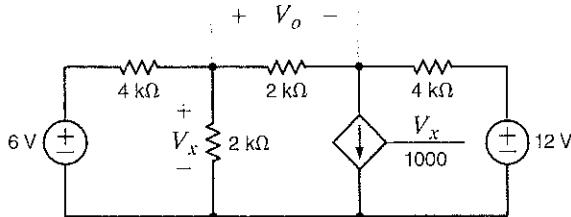
Şekil P5.64

- 5.65 Şekil P5.65'teki devrede Norton teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



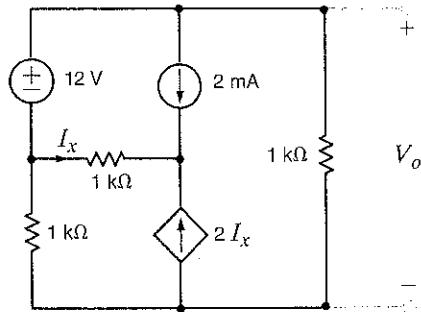
Şekil P5.65

- 5.66 Şekil P5.66'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



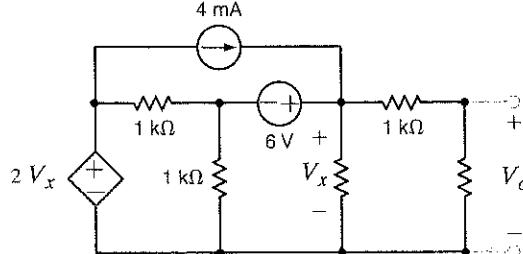
Şekil P5.66

- 5.67 Şekil P5.67'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



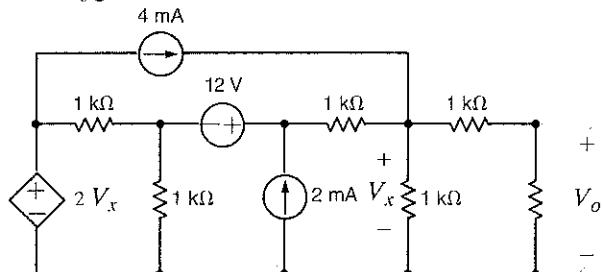
Şekil P5.67

- 5.68 Şekil P5.68'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



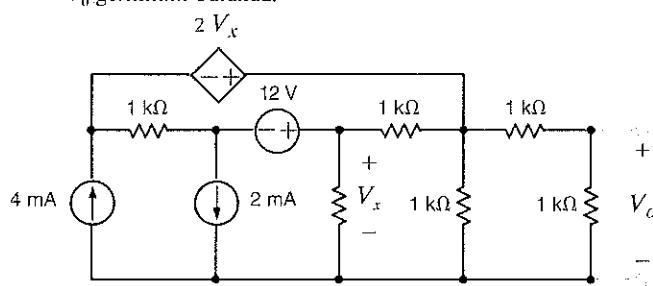
Şekil P5.68

5.69 Şekil P5.69'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



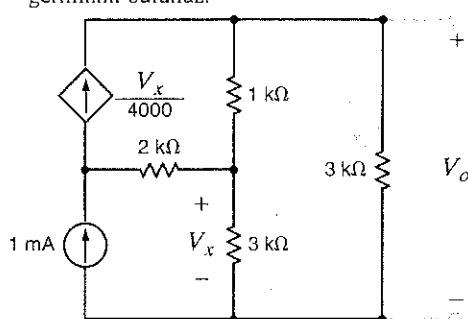
Şekil P5.69

5.70 Şekil P5.70'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



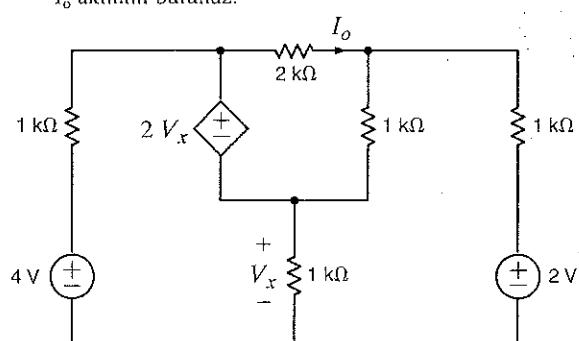
Şekil P5.70

5.71 Şekil P5.71'deki devrede Norton teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



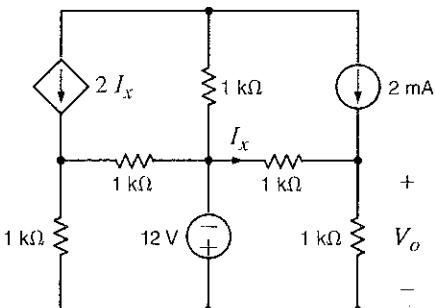
Şekil P5.71

5.72 Şekil P5.72'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



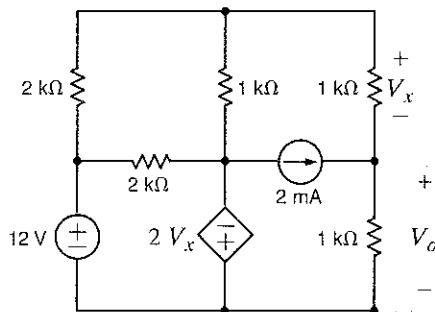
Şekil P5.72

5.73 Şekil P5.73'teki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



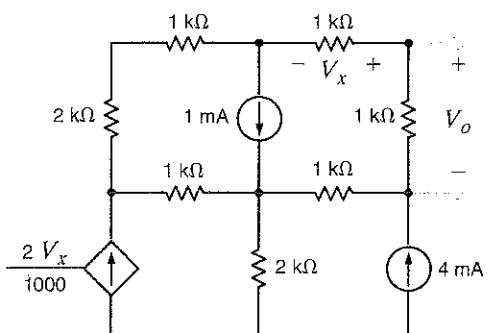
Şekil P5.73

5.74 Şekil P5.74'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



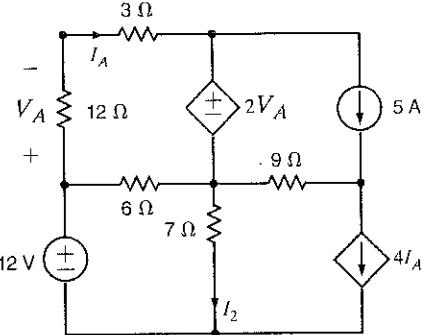
Şekil P5.74

5.75 Şekil P5.75'teki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



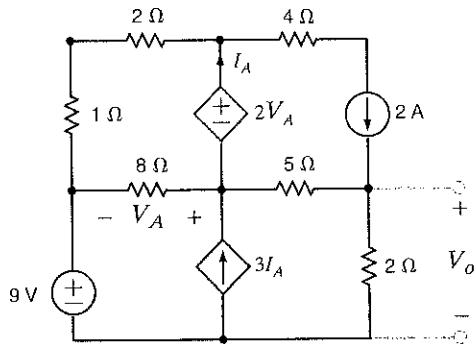
Şekil P5.75

- 5.76 Şekil P5.76'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_2 akımını bulunuz.



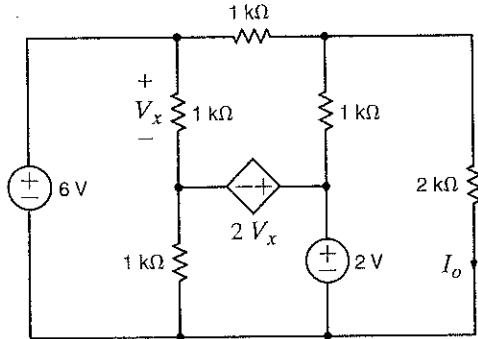
Şekil P5.76

- 5.77 Şekil P5.77'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



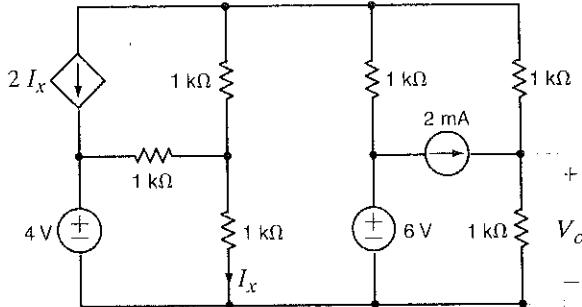
Şekil P5.77

- 5.78 Şekil P5.78'deki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



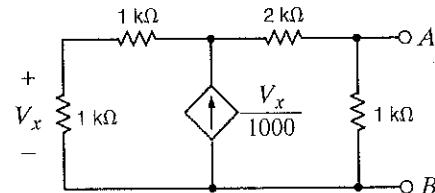
Şekil P5.78

- 5.79 Şekil P5.79'daki devrede Thevenin teoremini kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



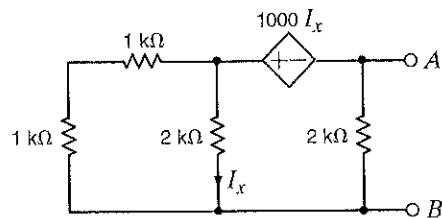
Şekil P5.79

- 5.80 Şekil P5.80'deki devrenin A-B uçları arasından görülen Thevenin eşdeğerini bulunuz.



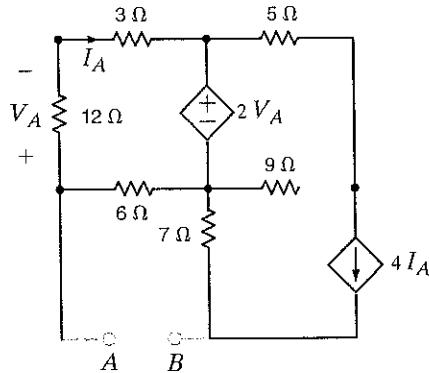
Şekil P5.80

- 5.81 Şekil P5.81'deki devrenin A-B uçları arasından görülen Thevenin eşdeğerini bulunuz.



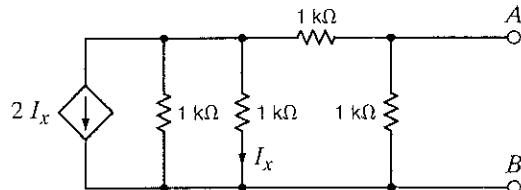
Şekil P5.81

- 5.82 Şekil P5.82'deki devrenin A-B uçları arasından görülen Thevenin eşdeğerini bulunuz.



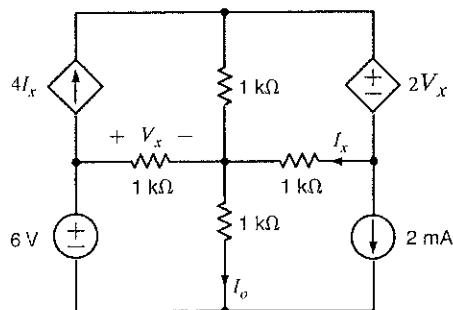
Şekil P5.82

- 5.83** Şekil P5.83'teki devrenin A-B uçları arasından görülen Thevenin eşdeğerini bulunuz.



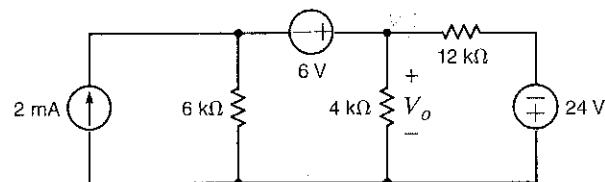
Şekil P5.83

- 5.84** Şekil P5.84'teki devrede Thevenin teoremini kullanarak I_o akımını bulunuz.



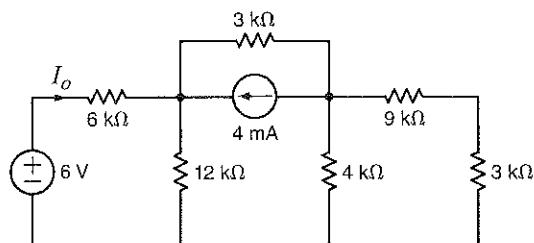
Şekil P5.84

- 5.85** Şekil P5.85'teki devrede kaynak dönüştümünü kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



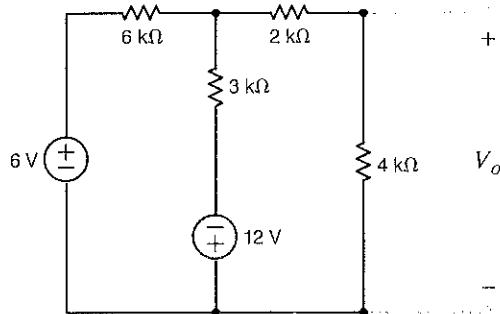
Şekil P5.85

- 5.86** Şekil P5.86'daki devrede kaynak dönüştümünü kullanarak I_o akımını bulunuz.



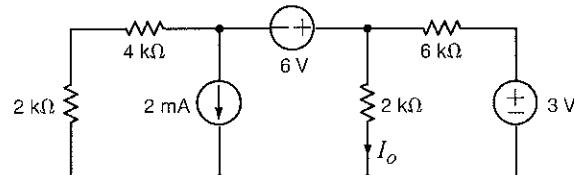
Şekil P5.86

- 5.87** Şekil P5.87'deki devrede kaynak dönüştümünü kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



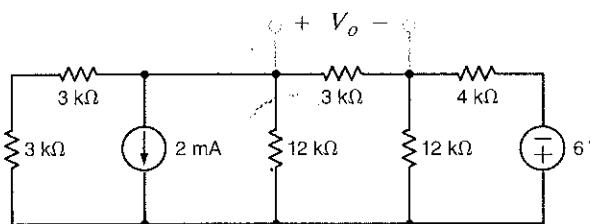
Şekil P5.87

- 5.88** Şekil P5.88'deki devrede kaynak dönüştümünü kullanarak I_o akımını bulunuz



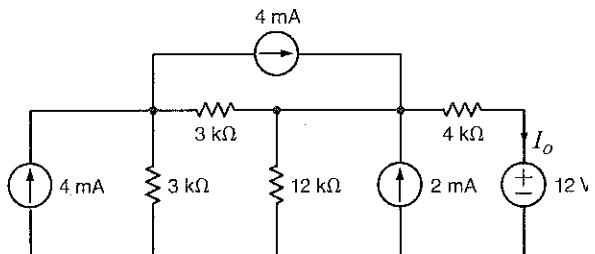
Şekil P5.88

- 5.89** Şekil P5.89'daki devrede kaynak dönüştümünü kullanarak V_o gerilimini bulunuz



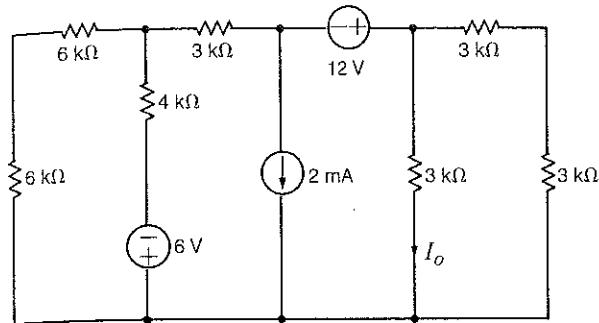
Şekil P5.89

- 5.90** Şekil P5.90'daki devrede kaynak dönüştümünü kullanarak I_o akımını bulunuz.



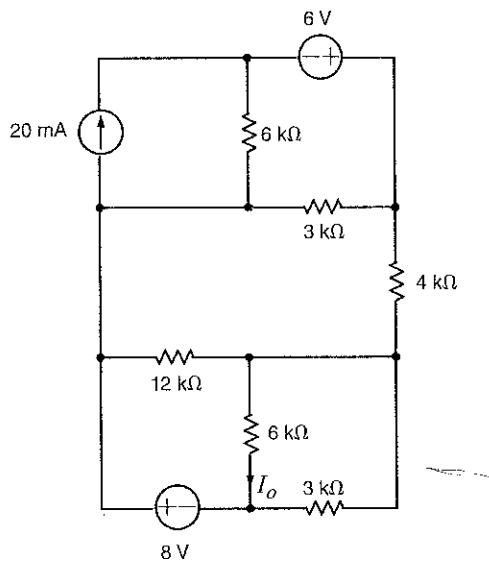
Şekil P5.90

5.91 Şekil P5.91'deki devrede kaynak dönüşümünü kullanarak I_o akımını bulunuz.



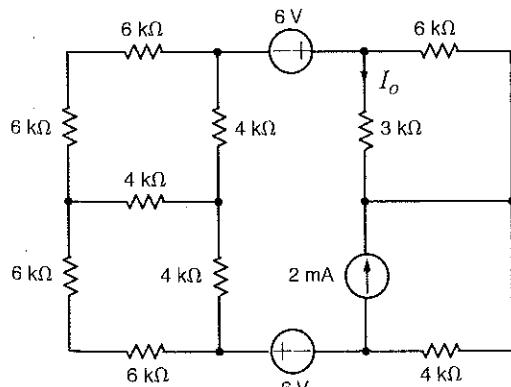
Şekil P5.91

5.92 Şekil P5.92'deki devrede kaynak dönüşümünü kullanarak I_o akımını bulunuz.



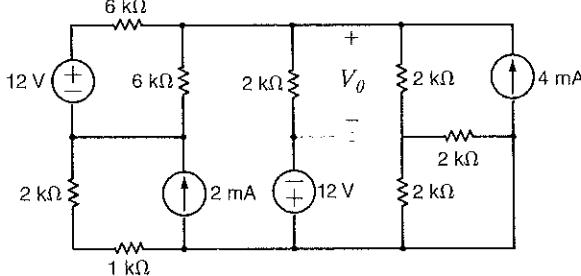
Şekil P5.92

5.93 Şekil P5.93'teki devrede bir Y-Δ ve kaynak dönüşümleri kullanarak I_o akımını bulunuz.



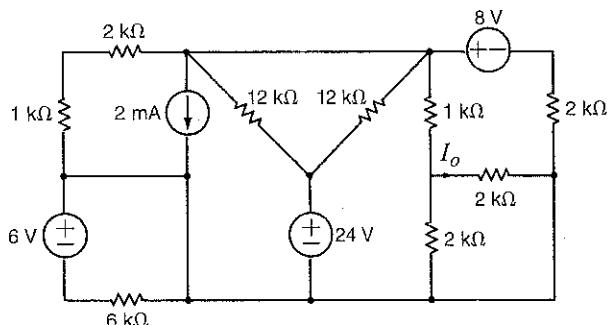
Şekil P5.93

5.94 Şekil P5.94'teki devrede kaynak dönüşümü kullanarak V_o gerilimini bulunuz.



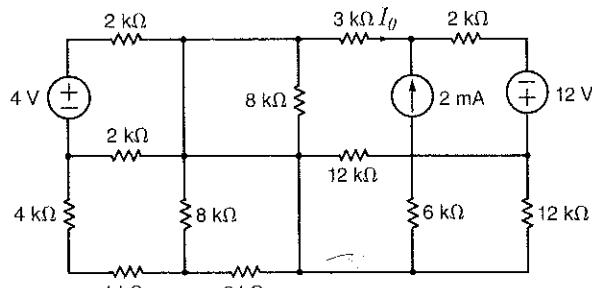
Şekil P5.94

5.95 Şekil P5.95'teki devrede kaynak dönüşümünü kullanarak I_o akımını bulunuz.



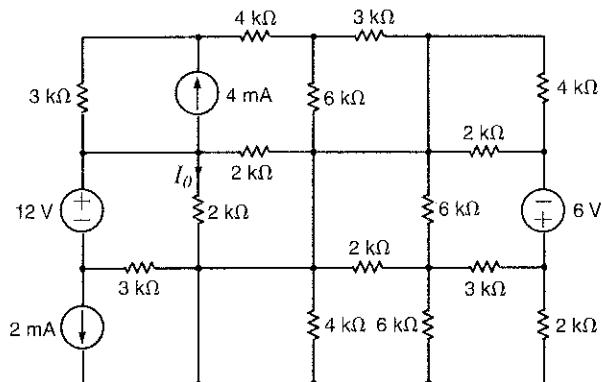
Şekil P5.95

5.96 Şekil P5.96'daki devrede kaynak dönüşümünü kullanarak I_o akımını bulunuz.

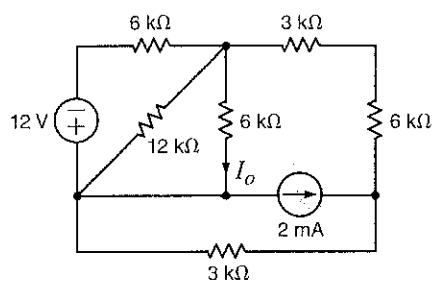


Şekil P5.96

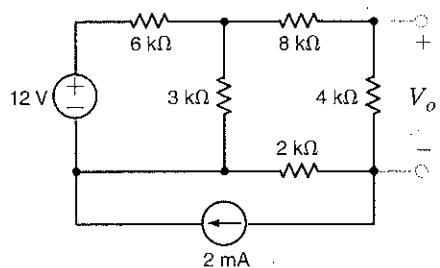
- 5.97** Şekil P5.97'deki devrede kaynak dönüşümü kullanarak I_o akımını bulunuz.

**Şekil P5.97**

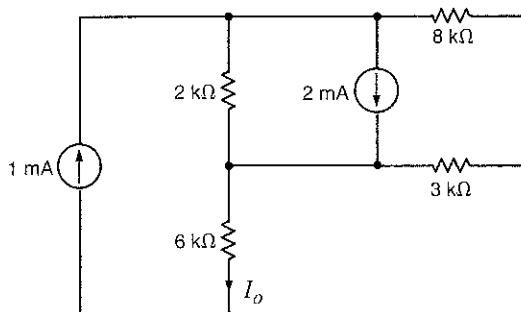
- 5.98** Şekil P5.98'deki devrede kaynak dönüşümü kullanarak I_o akımını bulunuz.

**Şekil P5.98**

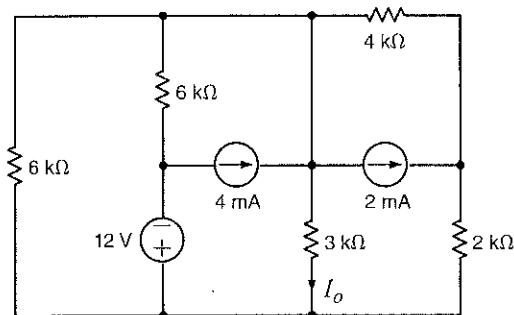
- 5.99** Şekil P5.99'daki devrede kaynak dönüşümü kullanarak V_o gerilimini bulunuz.

**Şekil P5.99**

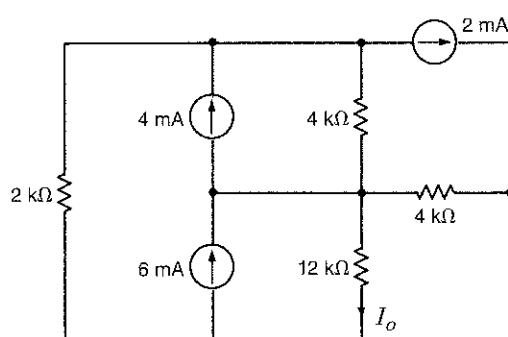
- 5.100** Şekil P5.100'deki devrede kaynak dönüşümü kullanarak I_o akımını bulunuz.

**Şekil P5.100**

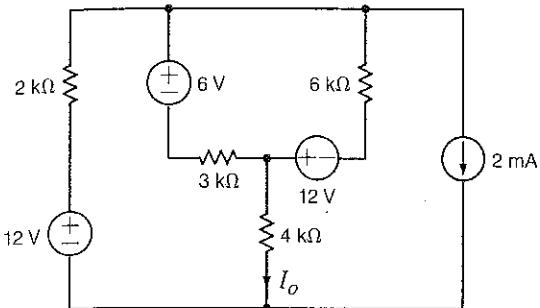
- 5.101** Şekil P5.101'deki devrede kaynak dönüşümü kullanarak I_o akımını bulunuz.

**Şekil P5.101**

- 5.102** Şekil P5.102'deki devrede kaynak dönüşümü kullanarak I_o akımını bulunuz.

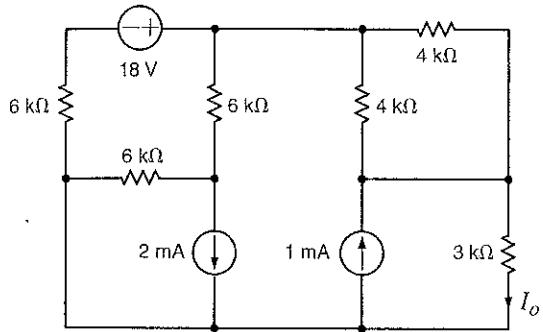
**Şekil P5.102**

- 5.103** Şekil P5.103'teki devrede kaynak dönüşümü kullanarak I_o akımını bulunuz.



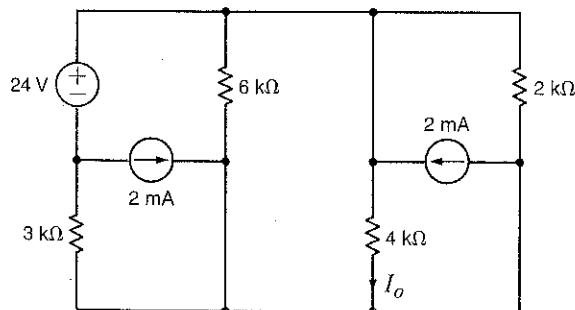
Şekil P5.103

- 5.104** Şekil P5.104'teki devrede kaynak dönüşümü kullanarak I_o akımını bulunuz.



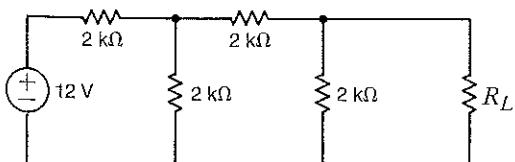
Şekil P5.104

- 5.105** Şekil P5.105'teki devrede kaynak dönüşümü kullanarak I_o akımını bulunuz.



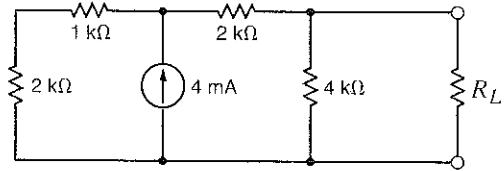
Şekil P5.105

- 5.106** Şekil P5.106'daki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi bulunuz.



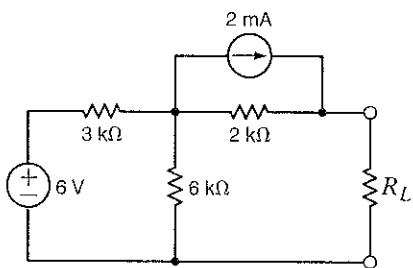
Şekil P5.106

- 5.107** Şekil P5.107'deki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi ve bu yükle aktarılabilen maksimum güçü bulunuz.



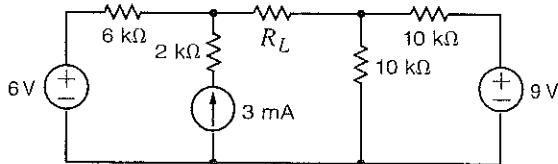
Şekil P5.107

- 5.108** Şekil P5.108'deki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi ve bu yükle aktarılabilen maksimum güçü bulunuz.



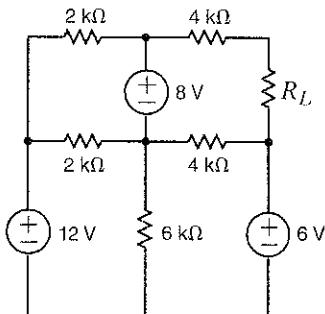
Şekil P5.108

- 5.109** Şekil P5.109'daki devrede R_L 'ye aktarılabilen maksimum gücü hesaplayınız.



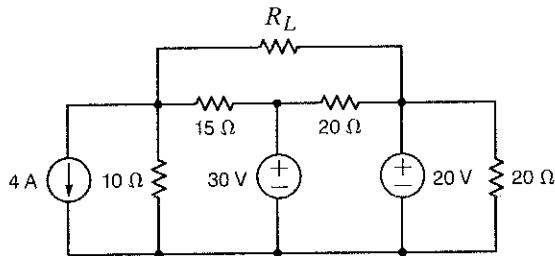
Şekil P5.109

- 5.110** Şekil P5.110'daki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi ve bu yükle harcanabilecek maksimum gücü bulunuz.

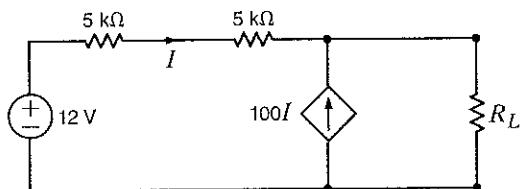


Şekil P5.110

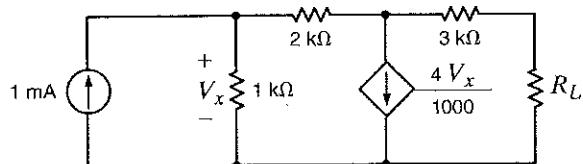
- 5.111** Şekil P5.111'deki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi ve bu yükte harcanabilecek maksimum gücü bulunuz.

**Şekil P5.111**

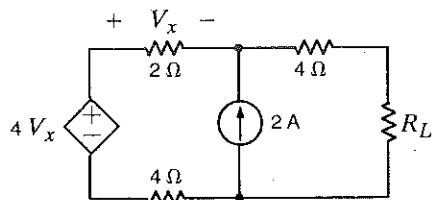
- 5.112** Şekil P5.112'deki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi bulunuz.

**Şekil P5.112**

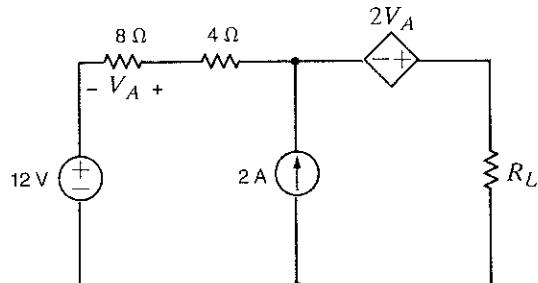
- 5.113** Şekil P5.113'teki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi ve bu yükte aktarılan maksimum gücü bulunuz.

**Şekil P5.113**

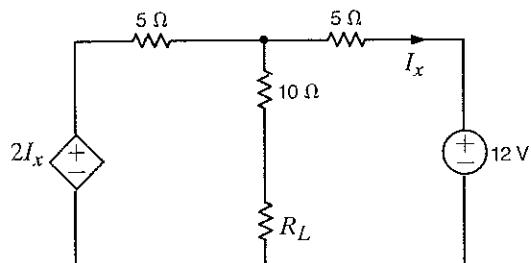
- 5.114** Şekil P5.114'teki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi bulunuz.

**Şekil P5.114**

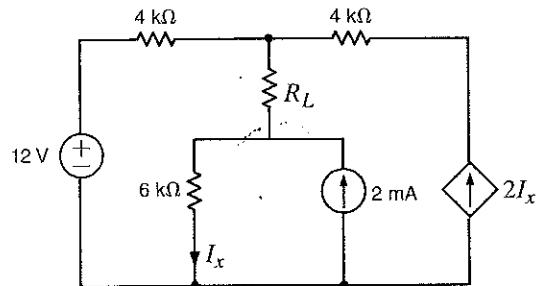
- 5.115** Şekil P5.115'teki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi ve bu yükte aktarılan maksimum gücü bulunuz.

**Şekil P5.115**

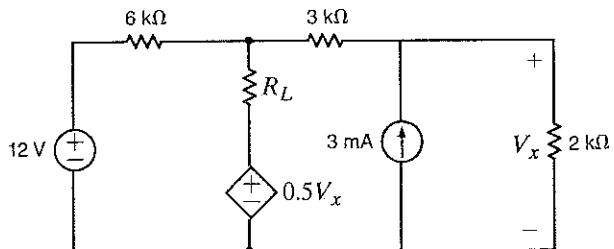
- 5.116** Şekil P5.116'daki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi ve bu yükte harcanabilecek maksimum gücü bulunuz.

**Şekil P5.116**

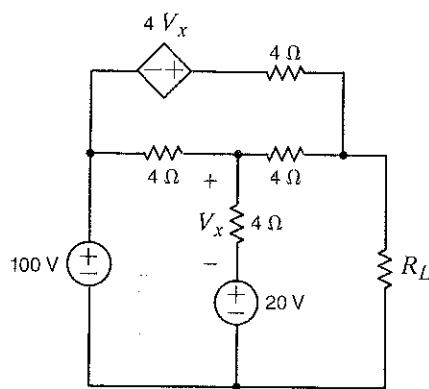
- 5.117** Şekil P5.117'deki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi ve bu yükte aktarılabilen maksimum gücü bulunuz.

**Şekil P5.117**

- 5.118** Şekil P5.118'deki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi ve bu yükte harcanabilecek maksimum gücü bulunuz.

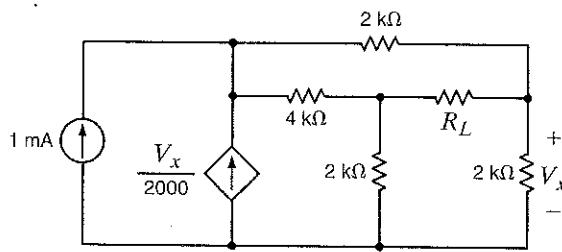
**Şekil P5.118**

- 5.119** Şekil P5.119'daki devrede R_L 'ye transfer edilebilecek maksimum gücü bulunuz.



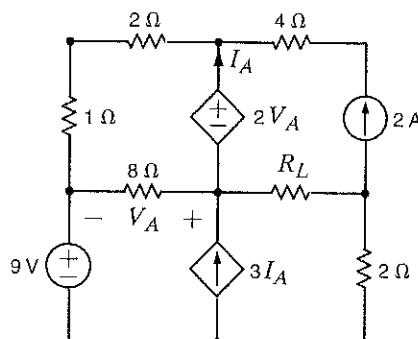
Şekil P5.119

- 5.120** Şekil P5.120'deki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi ve bu yükte aktarılabilen maksimum gücü bulunuz.



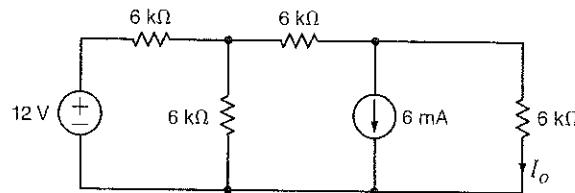
Şekil P5.120

- 5.121** Şekil P5.121'deki devrede maksimum güç aktarımı için gerekli R_L 'yi ve bu yükte harcanabilecek maksimum gücü bulunuz.



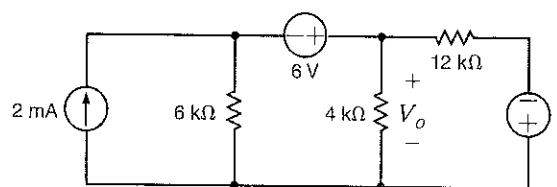
Şekil P5.121

- 5.122** Geri kalan problemleri bilgisayar yardımıyla çözünüz. Şekil P5.122'deki devrede I_o akımını bulunuz.



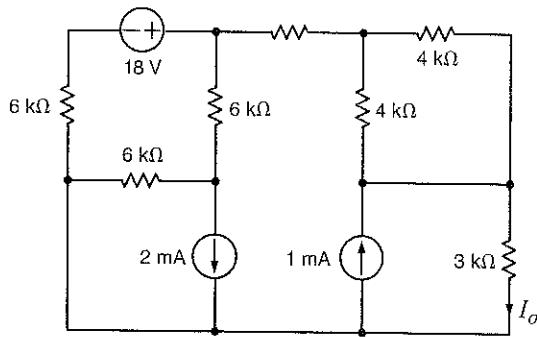
Şekil P5.122

- 5.123** Şekil P5.123'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



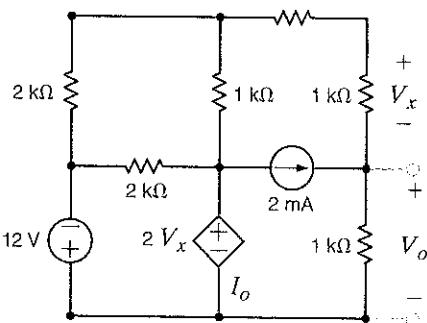
Şekil P5.123

- 5.124** Şekil P5.124'teki devrede I_o akımını bulunuz



Şekil P5.124

- 5.125** Şekil P5.125'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.

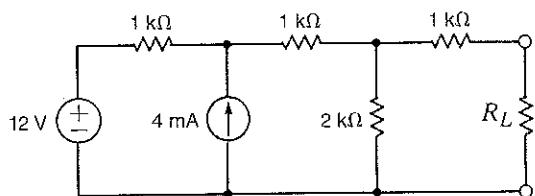


Şekil P5.125

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

5ÇSS-1. Şekil 5PÇSS-1'deki devrede R_L yüküne aktarılabilen maksimum gücü bulunuz.

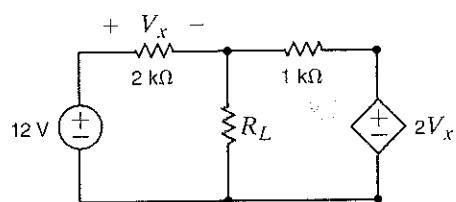
- a. 2 mW
- b. 10 mW
- c. 4 mW
- d. 8 mW



Şekil 5PÇSS.1

5ÇSS-2 Şekil 5PÇSS-2'deki devrede R_L yüküne aktarılabilen maksimum gücü bulunuz.

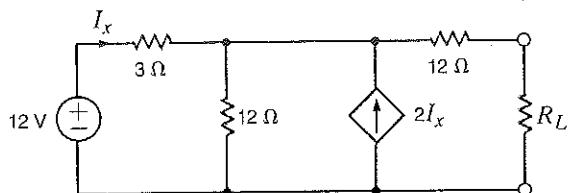
- a. 22.5 mW
- b. 80.4 mW
- c. 64.3 mW
- d. 121.5 mW



Şekil 5PÇSS.2

5ÇSS-3 Şekil 5PÇSS-3'teki devrede R_L yüküne aktarılabilen maksimum gücü bulunuz.

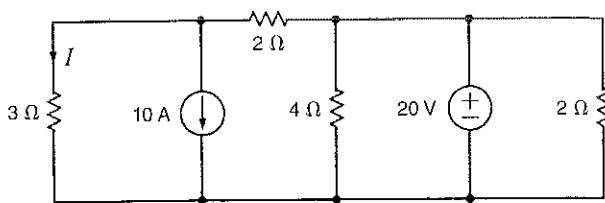
- a. 12.92 Ω
- b. 8.22 Ω
- c. 6.78 Ω
- d. 10.53 Ω



Şekil 5PÇSS.3

5ÇSS-4 Şekil 5PÇSS-4'te I akımı nedir?

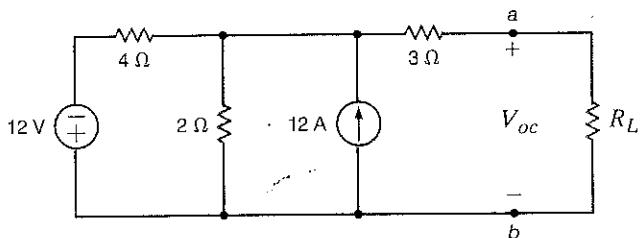
- a. 8 A
- b. -4 A
- c. 0 A
- d. 4 A



Şekil 5PÇSS.4

5ÇSS-5 Şekil 5PÇSS-5'teki devrede a ve b uçları arasındaki açık devre gerilimi V_{oc} nedir?

- a. 8 V
- b. 12 V
- c. 4 V
- d. 10 V



Şekil 5PÇSS.5

KAPASİTANS VE İNDÜKTANS



UPI/Brian Kersey/NewsCom izniyle

Havaalanı Tarayıcıları: Hava yolu yolcuları güvenli yolculuk yapmak isterler. Bu güvenlik de, günümüz teknolojisi sayesinde mümkün olabilmektedir. Birkaç dakika sürebilen elle baştan ayağa arama yapma yerine, bu cihazlar yalnızca 15-30 saniyede bir insanın tüm vücudunu tarayabilmektedir. ABD'nin büyük hava alanlarındaki yolcuların % 99'undan fazlası, kendilerine seçenek sunulduğunda tarayıcı kullanmayı seçmektedir. Tarayıcılar, metal algılayıcıların kaçırıldığı plastik ve seramik silahları ve patlayıcıları da tespit edebilmektedir. Bu nedenle, yakın bir gelecekte bütün metal dedektörlerin yerine geçebilirler.

Yolcuların çoğu özellerinden bir miktar vazgeçme pahasına güvenliğin artmasına neden olacak önlemleri desteklemektedir. Günümüzün vücut tarayıcıları milimetrik dalga teknolojisini ve geri saçılmalı x-ışını teknolojisini kullanmak-

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI:

- İndüktör ve kondansatörün devre modellerini kullanarak akım, gerilim ve gücün nasıl hesaplanacağını öğrenmek
- Kondansatör ve indüktörlerde depolanan enerjiyi hesaplayabilmek
- Kondansatör geriliminin ve indüktör akımının sürekliliği kavramlarını anlamak
- DA kaynaklarından beslenen devrelerde kondansatör ve indüktörlerin akım ve gerilimlerini hesaplayabilmek
- Kondansatörlerin ve indüktörlerin seri ve paralel eşdeğerlerini hesaplayabilmek

tadır. Bunlardan ilki bulanık bir fotoğrafı andıran; ikincisi ise tebeşirle çizilmiş gibi bir görüntü oluşturur. Milimetrik dalga teknolojisinin yaydığı frekans bir cep telefonun yaydığı radyo frekansının on binde birinden küçüktür. Geri saçılım teknolojisinde yüksek enerjili x-ışını giysiler ve diğer maddeler arasında geçer. Her iki durumda da güvenlik için alınan görüntüler anında yok edilirler.

Bu bölümde iki yeni devre elemanı tanıtılmaktadır: kondansatör ve indüktör. Kondansatörler elektrik alantlarında, indüktörler ise manyetik alanlarda enerji depolarırlar. Bu elemanların akım gerilim ilişkileri Ohm yasasına uymaz. Kondansatör ve indüktörlerin akım ve gerilimleri arasında türevsel ilişkiler vardır. Alternatif akım devrelerinin en önemli bileşenleri olan bu elemanlar aynı zamanda vücut tarayıcılarının da en temel elemanlarıdır.

6.1

Kondansatörler

Kondansatörler, aralarında yalıtkan, yani dielektrik malzeme bulunan iki iletken levhadan oluşurlar. Basit bir kondansatör ve şingesi Şekil 6.1'de gösterilmektedir.

Kondansatörler iletken yüzeyleri arasında kullanılan yalıtkan malzemenin türüne bağlı olarak değişik sınıflara ayrılırlar. Her ne kadar herhangi bir iyi yalıtkan dielektrik olarak kullanılabilse de kullanılan yalıtkanın sahip olduğu özellikler o kondansatörün hangi uygulama için daha uygun olduğunu belirler.

Elektronik devrelerde (örneğin yükseltç katları arasında) genel kullanım için tasarlanan kondansatörlerde yağ ya da balmumu emdirilmiş kâğıt, polyester, mikâ, cam veya seramik dielektrik görevini yapabilir.

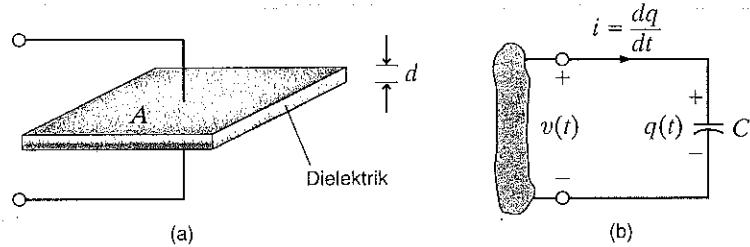
Baryum titanattan üretilen seramik dielektrik kondansatörlerin dielektrik sabitleri yüksek olduğundan, bu kondansatörlerin birim hacim başına kapasiteleri çok yüksektir. Mikâ, cam ve seramik dielektrik kondansatörler yüksek frekanslarda kullanılabilirler.

Alüminyum elektrolit kondansatörlerde bir çift alüminyum palakanın arasında nemlendirilmiş boraks pasta elektrolit bulunur. Bu kondansatörlerin birim hacim başına kapasiteleri yüksektir. Genel olarak güç kaynaklarında ve motor sürücü devrelerinde süzme (filtreleme), by-pass etme ve kuplaj amacıyla kullanılırlar. Tantal elektrolit kondansatörlerin kayipları daha düyük olup alüminyum kondansatörlere göre daha kararlı yapıları vardır. Şekil 6.2'de değişik kondansatör türlerinden örnekle verilmektedir.

Yukarıda sözü edilen kondansatörler, belli bir amaç için bir devreye bağlanan ayrık elemanlardır. Bunun dışında, bir dielektrik malzeme ile birbirinden ayrılan ve aralarında potansiyel farkı olan iki iletken levha arasında bir kaçak kapasitans vardır. Bu kapasitans

Şekil 6.1

Kondansatör ve elektriksel simgesi.

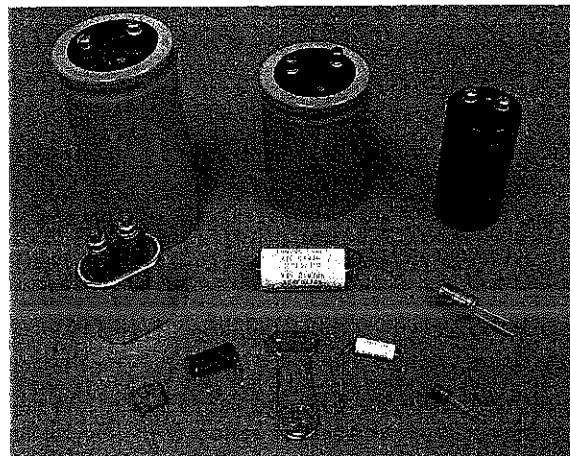


[ipucu]

Pasif işaret gösterimine dikkat ediniz.

Şekil 6.2

Tipik kondansatör örnekleri.
(Mark Nelms ve Jo Ann
Loden'in izniyle)



değeri farklı devreler arasında istenmeyen etkileşimlere neden olabileceğinden baskı devre dizilimlerinin tasarımında çok dikkatli olmak gereklidir.

Bir kondansatörün kapasitansı "volt başına coulomb" veya "farad" cinsinden ölçülür. Farad (F) birimi adını ünlü İngiliz fizikçisi Michael Faraday'dan almıştır. Kondansatörler sabit veya değişken olabilir. Değerleri de birkaç pikofarad (μF) ile binlerce mikrofarad (μF) arasında değişebilir.

Elektrikli araçlara karşı oluşan ilginin sonucu olarak kondansatör teknolojisi hızla değişmektedir. Örneğin, Şekil 6.3'te solda görülen kondansatör 2.5 V, 100 F değerlerine sahip iki katmanlı bir kondansatördür. Sağdaki kondansatör ise, alüminyum elektrolitik olup 25 V, 68000 μF değerlerine sahiptir. Elektrolitik kondansatör $0.5 * 6.8 \times 10^{-2} * 25^2 = 21.25 \text{ J}$, iki katmanlı kondansatör ise $0.5 * 100 * 2.5^2 = 312.5 \text{ J}$ enerji depolayabilir. 100 F'lık kondansatörlerden 10 tanesini seri bağlayarak 25 V'luk bir kondansatör oluşturur. Bu durumda depolanan enerji 3125 J olur. Aynı miktarda enerji için elektrolitik kondansatörlerin 147 tanesini paralel bağlamak gereklidir.

Şekil 6.1'de görülen, yüzey alanı A olan, birbirlerinden d kadar aralıklı iki paralel plakalı kondansatörün kapasitansı şu biçimde tanımlanır:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Bu bağıntıda ϵ_0 boşluğun geçirgenliği olup değeri $8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ 'dir. Levhaların bir tabaka yağ emdirilmiş kağıt ile birbirinden ayrıldığını varsayıyalım. Yağ emdirilmiş tabakanın kalınlığı $1.016 \times 10^{-4} \text{ m}$ olduğundan

$$100 \text{ F} = \frac{(8.85 \times 10^{-12})A}{1.016 \times 10^{-4}}$$

$$A = 1.148 \times 10^9 \text{ m}^2$$

olarak bulunur. Bu, orta boy bir kentin yüzey alanıdır! Şimdi, fotoğrafta görülen iki katmanlı kondansatörün üstünlüğü daha iyi anlaşılmaktadır. Bu kondansatör metal folyo üzerine toz karbon gibi yüksek yüzey alanına sahip bir malzeme yapıştırılarak üretilir. Gerekli yüzey alanını elde etmek için milyonlarca karbon parçası kullanılır.

Şimdi, Şekil 6.1'de görülen kondansatöre bir kaynak bağlandığını düşünelim. Bu durumda artı yükler bir levhaya, eksi yükler de diğer levhaya toplanır. Kondansatörün yükü iki levha arasındaki gerilimle orantılıdır:

$$q = Cv$$

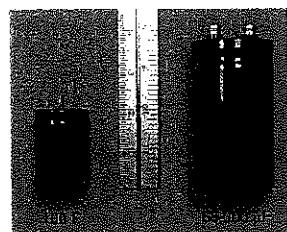
6.1

Yükle gerilim arasındaki oranı gösteren C elemanın kapasitansı olarak adlandırılır ve birimi faraddır.

Levhalar arasındaki yük farkı, içerisinde enerji depolayan bir elektrik alanı oluşturur. Levhalar arasındaki yalıtkan malzemeden dolayı kondansatörün levhalarını devrenin diğer bölgelerine bağlayan iletkenlerde akan akım kondansatörün levhaları arasında akamaz. Ancak, elektromanyetik alan teorisi kullanılarak, iletkenlerden akan akımın levhalar arasındaki yer değiştirme (deplasman) akımına eşit olduğu ve levhalar arasındaki gerilim veya elektrik alanı değiştiği sürece bu akımın var olduğu gösterilebilir.

Bizim için önemli olan ise, kondansatörün akım gerilim karakteristiğidir. Bilindiği üzere *akım*, elektrik yükünün değişim hızına eşittir:

$$i = \frac{dq}{dt}$$



Şekil 6.3

F değerinde bir çift katmanlı kondansatör ve 68.000 μF değerinde bir elektrolitik kondansatör. (Mark Nelms ve Jo Ann Loden'in izniyle)

Kondansatörün yükü ile gerilim arasındaki ilişki bu bağntıda yerine konulursa:

$$i = \frac{d}{dt} (Cv)$$

olur. Sabit kapasitans değeri için akım-gerilim ilişkisi şu biçimde elde edilir:

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad 6.2$$

Bu eşitlik

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

birimde yeniden yazılabilir. Bu ifadenin $t = -\infty$ 'dan herhangi bir t anına kadar integrali alınır ve $v(-\infty) = 0$ varsayılsa

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(x) dx \quad 6.3$$

elde edilir. $v(t)$, gerilimin zamana bağlı olarak değiştiğini göstermektedir. (6.3) eşitliği iki integralin toplamı biçimde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(x) dx + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(x) dx \\ &= v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(x) dx \end{aligned} \quad 6.4$$

Burada $v(t_0)$, $t = -\infty$ ile $t = t_0$ arasında kondansatörde biriken yükten kaynaklanan gerilimi göstermektedir.

Kondansatörde biriken enerji, elemana aktarılan gücün ifadesinden bulunabilir.

$$p(t) = v(t)i(t) = Cv(t) \frac{dv(t)}{dt} \quad 6.5$$

Dolayısıyla elektrik alanında depolanan enerji, $v(t = -\infty) = 0$ alınarak, şu biçimde hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} w_C(t) &= \int_{-\infty}^t Cv(x) \frac{dv(x)}{dx} dx = C \int_{-\infty}^t v(x) \frac{dv(x)}{dx} dx \\ &= C \int_{v(-\infty)}^{v(t)} v(x) dv(x) = \frac{1}{2} Cv^2(x) \Big|_{v(-\infty)}^{v(t)} \\ &= \frac{1}{2} Cv^2(t) \end{aligned} \quad 6.6$$

Enerji bağıntısı, (6.1) eşitliği kullanılarak

$$w_C(t) = \frac{1}{2} \frac{q^2(t)}{C} \quad 6.7$$

birimde de yazılabilir.

Eş. (6.6) ve (6.7) kondansatörde biriken enerjiyi gösterir. Bu, aynı zamanda kaynağın kondansatörü şarj etmek (doldurmak) için yaptığı işe eşittir.

Şimdi, kondansatörün uçlarına doğru gerilim uygulanan durumu göz önüne alalım. (6.2) eşitliğine göre, kondansatörden akan akımla, kondansatörün uçları arasındaki gerilimin zamanla değişim hızı orantılıdır. DA gerilim zamanla değişmedigine göre kondansatörden akan akım sıfır olmalıdır. Dolayısıyla kondansatörün "DA için açık devre" olduğu veya

“doğru akımı engellediği” söylenebilir. Kondansatörler sıkılıkla istenmeyen DA gerilimleri yok etmek ya da süzmek için kullanılırlar. DA gerilim kaynakları ve kondansatörleri içeren bir devreyi inceleyken kondansatörler devreden çıkartıp yerlerine açık devre yerleştirdikten sonra devrenin akım ve gerilimlerini hesaplarız.

Kondansatör tarafından çekilen gücün ifadesi (6.5) eşitliği ile verilmektedir. Bu eşitlikten kondansatörün gücünün, uçları arasındaki gerilimin değişim hızıyla orantılı olduğu görülmektedir. Peki, kondansatör geriliminde ani bir değişim olursa ne olur? Bu $dv/dt = \infty$ anlamına geldiğinden sonsuz güç demektir. Kitabın ilk bölümünde sonsuz güç sahip herhangi bir kaynak olamayacağını belirtmiştık. Yalnızca sınırlı güç sahip kaynaklarımız bulunduğundan kondansatörün uçları arasındaki gerilim aniden değişemez. Bu kavram, bir sonraki bölümde anahtarlamalı devreler incelenirken çok kullanışlı olacak. “Kondansatör geriliminin sürekliliği” bir anahtarın konum değiştirmesinin hemen öncesinde ve hemen ardından kondansatörün uçları arasındaki gerilimin aynı olacağı anlamına gelir.

Doldurulan bir kondansatörün polaritesi Şekil 6.1'de gösterilmektedir. İdeal durumda, kaynak bağlantısı kesilse bile kondansatör bu yükü sonsuza kadar tutabilir. Eğer daha sonra enerji tüketen bir cihaz, örneğin bir el feneri, kondansatörün uçlarına bağlanırsa kondansatörden bir boşalma (deşarj) akımı akar ve kondansatör içinde bitirilmiş olan enerjiyi bu cihaza aktarır.

12 V'a doldurulan iki paralel iletkenli bir kondansatörün yükü 600 pC ise paralel iletkenlerin kapasitansı ne kadardır?

ÖRNEK 6.1

Eş. (6.1)'den

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{(600)(10^{-12})}{12} = 50 \text{ pF}$$

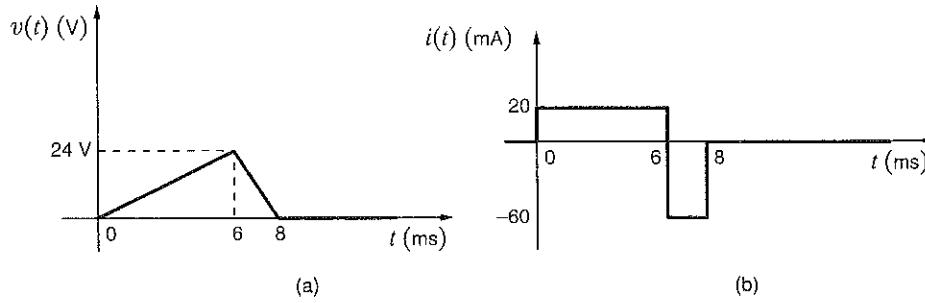
Değeri 5 μF olan bir kondansatörün uçları arasındaki gerilimin şekli Şekil 6.4a'da gösterilmektedir. Akımın şeklini bulunuz.

ÖRNEK 6.2

Önce gerilimin ifadesini bulalım:

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{24}{6 \times 10^{-3}} t & 0 \leq t \leq 6 \text{ ms} \\ &= \frac{-24}{2 \times 10^{-3}} t + 96 & 6 \leq t < 8 \text{ ms} \\ &= 0 & 8 \text{ ms} \leq t \end{aligned}$$

ÇÖZÜM



Şekil 6.4
5- μF 'lık kondansatörün
gerilim ve akım dalga
şekilleri.

Eş. (6.2) kullanılarak gerilim ifadelerinden akım ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} i(t) &= C \frac{dv(t)}{dt} \\ &= 5 \times 10^{-6} (4 \times 10^3) \quad 0 \leq t \leq 6 \text{ ms} \\ &= 20 \text{ mA} \quad 0 \leq t \leq 6 \text{ ms} \\ i(t) &= 5 \times 10^{-6} (-12 \times 10^3) \quad 6 \leq t \leq 8 \text{ ms} \\ &= -60 \text{ mA} \quad 6 \leq t < 8 \text{ ms} \end{aligned}$$

ve

$$i(t) = 0 \quad 8 \text{ ms} \leq t$$

Akımın dalga şekli Şekil 6.4b'de gösterilmektedir. $t > 8 \text{ ms}$ için $i(t) = 0$ olmaktadır.

ÖRNEK

6.3

ÇÖZÜM Eş. (6.6)'dan:

Örnek 6.2'deki kondansatörün elektrik alanında biriken enerjinin $t = 6 \text{ ms}$ 'deki değerini hesaplayınız.

$$w(t) = \frac{1}{2} Cv^2(t)$$

$t = 6 \text{ ms}$ için:

$$\begin{aligned} w(6 \text{ ms}) &= \frac{1}{2} (5 \times 10^{-6})(24)^2 \\ &= 1440 \mu\text{J} \end{aligned}$$

Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E6.1 10- μF 'lik bir kondansatörün yükü 500 nC olarak verilmektedir. Kondansatörün uçları arasındaki gerilimi hesaplayınız

ÖRNEK

6.4

ÇÖZÜM Önce, kondansatör akımının farklı zaman aralıklarındaki ifadelerini elde edelim.

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{16 \times 10^{-6}t}{2 \times 10^{-3}} \quad 0 \leq t \leq 2 \text{ ms} \\ &= -8 \times 10^{-6} \quad 2 \text{ ms} \leq t \leq 4 \text{ ms} \\ &= 0 \quad 4 \text{ ms} < t \end{aligned}$$

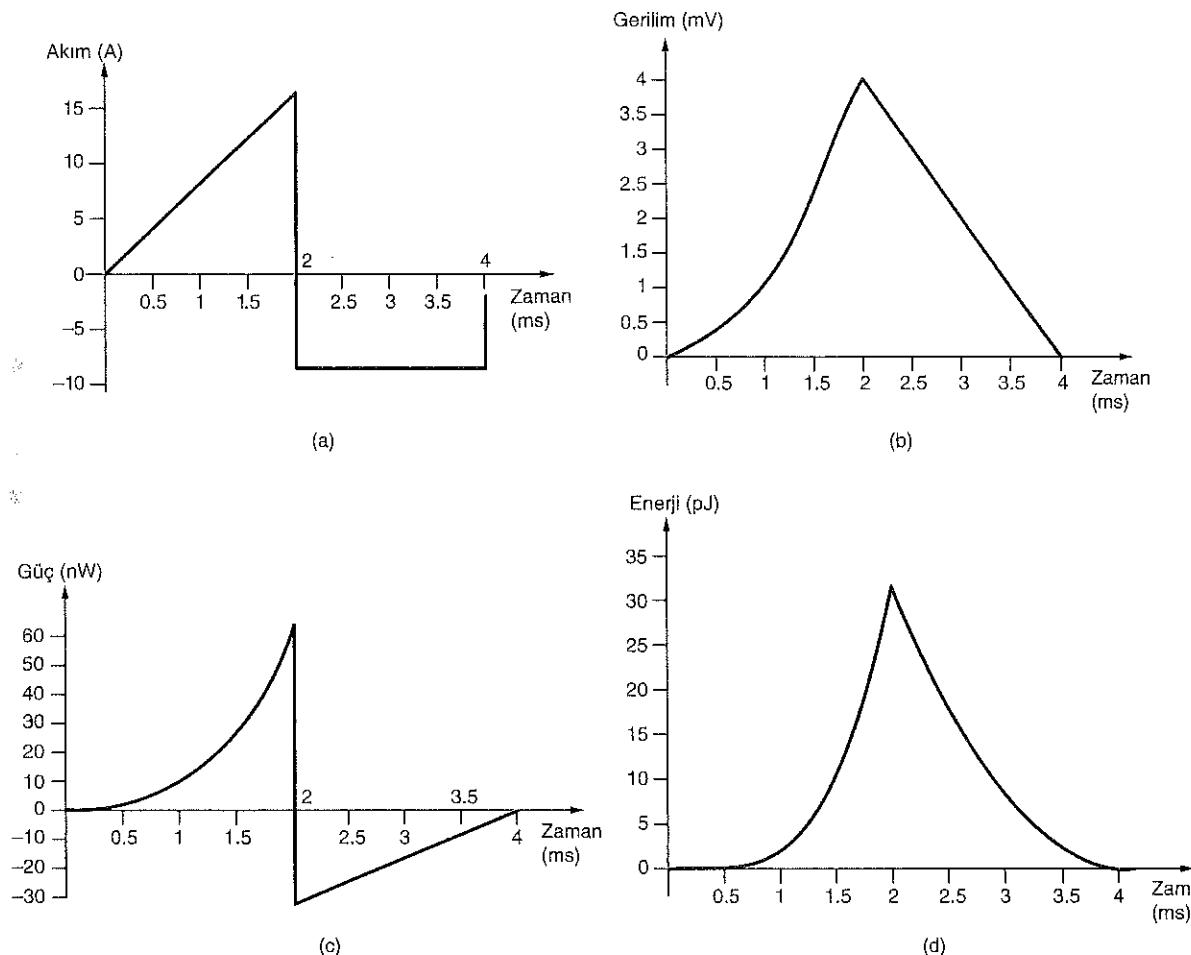
$v(0) = 0$ olduğundan $0 \leq t \leq 2 \text{ ms}$ aralığında

$$v(t) = \frac{1}{(4)(10^{-6})} \int_0^t 8(10^{-3})x \, dx = 10^3 t^2$$

olur. Buradan da

$$v(2 \text{ ms}) = 10^3 (2 \times 10^{-3})^2 = 4 \text{ mV}$$

elde edilir.



Şekil 6.5

Örnek 6.4 ile ilgili dalga
şekilleri.

$2 \text{ ms} \leq t \leq 4 \text{ ms}$ aralığında gerilim ifadesi:

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{(4)(10^{-6})} \int_{2(10^{-3})}^t - (8)(10^{-6}) dx + (4)(10^{-3}) \\ &= -2t + 8 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Gerilimin çizimi Şekil 6.5b'de verilmektedir.

$p(t) = v(t)i(t)$ olduğundan $0 \leq t \leq 2 \text{ ms}$ aralığında güç ifadesi $p(t) = 8t^3$ olur.
 $2 \text{ ms} \leq t \leq 4 \text{ ms}$ aralığında ise güç eşitliği

$$\begin{aligned} p(t) &= -(8)(10^{-6})(-2t + 8 \times 10^{-3}) \\ &= 16(10^{-6})t - 64(10^{-9}) \end{aligned}$$

olarak elde edilir. Güçün değişimi Şekil 6.5c'de verilmektedir. Görüldüğü gibi, $0 \leq t \leq 2 \text{ ms}$ aralığında kondansatör enerji almakta, $2 \text{ ms} \leq t \leq 4 \text{ ms}$ aralığında ise enerji vermektedir.

Enerji şu biçimde ifade edilir:

$$w(t) = \int_{t_0}^t p(x) dx + w(t_0)$$

$0 \leq t \leq 2$ ms aralığında bu ifade şu şekli alır:

$$w(t) = \int_0^t 8x^3 dx = 2t^4$$

Dolayısıyla,

$$w(2 \text{ ms}) = 32 \text{ pJ}$$

olur. $2 \leq t \leq 4$ ms aralığında ise enerji ifadesi şu biçimde olur:

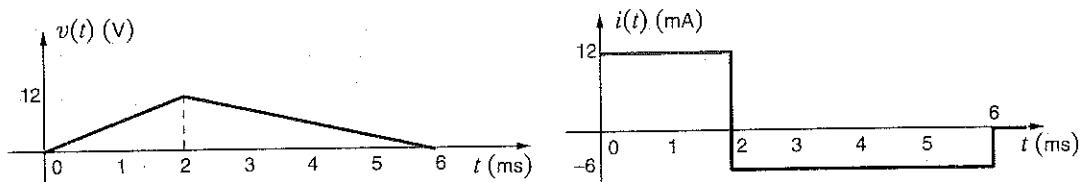
$$\begin{aligned} w(t) &= \int_{2 \times 10^{-3}}^t [(16 \times 10^{-6})x - (64 \times 10^{-9})] dx + 32 \times 10^{-12} \\ &= [(8 \times 10^{-6})x^2 - (64 \times 10^{-9})x]_{2 \times 10^{-3}}^t + 32 \times 10^{-12} \\ &= (8 \times 10^{-6})t^2 - (64 \times 10^{-9})t + 128 \times 10^{-12} \end{aligned}$$

Bu ifadeden $w(2 \text{ ms}) = 32 \text{ pJ}$ ve $w(4 \text{ ms}) = 0$ olarak hesaplanır. Enerjinin değişimi Şekil 6.5'de gösterilmektedir.

ÖĞRENDİK İÇİNDEKİ SORU VE ÇÖZÜMLER

E6.2 $2 \mu\text{F}$ değerinde bir kondansatörün uçları arasındaki gerilim Şekil E6.2'de gösterilmektedir. Kondansatör akımının şeklini bulunuz.

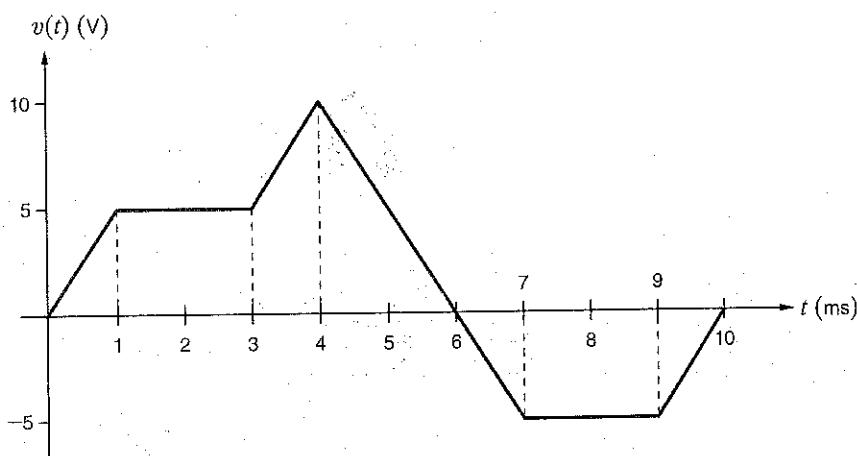
YANIT:



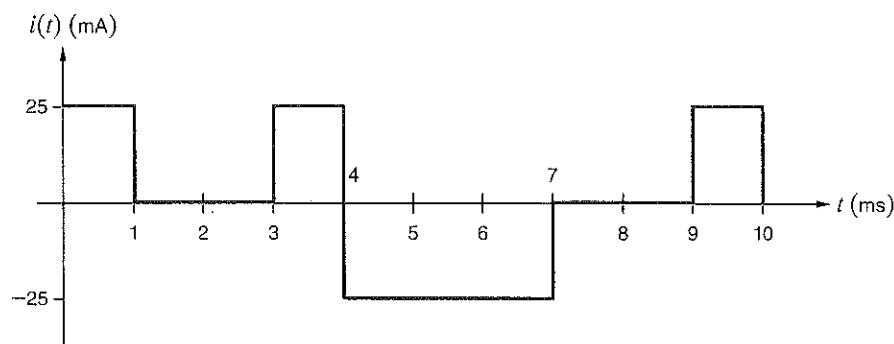
Şekil E6.2

E6.3 Yoklama sorusu E6.2'de verilen kondansatörün elektrik alanında biriken enerjinin **YANIT:** $w = 144 \mu\text{J}$. $t = 2$ ms'deki değerini hesaplayınız.

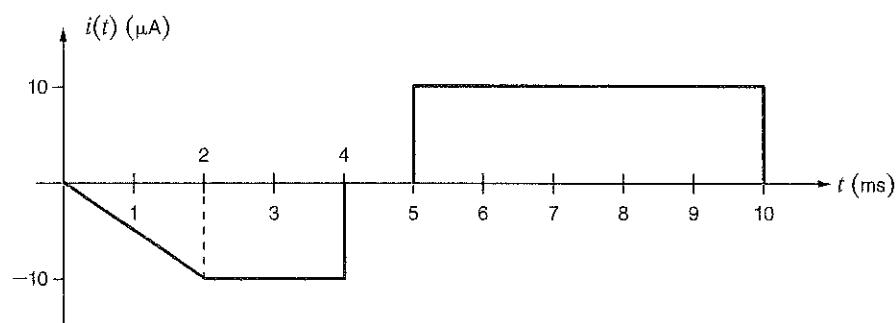
E6.4 $5-\mu\text{F}$ değerinde bir kondansatörün uçları arasındaki gerilimi Şekil E6.4'te gösterilmektedir. Kondansatör akımının şeklini bulunuz. Kondansatörde biriken enerjinin $t = 4$ ms'deki değerini hesaplayınız.



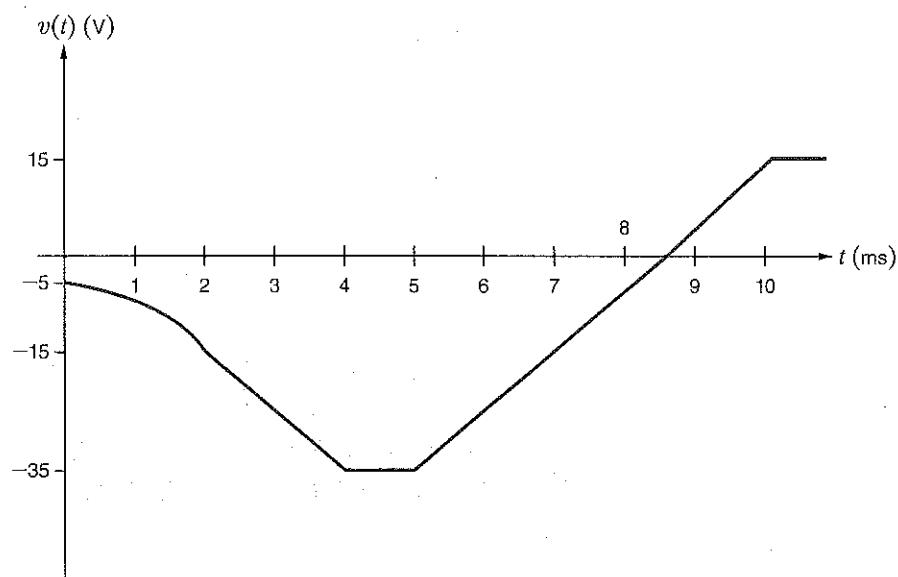
Şekil E6.4

YANIT: $250 \mu\text{J}$.

E6.5 1 nF değerinde bir kondansatörün akım şekli Şekil E6.5'te gösterilmektedir. Başlangıçta kondansatörün uçları arasında -5V 'lık bir gerilim vardır. Kondansatör geriliminin şeklini bulunuz. Kondansatörde biriken enerjinin $t = 6 \text{ ms}$ deki değerini hesaplayınız.



Şekil E6.5

YANIT: 312.5 nJ .

6.2 İndüktörler

İndüktör genel olarak iletken telin sargı biçimine getirilmesiyle elde edilen bir devre elemanıdır. Şekil 6.6'da yaygın olarak karşılaşılabilecek iki indüktör ile indüktör elemanın elektriksel simgesi gösterilmektedir. İndüktörler üzerine sarıldıkları çekirdeğin türüne göre sınıflandırılırlar. Örneğin, çekirdek malzemesi hava veya manyetik olmayan herhangi bir malzeme, demir ya da ferrit olabilir. Hava çekirdeklı veya manyetik olmayan malzemeye sarılı indüktörler genel olarak radyolarda, televizyonlarda ve süzgeç devrelerinde, demir çekirdeklı indüktörler genellikle elektrik güç devrelerinde ve yine süzgeçlerde kullanılır. Ferrit çekirdeklı indüktörler ise, yüksek frekans uygulamalarında tercih edilirler. Şekil 6.6b'de gösterilen yapıda manyetik akı çizgileri çekirdeğin içinde kalırken, Şekil 6.6a'da gösterilen manyetik olmayan çekirdeklilikte akı çizgileri indüktörün uzagına kadar yayılabilmektedir. Akım taşıyan herhangi bir iletkenin, etrafına saçılan bu manyetik akı çizgilerinden dolayı kaçak indüktansa sahip olduğu söylenebilir. Daha önce de iletkenlerin bir kaçak kapasitansa sahip olduğunu da belirtmişik. Şekil 6.7'de yaygın olarak karşılaşılan indüktör örnekleri gösterilmektedir.

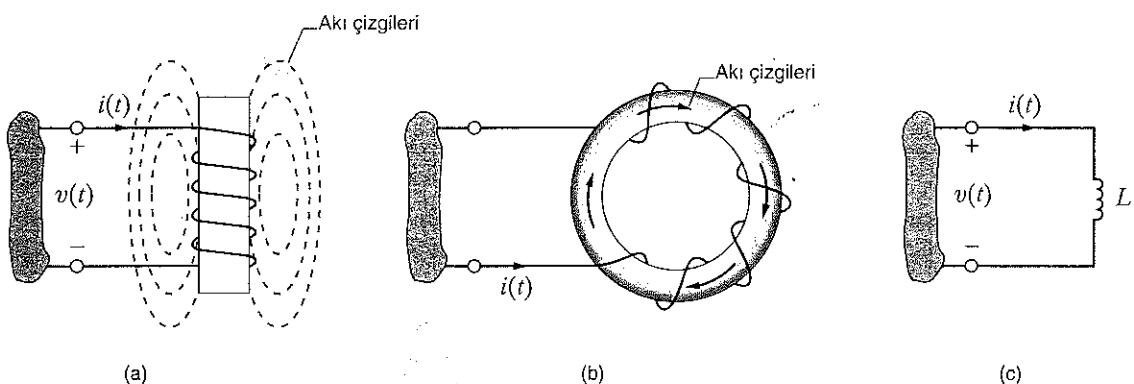
Günümüzde indüktörlerin incelenmesinde kullandığımız matematiksel modelin tarihsel gelişimi şu biçimde olmuştur: İlk önce, akım taşıyan bir iletkenin bir manyetik alan yarattığı gösterilmiştir. Daha sonra manyetik alanla onu yaratan akımın doğrusal olarak orantılı olduğu fark edilmiştir. En sonunda da değişken bir manyetik alanın bir gerilim yarattığı, bu gerilimin de manyetik alanı oluşturan akımın değişim hızı ile orantılı olduğu görülmüştür. Yani,

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad 6.8$$

Bu bağıntıda, orantı sabiti L indüktans olarak adlandırılır ve birimi de *henry*'dir. Bu isim, bu ilişkiye buluşlu Amerika'lı bilimci Joseph Henry'den dolayı verilmiştir. Eş. (6.8)'den görüldüğü gibi, 1 henry (H) aynı zamanda 1 volt-saniye/amper'e (V-s/A) eşittir.

Kondansatörün matematiksel eşitliklerini elde etmek için izlenen yolun aynısı kullanılarak indüktörün akımının ifadesi şu biçimde elde edilir:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(x) dx \quad 6.9$$

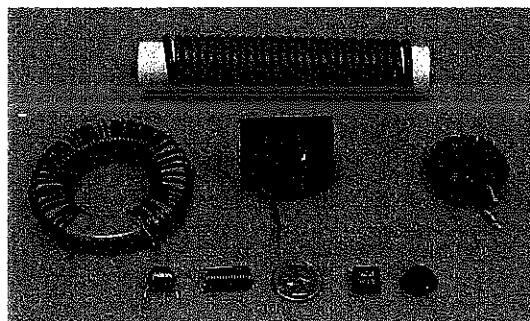


Şekil 6.6

İki farklı indüktör yapısı ve indüktörün elektriksel simgesi.

Şekil 6.7

Bazı yaygın indüktör şıkları. (Mark Nelms ve Jo Ann Loden'in izniyle)



Akımın ifadesi şu biçimde de yazılabilir:

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(x) dx \quad 6.10$$

İndüktöre verilen güç, indüktörde biriken enerjinin ifadesini bulmak için kullanılabilir.

$$p(t) = v(t)i(t)$$

$$= \left[L \frac{di(t)}{dt} \right] i(t) \quad 6.11$$

Dolayısıyla, manyetik alanda depolanan enerjinin ifadesi

$$w_L(t) = \int_{-\infty}^t \left[L \frac{di(x)}{dx} \right] i(x) dx$$

olarak elde edilir. Eş. (6.6)'yı elde etmek için gidilen yoldan

$$w_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t) \quad 6.12$$

bulunur.

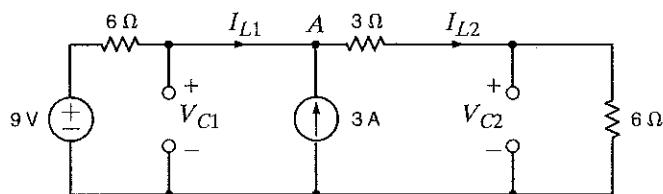
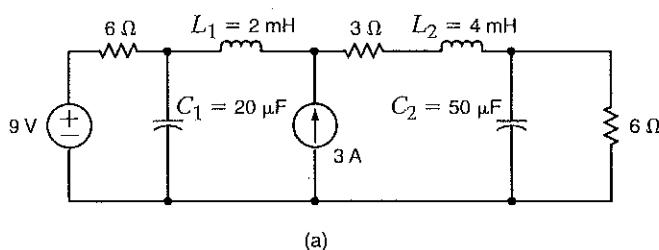
Şimdi bir indüktörden DA akım akması durumunu inceleyelim. Eş. (6.8), indüktörün geriliminin, içinden akan akımın değişim hızıyla orantılı olduğunu göstermektedir. DA akım zamanla değişmediğinden indüktörün uçları arasındaki gerilim sıfır olacaktır. Dolayısıyla, indüktörün “DA için kısa devre” gibi davranışını söyleyebiliriz. DA kaynaklar ve indüktörlerden oluşan bir devrede indüktörleri kısa devre ederek devrenin akım ve gerilimlerini hesaplayabiliriz.

Eş. (6.11) akımın aniden değişebilmesi için sonsuz güçe gereksinim olduğunu göstermektedir. Böyle bir kaynak söz konusu olamayacağından bir indüktörün içinden geçen akımın aniden değişmesi mümkün değildir. Anahtarlamalı devreleri inceleyeceğimiz bir sonraki bölümde bu kavram özellikle kullanmış olacak. İndüktör için “akımın sürekliliği” kavramı bir anahtarın konum değişikliğinin hemen ardından indüktörden akan akımın, konum değişikliğinin hemen öncesindeki değerinde olduğu anlamında gelir.

Şekil 6.8'a'daki devrede depolanan toplam enerjiyi hesaplayınız.

ÖRNEK

6.5



Şekil 6.8
Örnek 6.5'de kullanılan devre.

CÖZÜM Devrede yalnızca DA kaynakları bulunmaktadır. Dolayısıyla, devredeki tüm kondansatörler yerine açık devre, tüm induktörler yerine de kısa devre koyabiliriz. Böylece elde edilen devre Şekil 6.8b'de gösterilmektedir. Geriye kalan direnç devresi daha önce öğrendiğimiz herhangi bir teknikle analiz edilebilir. A düşümüne KAY uygulanırsa:

$$I_{L2} = I_{L1} + 3$$

Devrenin dış çevresi boyunca KGY uygulanırsa:

$$6I_{L1} + 3I_{L2} + 6I_{L2} = 9$$

Bu iki eşitliğin çözümüyle $I_{L1} = -1.2 \text{ A}$ ve $I_{L2} = 1.8 \text{ A}$ elde edilir. Kondansatör gerilimleri akımlardan hesaplanabilir:

$$V_{C1} = -6I_{L1} + 9 = 16.2 \text{ V}$$

$$V_{C2} = 6I_{L2} = 6(1.8) = 10.8 \text{ V}$$

Devrede depolanan toplam enerji iki induktör ve iki kondansatörde biriken enerjilerin toplamına eşittir.

$$w_{L1} = \frac{1}{2}(2 \times 10^{-3})(-1.2)^2 = 1.44 \text{ mJ}$$

$$w_{L2} = \frac{1}{2}(4 \times 10^{-3})(1.8)^2 = 6.48 \text{ mJ}$$

$$w_{C1} = \frac{1}{2}(20 \times 10^{-6})(16.2)^2 = 2.62 \text{ mJ}$$

$$w_{C2} = \frac{1}{2}(50 \times 10^{-6})(10.8)^2 = 2.92 \text{ mJ}$$

Dolayısıyla toplam enerji değeri 13.46 mJ olarak bulunur.

İndüktör de, kondansatör ve direnç gibi, edilgen (pasif) bir elemandır. İndüktörün uçları arasındaki gerilimin polaritesi Şekil 6.6'da gösterilmektedir.

Pratikte birkaç mikrohenry'den onlarca henry değerine kadar induktörle karşılaşabiliriz. İndüktörleri entegre devre yongaları (chip) içerisinde üretmek kolay değildir. Bu nedenle yongalarda yalnızca, mikrodevre üretimine uygun olan aktif elektronik elemanlar, dirençler ve kondansatörler bulunur.

ÖRNEK 6.6

10 mH değerindeki bir induktörün akım şekli Şekil 6.9a'da gösterilmektedir. Gerilimin şeklini bulunuz.

CÖZÜM Eş. (6.8) kullanılarak ve

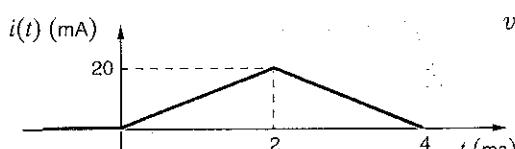
$$i(t) = \frac{20 \times 10^{-3}t}{2 \times 10^{-3}} \quad 0 \leq t \leq 2 \text{ ms}$$

$$i(t) = \frac{-20 \times 10^{-3}t}{2 \times 10^{-3}} + 40 \times 10^{-3} \quad 2 \leq t \leq 4 \text{ ms}$$

ve

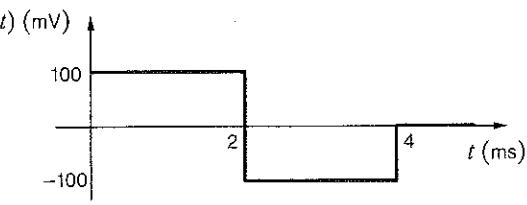
$$i(t) = 0 \quad 4 \text{ ms} < t$$

olduğu göz önüne alınarak, her bir zaman dilimindeki gerilim ifadesini şu biçimde buluruz:



Şekil 6.9

İndüktörün akım ve gerilim şekilleri.



(b)

$$v(t) = (10 \times 10^{-3}) \frac{20 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}} \quad 0 \leq t \leq 2 \text{ ms}$$

$$= 100 \text{ mV}$$

ve

$$v(t) = (10 \times 10^{-3}) \frac{-20 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}} \quad 2 \leq t \leq 4 \text{ ms}$$

$$= -100 \text{ mV}$$

Elde edilen gerilim şekli Şekil 6.9b'de gösterilmektedir.

2 mH değerli bir induktörün akım ifadesi şu biçimde tanımlanmaktadır:

$$i(t) = 2 \sin 377t \text{ A}$$

İndüktörün gerilim ifadesini ve içerisinde depolanan enerjiyi bulunuz.

Eş. (6.8)'den gerilimi elde edebiliriz.

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$= (2 \times 10^{-3}) \frac{d}{dt} (2 \sin 377t)$$

$$= 1.508 \cos 377t \text{ V}$$

Eş. (6.12)'den de enerji hesaplanabilir:

$$w_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$$

$$= \frac{1}{2} (2 \times 10^{-3}) (2 \sin 377t)^2$$

$$= 0.004 \sin^2 377t \text{ J}$$

200 mH değerli bir induktörün gerilim ifadesi şu biçimde tanımlanmaktadır:

$$v(t) = (1 - 3t)e^{-3t} \text{ mV} \quad t \geq 0$$

$$= 0 \quad t < 0$$

Akım, güç ve enerji ifadelerini elde ediniz.

Gerilim dalga biçimini Şekil 6.10a'da gösterilmektedir. Eş. (6.10) kullanılarak akım ifadesi elde edilir.

$$i(t) = \frac{10^3}{200} \int_0^t (1 - 3x)e^{-3x} dx$$

$$= 5 \left\{ \int_0^t e^{-3x} dx - 3 \int_0^t x e^{-3x} dx \right\}$$

$$= 5 \left\{ \left[\frac{e^{-3x}}{-3} \right]_0^t - 3 \left[-\frac{e^{-3x}}{9} (3x + 1) \right]_0^t \right\}$$

$$= 5te^{-3t} \text{ mA} \quad t \geq 0$$

$$= 0 \quad t < 0$$

ÖRNEK

6.7

ÇÖZÜM

ÖRNEK

6.8

ÇÖZÜM

Akımın dalga şekli Şekil 6.10b'de gösterilmektedir.

Güç, akım ile gerilim ifadelerinin çarpımından elde edilir.

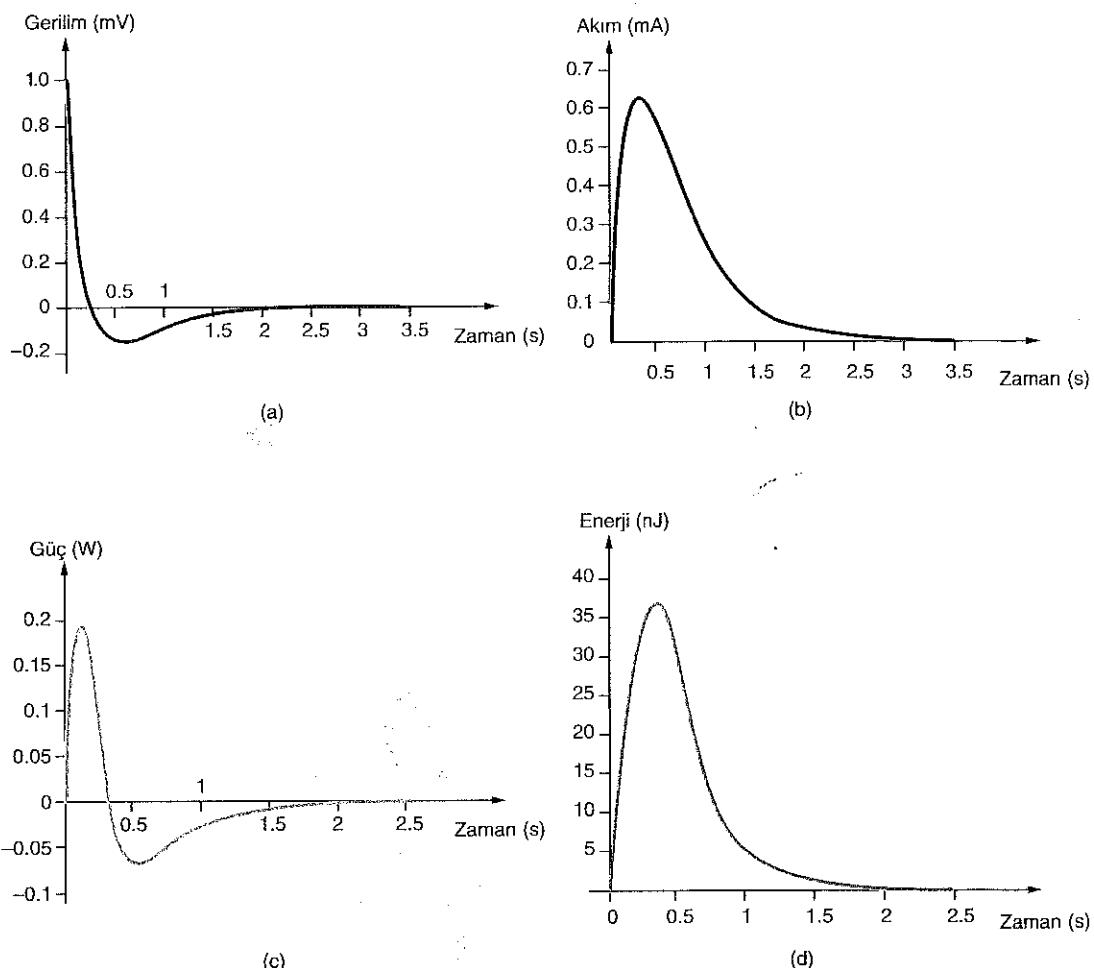
$$\begin{aligned} p(t) &= v(t)i(t) \\ &= 5t(1 - 3t)e^{-6t} \mu\text{W} \quad t \geq 0 \\ &= 0 \quad t < 0 \end{aligned}$$

Güctün değişimi Şekil 6.10c'de verilmektedir.

Enerji ifadesi, akım bilgisi kullanılarak elde edilir.

$$\begin{aligned} w(t) &= \frac{1}{2}Li^2(t) \\ &= 2.5t^2e^{-6t} \mu\text{J} \quad t \geq 0 \\ &= 0 \quad t < 0 \end{aligned}$$

Enerjinin değişimi Şekil 6.10d'de verilmektedir.

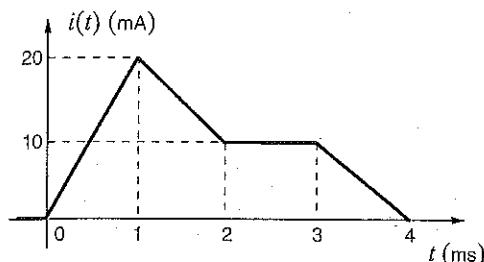


Şekil 6.10

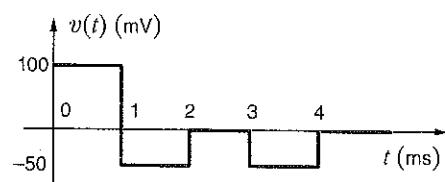
Örnek 6.8 ile ilgili dalga biçimleri.

Öğrendiklerinizi Sınavyalma

E6.6 5 mH değerli bir induktörün akımı Şekil E6.6'da gösterilmektedir. Gerilimin şéklini elde ediniz.



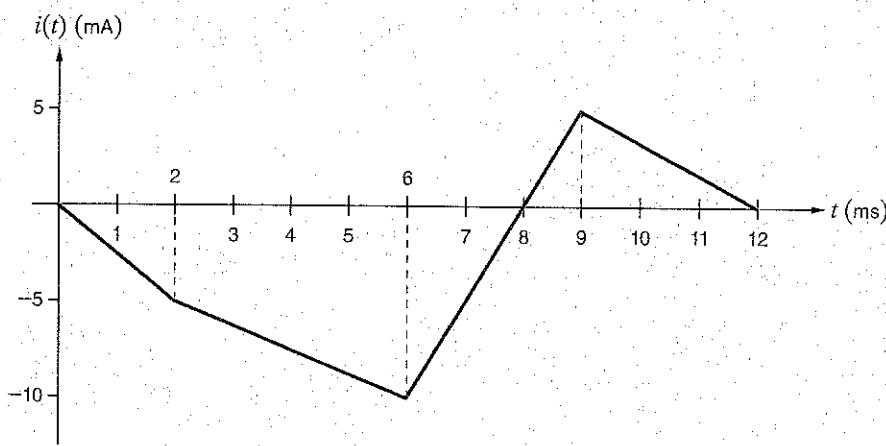
YANIT:



E6.7 E6.6 problemindeki induktörün manyetik alanında biriken enerjiyi hesaplayınız.

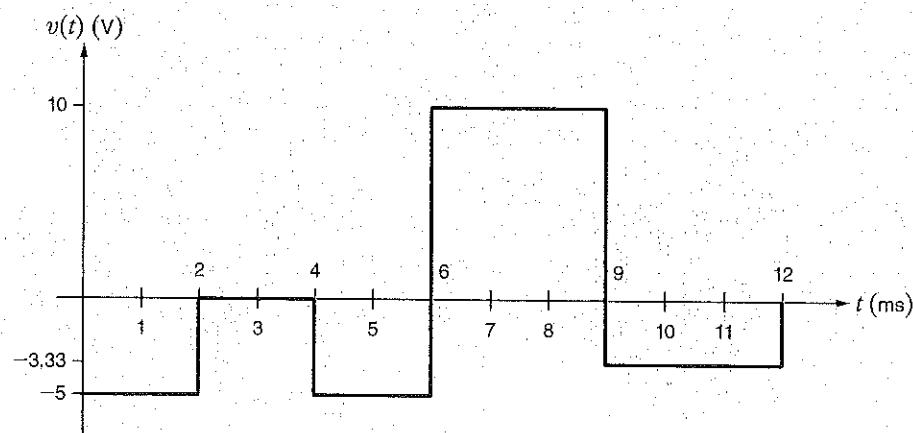
YANIT: $W = 562.5 \text{ nJ}$.

E6.8 2 H değerindeki bir induktörün akım şéklı Şekil E6.8'de verilmektedir. Indüktörde biriken enerjinin $t = 3 \text{ ms}$ 'deki değerini bulunuz..

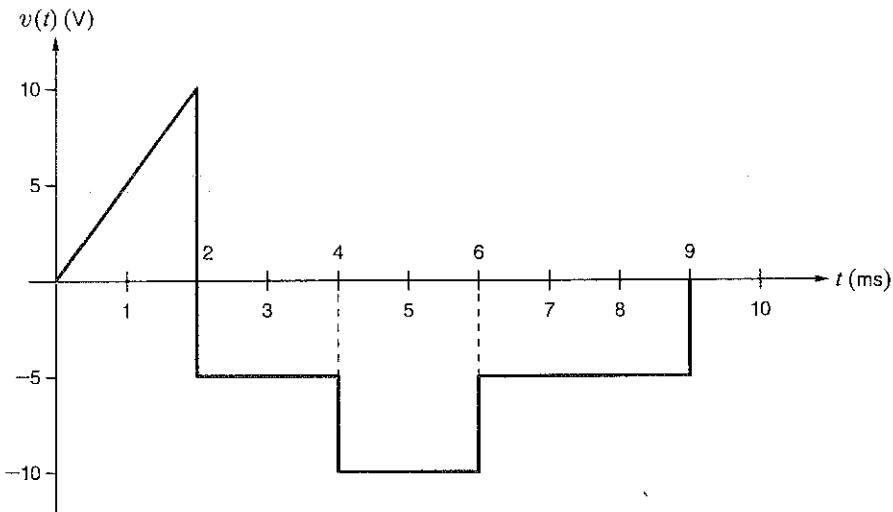


Şekil E6.8

YANIT: $25 \mu\text{J}$.

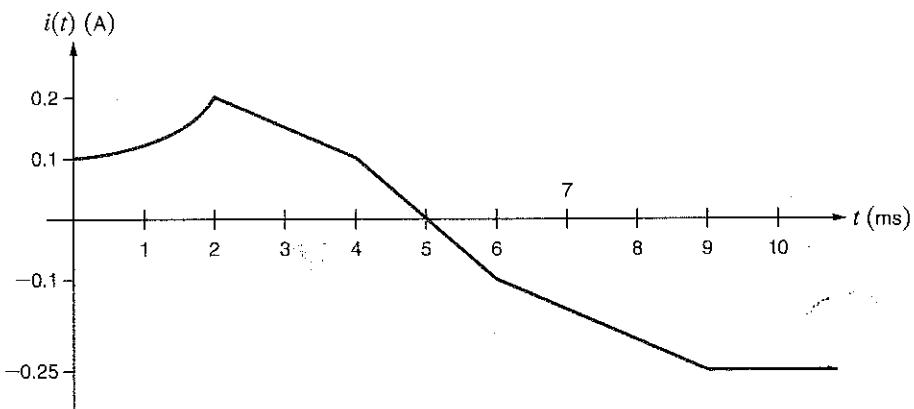


E6.9 0.1 H değerindeki bir induktörün gerilimi Şekil E6.9'da gösterilmektedir $i(0) = 0.1\text{ A}$ olduğuna göre induktör akımının şéklini bulunuz. Indüktörde biriken enerjinin $t = 7\text{ ms}$ 'deki değerini hesaplayınız.

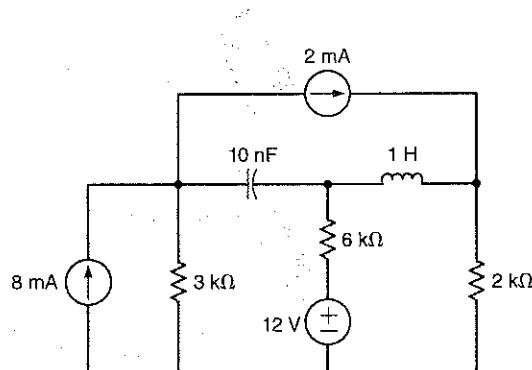


Şekil E6.9

YANIT: 1. 125 mJ.



E6.10 Şekil E6.10'da görülen devrede kondansatör ve induktörde biriken enerjileri bulunuz.

YANIT: 0.72 μJ , 0.5 μJ .

Şekil E6.10

KONDANSATÖR VE İNDÜKTÖR BELİRTEÇLERİ Bir kondansatörün veya induktörün niteliklerini belirtmek için kullanılan birkaç parametre vardır. Kodansatör içia bu belirteçler, kondansatörün kapasitans değeri, çalışma gerilimi ve toleransıdır. Standart kondansatör değerleri birkaç pF ile 50 mF arasında değişir. Günümüzde 1 F'ın üzerinde kondansatörler de bulunmaktadır ancak, bu özel kondansatörler kitabımızın kapsamı dışındadır. Çizelge 6.1'de pikofarad ve mikrofarad değerli standart kondansatörlerin listesi verilmektedir. Kondansatörlerin çalışma gerilimleri tipik olarak 6.3V ile 500 V arasındadır. Bununla birlikte, daha küçük veya daha büyük gerilimli kondansatörler de bulunmaktadır. Belirlenen çalışma geriliminin üzerine çıktılığında kondansatörün dilektriğinin delinmesi söz konusu olduğundan kondansatörün çalışma gerilimi değeri üreticiler tarafından özellikle belirtilir. Tolerans, kondansatörün kapasitansının yüzdesi olarak ifade edilir. Standart tolerans değerleri $\pm\% 5$, $\pm\% 10$ ve $\pm\% 20$ 'dir. Ender olarak da, tek basamaklı pF kondansatörler için tolerans pF cinsinde ifade edilir ($5 \text{ pF} \pm 0.25 \text{ pF}$ gibi).

ÇİZELGE 6.1. Standart kapasitans değerleri

pF	pF	pF	pF	μF	μF	μF	μF	μF	μF	μF
1	10	100	1000	0.010	0.10	1.0	10	100	1000	10,000
	12	120	1200	0.012	0.12	1.2	12	120	1200	12,000
1.5	15	150	1500	0.015	0.15	1.5	15	150	1500	15,000
	18	180	1800	0.018	0.18	1.8	18	180	1800	18,000
2	20	200	2000	0.020	0.20	2.0	20	200	2000	20,000
	22	220	2200	0.022	0.22	2.2	22	220	2200	22,000
	27	270	2700	0.027	0.27	2.7	27	270	2700	27,000
3	33	330	3300	0.033	0.33	3.3	33	330	3300	33,000
4	39	390	3900	0.039	0.39	3.9	39	390	3900	39,000
5	47	470	4700	0.047	0.47	4.7	47	470	4700	47,000
6	51	510	5100	0.051	0.51	5.1	51	510	5100	51,000
7	56	560	5600	0.056	0.56	5.6	56	560	5600	56,000
8	68	680	6800	0.068	0.68	6.8	68	680	6800	68,000
9	82	820	8200	0.082	0.82	8.2	82	820	8200	82,000

İndüktörler için kullanılan iki temel belirteç ise indüktans ve direnç değerleridir. Standart ticari indüktans değerleri 1 nH ile 100 mH arasında değişir. Daha büyük indüktörler ise sipariş üzerine üretilirler. Çizelge 6.2'de standart indüktörler sıralanmıştır. İndüktörlerin tipik akım değerleri ise 20-30 mA ile 1 A arasında değişir. Tolerans değerleri ise tipik olarak belirtilen indüktans değerinin % 5'i ya da % 10'u olarak verilir.

ÇİZELGE 6.2. Standart indüktans değerleri

nH	nH	nH	μH	μH	μH	mH	mH	mH
1	10	100	1.0	10	100	1.0	10	100
1.2	12	120	1.2	12	120	1.2	12	120
1.5	15	150	1.5	15	150	1.5	15	150
1.8	18	180	1.8	18	180	1.8	18	180
2	20	200	2.0	20	200	2.0	20	200
2.2	22	220	2.2	22	220	2.2	22	220
2.7	27	270	2.7	27	270	2.7	27	270
3	33	330	3.3	33	330	3.3	33	330
4	39	390	3.9	39	390	3.9	39	390
5	47	470	4.7	47	470	4.7	47	470
6	51	510	5.1	51	510	5.1	51	510
7	56	560	5.6	56	560	5.6	56	560
8	68	680	6.8	68	680	6.8	68	680
9	82	820	8.2	82	820	8.2	82	820

İndüktörler, bir iletkenin sargı haline getirilmesiyle üretilirler. Dolayısıyla, indüktörlerin bir miktar direnci olması doğaldır. Ancak, indüktörlerde kullanılan iletkenler düşük dirençli bakır kullanılır. Bakır iletkenin direnci iletkenin uzunluğuna ve çapına bağlıdır. Çizelge 6.3'te American Wire Gauge (AWG) standart iletken çapları ve bakır için buna karşı düşen birim uzunluk başına direnç değerleri hem orijinal birimleri (inch ve foot başına direnç) hem de SI birimleri ile verilmektedir.

ÇİZELGE 6.3. Bakır iletken için çap değerine göre direnç değerleri

AWG No	Çap (inch)	Çap (cm)	Direnç (mΩ / ft)	Direnç (mΩ / m)
12	0.0808	2.050	1.59	5.21
14	0.0641	1.630	2.54	8.28
16	0.0508	1.290	4.06	13.2
18	0.0400	1.020	6.50	21.0
20	0.0320	0.813	10.4	33.2
22	0.0253	0.643	16.5	53.2
24	0.0201	0.511	26.2	84.2
26	0.0159	0.404	41.6	135
28	0.0126	0.320	66.2	214
30	0.0100	0.254	105	340
32	0.0080	0.203	167	532
34	0.0063	0.160	267	857
36	0.0049	0.127	428	1360
38	0.0039	0.102	684	2130
40	0.0031	0.079	1094	3540

ÖRNEK

6.9

51 mF değerli, % 20 toleranslı bir kondansatörün kapasitansının alabileceği değerleri belirtiniz.

ÇÖZÜM Minimum kondansatör değeri $0.8C = 40.8 \text{ mF}$ ve maksimum kondansatör değeri $1.2C = 61.2 \text{ mF}$ olarak bulunur.

ÖRNEK

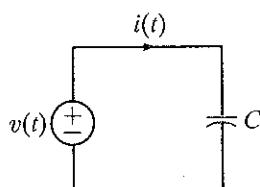
6.10

Şekil 6.11a'da görülen kondansatörün değeri 100 nF ve toleransı % 20 olarak verilmektedir. Kondansatöre uygulanan gerilimin şekli Şekil 6.11b'de gösterilmektedir. Minimum ve maksimum kapasitans değerleri için akım şéklini çiziniz.

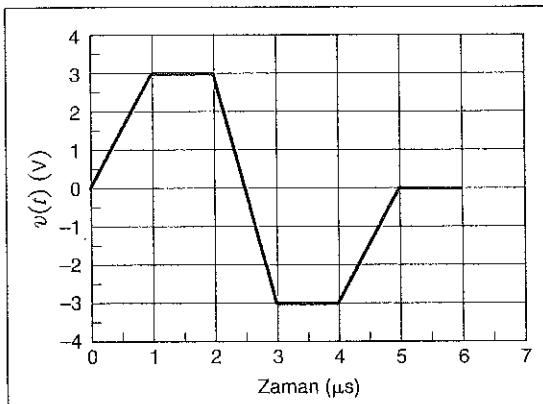
ÇÖZÜM Maksimum kondansatör değeri $1.2 = 120 \text{ nF}$ ve minimum kondansatör değeri $0.8C = 80 \text{ nF}$ olarak hesaplanır.

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

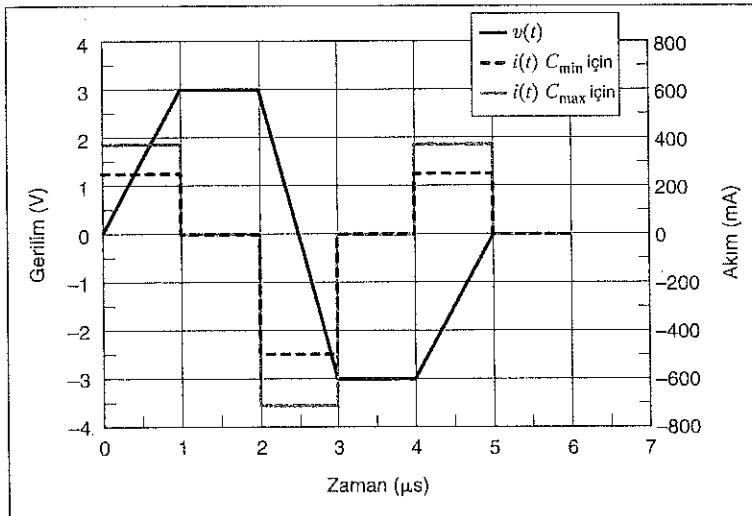
bağıntısından hesaplanan maksimum ve minimum kondansatör akımları Şekil 6.11c'de gösterilmektedir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 6.11

Örnek 6.10 ile ilgili devre ve grafikler.

Şekil 6.12a'da görülen indüktörün değeri $100 \mu\text{H}$, toleransı % 10 olarak verilmektedir. İndüktör akımının şekli Şekil 6.12b'de gösterilmektedir. Minimum ve maksimum indüktans değerleri için gerilim şékilini çiziniz.

ÖRNEK 6.11

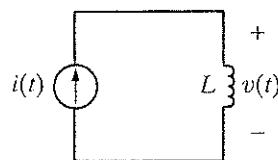
Maksimum indüktör değeri $1.1L = 110 \mu\text{H}$ ve minimum indüktör değeri $0.9L = 90 \mu\text{H}$ olarak hesaplanır.

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

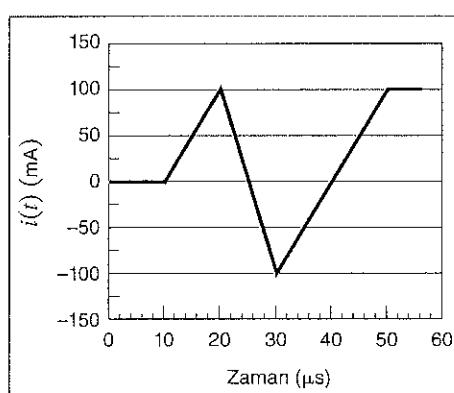
bağıntısından hesaplanan maksimum ve minimum indüktör gerilimleri Şekil 6.12c'de gösterilmektedir.

Şekil 6.12

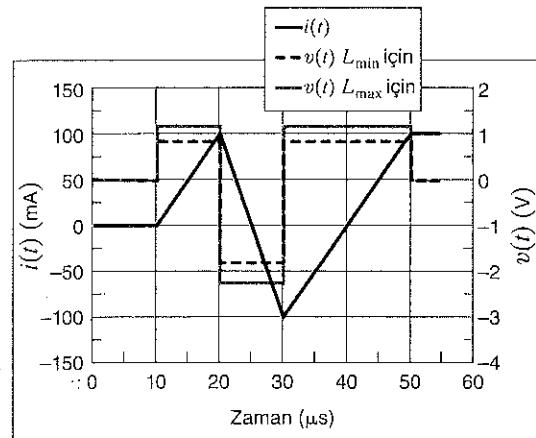
Örnek 6.11'de kullanılan devre ve grafikler.



(a)



(b)



(c)

6.3

SERİ KONDANSATÖRLER Seri olarak bağlanan bir dizi kondansatörün eşdeğeri KGY kullanılarak hesaplanabilir. Örneğin Şekil 6.13a'daki devre için

Kondansatör ve indüktör Bağlantıları

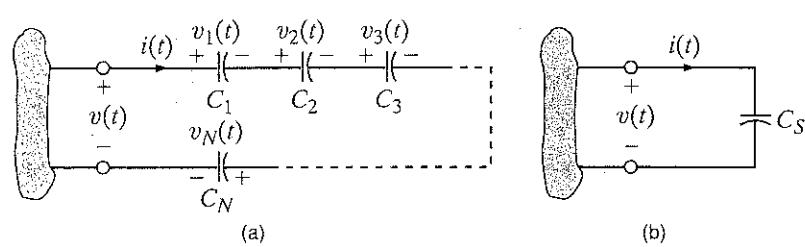
$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \dots + v_N(t) \quad 6.13$$

yazılabilir. Kondansatörün akım gerilim ilişkisi

$$v_i(t) = \frac{1}{C_i} \int_{t_0}^t i(t) dt + v_i(t_0) \quad 6.14$$

Şekil 6.13

N adet seri bağlı kondansatör için eşdeğer devre.



(a)

(b)

kullanılarak

$$v(t) = \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \right) \int_{t_0}^t i(t) dt + \sum_{i=1}^N v_i(t_0) \quad 6.15$$

$$= \frac{1}{C_s} \int_{t_0}^t i(t) dt + v(t_0) \quad 6.16$$

elde edilir. Bu eşitlikte

$$v(t_0) = \sum_{i=1}^N v_i(t_0)$$

olup, sonuç olarak eşdeğer kondansatör için aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} \quad 6.17$$

Dolayısıyla, Şekil 6.13b'de görülen devre, belirtilen koşullar altında Şekil 6.13a'da gösterilen devreye eşdeğерdir.

Ayrıca belirtmek gereki ki seri bağlı kondansatörlerin hepsinden aynı akım aktığından beli bir süre içerisinde tüm kondansatörler aynı miktarda yüklenirler. Her bir kondansatörün gerilimi, bu yük değerine ve o kondansatörün kapasitans değerine bağlı olarak değişir.

[ipucu]

Kondansatörlerin seri bağlantısı, dirençlerin paralel bağlantısına benzer.

Şekil 6.14'te görülen devre için eşdeğer kapasitansı ve başlangıç gerilimini hesaplayınız.

Öncelikle belirtmek gereki ki, bu kondansatörler seri olarak bağlanmadan önce yüklenmiş olmaları. Aksi takdirde hem hepsinin yükleri eşit olurdu hem de gerilimler de aynı yönde olurdu.

Eşdeğer kapasitans şu biçimde bulunur:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

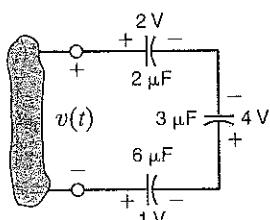
Bu eşitlikte tüm kapasitanslar mikrofarad cinsindendir.

Dolayısıyla $C_s = 1 \mu\text{F}$ olup şekilde de görüldüğü gibi $v(t_0) = -3 \text{ V}$ 'dur. Devrede depolanan toplam enerji değeri

$$\begin{aligned} w(t_0) &= \frac{1}{2} [2 \times 10^{-6}(2)^2 + 3 \times 10^{-6}(-4)^2 + 6 \times 10^{-6}(-1)^2] \\ &= 31 \mu\text{J} \end{aligned}$$

olarak hesaplanır. Ancak, uçlardan alınabilecek toplam enerjinin değeri farklıdır.

$$\begin{aligned} w_c(t_0) &= \frac{1}{2} C_s v^2(t) \\ &= \frac{1}{2} [1 \times 10^{-6}(-3)^2] \\ &= 4.5 \mu\text{J} \end{aligned}$$



Şekil 6.14

Başlangıç gerilimi olan çok sayıda kondansatörün seri bağlantısı.

ÖRNEK

6.12

ÇÖZÜM

ÖRNEK

6.13

ÇÖZÜM

Başlangıçta yüksüz olan iki kondansatör seri bağlanarak 12 V'luk bir kaynakla doldurulmaktadır. Kondansatörlerden biri $30 \mu\text{F}$ değerli olup diğerinin değeri bilinmemektedir. $30 \mu\text{F}$ 'lik kondansatörün gerilimi 8 V olduğuna göre diğer kondansatörün değerini hesaplayınız.

Once $30 \mu\text{F}$ 'lik kondansatörün yükünü hesaplayalım:

$$Q = CV = (30 \mu\text{F})(8 \text{ V}) = 240 \mu\text{C}$$

Seri kondansatörlerden aynı akım aktığından belli bir sürede her iki kondansatörün sahip olduğu yük aynı olacaktır. İkinci kondansatörün payına düşen gerilim de 4 V olduğundan

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{240 \mu\text{C}}{4\text{V}} = 60 \mu\text{F}$$

PARALEL KONDANSATÖRLER N adet paralel bağlı kondansatörün eşdeğeri KAY yardımıyla bulunabilir. Şekil 6.15'a'daki devreye KAY uygulanırsa:

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \cdots + i_N(t) \quad 6.18$$

$$\begin{aligned} &= C_1 \frac{dv(t)}{dt} + C_2 \frac{dv(t)}{dt} + C_3 \frac{dv(t)}{dt} + \cdots + C_N \frac{dv(t)}{dt} \\ &= \left(\sum_{i=1}^N C_i \right) \frac{dv(t)}{dt} \\ &= C_p \frac{dv(t)}{dt} \end{aligned} \quad 6.19$$

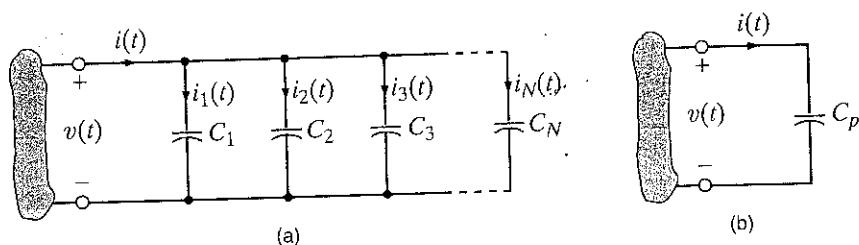
Bu eşitlikteki C_p eşdeğer kapasitesinin değeri şu biçimde ifade edilir.

[ipucu]

Paralel bağlı kondansatörler seri bağlı dirençlere benzerdir.

Şekil 6.15

Paralel bağlanmış N adet kondansatörün eşdeğeri devresi.



ÖRNEK

6.14

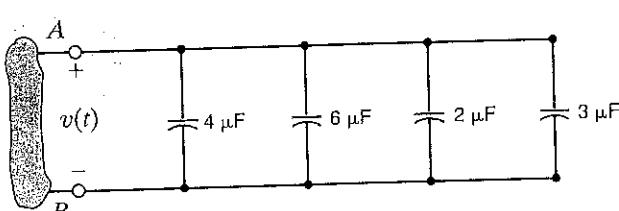
ÇÖZÜM

Şekil 6.16'da görülen devrenin A-B uçları arasındaki eşdeğeri kapasitansı hesaplayınız.

$$C_p = 15 \mu\text{F}$$

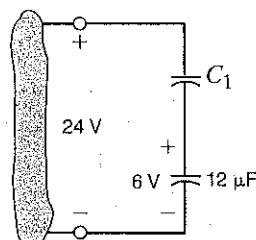
Şekil 6.16

Çok sayıda paralel kondansatörden oluşan devre.



ÖĞRENCİ İŞLEMLERİ İÇİNİZİ SINAVYALI

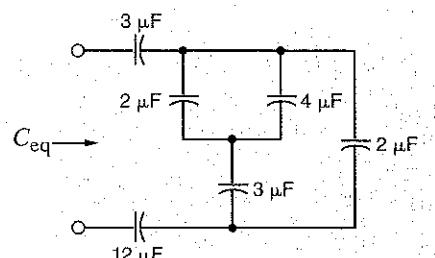
E6.11 Başlangıçta yüksək bir gerilim 24 V olan bir devre Şekil E6.11'de görüldüğü gibi bağlanmıştır. Belli bir süre gerilim gösterilen değere ulaşmıştır. **YANIT:** $C_1 = 4 \mu\text{F}$



Şekil E6.11

E6.12 Şekil E6.12'de gösterilen devrenin eşdeğer kapasitansını hesaplayınız.

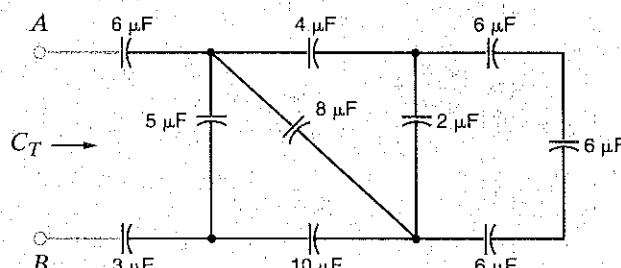
YANIT: $C_{eq} = 1.5 \mu\text{F}$



Şekil E6.12

E6.13 Şekil E6.13'te C_T değerini hesaplayınız.

YANIT: $1.667 \mu\text{F}$



Şekil E6.13

SERİ İNDÜKTÖRLER N adet induktör seri bağlandığında eşdeğer induktans şu biçimde hesaplanır: Şekil 6.17a'daki devreye KGY uygulanırsa:

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \dots + v_N(t) \quad 6.21$$

Buradan da,

$$v(t) = L_1 \frac{di(t)}{dt} + L_2 \frac{di(t)}{dt} + L_3 \frac{di(t)}{dt} + \dots + L_N \frac{di(t)}{dt} \quad 6.22$$

$$= \left(\sum_{i=1}^N L_i \right) \frac{di(t)}{dt} \quad 6.23$$

$$= L_s \frac{di(t)}{dt} \quad 6.23$$

elde edilir.

[ipucu]

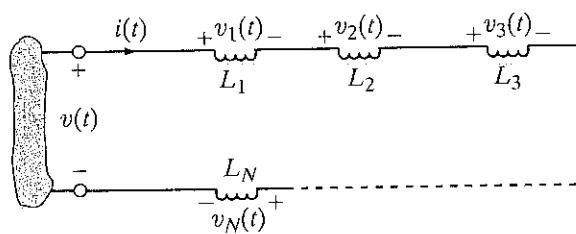
Seri bağlı indüktörler seri bağılı dirençlere benzer.

Bu eşitlikte L_s değeri şu biçimde ifade edilir:

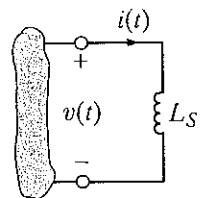
$$L_s = \sum_{i=1}^N L_i = L_1 + L_2 + \cdots + L_N \quad 6.24$$

Dolayısıyla, bu koşullar altında Şekil 6.17b'deki devre Şekil 6.17a'daki devreye eşdeğerdir.

Şekil 6.17
N adet seri bağlı
indüktörün eşdeğer
devresi.



(a)



(b)

ÖRNEK

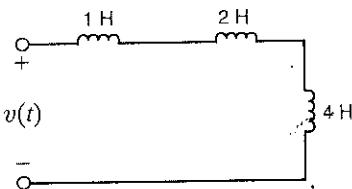
Şekil 6.18'de görülen devrenin eşdeğer indüktansını hesaplayınız.

6.14 ÇÖZÜM

Devrenin eşdeğer indüktansı şu biçimde hesaplanır:

$$L_s = 1\text{H} + 2\text{H} + 4\text{H} \\ = 7\text{H}$$

Şekil 6.18
Çok sayıda indüktör
içeren devre.



PARALEL İNDÜKTÖRLER Şekil 6.19a'da görülen *N* adet paralel indüktör içeren devrede KAY uygulanarak eşdeğer indüktans hesaplanabilir:

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \cdots + i_N(t) \quad 6.25$$

Her bir indüktörün akımı için aşağıda belirtilen ifade yazılırsa

$$i_j(t) = \frac{1}{L_j} \int_{t_0}^t v(x) dx + i_j(t_0) \quad 6.26$$

toplam akım şu biçimde elde edilir.

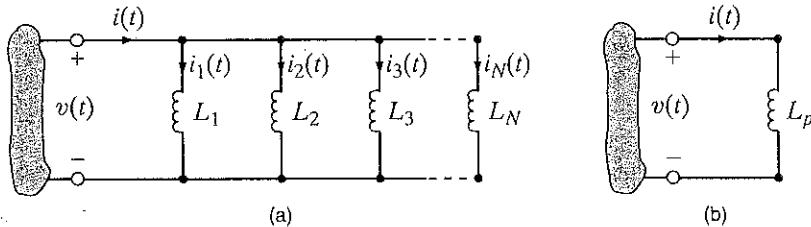
$$i(t) = \left(\sum_{j=1}^N \frac{1}{L_j} \right) \int_{t_0}^t v(x) dx + \sum_{j=1}^N i_j(t_0) \quad 6.27$$

$$= \frac{1}{L_p} \int_{t_0}^t v(x) dx + i(t_0) \quad 6.28$$

Bu ifadede L_P 'nin eşitliği şu biçimdedir:

$$\frac{1}{L_p} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \cdots + \frac{1}{L_N} \quad 6.29$$

$i_1(0)$, L_P indüktörünün akımının $t = t_0$ 'daki değeridir. Dolayısıyla Şekil 6.19b'deki devre, belirtilen koşul altında, Şekil 6.19a'daki devre ile eşdeğerdir.



[ipucu]

Paralel bağlı induktörler, paralel bağlı dirençlere benzer,

Şekil 6.19

Nader paralel bağlı
indüktörün eşdeğer devresi.

Şekil 6.20'deki devrede eşdeğer induktansı ve başlangıç akımını bulunuz.

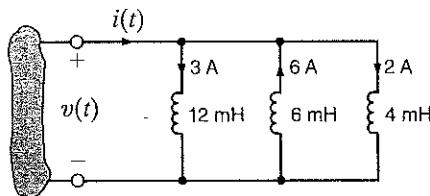
Eşdeğer induktans şu biçimde hesaplanır:

$$\frac{1}{L_p} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$$

Bu eşitlikte tüm indüktans değerleri milihenri cinsinden olup

$$L_p = 2 \text{ mH}$$

olarak bulunur. Başlangıç akımının değeri ise:



ÖRNEM

6.16

CÖZÜM

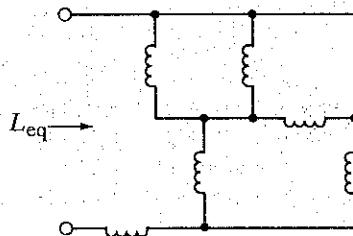
Şekil 6.20

Başlangıç değeri olan çok sayıda induktörün paralel bağlantısı.

Şu ana kadar yaptığımız incelemelerden, kondansatörlerin iletkenlik (direncin tersi) induktörlerin ise direnç gibi davranış gösterdiği anlaşılmaktadır.

Öğrendiklerimizi Sınavyalım

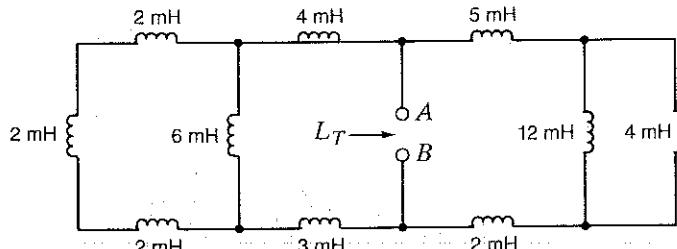
E6.14 Şekil E16.4'te görülen devrede her bir induktör 6 mH olduğuna göre eşdeğer induktansı **YANIT: 9.429 mH.** hesaplayınız.



Şekil E6.14

E6.15 Şekil E6.15'deki devre için L_T 'yi bulunuz.

YANIT: 5 mH.



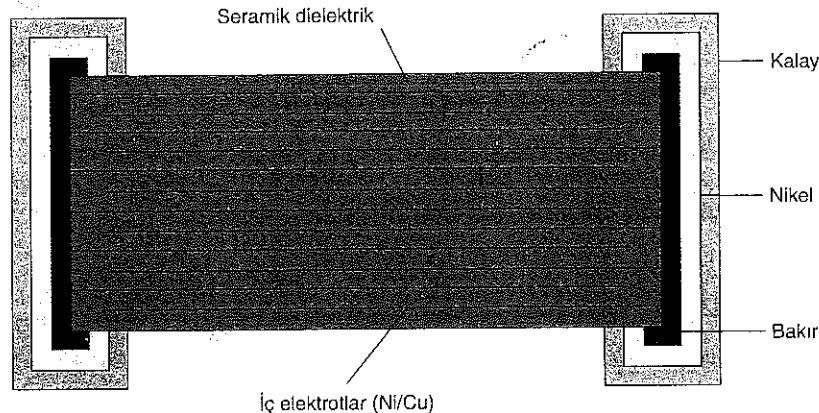
Şekil E6.15

YONGA KONDANSATÖRLER 2. Bölüm'de günümüz elektronik üretiminde kullanılan dirençleri kısaca incelemiştik. Bu yüzey montajlı elemanların bir örneği, Şekil 2.41'de bir dizi tipik yonga kondansatörle birlikte gösterilmiştir. Birazdan söz edeceğimiz gibi, günümüz elektronik devrelerinde direnç ve kondansatörler kullanılan başlıca elemanlar olurken, induktör kullanımından kaçınılmaya çalışılır.

Günümüzde kullanılan kondansatörlerin çoğu yüzey montajlı kondansatörlerdir. Bu kondansatörler çok değişik büyüklüklerde olabilir. Örneğin, bir kenarlarının boyu 0.25 mm ile 6.35 mm arasında olabilir. Bütün seramik yonga kondansatörlerin metal levhaları arasında seramik bir dielektrik katmanı bulunur. Seramikin ve metal levhaların özellikleri kondansatörün kapasitansını ve güvenilirliğini belirler. Standart bir yonga kondansatörünün kesit görünümü Şekil 6.21'de verilmektedir. İç metal elektrotlar yonganın iki yanındaki metal uçlara bağlanırlar. Yonganın baskı devreye lehim işlemi de bu metal bağlantılar üzerinden yapılır.

Şekil 6.21

Çok katmanlı seramik yonga kondansatörünün kesit gösterimi.



Değişken katmanların sayısı, katmanlar arasındaki mesafe ve seramik malzemenin dielektrik sabiti kondansatörün kapasitansını belirler.

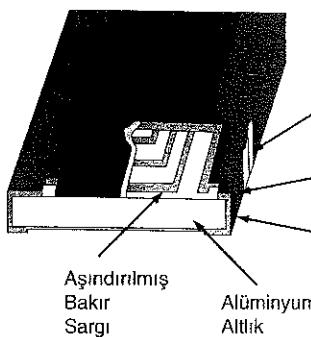
Daha önce, dirençlerin standart büyüklüklerde ve belli güç düzeylerinde üretildiğini belirtmiştik. Yonga kondansatörler de aynı biçimde üretilirler. Çizelge 6.4'te kısmi bir liste verilmektedir.

ÇİZELGE 6.4. Standart seramik yonga kondansatör büyüklükleri

Büyüklük Kodu	Boyut (mil) (1 mil = 0,254 cm)	Güç Değeri (Watt)
0201	20 X 10	1/20
0402	40 X 20	1/16
0603	60 X 30	1/10
0805	80 X 50	1/8
1206	120 X 60	1/4
2010	200 X 100	1/2
2512	250 X 120	1

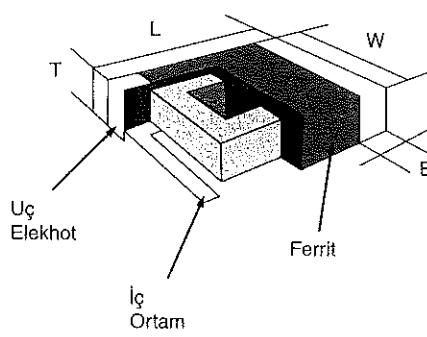
YONGA İNDÜKTÖRLER Yonga indüktörler, çok küçük bir seramik alt katman üzerine bir iletkeninin sarılması, veya bir ince filmin bir sargı biçiminde yerleştirilmesi ile elde edilir. Bu yapı daha sonra koruma altına alınmak için bir kapsül içine veya kalıp içine alınır. Yonga indüktörler çeşitli tipte ve değerde bulunabilir. Tipik olarak, baskı devrelerde yaygın olarak kullanılan standart yonga paketlerine uygun üç farklı yapıda olurlar.

İlk tür hassas yonga indüktörlerdir. Bunlarda seramik üzerine sargı biçiminde bir bakır katman yerleştirilir. Bu yapı Şekil 6.22'de gösterilmektedir.



Şekil 6.22

Hassas yonga indüktör kesiti.

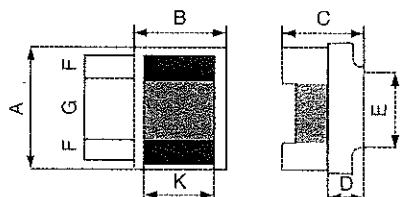


Şekil 6.23

Ferrit yonga indüktör kesiti.

İkinci tür ferrit yonga kondansatördür. Bunlarda, ferrit katmanlar arasına yerleştirilmiş bir dizi sargı bulunur. Yapı Şekil 6.23'te gösterilmektedir.

Üçüncü türde bir iletken, seramik bir çekirdek üzerine sarılır. Bu yapı Şekil 6.24'te gösterilmektedir.



Şekil 6.24

İletken sargılı yonga indüktörün kesiti görünümü.

6.4

RC İşlemsel Yükselteç Devreleri

[ipucu]

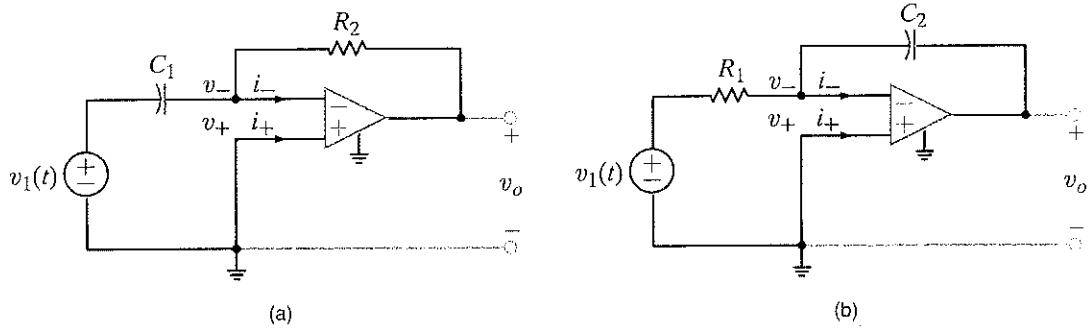
İdeal İşlemsel yükselticelerde
 $v_+ = v_-$ ve $i_+ = i_- = 0$.

İki önemli RC işlemsel yükseltic türünden devrelerdir. Temel evren işlemsel yükseltic devresinde dirençlerden birinin yerine kondansatör kullanılarak bu devreler elde edilebilir. Örneğin, Şekil 6.25a'daki devrede düğüm denklemi yazalım:

$$C_1 \frac{d}{dt}(v_1 - v_-) + \frac{v_o - v_-}{R_2} = i_-$$

Ancak, burada $v_- = 0$ ve $i_- = 0$ olduğundan:

$$v_o(t) = -R_2 C_1 \frac{dv_1(t)}{dt} \quad 6.30$$



Şekil 6.25

Türev ve integral alıcı
işlemsel yükseltic
devreleri.

Dolayısıyla işlemsel yükselticin çıkış gerilimi girişin türeyi ile orantılıdır.

Şekil 6.25b'de görülen devre için de

$$\frac{v_1 - v_-}{R_1} + C_2 \frac{d}{dt}(v_o - v_-) = i_-$$

yazılabilir. Ancak, $v_- = 0$ ve $i_- = 0$ olduğundan

$$\frac{v_1}{R_1} = -C_2 \frac{dv_o}{dt}$$

$$\begin{aligned} v_o(t) &= \frac{-1}{R_1 C_2} \int_{-\infty}^t v_1(x) dx \\ &= \frac{-1}{R_1 C_2} \int_0^t v_1(x) dx + v_o(0) \end{aligned} \quad 6.31$$

elde edilir.

Başlangıçtaki kondansatör yüksüzse $v_o(0) = 0$ olur ve dolayısıyla

$$v_o(t) = \frac{-1}{R_1 C_2} \int_0^t v_1(x) dx \quad 6.32$$

yazılabilir. Görüldüğü gibi çıkış gerilimi giriş geriliminin integrali ile orantılıdır.

Şekil 6.26a'da görülen gerilim Şekil 6.25a'daki türev alıcı devrenin girişine uygulanmaktadır.
 $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ ve $C_1 = 2 \mu\text{F}$ olduğuna göre işlemesel yükseltecin çıkış gerilimini bulunuz.

ÖRNEK

6.17

Eş. (6.30)'dan yükseltecin çıkışı

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} v_o(t) &= -R_2 C_1 \frac{dv_i(t)}{dt} \\ &= -(2)10^3 \frac{dv_i(t)}{dt} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

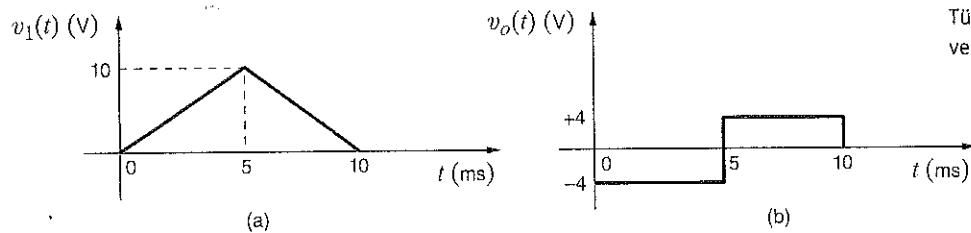
$0 \leq t < 5$ aralığında $dv_i(t)/dt = (2)10^3$ olduğundan, bu aralıkta $v_o(t) = -4 \text{ V}$ bulunur.

$5 \leq t < 10 \text{ ms}$ aralığında ise $dv_i(t)/dt = -(2)10^3$ olduğundan $v_o(t) = 4 \text{ V}$ bulunur.

Yükseltecin çıkış gerilimi Şekil 6.26b'de gösterilmektedir.

Şekil 6.26

Türev alıcı devrenin giriş ve çıkış gerilimleri.



Şekil 6.25b'de görülen integral alıcı devrenin parametreleri $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$ ve $C_2 = 0.2 \mu\text{F}$ olarak verilmektedir. Yükseltecin giriş gerilimi Şekil 6.27a'da verildiği gibiye, çıkış gerilimini bulunuz. Kondansatörün başlangıç gerilimini sıfır alınız.

ÖRNEK

6.17

Integral alıcı devrenin çıkış gerilimini ifadesi şu biçimdedir:

ÇÖZÜM

$$v_o(t) = \frac{-1}{R_1 C_2} \int_0^t v_i(x) dx$$

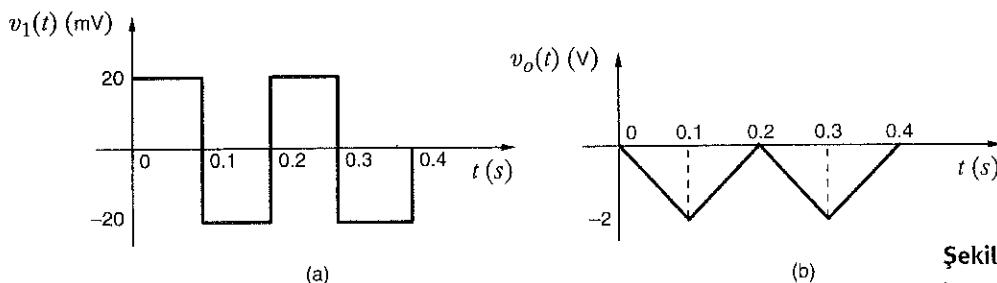
Verilen parametreler kullanılırsa bu ifade şu biçimde yeniden yazılabılır:

$$v_o(t) = -10^3 \int_0^t v_i(x) dx$$

$0 \leq t < 0.1$ aralığında $v_i(t) = 20$ olduğundan bu aralıkta

$$\begin{aligned} v_o(t) &= -10^3(20)10^{-3}t \quad 0 \leq t < 0.1 \text{ s} \\ &= -20t \end{aligned}$$

yazılabilir. $t = 0.1 \text{ s}'de v_o(t) = -2 \text{ V}$ olur. $0.1 - 0.2 \text{ s}$ aralığında integral alıcının çıkışı $20t$ bağıntısına göre değişir ve çıkış değeri $v_o(0.1) = -2 \text{ V}'dan v_o(0.2) = 0 \text{ V}'a yükselir. $t = 0$ ile $t = 0.2 \text{ s}$ arasındaki değişim $t = 0.2 \text{ s}$ ile $t = 0.4 \text{ s}$ arasında da yinelenir. Çıkış gerilimi Şekil 6.27b'de gösterilmektedir.$

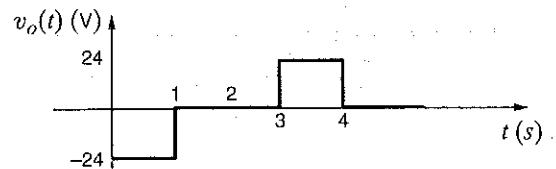
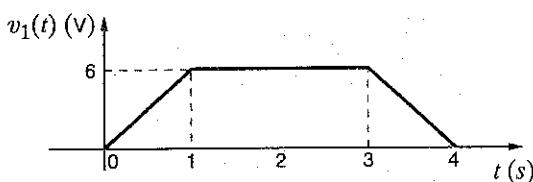


Şekil 6.27
Integral alıcı devrenin
giriş ve çıkış gerilimleri.

Öğrendiklerimizi Sınayalım

E6.16 Şekil E6.16'da gösterilen işaret türev alıcı işlemel yükseleme devresinin girişine uygulanmıştır. Devrenin eleman değerleri $R_2 = 2 \Omega$ ve $C_1 = 2 \text{ F}$ olduğuna göre işlemel yükseleme çıkış gerilimini bulunuz.

YANIT:



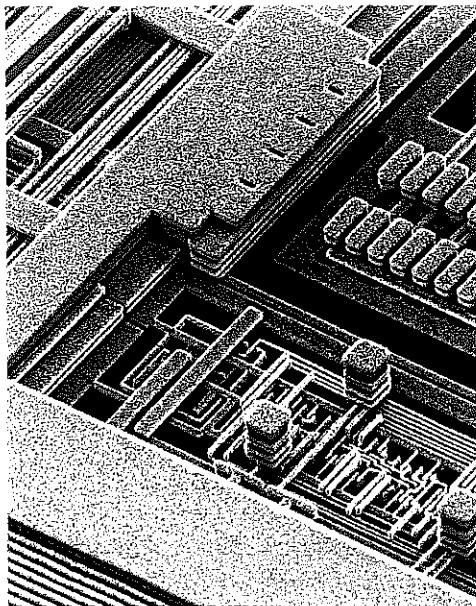
Şekil E6.16

6.5

Uygulama Örnekleri

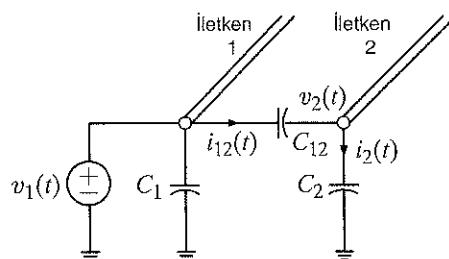
UYGULAMA ÖRNEĞİ 6.19

Entegre devrelerde yüksek hızlı sinyalleri taşıyan iletkenler Şekil 6.28'de gösterilen büyütülmüş çizimde görüldüğü gibi, birbirlerine çok yakın dururlar. Bunun sonucu olarak “ilginç” bir biçimde bir iletkendeki işaret, bir başka iletkende de görülebilir. Bu olguya çapraz girişim (crosstalk) adı verilir. Şimdi bu durumu inceleyelim ve alınabilecek önlemler önerelim.



Şekil 6.28
SEM (Scanning Electron Microscope – Tarayıcı Elektron Mikroskopu)
Görüntüsü (Tom Way/
Ginger Conly, International Business Machines Corporation izniyle)

Çapraz girişimin nedeni kapasitanstır. Buradaki kapasitans, aslında istenmeyen, birbirine yakın iletkenler arasında oluşan parazitik kapasitanstır. İki uzun paralel iletken arasındaki çapraz girişim, Şekil 6.29'da gösterilen basit model kullanılarak incelenebilir. İletken 1'e bir gerilim uygulansın. C_1 ve C_2 kapasitansları, iletkenlerin toprağa göre parazitik kapasitansları, C_{12} ise iletkenler arasındaki kapasitanstır. Aslında kondansatör birbirlerine yakın iki iletken levha olarak tanımlamamıştık. Bu levhaları ince iletkenler olacak biçimde çekerek uzattığımızı düşünürsek hem iletkenlerin şekli hem de kapasitansın değeri değişecektir. Ancak sonuçta yine de iki iletken arasında bir kapasitanst mevcut olacaktır.



ÇÖZÜM

Şekil 6.29
Çapraz girişimi incelemek için basit bir model.

Çapraz girişimin düzeyini sayısal bir değerle eşlestirebilmek için ilk iletkendeki gerilim ne kadarlık bir bölümünün diğer iletkende görüleceğini bilmemiz gerekdir. İletken 2'de düğüm analizi yaparsak:

$$i_{12}(t) = C_{12} \left[\frac{dv_1(t)}{dt} - \frac{dv_2(t)}{dt} \right] = i_2(t) = C_2 \left[\frac{dv_2(t)}{dt} \right]$$

Buradan

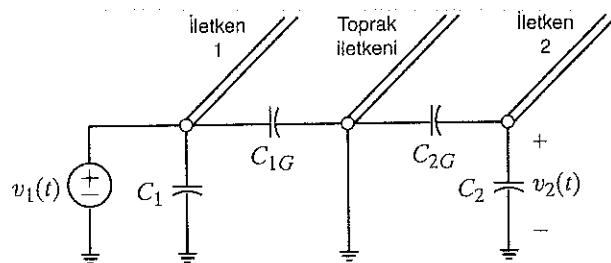
$$\frac{dv_2(t)}{dt} = \left[\frac{C_{12}}{C_{12} + C_2} \right] \frac{dv_1(t)}{dt}$$

elde edilir. Bu eşitliğin integrali alınırsa

$$v_2(t) = \left[\frac{C_{12}}{C_{12} + C_2} \right] v_1(t)$$

bulunur.

Göründüğü gibi, $v_1(t)$ 'nin 2. iletkenine ne kadar yansığını basit bir kapasitans oranı belirler. C_{12} 'nin C_1 ve C_2 'den çok küçük olmasını sağlayabilirsek çapraz etkileşimi engellebiliriz. Bunu nasıl yapabiliriz? Öncelikle, iletkenler arasındaki mesafeyi artırarak C_{12} 'yi mümkün olduğunda küçültürüz. Sonra da, ikinci iletkeni toprak iletkenine yakın yerleştirerek C_2 'yi artırırız. Ancak, ilk seçenek kullanılan alanı genişletirken ikinci seçenek de 1 numaralı iletkenin gerilimini düşürür. Bu noktada tipik bir mühendislik getir-götür hesabı yapmak durumunda kalırız. Bir ölçütü iyileştirmek için (çapraz girişimi azaltmak) diğer ölçütü bir miktar gözden çıkartın (yüzey alanı veya hız) Bir çözüm, işaret taşıyan iletkenler arasına Şekil 6.30'da gösterildiği gibi bir toprak bağlantısı yerleştirmektir. Bu durumda da, iki komşu iletken arasında topraklama iletkeni yerleştirilerek iletkenlerin kapladığı alan yaklaşık iki katına çıkmaktadır.

**Şekil 6.30**

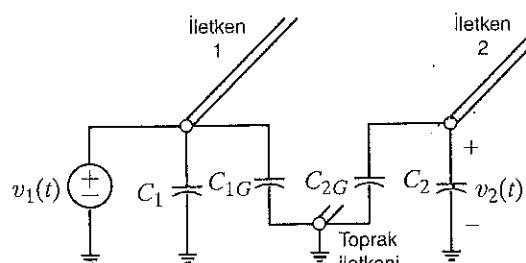
Çapraz girişime karşı topraklama iletkeni kullanılması.

Devre Şekil 6.31'deki gibi yeniden çizilirse iki iletkenin şimdi birbirinden yalıtıldığı ve aralarında herhangi bir çapraz girişim olmaması gerektiği açıkça görülür. Ancak, bu da pek gerçekçi değildir. Dolayısıyla, modelimizin çapraz girişimi ne kadar doğru modellediğini sorgulamamız gereklidir. Çapraz girişi daha doğru modelleyebilecek bir devre Şekil 6.32'de verilmektedir. Bu yeni devrede iki iletken arasındaki kapasitans ihmal edilmemektedir. Çapraz girişimi hesaplayabilmek için yine $v_2(t)/v_1(t)$ oranına bakmamız gereklidir. Şekil 6.33'te ikinci iletkende düğüm denklemini yazarsak iletkenler arasındaki kaçak akım hesaplanabilir:

$$i_{12}(t) = C_{12} \left[\frac{dv_1(t)}{dt} - \frac{dv_2(t)}{dt} \right] = i_2(t) = (C_2 + C_{2G}) \left[\frac{dv_2(t)}{dt} \right]$$

Şekil 6.31

Topraklama iletkeni kullanılarak elektriksel yalıtım sağlanması.



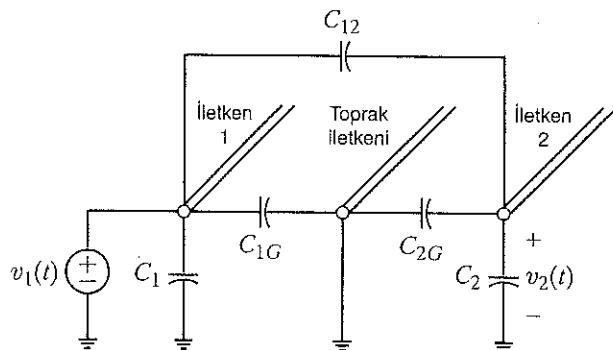
Bu bağıntıdan $dv_2(t)/dt$ 'yi çekerim:

$$\frac{dv_2(t)}{dt} = \left[\frac{C_{12}}{C_{12} + C_2 + C_{2G}} \right] \frac{dv_1(t)}{dt}$$

Eşitliğin her iki yanının integralini alırsak $v_2(t)$ elde edilir.

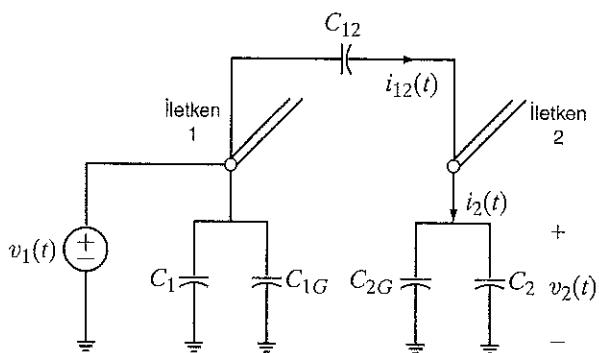
$$v_2(t) = \left[\frac{C_{12}}{C_{12} + C_2 + C_{2G}} \right] v_1(t)$$

Göründüğü gibi bu bağıntı daha önce elde edilen bağıntuya benzer olup farklı olarak C_{2G} terimi eklenmiştir. Bu durumda iki nedenle çapraz girişim azalmaktadır. Öncelikle, eklenen topraklama iletkeni nedeniyle 1. ve 2. iletkenleri birbirinden uzaklaştırdığından C_{2G} küçülmüştür. Ayrıca, C_{2G} 'den dolayı girişim eşitliğinin paydası büyümektedir. $C_{2G} = C_2$ olduğunu ve fazladan kullanılan alan nedeniyle C_{12} 'nın yarıya düşüğünü varsayırsak girişimin yaklaşık olarak dörtte birine düşmesini bekleyebiliriz.



Şekil 6.32

Çapraz girişim için daha doğru bir model.



Şekil 6.33

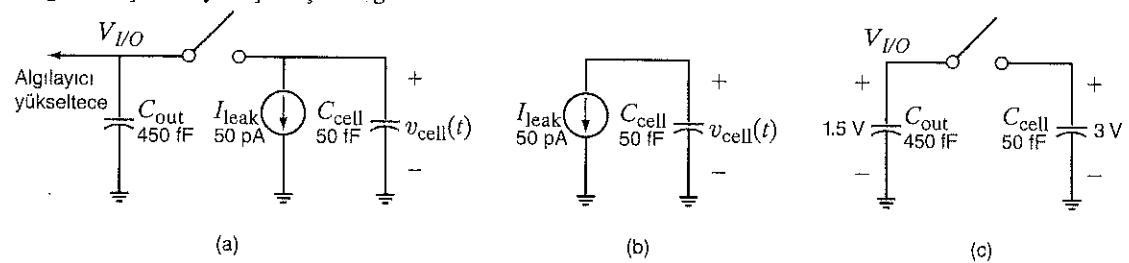
Şekil 6.32'deki modelin yeniden çizimi.

Bilgisayarlarındaki bellekler, kondansatörlerin kullanımına en güzel örneklerden biridir. DRAM (Dinamik Random Access Memory) olarak adlandırılan bu bellek 2007 yılı rakamlarıyla, 4 milyar civarında veri depolama hücresi içerir. Bu sayının önmüzdeki on yıl boyunca her iki yılda yaklaşık iki katına çıkmasını bekleyebilirsiniz. Şimdi, bir DRAM hücresinin çalışmasına yakından bakalım.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 6.20

Şekil 6.34'te bir DRAM hücresinin basit bir modeli verilmektedir. Veri, hücre kondansatörde doğru yanılış (true/false veya 1/0) formatında saklanır. Kondansatör gerilimi büyükse “doğru”, küçükse “yanlış” koşulu sağlanır.

ÇÖZÜM



Anahtarın kapanmasıyla işlemciden DRAM hücreye erişim sağlanır. Parazitik olarak adlandırabileceğimiz I_{leak} akım kaynağı, kondansatörden kaçan yükü modelllemek için kullanılan bir elemandır. Bir başka parazitik, yani istenmeden var olan, eleman da C_{out} kapasitansıdır. Bu kapasitans, hücrenin dış tarafına bağlanan iletkenlerin kapasitansıdır. Hem I_{leak} hem de C_{out} DRAM hücresinin çalışması üzerinde çok büyük etkiye sahiptir.

Hücrede “doğru” koşulunun oluşturulmaya çalışıldığı düşününelim. I/O düğümüne 3 V'luk (yüksek) bir gerilim uygulanır ve anahtar kapanarak C_{cell} üzerindeki gerilimin hızla 3 V'a çıkışına yol açar. Anahtar açıldığımızda veri depolamış olur.

Şekil 6.34

(a) DRAM bellek hücresinin basit bir modeli, (b) hücre kondansatörden yük kaçağının etkisi, (c) okuma işleminin başlangıcında hücre koşulları.

Depolama işlemi sırasında yük, enerji ve kullanılan elektron sayısı (n) şu biçimde hesaplanabilir:

$$Q = CV = (50 \times 10^{-15})(3) = 150 \text{ fC}$$

$$W = \frac{1}{2}CV^2 = (0.5)(50 \times 10^{-15})(3^2) = 225 \text{ fJ}$$

$$n = Q/q = 150 \times 10^{-15}/(1.6 \times 10^{-19}) = 937.500 \text{ elektron}$$

Veri yazılımcı anahtar açılır ve kondansatör I_{leak} akımı ile boşalmaya başlar. DRAM hücresinin kalitesinin bir ölçüsü veri geriliminin yarıya, yani 3 V'dan 1.5 V'a düşmesi için gerekli zamandır. Bu süreyi t_H olarak adlandırıralım. Kondansatör bağıntısı

$$v_{\text{cell}}(t) = \frac{1}{C_{\text{cell}}} \int i_{\text{cell}} dt \text{ V}$$

kullanılarak ve $i_{\text{cell}}(t) = -I_{\text{leak}}$ yazıp integral işlemini gerçekleştirsek

$$v_{\text{cell}}(t) = \frac{1}{C_{\text{cell}}} \int (-I_{\text{leak}}) dt = -\frac{I_{\text{leak}}}{C_{\text{cell}}} t + K$$

elde edilir. $t = 0$ 'da $v_{\text{cell}} = 3 \text{ V}$ olduğundan $K = 3$ bulunur. Dolayısıyla hücre geriliminin ifadesi

$$v_{\text{cell}}(t) = 3 - \frac{I_{\text{leak}}}{C_{\text{cell}}} t \text{ V} \quad 6.33$$

olar. $t = t_H$ ve $v_{\text{cell}}(t_H) = 1.5 \text{ V}$ yazılırsa (6.33) eşitliğinden $t_H = 15 \text{ ms}$ bulunur. Yani, hücredeki veri birkaç milisaniyede yok olmaktadır. Bunun çözümü, yokolmadan önce veriyi tekrar yazmaktadır. Tazelemek (refresh) olarak adlandırılan bu teknigin kullanılması her bir DRAM hücresi için zorunludur.

C_{out} 'un etkisini görmek için tam yüklü ($v_{\text{cell}} = 3.0 \text{ V}$) bir "doğru" koşulunu okuma durumunu göz önüne alalım. I/O hattı genelde önceden yarı gerilim düzeyine doldurulmuş olur. Bu örnekte bu değer Şekil 6.34c'de görüldüğü gibi 1.5 V'tur. (C_{out} 'un etkisini yalnız görebilmek için I_{leak} kaldırıldı.) Sonra anahtar kapatılır. Bir sonraki aşamada ne olduğu en iyi yükün korunumu ile anlaşılır. Anahtar kapanmadan hemen önce devredeki toplam yük miktarı

$$Q_T = Q_{\text{out}} + Q_{\text{cell}} = V_{\text{I/O}} C_{\text{out}} + V_{\text{cell}} C_{\text{cell}}$$

$$Q_T = (1.5)(450 \times 10^{-15}) + (3)(50 \times 10^{-15}) = 825 \text{ fC}$$

olarak hesaplanır. Anahtar kapatıldığında kondansatör gerilimi değişmez. Bu değer V_0 olsun. Ayrıca, toplam yük de aynı kalır:

$$Q_T = 825 \text{ fC} = V_o C_{\text{out}} + V_o C_{\text{cell}} = V_o (450 \times 10^{-15} + 50 \times 10^{-15})$$

$$V_o = 1.65 \text{ V}$$

Buradan $V_o = 1.65 \text{ V}$ elde edilir.

Gördüğü gibi okuma işlemi sırasında $V_{\text{I/O}}$ gerilimi yalnızca 0.15 V değişmiştir. Bu kadar küçük bir değişim algılamak için çok duyarlı bir yükselteç gereklidir. DRAM'larda bu iş için algılama yükselticileri (sense-amp) kullanılır. Anahtar kapandığında v_{cell} aniden nasıl değişimdir? Değişmez? Gerçek bir DRAM hücresinde anahtar işlevini kütük bir eşdeğer direnci olan bir tranzistör gerçekleştirir. Bunun sonucu olarak eşdeğer devrenin zaman RC sabiti de çok küçük olur. Unutmayalım ki biz hücrenin hızını değil geriliminin son değerini (V_o) inceliyoruz. Anahtarda kaybedilen güç kondansatörde depolananın yanında küçük kaldığı sürece anahtarın direncini rahatlıkla ihmali edebiliriz. Bu arada, hücrede hatalı bir okuma (0 V) ortaya çıkarsa V_o doldurduğu 1.5 V'dan 1.35 V'a düşer. Yani, ters yönde 0.15 V değişim olur. Bu simetrik gerilim değişim nedeniyle I/O düğümü önceden veri geriliminin yarısına şarj edilir. I_{leak} ve C_{out} 'un bu olumsuz etkilerini ortadan kaldırma tazeleme gereksinimini de önemli ölçüde ortadan kaldırabilir ve veri okurken I/O noktasındaki gerilim dalgalanmasını da azaltabilir. DRAM tasarımcıları tam da bunu yapmaya çalışırlar ve bu işi yapanlar çok aranan elemanlardır.

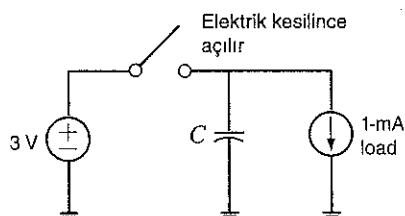
6.6

Tasarım Örnekleri

Hepiniz evinizde veya okulumuzda elektrik kesintisi yaşamışızdır. Elektrik kesintisi bir saniyeye süre bile bütün dijital saatleri yeniden ayarlamamız gerekebilir. Böyle bir saatin iç sayısal donanımının 1 mA'lık sabit bir akıma ve 3 V düzeyinde bir gerilime ihtiyaç duyduğunu, ancak, gerilim 2.4 V'a kadar düşse de donanımın iletini yerine getirebileceğini varsayılmı. Bu varsayımlar altında gerilimi belli bir süre, örneğin 1 saniye kadar, tutabilecek bir devre tasarlayalım.

Kondansatör geriliminin aniden değisememesi bu tür durumlarda işe yarar. Bu problemin çözümünü arken Şekil 6.35'de gösterilen devre modelini kullanabiliriz. Bu devrede, kondansatör gerilimi tutmak için kullanılır. 1 mA'lık akım kaynağı da yükü modellemektedir.

Güç kesintisi uğradığında yükün ihtiyaç duyduğu tüm güç kondansatör tarafından sağlanacaktır. Sabit akım kaynağı birincimde gösterilen yük ise kondansatörü



$$v(t) = 3.0 - \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

bağıntısı uyarınca doğrusal olarak boşaltacaktır.

1 saniye sonra $v(t)$ en fazla 2.4 V'a düşmelidir. Yani, kondansatör uçlarında hâlâ daha devrenin çalışabilmesi için yeterli gerilim olmalıdır. Dolayısıyla,

$$2.4 = 3.0 - \frac{1}{C} \int_0^1 (0.001) dt$$

Bu eşitliği çözersek

$$C = 1670 \mu\text{F}$$

bulunur.

Çizelge 6.1'de verilen standart kondansatör değerleri verilmektedir. Buna göre, üç tane 560 μF 'lık kondansatör paralel bağlanırsa 1680 μF elde edilir. Bu aranan çözümü sağlamakla birlikte, üç kondansatör çok büyük bir hacim kaplayacaktır. İkinci bir seçenek, çift katmanlı kondansatör veya süper kondansatör (super capacitor) olarak bilinen kondansatörlerden kullanmaktadır. Elna America firması bu tür kondansatörlerden üretmektedir. Bu firmanın ürünleri internet sayfasından incelendiğinde küçük bozuk para şekilli DCK serisi süper kondansatörlerin iyi bir seçenek olduğu görülmür. DCK3R3224 kodlu eleman 220 mF kapasitansa sahip olup 3.3 V gerilimde çalışabilmektedir. Bu elemanın çapı 7 mm ve kalınlığı da 2.1 mm'dir. Bu elemanlardan yalnızca bir tane gerektiğinden kaplanan yer açısından düşünüldüğünde bu seçim çok avantajlıdır. Ancak, bu ürünün maliyeti diğerinden çok daha yüksektir. Maliyeti düşürmek için başka yollar aramak gerekmektedir.

TASARIM
ÖRNEĞİ 6.21

ÇÖZÜM

Şekil 6.35

Güç kesintisini atlatabilen devre için basit bir model.

**TASARIM
ÖRNEĞİ 6.22**

Giriş çıkış gerilimleri arasındaki ilişki aşağıdaki gibi olan bir işlemsel yükselteç devresi tasarıyalalım.

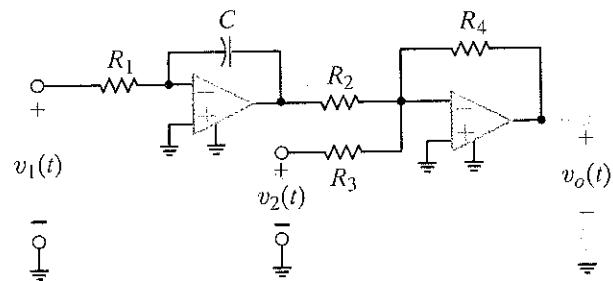
$$v_o(t) = 5 \int v_1(t) dt - 2v_2(t)$$

ÇÖZÜM İfadedeni çıraklık gerilimini elde etmek için iki girişin toplanması, ayrıca bir tanesinin integralinin alınması gereklidir. Dolayısıyla tasarım eşitliği, Şekil 6.36'da görüldüğü gibi, bir integral alıcı ve bir toplayıcı kullanımını gerektirir.

Integral alıcı ve toplayıcı devre eşitlikleri kullanılarak çıkış gerilimi ifadesi şu biçimde elde edilir.

$$v_o(t) = -v_2(t) \left[\frac{R_4}{R_3} \right] - \left[\frac{R_4}{R_2} \right] \left\{ -\frac{1}{R_1 C} \int v_1(t) dt \right\} = \frac{R_4}{R_1 R_2 C} \int v_1(t) dt - \left[\frac{R_4}{R_3} \right] v_2(t)$$

Şekil 6.36
integral alıcı ve toplayıcı
işlemsel yükselteç
devreleri.



Bu ifade ile tasarılam istedigimiz devrenin bağıntısı karşılaştırdığımızda aşağıdaki eşitlikleri elde ederiz:

$$\frac{R_4}{R_1 R_2 C} = 5 \quad \frac{R_4}{R_3} = 2$$

Gördüğü gibi beş değişkenimiz ve iki tane de kısıtlayıcı eşitliğimiz bulunmaktadır. Dolayısıyla eleman değerlerini seçerken esnek davranışlı olabiliriz. Öncelikle ne çok büyük ne de çok küçük olan bir kondansatör değeri seçelim: $C = 2 \mu\text{F}$. Yine gelişigüzel olarak $R_4 = 20 \text{ k}\Omega$ seçersek $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$ olmalıdır. Ayrıca

$$R_1 R_2 = 2 \times 10^9$$

olmalıdır. Üçüncü olarak $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ seçersek $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ olmalıdır. Kaynak gerilimleri yaklaşık olarak $\pm 10 \text{ V}$ olan standart işlemsel yükselteçler kullanılrsa bütün akımlar 1 mA 'ın altında olacaktır.

ÖZET

- Kondansatör ve induktörler için önemli eşitlikler:

$$q = Cv$$

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(x) dx \quad i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(x) dx$$

$$p(t) = Cv(t) \frac{dv(t)}{dt} \quad p(t) = Li(t) \frac{di(t)}{dt}$$

$$w_C(t) = \frac{1}{2} Cv^2(t) \quad w_L(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$$

- Kondansatör ve induktörler için pasif işaret gösterimi kullanılmıştır.
- DA sürekli durumda kondansatör açık devre, induktör ise kısa dev gibi davranır.

- Bir kondansatörün uçlarındaki gerilim ve bir induktörün içindeki akım aniden değişmez.
- Pratikte kondansatörlerde bir kaçak direnç bulunur.
- Seri bağlı kondansatörlerin eşdeğeri paralel bağlı dirençler, paralel bağlı kondansatörlerin eşdeğeri de seri bağlı dirençlerinkine benzerdir.

■ Seri bağlı induktörlerin eşdeğeri seri bağlı dirençler, paralel bağlı induktörlerin eşdeğeri de paralel bağlı dirençlerinkine benzerdir.

■ RC işlemsel yükselteç devreleri elektriksel sinyallerin türünü veya integralini almak için kullanılabilir.

PROBLEMLER

6.1 Yüksüz $100 \mu\text{F}$ değerinde bir kondansatör 1 mA değerli bir sabit akımla doldurulmaktadır. 4 s sonra kondansatör geriliminin ulaşığı değeri hesaplayınız.

6.2 $12 \mu\text{F}$ değerinde bir kondansatörünün yükü $480 \mu\text{C}$ olduğuna göre gerilimi ne kadardır?

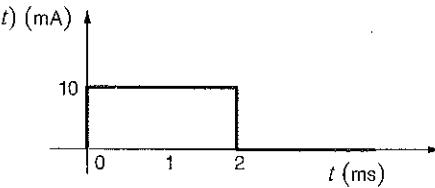
6.3 Bir kondansatörün yükü $600 \mu\text{C}$ ve uçları arasındaki gerilim 5 V olduğuna göre kapasitans değeri ne kadardır?

6.4 Başlangıç gerilimi 10 V olan $25 \mu\text{F}$ değerli bir kondansatör $2.5 \mu\text{A}$ değerli sabit bir akımla doldurulmaktadır. Kondansatörün uçlarındaki gerilim 2.5 saniye sonra ne kadar olur?

6.5 $25 \mu\text{F}$ değerli bir kondansatörde biriken enerji $w(t) = 12 \sin^2 377t$ bağıntısı ile ifade edilmektedir. Kondansatör akımını bulunuz.

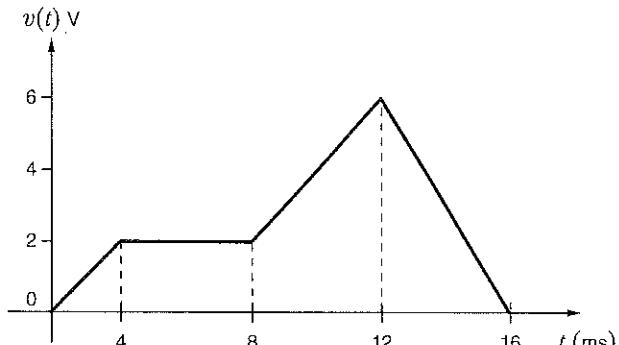
6.6 Bir kondansatör 2 mA değerli bir sabit akım kaynağı ile doldurulmakta ve 10 saniye içerisinde gerilimi 12 V artmaktadır. Kapasitans değeri nedir?

6.7 $100 \mu\text{F}$ değerli bir kondansatörün akımı Şekil P6.7'de gösterilmektedir. Başlangıçta yüksüz olan kondansatörün gerilim değişimini çiziniz.



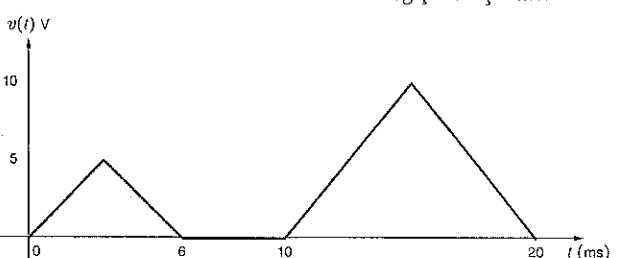
Şekil P6.7

6.8 $10 \mu\text{F}$ değerli bir kondansatörün gerilimi Şekil P6.8'de gösterilmektedir. Kondansatörün akım değişimini çiziniz.



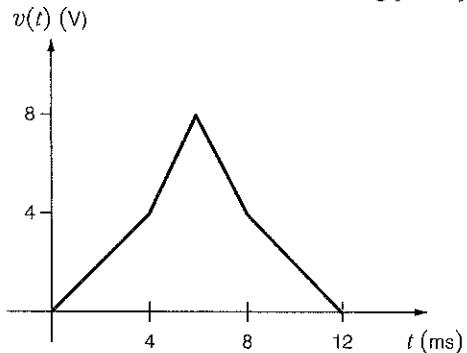
Şekil P6.8

6.9 $20 \mu\text{F}$ değerli bir kondansatörün gerilimi Şekil P6.9'da gösterilmektedir. Kondansatörün akım değişimini çiziniz.



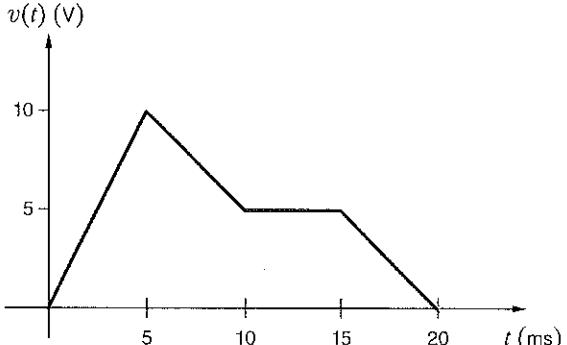
Şekil P6.9

6.10 $50 \mu\text{F}$ değerli bir kondansatörün gerilimi Şekil P6.10'da gösterilmektedir. Kondansatörün akım değişimini çiziniz.



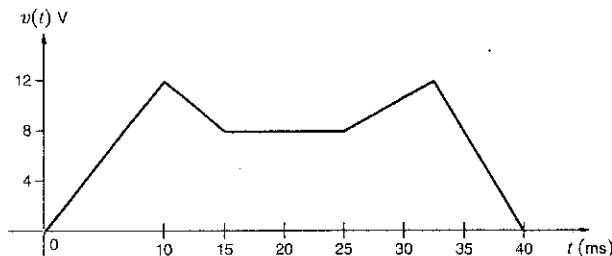
Şekil P6.10

6.11 $100 \mu\text{F}$ değerli bir kondansatörün gerilimi Şekil P6.11'de gösterilmektedir. Kondansatörün akım değişimini çiziniz.



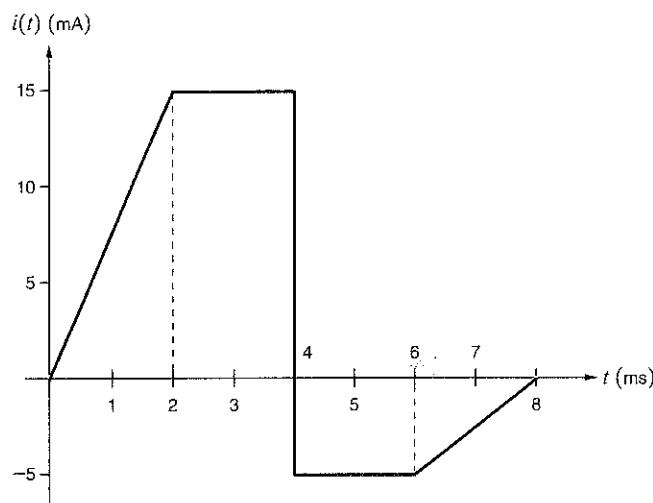
Şekil P6.11

- 6.12** $100 \mu\text{F}$ değeri bir kondansatörün gerilimi Şekil P6.12'de gösterilmektedir. Kondansatörün akım değişimini çiziniz.



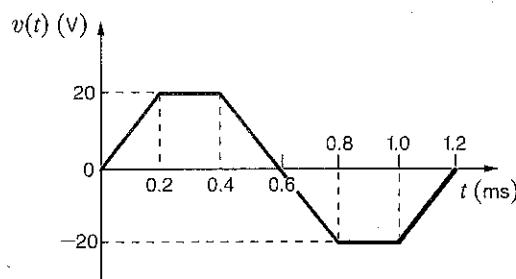
Şekil P6.12

- 6.13** $5 \mu\text{F}$ değeri bir kondansatörün akımı Şekil P6.13'te gösterilmektedir. Kondansatörde depolanan enerjinin $t = 1.4 \text{ ms}$, $t = 3.3 \text{ ms}$, $t = 4.3 \text{ ms}$, $t = 6.7 \text{ ms}$ ve $t = 8.5 \text{ ms}$ anılarındaki değerlerini hesaplayınız.



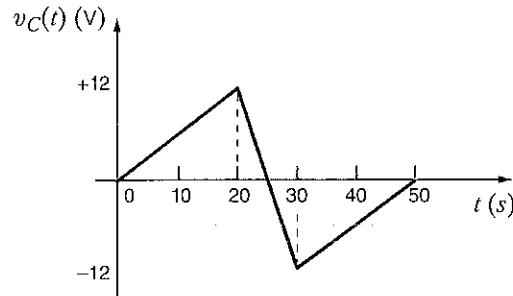
Şekil P6.13

- 6.14** $25 \mu\text{F}$ değeri bir kondansatörün gerilimi Şekil P6.14'te gösterilmektedir. Kondansatörün akım değişimini çiziniz.



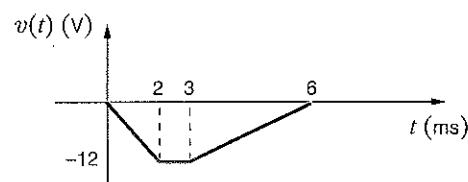
Şekil P6.14

- 6.15** 2 F değeri bir kondansatörün gerilimi Şekil P6.15'te gösterilmektedir. Kondansatörün akım değişimini çiziniz.



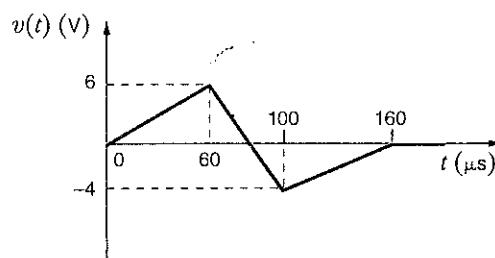
Şekil P6.15

- 6.16** $2 \mu\text{F}$ değeri bir kondansatörün gerilimi Şekil P6.16'da gösterilmektedir. Kondansatörün akım değişimini çiziniz.



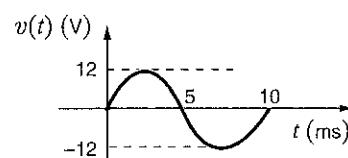
Şekil P6.16

- 6.17** $24 \mu\text{F}$ değeri bir kondansatörün gerilimi Şekil P6.17'de gösterilmektedir. Kondansatörün akım değişimini çiziniz.



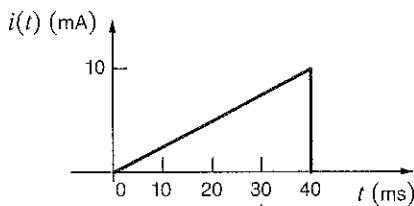
Şekil P6.17

- 6.18** $10 \mu\text{F}$ değeri bir kondansatörün gerilimi Şekil P6.18'de gösterilmektedir. Kondansatörün akım değişimini çiziniz.



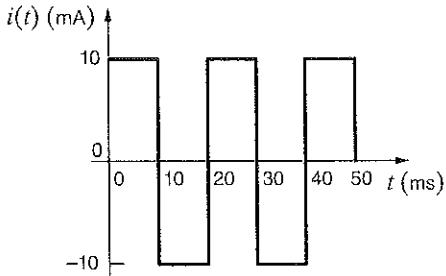
Şekil P6.18

- 6.19** $50 \mu F$ değerli bir kondansatörün gerilimi Şekil P6.19'da gösterilmektedir. Kondansatörün akım değişimini çiziniz.



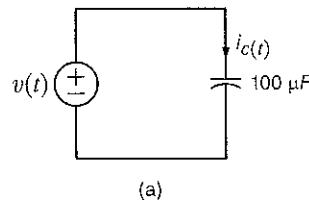
Şekil P6.19

- 6.20** Başlangıçda yüksüz olan $50 \mu F$ değerli bir kondansatörün akımı Şekil P6.20'de gösterilmektedir. Kondansatörün gerilim değişimini çiziniz.

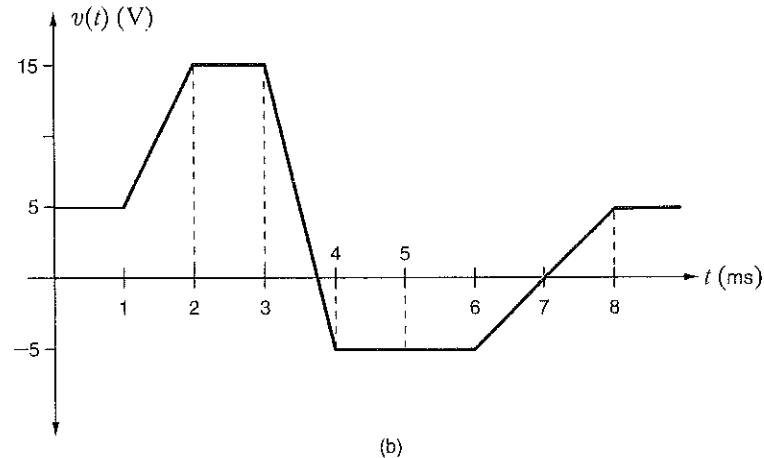


Şekil P6.20

- 6.21** Şekil P6.21a'daki devredeki kondansatörün gerilim değişimi Şekil P6.21b'de verilmektedir. Şu değerleri hesaplayınız: (a) Kondansatörde biriken enerjinin $t = 2.5$ ms'deki değeri, (b) kondansatörde biriken enerjinin $t = 5.5$ ms'deki değeri, (c) $i_c(t)$ 'nin $t = 1.5$ ms'deki değeri, (d) $i_c(t)$ 'nin $t = 4.75$ ms'deki değeri, ve (e) $i_c(t)$ 'nin $t = 7.5$ ms'deki değeri.



(a)



(b)

Şekil P6.21

- 6.22** Bir induktörün akımı 4 ms içerisinde 0'dan 200 mA'ye çıkmakta ve 100 mV gerilim endüktlemektedir. Indüktörün değeri ne kadardır?

- 6.23** 100 mH değerli bir induktörün akımı $i(t) = 2 \sin 377t A$ olduğuna göre (a) induktörün uçları arasındaki gerilimi, (b) elemanın içinde depolanan enerjinin ifadesini bulunuz.

- 6.24** 2 H değerli bir induktörden akan akım $i(t) = 1.5t A$ biçiminde ifade edilmektedir. $t = 2s$ 'de depolanan enerjiyi hesaplayınız.

- 6.25** 25 mH değerli bir induktörden akan akım şu biçimde ifade edilmektedir.

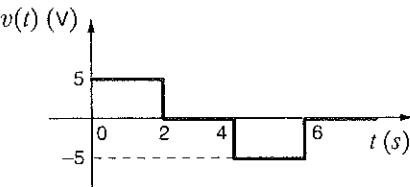
$$i(t) = 0 \quad t < 0$$

$$i(t) = 10(1 - e^{-t}) \text{ mA} \quad t > 0$$

- (a) Indüktörün uçlarındaki gerilimi, (b) depolanan enerjinin ifadesini bulunuz.

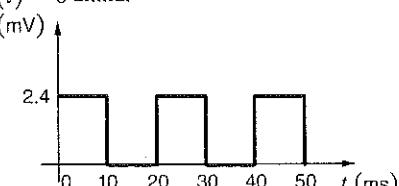
- 6.26** Bir önceki problemi verilerini kullanarak induktörün uçlarındaki gerilimi ve depolanan enerjinin 1 s'deki değerini hesaplayınız.

- 6.27** 2 H değerli bir induktörün gerilimi Şekil P6.27'de gösterilmektedir. Indüktör akımının şeklini elde ediniz.



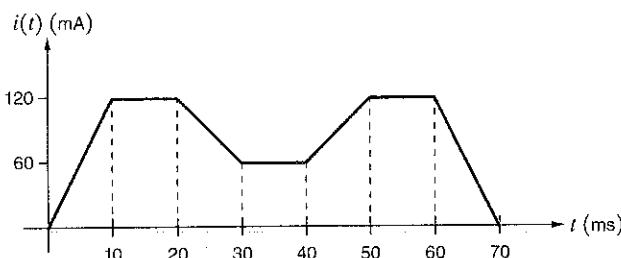
Şekil P6.27

- 6.28** 4 H değerli bir induktörün gerilimi Şekil P6.27'de gösterilmektedir. Indüktör akımının şeklini elde ediniz. $t < 0$ için $v(t) = 0$ alınız.



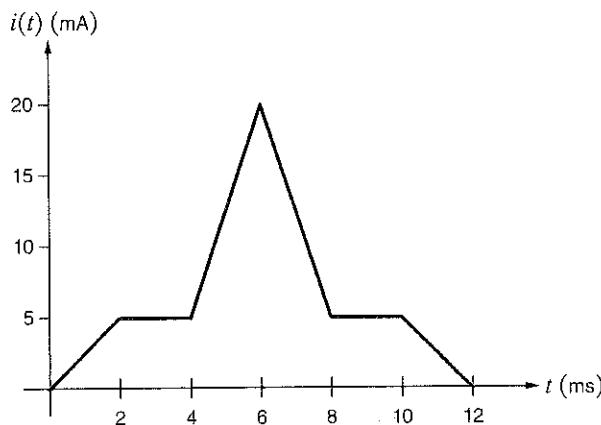
Şekil P6.28

- 6.29** 30 mH değerli bir induktörün akımı Şekil P6.29'da gösterilmektedir. Indüktör geriliminin şeklini elde ediniz.



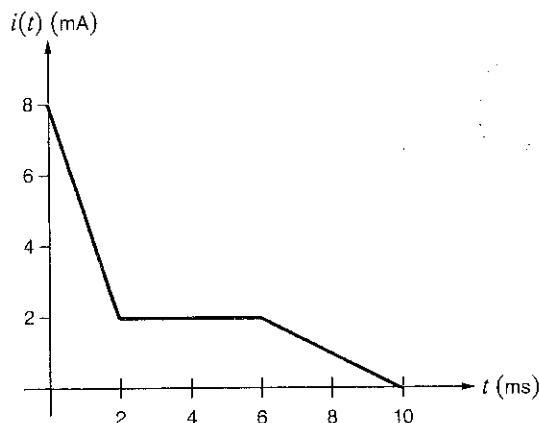
Şekil P6.29

- 6.30** 40 mH değerli bir induktörün akımı Şekil P6.30'da gösterilmektedir. Indüktör geriliminin şeklini elde ediniz.



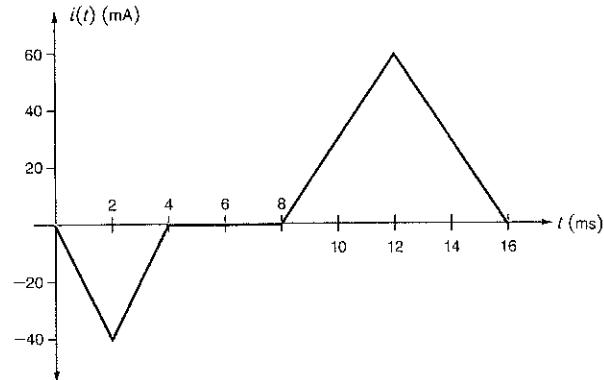
Şekil P6.30

- 6.31** 60 mH değerli bir induktörün akımı Şekil P6.31'de gösterilmektedir. Indüktör geriliminin şeklini elde ediniz.



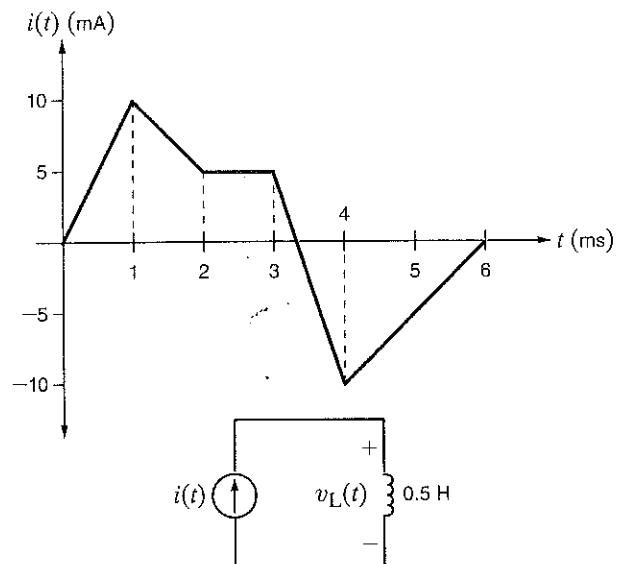
Şekil P6.31

- 6.32** 200 mH değerli bir induktörün akımı Şekil P6.32'de gösterilmektedir. Indüktör geriliminin şeklini elde ediniz.



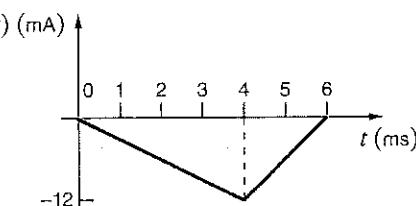
Şekil P6.32

- 6.33** 0.5 mH değerli bir induktörün akımı Şekil P6.33'te gösterilmektedir. Indüktör geriliminin zamana göre değişimini ölçeklik olarak çizdikten sonra şu büyüklükleri bulunuz:
(a) Indüktörde biriken enerjinin $t = 1.7$ ms'deki değeri,
(b) Indüktörde biriken enerjinin $t = 4.2$ ms'deki değeri,
(c) Indüktörün $t = 1.2$ ms, $t = 2.8$ ms ve $t = 5.3$ ms'de aldığı güç.



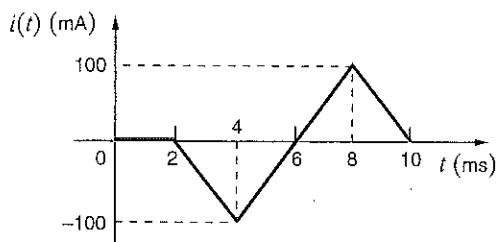
Şekil P6.33

- 6.34** 10 mH değerli bir induktörün akımı Şekil P6.34'te gösterilmektedir. Indüktör geriliminin şeklini elde ediniz.



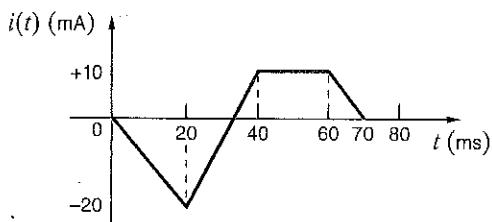
Şekil P6.34

- 6.35** 50 mH değerli bir induktörün akımı Şekil P6.35'de gösterilmektedir. Indüktör geriliminin şeklini elde ediniz.



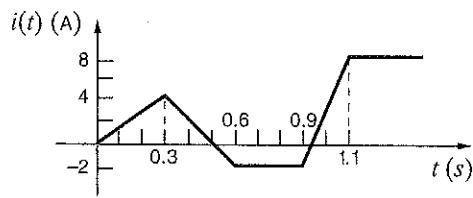
Şekil P6.35

- 6.36** 50 mH değerli bir induktörün akımı Şekil P6.36'da gösterilmektedir. Indüktör geriliminin şeklini elde ediniz.



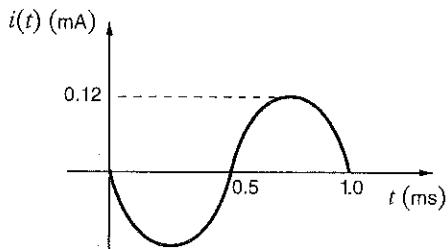
Şekil P6.36

- 6.37** 24 mH değerli bir induktörün akımı Şekil P6.37'de gösterilmektedir. Indüktör geriliminin şeklini elde ediniz.



Şekil P6.37

- 6.38** 4 mH değerli bir induktörün akımı Şekil P6.38'de gösterilmektedir. Indüktör geriliminin şeklini elde ediniz.



Şekil P6.38

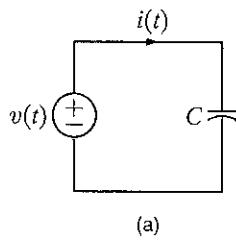
- 6.39** Aşağıdaki kondansatörler için kapasitansların alabileceği olası değerlerin aralıklarını belirleyiniz.

- (a) 0.0068 μF , % 10 tolerans.
- (b) 120 pF, % 20 tolerans.
- (c) 39 μF , % 20 tolerans.

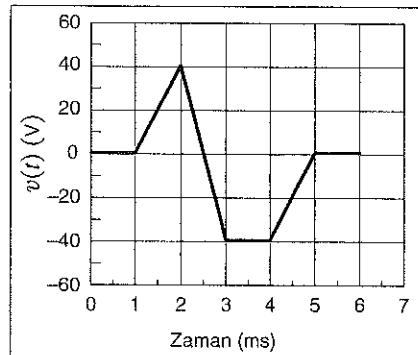
- 6.40** Aşağıdaki induktörler için induktansların alabileceği olası değerlerin aralıklarını belirleyiniz.

- (a) 10 mH, % 10 tolerans.
- (b) 2 nH, % 5 tolerans.
- (c) 68 μH , % 10 tolerans.

- 6.41** Şekil P6.41a'da gösterilen kondansatörün değeri 51 nF ve toleransı % 10 olarak verilmektedir. Kondansatör gerilimi Şekil P6.41b'de verildiği gibi olduğuna göre, minimum ve maksimum kapasitans değerlerine karşı düşen $i(t)$ akımlarını çiziniz.

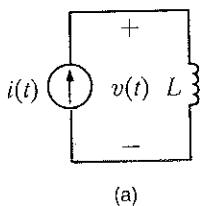


(a)

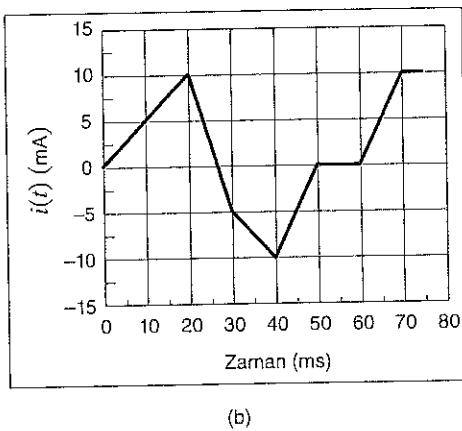


Şekil P6.41

- 6.42** Şekil P6.42a'da gösterilen induktörün değeri $4.7 \mu\text{H}$ ve toleransı % 20 olarak verilmektedir. Indüktör akımı Şekil P6.42b'de verildiği gibi olduğuna göre, minimum ve maksimum kapasitans değerlerine karşı düşen $v(t)$ gerilimlerini çiziniz.



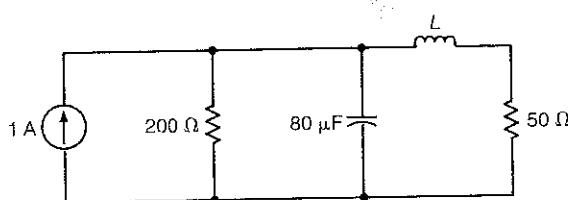
(a)



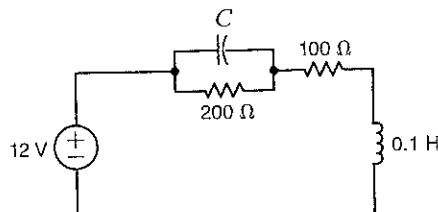
(b)

Şekil P6.42

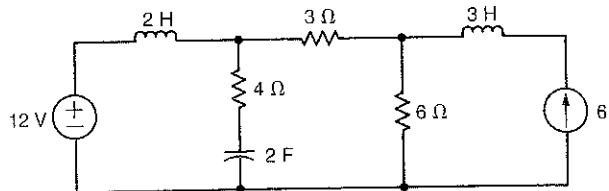
- 6.43** Şekil P6.43'te gösterilen devrede toplam depolanan enerji 80 mJ ise L 'nin değeri nedir?

**Şekil P6.43**

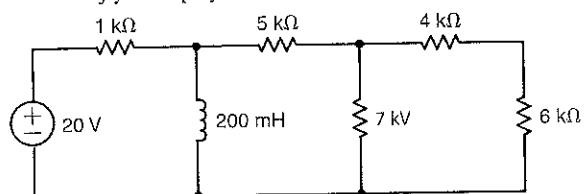
- 6.44** Şekil P6.44'te gösterilen devrede kondansatörde biriken enerji ile induktörde biriken enerji eşit olduğuna göre C 'nin değeri nedir?

**Şekil P6.44**

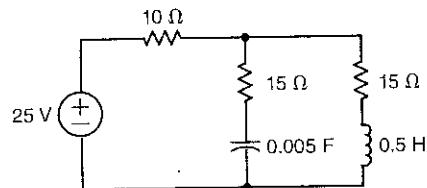
- 6.45** Şekil P6.45'te verilen devre için 3Ω 'luk direnç üzerinde harcanan gücü ve kondansatörde biriken enerjiyi hesaplayınız.

**Şekil P6.45**

- 6.46** Şekil P6.46'da verilen devrede induktörde depolanan enerjiyi hesaplayınız.

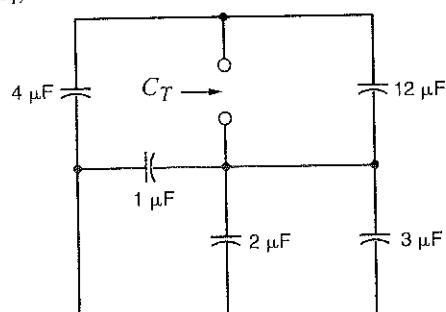
**Şekil P6.46**

- 6.47** Şekil P6.47'de verilen devrede induktörde ve kondansatörde depolanan enerji miktarlarını hesaplayınız.

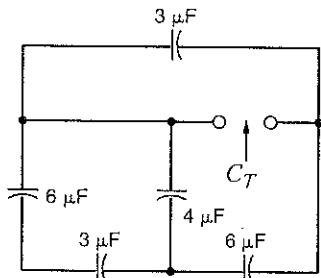
**Şekil P6.47**

- 6.48** Elinizde bulunan $1 \mu\text{F}$, $3 \mu\text{F}$ ve $4 \mu\text{F}$ değerli kondansatörleri nasıl bağlamalıyız ki $2 \mu\text{F}$ 'lık bir kondansatör elde edelim?

- 6.49** Şekil P6.49'da gösterilen devrenin toplam kapasitansını (C_T) bulunuz.

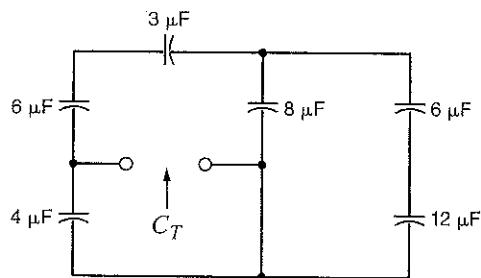
**Şekil P6.49**

6.50 Şekil P6.50'de gösterilen devrenin toplam kapasitansını (C_T) bulunuz.



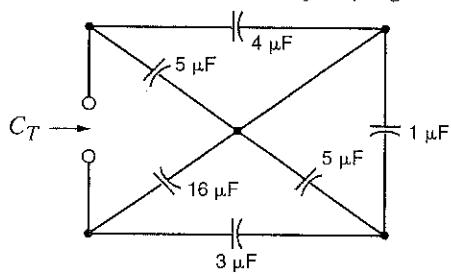
Şekil P6.50

6.51 Şekil P6.51'de gösterilen devre için C_T değerini bulunuz.



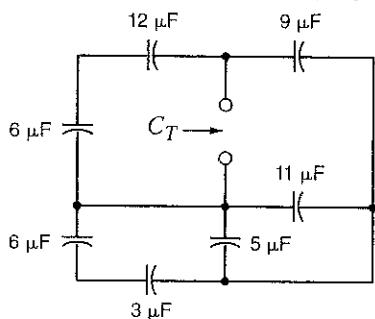
Şekil P6.51

6.52 Şekil P6.52'de gösterilen devre için C_T değerini bulunuz.



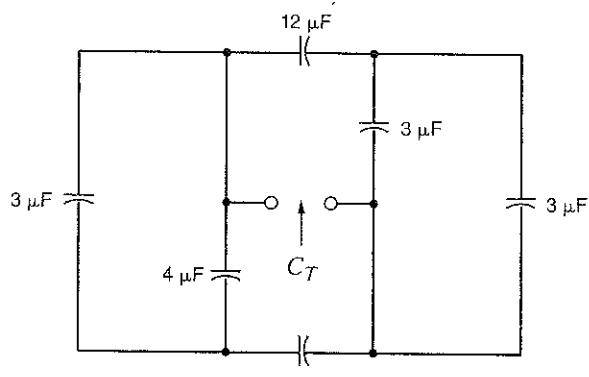
Şekil P6.52

6.53 Şekil P6.53'te gösterilen devre için C_T değerini bulunuz.



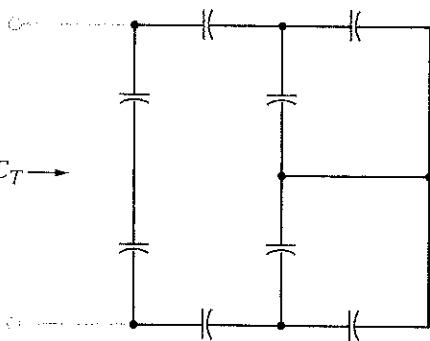
Şekil P6.53

6.54 Şekil P6.54'te gösterilen devre için C_T değerini bulunuz.



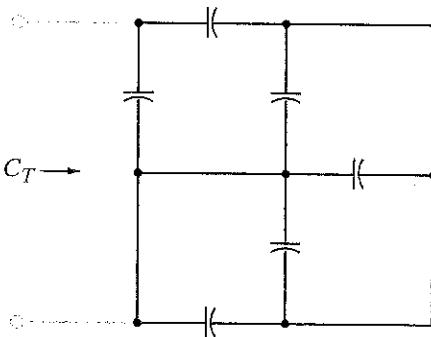
Şekil P6.54

6.55 Şekil P6.55'de verilen devredeki tüm kondansatörler 6 μF ise C_T değerini bulunuz.



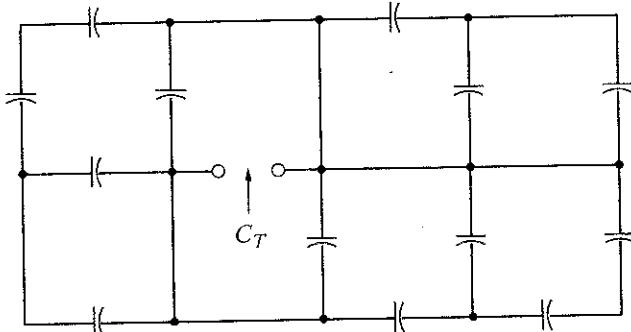
Şekil P6.55

6.56 Şekil P6.56'da verilen devredeki tüm kondansatörler 6 μF ise C_T değerini bulunuz.



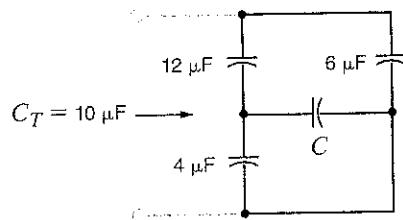
Şekil P6.56

- 6.57 Şekil P6.57'de verilen devredeki tüm kondansatörler $12 \mu\text{F}$ ise C_T değerini bulunuz.



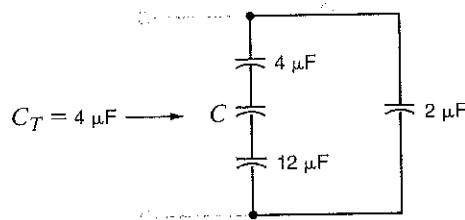
Şekil P6.57

- 6.58 Şekil P6.58'de verilen devrede toplam kapasitans $C_T = 10 \mu\text{F}$ ise C değerini bulunuz.



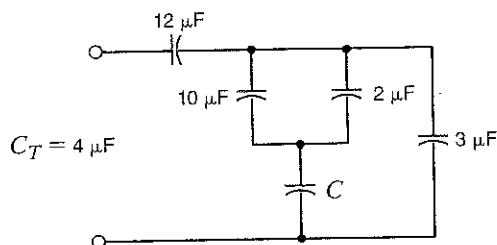
Şekil P6.58

- 6.59 Şekil P6.59'da verilen devrede toplam kapasitans $C_T = 4 \mu\text{F}$ ise C değerini bulunuz.



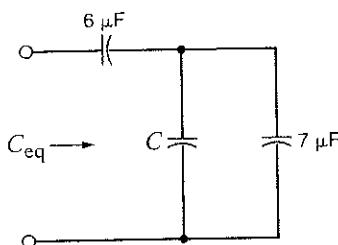
Şekil P6.59

- 6.60 Şekil P6.60'daki devre için C değerini bulunuz.



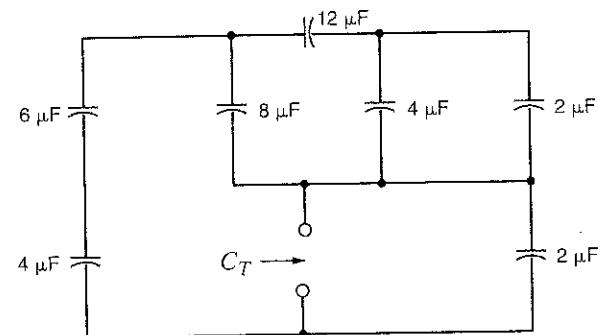
Şekil P6.60

- 6.61 Şekil P6.61'de verilen devrede $C_{eq} = 4 \mu\text{F}$ ise C değerini bulunuz.



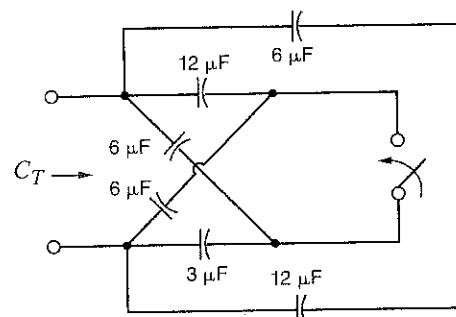
Şekil P6.61

- 6.62 Şekil P6.62'de verilen devrede C_T toplam kapasitans değerini bulunuz.



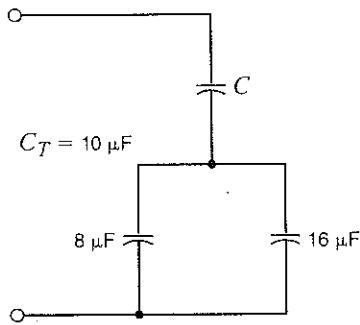
Şekil P6.62

- 6.63 Şekil P6.63'teki devrede (a) anahtar açıkken, (b) anahtar kapalı iken C_T kapasitans değerini bulunuz.



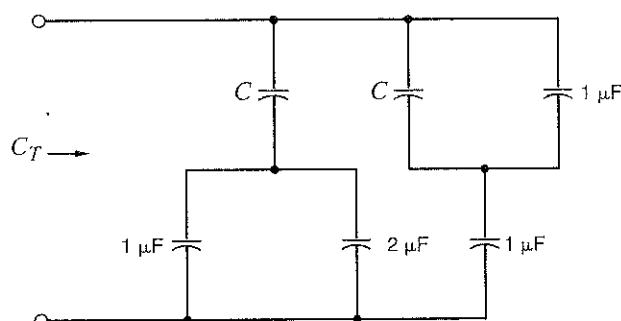
Şekil P6.63

- 6.64** Şekil P6.64'teki devrede $C_T = 10 \mu\text{F}$ olabilmesi için C 'nin değeri ne olmalıdır?



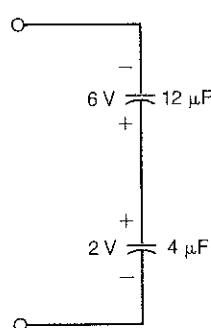
Şekil P6.64

- 6.65** Şekil P6.65'teki devrede $C_T = 1 \mu\text{F}$ olabilmesi için C 'nin değeri ne olmalıdır?



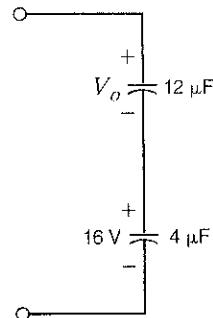
Şekil P6.65

- 6.66** Şekil P6.66'da görülen devredeki kondansatörler önce yüklenmekte sonra da şekilde görüldüğü gibi bağlanmaktadır. Eşdeğer kapasitansi, iki uç arasındaki gerilimin başlangıçtaki değerini ve devde depolanan toplam enerjiyi hesaplayınız.



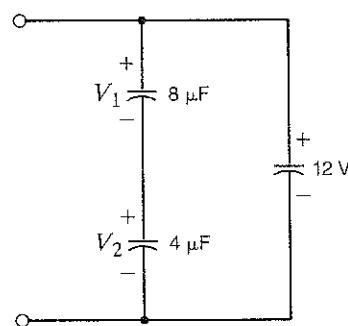
Şekil P6.66

- 6.67** Şekil P6.67'de görülen devredenin kondansatörler bir süre böyle tutulduktan sonra belirtilen gerilim değerlerine ulaşmıştır. V_0 değerini hesaplayınız.



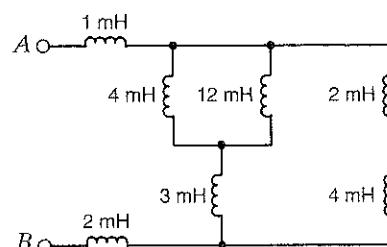
Şekil P6.67

- 6.68** Şekil P6.68'de görülen devredeki kondansatörler bir süre böyle tutulduktan sonra belirtilen gerilim değerlerine ulaşmıştır. V_1 ve V_2 değerlerini hesaplayınız.



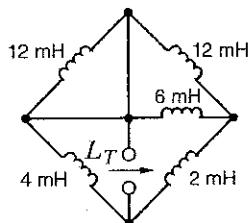
Şekil P6.68

- 6.69** Şekil P6.69'da verilen devrenin A-B uçları arasında görülen induktansı hesaplayınız.



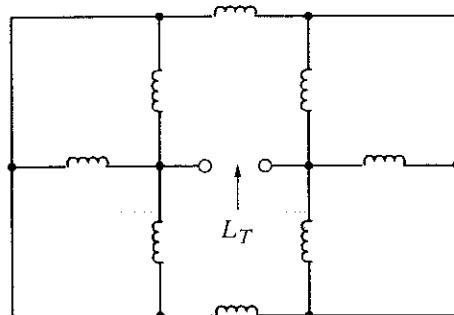
Şekil P6.69

6.70 Şekil P6.70'de verilen devrenin uçları arasındaki toplam endüktansı hesaplayınız.



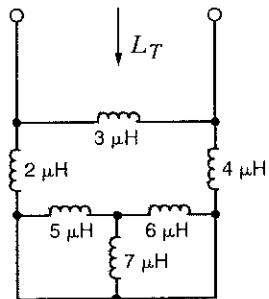
Şekil P6.70

6.73 Şekil P6.73'teki devrede L_T değerini bulunuz. Bütün endüktörler $12 \mu\text{H}$ olarak verilmektedir.



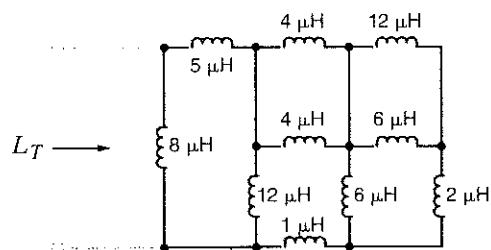
Şekil P6.73

6.71 Şekil P6.71'deki devrede L_T değerini bulunuz.



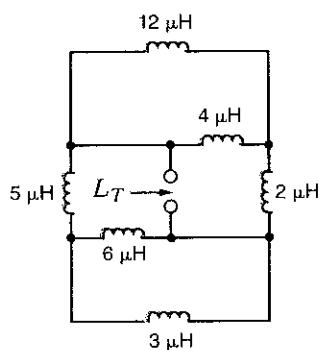
Şekil P6.71

6.74 Şekil P6.74'teki devrede L_T değerini bulunuz.



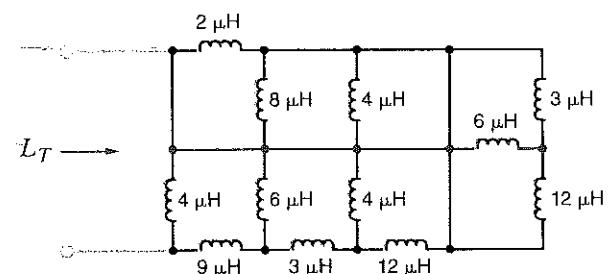
Şekil P6.74

6.72 Şekil P6.72'deki devrede L_T değerini bulunuz.



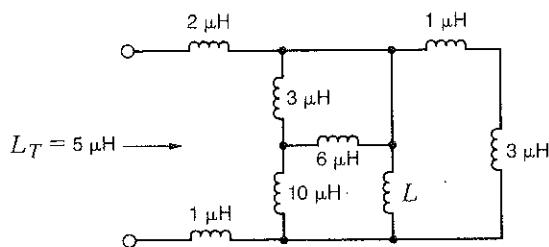
Şekil P6.72

6.75 Şekil P6.75'deki devrede L_T değerini bulunuz.



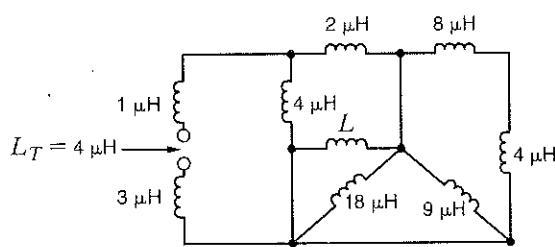
Şekil P6.75

- 6.76** Şekil P6.75'teki devrede toplam indüktans $L_T = 5 \mu\text{H}$ olduğuna göre değerini bulunuz L' nin değerini bulunuz.



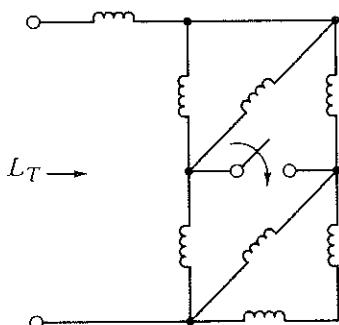
Şekil P6.76

- 6.77** Şekil P6.77'deki devrede toplam indüktans $L_T = 6 \mu\text{H}$ olduğuna göre L' nin değerini bulunuz.



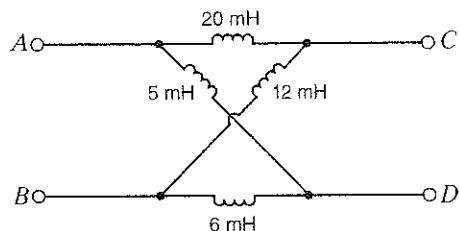
Şekil P6.77

- 6.78** Şekil P6.78'deki devrede (a) anahtar açıkken, (b) anahtar kapalıken toplam indüktans L_T 'nin değerini bulunuz. Bütün indüktörler 12 mH olarak verilmektedir.



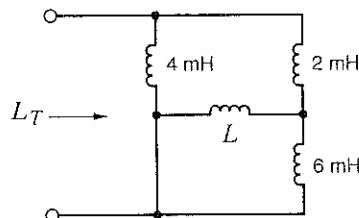
Şekil P6.78

- 6.79** Şekil P6.79'da verilen devrede, (a) $C-D$ uçları kısır devre edildiğinde $A-B$ uçları arasında görülen eşdeğer indüktansı, (b) $A-B$ uçları açık devre edildiğinde $C-D$ uçları arasında görülen eşdeğer indüktansı hesaplayınız.



Şekil P6.79

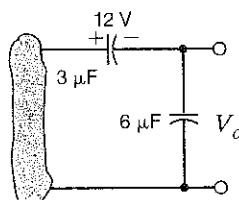
- 6.80** Şekil P6.80'deki devrede toplam indüktans L_T 'nin değerinin 2 mH olabilmesi için L 'nin değeri ne olmalıdır?



Şekil P6.80

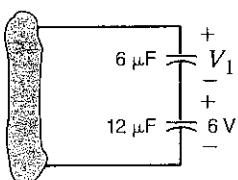
- 6.81** 20 mH ve 12 mH değerli iki indüktör 1 A'lık bir akım kaynağı ile seri bağlanmıştır. (a) eşdeğer indüktansı, (b) depolanan enerjinin toplam değerini bulunuz.

- 6.82** Şekil P6.82'de görülen kondansatörler uzun bir süre bu biçimde bağlı kalarak mevcut değerlerine ulaşmış olduğuna göre (a) V_o gerilimini ve (b) kondansatörlerde depolanan toplam enerjiyi hesaplayınız.



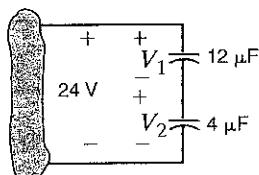
Şekil P6.82

- 6.83** Şekil P6.83'te görülen kondansatörler uzun bir süre bu biçimde bağlı kalarak mevcut değerlerine ulaşmış olduğuna göre (a) V_1 gerilimini ve (b) kondansatörlerde depolanan toplam enerjiyi hesaplayınız.



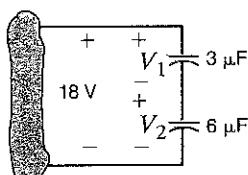
Şekil P6.83

- 6.84** Şekil P6.84'te görülen kondansatörler uzun bir süre bu biçimde bağlı kalarak mevcut değerlerine ulaşmış olduğuna göre (a) V_1 ve V_2 gerilimlerini ve (b) kondansatörlerde depolanan toplam enerjiyi hesaplayınız.



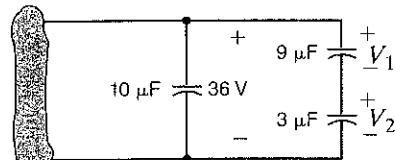
Şekil P6.84

- 6.85** Şekil P6.85'de görülen kondansatörler uzun bir süre bu biçimde bağlı kalarak mevcut değerlerine ulaşmış olduğuna göre (a) V_1 ve V_2 gerilimlerini ve (b) kondansatörlerde depolanan toplam enerjiyi hesaplayınız.



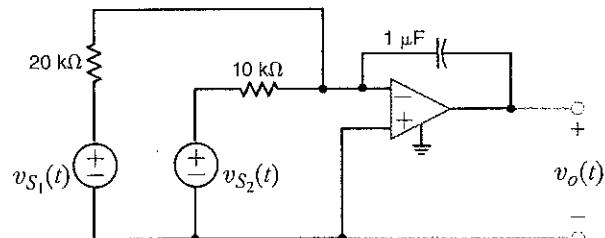
Şekil P6.85

- 6.86** Şekil P6.86'da görülen kondansatörler uzun bir süre bu biçimde bağlı kalarak mevcut değerlerine ulaşmış olduğuna göre (a) V_1 ve V_2 gerilimlerini ve (b) kondansatörlerde depolanan toplam enerjiyi hesaplayınız.



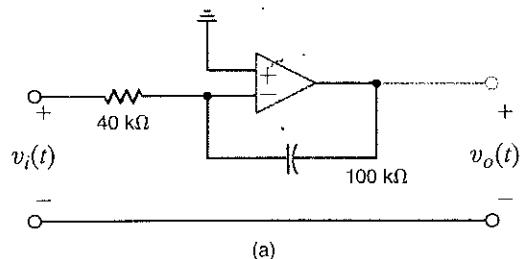
Şekil P6.86

- 6.87** Şekil P6.87'de görülen devrede $v_{S_1}(t) = 80 \cos 377t$ V ve $v_{S_2}(t) = 40 \cos 377t$ V olduğuna göre $v_o(t)$ 'yi bulunuz.

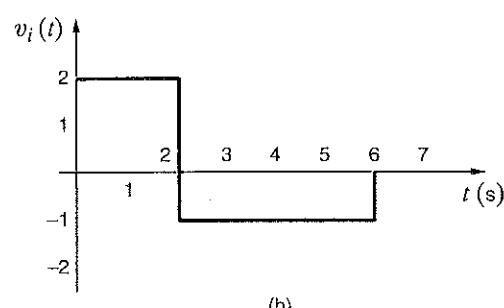


Şekil P6.87

- 6.88** Şekil P6.88a'da görülen devrede girişi uygulanan gerilim Şekil P6.88b'de verilmektedir. $v_o(0) = 0$ olduğuna göre $v_o(t)$ 'yi bulunuz.

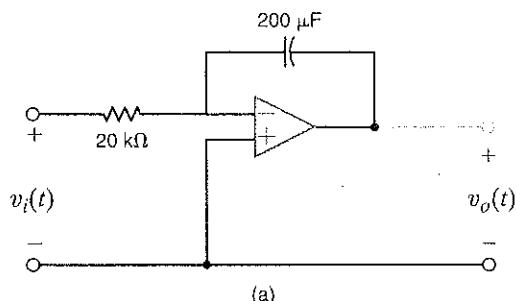


(a)

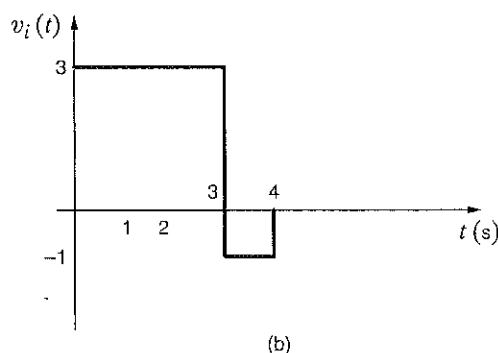


Şekil P6.88

- 6.89** Şekil P6.89a'da görülen devrede girişe uygulanan gerilim Şekil P6.89b'de verilmektedir. $v_0(0) = 0$ olduğuna göre $v_0(t)$ 'yi bulunuz.



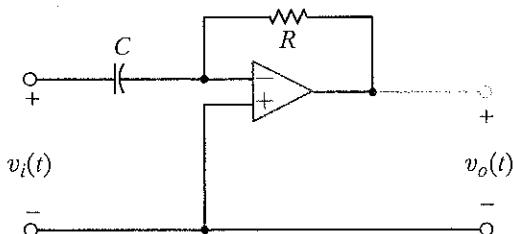
(a)



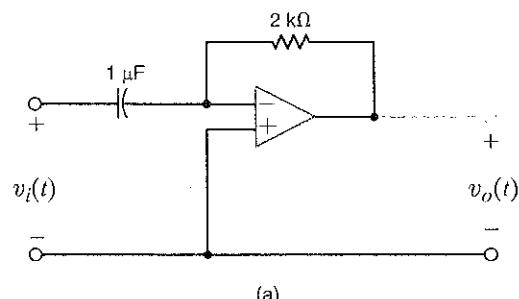
(b)

Şekil P6.89

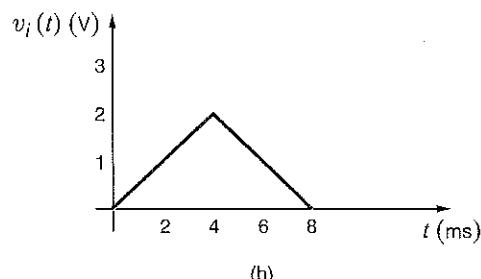
- 6.90** Şekil P6.90'da verilen devrenin bir türev alıcı olduğunu ve çıkışının $v_o(t) = -RC \frac{dv_0(t)}{dt}$ olduğunu gösteriniz. İşlemsel yükselteci ideal kabul ediniz.

**Şekil P6.90**

- 6.91** Şekil P6.91a'da görülen devrede girişe uygulanan gerilim Şekil P6.91b'de verilmektedir. Çıkış gerilimini çiziniz.



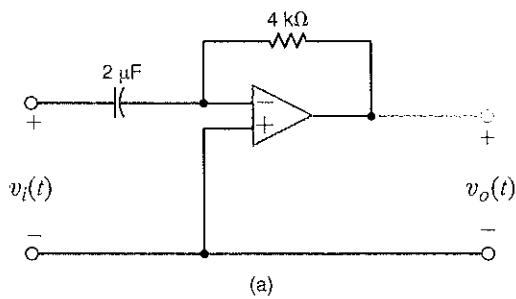
(a)



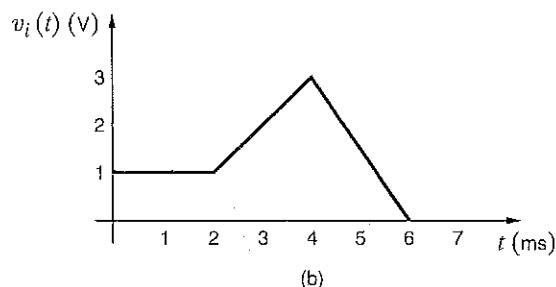
(b)

Şekil P6.91

- 6.92** Şekil P6.92a'da görülen devrede girişe uygulanan gerilim Şekil P6.92b'de verilmektedir. Çıkış gerilimini çiziniz.



(a)



(b)

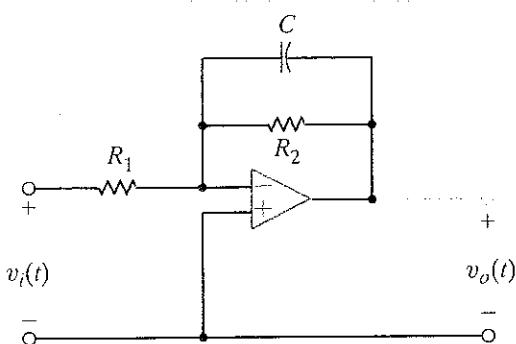
Şekil P6.92

6.93 Şekil P6.93'te verilen devre için;

(a) G kapalı çevrim kazancını hesaplayınız.

$$\left(|G| = \left| \frac{v_o}{v_i} \right| \right)$$

(b) $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, ve $C = 2 \mu\text{F}$ olduğuna göre kapalı çevrim kazancının genliğinin frekansa göre değişimini çiziniz.

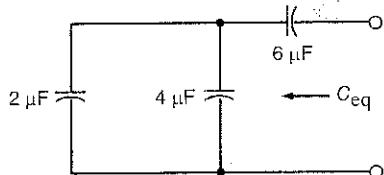


Şekil P6.93

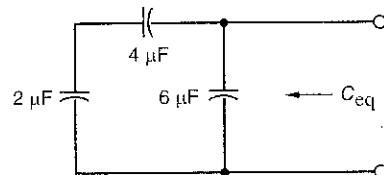
ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

6ÇSS-1 Değerleri $2 \mu\text{F}$, $4 \mu\text{F}$ ve $6 \mu\text{F}$ olan üç kondansatör, eşdeğер olarak $3 \mu\text{F}$ 'lik bir kondansatör oluşturacak biçimde bağlanabilir mi?

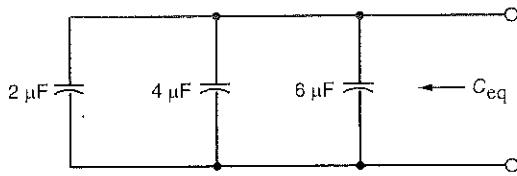
a. Evet. Bağlantı şu biçimde olmalıdır.



b. Evet. Bağlantı şu biçimde olmalıdır.



c. Evet. Bağlantı şu biçimde olmalıdır.



d. Hayır. Bu kondansatörler eşdeğeri $3 \mu\text{F}$ olacak biçimde bağlanamazlar.

6.94 Aşağıdaki işlemi yapacak bir integral alıcıya gereksinim duyulmaktadır:

$$v_0(t) = 10^6 \int v_s dt$$

Kondansatör değerinin 10 nF 'dan, direnç değerinin de $10 \text{ k}\Omega$ 'dan büyük olması istenmektedir.

(a. İntegral alıcıyı tasarlaymentiz.

(b. Kullanılan kaynak değeri $\pm 10 \text{ V}$ ise, v_0 geriliminin minimum ve maksimum değerlerini bulunuz.

(c. $v_s = 1 \text{ V}$ ise, v_0 geriliminin değişim hızı nedir?

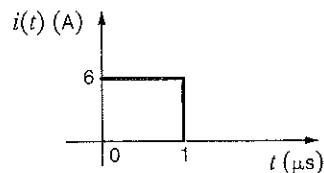
6ÇSS-2 Şekil 6ÇSS-2'de gösterilen akım darbesi $1 \mu\text{F}$ 'lık bir kondansatöre uygulanmaktadır. Kondansatörün elektrik alanında depolanan enerjinin değeri nedir?

a. $w(t) = \begin{cases} 0 \text{ J}, t \leq 0 \\ 10 \times 10^6 t^2 \text{ J}, 0 < t \leq 1 \mu\text{s} \\ 10 \mu\text{J}, t > 1 \mu\text{s} \end{cases}$

b. $w(t) = \begin{cases} 0 \text{ J}, t \leq 0 \\ 6 \times 10^6 t \text{ J}, 0 < t \leq 1 \mu\text{s} \\ 6 \mu\text{J}, t > 1 \mu\text{s} \end{cases}$

c. $w(t) = \begin{cases} 0 \text{ J}, t \leq 0 \\ 18 \times 10^6 t^2 \text{ J}, 0 < t \leq 1 \mu\text{s} \\ 18 \mu\text{J}, t > 1 \mu\text{s} \end{cases}$

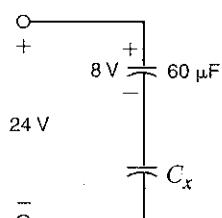
d. $w(t) = \begin{cases} 0 \text{ J}, t \leq 0 \\ 30 \times 10^6 t \text{ J}, 0 < t \leq 1 \mu\text{s} \\ 30 \mu\text{J}, t > 1 \mu\text{s} \end{cases}$



Şekil 6ÇSS-2

6ÇSS-3 Şekil 6ÇSS-3'te görülen iki kondansatör uzun bir süre bu biçimde bağlı kalarak mevcut durumlara ulaşmıştır. C_x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

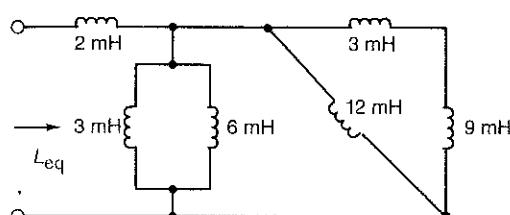
- a. $20 \mu F$
- b. $30 \mu F$
- c. $10 \mu F$
- d. $90 \mu F$



Şekil 6ÇSS-3

6ÇSS-4 Şekil 6ÇSS-4'te verilen devrenin eşdeğer induktansı aşağıdakilerden hangisidir?

- a. 9.5 mH
- b. 2.5 mH
- c. 6.5 mH
- d. 3.5 mH



Şekil 6ÇSS-4

6ÇSS-5 Şekil 6ÇSS-5'te verilen devredeki akım kaynağı şu biçimde tanımlanmaktadır.

$$i(t) = \begin{cases} 0 \text{ A}, t < 0 \\ 20te^{-2t} \text{ A}, t > 0 \end{cases}$$

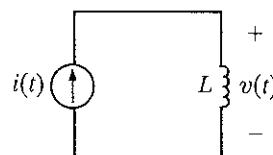
10 mH değerindeki induktörün üzerindeki gerilimin ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

$$\text{a. } v(t) = \begin{cases} 0 \text{ V}, t < 0 \\ 0.2e^{-2t} - 4te^{-2t} \text{ V}, t > 0 \end{cases}$$

$$\text{b. } v(t) = \begin{cases} 0 \text{ V}, t < 0 \\ 2e^{-2t} + 4te^{-2t} \text{ V}, t > 0 \end{cases}$$

$$\text{c. } v(t) = \begin{cases} 0 \text{ V}, t < 0 \\ -0.2te^{-2t} + 0.4e^{-2t} \text{ V}, t > 0 \end{cases}$$

$$\text{d. } v(t) = \begin{cases} 0 \text{ V}, t < 0 \\ -2te^{-2t} \text{ V}, t > 0 \end{cases}$$



Şekil 6ÇSS-5

BİRİNCİ VE İKİNCİ MERTEBEDEN GEÇİCİ DEVRELER

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI:

- Geçici devrelerdeki induktör akımları ve kapasitör gerilimleri için başlangıç değerlerini hesaplayabilmek
- Birinci mertebeden geçici devrelerde gerilimlerin ve akımların nasıl hesaplanacağını öğrenmek
- İkinci mertebeden geçici devrelerde gerilimlerin ve akımların nasıl hesaplanacağını öğrenmek



E.S.A./SIPA/NewsCom

Deniz Buz Ölçümleri Veriler küresel sıcaklıkta sürekli bir artış olduğunu göstermektedir. Nasa'nın Goddard Uzay Çalışmaları Enstitüsü, şu ana kadar en sıcak onyılı (2000-2009) yaşadığımızı belirtmektedir. Bu değişimin çevre üzerindeki etkisini ölçmek –ve buna nasıl tepki göstereceğine karar vermek– bilim adamlarının ve siyasetçilerin günümüzde ve gelecekte karşılaşacağı önemli zorluklardan birisi olacaktır.

Kutup buzullarındaki azalma gibi etkileri ölçmek için elektronik cihazların kullanımı şarttır. Kutuplardaki buzullar, güneşten gelen ışınların neredeyse % 80'ini yansıtarak küresel iklimin düzenlenmesinde önemli bir rol oynar. Uydulardan elde edilen radar altimetresi (rakım ve irtifa ölçer) verileri, ısınmanın kutup buzulları üzerindeki etkisini ölçmek için kullanılır. Kuzey Kutbu'nda, Antartika'da ve Grönland'da alçak uçuş yapan hava araçları, deniz buz kalınlığındaki değişimlerin haritasını çıkartmak için radar geri

yansıması tekniğini kullanırlar. Radarlar aracılığıyla elde edilen tüm yaz-kış dönemi deniz buzul büyümeye ve erime ölçümleri buzulların kaybolmağını doğrulamaktadır.

Bu bölümde, sabit değerli kaynak içeren bir devrede yapılan bir anahtarlama işlemi sonucunda gerilim ve akımların nasıl bir geçiş yaşadığı incelenmektedir. Basit devrelerden daha karmaşık devrelere doğru incelemeyi derinleştirirken devrelerimizi seri veya paralel bağlı direnç, kondansatör ve induktörlerle modelleyeceğiz. Gerilim kaynağı bir kare dalga üreticisi olduğunda anahtarlama dinamikleri de artmaktadır. Gerilim ve akımların anahtarlama sonucu ortaya çıkan geçici durum davranışları çok çeşitli uygulamanın temelini oluşturmaktadır. Bu uygulamaların bazıları sıradan görülebilse de buz kalınlığı ölçümü gibi bazı uygulamalar geleceğimiz üzerinde önemli bir etkiye sahiptir.

Bu bölümde geçici analiz olarak adlandırılan tekniği inceleyeceğiz. Analizimize, birinci mertebeden devrelerle başlayacağız. Bir devre yalnızca bir tane enerji depolayan eleman içeriyorsa bu devrenin davranışını birinci mertebeden bir diferansiyel denklem ile tanımlanır. Bu nedenle bu tür devrelere birinci mertebeden devre adı verilir.

Geçici analizden kastedilen, bir anahtarın aniden açılması ya da kapanmasının ardından devrenin nasıl davranışını incelemek ve akım ve gerilimleri zamanın bir fonksiyonu olarak ifade etmektir. Devrede bir veya daha fazla enerji depolayan eleman varsa anı değişime karşı devre bir geçiş dönemi yaşadıktan sonra yeni bir kalıcı durum değerine ulaşır. Biz de geçici durum analizinde bu geçiş dönemini ayrıntılı bir şekilde inceleyeceğiz.

Geçici durum analizinde inceleyeceğiz en önemli parametrelerden birisi devrenin zaman sabitidir. Bu çok önemli bir devre parametresidir çünkü bize devrenin değişikliklere ne kadar hızlı tepki vereceğini gösterir. Birbirinden oldukça farklı iki sistemi karşılaştırarak bu parametre için bir fikir elde edebiliriz. Örneğin, bir oda iklimlendirme sistemini (klima) ve bir bilgisayar işlemcisindeki tranzistörlü yükselteci gözönüne alalım. Eğer klimanın sıcaklık ayarını 25 dereceden 20 dereceye değiştirirsek klima çalışmaya ve odayı soğutmaya başlar. Ancak, bu etkiyi termometreye bakarak izlemek istersek sıcaklığın 20 dereceye düşmesinin uzunca bir zaman alacağını görürüz. Öte yandan işlemcinin tranzistörünün durumunu değiştirmek için kapısına bir darbe uygulanırsa transistör birkaç milisaniye içinde istenilen konuma ulaşır. Bu iki sistemin zaman sabitleri birbirlerinden çok farklıdır.

Birinci mertebeden devrelerin geçici analizinde kullanılan iki farklı teknik vardır. Bunlardan biri devrenin diferansiyel denklemini yazmak ve çözümünü bulmaktır. İkinci teknik ise, adım adım çözüm adını alır ve devrenin her bir değişikliğe karşı tepkisinin genel yapısının bilinmesini gerektirir. İkinci mertebeden devrelerde aynı anda hem bir kondansatör hem de bir induktör bulunur ve devre ikinci mertebeden bir diferansiyel denklem ile ifade edilir. Her ne kadar RLC devreleri, birinci mertebeden tek enerji depolayan elemanlı devrelerden daha karmaşık olsalar da analizde izlenen yöntemler birbirine benzerdir.

Burada sadece oldukça basit devrelerle ilgileneceğiz. Birden fazla göz ya da bir referans olmayan düküm içeren devreler için analiz çok karmaşık hâle gelebilir. Bu tür devreleri çözmek için kitabın ilerleyen bölümlerinde Laplace dönüşümünü anlatlığımız zaman çok daha basit bir yöntem göstereceğiz. Bu bölümde inceleyeceğimiz devrelerin parametreleri, farklı türde tepkilerin ortaya çıkmasına neden olacak biçimde seçilmiştir. Son olarak uygulamaya yönelik örnekler sunulacak ve incelenecaktır.

Tartışmamıza Bölüm 6'da kondansatörlerin ve induktörlerin elektrik enerjisini depolayabileğini öğrendiğimizi tekrar hatırlatarak başlıyoruz. Yüklü kondansatörlerde, enerji pozitif ve negatif yüklenmiş levhalar arasında bulunan elektrik alanında depolanır. Kondansatörün uçları arasına bir devre bağlanırsa kondansatör üzerindeki negatif yükler bu devre üzerinden pozitif yüklerle doğru akar ve böylece depolanan enerji boşaltılabilir. Bildiğiniz gibi bu yük hareketi bir akım oluşturur. Enerjinin boşalma hızı kondansatör levhaları arasına bağlanan devredenin parametreleri tarafından belirlenir.

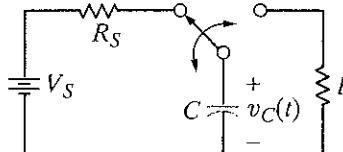
Örnek olarak bir fotoğraf makinesindeki flaş devresini inceleyelim. Kullanıcı fotoğraf çekmek için düğmeye bastığında hem deklaşör hem de flaş çalışır. Flaş çaktıktan sonra yeni bir fotoğraf çekmek için fotoğrafçı birkaç saniye beklemek zorunda kalır. Bu durum Şekil 7.1a'daki devre kullanılarak modellenebilir. Gerilim kaynağı ve R_s direnci, kamera ve flaşa enerji veren bataryaları modeller. Kondansatör enerji deposunu, anahtar basma düğmesini ve son olarak da R direnci xenon flaş lambasını modellemektedir. Eğer kondansatör yüklü iken anahtar kapatılırsa kondansatör gerilimi düşmeye başlar ve enerji xenon lamba üzerinden boşalırken bir flaş oluşturur. Enerjinin boşalma (deşarj) süresi devre elemanlarına bağlı olarak değişir ve pratikte bu enerji salımı bir milisaniye civarında sürer. Düğmeye basılıp bırakıldıktan ve anahtar açıldıktan sonra batarya tekrar kondansatörü yüklemeye başlar. Bir kez daha kondansatörü yüklemek için gereken zaman yine devre elemanlarının bir fonksiyonudur. Boşalma ve dolma çevrimleri grafiksel olarak Şekil 7.1b'de gösterilmektedir. Her ne kadar deşarj zamanı çok hızlı olsa da anlık değildir. Bu olayı daha ayrıntılı şeyleyebilmek için Şekil 7.1a'da görülen devrenin sağ yarısını gösteren Şekil 7.1c'de verilen devreyi inceleyelim:

7.1

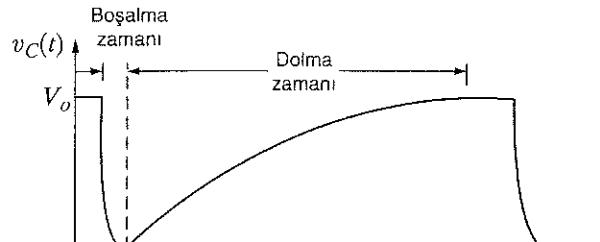
Giriş

Şekil 7.1

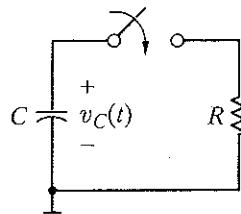
Bir kameranın flaş devresini anlatmak için kullanılan devreler.



(a)



(b)



(c)

Bu devrede bir direnç üzerinden boşaltılan, yüklü bir kondansatör görülmektedir. Anahtar kapatıldığında devre için KAY ile aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{R} = 0$$

Bu ilişki şu biçimde de ifade edilebilir:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} v_C(t) = 0$$

Bir sonraki kısımda bu denklemin çözümünün aşağıdaki gibi olduğunu göstereceğiz:

$$v_C(t) = V_o e^{-t/RC}$$

Gördüğü gibi, bu üstel olarak azalan bir fonksiyon olup gerilimin düşme hızı R ve C değerlerine bağlıdır. Eşitlikteki RC çarpımı çok önemli bir parametredir ve ilerleyen kısımlarda buna özel bir isim vereceğiz.

7.2

BİRİNCİ MERTEBEDEN DEVRELER

TEPKİ DENKLEMLERİNİN GENEL YAPISI Birinci mertebeden geçici devrelerle ilgili çalışmamızda bu devrelerin çözümlerinin (yani bir gerilim ya da akımın bulunması) aşağıdaki biçimde birinci mertebeden bir diferansiyel denklemi çözmeyi gerektirdiğini göstereceğiz:

$$\frac{dx(t)}{dt} + ax(t) = f(t) \quad 7.1$$

Her ne kadar bu tipte bir denklemi çözmek için çeşitli teknikler kullanılabilse de biz önce genel bir çözüm elde edip sonra geçici analizde iki farklı yaklaşım uygulayacağız.

Diferansiyel denklemler için temel teoremlerden bir tanesi şu biçimdedir: Eğer $x(t) = x_p(t)$ Eş. 7.1'in herhangi bir çözümü ise ve $x(t) = x_c(t)$

$$\frac{dx(t)}{dt} + ax(t) = 0 \quad 7.2$$

homojen denkleminin herhangi bir çözümü ise, o zaman

$$x(t) = x_p(t) + x_c(t) \quad 7.3$$

toplamı da Eş. 7.1'in bir çözümüdür. $x_p(t)$ terimi özel çözüm ya da zorlanmış tepki olarak adlandırılır. $x_c(t)$ ise tamamlayıcı çözüm, homejen çözüm ya da doğal tepki olarak adlandırılır.

Şimdi, yalnızca $f(t)=A$ (A herhangi bir sabit) durumunu inceleyelim. Bu durumda diferansiyel denklemin tam çözümü aşağıdaki iki denklemi çözerek elde edilebilecek iki kısımdan oluşur:

$$\frac{dx_p(t)}{dt} + ax_p(t) = A \quad 7.4$$

$$\frac{dx_c(t)}{dt} + ax_c(t) = 0 \quad 7.5$$

Eş. (7.4)'ün sağ tarafı bir sabit olduğu için, $x_p(t)$ çözümü de bir sabit olmak zorundadır. Dolayısıyla aşağıdaki varsayıyı yapalım:

$$x_p(t) = K_1 \quad 7.6$$

Bu sabit Eş. (7.4)'te yerine konularak aşağıdaki ifade elde edilir.

$$K_1 = \frac{A}{a} \quad 7.7$$

(7.5) eşitliği ise

$$\frac{dx_c(t)/dt}{x_c(t)} = -a \quad 7.8$$

biçiminde yazılabilir. Bu denklem aşağıdaki ifadeye denktir:

$$\frac{d}{dt} [\ln x_c(t)] = -a$$

Dolayısıyla,

$$\ln x_c(t) = -at + c$$

ve

$$x_c(t) = K_2 e^{-at} \quad 7.9$$

yazılabilir. Dolayısıyla Eş. (7.1)'in tam çözümü aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} x(t) &= x_p(t) + x_c(t) \\ &= \frac{A}{a} + K_2 e^{-at} \end{aligned} \quad 7.10$$

K_2 sabiti, eğer bağımsız değişken $x(t)$ 'nin herhangi bir andaki değeri biliniyorsa bulunabilir.

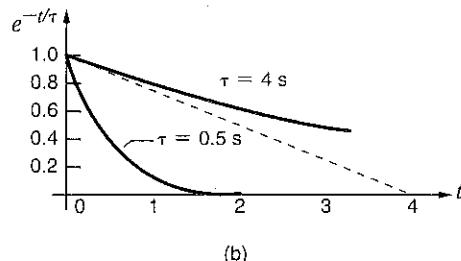
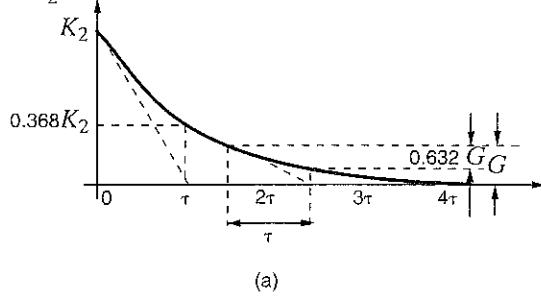
(7.10) çözümü genel olarak aşağıdaki biçimde ifade edilebilir.

$$x(t) = K_1 + K_2 e^{-t/\tau} \quad 7.11$$

Eş. (7.11) çözümünün terimlerine elektrik mühendisliğine kullanılan isimler verilir. Örneğin, K_1 terimine kalkıcı durum veya sürekli durum çözümü adı verilir, çünkü $t \rightarrow \infty$ iken ikinci terim ihmali olduğundan $x(t)$ bu terime indirgenmiş olur. τ sabiti ise, devrenin zaman sabiti olarak adlandırılır. Eş. (7.11)'deki ikinci terim üstel olarak azalmaktadır. $\tau > 0$ ise $t = 0$ için bu terim K_2 'ye, $t \rightarrow \infty$ için de 0'a eşittir. Üstel azalmanın hızını τ zaman sabit belirler. Bu etki grafiksel olarak Şekil 7.2a'da gösterilmektedir. Şekilden görülebileceği gibi, $x_c(t)$ değeri bir zaman sabiti kadar sürede K_2 'den 0.368 K_2 'ye düşer. Bu % 63.2'lik bir düşüştür. İki zaman sabiti süresinde $x_c(t)$ değeri 0.135 K_2 'ye düşer. Bu da $t = \tau$ zamanındaki değere göre yine % 63.2'lük bir düşüştür.

Şekil 7.2
Zaman sabiti ile ilgili gösterimler.

$$x_c(t) = K_2 e^{-t/\tau}$$



Bu, eğriderdeki bir nokta ile ve eğrinin son değeri arasındaki aralığın her bir zaman sabiti süresinde %63.2 oranında kapatıldığı anlamına gelir. Son olarak 5 zaman sabitinden sonra $x_c(t) = 0.0067K_2$ olur ki bu da % 1'den daha düşük bir değerdir.

Şekil 7.2a'da gösterilen üstel fonksiyonun ilginç bir özelliği, eğrinin başlangıç eğiminin zaman ekseni $t = \tau$ 'da kesmesidir. Aslında sadece başlangıç değerini değil de eğriderdeki herhangi bir noktayı alabilir ve aradaki farkı % 63.2 oranında kapatmak için gerekli zamanı bularak da zaman sabitini belirleyebiliriz. Son olarak küçük bir zaman sabiti (yani, hızlı tepki) ile büyük bir zaman sabiti (yani yavaş tepki) arasındaki fark Şekil 7.2b'de gösterilmektedir. Bu eğriler, eğer devre küçük zaman sabitine sahipse, devrenin sürekli hâl durumuna hızlı bir şekilde ulaştığını gösterir. Bunun tersi olarak, eğer zaman sabiti büyüğse, devrenin durulması için ya da sürekli hâl durumuna erişmesi için daha fazla zamana ihtiyaç vardır. Her durumda, devre tepkisinin beş zaman sabiti (yani, 5τ) içinde kalıcı duruma erişeceğini not ediniz.

Şu ana kadarki tartışmamızın çok genel olduğunu, herhangi bir devre yapısına odaklanmadığımızı, yalnızca birinci mertebeden diferansiyel denklemle tanımlanan devrelerden söz ettigimizi de not ediniz.

ANALİZ TEKNİKLERİ

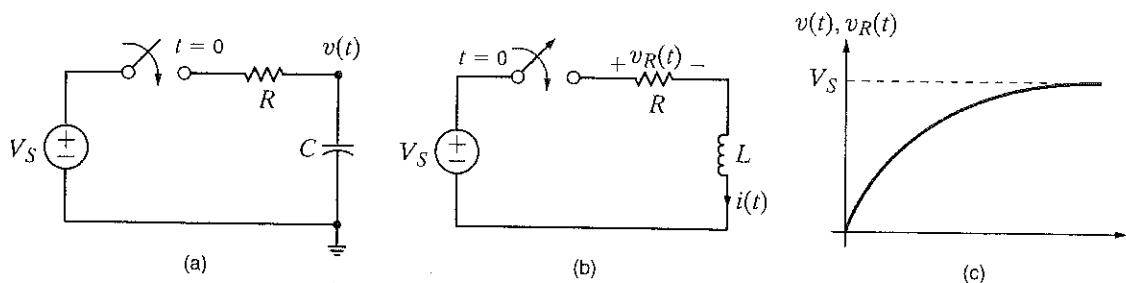
Diferansiyel Denklem Yaklaşımı Eş. (7.11), birinci mertebeden geçici bir devrenin herhangi bir noktasındaki akım veya gerilimi tanımlamak için kullanılan diferansiyel denklemi çözümünün genel yapısını göstermektedir. Bu çözüme ulaşmak için kullanılan yollardan bir tanesi durum değişkenleri teknigini kullanmaktadır. Kondansatör üzerindeki gerilimler ve induktörden akan akımlar durum değişkenleri olarak adlandırılır. Dolayısıyla, bu teknikte devreyi tanımlamak için bu değişkenleri içeren denklemlerden yararlanırız. Bölüm 6'dan hatırlayacağınız gibi bu büyüklükler, yani kondansatörün gerilimi ve induktörün akımı, aniden değişimz. İlk olarak bu teknigi genel anlamda açıklayalım ve iki tane de örnek verelim.

Şekil 7.3a'daki devreyi inceleyelim. $t = 0$ zamanında anahtar kapatılmaktadır. $t > 0$ için kondansatör gerilimini veren KAY denklemi aşağıdaki gibidir:

$$C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t) - V_s}{R} = 0$$

ya da

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t) - V_s}{RC} = 0$$



Daha önce birinci mertebeden diferansiyel denklem çözümünün aşağıdaki biçimde olduğunu görmüştük:

$$v(t) = K_1 + K_2 e^{-t/\tau}$$

Bu çözüm diferansiyel denklem içinde yerine konularak aşağıdaki ifade elde edilir:

$$-\frac{K_2}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{K_1}{RC} + \frac{K_2}{RC} e^{-t/\tau} = \frac{V_s}{RC}$$

Sabit ve üstel terimler kendi aralarında eşitlenerek aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\begin{aligned} K_1 &= V_s \\ \tau &= RC \end{aligned}$$

Dolayısıyla,

$$v(t) = V_s + K_2 e^{-t/RC}$$

yazılır. Burada V_s kalıcı durum değeridir ve RC devrenin zaman sabitidir. K_2 kondansatörün başlangıç koşulu tarafından belirlenir. Örneğin, kondansatör başlangıçta yüksüzse (yani $t = 0$ 'da kondansatördeki gerilim sıfır) o zaman

$$0 = V_s + K_2$$

ya da

$$K_2 = -V_s$$

olur. Dolayısıyla $v(t)$ geriliminin tam çözümü aşağıdaki gibi olur:

$$v(t) = V_s - V_s e^{-t/RC}$$

Şekil 7.3b'deki devre de benzer şekilde incelenebilir. $t > 0$ için induktör akımını tanımlayan KGY denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = V_s$$

Yukarıdakine benzer bir yöntemle aşağıdaki ifade elde edilir:

$$i(t) = \frac{V_s}{R} + K_2 e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}$$

Burada V_s/R kalıcı durum değeri, L/R orantı ise devrenin zaman sabitidir. Başlangıçta induktörden akım akmıyorsa $t = 0$ 'da

$$0 = \frac{V_s}{R} + K_2$$

yazılabilir ve

$$K_2 = -\frac{V_s}{R}$$

Şekil 7.3

(a) RC devresi, (b) RL devresi, (c) (a)'dakikondansatör geriliminin çizimi ve (b)'deki direnç geriliminin çizimi.

olur. Dolayısıyla tam çözüm

$$i(t) = \frac{V_s}{R} - \frac{V_s}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

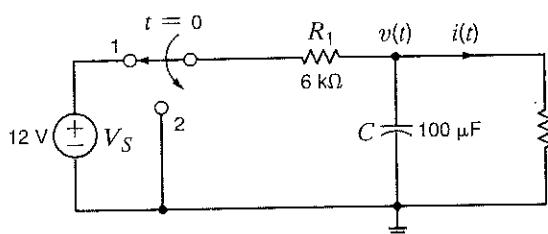
biçimindedir. Eğer direnç üzerindeki gerilimi hesaplamak istersek o zaman

$$\begin{aligned} v_R(t) &= Ri(t) \\ &= V_s \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \end{aligned}$$

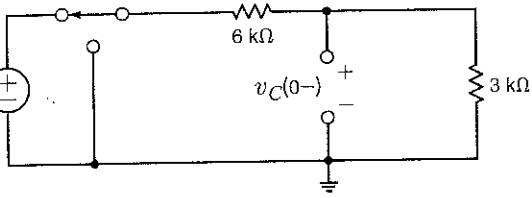
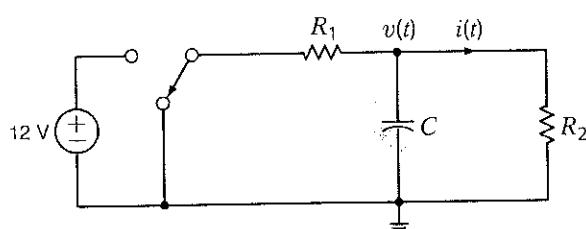
yazılır. Dolayısıyla, RC devresindeki kondansatör gerilimi ile RL devresindeki direnç geriliminin genel yapısının aynı olduğunu bulduk. Bu fonksiyonların çizimi Şekil 7.3c'de verilmektedir.

ÖRNEK 7.1

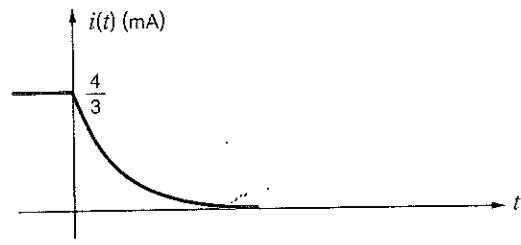
Şekil 7.4a'daki devreyi göz önüne alınız. Anahtarın 1 konumunda uzun süre kaldığını varsayıınız. $t = 0$ 'da anahtar konum 2'ye getiriliyor. $t > 0$ için $i(t)$ akımını hesaplamak istiyoruz.



(a)

(b) $t = 0^-$ 

(c)



(d)

Şekil 7.4

RC devrelerinin analizi.

ÇÖZÜM $t = 0^-$ anında kondansatör tamamen doludur ve DA akıma karşı açık devre gibi davranmaktadır ve içinden artık akım akıtmamaktadır. Kondansatörün başlangıç gerilimi, gerilim bölümüm ilkesinden bulunabilir. Şekil 7.4b'de gösterildiği gibi,

$$v_C(0^-) = 12 \left(\frac{3k}{6k + 3k} \right) = 4 \text{ V}$$

$t > 0$ için geçerli devre Şekil 7.4c'de gösterilmektedir. Kondansatör gerilimi için KAY denklemi aşağıda verilmektedir:

$$\frac{v(t)}{R_1} + C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_2} = 0$$

Verilen eleman değerleri kullanılarak denklem aşağıdaki biçimde gelir:

$$\frac{dv(t)}{dt} + 5v(t) = 0$$

Bu homojen denklemin çözümü aşağıdaki biçimdedir:

$$v(t) = K_2 e^{-t/\tau}$$

Bu çözümü diferansiyel denklemde yerine koyarsak, $\tau = 0.2$ s buluruz, dolayısıyla

$$v(t) = K_2 e^{-t/0.2} \text{ V}$$

olur. Başlangıç koşulu kullanılarak $v_C(0-) = v_C(0+) = 4$ V bulunur. Tam çözüm de aşağıdaki gibi bulunur:

$$v(t) = 4e^{-t/0.2} \text{ V}$$

Bu durumda $i(t)$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_2}$$

bağıntısından

$$i(t) = \frac{4}{3} e^{-t/0.2} \text{ mA} \text{ olarak elde edilir.}$$

Şekil 7.5a'daki anahtar $t = 0$ 'da açılmaktadır. $t > 0$ için çıkış gerilimi $v_o(t)$ gerilimini bulalım.

ÖRNEK

7.2

ÇÖZÜM

$t = 0-$ anında kalıcı durumda olan devrede indüktör kısa devre gibi davranmaktadır. Başlangıç anında indüktörden akan akım çeşitli şekillerde bulunabilir. Biz Şekil 7.5b'deki devrede gösterilen, indüktörün sol tarafındaki bölümün Thevenin eşdeğерinden yararlanacağız. Bu devreden $I_L = 4$ A ve $V_{oc} = 4$ V buluruz. Thevenin direnci de $R_{Th} = 1 \Omega$ olur. Dolayısıyla Şekil 7.5c'den $i_L(0-) = 4/3$ A elde edilir.

$t > 0$ için devre Şekil 7.5d'de gösterilmektedir. 4V'luk bağımsız kaynak ve buna seri bağlı 2 ohm'luk direncin bu yeni devrenin çalışması üzerinde herhangi bir etkisi olmadığına dikkat ediniz. Devre için KGY denklemi aşağıda verilmektedir:

$$-V_{S_1} + R_1 i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + R_3 i(t) = 0$$

Verilen eleman değerleri ile bu bağıntı aşağıdaki şekele girer:

$$\frac{di(t)}{dt} + 2i(t) = 6$$

Bu denklemin çözümü aşağıdaki yapıdadır:

$$i(t) = K_1 + K_2 e^{-t/\tau}$$

Bu eşitlik diferansiyel denklemde yerine konularak

$$K_1 = 3$$

$$\tau = 1/2$$

elde edilir. Dolayısıyla,

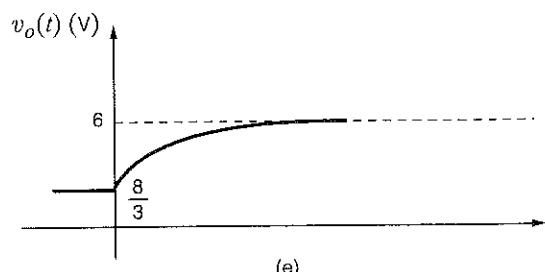
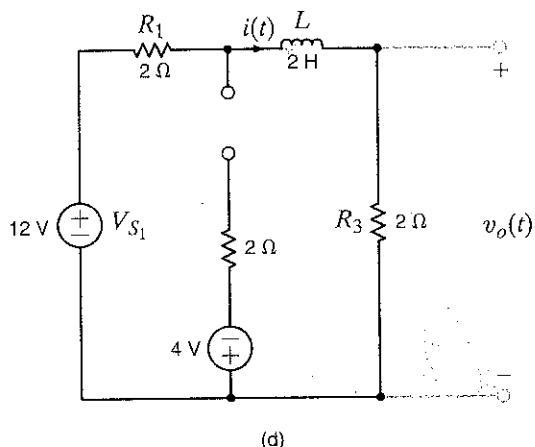
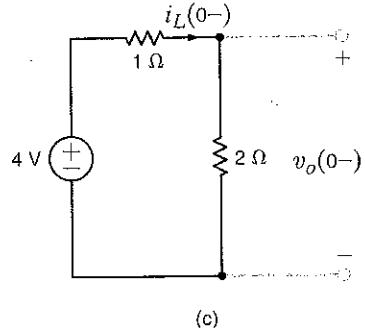
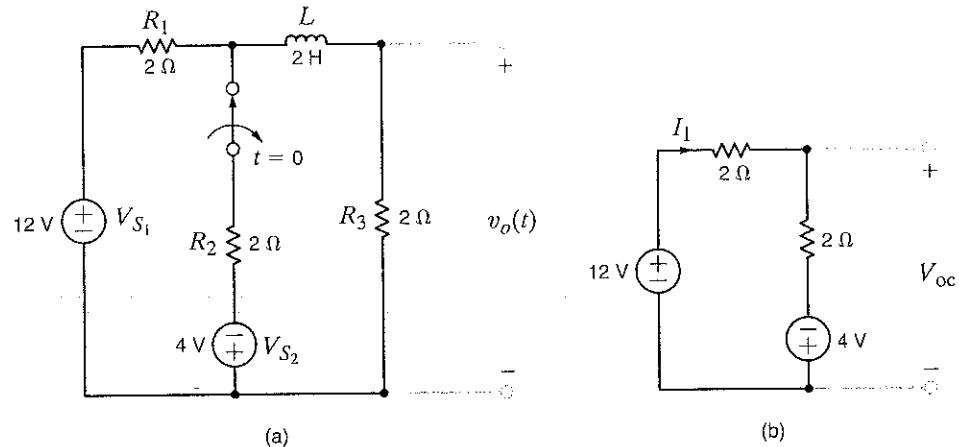
$$i(t) = (3 + K_2 e^{-2t}) \text{ A}$$

Başlangıç koşulunun bu bağıntıda yerine yazılmasıyla

$$i_L(0-) = i_L(0+) = i(0) = 4/3 \text{ A}$$

elde edilir ve sonuçta katsayı şu biçimde bulunur:

$$K_2 = -\frac{5}{3}$$



Şekil 7.5
Bir RL devresinin analizi.

Dolayısıyla,

$$i(t) = \left(3 - \frac{5}{3} e^{-2t} \right) A$$

ve sonra

$$v_o(t) = 6 - \frac{10}{3} e^{-2t} V$$

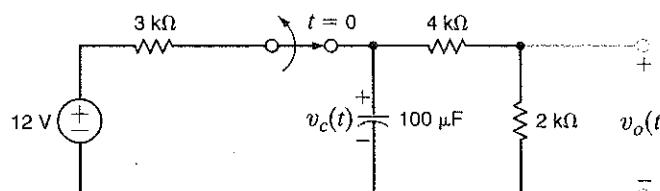
olur. $v_o(t)$ geriliminin çizimi Şekil 7.5e'de gösterilmektedir.

ÜZERİNDİKİ DEVRELERDE DİFERANSİYEL DENKLEMLER

E7.1 Şekil E7.1'deki devrede $t > 0$ için $v_C(t)$ gerilimini bulunuz.

YANIT:

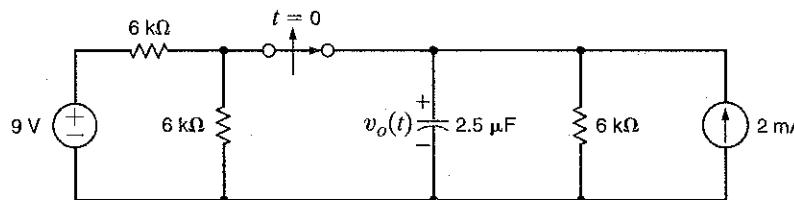
$$v_C(t) = 8e^{-t/0.6} \text{ V.}$$



Şekil E7.1

E7.2 Şekil E7.2'de $v_o(t)$ gerilimini bulmak için diferansiyel denklem yaklaşımını kullanınız. Tepkiyi çiziniz.

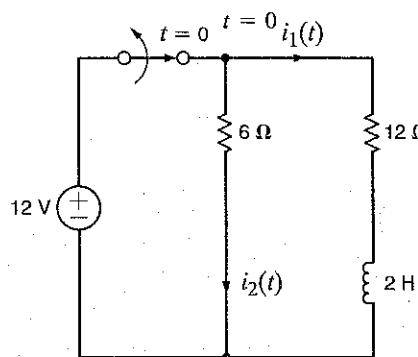
YANIT: $v_o(t) = 12 - 5e^{-t/0.015} \text{ V.}$



Şekil E7.2

E7.3 Şekil E7.3'te gösterilen devrede anahtar $t = 0$ 'da açılıyor. $t = 0$ için akımını bulunuz.

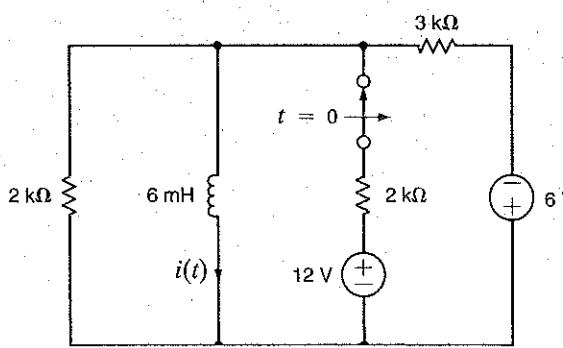
YANIT:
 $i_1(t) = 1e^{-9t} \text{ A.}$



Şekil E7.3

E7.4 Şekil E7.4'te $t > 0$ için $i(t)$ 'yi bulmak için diferansiyel denklem yaklaşımını kullanınız.

YANIT: $i(t) = -2 + 6e^{-t/5 \times 10^{-6}} \text{ mA.}$



Şekil E7.4

Adım Adım İlerleme Yaklaşımı: Önceki analiz teknlığında, konsansatör gerilimi ya da indüktör akımı için bir diferansiyel denklem yazdık, bu denklemi çözdük ve çözümü devredeki bilinmeyen değişkeni bulmak için kullandık. Şimdi anlatacağızımız oldukça metodik teknikte ise, çözümün Eş. (7.11) ile verilen yapıda olduğu gerçeğini kullanacağız ve devre analizi teknikleri ile K_1 , K_2 ve τ katsayılarını belirleyeceğiz.

Eş. (7.11)'den t sonsuza yaklaştığında ($t \rightarrow \infty$) üstel terimin sıfıra yaklaştığını ($e^{-at} \rightarrow 0$) ve $x(t) = K_1$ olduğunu görebiliyoruz. Dolayısıyla eğer kalıcı durumda (yani $t \rightarrow \infty$), devredeki kondansatör yerine bir açık devre yerleştirir (çünkü gerilim sabit olduğundan $i = C(dv/dt) = 0$ olur.) ya da devredeki indüktör yerine bir kısa devre yerleştirir (çünkü akım sabittir ve dolayısıyla $v = L(di/dt) = 0$ olur.) ve devreyi çözersek elde edeceğimiz çözüm $x(t) = K_1$ olur. Kondansatör ya da indüktör çıkarıldığında geriye sabit kaynaklı ve dirençli bir DA devre kalır. Bu devrede çözümü bulmak için de yalnızca DA analizine gerek duyulur.

Eş. (7.11)'deki K_2 sabiti, kondansatörün bir gerilim kaynağı ile ya da indüktörün bir akım kaynağı ile değiştirildiği bir DA devresinin çözümü yoluyla da elde edilebilir. Kondansatör için gerilim kaynağının değeri ya da indüktör için akım kaynağının değeri belli bir andaki bilinen bir değer olabilir. Genelde, bilinen değer başlangıç koşulu olduğu için, biz de başlangıç koşulu değerini kullanacağımız fakat herhangi bir andaki değer de çözüm için kullanılabilir. Bu değer çeşitli yollarla elde edilebilir ve çoğunlukla problemin bildiriminde veri olarak belirtilir. Fakat daha sık karşılaşılan bir durum, devrede bir anahtarın konum değiştirmesi ve kondansatör geriliminin ya da indüktör akımının başlangıç değerinin, anahtar konum değiştirmeden önceki devreden belirlenmesi durumudur. Normalde ilk devrenin sürekli hâle ulaşmış olduğu varsayılar ve dolayısıyla kondansatör gerilimi ya da indüktör akımı, K_1 'i bulmak için kullandığımız yol kullanılarak bulunabilir.

Son olarak zamanın sabitinin değeri enerji depolayan elemanın uçları arasından bakıldığından görülen devrenin Thevenin eşdeğer direnci belirlenerek bulunabilir. O zaman bir RC devresi için $\tau = R_{Th}C$ ve bir RL devresi için $\tau = L/R_{Th}$ olur.

Şimdi bu prosedürü adım adım tekrar özetleyelim:

Problem Çözme Stratejisi

Adım Adım İlerleme Yaklaşımının Kullanılması

Adım 1. $x(t)$ değişkeni için çözümün $x(t) = K_1 + K_2 e^{-t/\tau}$ biçiminde olduğu varsayılar.

Adım 2. Anahtarın konumu değiştirilmeden önce orijinal devrenin kalıcı duruma eriştiğini varsayıp ve kondansatörü açık devre veya indüktörü kısa devre ederek devreyi yeniden çiziniz. Bu devrede anahtarlama öncesindeki kondansatör gerilimini $v_C(0-)$ veya indüktör akımını $i_L(0-)$ hesaplayınız.

Adım 3. Bölüm 6'dan bildığınız üzere, bir kondansatör gerilimi ya da indüktörün akımı aniden değisemez. Şimdi, anahtarların yeni konumu için $t = 0+$ anında geçerli devreyi çiziniz. Bu devrede kondansatörü bir $v_C(0+) = v_C(0-)$ değerinde gerilim kaynağı ile ya da indüktörü $i_L(0+) = i_L(0-)$ değerindeki bir akım kaynağı ile değiştiriniz. İlgilendiğiniz değişkeninin $x(0+)$ başlangıç değerini bulunuz.

Adım 4. Anahtarların konum değişikliğinin ardından yeterince süre geçtiğini ve sürekli hâle erişildiğini varsayıp, $t > 5\tau$ için geçerli devreyi, yine kondansatörü açık devre veya indüktörü kısa devre ederek çiziniz. İlgilendiğiniz değişkenin kalıcı durum değerini hesaplayınız.

$$x(t)|_{t>5\tau} \doteq x(\infty)$$

Adım 5. Devredeki tüm gerilimlerin ve akımların zaman sabiti aynıdır. Bu zaman sabiti, tüm devre bir gerilim kaynağı, bir direnç ve bir enerji depolama elemanından (yani bir kondansatör ya da indüktör) oluşan basit bir seri devreye indirgebilir. Bunun için, depolama elemanın uçları arasından görülen Thevenin eşdeğer devresi oluşturulur. Bir kondansatör içeren devrenin zaman sabiti



$\tau = R_{Th} C$, ve bir induktör içeren devrenin zaman sabiti $\tau = L/R_{Th}$ olur.

Adım 6. Adım 3,4 ve 5'in sonuçlarını kullanarak adım 1'deki sabitleri aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\begin{aligned}x(0+) &= K_1 + K_2 \\x(\infty) &= K_1\end{aligned}$$

Dolayısıyla, $K_1 = x(\infty)$, $K_2 = x(0+) - x(\infty)$ olur ve dolayısıyla çözüm

$$x(t) = x(\infty) + [x(0+) - x(\infty)]e^{-t/\tau}$$

olur. Bu çözüm biçiminin sadece DA kaynaklara sahip birinci mertebeden devre için geçerli olduğunu unutmayın. Eğer kaynaklar DA değilse, zorlanmış tepki farklı olacaktır. Genelde, zorlanmış tepki zorlama fonksiyonları (kaynaklar) ve bunların türevlerinin toplamı biçiminde ifade edilir,

Şekil 7.6a'daki devreyi inceleyin. Devre anahtarın kapatıldığı $t = 0$ 'dan önceki zamanda sürekli haldedir. $t > 0$ için $i(t)$ akımını hesaplayalım.

ÖRNEK

7.3

ÇÖZÜM

Adım 1. $i(t) K_1 + K_2 e^{-t/\tau}$ biçimindedir.

Adım 2. Şekil 7.6b'den kondansatör üzerindeki başlangıç gerilimi aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}v_C(0-) &= 36 - (2)(2) \\&= 32 \text{ V}\end{aligned}$$

Adım 3. Sadece $t = 0+$ için geçerli yeni devre Şekil 7.6c'de gösterilmektedir.

Kondansatör yerine geçen gerilim kaynağının değeri $v_C(0-) = v_C(0+) = 32 \text{ V}$. olur. Dolayısıyla

$$\begin{aligned}i(0+) &= \frac{32}{6k} \\&= \frac{16}{3} \text{ mA}\end{aligned}$$

Adım 4. $t > 5\tau$ için geçerli eşdeğer devre Şekil 7.6d'de gösterilmektedir. 36 V gerilim kaynağının neden olduğu $i(\infty)$ akımı aşağıdaki gibi hesaplanır:

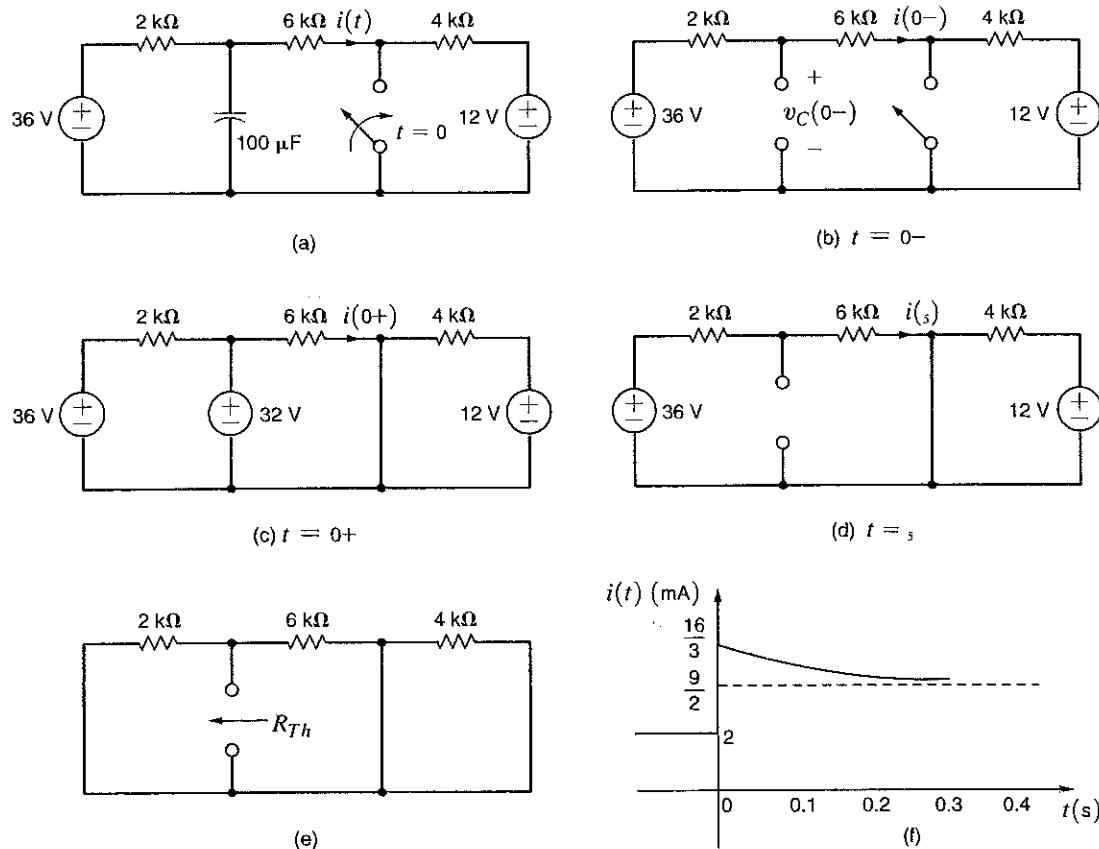
$$\begin{aligned}i(\infty) &= \frac{36}{2k + 6k} \\&= \frac{9}{2} \text{ mA}\end{aligned}$$

Adım 5. Şekil 7.6e'de kondansatörün açık devre yapılan uçlarının arasından bakarak elde edilen Thevenin eşdeğer direnci aşağıdaki gibi bulunur:

$$R_{Th} = \frac{(2k)(6k)}{2k + 6k} = \frac{3}{2} \text{ k}\Omega$$

Dolayısıyla devrenin zaman sabiti şu biçimde bulunur:

$$\begin{aligned}\tau &= R_{Th}C \\&= \left(\frac{3}{2}\right)(10^3)(100)(10^{-6}) \\&= 0.15 \text{ s}\end{aligned}$$



Şekil 7.6 Sabit bir zorlama fonksiyonlu RC Geçici devresinin analizi.

Adım 6.

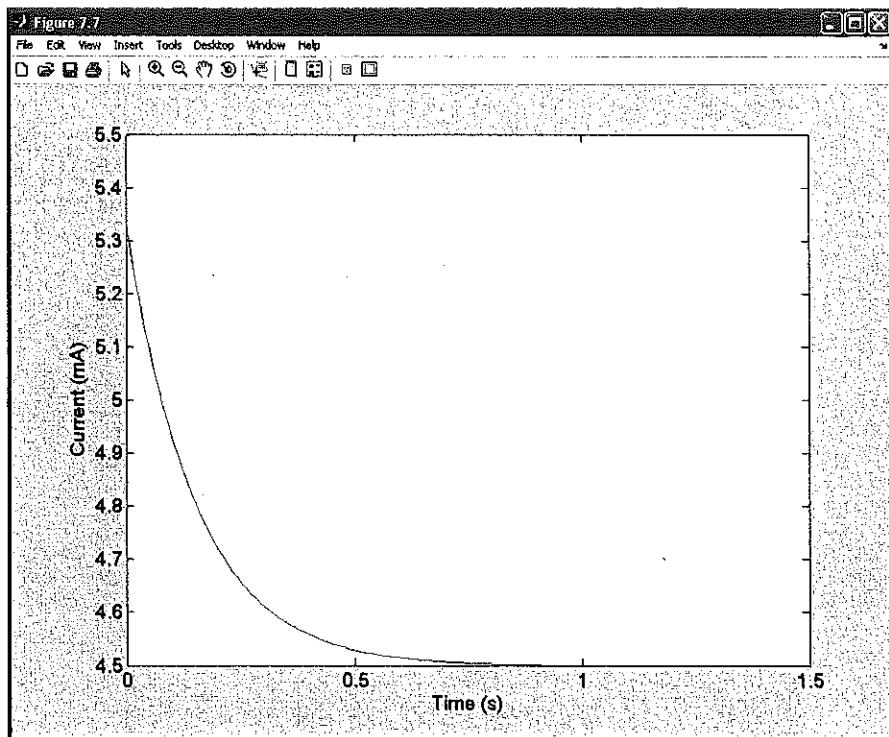
$$K_1 = i(\infty) = \frac{9}{2} \text{ mA}$$

$$\begin{aligned} K_2 &= i(0+) - i(\infty) = i(0+) - K_1 \\ &= \frac{16}{3} - \frac{9}{2} \\ &= \frac{5}{6} \text{ mA} \end{aligned}$$

Dolayısıyla,

$$i(t) = \frac{36}{8} + \frac{5}{6} e^{-t/0.15} \text{ mA}$$

Bu akımın taslak değişimi Şekil 7.6'da, bilgisayarla elde edilen çizimi de Şekil 7.7'de gösterilmektedir. Şekil 7.6'dan görüldüğü gibi, $t = 0$ 'da kondansatör üzerindeki gerilim sürekli olsa da, 6 kΩ'luk direncin akımının $t = 0$ 'da 2mA'den $51/3$ mA'e sıçramakta ve sonucu 4.5 mA'e doğru azalmaktadır.



Şekil 7.7
Örnek 7.3 için çizim.

Şekil 7.8a'da gösterilen devrenin anahtar $t = 0$ 'da kapatılmadan önce kalıcı durumda olduğu varsayılmaktadır. $t > 0$ için $v(t)$ gerilimini hesaplamak istiyoruz.

Adım 1. $v(t), K_1 + K_2 e^{-t/\tau}$ biçimindedir.

Adım 2. Şekil 7.8b'den

ÖRNEK

7.4

CÖZÜM

$$\begin{aligned} i_L(0-) &= \frac{24}{4 + \frac{(6)(3)}{6+3}} \left(\frac{6}{6+3} \right) \\ &= \frac{8}{3} \text{ A} \end{aligned}$$

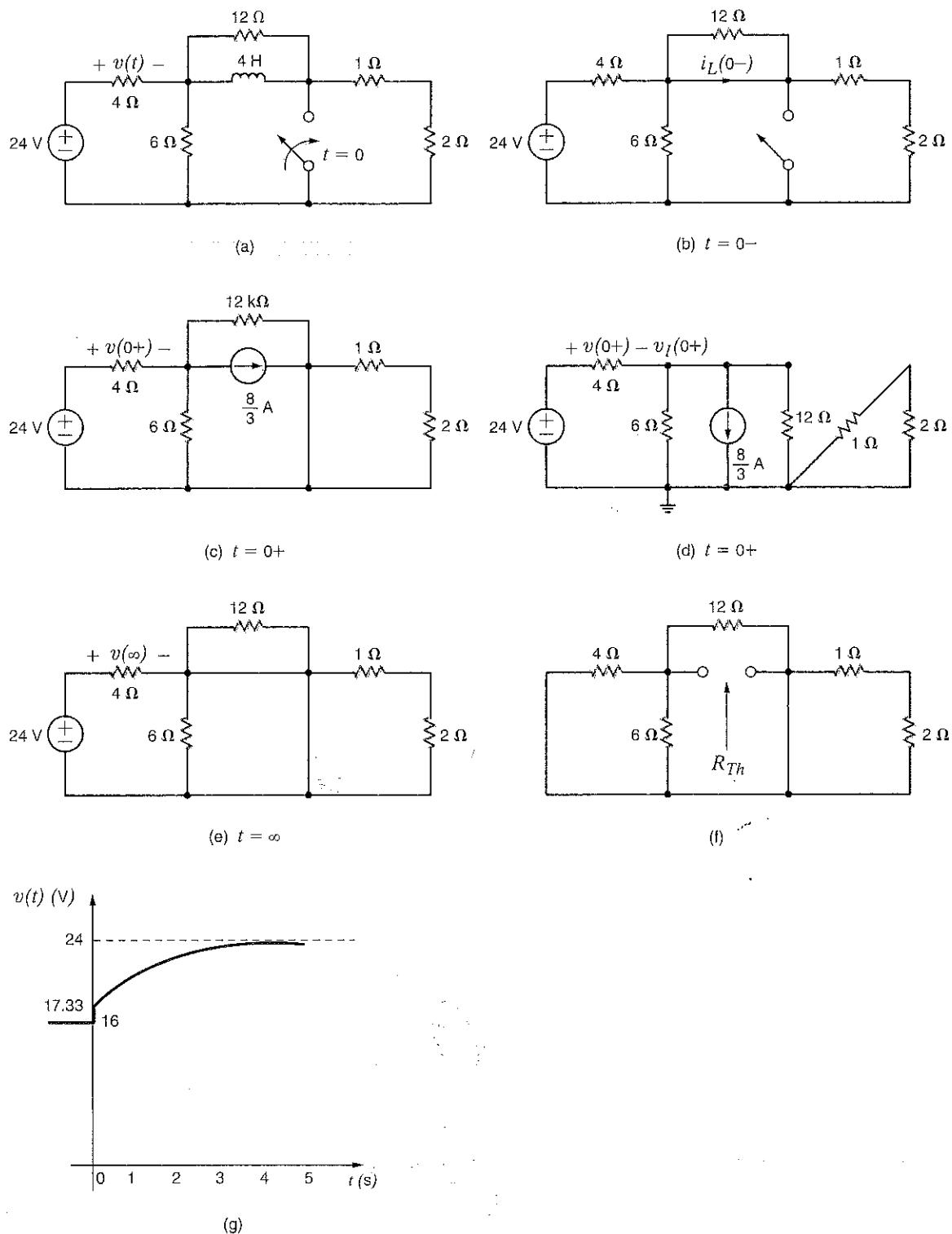
olduğu görülür.

Adım 3. Sadece $t = 0+$ için geçerli olan ve Şekil 7.8d'deki devreye eşdeğer olan yeni devre Şekil 7.8c'de gösterilmektedir. Indüktörün yerine geçen akım kaynağı değeri $i_L(0-) = i_L(0+) = 8/3 \text{ A}$ 'dır. $v_1(0+)$ düğüm gerilimi Şekil 7.8d'deki devreden, tek düğüm denklemi kullanılarak belirlenebilir ve $v(0+)$ bunun gerilimi, kaynak gerilimi ile $v_1(0+)$ arasındaki farka eşittir. $v_1(0+)$ için eşitlik

$$\frac{v_1(0+) - 24}{4} + \frac{v_1(0+)}{6} + \frac{8}{3} + \frac{v_1(0+)}{12} = 0$$

ya da

$$v_1(0+) = \frac{20}{3} \text{ V biçimindedir.}$$



Şekil 7.8 Sabit bir zorlama fonksiyonlu bir RL devresinin analizi.

O zaman

$$v(0+) = 24 - v_i(0+) \\ = \frac{52}{3} \text{ V} \quad \text{olur}$$

Adım 4. Anahtar kapatılduktan sonra kalıcı durumda eşdeğer devre Şekil 7.8e'de gösterilmektedir. 6Ω , 12Ω , 1Ω , ve 2Ω 'luk dirençler kısa devre olduğundan $v(\infty) = 24$ V olur.

Adım 5. Thevenin eşdeğer direnci indüktör uçlarından devre içine doğru bakılarak bulunur. Bu devre Şekil 7.8f'de gösterilmektedir. $R_{Th} 4\Omega$, 6Ω , ve 12Ω 'luk dirençlerin paralel eşdeğereine eşittir. Dolayısıyla $R_{Th} = 2\Omega$ olur ve devre zaman sabiti aşağıdaki gibi bulunur.

$$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{4}{2} = 2 \text{ s}$$

Adım 6. Önceki analizden yararlanarak aşağıdakiler yazılır:

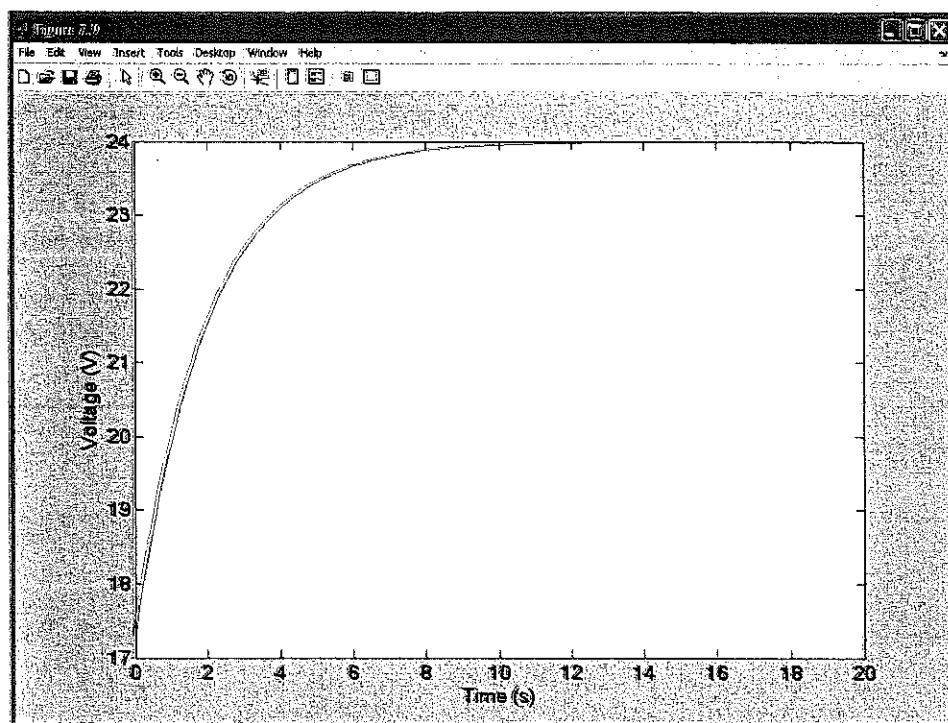
$$K_1 = v(\infty) = 24 \\ K_2 = v(0+) - v(\infty) = -\frac{20}{3}$$

Buradan da

$$v(t) = 24 - \frac{20}{3} e^{-t/2} \text{ V} \quad \text{bulunur.}$$

Şekil 7.8b'den, anahtar kapatılmadan önce $v(t)$ değerinin 16 V olduğunu görebiliyoruz. Bu değer $t = 0$ 'da 17.33V'a zıplamaktadır.

Bu fonksiyonun $t > 0$ için çizimi Şekil 7.9'da gösterilmektedir.

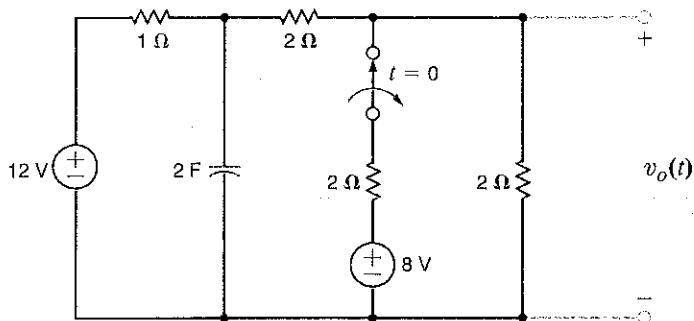


Şekil 7.9
Örnek 7.4 için çizim.



Yazılım ve İletişim Teknolojileri

- E7.5 Şekil E7.5'teki devreyi göz önüne alın. Anahtar $t = 0$ 'da açılmaktadır. $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



Şekil E7.5

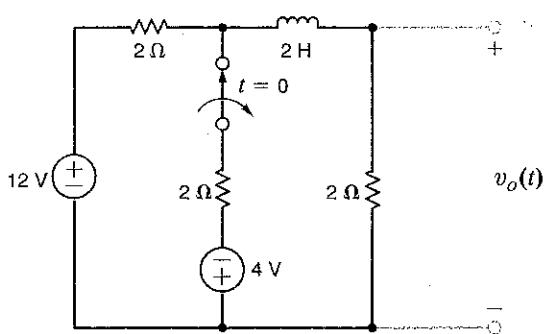
YANIT:

$$v_o(t) = \frac{24}{5} + \frac{1}{5} e^{-(5/8)t} \text{ V.}$$

- E7.6 Şekil E7.6'daki devreyi göz önüne alın. Anahtar $t = 0$ 'da açılırsa, $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.

YANIT:

$$v_o(t) = 6 - \frac{10}{3} e^{-2t} \text{ V}$$

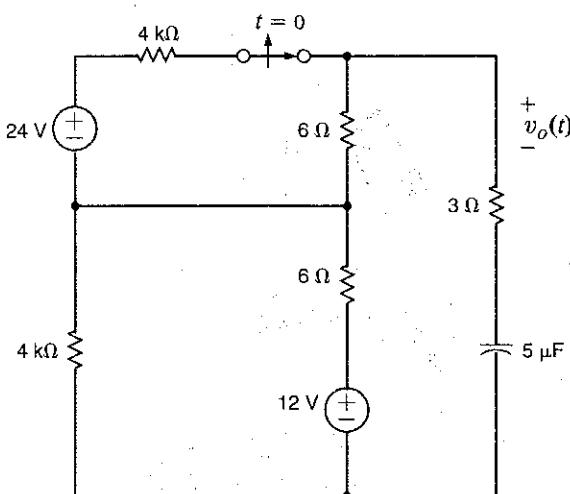


Şekil E7.6

- E7.7 Adım adım ilerleme yöntemini kullanarak Şekil E7.7'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.

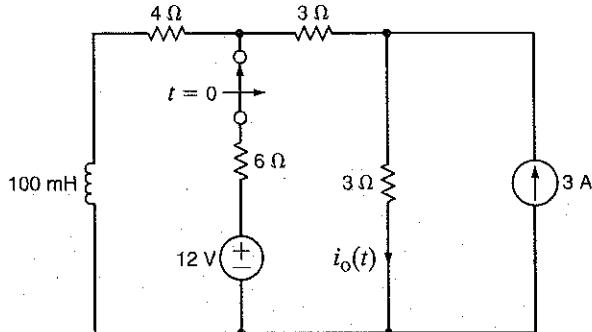
YANIT:

$$v_o(t) = -3.33e^{-t/0.06} \text{ V.}$$



Şekil E7.7

E7.8 Adım adım ilerleme yöntemini kullanarak Şekil E7.8'deki devrede $t > 0$ için $i_0(t)$ 'yi bulunuz. YANIT:
 $i_0(t) = 2.1 - 0.6e^{-t/0.001}$ A.



Şekil E7.8

Şekil 7.10a'da gösterilen devrede anahtar 1 konumunda kalıcı durumuna erişmiştir. $t = 0$ anında anahtar konum 1'den konum 2'ye hareket ettirilmiştir. $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi hesaplamak istiyoruz.

ÖRNEK
7.5

Adım 1. $v_o(t) = K_1 + K_2 e^{-t/\tau}$ biçimindedir.

ÇÖZÜM

Adım 2. Şekil 7.10b'deki devreyi kullanarak $i_L(0-)$ değerini hesaplayabiliriz:

$$i_A = \frac{12}{4} = 3 \text{ A}$$

kullanılarak

$$i_L(0-) = \frac{12 + 2i_A}{6} = \frac{18}{6} = 3 \text{ A} \text{ bulunur.}$$

Adım 3. Sadece $t = 0+$ için geçerli yeni devre Şekil 7.10c'de gösterilmektedir.

İndüktörün yerine geçen akım kaynağının değeri $i_L(0-) = i_L(0+) = 3 \text{ A}$ olur.

Akım kaynağından ötürü

$$v_o(0+) = (3)(6) = 18 \text{ V}$$

Adım 4. Anahtarın kapatılmasından sonra kalıcı durum için eşdeğer devre Şekil 7.10d'de verilmektedir. Şekilde belirtilen gerilimler ve akımlar kullanılarak $v_o(\infty)$ değerini değişik şekillerde hesaplayabiliriz. Örneğin, düğüm gerilimleri denklemlerini kullanarak $v_o(\infty)$ aşağıdaki şekilde bulabiliriz:

$$\begin{aligned} \frac{v_B - 36}{2} + \frac{v_B}{4} + \frac{v_B + 2i'_A}{6} &= 0 \\ i'_A &= \frac{v_B}{4} \\ v_o(\infty) &= v_B + 2i'_A \end{aligned}$$

Cevre akımları denklemlerini kullanarak da aynı sonucu bulabiliriz

$$\begin{aligned} 36 &= 2(i_1 + i_2) + 4i_1 \\ 36 &= 2(i_1 + i_2) + 6i_2 - 2i_1 \\ v_o(\infty) &= 6i_2 \end{aligned}$$

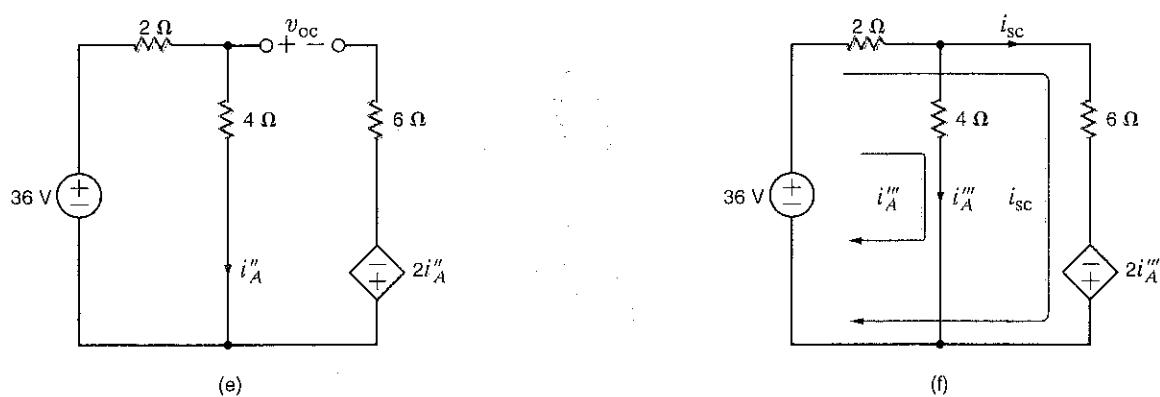
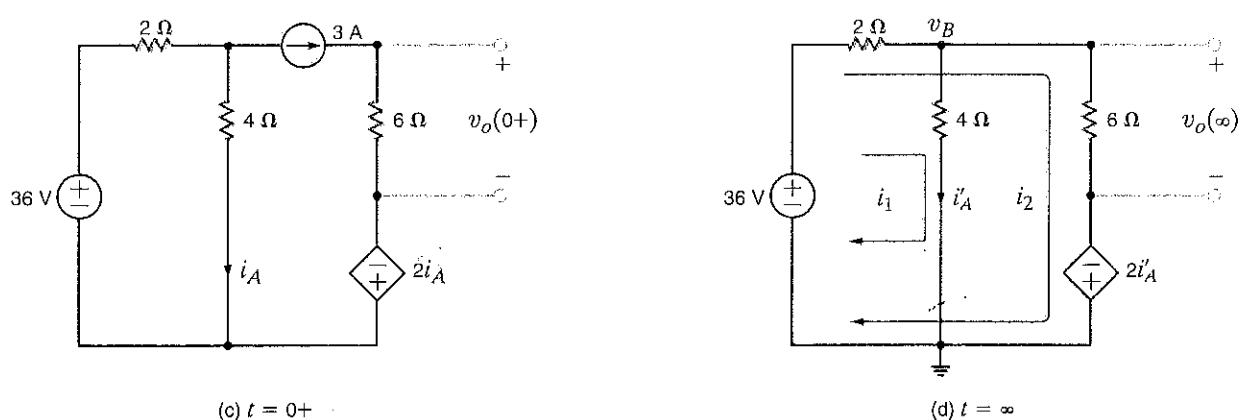
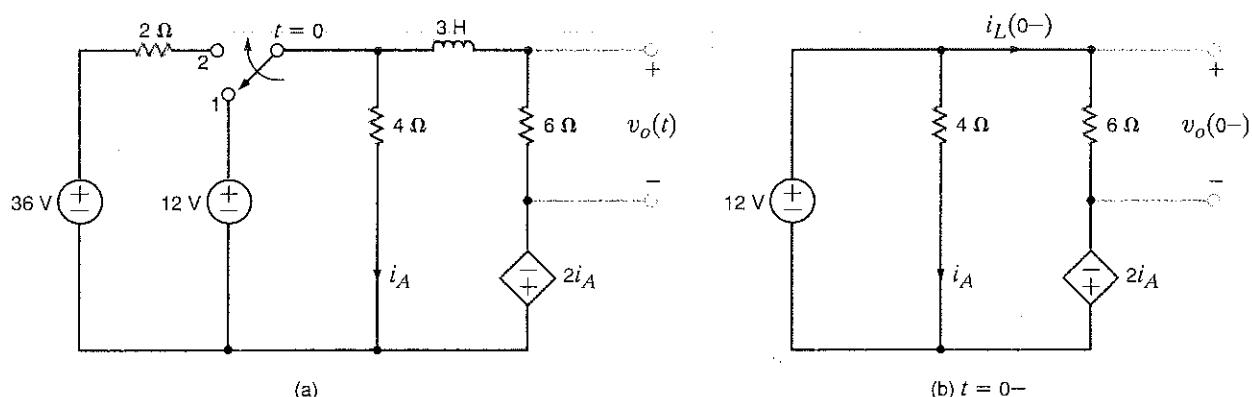
Her iki yaklaşımı da $v_o(\infty) = 27 \text{ V}$ bulunur.

Adım 5. Devrede bağımlı kaynak bulunduğuundan Thevenin eşdeğer direncini hesaplamak için v_{oc} ve i_{sc} değerlerinin kullanılması gereklidir. Şekil 7.10e'den

$$i_A'' = \frac{36}{2+4} = 6 \text{ A}$$

yazılabilir ve dolayısıyla

$$\begin{aligned} v_{oc} &= (4)(6) + 2(6) \\ &= 36 \text{ V} \quad \text{bulunur} \end{aligned}$$



Şekil 7.10 Bağımlı bir kaynak içeren bir RL geçici devresinin analizi.

Şekil 7.10f'den aşağıdaki çevre denklemlerini yazabiliriz.

$$36 = 2(i_A''' + i_{sc}) + 4i_A''$$

$$36 = 2(i_A'' + i_{sc}) + 6i_{sc} - 2i_A'''$$

Bu denklemler i_{sc} için çözülebilirler

$$i_{sc} = \frac{9}{2} \text{ A}$$

elde edilir. Dolayısıyla,

$$R_{Th} = \frac{v_{oc}}{i_{sc}} = \frac{36}{9/2} = 8 \Omega$$

olur. Devre zaman sabitinde

$$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{3}{8} \text{ s} \text{ olarak bulunur.}$$

Adım 6. Hesaplama sonuçları kullanılarak $v_o(t)$ geriliminin tam ifadesini yazabiliriz:

$$K_1 = v_o(\infty) = 27$$

$$K_2 = v_o(0+) - v_o(\infty) = 18 - 27 = -9$$

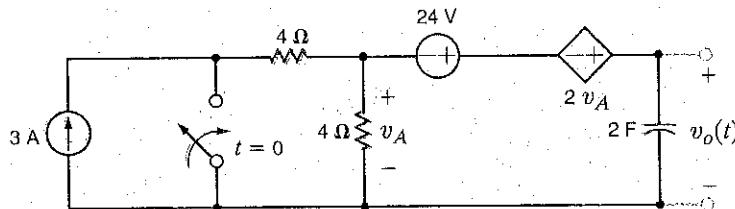
Dolayısıyla

$$v_o(t) = 27 - 9e^{-t/(3/8)} \text{ V olur.}$$

ÖĞRENİLDİĞİNİZİ SİNAZ YAPIN

E7.9 Şekil E7.9'daki devredeki anahtar $t = 0$ 'da kapatılırsa $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz. **YANIT:**

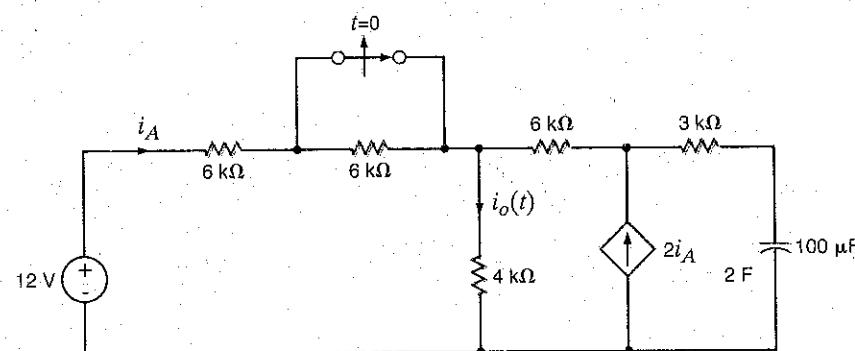
$$v_o(t) = 24 + 36e^{-(t/12)} \text{ V.}$$



Şekil E7.9

E7.10 Adım adım ilerleme yöntemini kullanarak Şekil E7.10'daki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz. **YANIT:**

$$i_o(t) = 1.5 + 0.2143e^{-(t/0.7)} \text{ mA.}$$



Şekil E7.10

Bu noktada belirtmek gerekmektedir ki anahtarlama eylemleri hep $t = 0$ zamanında olmak zorunda değildir. Herhangi bir t_0 zamanında da anahtarlama olabilir. Bu durumda adım adım ilerleme yaklaşımı ile elde ettigimiz sonuçları sonuçları aşağıdaki gibi yeniden düzenlemek gerekmektedir.

$$x(t_0) = K_1 + K_2$$

$$x(\infty) = K_1$$

ve

$$x(t) = x(\infty) + [x(t_0) - x(\infty)]e^{-(t-t_0)/\tau} \quad t > t_0$$

Sonuçta yapılan şey fonksiyonu t_0 saniye kadar ötelemekten başka bir şey değildir.

Son olarak, devrede birden fazla bağımsız kaynak olduğu zaman toplam tepkiyi elde etmek için süperpozisyon tekniğini uygulayabileceğimizi de belirtelim.

DARBE TEPKİSİ Şu ana kadar bir gerilim ya da akım kaynağının aniden uygulandığı devreleri inceledik. Bir kaynağı bir devreye aniden uygulamasının bir sonucu olarak devredeki gerilimler ya da akımlar aniden değişmeye zorlanırlar. Süreksiz bir şekilde değeri değişen ya da sürekli türev sahip olan bir zorlama fonksiyonuna *tekil fonksiyon* denir. Devre analizinde çok önemli olan iki tekil fonksiyondan birisi birim dürtü fonksiyonu diğerinin basamak fonksiyonudur. Birim dürtü fonksiyonunu anlatmayı ilerleyen bölümlerden birine bırakacağımız ve şimdi basamak fonksiyonuna odaklanacağımız.

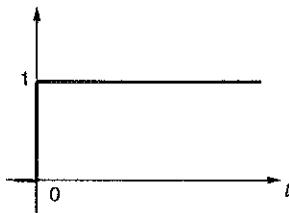
Birim basamak fonksiyonu aşağıdaki matematiksel ilişki ile tanımlanır:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

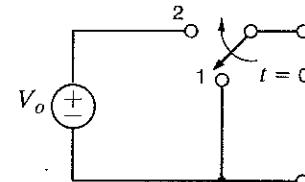
Başa bir deyişle bu birimsiz fonksiyon, argümanın negatif değerleri için sıfır, pozitif değerleri için bire eşittir. Fonksiyon, sürekli olduğu sıfır noktasında tanımsızdır. Bir basamak fonksiyonun grafiği Şekil 7.11a'da gösterilmektedir.

Şekil 7.11

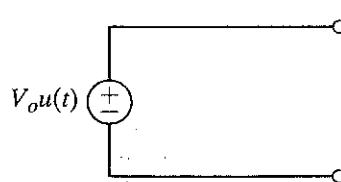
Birim basamak fonksiyonu için grafikler ve modeller.



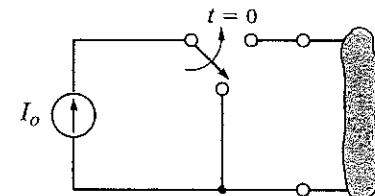
(a)



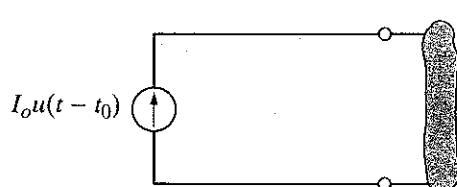
(b)



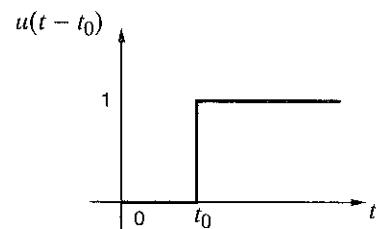
(c)



(d)



(e)



(f)

Birim basamak birimsiz olduğundan V_o voltluğ bir gerilim basamağı ya da I_o amperlik akım basamağı sırasıyla $V_o u(t)$ ve $I_o u(t)$ olarak yazılır. Bir gerilim basamağı için eşdeğer devreler Şekil 7.11b ve 7.11c'de, akım basamağı için eşdeğer devreler ise Şekil 7.11d ve 7.11e'de gösterilmektedir. Birim basamağın tanımını t argümanı yerine $t - t_0$ argümanı yerleştirecek kolayca genelleştirilebilir:

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t > t_0 \end{cases}$$

Bu fonksiyonun grafiği Şekil 7.11f'de gösterilmektedir. $u(t - t_0)$ $u(t)$ 'yi t_0 saniye geciktirmek demektir. Yani değerdeki ani değişiklik $t = t_0$ anında meydana gelir.

Basamak fonksiyonları bir ya da daha fazla darbe üretmek için kullanılabilirler. Örneğin, Şekil 7.12a'da gösterilen gerilim darbesi, Şekil 7.12b'de gösterildiği gibi $t = 0$ 'da bir birim basamak başlatarak ve $t = T$ 'de başlayan basamak fonksiyonunu da çıkartarak ifade edilebilir. Darbe için denklem aşağıda verilmektedir:

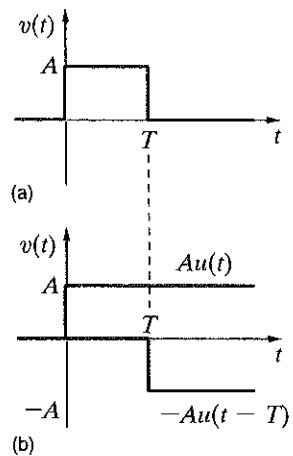
$$v(t) = A[u(t) - u(t - T)]$$

Eğer darbe $t = t_0$ da başlasa ve T genişliğinde olsa idi bunun denklemi de

$$v(t) = A\{u(t - t_0) - u[t - (t_0 + T)]\}$$

olurdu. Bu yaklaşımı kullanarak herhangi bir zamanda başlayan ve herhangi bir zamanda sonlanan bir darbe için geçerli denklemi yazabilirmiz. Benzer bir şekilde, bu yaklaşımı ve biraz önce anlatılan toplama teknjğini kullanarak darbe treni olarak adlandırılan bir dizi darbenin ifadesini elde edebiliriz.

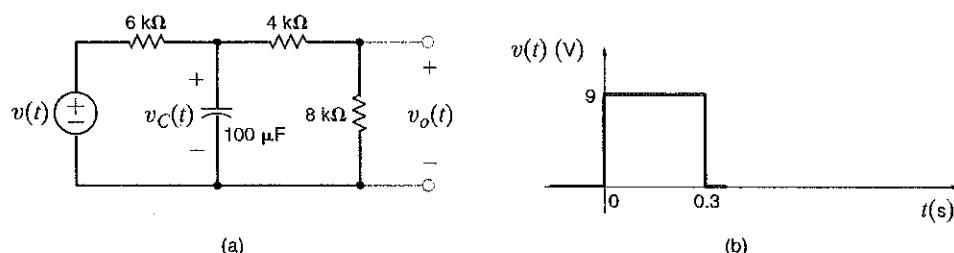
Aşağıdaki örnek sunduğumuz kavramların daha iyi anlaşılmasına yardım edecektir.



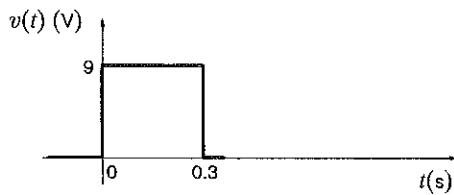
Şekil 7.12
İki tane basamak fonksiyonu
ile bir darbe oluşturulması.

Şekil 7.13a'da gösterilen devreyi gözönüne alınır. Giriş fonksiyonu Şekil 7.13b'de gösterilen gerilim darbesidir. Tüm negatif zamanlar için kaynak sıfır olduğundan devre için başlangıç koşulları sıfırdır [yani, $v_c(0-) = 0$].

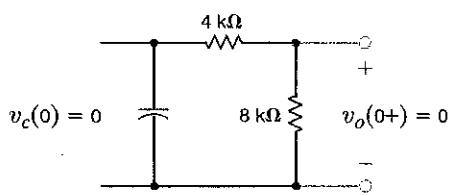
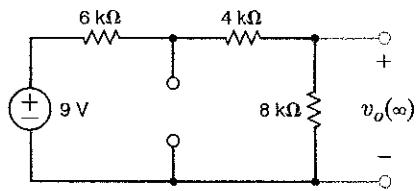
ÖRNEK 7.6



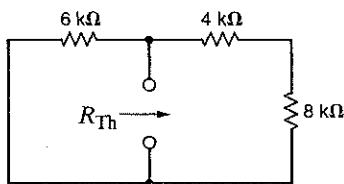
(a)



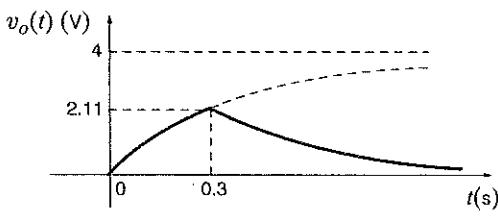
(b)

(c) $t = 0$ 

(d)



(e)



Şekil 7.13
Bir devrenin
darbe tepkisi.



$0 < t < 0.3$ aralığındaki $v_o(t)$ tepkisi, $t = 0$ 'da uygulanan sabit kaynaktan ötürüdür. $t = 0.3$ s'de tepkiye neden olan kaynak fonksiyonu sıfır olur ve dolayısıyla, $t > 0.3$ s için $v_o(t)$ tepkisi devrenin doğal tepkisidir. Doğal tepkinin bir başka adı kaynaksız tepkidir.

Bu devrede $v_o(t)$ geriliminin ifadesini elde edelim.

CÖZÜM $v_o(t)$ çıkış gerilimi, bir gerilim bölüşüm ilişkisi ile kondansatör geriliminden elde edilebilir. Kondansatörün başlangıç gerilimi sıfır olduğundan Şekil 7.13c'de gösterildiği gibi $v_o(0+) = 0$ olur.

Eğer $t = 0$ 'dan sonra kaynakta değişiklik yapılmamasayı $t = 0$ 'daki birim basamak uygulamasından ötürü $v_o(t)$ geriliminin kalıcı durum değeri (yani $v_o(\infty)$) Şekil 7.13d'de gösterildiği gibi

$$\begin{aligned} v_o(\infty) &= \frac{9}{6k + 4k + 8k} (8k) \\ &= 4 \text{ V} \end{aligned}$$

olacaktı.

Thevenin eşdeğer direnci Şekil 7.13e'den hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} R_{Th} &= \frac{(6k)(12k)}{6k + 12k} \\ &= 4 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Dolayısıyla τ zaman sabiti aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} \tau &= R_{Th}C \\ &= (4)(10^3)(100)(10^{-6}) \\ &= 0.4 \text{ s} \end{aligned}$$

$0 < t < 0.3$ s aralığı için $v_o(t)$ tepkisi aşağıda verilmektedir.

$$v_o(t) = 4 - 4e^{-t/0.4} \text{ V} \quad 0 < t < 0.3 \text{ s}$$

Kondansatör gerilimi, gerilim bölüşüm ilkesi gereği $v_o(t) = 2/3 v_C(t)$ olduğundan:

$$v_C(t) = \frac{3}{2}(4 - 4e^{-t/0.4}) \text{ V}$$

elde edilir. Kondansatör gerilimi sürekli olduğundan:

$$v_C(0.3-) = v_C(0.3+)$$

olur ve

$$\begin{aligned} v_o(0.3+) &= \frac{2}{3}v_C(0.3-) \\ &= 4(1 - e^{-0.3/0.4}) \\ &= 2.11 \text{ V} \end{aligned}$$

bulunur. $t > 0.3$ s için kaynak sıfır olduğundan $v_o(t)$ geriliminin $t \rightarrow \infty$ için son değeri sıfır olur. Dolayısıyla $t > 0.3$ s için $v_o(t)$ aşağıda verildiği gibidir:

$$v_o(t) = 2.11e^{-(t-0.3)/0.4} \text{ V} \quad t > 0.3 \text{ s}$$

$e^{-(t-0.3)/0.4}$ terimi üstel azalmanın $t = 0.3$ s'de başladığını gösterir. Tam çözüm, süperpozisyon kullanılarak aşağıdaki gibi yazılmıştır:

$$v_o(t) = 4(1 - e^{-t/0.4})u(t) - 4(1 - e^{-(t-0.3)/0.4})u(t - 0.3) \text{ V}$$

ya da eşdeğer olarak tam çözüm

$$v_o(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 4(1 - e^{-t/0.4}) V & 0 < t < 0.3 \text{ s} \\ 2.11e^{-(t-0.3)/0.4} V & 0.3 \text{ s} < t \end{cases}$$

olur. Bu ifadenin matematiksel açılımı şu biçimdedir:

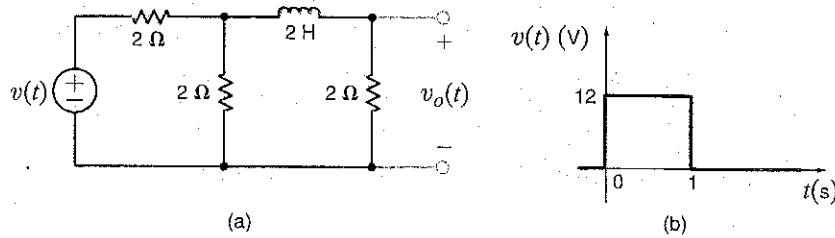
$$v_o(t) = 4(1 - e^{-t/0.4})[u(t) - u(t - 0.3)] + 2.11e^{-(t-0.3)/0.4}u(t - 0.3) V$$

$[u(t) - u(t - 0.3)]$ terimi basamak tepkisinin sadece $0 < t < 0.3$ s zaman aralığında bulunan kısmını yakalayan, sanki yalnızca o bölümü çerçeve içine alan bir fonksiyon gibi davranışmaktadır. Çıkış geriliminin zamana göre değişimi Şekil 7.13f'de gösterilmektedir.

Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E7.11 Şekil E7.11a'daki devredeki kaynağı gerilişi Şekil E7.11b'de gösterilmektedir. İndüktördeki başlangıç akımı sıfır olmalıdır (Neden?). $t > 0$ için $v_o(t)$ çıkış gerilimini belirleyiniz.

YANIT: $t > 0$ için $v_o(t) = 0$, $0 \leq t \leq 1$ s, için $4(1 - e^{-(3/2)t}) V$ ve $1 \text{ s} < t$ için $3.11e^{-(3/2)(t-1)} V$.



Şekil E7.11

TEMEL DEVRE DENKLEMİ Önce Şekil 7.14'te gösterilen iki temel RLC devresini değerlendirelim. Başlangıçta hem induktörde hem de kondansatörde enerjinin depolanmış olabileceği varsayılmı. Paralel RLC devresi için düğüm denklemi aşağıdaki gibi yazılır:

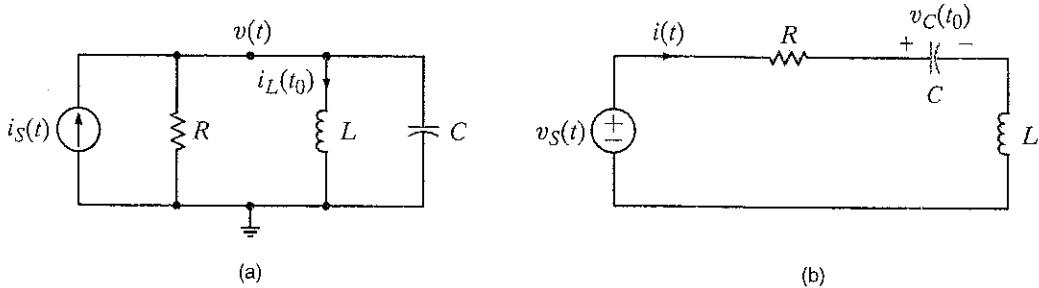
$$\frac{v}{R} + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(x) dx + i_L(t_0) + C \frac{dv}{dt} = i_s(t)$$

Benzer şekilde seri RLC devresi için çevre denklemi aşağıda verilmektedir:

$$Ri + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(x) dx + v_C(t_0) + L \frac{di}{dt} = v_S(t)$$

7.3

İkinci Mertebeden Devreler



Şekil 7.14 Paralel ve seri RLC devreleri.



Görüldüğü gibi, paralel devrenin düğüm gerilimi denklemiyle, seri devrenin çevre akımları denklemi aynı biçimdedir. Dolayısıyla bu iki devrenin çözümü bir denklemin çözümüne bağlıdır. Yukarıdaki iki denklemin zamana göre türevleri alınırsa aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$C \frac{d^2v}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{dv}{dt} + \frac{v}{L} = \frac{di_s}{dt}$$

ve

$$L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \frac{dv_s}{dt}$$

Her iki devre de sabit katsayılı bir ikinci mertebeden diferansiyel denklem oluşumuna neden olduğundan biz de bu tip denklemlerin çözümüne odaklanacağız.

TEPKİ DENKLEMLERİ RLC denklemlerinin analizinden ortaya çıkan ikinci mertebeden diferansiyel denklemlerin çözümünü elde etmek için, daha önce RL ya da RC devrelerinden elde edilen birinci mertebeden diferansiyel denklem çözümünde kullandığımız yaklaşımı aynen uygulayacağız. Genel bir kural olarak aşağıdaki yapıda bir denklemle karşı karşıya olacağız:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_2 x(t) = f(t) \quad 7.12$$

Yine, eğer $x(t) = x_p(t)$ Eş. (7.12)'nin bir çözümü ise ve $x(t) = x_c(t)$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_2 x(t) = 0$$

homojen denkleminin bir çözümü ise, o zaman

$$x(t) = x_p(t) + x_c(t)$$

Eş. (7.12)'nin bir çözümü olmalıdır. Eğer yine yalnızca sabit zorlama fonksiyonu [yani $f(t) = A$] durumunu incelersek daha önce izlediğimiz yollardan giderek Eş. (7.12)'nin çözümünün aşağıdaki biçimde olduğunu buluruz:

$$x(t) = \frac{A}{a_2} + x_c(t) \quad 7.13$$

Şimdi tekrar dikkatimizi aşağıdaki homojen denklemin çözümüne verelim:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_2 x(t) = 0$$

Burada a_1 ve a_2 sabitlerdir. Basitlik açısından denklemi aşağıdaki biçimde tekrar yazacağız:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_0 \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x(t) = 0 \quad 7.14$$

Burada sabitler için $a_1 = 2\zeta\omega_0$ ve $a_2 = \omega_0^2$ değişikliklerini yaptık.

Eş. (7.14)'nın çözümü olan fonksiyonun yapısının, birinci ve ikinci türevlerinin yapısı ile aynı olması gerektiği aştır. Ancak, o zaman Eş. (7.14)'ün sol tarafı tüm t değerleri için sıfır olacaktır. Tekrar aşağıdaki varsayıyı yapalım:

$$x(t) = Ke^{st}$$

Bu ifadeyi Eş. (7.14)'te yerine koyarsak aşağıdaki ifade elde edilir:

$$s^2Ke^{st} + 2\zeta\omega_0 sKe^{st} + \omega_0^2 Ke^{st} = 0$$

Denklemin her iki tarafı Ke^st ile bölünerek

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0 \quad 7.15$$

elde edilir. Bu denklem *karakteristik denklem* olarak, ζ *söñüm katsayısı* olarak ve ω_0 *söñüm-süz doğal frekans* olarak adlandırılır. Bu terminolojinin önemi ileride daha açık görülecektir. Bu eşitliğin sağlandığı noktada bizim varsayımsal çözümümüz $x(t) = Ke^{st}$ geçerli olacaktır. Eş. 7.15'in iki kökü aşağıdaki bağıntılardan elde edilebilir:

$$\begin{aligned} s &= \frac{-2\zeta\omega_0 \pm \sqrt{4\zeta^2\omega_0^2 - 4\omega_0^2}}{2} \\ &= -\zeta\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1} \end{aligned} \quad 7.16$$

Dolayısıyla s 'nin Eş. (7.15)'i sağlayan iki değeri, s_1 ve s_2 şu biçimindedir:

$$\begin{aligned} s_1 &= -\zeta\omega_0 + \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1} \\ s_2 &= -\zeta\omega_0 - \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1} \end{aligned} \quad 7.17$$

Genel olarak, Eş. (7.14)'nin tam çözümü aşağıdaki biçimdedir:

$$x_c(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t} \quad 7.18$$

Eş. 7.18'deki K_1 ve K_2 katsayıları, $x(0)$ ve $dx(0)/dt$ başlangıç koşulları aracılığıyla bulunabilir. Örneğin,

$$x(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t}$$

olduğundan

$$x(0) = K_1 + K_2$$

ve

$$\left. \frac{dx(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{dx(0)}{dt} = s_1 K_1 + s_2 K_2$$

olur. Dolayısıyla $x(0)$ ve $dx(0)/dt$ çözüldüğünde K_1 ve K_2 sabitlerini veren iki denklem üretir.

Eş. (7.17) ve (7.18)'de yakından baktığımızda, homojen denklemin çözümünün ζ değerine bağlı olduğunu görürüz. Örneğin $\zeta > 1$ ise, karakteristik denklemin kökleri s_1 ve s_2 değerleri birbirlerinden farklı iki gerçek sayı olur; eğer $\zeta < 1$ ise kökler karmaşık sayıdır ve son olarak eğer $\zeta = 1$ ise kökler birbirine eşit ve gerçeldir.

Şimdi, zorlamasız bir devrede karşılaşabileceğimiz üç farklı tepkiyi inceleyelim. Zorlama olmaması demek tepkinin bir kondansatördeki veya indüktördeki başlangıç enerjisinden kaynaklanması demektir.

Durum 1, $\zeta > 1$ Bu durum *aşırı söñümlü* olarak adlandırılır. s_1 ve s_2 doğal frekansları gerçeldir ve birbirine eşit değildir. Dolayısıyla, ikinci mertebeden diferansiyel denklemle tanımlanan devrenin doğal tepkisi aşağıdaki biçimdedir:

$$x_c(t) = K_1 e^{(-\zeta\omega_0 - \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1})t} + K_2 e^{(-\zeta\omega_0 + \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1})t} \quad 7.19$$

Bu eşitlikteki K_1 ve K_2 katsayıları başlangıç değerleri yardımıyla bulunur. Göründüğü gibi, doğal tepki iki tane azalan üstel fonksiyonun toplamı biçimindedir.

Durum 2, $\zeta < 1$ Bu durum eksik sönümlü olarak adlandırılır. $\zeta < 1$ olduğundan Eş. (7.17)'de verilen karakteristik denklem kökleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}s_1 &= -\zeta\omega_0 + j\omega_0\sqrt{1 - \zeta^2} = -\sigma + j\omega_d \\s_2 &= -\zeta\omega_0 - j\omega_0\sqrt{1 - \zeta^2} = -\sigma - j\omega_d\end{aligned}$$

Burada $j = \sqrt{-1}$, $\sigma = \zeta\omega_0$ ve $\omega_d = \omega_0\sqrt{1 - \zeta^2}$ olur. Dolayısıyla doğal frekanslar karışık sayılardır. (Ekler bölümünde kısa bir şekilde anlatılmıştır.) Bu durumda doğal tepki aşağıdaki biçimdedir

$$x_c(t) = e^{-\zeta\omega_0 t}(A_1 \cos \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} t + A_2 \sin \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} t) \quad 7.20$$

Burada A_1 ve A_2 , aynı K_1 ve K_2 gibi sabitlerdir. Bu sabitler $x(0)$ ve $dx(0)/dt$ başlangıç koşulları yardımıyla elde edilir. Eş. 7.20 ile verilen doğal tepki, sönümlü salınımlı bir tepkidir.

Durum 3, $\zeta = 1$ Bu durum kritik sönümlü olarak adlandırılır ve aşağıdaki değerleri üretir:

$$s_1 = s_2 = -\zeta\omega_0$$

Karakteristik denklemin katlı köklerinin olması durumunda genel çözüm aşağıdaki biçimdedir:

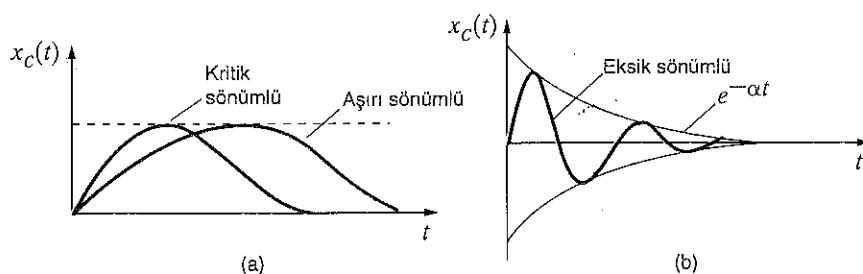
$$x_c(t) = B_1 e^{-\zeta\omega_0 t} + B_2 t e^{-\zeta\omega_0 t} \quad 7.21$$

Burada B_1 ve B_2 yine başlangıç koşullarından türetilen sabitlerdir.

Bu üç durum için doğal tepki grafiklerini çizdirmek, tepkiyi gözümüzde canlandırmak açısından önemlidir. Sıfır başlangıç koşulu ($x_c(0) = 0$) durumu için Eş. (7.19) ile tanımlanan aşırı sönümlü tepki, Eş. (7.20) ile tanımlanan eksik sönümlü tepki ve Eş. (7.21) ile tanımlanan kritik sönümlü tepki Şekil 7.15'te gösterilmektedir. Kritik sönümlü tepkinin aşırı sönümlü tepkiye göre hemen tepe noktasına daha hızlı ulaştığı hem de daha hızlı sıfıra düşüğünü dikkat ediniz. Eksik sönümlü tepki, azalma değeri ζ faktörüne bağlı olarak üstel sönümlü bir sinüzoididir. $\pm e^{-\zeta\omega_0 t}$ terimleri tepkinin zarfını tanımlar. Şekil 7.15b'de gösterilen sönümlü salınımalar (genliği gitgide azalan salınımalar) *çınlama* olarak adlandırılırlar.

Şekil 7.15

Aşırı sönümlü, kritik sönümlü ve eksik sönümlü tepkilerin karşılaştırılması.



Öğrendiklerinizi Sınavyalım

E7.12 Paralel bir RLC devresinin parametreleri $R = 1 \Omega$, $L = 2 \text{ H}$, ve $C = 2 \text{ F}$ olarak verilmiştir. **YANIT:** $\zeta = 0.5$; $\omega_0 = 0.5 \text{ rad/s}$. Bu devrenin sönümsüz doğal frekansını ve sönümlü katsayıısını hesaplayınız.

E7.13 Seri bir RLC devresi $R = 2 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$ ve bir kondansatörden oluşmaktadır. Eğer a) $C = 1/2 \text{ F}$ ise b) $C = 1 \text{ F}$ ise ve c) $C = 2 \text{ F}$ ise devrenin tepki tipini belirleyiniz. **YANIT:** (a) eksik sönümlü, (b) kritik sönümlü, (c) aşırı sönümlü.

DEVRE TEPKİSİ Şimdi hem sıfırdan farklı başlangıç koşullarına hem de sabit zorlama fonksiyonlarına sahip bazı basit RLC devrelerini analiz edeceğiz. Aşırı sönümlü, eksik sönümlü ve kritik sönümlü tepkiler oluşturan devreleri inceleyeceğiz.

PROBLEMLERİ ÖĞRENME STRATEJİLERİ

Adım 1. Devreyi tanımlayan diferansiyel denklemi yazınız.

Adım 2. Devrenin karakteristik denklemini elde edin ve $s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$ biçiminde yazınız. Bu ifadede ζ sönümlü katsayısını, ω_0 ise sönümsüz doğal frekansı gösterir.

Adım 3. Karakteristik denklemi kökü, gerçekleşecek tepkinin tipini belirler. Eğer kökler birbirinden farklı iki gerçek sayı ise (yani $\zeta > 1$) devre tepkisi aşırı sönümlüdür. Eğer kökler gerçek ve birbirine eşitse (yani, $\zeta = 1$) devre tepkisi kritik sönümlüdür. Eğer kökler karmaşık sayı ise (yani, $\zeta < 1$) devre tepkisi eksik sönümlüdür.

Adım 4. Yukarıda belirtilen üç farklı sönümlü durumu için tepkilerin yapısı aşağıdaki gibidir:

$$\text{Aşırı sönümlü: } x(t) = K_1 e^{-(\zeta\omega_0 + \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1})t} + K_2 e^{-(\zeta\omega_0 - \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1})t}$$

$$\text{Kritik sönümlü: } x(t) = B_1 e^{-\zeta\omega_0 t} + B_2 t e^{-\zeta\omega_0 t}$$

$$\text{Eksik sönümlü: } x(t) = B_1 e^{-\zeta\omega_0 t} + B_2 t e^{-\zeta\omega_0 t} \quad \text{Burada } \sigma = \zeta\omega_0 \text{ ve } \omega_d = \omega_0\sqrt{1 - \zeta^2}.$$

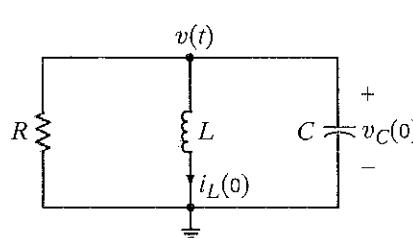
Adım 5. Tepki ifadelerindeki iki bilinmeyen katsayı başlangıç durumları kullanılarak elde edilir. Başlangıç koşulları ya doğrudan verilir, ya da devre üzerinden hesaplanır.

Analiz teknikleri aşağıdaki örnekler yardımıyla açıklanacaktır.

Şekil 7.16'da gösterilen paralel RLC devresini göz önüne alınız. Bu devrede $v(t)$ gerilimini tanımlayan ikinci mertebeden diferansiyel denklem aşağıdaki gibidir:

ÖRNEK

7.7



Şekil 7.16

Paralel RLC devresi.

Bu denklem Eş. (7.14) ve (7.15) ile karşılaştırılırsa paralel RLC devresi için sönümlü terimi $1/2RC$ ve sönümsüz doğal frekans $1/\sqrt{LC}$ olur. Eğer devre parametreleri $R = 2 \Omega$, $C = 1/5 F$ ise denklem aşağıdaki biçimde gelir:

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 2.5 \frac{dv}{dt} + v = 0$$

Depolama elemanlarının başlangıç koşullarının $i_L(0) = -1 A$ ve $v_C(0) = 4 V$ olduğunu varsayıyalım. $v(t)$ gerilimini ve indüktör akımını bulalım.

Devrenin karakteristik denklemi aşağıdaki gibidir:

$$s^2 + 2.5s + 1 = 0$$

Kökler de aşağıdaki gibi bulunur:

$$s_1 = -2$$

$$s_2 = -0.5$$

ÇÖZÜM

Kökler gerçek ve birbirinden farklı olduğundan devre aşırı sönümlüdür ve $v(t)$ aşağıda gösterilen biçimdedir:

$$v(t) = K_1 e^{-2t} + K_2 e^{-0.5t}$$

Şimdi, K_1 ve K_2 sabitlerini belirlemek için başlangıç koşulları kullanılabilir. $v(t) = v_C(t)$ olduğundan

$$v_C(0) = v(0) = 4 = K_1 + K_2$$

yazılabilir. K_1 ve K_2 'yi belirlemek için gereken ikinci denklem aşağıdaki ifadeden elde edilebilir:

$$\frac{dv(t)}{dt} = -2K_1 e^{-2t} - 0.5K_2 e^{-0.5t}$$

Fakat elimizdeki ikinci başlangıç koşulu $dv(0)/dt$ değildir; yani gerilimin türevinin $t = 0$ 'daki değeri değildir. Eğer durum böyle olsaydı denklemin $t = 0$ 'daki değerini hesaplayabilirdik. Bu da K_1 ve K_2 cinsinden ikinci bir denklem daha oluştururdu. Bu problemin üstesinden gelebilmek için devrenin düğüm denkleminden yararlanabiliyoruz:

$$C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} + i_L(t) = 0$$

veya

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{-1}{RC} v(t) - \frac{i_L(t)}{C}$$

Türev ifadesinin $t = 0$ 'daki değerini bulalım:

$$\begin{aligned} \frac{dv(0)}{dt} &= \frac{-1}{RC} v(0) - \frac{1}{C} i_L(0) \\ &= -2.5(4) - 5(-1) \\ &= -5 \end{aligned}$$

Öte yandan,

$$\frac{dv(t)}{dt} = -2K_1 e^{-2t} - 0.5K_2 e^{-0.5t}$$

olduğu için $t = 0$ 'da

$$-5 = -2K_1 - 0.5K_2$$

olur. Bu denklem

$$4 = K_1 + K_2$$

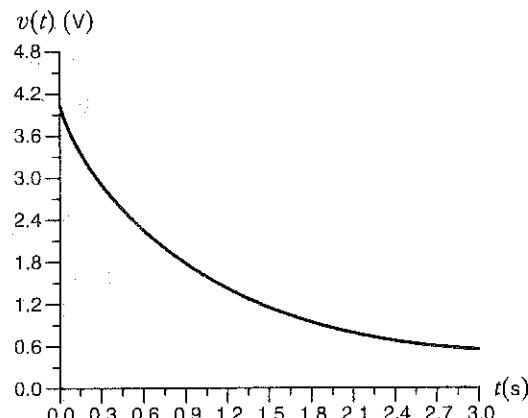
denklemi ile birlikte çözülürse $K_1 = 1$ ve $K_2 = 2$ elde edilir. Dolayısıyla gerilim ifadesinin son hâli

$$v(t) = 2e^{-2t} + 2e^{-0.5t} \text{ V}$$

olar. Görüldüğü gibi gerilim denklemi $v(0) = 4$ V başlangıç koşulunu sağlamaktadır. Gerilim tepkisinin çizimi Şekil 7.17'de gösterilmektedir.

Şekil 7.17

Aşırı sönümlü tepki.



İndüktör akımı ile $v(t)$ arasındaki ilişki aşağıdaki denklem ile verilebilir:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int v(t) dt$$

Gerilimi bu ifadede yerine koyarsak

$$i_L(t) = \frac{1}{5} \int [2e^{-2t} + 2e^{-0.5t}] dt$$

ya da

$$i_L(t) = -\frac{1}{5} e^{-2t} - \frac{4}{5} e^{-0.5t} A$$

elde ederiz. RL ve RC devreleri ile karşılaşıldığında bu RLC devresinin tepkisinin iki zaman sabiti ile kontrol edildiği görülmektedir. İlk terimin zaman sabiti $1/2$ s ve ikinci terimin zaman sabiti 2 s'dir.

Şekil 7.18'de gösterilen seri RLC devresinin parametreleri şöyledir: $C = 0.04 F$, $L = 1 H$, $R = 6 \Omega$, $i_L(0) = 4 A$, ve $v_C(0) = -4 V$. Devredeki akım için diferansiyel denklem aşağıdaki ifade ile verilir:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0$$

Bu denklem Eş. (7.14) ve (7.15) ile karşılaşıldığında seri RLC devresi için sönümlü teriminin $R/2L$ ve sönümsüz doğal frekansın $1/\sqrt{LC}$ olduğu anlaşılmıştır. Devre elemanlarının değerleri yerine koyulursa

$$\frac{d^2i}{dt^2} + 6 \frac{di}{dt} + 25i = 0$$

elde edilir. Akımın ve kondansatör geriliminin ifadelerini elde edelim:

Karakteristik denklem aşağıda verilmektedir:

ÖRNEK 7.8

ÇÖZÜM

$$s_2 + 6s + 25 = 0$$

Bu denklemin kökleri ise,

$$s_1 = -3 + j4$$

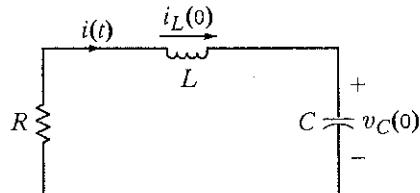
$$s_2 = -3 - j4$$

birimindedir. Kökler karmaşık eşlenik sayılar olduğundan devre eksik sönümlüdür ve $i(t)$ akımının ifadesi aşağıdaki gibi olur:

$$i(t) = K_1 e^{-3t} \cos 4t + K_2 e^{-3t} \sin 4t$$

Başlangıç koşulları kullanılarak aşağıdaki değer bulunur:

$$i(0) = 4 = K_1$$



Şekil 7.18
Seri RLC devresi.



Akımun türevi için de şu ifade yazılabilir:

$$\frac{di}{dt} = -4K_1 e^{-3t} \sin 4t - 3K_1 e^{-3t} \cos 4t + 4K_2 e^{-3t} \cos 4t - 3K_2 e^{-3t} \sin 4t$$

Dolayısıyla akımun türevinin $t = 0$ 'daki değeri için

$$\frac{di(0)}{dt} = -3K_1 + 4K_2$$

yazılabilir. Her ne kadar $di(0)/dt$ değerini bilmeyorsak da bunu KGY ile kolayca bulabiliriz. Devreden

$$Ri(0) + L \frac{di(0)}{dt} + v_c(0) = 0$$

ya da

$$\begin{aligned} \frac{di(0)}{dt} &= -\frac{R}{L} i(0) - \frac{v_c(0)}{L} \\ &= -\frac{6}{1}(4) + \frac{4}{1} \\ &= -20 \end{aligned}$$

yazılabilir. Dolayısıyla

$$-3K_1 + 4K_2 = -20$$

olarak, $K_1 = 4$, $K_2 = -2$ olduğundan akımun ifadesi

$$i(t) = 4e^{-3t} \cos 4t - 2e^{-3t} \sin 4t \text{ A}$$

olarak bulunur. Bu ifadenin $i(0) = 4$ başlangıç koşulunu sağladığına dikkat ediniz. Kondansatör gerilimi, KGY yardımıyla bulunabilir:

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + v_c(t) = 0$$

Bu ifade şu biçimde de yazılabilir:

$$v_c(t) = -Ri(t) - L \frac{di(t)}{dt}$$

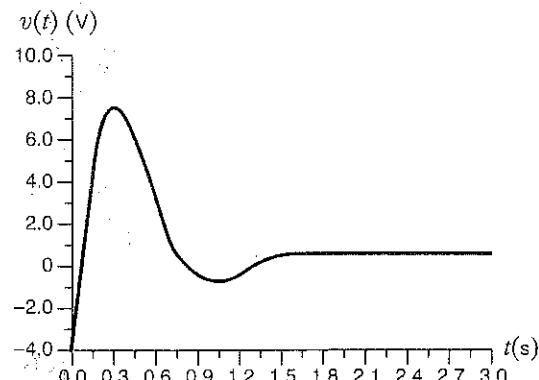
$i(t)$ ifadesini yerine koyarsak

$$v_c(t) = -4e^{-3t} \cos 4t + 22e^{-3t} \sin 4t \text{ V}$$

elde edilir. Bu ifadenin $v_c(0) = -4$ V başlangıç koşulunu sağladığına dikkat edin. Gerilim fonksiyonunun grafiği Şekil 7.19'da çizilmiştir:

Şekil 7.19

Eksik sönümlü tepki.



Yukarıda incelediğimiz iki devreden biraz daha karmaşık olan Şekil 7.20'deki devreyi inceleyelim.

Devreyi tanımlayan iki denklem aşağıda verilmektedir:

ÖRNEK

7.9

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} L \frac{di(t)}{dt} + R_1 i(t) + v(t) &= 0 \\ i(t) &= C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_2} \end{aligned}$$

İkinci denklemi birinci denklemde yerine koyarak aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \left(\frac{1}{R_2 C} + \frac{R_1}{L} \right) \frac{dv}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_2 L C} v = 0$$

Devre parametreleri ve başlangıç koşulları aşağıdaki gibi verilmiş olsun:

$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \Omega & C &= \frac{1}{8} F & v_C(0) &= 1 V \\ R_2 &= 8 \Omega & L &= 2 H & i_L(0) &= \frac{1}{2} A \end{aligned}$$

Bu durumda diferansiyel denklem aşağıdaki biçimde gelir:

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 6 \frac{dv}{dt} + 9v = 0$$

$i(t)$ akımı ve $v(t)$ gerilimi için ifadeleri bulmak istiyoruz.

Bu durumda karakteristik denklem

$$s^2 + 6s + 9 = 0$$

olur ve kökler de

$$s_1 = -3$$

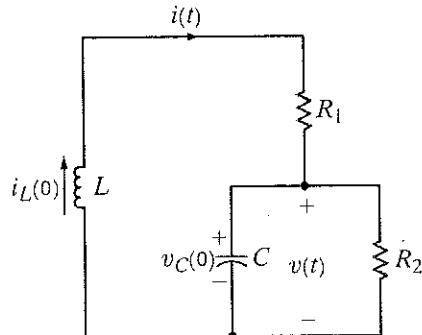
$$s_2 = -3$$

olarak hesaplanır. Kökler gerçek ve birbirine eşit olduğundan devre kritik sonumludur. $v(t)$ terimi aşağıdaki ifade ile verilir:

$$v(t) = K_1 e^{-3t} + K_2 t e^{-3t}$$

$v(t) = v_C(t)$ olduğundan

$$v(0) = v_C(0) = 1 = K_1 \text{ olur}$$



Şekil 7.20
Seri-paralel RLC devresi.

Ayrıca,

$$\frac{dv(t)}{dt} = -3K_1 e^{-3t} + K_2 e^{-3t} - 3K_2 t e^{-3t}$$

yazılabilir. Öte yandan

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{i(t)}{C} - \frac{v(t)}{R_2 C}$$

birimindedir. Bu iki ifadeyi taraf tarafa birbirine eşitleyerek ve elde edilen denklemini $t = 0$ 'da değerlendirecek

$$\begin{aligned}\frac{1/2}{1/8} - \frac{1}{1} &= -3K_1 + K_2 \\ 3 &= -3K_1 + K_2\end{aligned}$$

elde edilir. Bu iki eşitliğin çözümünden $K_1 = 1$, $K_2 = 6$ bulunur. Dolayısıyla $v(t)$ ifadesi

$$v(t) = e^{-3t} + 6te^{-3t} \text{ V}$$

biriminde elde edilir. İfadenin, başlangıç koşulu $v(0) = 1$ 'i sağladığını dikkat ediniz.

$i(t)$ akımı $v(t)$ gerilimli düğümde KAY uygulanarak belirlenebilir:

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_2}$$

Bir önceki denklemdeki $v(t)$ ifadesini yukarıda yerine koyarsak

$$i(t) = \frac{1}{8} [-3e^{-3t} + 6e^{-3t} - 18te^{-3t}] + \frac{1}{8} [e^{-3t} + 6te^{-3t}]$$

ifadesi ya da

$$i(t) = \frac{1}{2}e^{-3t} - \frac{3}{2}te^{-3t} \text{ A}$$

ifadesi elde edilir. Bu akım ifadesi

$$v(t) = -L \frac{di(t)}{dt} - R_1 i(t)$$

devre denkleminde yerine konulursa aşağıdaki ifade elde edilir.

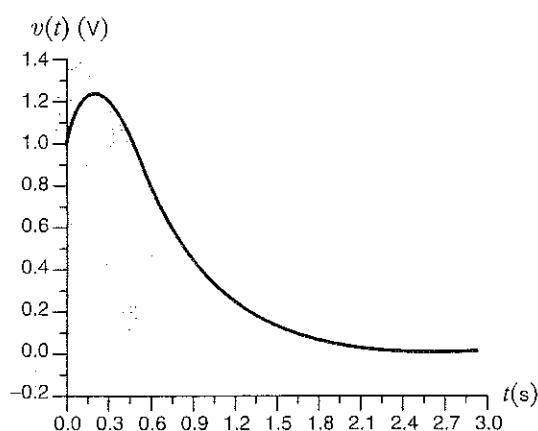
$$v(t) = e^{-3t} + 6te^{-3t} \text{ V}$$

Bu da daha önceden elde edilen ifadeyle özdeşdir.

Bu kritik sönümlü fonksiyonun çizimi Şekil 7.21'de gösterilmektedir.

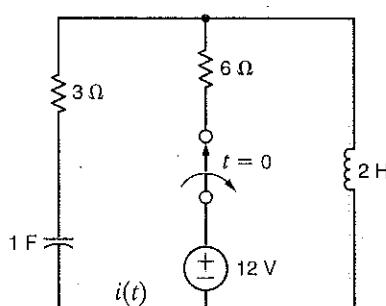
Şekil 7.21

Kritik sönümlü tepki.



İkinci Mertereden Devrelerin Gelişimi ve Uygulamaları

E7.14 Şekil E7.14'teki devredeki anahtar $t = 0$ 'da açılmaktadır. $t > 0$ için $i(t)$ 'yi bulunuz.

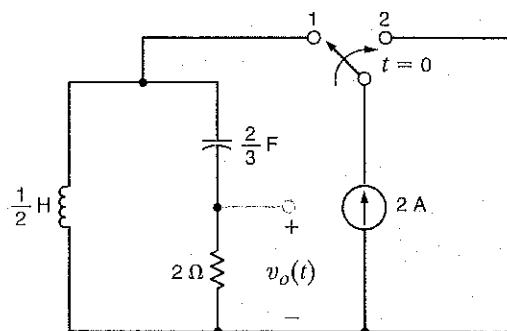


Şekil E7.14

YANIT

$$i(t) = -2e^{-t/2} + 4e^{-t} \text{ A.}$$

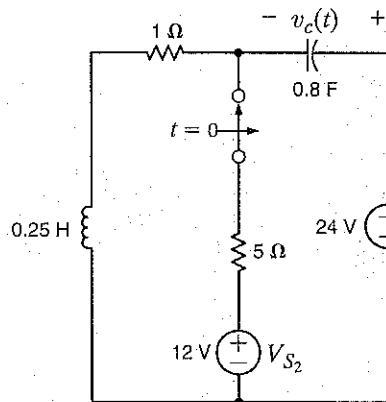
E7.15 Şekil E7.15'teki devredeki anahtar $t = 0$ 'da konum 1'den konum 2'ye getiriliyor. $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz. YANIT: $v_o(t) = 2(e^{-t} - 3e^{-3t}) \text{ V.}$



Şekil E7.15

E7.16 Şekil E7.16'daki devrede $t > 0$ için gerilimini bulunuz.

YANIT: $v_C(t) = -2e^{-2t} \cos t - 1.5e^{-2t} \sin t + 24 \text{ V.}$



Şekil E7.16

Şekil 7.22'de gösterilen devreyi inceleyelim. Bu devre, sabit bir zorlama fonksiyonu (kaynak) içermesi dışında Örnek 7.8'de analiz edilene aynı devredir. Devre parametreleri Örnek 7.8'dekilerle aynıdır:

ÖRNEK

7.10

$$C = 0.04 \text{ F} \quad i_L(0) = 4 \text{ A}$$

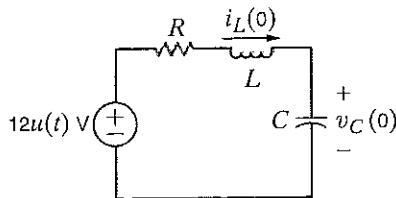
$$L = 1 \text{ H} \quad v_C(0) = -4 \text{ V}$$

$$R = 6 \Omega$$



Şekil 7.22

Birim basamak fonksiyon girişi seri RLC devresi.



$t > 0$ için $v_C(t)$ ifadesini bulmak istiyoruz.

ÇÖZÜM

Daha önce yaptığımız analizde, bu problemin genel çözümünün, bir özel çözüm ile bir homojen (tektürel, doğal) çözümün toplamından oluşacağını biliyoruz. Örnek 7.8'den doğal çözümün $K_3 e^{-3t} \cos 4t + K_4 e^{-3t} \sin 4t$ biçiminde olacağını biliyoruz. Giriş sabit olduğu için özel çözüm de bir sabittir ve genel çözüm aşağıdaki gibi olur:

$$v_C(t) = K_3 e^{-3t} \cos 4t + K_4 e^{-3t} \sin 4t + K_5$$

Kalıcı durumda indüktör kısa devre ve kondansatör açık devre gibi davranıştır. Devreye bakarak kalıcı durumda $v_C(t)$ 'nin son değerinin 12 V olduğunu kolayca görebiliriz. Dolayısıyla $K_5 = 12$ olur. Kalıcı durum değeri diferansiyel denklem kullanılarak da hesaplanabilir. Genel çözüm aşağıdaki gibi olur:

$$v_C(t) = K_3 e^{-3t} \cos 4t + K_4 e^{-3t} \sin 4t + 12$$

Başlangıç koşulları kullanılarak K_3 ve K_4 değerleri bulunabilir:

$$\begin{aligned} v_C(0) &= -4 = K_3 + 12 \\ -16 &= K_3 \end{aligned}$$

Bir sabitin türevi sıfır olacağı için, Örnek 7.8'in sonuçları kullanılarak

$$\frac{dv_C(0)}{dt} = \frac{i(0)}{C} = 100 = -3K_3 + 4K_4$$

ve dolayısıyla $K_3 = 16$, $K_4 = 13$ elde edilir. Böylece $v_C(t)$ için genel çözüm

$$v_C(t) = 12 - 16e^{-3t} \cos 4t + 13e^{-3t} \sin 4t \text{ V}$$

olur. Bu eşitliğin hem $v_C(0) = -4$ başlangıç koşulunu hem de $v_C(\infty) = 12$ V son durum koşulunu sağladığını dikkat ediniz.

ÖRNEK

7.11

Şekil 7.23'te gösterilen devreyi inceleyelim. Devre, sabit bir zorlama fonksiyonu (kaynak) içermesi dışında Örnek 7.9'da analiz edilenle aynı devredir. Devrenin $t = 0$ 'de kalıcı durumda olduğunu varsayıyoruz. $t > 0$ için devre denklemeleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

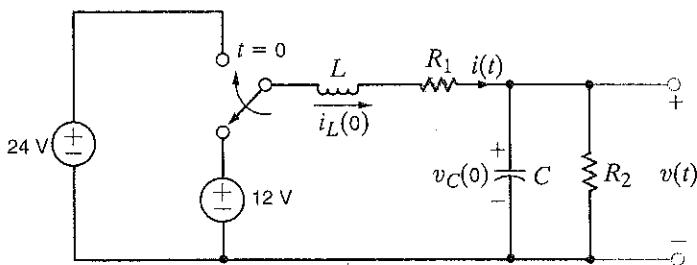
$$\begin{aligned} L \frac{di(t)}{dt} + R_1 i(t) + v(t) &= 24 \\ i(t) &= C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_2} \end{aligned}$$

Bu denklemeleri birleştirirsek aşağıdaki ifadeyi elde ederiz:

$$\frac{d^2v(t)}{dt^2} + \left(\frac{1}{R_2 C} + \frac{R_1}{L} \right) \frac{dv(t)}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_2 L C} v(t) = \frac{24}{LC}$$

Eğer devre parametreleri $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $L = 2 \text{ H}$ ve $C = 1/4 \text{ F}$ ise çıkış gerilimi için diferansiyel denklemi aşağıdaki biçimde gelir:

$$\frac{d^2v(t)}{dt^2} + 7 \frac{dv(t)}{dt} + 12v(t) = 48$$



Şekil 7.23

Sabit kaynaklı seri-paralel RLC devresi.

Cıktı gerilimi $v(t)$ 'yi belirleyelim.

Karakteristik denklem aşağıda verilmiştir:

$$s^2 + 7s + 12 = 0$$

Dolayısıyla kökler aşağıdaki gibi bulunur:

$$s_1 = -3$$

$$s_2 = -4$$

Devre tepkisi aşırı sönümlüdür ve dolayısıyla genel çözüm aşağıdaki biçimdedir:

$$v(t) = K_1 e^{-3t} + K_2 e^{-4t} + K_3$$

Gerilim kalıcı durum değeri K_3 Şekil 7.24a'dan hesaplanabilir:

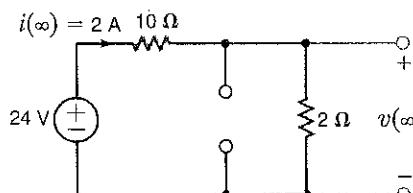
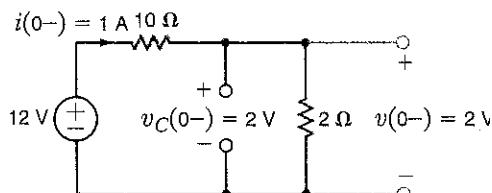
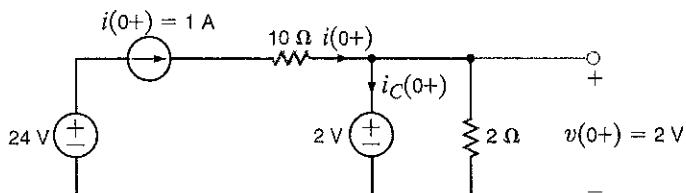
$$v(\infty) = 4 \text{ V} = K_3$$

olduğuna dikkat ediniz. Sırasıyla $t = 0-$ ve $t = 0+$ için geçerli başlangıç koşulları Şekil 7.24b ve c'den hesaplanabilir. $v(0+) = 2 \text{ V}$ tur ve dolayısıyla tepki denkleminden

$$\begin{aligned} v(0+) &= 2 \text{ V} = K_1 + K_2 + 4 \\ -2 &= K_1 + K_2 \end{aligned}$$

yazılır. Şekil 7.24c $i(0+) = 1$ olduğunu gösterir. Tepki denkleminden

$$\frac{dv(0)}{dt} = -3K_1 - 4K_2$$

(a) $t = \infty$ (b) $t = 0-$ (c) $t = 0+$ Şekil 7.24 $t = \infty$, $t = 0-$ ve $t = 0+$ 'da Şekil 7.23'teki devre için eşdeğer devreler.

$$\begin{aligned}\frac{dv(0)}{dt} &= \frac{i(0)}{C} - \frac{v(0)}{R_2 C} \\ &= 4 - 4 \\ &= 0\end{aligned}$$

olduğundan

$$0 = -3K_1 - 4K_2$$

elde edilir. Bu iki denklem çözülsürse $K_1 = -8$ ve $K_2 = 6$ elde edilir. Dolayısıyla gerilim tepkisi için genel çözüm aşağıdaki gibi elde edilir:

$$v(t) = 4 - 8e^{-3t} + 6e^{-4t} \text{ V}$$

Bu denklemin hem başlangıç hem de son değer koşullarını sağladığına dikkat ediniz.

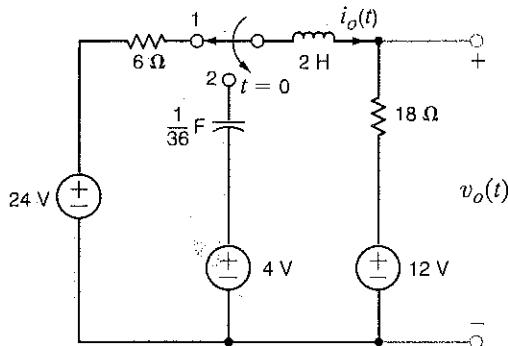
Öğrendiklerimizi Sinayalım

E7.17 Şekil E7.17'deki devredeki anahtar $t = 0$ 'da konum 1'den konum 2'ye getiriliyor. **YANIT:**

$t > 0$ için $i_o(t)$ akımını hesaplayın ve bu akımı kullanarak $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini belirleyiniz.

$$i_o(t) = -\frac{11}{6}e^{-3t} + \frac{14}{6}e^{-6t} \text{ A};$$

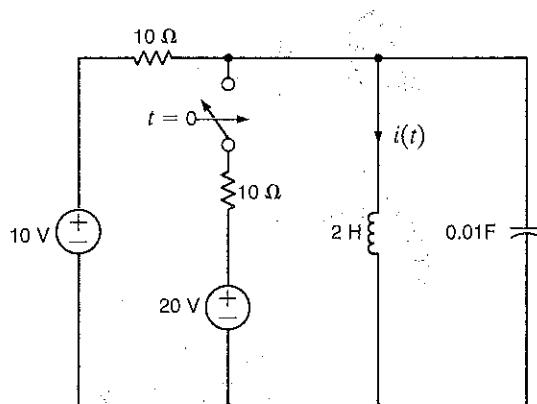
$$v_o(t) = 12 + 18i_o(t) \text{ V}.$$



Şekil E7.17

E7.18 Şekil E7.18'de $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulunuz.

$$\text{YANIT: } i(t) = 0.4144e^{-17.0t} - 2.414e^{-2.93t} + 3 \text{ A.}$$



Şekil E7.18

Geçici devreler çok çeşitli uygulamalarda karşımıza çıkar. Aşağıdaki örnekler bunlardan bazılarını gösterecektir.

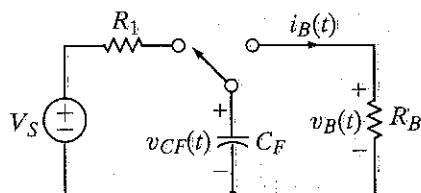
7.4

Uygulama Örnekleri

Daha önce tartıştığımız fotoğraf makinesi flaş devresine geri dönelim. Devre Şekil 7.25'te tekrar çizilmiştir. Xenon flaşın aşağıdaki özelliklere sahip olduğunu varsayıyalım:

Başarılı bir flaş ışığı için uygun gerilim düzeyi: $\begin{cases} \text{minimum } 50 \text{ V} \\ \text{maximum } 70 \text{ V} \end{cases}$
Eşdeğer direnç: 80Ω

Bu uygulamada flaş süresi için 1ms'lik bir zaman sabitine ihtiyaç vardır. Ek olarak devrenin fiziksel boyutunu küçültmek için R_1 direncinin çekceği gücün tepe değeri 100-mW'tan küçük olmalıdır. V_S ve C_F değerlerini belirlemek istiyoruz. Ayrıca, boşalma (deşarj) zamanını, flaş ampüllünün gerilimini, flaş sırasında akımı, güçlü ve harcanan toplam enerjiyi hesaplamak istiyoruz.



UYGULAMA ÖRNEĞİ 7.12

Şekil 7.25
Bir kamera flaş yükleme devresi için bir model.

İşle kaynak gerilimi V_S 'yi seçerek başlıyoruz. Kondansatör flaşın çakması sırasında doğrudan Xenon ampüle uygulandığından ve flaş için en az 50 V gerekligidinden V_S 'yi 50 V'tan daha yüksek değere ayarlamalıyız. Biraz da keyfi olarak V_S gerilimini 60 V seçeceğiz. Böylece alt ve üst sınırlar içinde kalmış olacağız.

Şimdilik flaş çarkma aşamasındaki zaman sabitini inceleyelim. Şekil 7.25'ten bu aşamada zaman sabitinin

$$\tau_F = R_B C_F \quad 7.22$$

olduğu görülmektedir; $t_F = 1$ ve $R_B = 80 \Omega$ değerleri için gerekli kondansatör değeri $C_F = 12.5 \mu\text{F}$ olarak bulunur.

Şimdi R_1 değerine bakalım. Dolum (şarj) sürecinin başlangıcında kondansatör gerilimi sıfır olduğundan bu anda R_1 'den akan akım ve dolayısıyla güç de en büyük değerinde olur. Güç için izin verilen en büyük değer 100 mW olduğundan

$$P_{R_{\max}} = \frac{V_S^2}{R_1} = \frac{3600}{R_1} = 0.1 \quad 7.23$$

yazılabilir. Buradan $R_1 = 36 \text{ k}\Omega$ bulunur. Dolum süresi kondansatör geriliminin sıfırdan en az 50 V'a kadar çıkması için gerekli zamandır. Bu noktada flaş başarılı bir şekilde yeniden boşaltılabilir. (Deşarj edilebilir.) Anahtarın ampülden tekrar R_1 'e hareket ettiği noktayı $t = 0$ olarak tanımlayacağız. Şimdi elimizde şu bilgiler bulunmaktadır: $t = 0$ 'da kondansatör gerilimi sıfırdır, $t = \infty$ 'da kondansatör gerilimi 60 V'tur, devrenin zaman sabiti $R_1 C_F$ 'dır. Yükleme sırasında kondansatör geriliminin ifadesi şu biçimde yazılabilir:

$$v_{CF}(t) = K_1 + K_2 e^{-t/\tau} = 60 - 60e^{-t/R_1 C_F} \text{ V} \quad 7.24$$

$t = t_{\text{charge}}$ anında $v_{CF}(t) = 50 \text{ V}$ olur. Bunu ve R_1 ve C_F değerlerini Eş. (7.24)'te yerine koymak dolum süresini $t_{\text{charge}} = 806 \text{ ms}$ olarak, yani bir saniyeden biraz kısa bir süre olarak

ÇÖZÜM

buluruz. Şimdi V_s için seçimimizi tekrar gözden geçirelim. V_s sadece 51 V'a düşürülse ne olur? İlk olarak Eş. (7.23)'ten R_1 direncinin yeni değeri 26.01 k Ω olarak bulunur. İkinci olarak Eş. (7.24)'ten dolum süresi biraz artarak 1.28 s'ye çıkar. Dolayısıyla, görünen o ki V_s seçimi flaş ünitesi performansında çok fazla etkili değildir. Dolayısıyla tasarımda bir miktar esneklik olabilmektedir.

Son olarak, flaş ampülden üzerindeki dalga biçimlerini inceleyeceğiz. Ampül gerilimi flaş çakma süresince kondansatör gerilime eşittir. Bu süre boyunca gerilim üstel olarak azalır.

$$v_B(t) = 60e^{-1000t} \text{ V} \quad 7.25$$

Bu gerilimin zaman sabiti Eş. (7.22) ile tanımlanmış olup kondansatörün V_s gerilimine (yani 60 V'a) kadar yüklenmesine izin verildiğini varsayıyoruz. Ampülün eşdeğer direnci 80 Ω olduğu için ampül akımı

$$i_B(t) = \frac{60e^{-1000t}}{80} = 750e^{-1000t} \text{ mA} \quad 7.26$$

olmalıdır. Güç gerilimle akımı çarparak hesaplanabilir:

$$p_B(t) = v_B(t)i_B(t) = 45e^{-2000t} \text{ W} \quad 7.27$$

Son olarak flaş sırasında ampül tarafından tüketilen toplam enerji

$$w_B(t) = \int_0^\infty p_B(t) dt = \int_0^\infty 45e^{-2000t} dt = \frac{45}{2000} e^{-2000t} \Big|_0^\infty = \frac{45}{2000} = 22.5 \text{ mJ} \quad 7.28$$

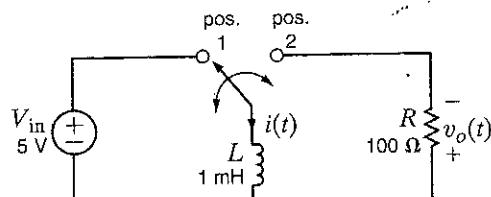
olarak bulunur.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 7.13

İndüktör için oldukça popüler uygulamaların bir tanesi enerji depolamaktır. Depolanan enerji, daha sonra gereksinim duyulduğunda serbest bırakılır. İndüktörlerin enerjisi manyetik alanda saklıdır ve manyetik alanın sürekliliği için akıma ihtiyaç vardır. Benzer biçimde, kondansatörler enerjiyi elektrik alanında saklar ve elektrik alanının sürekliliği için kondansatör üzerinde gerilim olmasına ihtiyaç vardır. İndüktörlerin enerji depolama yeteneklerinin kullanıldığı bir uygulama, Şekil 7.26'da gösterilen yüksek gerilimli darbe üretici devresidir. Bu devre küçük bir DA geriliminden yüksek gerilim darbeleri üretebilir. Bu devrenin her iki 2 ms'de bir, yani saniyede 500 defa, 500 V tepe değerli bir çıkış gerilimi üretip üretmeyeceğini görelim.

Şekil 7.26

Bir basit yüksek gerilim darbe üreticisi.



ÇÖZÜM

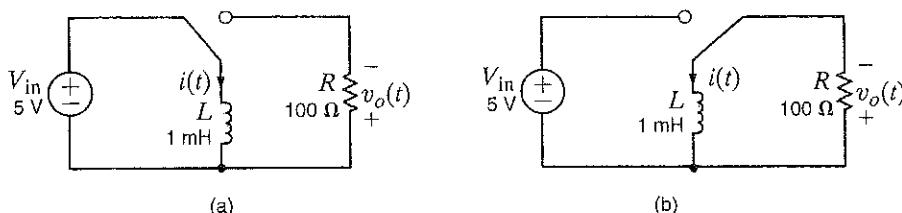
Bu devrenin kalbinde bir tane tek kutuplu çift kumandalı anahtar bulunmaktadır. Yani, bir anahtar bir devre parçasını iki farklı devre parçasından birine bağlayabilmektedir. Şekil 7.27a'da gösterildiği gibi indüktörün üst ucu anahtar 1 konumundayken gerilim kaynağına, 2 konumundayken yük direncine bağlanmaktadır. Anahtar 1 konumundayken indüktör akımı aşağıda verilen bağıntısının sonucu olarak doğrusal bir biçimde artar.

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^{T_1} V_{in} dt$$

Daha sonra T_1 anında anahtar konum 1'den konum 2'ye getirilir. Akım o ana kadar arttıg için tepe değerine ulaşmıştır. Akımın tepe değeri aşağıda verilmektedir.

$$i_p(t) = \frac{V_{in} T_1}{L}$$

Konum 1'de iken dirence bir gerilim uygulanmadığından direncin gerilimi sıfırdır.



Şekil 7.27 (a) Darbe üretecinde anahtar 1 konumundayken indüktör enerji verilmekte. (b) Anahtar 2 konumundayken indüktörden enerji çekildiği için gerilim ve akım düşer.

$t > T$ ise Şekil 7.27b'de gösterildiği gibi anahtar 2 konumundadır. Bu süre boyunca induktör akımı dirence doğru akar ve direnç üzerinde bir gerilim olusmasına neden olur.

$$v_o(t - T_1) = i(t - T_1)R \quad t > T_1$$

$t > T$ olduğunda karşımıza çıkan devre bir RL devresi olduğunda akımın üstel olarak azalması gerektiğini biliyoruz. Bu nedenle $v_o(t)$ gerilimi su biçimde olmalıdır.

$$v_+(t) = K e^{-(t-T_1)/\tau} \quad t > T_1$$

Bu eşitlikte zaman sabiti $\tau = L/R$ 'dır. T_1 anında üstel terimin değeri 1 olduğundan $t > T_1$ zaman aralığında $v_o(t)$ geriliminin başlangıç değeri K'dır. Tasarım girdisi olarak darbe geriliminin tene değeri bize 500 V olarak verilmiştir. Dolayısıyla $K = 500$ olur.

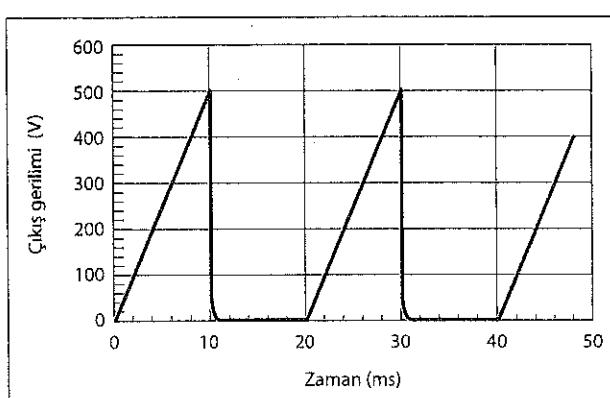
Bu gerilim, R'den akan indüktör akımının tepe değeri (I_s) tarafından yaratıldığından

$$K \equiv 500 \equiv (V, T, R)/L \equiv 5T/(100)/10^{-3}$$

ve dolayısıyla $T_1 = 1$ ms ve $I_p = 5$ A olarak hesaplanır. $t > T_1$ ya da $t > 1$ ms zaman aralığında gerilim denklemi aşağıda verilmektedir:

2 ms periyodun sonunda yani $t = 2$ ms'de gerilimin değeri $500e^{-100,000(t-1\text{ ms})}$ V olur. Bu da, aslında sıfır olarak kabul edilebilir. Gerilimin dalga şekli Şekil 7.28'de gösterilmektedir.

Bu noktada bu darbe üretici devresinde kullanılan çeşitli elemanların değerlerini incelemek öğretici olacaktır. İlk olarak 500 V yüksek bir gerilim değeridir ve dolayısıyla her elemanın dayanabileceği gerilim değeri bir miktar güvenlik payı da bırakarak en az 600 V olarak seçilmelidir. İkinci olarak induktören az 6A tepe değere dayanılmalıdır. Son olarak akım tepe değerden dirençteki anlık güç kaybı 2500W'tır! Çok işinmadan bu kadar yüksek güçle dayanabilecek bir direncin fiziksel olarak büyük olması gereklidir. Neyse ki giğ darbeli olduğundan direncin sürekli olarak bu gücü taşıması gerekmemektedir. Dolayısıyla daha düşük güç değerli, belki de 500W'lık bir direnç yeterli olabilir. Sonraki bölümlerde giğ konusunu daha ayrıntılı bir şekilde inceleyeceğiz.



Şekil 7.28
Darbe Üretecinin çıkış
gerilimi.

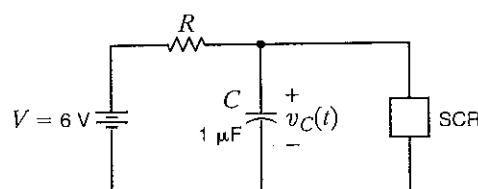
UYGULAMA ÖRNEĞİ 7.14

Kalp ritmi ayarlayan bir cihazın devresi Şekil 7.29'da gösterilmektedir. SCR (silikon controlled rectifier - tristör) elemanı, iki ayrı çalışma modu olan yarıiletken bir elemandır. SCR üzerinde artmaktadır ancak 5V'tan daha küçük bir gerilim varsa, Şekil 7.30a'da gösterildiği gibi SCR bir açık devre gibi davranışır. SCR üzerindeki gerilim 5V'a eriştiğinde cihaz Şekil 7.30b'de gösterildiği gibi akım kaynağı gibi davranışmaya başlar. Bu davranışSCR gerilimi 0.2V üstünde kaldığı sürede devam eder. Bu gerilime düşüldüğünde SCR kapanır ve tekrar bir açık devre hâline gelir.

$t = 0$ 'da $v_C(t)$ geriliminin 0 V olduğunu varsayıy়iz. $1-\mu\text{F}$ kondansatör bu andan itibaren 6 V kaynak gerilimine doğru dolmaya başlar. $v_C(t)$ geriliminin 1 s içinde 5V'a ulaşmasını sağlayacak R direncini hesaplayınız. Bu gerilim, tristörün tetiklendiği gerilimdir. $t = 1\text{s}$ 'de SCR tetiklenir ve kondansatörü boşaltmaya başlar. $v_C(t)$ 'nin 5V'dan 0.2V'a düşmesi için gereken zamanı bulunuz. Son olarak $v_C(t)$ 'yı üç tam periyot için çiziniz.

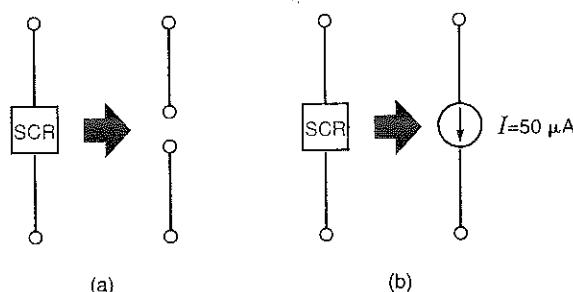
Şekil 7.29

Kalp temposunu ayarlayan
alet eşdeğer devresi.



Şekil 7.30

Bir SCR için eşdeğer
devreler.



ÇÖZÜM

$t < 1$ s için kalp ritmini ayarlayan cihazın eşdeğer devresi Şekil 7.31'de gösterilmektedir. Daha önceden gösterildiği gibi kondansatör gerilimi aşağıdaki biçimdedir:

$$v_C(t) = 6 - 6e^{-t/RC} \text{ V}$$

0.2 V'luk bir gerilim

$$t_1 = 0.034RC$$

anında, 5V'luk bir gerilim ise

$$t_2 = 1.792RC$$

anında oluşur. Biz $t_2 - t_1 = 1$ s olmasını istiyoruz. Dolayısıyla:

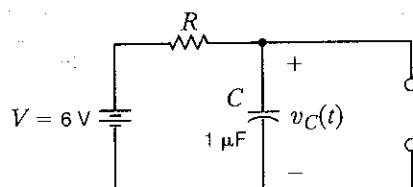
$$t_2 - t_1 = 1.758RC = 1 \text{ s}$$

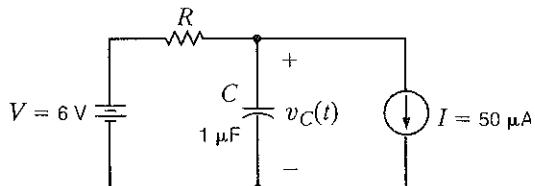
Buradan

$$RC = 0.569 \text{ s} \text{ ve } R = 569 \text{ k}\Omega$$

Şekil 7.31

Kalp ritmini ayarlayan cihazın kondansatörün dolum aşamasındaki eşdeğer devresi.





Şekil 7.32

Kalp ritmini ayarlayan cihazın kondansatörün boşalma aşamasındaki eşdeğer devresi.

$t = 1$ s'de SCR tetiklenir ve kalp ritmini ayarlayan cihaz Şekil 7.32'de gösterilen devre ile modellenir. Deşarj dalga biçimini aşağıdaki gibidir:

$$v(t) = K_1 + K_2 e^{-(t-1)/RC}$$

Kondansatör $t = 1$ s'den itibaren dolmaya başladığı, üstel fonksiyon dafonksiyonu 1s kaydırırmak için t yerine $(t - 1)$ terimi kullanılır. SCR $t = 1^+$ s'de tetiklendikten hemen sonra $v_C(t)$ halâ daha 5V'tur. Öte yandan kalıcı durumda, yani $t = \infty$ için ise $v_C(t) = 6 - IR$ olur. Dolayısıyla

$$K_1 + K_2 = 5 \text{ ve } K_1 = 6 - IR \text{ olur.}$$

Bu durumda çözüm aşağıdaki biçimde olur:

$$v_C(t) = 6 - IR + (IR - 1)e^{-(t-1)/RC}$$

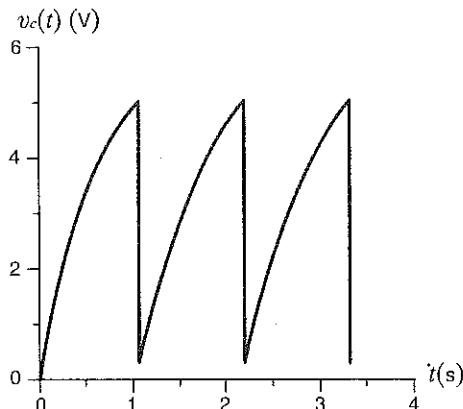
$v_c(t)$ 'nin 6 V'tan 0.2V'a düşmesi için 1 s'den sonra geçmesi gereklî zaman T olsun. Bu durumda aşağıdaki ifadeyi yazabiliz:

$$v_C(T + 1) = 6 - IR + (IR - 1)e^{-T/RC} = 0.2$$

I , R , ve C değerlerini yerine koyarak

$$T = 0.11 \text{ s}$$

buluruz. Çıkış dalgabîçimi Şekil 7.33'te gösterilmektedir.



Şekil 7.33

Kalp ritmini ayarlayan cihazın çıkış geriliminin dalga biçimi.

Şekil 7.34'te gösterilen basit RL devresini inceleyelim. Bu devre dünyanın her yerindeki DA güç kaynaklarının temel yapı taşıdır. Anahtar $t = 0$ 'da açılır. V_s ve R , anahtarlarmadan hemen önce induktörde 1 A akım oluşturacak şekilde seçilmiştir. Indüktör ve anahtar üzerindeki gerilimlerin en yüksek değerini bulalım.

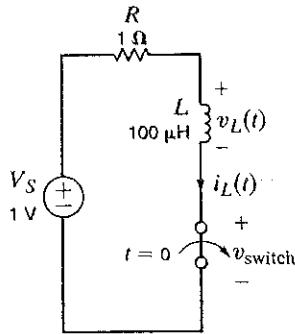
UYGULAMA ÖRNEĞİ 7.15

ÇÖZÜM Önce indüktör akımının ifadesini yazalım. $t = 0$ 'da indüktör akımı 1 A 'dır. $t = \infty$ 'da ise akım 0 'dır. Zaman sabiti L/R 'dır. Fakat anahtar açıkken R sonsuz olduğundan zaman sabiti sıfırdır! Sonuç olarak indüktör akımı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$i_L(t) = 1e^{-\alpha t} \text{ A} \quad 7.29$$

Burada α sonsuzdur. Bu akımın sonucu oluşan indüktör gerilimi aşağıda verilmektedir:

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = -\alpha e^{-\alpha t} \quad 7.30$$



Şekil 7.34

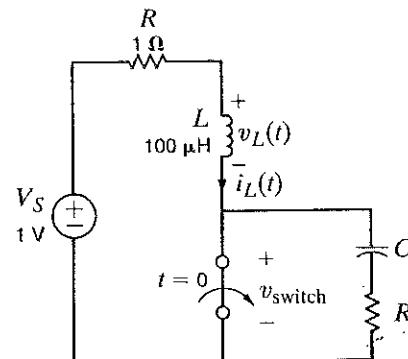
Modern güç kaynaklarının temelini oluşturan anahtarlama indüktör devresi.

Şekil 7.35

İndüktif sıçramayı kontrol etmek bir RLC devresine dönüştürülmüş anahtarlama indüktör devresi.

Gördüğü gibi $t = 0$ 'da indüktör geriliminin tepe değeri eksiyi sonsuzdur! Indüktör akımının aniden kesilmeye zorlanması, di/dt değerinin çok çok büyük olmasına ve dolayısıyla bu gerilim sıçramasına yol açmaktadır. KGY gereği, indüktör gerilimi eksiyi sonsuz olursa anahtar gerilimi de artı sonsuz olmalıdır. Bu olay indüktif sıçrama olarak adlandırılır ve güç kaynağı tasarımcılarının düşmanıdır.

Bu durumda bu aşırı gerilimi azaltmak için bir yol ararız. Daha önemlisi bunu tahmin etmek ve kontrol etmek isteriz. Elimizdeki probleme ve onun hakkında ne bildiğimize bakalım: Sınırsız olarak hızla büyütünen bir geçici gerilimiz var. Ayrıca, indüktörde akım akarken anahtar açıldığında başka bir yere gitmesi gereken bir akımımız var. Kondansatörlerin gerilimlerinin hızlı bir şekilde değişmediğini ve dirençlerin de enerji tükettiğini biliyoruz. Dolayısıyla Şekil 7.35'te gösterildiği gibi anahtarın yanına bir RC devresi ekleyelim ve bu değişikliğin devrenin çalışmasına nasıl etki yaptığını inceleyelim.



RC devresinin eklenmesi anahtar açıkken seri bir *RLC* devresinin oluşmasına yol açmaktadır. Seri *RLC* devresinin karakteristik denklemi Eş. (7.15)'ten aşağıdaki gibi yazılır:

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = s^2 + \left[\frac{R+1}{L} \right] s + \frac{1}{LC} = 0 \quad 7.31$$

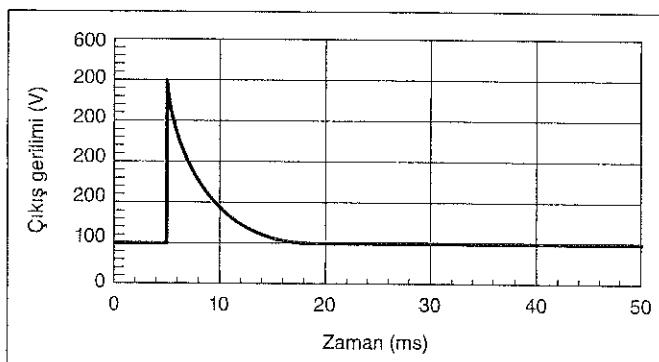
Anahtarlama işlemini belli bir hızda tutabilmek için biraz da keyfi olarak $\zeta = 1$ ve $\omega_0 = 10^6$ rad/s olan kritik sönmüslü bir sistem hedefleyeceğiz. ω_0 için yapılan bu seçim sistemin birkaç milisaniye içinde dengeye gelmesine olanak sağlar. Artık Eş. (7.31)'den C ve R için ifadeleri yazabiliriz.

$$\omega_0^2 = 10^{12} = \frac{1}{LC} = \frac{1}{10^{-4}C} \quad 2\zeta\omega_0 = 2 \times 10^6 = \frac{R+1}{L} = \frac{R+1}{10^{-4}} \quad 7.32$$

Bu denklemlerden $C = 10 \text{ nF}$ ve $R = 199 \Omega$ elde edilir. Şimdi, anahtar geriliminin tepe değerine bakalım. Anahtar açıldığında DA kaynağı ve 1Ω direnç tarafından 1 A 'e getirilen indüktör akımı RC devresinden akmeye başlar. Kondansatör, daha önceden anahtar kapaklıken anahtar üzerinden boşalarak sıfır gerilime düşmüştür ve anahtar açıldığında da aniden değişmez. Ancak aniden akmeye başlayan akımın etkisi ile direnç gerilimi $I_L R$ olur. Burada

I_L indüktörün başlangıç akımıdır. I_L ve R değerlerinden anahtar açılmasından hemen sonraki direnç gerilimi 199V olarak hesaplanır. Anahtar gerilimi kondansatör ve direnç gerilimlerinin toplamıdır (yani, 199V). Bu ilk senaryaya göre çok büyük bir gelişmedir!

Şekil 7.36'da gösterilen anahtar gerilimi grafiği analizimizi doğrulamaktadır. Bu çizim anahtar açılmasıyla üretilen indüktif sıçramanın azaltılmasında RC devresinin ne kadar başarılı olduğunu anlatmaktadır. Anahtar gerilimi 199 V tepe geriliminde tutulmakta ve sistem tepkisi kritik sönmeli olmaktadır. Yani, gerilim 5 μ s'den kısa bir sürede sabit bir değere yerleşmekte, bu sırada ya hiçbir aşım olmamakta ya da sadece çok küçük bir aşım söz konusu olmaktadır. Öneminden ötürü bu R-C devresi *bastırıcı devre* (snubber) olarak adlandırılır. Güç kaynağı tasarımcıları indüktif sıçramayı kontrol etmek için bu devreyi çok yaygın olarak kullanırlar.

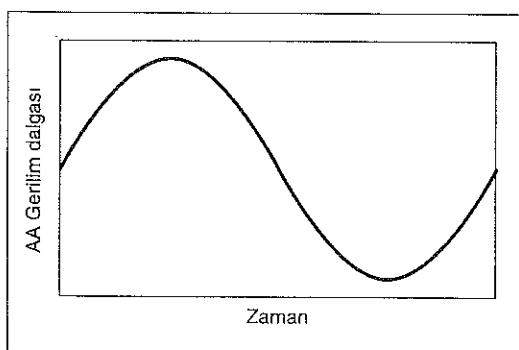


Şekil 7.36

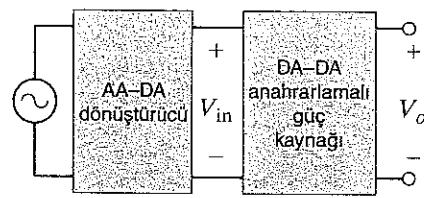
İndüktif sıçramayı azaltmak için bastırıcı devresi kullanılması durumunda anahtar gerilimi.

Televizyonlar, radyolar ve bilgisayarlar dahil pek çok elektronik sistemde en gerekli alt devrelerden biri DA güç kaynağıdır. Standart duvar prizinden Şekil 7.37'a'da gösterildiği gibi bir alternatif akım (AA) gerilim alınabilir. Bu gerilimin istenen bir DA seviyesine dönüştürülmesi Şekil 7.37b'de gösterilen devre yapısı ile gerçekleştirilir. AA dalga önce basit bir doğrultucu ile düzensiz bir doğru gerilime dönüştürülür. Bu gerilim aynı zamanda girişteki gerilim dalgalanmasının da izlerini taşıır. Daha yüksek kaliteli bir DA çıkıştı elde edebilmek için anahtarlamalı bir DA-DA dönüştürücü kullanılır. Çeşitli tür DA-DA dönüştürücüler olmakla birlikte, bu uygulamada Şekil 7.38'de gösterilen yükselten (boost) tür bir dönüştürücü seçtiğimizi düşünelim. Anahtarlama karakteristikleri ile çıkış gerilimi arasındaki ilişkiyi gösteren bir denklem geliştirelim.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 7.16



(a)

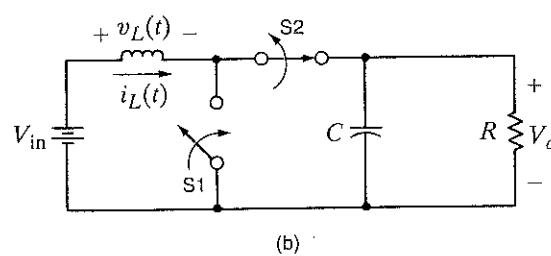
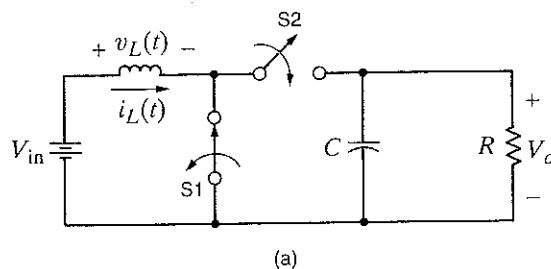


Şekil 7.37

(a) Standart duvar prizinden alınabilen AA gerilim dalgabılığının ve b) bir modern DA güç kaynağının blok diyagramı.

Şekil 7.38

(a) t_{on} ve (b) t_{off} zaman aralıklarındaki anahtar konumları için ayrı ayrı çizilmiş yükselten dönüştürücü.



ÇÖZÜM

Şekil 7.38a'daki yükselten dönüştürücüyü inceleyelim. Burada t_{on} zaman aralığında anahtar 1 (S1) kapalıdır ve S2 açıkta. Bu nedenle devre birbirinden bağımsız, biri kondansatörü, diğerinin de induktörü içeren iki alt devreye ayrılmıştır. t_{on} süresince induktör akımı ve depolanan enerji artmaktadır, çıkış düğümünde ise kondansatör gerilimi üstel bir biçimde yük üzerinden boşalmaktadır. Eğer kondansatörün zaman sabiti ($\tau = RC$) yeterince büyükse, o zaman çıkış gerilimi yavaşça azalacaktır. Dolayısıyla bu süreçte induktörde enerji depolarken, yükün enerjisi kondansatörden sağlanır.

Şimdi, her iki anahtarın konumunu aynı anda değiştirelim. Yani t_{off} zaman aralığında Şekil 7.38b'de görüldüğü gibi S1 açık olsun ve S2 kapalı olsun. Indüktör akımı anlık olarak değişimeyeceğinden yeni oluşan yola sapar ve S2 anahtarı üzerinden kondansatöre ve yükü doğru akmeye başlar. Indüktörde t_{on} sırasında eklenmiş enerji t_{off} sırasında hem kondansatörü tekrar yüklemek hem de yükü beslemek için kullanılır. t_{off} süresinin bitiminde aynı döngü yeniden başlar.

Eğer t_{on} sırasında induktörde eklenen enerji t_{off} sırasında kondansatöre ve yükü gitmeseydi induktör enerjisi sürekli artarak sonunda induktörün taşırı olmasına neden olurdu. O halde, sağlıklı bir çalışma için her anahtarlama periyodunun sonunda induktörde depolanan enerjinin aynı olması gereklidir. Indüktör enerjisi ile akım arasındaki ilişkinin aşağıdaki gibi olduğunu hatırlayalım:

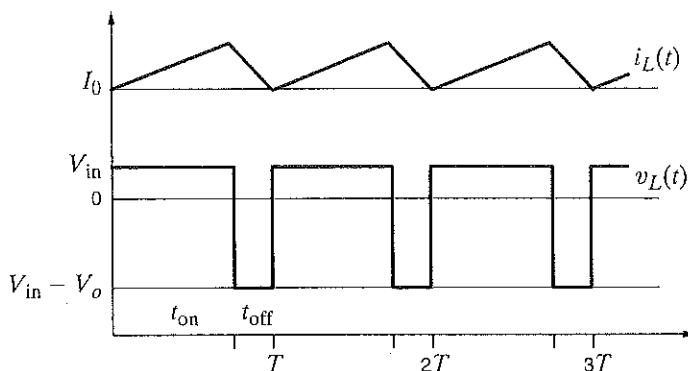
$$w(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$$

Öyleyse, induktör akımı da Şekil 7.39'da gösterildiği gibi her anahtarlama çevriminin sonunda aynı olmak zorundadır. t_{on} ve t_{off} arasındaki induktör akımları aşağıdaki gibi yazılabılır:

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{L} \int_0^{t_{on}} v_L(t) dt = \frac{1}{L} \int_0^{t_{on}} V_{in} dt = \left[\frac{V_{in}}{L} \right] t_{on} + I_0 \quad 0 < t < t_{on} \\ i_L(t) &= \frac{1}{L} \int_{t_{on}}^{t_{on}+t_{off}} v_L(t) dt = \frac{1}{L} \int_{t_{on}}^{t_{on}+t_{off}} (V_{in} - V_o) dt = \\ &\quad \left[\frac{V_{in} - V_o}{L} \right] t_{off} + I_0 \quad t_{on} < t < t_{off} \end{aligned} \quad 7.33$$

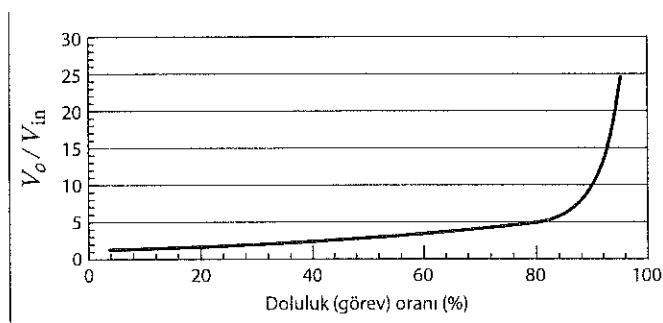
Burada I_0 her anahtarlama çevriminin başındaki başlangıç akımıdır. Eğer induktör akımı, her anahtarlama çevriminin başında ve sonunda aynı ise o zaman Eş. (7.33)'teki integralerin toplamı sıfır olmalıdır. Ya da:

$$V_{in} t_{on} = (V_o - V_{in}) t_{off} = (V_o - V_{in})(T - t_{on})$$



Şekil 7.39

İndüktör gerilimi ve akımı için dalgıda biçimleri.



Şekil 7.40:

Yükseltken dönüştürücü kazancının doluluk (görev) oranıyla ilişkisi.

Burada T periyottur ($D = t_{on}/T$). Eşitlikten V_o çekilirse aşağıdaki ifade elde edilir:

$$V_o = V_{in} \left[\frac{T}{T - t_{on}} \right] = V_{in} \left[\frac{1}{(T - t_{on})/T} \right] = V_{in} \left[\frac{1}{(1 - t_{on}/T)} \right] = V_{in} \left[\frac{1}{1 - D} \right]$$

Bu eşitlikteki D doluluk (veya görev) oranı olarak adlandırılır anahtarın iletim süresinin toplam periyoduna oranına eşittir: ($D = t_{on}/T$) . Dolayısıyla doluluk oranını kontrol ederek çıkış gerilimini ayarlayabiliriz. D her zaman pozitif bir oran olduğundan V_o her zaman V_{in} 'den daha büyük olur. Bunun için de devre yükselten dönüştürücü olarak adlandırılır. V_o / V_{in} oranının doluluk oranına göre çizimi Şekil 7.40'da gösterilmektedir.

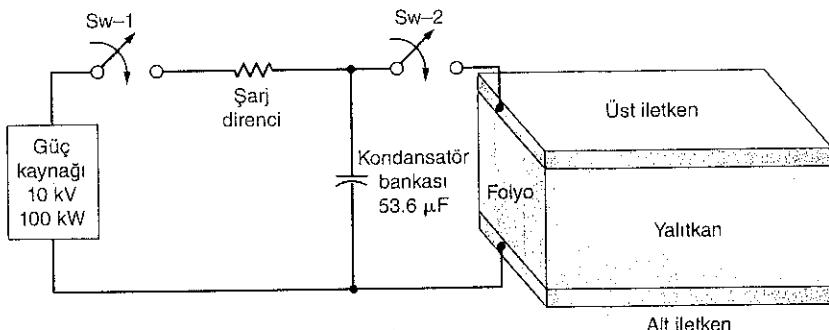
Şekil 7.41'de, elektromanyetik top (railgun) olarak adlandırılabilen cihaza ait deneyel bir şema gösterilmektedir. SW-2 anahtarı açık, SW-1 anahtarı kapalı iken güç kaynağı kondansatör bankasını (paralel kondansatörlerden oluşan grup) 10 kV'a doldurur. Sonra SW-1 açılır ve SW-2 kapatılarak top ateşlenmiş olur. Kondansatörün boşalma akımı topun ucundaki özel yaprağın patlamasına neden olur. Bu patlama sonucu oluşan sıcak plazma tüpün altına doğru hızlanarak hareket eder. Yaprağın buharlaşması sırasında gerilim düşümü ihmal edilebilir düzeydedir. Dolayısıyla kondansatördeki enerjinin % 95'inden fazlası plazmayı ivmeleştirmek için kullanılabilir. Toptan akan akım, karesi ile orantılı bir manyetik alan oluşturur. Bu manyetik alan da, plazmanın üzerinde bir kuvvet oluşmasına yol açar. Plazma bu kuvvetin etkisiyle hareket eder. Gerilim ne kadar yüksekse ivmelenme de o kadar yüksek olur.

Akımın boşalması sırasında eşdeğer devre Şekil 7.42'de gösterilmektedir. Devrede görülen R_{bara} direnci ve L_{bara} indüktansı, kaynak ile kondansatör arasındaki bağlantıyı sağlamakta kullanılan ve bara olarak adlandırılan kalın bakır çubuk ile anahtarın toplam direnç ve indüktanslarını göstermektedir. Yaprağın ve ortaya çıkan plazmanın dirençleri ihmal edilebilir düzeydedir. Dolayısıyla topun üst ve alt iletkenleri arasındaki akım Şekil 7.41'de gösterilen kapalı yol üzerindeki diğer devre elemanlarının değerlerine bağlıdır.

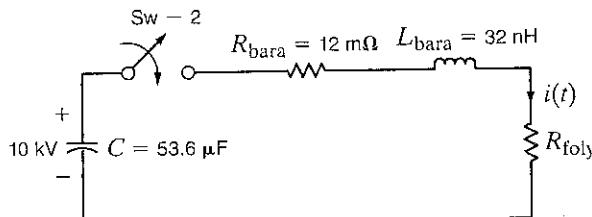
UYGULAMA ÖRNEĞİ 7.17

Şekil 7.41

Bir elektromanyeti top için deneysel şema.

**Şekil 7.42**

Elektromanyetik topun akımın boşalması sırasında eşdeğer devresi.



Akım doğal tepkisi için diferansiyel denklem aşağıda verilmektedir:

$$\frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{R_{\text{baraj}}}{L_{\text{baraj}}} \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{L_{\text{baraj}} C} = 0$$

Karakteristik denklemi kullanarak akımın dalga şeklini tanımlamayalım.

ÇÖZÜM

Devre değerlerini kullanarak, karakteristik denklemi elde edelim.

$$s^2 + 37.5 \times 10^4 s + 58.3 \times 10^{10} = 0$$

Bu denklemin köklerini bulalım:

$$s_1, s_2 = (-18.75 \pm j74) \times 10^4$$

Kökler biz devrenin eksik sökümlü olduğunu söylemektedir. Sökümlü rezonans frekansının değeri

$$\omega_d = 740 \text{ krad/s}$$

olarak hesaplanır. Dolayısı ile

$$f_d = 118 \text{ kHz}$$

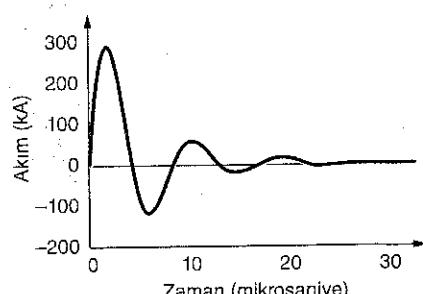
olur ve dalganın periyodu

$$T = \frac{1}{f_d} = 8.5 \mu\text{s}$$

olarak hesaplanır. Akım grafiği Şekil 7.43'te gösterilmektedir. Çizimden, sökümlü tepkinin periyodunun gerçekten 8.5 μs olduğu görülmektedir.

Şekil 7.43

10 kV'a yüklenmiş bir kondansatörün yük üzerinden boşalması.



7.5

Tasarım Örnekleri

24V DA kaynağından çalışan ve $1\ \Omega$ değerinde bir direnç kullanan verimli bir elektrikli ısıtıcı tasarlamak istiyoruz. Hedeflediğimiz sıcaklık aralığı için, ısıtma elemanı tarafından çekilen güç 100 ile 400W arasında olmalıdır. Deneyimli bir mühendis olası çözüm olarak birbirinden oldukça farklı iki tekninin incelenmesini önermiştir: basit bir gerilim bölütüsü ve anahtarlamalı bir indüktör devresi.

İlk durumda gereken devre Şekil 7.44'te gösterilmektedir. Değişken direnç elemanına reosta denir. Potansiyometreler düşük güçlerde (yani 1 W'dan daha düşük) çalışma için tasarlanan değişken dirençlerdir. Reostalar ise çok daha yüksek güç seviyelerinde kullanılır.

Önceki bilgilerimizden ısıtma elemanı geriliminin aşağıdaki gibi hesaplandığını biliyoruz:

$$V_o = V_s \frac{R_{he}}{R_{he} + R_{adj}} \quad 7.34$$

R_{adj} değerini değiştirmek ısıtma elemanı üzerindeki gerilimi ve burada harcanan güçü değiştirecektir. Güç aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_{he}} = V_s^2 \frac{R_{he}}{(R_{he} + R_{adj})^2} \quad 7.35$$

Cıkış gücünün maksimum ve minimum değerlerini Eş. (7.35)'te yerine koyarak reosta için gerekli direnç değerini belirleyebiliriz:

$$R_{adj,min} = \sqrt{\frac{V_s^2 R_{he}}{P_{o,max}}} - R_{he} = \sqrt{\frac{(24^2)(1)}{400}} - 1 = 0.2\ \Omega \quad 7.36$$

$$R_{adj,max} = \sqrt{\frac{V_s^2 R_{he}}{P_{o,min}}} - R_{he} = \sqrt{\frac{(24^2)(1)}{100}} - 1 = 1.4\ \Omega$$

Dolayısı ile 2Ω değerli bir reosta işe yarayabilir. Fakat tasarımımız acaba ne kadar verimlidir? Reostada ne kadar güç kaybolacaktır? Reosta gücü aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$P_{adj} = \frac{(V_s - V_o)^2}{R_{adj}} = V_s^2 \frac{R_{adj}}{(R_{he} + R_{adj})^2} \quad 7.37$$

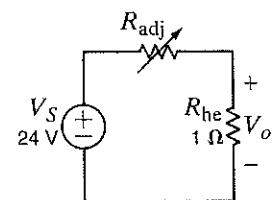
Maksimum güç aktarımı ile ilgili çalışmalarımızdan, maksimum güç kaybına neden olan R_{adj} değerinin ve dolayısı ile en kötü verim durumunun $R_{adj} = R_{he} = 1\ \Omega$ iken ortaya çıktığını biliyoruz. Isıtma elemanına verdigimiz güç kadar bir güç direnç üzerinde açığa çıkmaktadır ve verim sadece % 50'dir.

Gerilim bölütüsü devre tekninin sınırlamalarını gördükten sonra şimdilik alternatif çözümü inceleyelim. İndüktör elemanın güç tüketmeyecek olması daha şimdiden bu yöntemin iyi bir seçenek olabileceğini göstermektedir. Dolayısı ile eğer bir indüktörde bir akım oluşturabilirsek bunu ısıtma elemanına aktarabilirsek ve bu işlemi hızlı bir şekilde tekrar edebilirsek ısıtma elemanı kendisine iletilen ortalama güçle tepki verecektir ve sıcaklığını sabit tutacaktır.

Şekil 7.45'teki devreyi inceleyin. Burada anahtar, iki konum arasında ileri-geri hareket etmekte, önce indüktörde bir akım oluşturmakta, sonra da bu akımı ısıtma elemanına aktarmaktadır. Şimdi bu kavramı irdeleyelim ve verimini belirleyelim. Başlangıçta indüktör akı-

TASARIM
ÖRNEĞİ 7.18

ÇÖZÜM

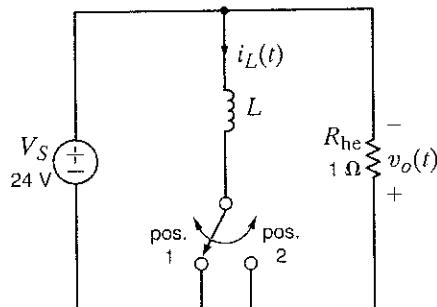


Şekil 7.44

Bir ısıtma elemanının sıcaklığını değiştirmek için basit bir devre.

Şekil 7.45

Isıtma elemanın sıcaklığını değiştirmek için kullanılabilen bir anahtarlamalı induktör devresi.



minin sıfır olduğunu ve anahtarın konum 1'e getirildiğini varsayıyalım. Indüktör akımı tanım denklemine uygun olarak doğrusal biçimde yükselmeye bağlayacaktır.

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int v_L(t) dt = \frac{1}{L} \int V_S dt = \frac{V_S}{L} t \quad 7.38$$

Akım V_S/L eğimi ile doğrusal olarak artacaktır. V_S 24V olduğu için istediğimiz eğimi elde etmek için L değerini seçmemiz gereklidir. Indüktör akımı anahtar $t = t_1$ 'de konum değiştirinceye kadar artar. Bu noktada akımın ulaşığı tepe değeri aşağıdaki gibi olur.

$$I_{\text{peak}} = \frac{V_S}{L} t_1 \quad 7.39$$

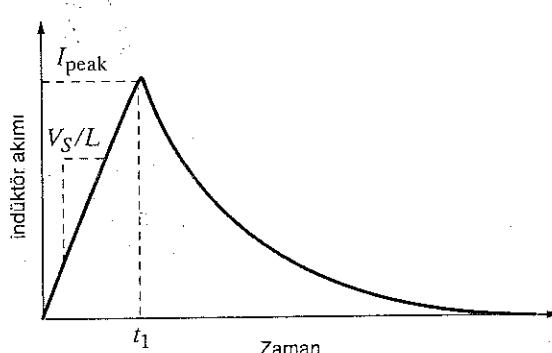
Anahtarın yeni konumunda induktör akımı ısıtma elemanı üzerinden üstel olarak boşalar:

$$i_L(t') = I_{\text{peak}} e^{-t'/\tau} \quad 7.40$$

Burada zamanı kaydırmak yerine yeni bir t' değişkeni tanımladık. Anahtar konum 2'ye hareket ettiği an t' değişkenin sıfır olduğu andır. Zaman sabiti ise $\tau = L/R_{\text{he}}$ olur. Eğer anahtar konum 2'de S zaman sabiti boyunca kalırsa, induktör akımı sıfıra düşecektir. Bu durumda artık anahtar yine sıfır akım koşuluyla ilk konumuna döndürülebilir. Şekil 7.46'da bir anahtarlama çevrimi boyunca induktör akımı grafiği gösterilmektedir. Anahtarlama çevrimleri tekrarlanarak ısıtma elemanına güç transfer edilir. Eğer anahtarlama periyodu elemanın ısıl zaman sabitinden -elemanın ne kadar hızlı ısındığını gösteren bir değer- çok daha kısaysa elemanın sıcaklığı ortalamaya güç ile belirlenecektir. Bu kavramı anlamak şu aşamada bizim için mümkün değildir. Bölüm 9'da anlatacağımız Ortalama Güç konusundan sonra bu kavram daha iyi anlaşılacaktır. Bu örnek en azından bu inceleme için bir motivasyon sağlayabilir. Buna rağmen, iki şeyi fark etmeliyiz: Yük akımı induktör akımının yalnızca üstel olarak azalan kısmıdır ve bu üstel kısmın başlangıç değeri Eş. (7.39)'da tanımlandığı gibi I_{peak} 'dır. I_{peak} ne kadar yüksek olursa elemanın gücü ve sıcaklığı da o kadar yüksek olur. Eş. (7.39)'un gösterdiği gibi, t_1 kontrol edilerek bu kolayca sağlanabilir! Bu noktada durmamız gerekmektedir çünkü yükteki ortalama gücü doğru olarak tahmin etmeden tasarımımızı sonlandıramayız.

Şekil 7.46

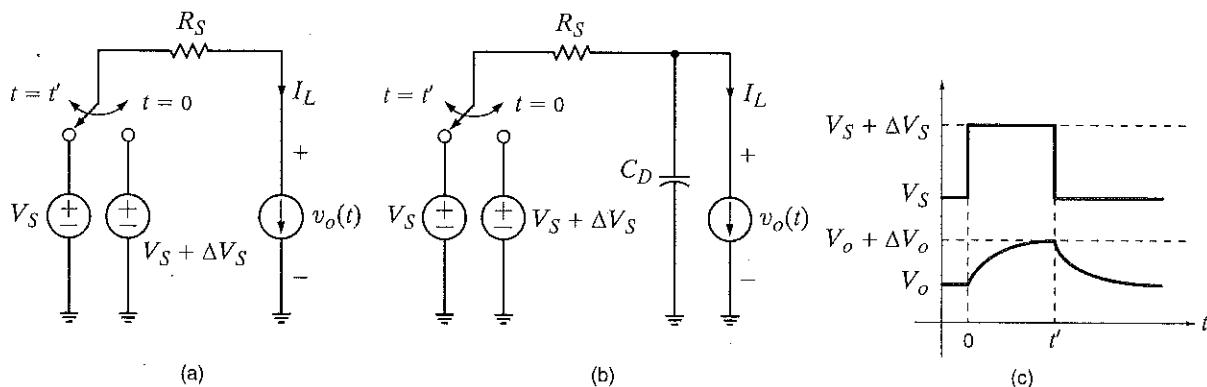
İndüktör kullanılarak geliştirilen çözüm için bir anahtarlama çevrimi. I_{peak} değeri t_1 ile doğru orantılıdır.



Başlangıçtaki sorumuza dönecek olursak; Verimi arttırdık mı? Bu yeni devremizde isıtma elemanının kendisinden başka güç tüketen bileşen bulunmamaktadır. Dolayısıyla induktördeki ve anahtardaki küçük dirençleri göz arı edersek çözümümüzün %100 verimli olduğunu bularuz. Gerçekte % 95'e civarında verimliliklere ulaşılabilir. Burada reosta uygulanan diğer alternatifte göre büyük bir iyileşme vardır.

Şekil 7.47a'daki devreyi inceleyin. Burada bir DA gerilim kaynağı ve ona seri bağlı R_S direnci ile modellenen DA güç kaynağı, tipik olarak bir duvar prizinden beslenir. Yük sabit akım çekmekte olduğundan bir akım kaynağı olarak modellenmiştir. Yük olarak bağlı olan cihazı, güç kaynağındaki bozucu etkilerden izole edecek mümkün olan en basit devreyi tasarlamak istiyoruz. Ashında amacımız, güç kaynağının performansını çok az bir ek maliyetle iyileştirmektir.

Standart olarak bu problemi çözmek için Şekil 7.47b'de gösterildiği gibi bir C_D kondansatörü kullanılır. Güç kaynağındaki bozucu etki ve bunun çıkışa yansımıası Şekil 7.47c'de gösterilmektedir. Bu bozucu etkiyi modellemek için Şekil 7.47b'de tek kutuplu bir anahtar ve iki tane gerilim kaynağı kullanılmıştır. Mühendisler C_D kondansatörünü, giriş gerilimindeki bozulmaları çıkış geriliminden yalıttıkları için dekuplaj (yalıtım) kondansatörü olarak adlandırır. Elektronik devrelerde bu kondansatörler bolca kullanılırlar. Göreviniz C_D değerini R_S , V_S , V_o , ΔV_S , ΔV_o ve t' cinsinden ifade edecek bir tasarım bağıntısı geliştirmektir. Sonucumuz Şekil 7.47b'deki devre tarafından modellenebilecek herhangi bir senaryo için kullanılabilir olmalıdır.



Şekil 7.47 a) Kaynak gerilimindeki bozulmaları modelleyen basit bir DA devresi.
b) Yük gerilimindeki bozulmaları azaltmak için dekuplaj kondansatörü kullanımı.
c) Giriş ve çıkış gerilim bozulmalarının tanımlamaları.

C_D üzerindeki gerilim standart biçimde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

ÇÖZÜM

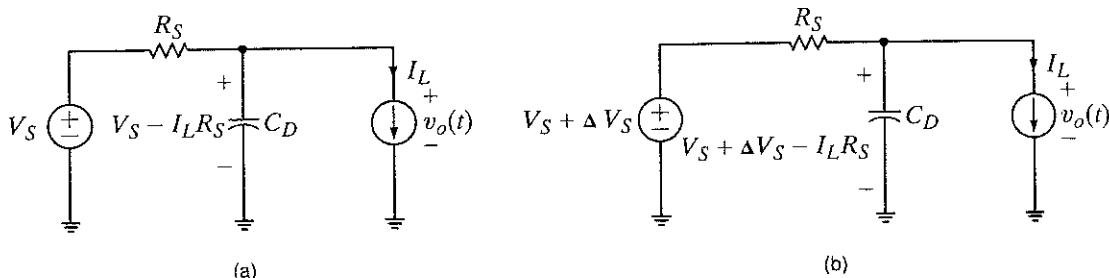
$$v_o(t) = K_1 + K_2 e^{-t/\tau} \quad 7.41$$

$t = 0$ ve $t = \infty$ için eşdeğer devre sırasıyla Şekil 7.48a ve b'de gösterilmektedir. Bu iki uç noktada aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$\begin{aligned} v_o(0) &= K_1 + K_2 = V_S - I_L R_S \\ v_o(\infty) &= K_1 = V_S + \Delta V_S - I_L R_S \end{aligned} \quad 7.42$$

Zaman sabitinin eşdeğer direncini belirlemek için 7.48b'deki devreye dönerken, tüm bağımsız kaynakları sıfırlayıp, elde edilen devreye kondansatörün uçlarından bakarsak zaman sabitinin $R_S C_D$ olduğu kolayca görülebilir. Dolayısı ile:

$$v_o(t) = V_S + \Delta V_S - I_L R_S - \Delta V_S e^{-t/R_S C_D} \quad 7.43$$



Şekil 7.48 Şekil 7.47b'deki devre, a) $t = 0$ anahtar hareket ettirildikten hemen sonra. b) $t = \infty$ 'da aynı devre.

$t = t'$ anında çıkış gerilimi $V_o(0)$ değeri ile ΔV_o geriliminin toplamına eşittir. Bu koşul Eş. (7.43)'te yerine konarak aşağıdaki denklem elde edilir:

$$v_o(t') = V_s - I_L R_s + \Delta V_o = V_s + \Delta V_s - I_L R_s - \Delta V_s e^{-t'/R_s C_D}$$

Bu da aşağıdaki ifadeye indirgenebilir:

$$\Delta V_s - \Delta V_o = \Delta V_s e^{-t'/R_s C_D} \quad 7.44$$

Göründüğü gibi C_D değeri sadece giriş ve çıkış gerilimlerine değil aynı zamanda bu gerilimlerdeki değişimlere de bağlıdır! Bu, Eş. (7.44)'ü aslında çok kullanışlı hâle getirir. (7.44) denklemi üzerinde basit bir cebirsel oynamaya yaparak C_D için gerekli tasarımlı denklemi elde ederiz:

$$C_D = \frac{t'}{R_s \ln \left[\frac{\Delta V_s}{\Delta V_s - \Delta V_o} \right]} \quad 7.45$$

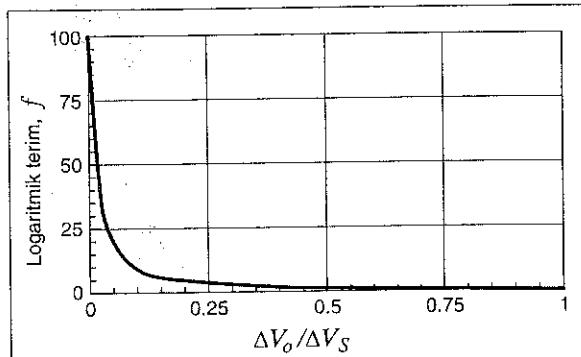
Bu ifadeyi incelersek, C_D 'nin t' ile doğru orantılı ve R_s ile ters orantılı olduğunu görüyoruz. t' iki katına çıkartılırsa ya da R_s yarı değerine indirilirse C_D de iki katına çıkar. Bu sonuç çok şartlı degildir ama gerilimdeki değişimlere bağlılık çok daha karmaşıktır. Bu terimi ayrıca inceleyelim:

$$f = \frac{1}{\ln \left[\frac{\Delta V_s}{\Delta V_s - \Delta V_o} \right]} = \frac{1}{\ln \left[\frac{1}{1 - \Delta V_o / \Delta V_s} \right]} = \frac{-1}{\ln \left[1 - \frac{\Delta V_o}{\Delta V_s} \right]} \quad 7.46$$

Şekil 7.49'da bu terimin $\Delta V_o / \Delta V_s$ oranına göre grafiği gösterilmektedir. Çok küçük ΔV_o (yani çok yüksek yalıtım - dekuplaj mertebesi) için bu terimin çok büyük olmalıdır. Eş. (7.45)'te bu terim t' ile çarpıldığından mükemmel bir yalıtım için çok büyük bir kondansatöre gerek olduğu anlaşılmaktadır.

Şekil 7.49

f fonksiyonunun $\Delta V_o / \Delta V_s$ oranına göre değişimi.

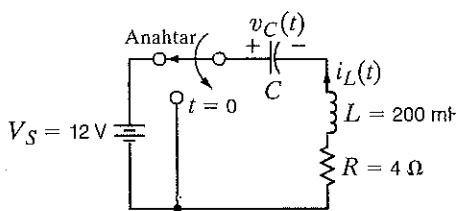


Son bir örnek olarak, V_S 'nin 5 V olduğu, R_S 'nin 20Ω olduğu ve giriş bozulmasının $\Delta V_S = 1$ V ve $t' = 0.5$ ile karakterize edildiği senaryoyu inceleyelim. Eğer çıkış değişiklikleri sadece 0.2V ile sınırlanırmak istenirse gereken kondansatör değeri $C_D = 112.0 \mu F$ olacaktır. 16 V gerilimde çalışabilecek bu değerde bir kondansatörün maliyeti 50 kuruş civarındadır.

Bu oldukça basit fakat çok önemli uygulama, bir mühendisin devre analizi becerilerini pratik problemlerin çözümüne nasıl uygulanabileceğini, bu çözümün nasıl geniş bir uygulama alanı bulabileceği göstermektedir. Bu arada, dekuplaj senaryosu için oluşturulan devre modelinin örneğin anahtar noktası olduğunu unutmayın.

Şekil 7.50'deki devre bir otomobilin ateşleme sisteminin modellemektedir. Gerilim kaynağı standart 12V'luk baryayı temsil etmektedir. İndüktör, manyetik olarak (burada gösterilmeyen) mars motoruna manyetik olarak bağlı olan ateşleme bobinidir. İndüktörün iç direnci, bir dirençle modellenmiştir ve anahtar da ateşleme anahtarıdır. Başlangıçta anahtar ateşleme devresini baryaya bağlar ve dolayısı ile kondansatör 12V'a kadar dolar. Motoru çalıştırmak için anahtarı kapatırız ve böylece kondansatör indüktör üzerinden deşarj edilir.

Optimum çalışmanın aşırı sökümlü olmasını, $i_L(t)$ akımının anahtarlamadan sonra 100 ms içinde en az 1A'e ulaşmasını, 1 - 1.5 s arasında 1A'in üzerinde kalmasını istiyoruz. Buna uygun bir akım dalgabınızı üretecek kondansatörün değerini bulalım. Ayrıca anahtar hareket etmeden hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepkiyi çizelim ve tasarımımızı doğrulayalım.



$t=0$ 'da anahtarın konumu değiştirilmeden önce, kondansatör açık devre gibi ve indüktör kısa devre gibi davranıştır. Dolayısı ile:

$$i_L(0^-) = i_L(0^+) = 0 \text{ A} \text{ ve } v_C(0^-) = v_C(0^+) = 12 \text{ V}$$

Anahtarlamadan sonra devre aşağıdaki karakteristik denklem tarafından tanımlanan kaynaksız seri bir RLC devresi olur.

$$s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0$$

Bu denklemin kökleri $s = -s_1$ ve $-s_2$ olsun. O hâlde karakteristik denklem aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$(s + s_1)(s + s_2) = s^2 + (s_1 + s_2)s + s_1s_2 = 0$$

Her iki ifadeyi karşılaştırarak

$$\frac{R}{L} = s_1 + s_2 = 20$$

ve

$$\frac{1}{LC} = s_1s_2$$

TASARIM ÖRNEĞİ 7.20

Şekil 7.50

Ateşleme sistemi için devre modeli.

ÇÖZÜM

olduğunu görürüz. Devrenin aşırı sönümlü olması gerekiğinden, induktör akımı aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$i_L(t) = K_1 e^{-s_1 t} + K_2 e^{-s_2 t}$$

Anahtarlamadan hemen sonra,

$$i_L(0^+) = K_1 + K_2 = 0$$

olduğundan

$$K_2 = -K_1$$

olur. Ayrıca $t = 0^+$ 'da $i_L = 0$ olduğundan $i_L R = 0$ olur ve dolayısıyla induktör gerilimi kondansatör gerilimine eşit olur. Böylece aşağıdaki ifadeyi yazabiliyoruz:

$$v_L(0^+) = L \frac{di_L(0^+)}{dt} \Rightarrow -s_1 K_1 + s_2 K_1 = \frac{12}{L}$$

Buradan

$$K_1 = \frac{60}{s_2 - s_1}$$

elde edilir. Şimdi $s_1 + s_2 = 20$ koşulunu sağlayacak şekilde keyfi olarak $s_1 = 3$ ve $s_2 = 17$ değerlerini seçelim. Buradan,

$$K_1 = \frac{60}{s_2 - s_1} = \frac{60}{14} = 4.29$$

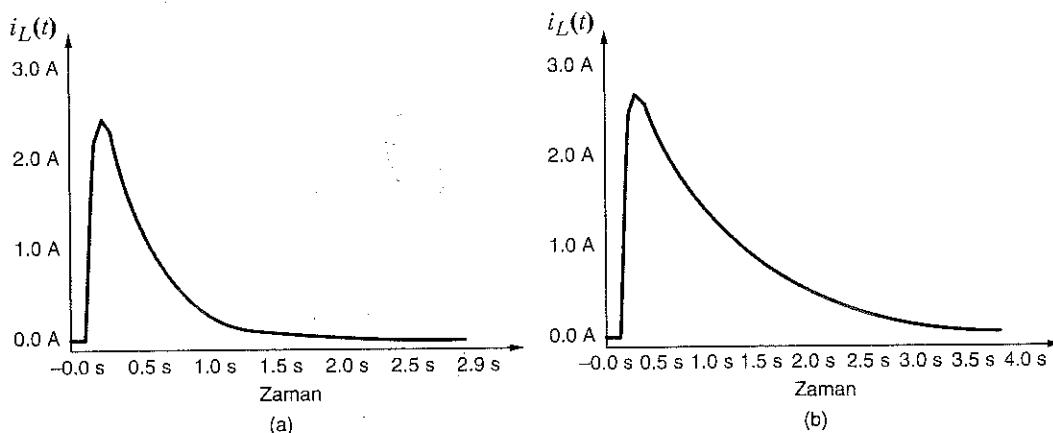
$$C = \frac{1}{L s_1 s_2} = \frac{1}{(0.2)(3)(17)} = 98 \text{ mF}$$

bulunur. Böylece akım

$$i_L(t) = 4.29 [e^{-3t} - e^{-17t}] \text{ A}$$

şeklinde bulunur. Şekil 7.51a $i_L(t)$ 'nin çizimin göstermektedir. 100 ms'de akım 2.39 A değerine ulaşmıştır. Bu da başlangıçta tanımladığımız tasarım girdileri ile uyumludur. Fakat 1 saniye sonra, $t = 1.1\text{s}'de i_L(t)$ akım 0.16A değerine düşmüştür. Bu değer, istenilen değerin çok altındadır. Yani akım çok çabuk düşmektedir. s_1 ve s_2 için iyi bir tahmin yapabilmek için önce köklerin akım dalgabılığını nasıl etkilediğini $s_2 > s_1$ varsayıarak inceleyelim.

$s_2 > s_1$ olduğundan s_2 ile ilgili üstel kısım s_1 ile ilgili olana göre sıfıra daha hızlı düşecektir. Bu da $i_L(t)$ akımının artmasına neden olur, s_2 'nin değeri ne kadar büyükse, artma o kadar hızlı olur. $5(1/s_2)$ kadar zaman geçikten sonra, s_2 ile ilgili üstel kısım yaklaşık olarak sıfır olur ve $i_L(t)$, $\tau = 1/s_1$ zaman sabiti ile üstel biçimde azalır. Dolayısıyla $i_L(t)$ 'nin düşmesini yavaşlatmak için s_1 'i azaltmalıyız. Şimdi $s_1 = 1$ olarak seçelim. $s_1 + s_2$ toplamının 20 olması gerekiğinden $s_2 = 19$ olur. Bu koşullar altında



Şekil 7.51 Ateşleme akımının değişimi.

$$C = \frac{1}{Ls_1 s_2} = \frac{1}{(0.2)(1)(19)} = 263 \text{ mF}$$

ve

$$K_1 = \frac{60}{s_2 - s_1} = \frac{60}{18} = 3.33$$

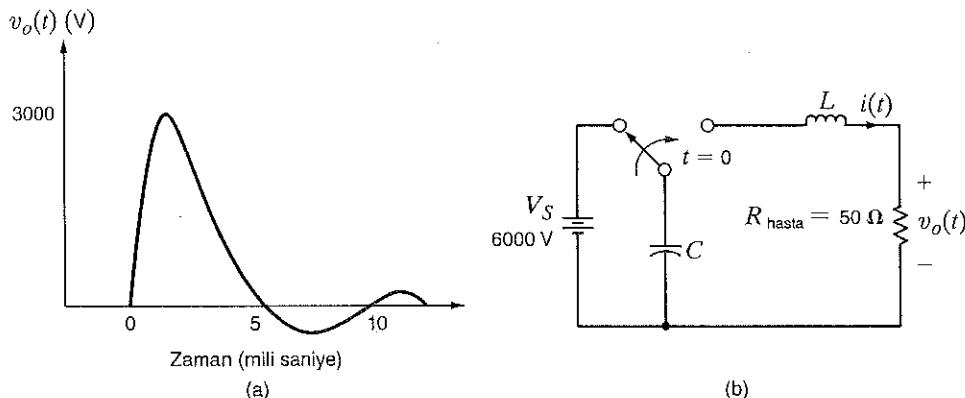
olur. Akım ise

$$i_L(t) = 3.33[e^{-t} - e^{-19t}] \text{ A}$$

olur. Bu da, Şekil 7.51b'de gösterilmektedir. 100ms anında akım 2.52A'dır. Ayrıca, $t = 1.1s$ 'de akım, 1A gereksinimin üzerinde bir değer olan 1.11A'dır. Dolayısı ile $C = 263 \text{ mF}$ seçimi tüm tasarım isterlerimizi sağlamaktadır.

TASARIM ÖRNEĞİ 7.21

Kalp kaslarının hızlı ve düzensiz kasılması fibrilasyon olarak adlandırılır. Buna karşılık da diyebiliriz. Kalp hastalarının karşılaşabileceği bu sorunu gidermek için defibrilatör adı verilen bir cihaz kullanılır. Düzensiz kasılma başladığında defibrilatör cihazı kalbe bir elektrik şoku uygular. Lown defibrilatörü adı verilen bu cihaz Dr. Bernard Lown tarafından 1962'de geliştirilmiştir. Devrenin temel özelliği Şekil 7.52a'da gösterilen gerilim şeklini üretmesidir. Şekil 7.52b'de Lown dalga biçimini üretebilen basitleştirilmiş bir devre diyagramı gösterilmektedir. İndüktör ve kondansatör için gerekli değerleri bulalımlı.



Şekil 7.52 Lown defibrilatör dalga biçimini ve basitleştirilmiş devresi, John Wiley&Sons, Inc. Introduction to firmasının izniyle tekrar çizilmiştir (Biomedical Equipment Technology.)

Lown dalga biçimi doğası gereği salınımlı olduğu için devrenin eksik sönümlü ($\zeta < 1$) olduğunu biliyoruz. Dolayısıyla hastaya uygulanan gerilim biçimini aşağıdaki gibidir:

$$v_o(t) = K_1 e^{-t\omega_o} \sin[\omega t]$$

Seri RLC devresi için yazılan bu bağıntıdaki parametreler aşağıda tanımlanmıştır:

$$\zeta\omega_o = \frac{R}{2L}$$

$$\omega = \omega_o \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ÇÖZÜM

Şekil 7.52a'dan, sinüs fonksiyonu için periyot

$$T = 10 \text{ ms}$$

olar. Bu değeri kullanarak ω_o ve ζ cinsinden bir bağıntı elde edebiliriz.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \omega_o \sqrt{1 - \zeta^2} = 200\pi \text{ rad/s}$$

İkinci bir ifade de $v_o(t)$ 'nin $t = T/4$ 'deki değerinin $t = 3T/4$ 'deki değerine oranından elde edilir. Bu iki anda, sinüs fonksiyonu sırasıyla +1 ve -1'e eşittir. Şekil 7.52a'daki değerler kullanılarak aşağıdaki ifadeyi yazabiliriz:

$$\frac{v_o(t/4)}{-v_o(3T/4)} = \frac{K_1 e^{-\zeta\omega_o(T/4)}}{K_1 e^{-\zeta\omega_o(3T/4)}} = e^{\zeta\omega_o(T/2)} \approx \frac{3000}{250} = 12$$

ya da

$$\zeta\omega_o = 497.0$$

$R = 50 \Omega$ verilmektedir. Dolayısıyla gerekli induktör değeri,

$$L = 50.3 \text{ mH}$$

olar. ω için ifademizi kullanarak

$$\omega^2 = (200\pi)^2 = \omega_o^2 - (\zeta\omega_o)^2$$

ya da

$$= (200\pi)^2 = \frac{1}{LC} - (497.0)^2$$

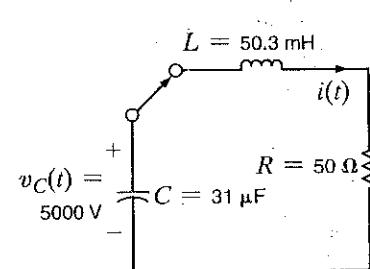
yazılır. Kondansatör değeri aşağıdaki gibi bulunur.

$$C = 31.0 \mu\text{F}$$

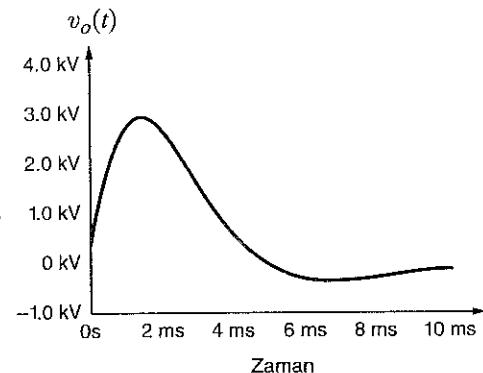
Şekil 7.53a'da gösterilen devreyi kullanarak tasarımımızı doğrulayalım. Şekil 7.53b'de gösterilen çıkış gerilim grafiği Şekil 7.52a'da gösterilen Lown dalgası ile uyumludur; dolayısıyla tasarımımızı başarılı olarak değerlendirebiliriz. Ancak, çözüm geçerli olsa da tek çözüm değildir. Birçok tasarım probleminde olduğu gibi, burada da tasarım isterlerini sağlamak için birden fazla çözüm bulunabilir.

Şekil 7.53

Lown defibrilatörü için devre ve çıkış grafiği.



(a)



(b)

ÖZET

Birinci Mertebeden Devreler

- Bir RC ya da RL geçici durum devresi içerisinde sadece bir kondansatör ya da bir induktör bulunduruyorsa birinci mertebe olarak adlandırılır. Devredeki herhangi bir yerdeki gerilim ya da akım birinci mertebeden bir diferansiyel denklem çözümlerele edilebilir.
- Zorlama fonksiyonu sabit bir değer olan birinci mertebeden bir diferansiyel denklemin yapısı

$$\frac{dx(t)}{dt} + \frac{x(t)}{\tau} = A$$

birimde olup bu denklemen çözümü aşağıda verilmektedir:

$$x(t) = A\tau + K_2 e^{-t/\tau}$$

Burada $A\tau$ kalıcı durum çözümü olarak, τ değeri de zaman sabiti olarak adlandırılır.

- $e^{-t/\tau}$ fonksiyon 5τ kadar bir süre içerisinde başlangıç değerinin $\% 1$ 'inden daha küçük bir değere düşer. Dolayısıyla τ zaman sabiti, devrenin kalıcı duruma erişmesi için gereken zamanı belirler.
- Bir RC devresi için zaman sabiti $R_{Th}C$ ve bir RL devresi için zaman sabiti L/R_{Th} 'dır. Burada R_{Th} , enerji depolayan elemanın (yani, kondansatör ya da induktör) uçları arasından devreye bakıldığından görülen Thevenin eşdeğer direncidir.
- Birinci mertebeden geçici devreleri çözmek için diferansiyel denklem yaklaşımı veya adım adım ilerleme yaklaşımı kullanılabilir. Bunlardan ilkinde, devrenin dinamik davranışını tanımlayan diferansiyel denklem çözümlerele istenen akım veya gerilim bulunur. İkinci durumda ise, kondansatör üzerindeki gerilimin ya da induktördeki akımın başlangıç ve kalıcı durum değerleri ile devrenin zaman sabiti istenen akım veya gerilim bulunur.

- Birinci mertebeden bir devrenin bir darpaya verdiği tepkiyi hesaplamak için, darbenin iki basamak fonksiyonun toplamı olduğu düşünülebilir.

İkinci Mertebeden Devreler

- Bir RLC geçici devresindeki gerilim ya da akım aşağıdaki biçimdeki gibi bir sabit katsayılı diferansiyel denklemle tanımlanabilir

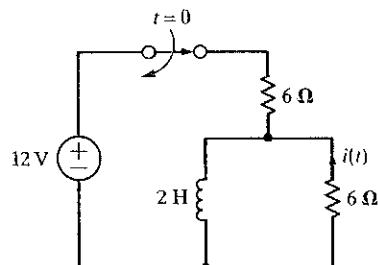
$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_0 \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x(t) = f(t)$$

Burada $f(t)$ devre zorlama fonksiyonudur.

- İkinci mertebeden bir devre için karakteristik denklem $s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$ biçimindedir. Burada ζ sönümlü katsayısi (veya oranı) ve ω_0 sönümzsüz doğal frekans değeridir.
- Eğer karakteristik denklemdeki iki kökü
 - gerçel ve birbirinden farklı ise o zaman $\zeta > 1$ 'dir ve tepki aşırı sönümlüdür.
 - gerçel ve birbirine eşit ise o zaman $\zeta = 1$ 'dir ve tepki kritik sönümlüdür.
 - karmaşık eşenekseler o zaman $\zeta < 1$ olup devre tepkisi eksik sönümlüdür.
- Üç sönümlü tipi ve ilgili devre tepkileri aşağıda verilmektedir:
 1. Aşırı sönümlü $x(t) = K_1 e^{-(\zeta\omega_0 - \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1})t} + K_2 e^{-(\zeta\omega_0 + \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1})t}$
 2. Kritik sönümlü $x(t) = B_1 e^{-\zeta\omega_0 t} + B_2 t e^{-\zeta\omega_0 t}$
 3. Eksik sönümlü $x(t) = e^{-\sigma t}(A_1 \cos \omega_d t + A_2 \sin \omega_d t)$
Burada $\sigma = \zeta\omega_0$ ve $\omega_d = \omega_0\sqrt{1 - \zeta^2}$ dir.
- Devrenin tepki denklemlerindeki iki bilinmeyen katsayıyı elde etmek için iki tane başlangıç koşuna ihtiyaç vardır.

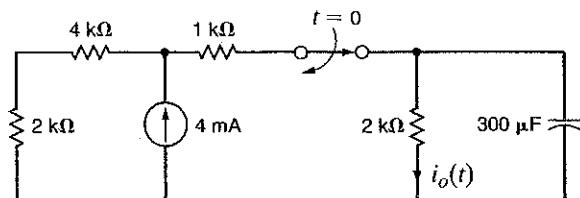
PROBLEMLER

- 7.1 Şekil P7.1'deki devrede $t > 0$ için $i(t)$ 'yi bulmak için diferansiyel denklem yaklaşımını kullanınız.



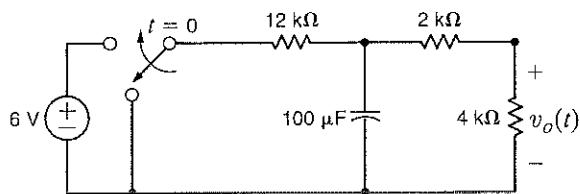
Şekil P7.1

- 7.2 Şekil P7.2'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulmak için diferansiyel denklem yaklaşımını kullanınız.



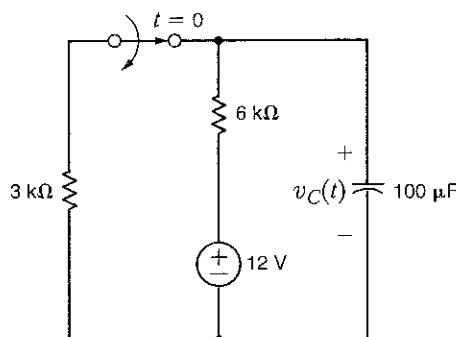
Şekil P7.2

- 7.3 Şekil P7.3'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulmak için diferansiyel denklem yaklaşımını kullanınız ve anahtarlarmadan hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepki grafiğini çiziniz.



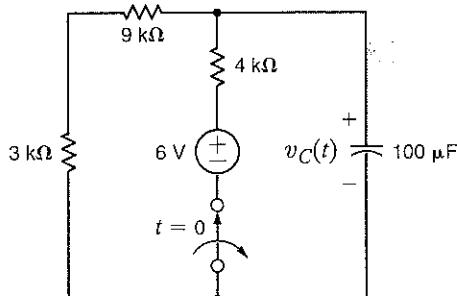
Şekil P7.3

- 7.4 Şekil P7.4'teki devrede $t > 0$ için $v_C(t)$ gerilimini diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz.



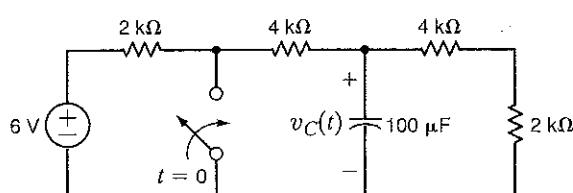
Şekil P7.4

- 7.5 Şekil P7.5'teki devrede $t > 0$ için $v_C(t)$ gerilimini diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz.



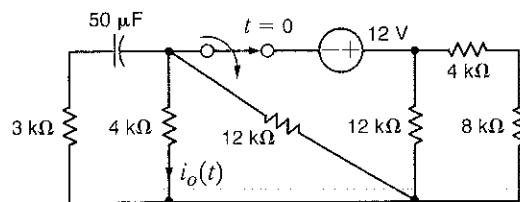
Şekil P7.5

- 7.6 Şekil P7.6'daki devrede $t > 0$ için $v_C(t)$ gerilimini diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz ve anahtar kapanmadan hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepki grafiğini çiziniz.



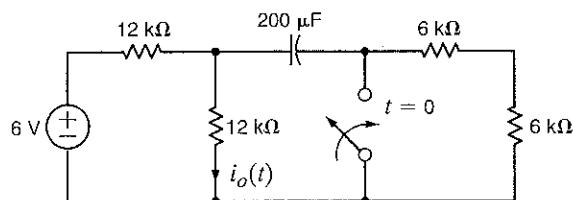
Şekil P7.6

- 7.7 Şekil P7.7'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz ve anahtar açılmadan hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepki grafiğini çiziniz.



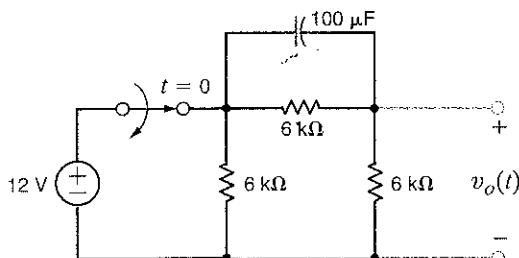
Şekil P7.7

- 7.8 Şekil P7.8'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz ve anahtar kapanmadan hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepki grafiğini çiziniz.



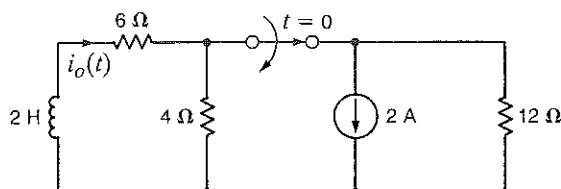
Şekil P7.8

- 7.9 Şekil P7.9'daki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz ve anahtar açılmadan hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepki grafiğini çiziniz.



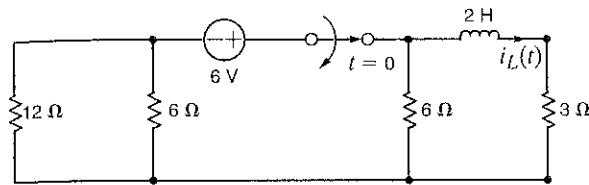
Şekil P7.9

- 7.10 Şekil P7.10'daki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz.



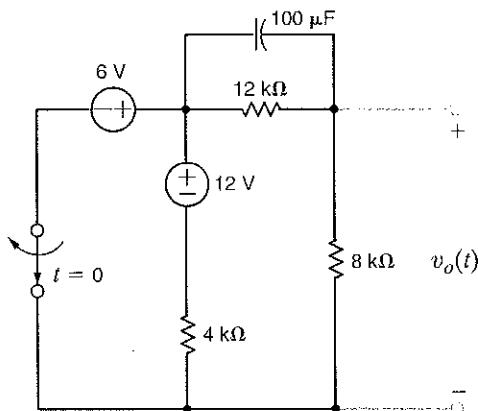
Şekil P7.10

- 7.11 Şekil P7.11'deki devrede $t > 0$ için $i_L(t)$ akımını diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz ve anahtar açmadan hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepki grafiğini çiziniz.



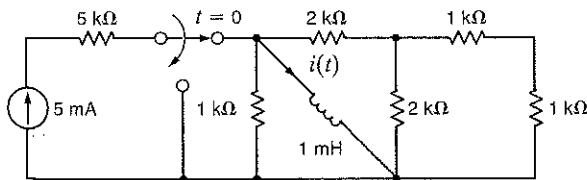
Şekil P7.11

- 7.12 Şekil P7.12'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz ve anahtar açmadan hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepki grafiğini çiziniz.



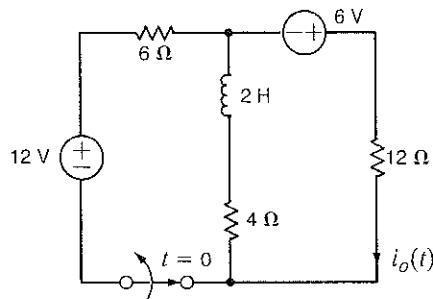
Şekil P7.12

- 7.13 Şekil P7.13'teki devrede $t > 0$ için $i(t)$ akımını diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz ve anahtar açmadan hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepki grafiğini çiziniz.



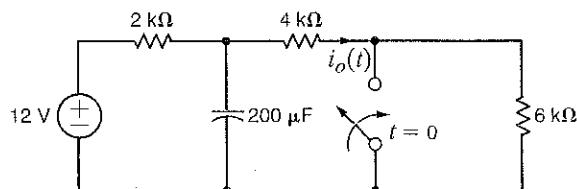
Şekil P7.13

- 7.14 Şekil P7.14'teki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz ve anahtar açmadan hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepki grafiğini çiziniz.



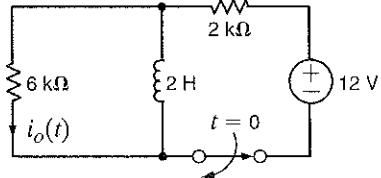
Şekil P7.14

- 7.15 Şekil P7.15'teki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



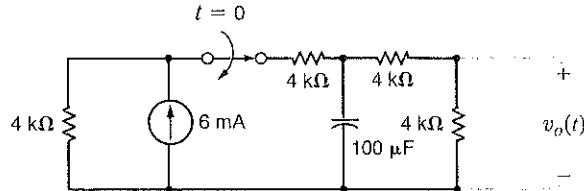
Şekil P7.15

- 7.16 Şekil P7.16'daki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



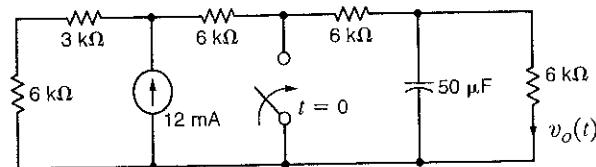
Şekil P7.16

- 7.17 Şekil P7.17'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



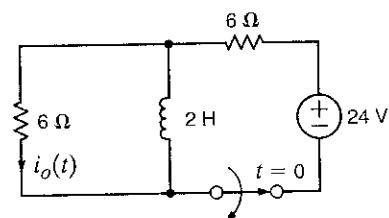
Şekil P7.17

7.18 Şekil P7.18'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



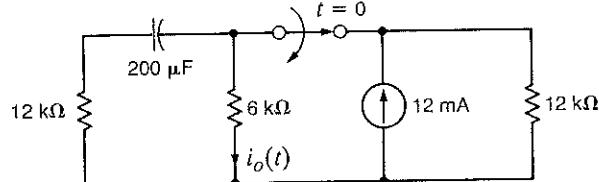
Şekil P7.18

7.19 Şekil P7.19'daki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



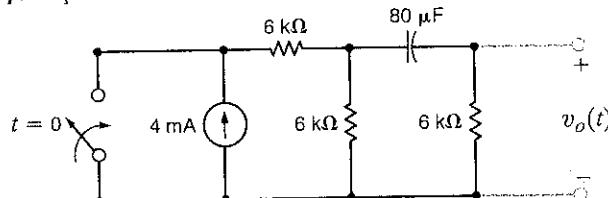
Şekil P7.19

7.20 Şekil P7.20'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



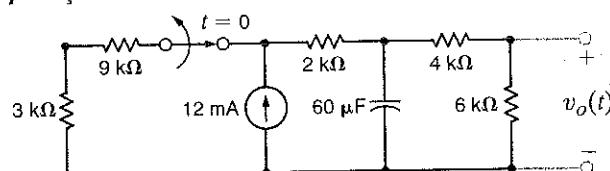
Şekil P7.20

7.21 Şekil P7.21'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



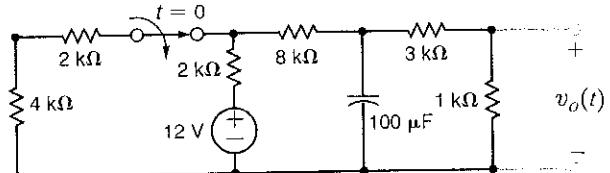
Şekil P7.21

7.22 Şekil P7.22'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



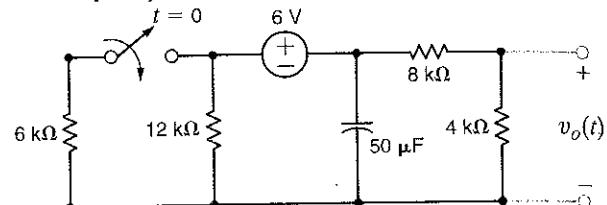
Şekil P7.22

7.23 Şekil P7.23'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



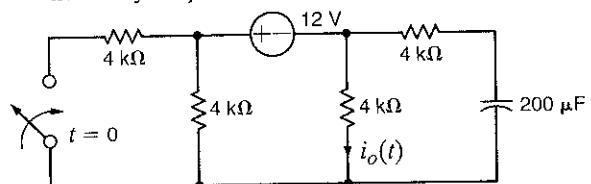
Şekil P7.23

7.24 Şekil 7.25'teki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



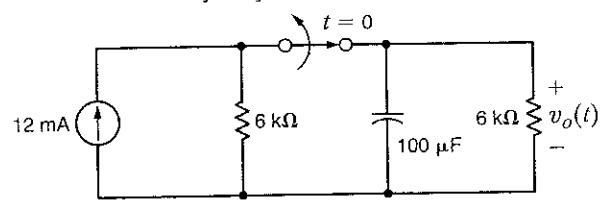
Şekil P7.24

7.25 Şekil 7.25'teki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



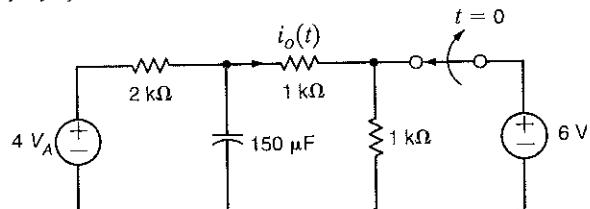
Şekil P7.25

7.26 Şekil 7.26'daki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



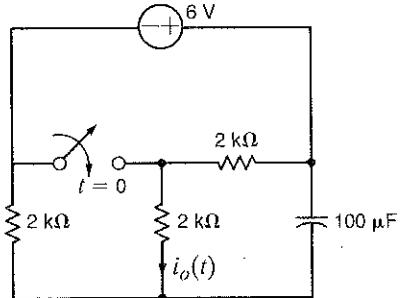
Şekil P7.26

7.27 Şekil P7.27'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



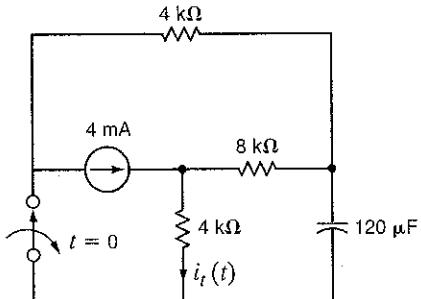
Şekil P7.27

7.28 Şekil P7.28'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



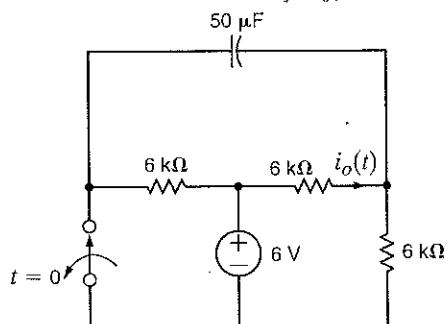
Şekil P7.28

7.29 Şekil P7.29'daki devrede $t > 0$ için $i_t(t)$ akımını bulunuz.



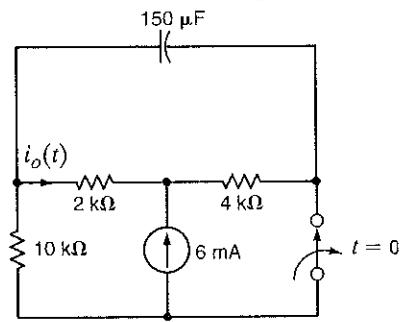
Şekil P7.29

7.30 Şekil P7.30'daki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



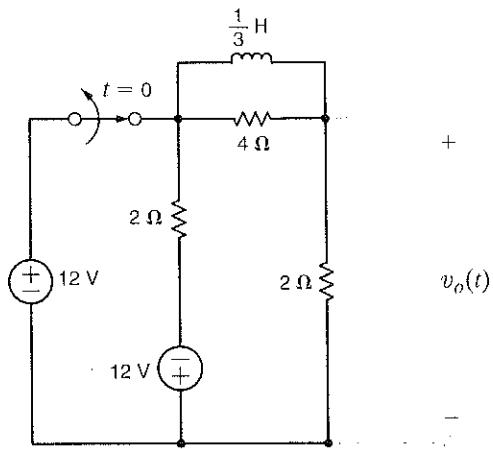
Şekil P7.30

7.31 Şekil P7.31'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



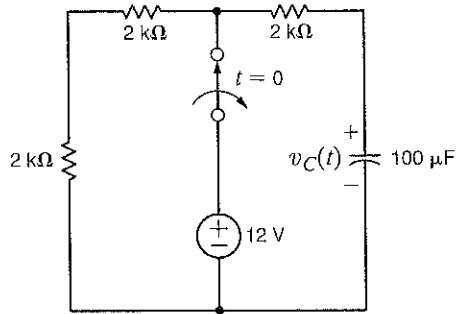
Şekil P7.31

7.32 Şekil P7.32'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



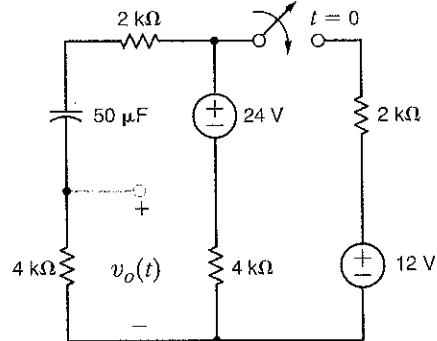
Şekil P7.32

7.33 Şekil P7.33'teki devrede $t > 0$ için $v_C(t)$ gerilimini adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



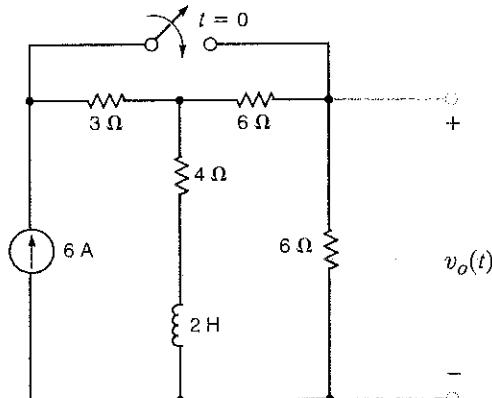
Şekil P7.33

7.34 Şekil P7.34'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



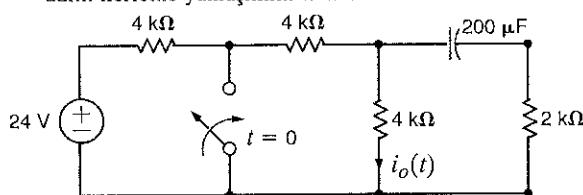
Şekil P7.34

- 7.35 Şekil P7.35'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



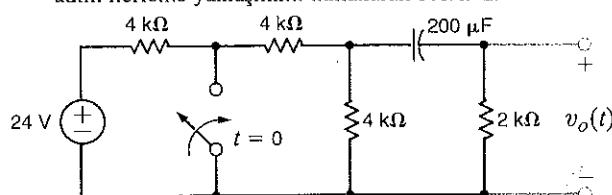
Şekil P7.35

- 7.36 Şekil P7.36'daki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



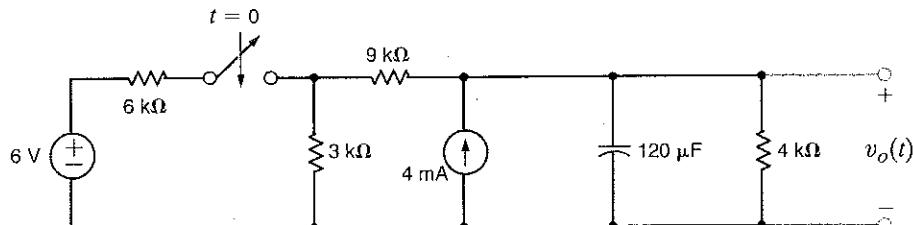
Şekil P7.36

- 7.37 Şekil P7.37'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



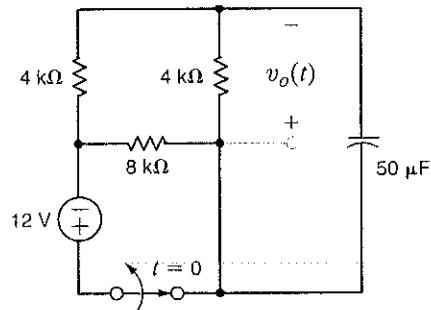
Şekil P7.37

- 7.41 Şekil P7.41'deki anahtar $t = 0$ anında kapatılıyor. $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



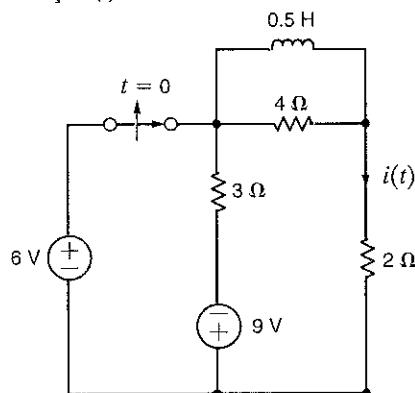
Şekil P7.41

- 7.38 Şekil P7.38'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



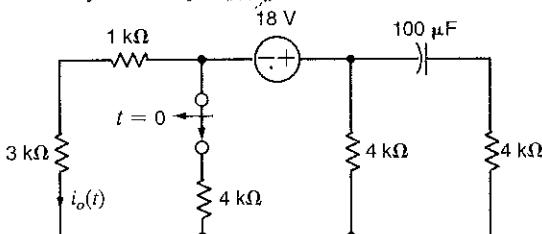
Şekil P7.38

- 7.39 Şekil P7.39'daki anahtar $t = 0$ anında açılıyor. $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulunuz.



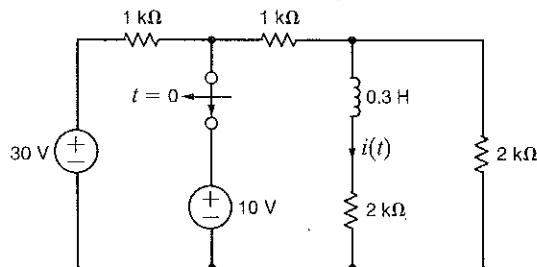
Şekil P7.39

- 7.40 Şekil P7.40'daki anahtar $t = 0$ anında hareket ettiyor. $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



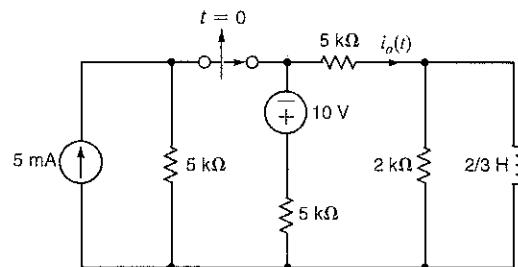
Şekil P7.40

- 7.42** Şekil 7.42'deki devredeki anahtar uzun süre kapalı kaldıktan sonra $t = 0$ anında açılıyor. $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulunuz.



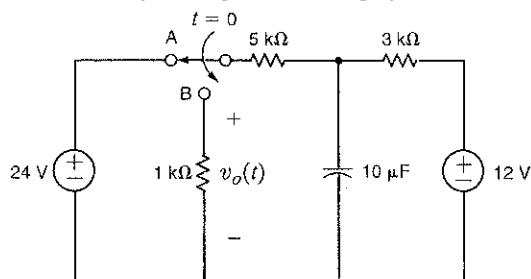
Şekil P7.42

- 7.43** Şekil 7.43'teki devredeki anahtar uzun süre kapalı kaldıktan sonra $t = 0$ anında ok yönünde hareket ettiriliyor. $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



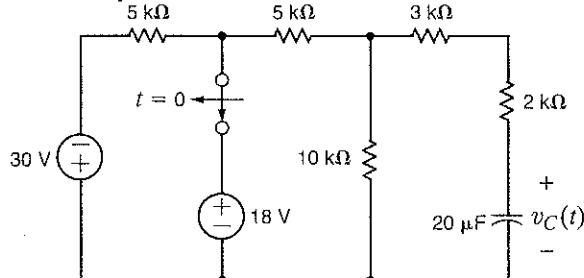
Şekil P7.43

- 7.44** Şekil 7.44'teki devredeki anahtar uzun süre A pozisyonunda kaldıktan sonra $t = 0$ anında B pozisyonuna alınıyor. $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini hesaplayınız.



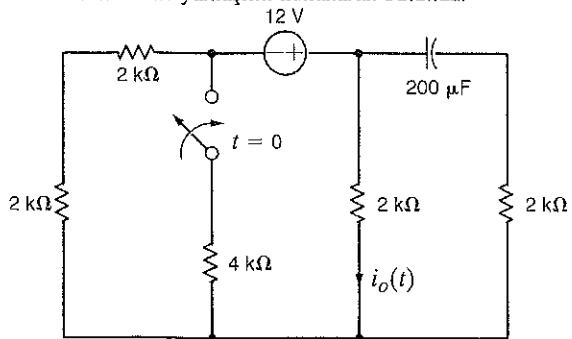
Şekil P7.44

- 7.45** Şekil P7.45'teki devredeki anahtar uzun süre kapalı kaldıktan sonra $t = 0$ anında açılmıştır. $t > 0$ için $v_c(t)$ gerilimini belirleyiniz.



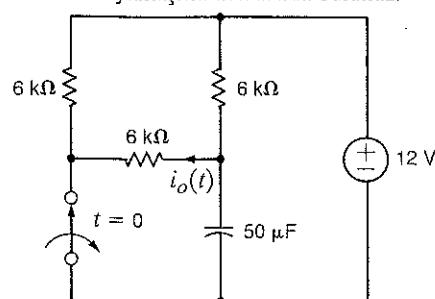
Şekil P7.45

- 7.46** Şekil P7.46'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımı kullanarak bulunuz.



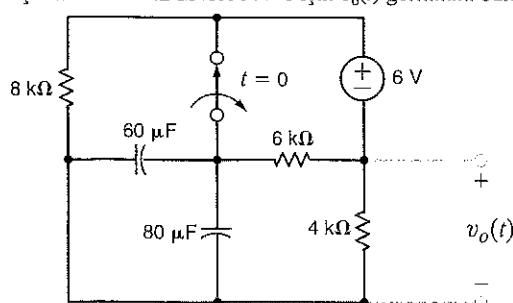
Şekil P7.46

- 7.47** Şekil P7.47'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımı kullanarak bulunuz.



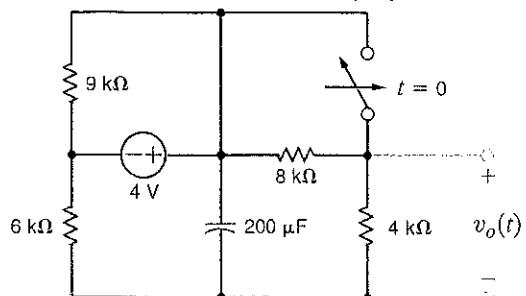
Şekil P7.47

- 7.48** Şekil P7.48'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



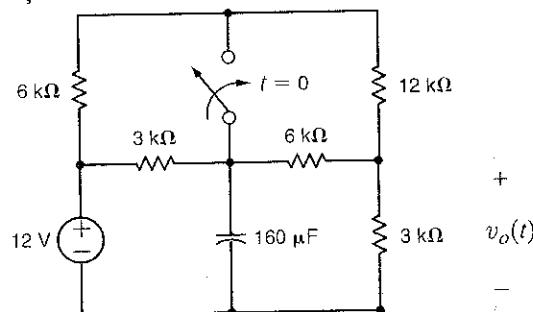
Şekil P7.48

- 7.49** Şekil P7.49'daki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



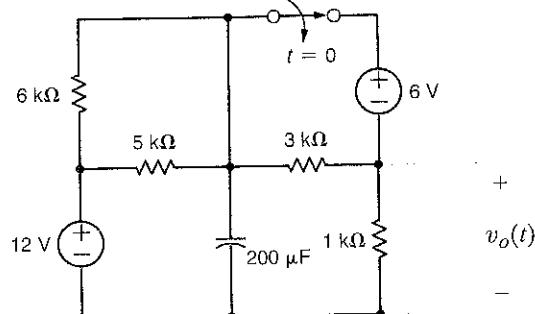
Şekil P7.49

7.50 Şekil P7.50'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



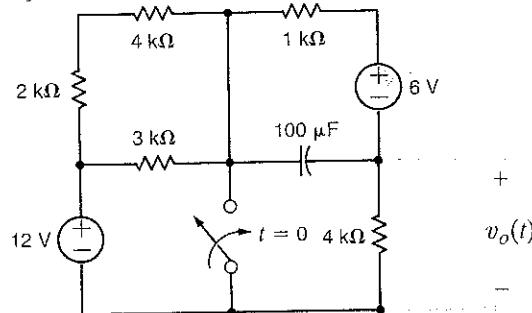
Şekil P7.50

7.51 Şekil P7.51'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



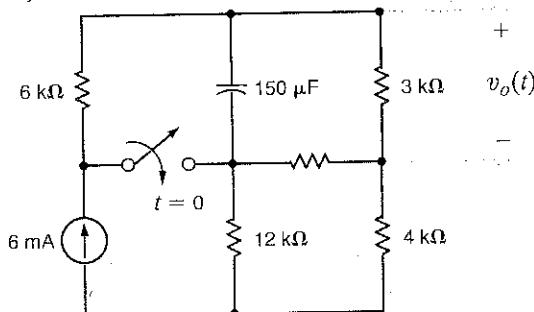
Şekil P7.51

7.52 Şekil P7.52'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



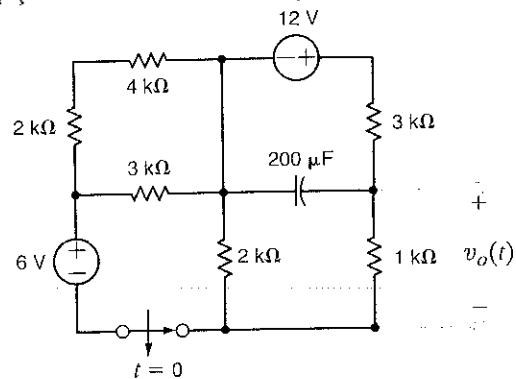
Şekil P7.52

7.53 Şekil P7.53'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



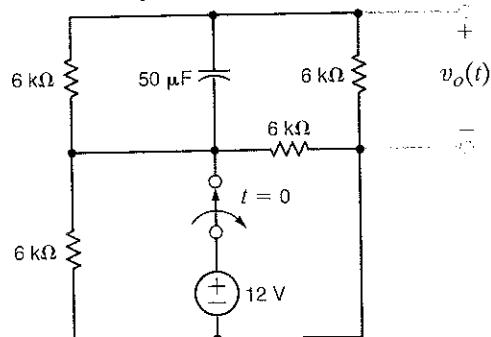
Şekil P7.53

7.54 Şekil P7.54'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



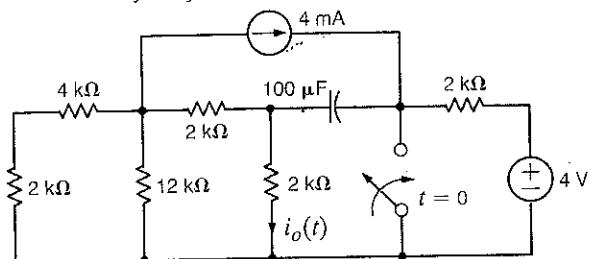
Şekil P7.54

7.55 Şekil P7.55'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini adım adım ilerleme yaklaşımı kullanarak bulunuz.



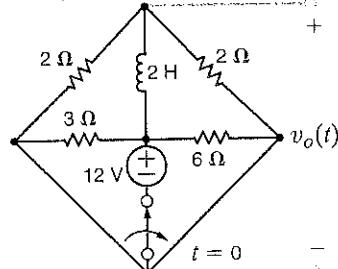
Şekil P7.55

7.56 Şekil 7.56'daki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımı kullanarak bulunuz.



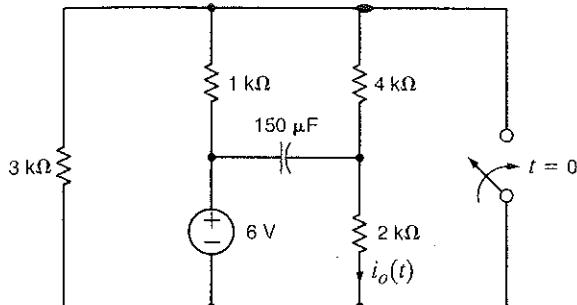
Şekil P7.56

7.57 Şekil 7.57'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini adım adım ilerleme yaklaşımı kullanarak bulunuz.



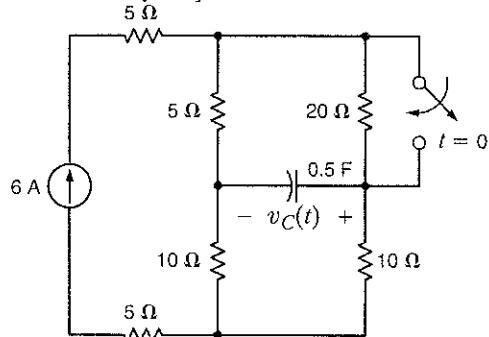
Şekil P7.57

7.58 Şekil 7.58'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



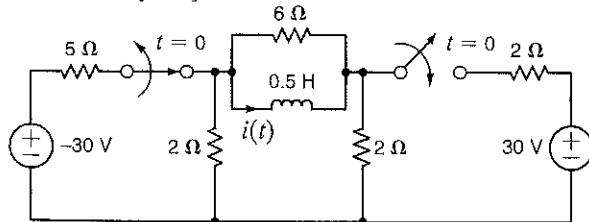
Şekil P7.58

7.59 Şekil 7.59'daki devrede $t > 0$ için $v_c(t)$ gerilimini adım adım ilerleme yaklaşımı kullanarak bulunuz.



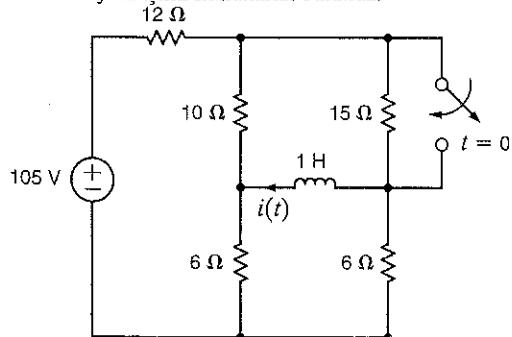
Şekil P7.59

7.60 Şekil 7.60'daki devrede $t > 0$ için $i(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımı kullanarak bulunuz.



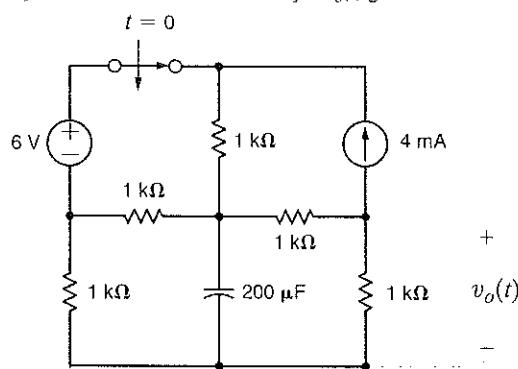
Şekil P7.60

7.61 Şekil 7.61'deki devrede $t > 0$ için $i(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımı kullanarak bulunuz.



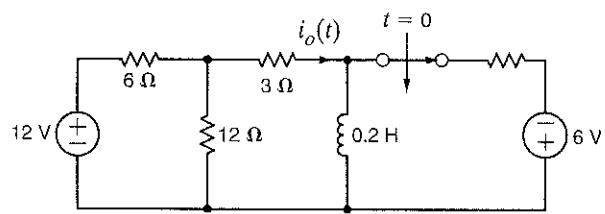
Şekil P7.61

7.62 Şekil 7.62'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



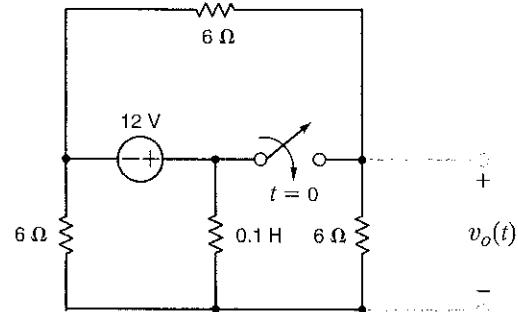
Şekil P7.62

7.63 Şekil 7.63'teki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



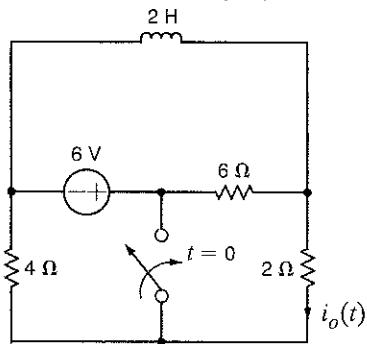
Şekil P7.63

7.64 Şekil 7.64'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



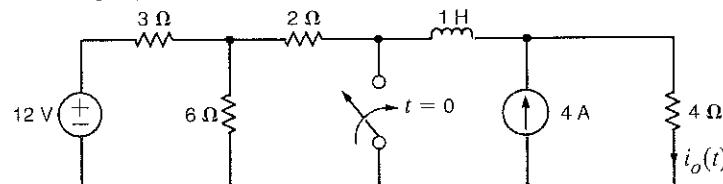
Şekil P7.64

7.65 Şekil 7.65'teki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



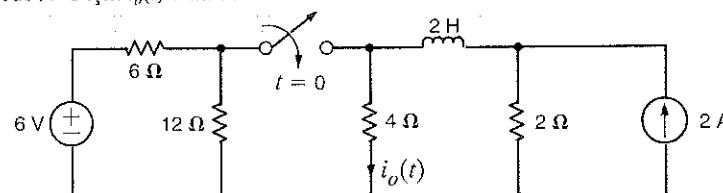
Şekil P7.65

7.66 Şekil 7.66'daki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



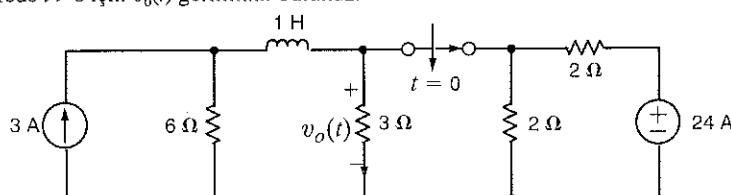
Şekil P7.66

7.67 Şekil 7.67'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



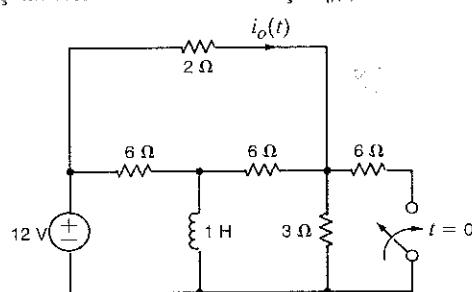
Şekil P7.67

7.68 Şekil 7.68'daki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



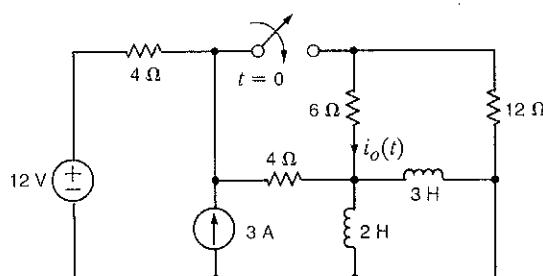
Şekil P7.68

7.69 Şekil 7.69'daki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



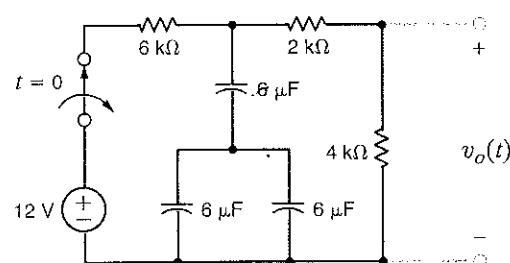
Şekil P7.69

7.70 Şekil 7.70'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak hesaplayınız.



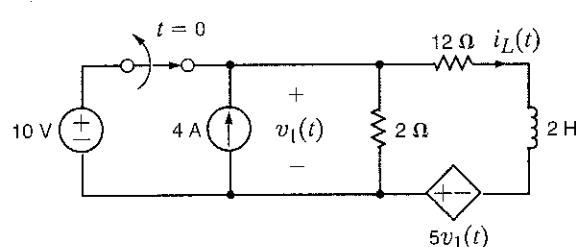
Şekil P7.70

7.71 Şekil 7.71'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak hesaplayınız.



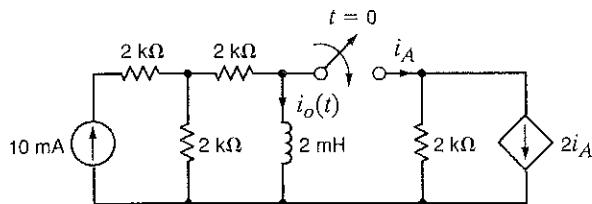
Şekil P7.71

7.72 Şekil 7.72'deki devrede $t > 0$ için $i_L(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak hesaplayınız.



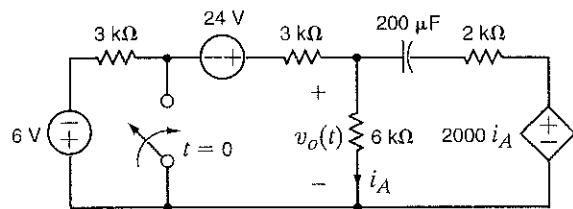
Şekil P7.72

- 7.73 Şekil 7.73'teki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımı kullanarak hesaplayınız.



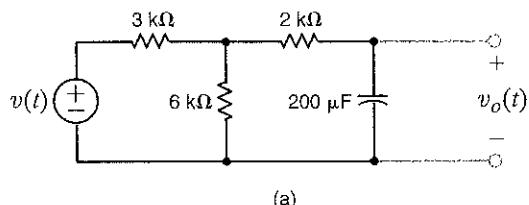
Şekil P7.73

- 7.74 Şekil 7.74'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini adım adım ilerleme yaklaşımı kullanarak hesaplayınız.

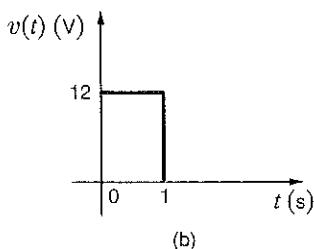


Şekil P7.74

- 7.75 Şekil 7.75b'deki darbe gerilimine maruz kaldığında Şekil 7.75a'daki $v_o(t)$ geriliminin $t > 0$ için denklemini belirleyiniz.



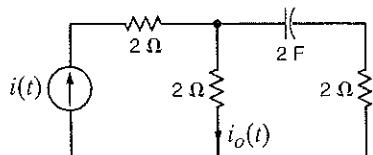
(a)



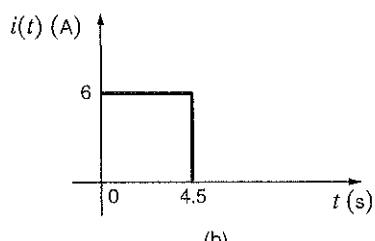
(b)

Şekil P7.75

- 7.76 Şekil 7.76a'daki devredeki akım kaynağı Şekil 7.76b'de tanımlanmıştır. Kondansatör üzerindeki başlangıç gerilimi sıfır olmalıdır (Neden?). $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını belirleyiniz.



(a)

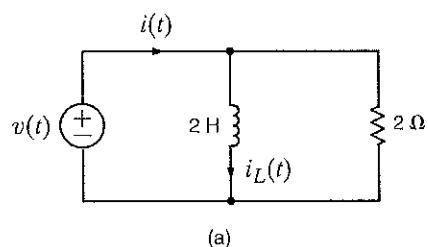


(b)

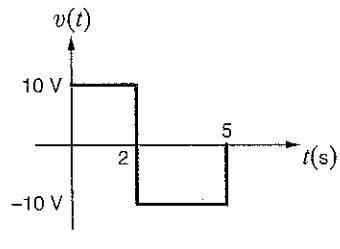
Şekil P7.76

- 7.77 Şekil P7.77a'da gösterilen $v(t)$ gerilimi Şekil P7.77b'de gösterilen grafikte verilmektedir. Eğer $i_L(0) = 0$ ise aşağıdaki soruları yanıtlayınız:

- $t=3$ s'de indüktörde ne kadar enerji saklanır?
- $t=4$ s'de kaynak ne kadarlık güç sağlar?
- $t=3$ s'de indüktör ne kadar güç absorbe eder.



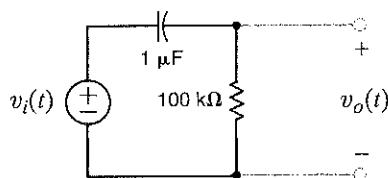
(a)



(b)

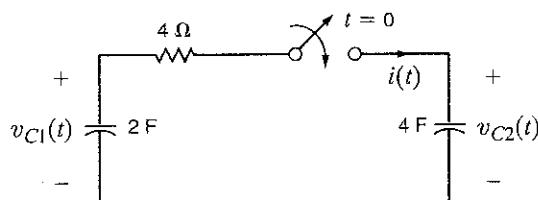
Şekil P7.77

- 7.78** Şekil P7.78'deki devrede giriş gerilimi $v_i(t) = 5(u(t) - u(t - 0.05))V$ ise çıkıştaki $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.



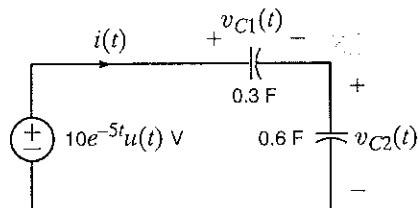
Şekil P7.78

- 7.79** G Şekil P7.79'daki devrede $v_{C1}(0-) = -10$ ve $v_{C2}(0-) = 20$ V verilmektedir, $i(0+)$ değerini bulunuz.



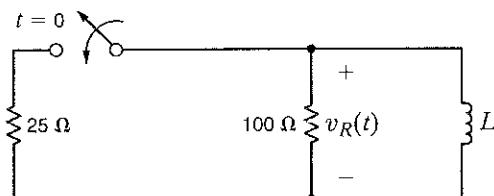
Şekil P7.79

- 7.80** Şekil P7.80'deki devrede $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulunuz. $v_{C1}(0-) = -10$ V ise $v_{C2}(0-)$ değerini hesaplayınız.



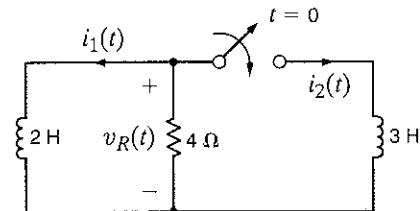
Şekil P7.80

- 7.81** Şekil P7.81'deki devrede $t < 0$ için $v_R(t) = 100e^{-400t}$ V dir. $t > 0$ için $v_R(t)$ gerilimini bulunuz.



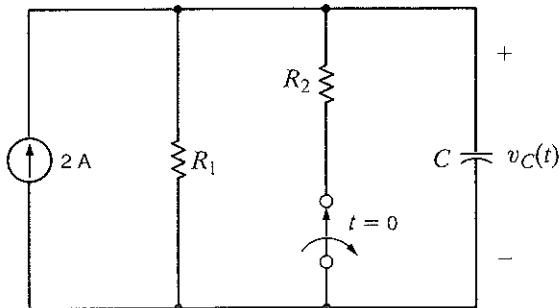
Şekil P7.81

- 7.82** Şekil P7.82'deki devre $t=0'$ da kapatılmıştır. $i_1(0-) = 2$ A ise $i_2(0+)$, $v_R(0+)$ ve $i_1(t = \infty)$ değerlerini belirleyiniz.



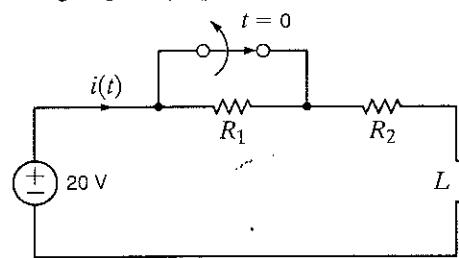
Şekil P7.82

- 7.83** Şekil P7.83'teki devredeki anahtar uzun bir süre kapalı kaldıktan sonra $t = 0'$ da açmıştır. $v_C(t) = 20 - 8e^{-0.05t}$ V ise R_1 , R_2 ve C 'yi bulunuz.



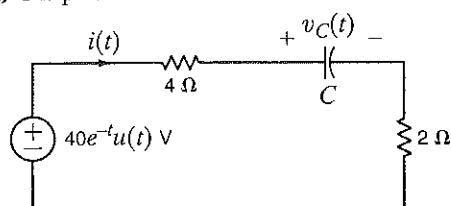
Şekil P7.83

- 7.84** Şekil P7.84'teki devrede $t > 0$ için $i(t) = 2.5 + 1.5e^{-4t}$ verildiğine göre R_1 , R_2 ve L 'yi bulunuz.



Şekil P7.84

- 7.85** Şekil P7.85'teki verilen devrede $t > 0$ için $i(t) = 13.33e^{-t} - 8.33e^{-0.5t}$ olduğuna göre aşağıdakileri bulunuz.
(a) $v_c(0)$,
(b) $v_c(t = 1\text{ s})$,
(c) C kapasitansı



Şekil P7.85

- 7.86** Bir devredeki $i_o(t)$ akımı için aşağıdaki diferansiyel denklem tanımlanmaktadır.

$$\frac{d^2i_o(t)}{dt^2} + 6\frac{di_o(t)}{dt} + 4i_o(t) = 0$$

Buna göre,

- (a) devrenin karakteristik denklemi
- (b) devrenin doğal frekanslarını
- (c) $i_o(t)$ ifadesini bulunuz.

- 7.87** Bir devredeki $v_l(t)$ gerilimi aşağıdaki denklemle tanımlanmaktadır.

$$\frac{d^2v_l(t)}{dt^2} + 4\frac{dv_l(t)}{dt} + 5v_l(t) = 0$$

Buna göre,

- (a) devrenin karakteristik denklemi
- (b) devrenin doğal frekanslarını
- (c) $v_l(t)$ ifadesini bulunuz.

- 7.88** Bir devredeki $v_l(t)$ gerilimi aşağıdaki denklemle tanımlanmaktadır:

$$\frac{d^2v_l(t)}{dt^2} + 2\left[\frac{dv_l(t)}{dt}\right] + 5v_l(t) = 0$$

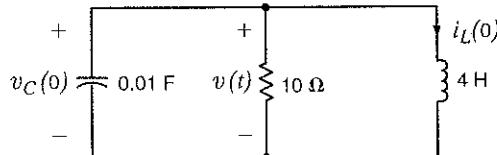
Buna göre,

- (a) devrenin karakteristik denklemi
- (b) devrenin doğal frekanslarını
- (c) $v_l(t)$ ifadesini bulunuz.

- 7.89** Bir paralel RLC devresinde $R = 1 \Omega$ 'luk bir direnç ve $L = 2H$ 'lik bir induktör bulunmaktadır. Devrenin kritik sönümeli olması için kondansatör değerini seçiniz.

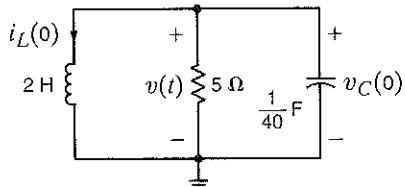
- 7.90** Bir seri RLC devresinde $R = 1 \Omega$ luk bir direnç ve $C = 1/2 F$ 'lık bir kondansatör bulunmaktadır. Devrenin kritik sönümeli olması için induktör değerini seçiniz.

- 7.91** Şekil P7.91'de gösterilen kritik sönümeli devrede, depolama elemanlarındaki başlangıç koşulları $i_L(0) = 2A$ ve $v_C(0) = 5 V$ 'tur. $v(t)$ gerilimini belirleyiniz.



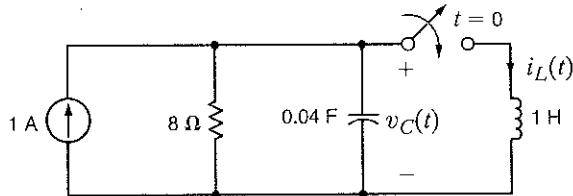
Şekil P7.91

- 7.92** Şekil P7.92'de gösterilen eksik sönümeli devredeki depolama elemanları için başlangıç koşulları $i_L(0) = 1 A$ ve $v_C(0) = 10 V$ ise $v(t)$ gerilimini belirleyiniz.



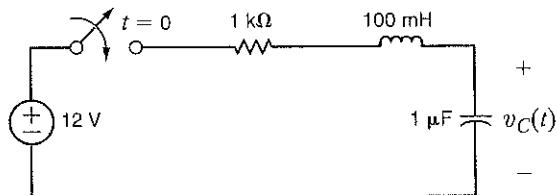
Şekil P7.92

- 7.93** Şekil P7.93'teki devrede $t > 0$ için $v_C(t)$ gerilimini bulunuz.



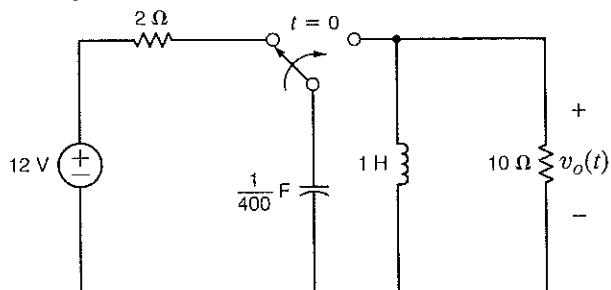
Şekil P7.93

- 7.94** Şekil P7.94'teki devrede $v_C(0) = 0$ ise $t > 0$ için $v_C(t)$ gerilimini bulunuz.



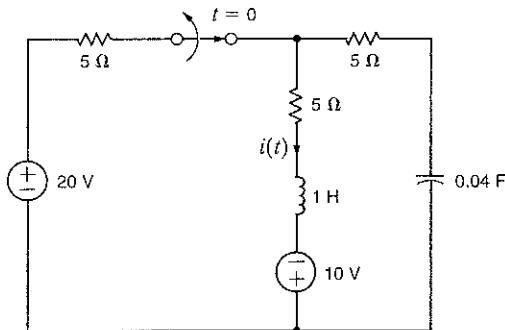
Şekil P7.94

- 7.95** Şekil P7.95'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz ve tepkiyi anahtar kapanmadan hemen önceki anı da içerecek zaman aralığında çizdiriniz.



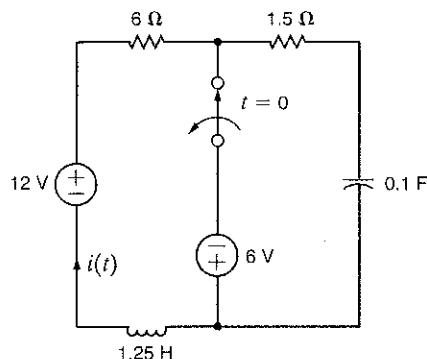
Şekil P7.95

- 7.96** Şekil P7.96'daki devredeki anahtar uzun zaman kapalı kaldıktan sonra $t = 0$ 'da açılmıştır. $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulunuz.



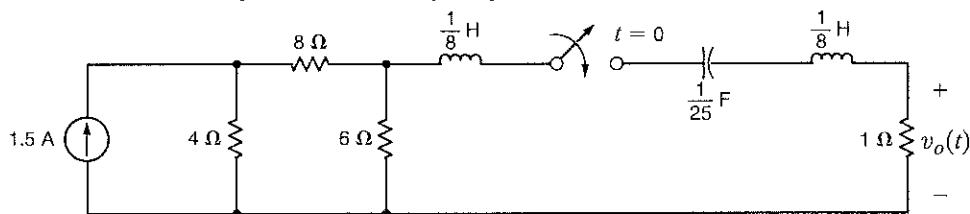
Şekil P7.96

- 7.97** Şekil P7.97'deki devredeki anahtar uzun zaman kapalı kaldıktan sonra $t = 0$ 'da açılmıştır. $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulunuz.



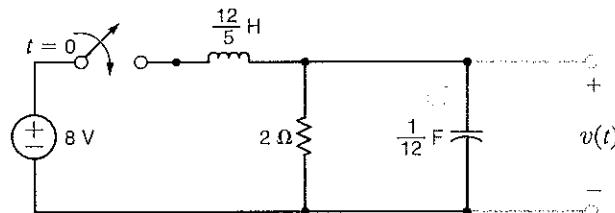
Şekil P7.97

- 7.98** Şekil P7.98'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz ve tepkiyi anahtar kapanmadan tam önceki anı da içerecek zaman aralığında çizdiriniz.



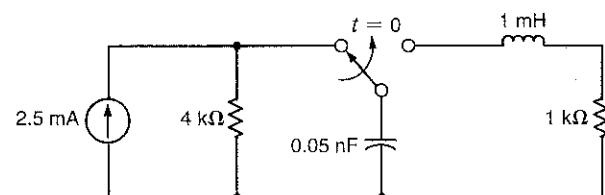
Şekil P7.98

- 7.99** Şekil 7.99'daki devrede $v(t) > 0$ gerilimini bulunuz.



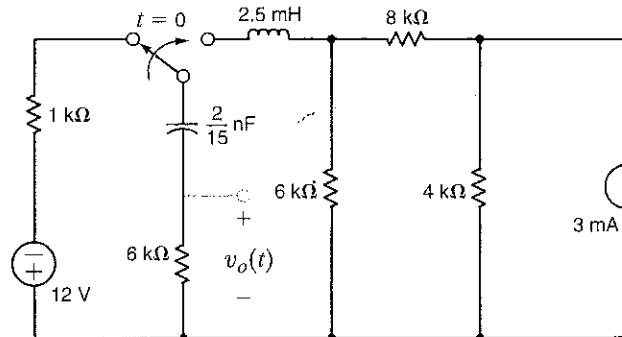
Şekil P7.99

- 7.100** Şekil P7.100'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz ve tepkiyi, anahtar hareket etmeden tam önceki anı da içerecek zaman aralığında çizdiriniz.



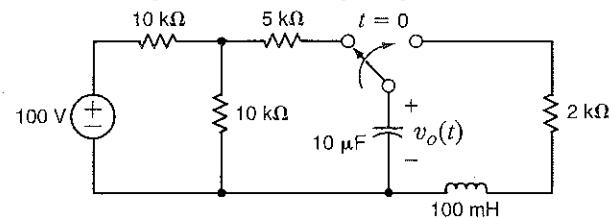
Şekil P7.100

- 7.101** Şekil P7.101'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz ve tepkiyi, anahtar hareket etmeden tam önceki anı da içerecek zaman aralığında çizdiriniz.



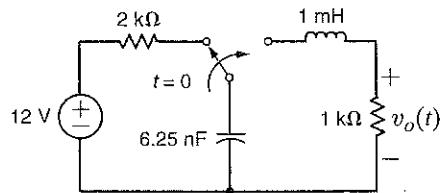
Şekil P7.101

- 7.102** Şekil P7.102'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz ve tepkiyi anahtar hareket etmeden tam önceki anı da içerecek zaman aralığında çizdiriniz.



Şekil P7.102

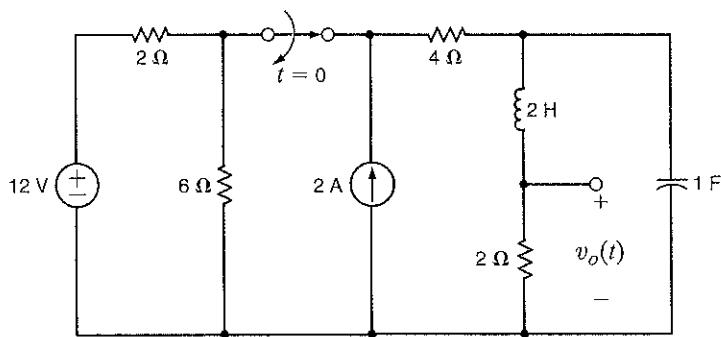
- 7.103** Şekil P7.103'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz ve tepkiyi, anahtar hareket etmeden tam önceki anı da içerecek zaman aralığında çizdiriniz.



Şekil P7.103

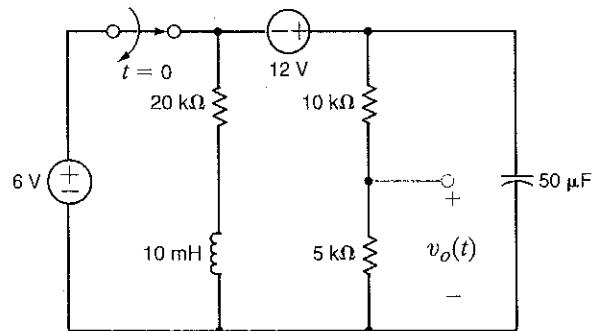
Geri kalan problemleri bilgisayar yardımıyla çözebilirsiniz.

- 7.106** Şekil P7.106'da verilen devreye göre 100 ms'lık adım aralıkları ile $v_o(t)$ grafiğini 0-10 s aralığında çiziniz.



Şekil P7.106

- 7.107** Şekil P7.107'de verilen devreye göre 100 ms'lık adım aralıkları ile $v_o(t)$ grafiğini 0-10 s aralığında çiziniz.



Şekil P7.107

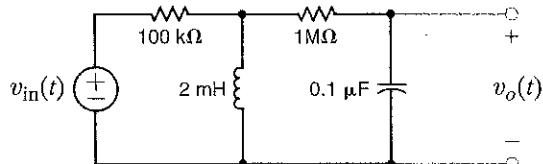
- 7.104** Karakteristik denklemi aşağıda verilen, $R \geq 1 \text{ k}\Omega$ olan bir paralel RLC devre tasarlaymentiz.

$$s^2 + 4 \times 10^7 s + 3 \times 10^{14} = 0$$

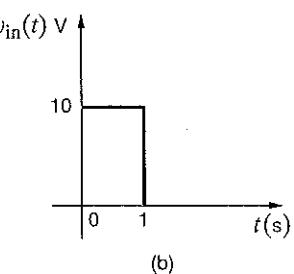
- 7.105** Karakteristik denklemi aşağıda verilen, $R \geq 1 \text{ k}\Omega$ olan bir paralel RLC devre tasarlaymentiz.

$$s^2 + 4 \times 10^7 s + 4 \times 10^{14} = 0$$

- 7.108** Şekil P7.108a'da verilen devrenin girişine Şekil P7.108b'de verilen giriş gerilimi uygulanmaktadır. $v_o(t)$ grafiğini $0 \leq t \leq 4$ s aralığında 20 ms'lık adım aralıkları ile çiziniz.

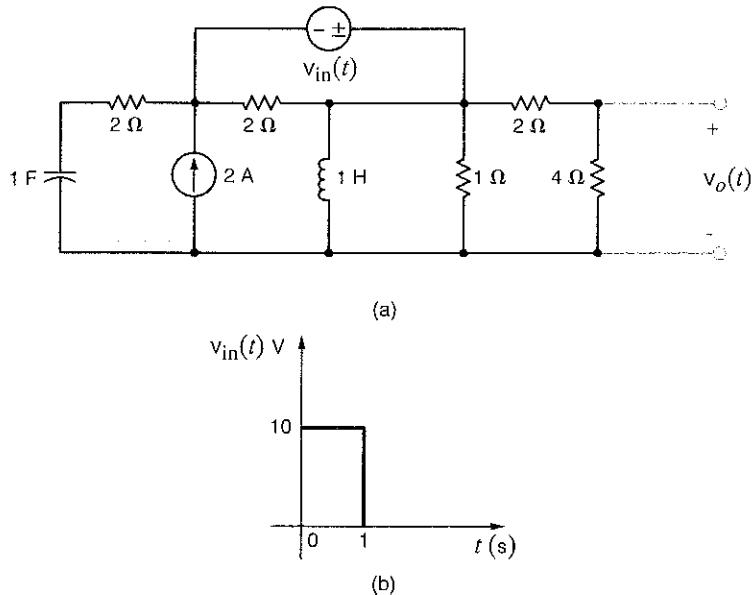


(a)



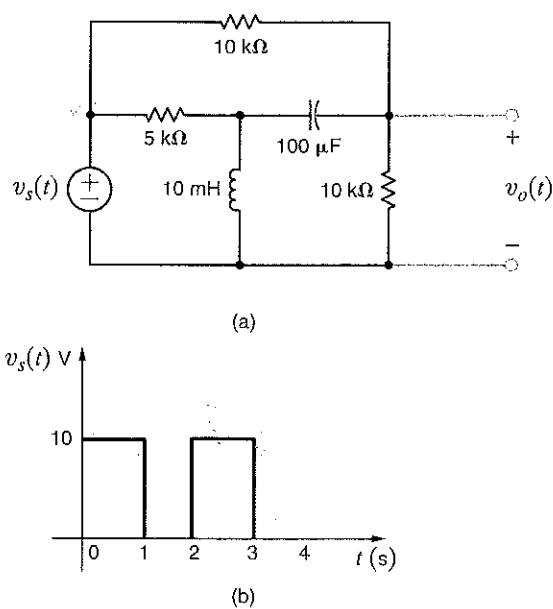
Şekil P7.108

- 7.109** Şekil P7.109a'da verilen devrenin girişine Şekil P7.109b'de verilen giriş gerilimi uygulanmıştır. $v_o(t)$ grafiğini $0 \leq t \leq 10$ s aralığında 100 ms'lik adım aralıkları ile çiziniz.



Şekil P7.109

- 7.110** Şekil P7.110a'da verilen devrenin girişine Şekil P7.110b'de verilen gerilim uygulanmıştır. $v_o(t)$ grafiğini $0 \leq t \leq 4$ s aralığında 20 ms'lik adım aralıkları ile çiziniz.

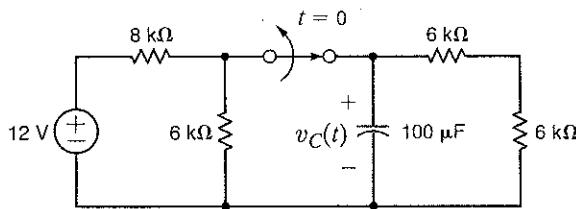


Şekil P7.110

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

7ÇSS-1 Şekil 7ÇSS-1'deki devrede uzun süredir kapalı olan anahtar $t = 0$ 'da açıldığına göre $t = 2$ s'de $v_c(t)$ kondansatör gerilimini bulunuz.

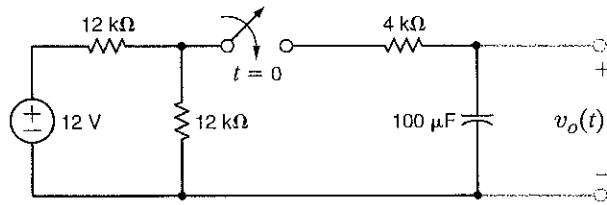
- a. 0.936 V
- b. 0.756 V
- c. 0.264 V
- d. 0.462 V



Şekil 7ÇSS-1

7ÇSS-2 Şekil 7ÇSS-2'deki devrede anahtar $t = 0$ 'da kapanır. $t = 1$ s'de $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.

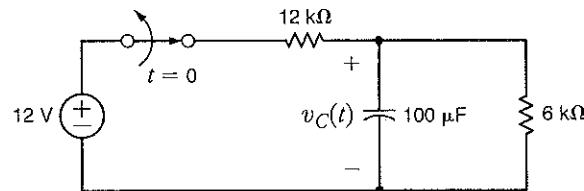
- a. 5.62 V
- b. 1,57 V
- c. 4.25 V
- d. 3.79 V



Şekil 7ÇSS-2

7ÇSS-3 Şekil 7ÇSS-3'teki devredeki anahtarın bir süredir kapalı olduğunu varsayıñ. $t = 0$ 'da anahtar açar. Kondansatör geriliminin ilk yüklenmiş değerinin yarısına düşmesi için gereken zamanı belirleyiniz.

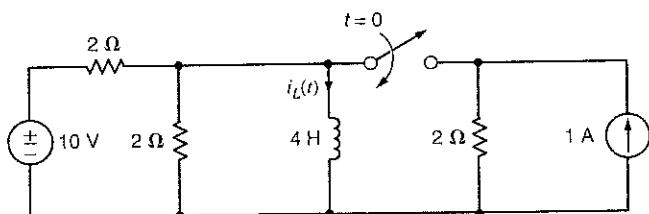
- a. 0.416 s
- b. 0.625 s
- c. 0.235 s
- d. 0.143 s



Şekil 7ÇSS-3

7ÇSS-4 Şekil 7ÇSS-4'teki devrede $t > 0$ için induktör akımı $i_L(t)$ akımını bulunuz.

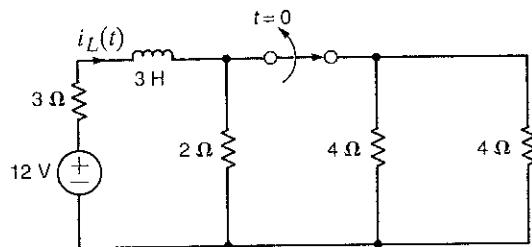
- a. $i_L(t) = 3 - 2e^{-t/6} \text{ A}, t > 0$
- b. $i_L(t) = 1 + 2e^{-2t/3} \text{ A}, t > 0$
- c. $i_L(t) = 6 - e^{-t/6} \text{ A}, t > 0$
- d. $i_L(t) = 3 - e^{-2t/3} \text{ A}, t > 0$



Şekil 7ÇSS-4

7ÇSS-5 Şekil 7ÇSS-5'teki devrede $t > 0$ için induktör için $i_L(t)$ akımını bulunuz.

- a. $i_L(t) = 1.4 + 0.4e^{-4t/3} \text{ A}, t > 0$
- b. $i_L(t) = 1.2 + 0.4e^{-5t/3} \text{ A}, t > 0$
- c. $i_L(t) = 0.4 + 0.2e^{-4t/3} \text{ A}, t > 0$
- d. $i_L(t) = 2.4 + 0.6e^{-5t/3} \text{ A}, t > 0$

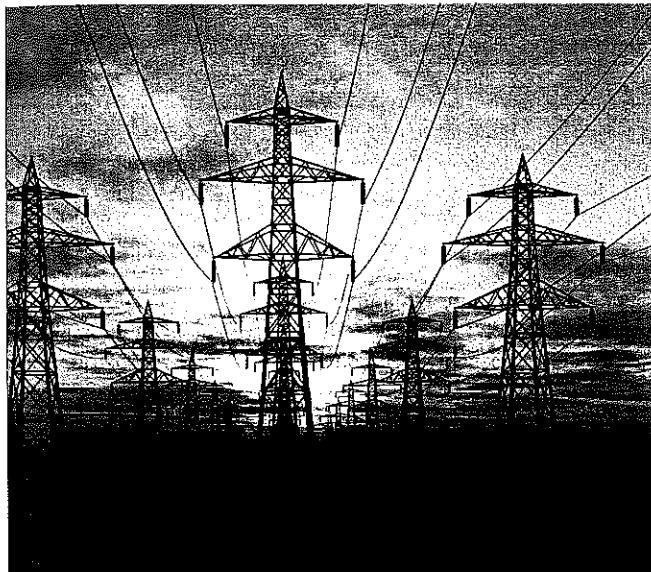


Şekil 7ÇSS-5

BÖLÜM

8

AA KALICI DURUM ANALİZİ



TebNad/iStockphoto

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI:

- Sinüzoidal fonksiyonların temel özelliklerini anlamak
- Fazör ve ters fazör dönüşümlerini yapabilmek ve fazör diyagramlarını çizebilmek
- Temel devre elemanlarımız, R , L , C 'nin empedans ve admitansının nasıl hesaplanacağını öğrenmek
- Seri ve paralel bağlı empedans ve admitansların eşdeğerini hesaplamayı öğrenmek
- Sinüzoidal kaynaklı devrenin frekans bölgesindeki devresini çizebilmek
- Devre analiz tekniklerimizin frekans bölgesindeki devrelere nasıl uygulanacağını öğrenmek

Akıllı Güç Şebekeleri Bir güç şebekesini akıllı yapan nedir? Akıllı güç şebekesi elektrik güç jeneratörü ile tüketici arasında iki yönlü bir iletişim sağlar. Üreticiler için akıllı bir şebeke, güç kalitesi hakkında onlara hızlı bilgi veren ve kesinti oluştuğunda kendilerini uyarın bir sistemdir. Tüketiciler için ise gücün daha fazla ve daha ucuz olduğu zaman dilimlerinde onları bilgilendирerek elektriğin etkin kullanımını düzenleyen bir şebedir. Akıllı güç şebekeleri ile, geleneksel kaynaklarla büyük ölçüklü yenilenebilir güç kaynaklarının verimli bir güç dağıtım sistemi oluşturacak bir biçimde bir araya getirilmesi hedeflenmektedir. Bu süreç içerisinde aynı zamanda gerçek zamanlı fiyatlandırmanın da yaygınlaşması beklenmektedir.

Akıllı güç şebekeleri, mevcut gücü daha yüksek öncelikleri karşılamak için paylaşılır. Kablosuz algılayıcılar, yazılımlar ve mikroişlemciler bu akıllı sayısal şebekelerin en önemli bileşenleridir.

Elektriğe olan talep artışı devam ederken elektriği daha verimli kılan akıllı bir şebeke aynı zamanda küresel ısınmaya karşı yapılan savaşa da yardımcı olmaktadır.

Bu bölümün konusu alternatif akım (AA) işaretlerdir. Güç şebekesinde tüketiciye ulaştırılan akım ve gerilimler alternatif akım şeklidindedir. Bir önceki bölümde kullandığınız diferansiyel denklem çözme yeteneğiniz, kosinus dalga şekilleri ile tanımlanan güç kaynaklarına sahip doğrusal devrelerdeki kalıcı durum gerilim ve akımlarını hesaplamak için de gereklidir. Fazörler olarak adlandırılan kompakt bir notasyon tanıtlacak ve hesaplamanızda karmaşık sayıları kullanacaksınız. Daha önce öğrendiğiniz DA devre analiz tekniklerinin fazörler kullanılarak AA devre analizine doğrudan uygulanabileğini, AA devrelerin de, bildiğimiz tüm temel yöntemler (düğüm, çevre, süperpozisyon ve diğerleri) kullanılarak analiz edilebildiğini göreceksiniz.

8.1

Sinüzoitler

Aşağıdaki sinüs dalgayı göz önüne alarak sinüzoidal fonksiyonları tartışmaya başlayalım:

$$x(t) = X_M \sin \omega t \quad 8.1$$

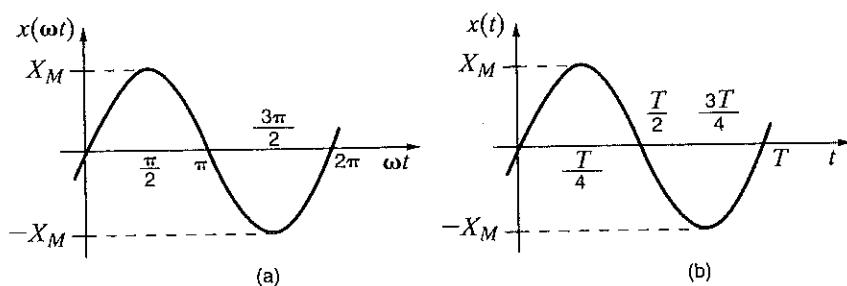
Burada $x(t)$, $v(t)$ ya da $i(t)$ 'yi temsil edebilir. X_M genlik, maksimum değer veya tepe değer; ω radyan veya açısal frekans ve ωt sinüs fonksiyonunun argümanı olarak adlandırılır. Eş. (8.1)'deki fonksiyonun argümanının bir fonksiyonu olarak çizimi Şekil 8.1a'da gösterilmiştir. Fonksiyonun kendisini her 2π radyanda tekrar etmeye olduğu açıkça görülmektedir. Bu koşul matematiksel olarak $x(\omega t + 2\pi) = x(\omega t)$ biçiminde ifade edilebilir. Bir başka ifade biçimini de söyleyelim:

$$x[\omega(t + T)] = x(\omega t) \quad 8.2$$

Bu eşitliğin anlamı da fonksiyonun t 'deki değeri ile $t + T$ 'deki değerinin aynı olduğunu göstermektedir. T , fonksiyonun periyodu olarak adlandırılır.

Şekil 8.1

ω ve t 'nin bir fonksiyonu olarak bir sinüs dalgasının çizimleri.



[ipucu]

Frekans ve periyot arasındaki bağıntı

[ipucu]

Frekans, periyot ve radyan frekans arasındaki bağıntı

Şekil 8.1a'da gösterildiği gibi $\omega T = 2\pi$ olduğundan dolayı,

$$f_0 = \frac{1}{T} \quad 8.3$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

yazılabilir. Bu denklem, saniye cinsinden periyot, Hertz cinsinden frekans ve radyan frekans arasında genel bir bağıntıdır.

Bir sinüs dalgasının bazı temel özelliklerini öğrendikten sonra, şimdi de aşağıda verilen bir sinüs fonksiyonunun genel ifadesini göz önüne alalım:

$$x(t) = X_M \sin(\omega t + \theta) \quad 8.5$$

[ipucu]

Geri faz tanımlandı

[ipucu]

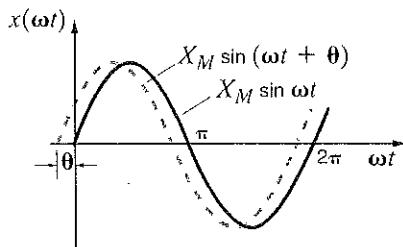
Aynı fazda olma ve faz farklı olma

Bu durumda $(\omega t + \theta)$, sinüs fonksiyonunun argümanıdır, ve θ faz açısı olarak adlandırılır. Bu fonksiyon ile Eş. (8.1)'deki orijinal fonksiyon, bir karşılaştırma yapabilmek için Şekil 8.2'de beraber çizilmiştir. Faz açısının mevcudiyetinden dolayı, $X_M \sin(\omega t + \theta)$ dalga şekli üzerindeki herhangi bir nokta, $X_M \sin \omega t$ dalga şekli üzerinde karşılık gelen bir noktadan zaman olarak θ radyan kadar daha erken oluşur. Bu yüzden, $X_M \sin \omega t$ 'nin $X_M \sin(\omega t + \theta)$ 'dan θ radyan kadar geride olduğunu söyleyiz. Daha genel bir durumda, eğer

$$x_1(t) = X_{M1} \sin(\omega t + \theta)$$

ve

$$x_2(t) = X_{M2} \sin(\omega t + \Phi)$$



ise o zaman $x_1(t), x_2(t)$ 'den $\theta - \Phi$ radyan kadar ileride ve $x_2(t), x_1(t)$ 'den $\theta - \Phi$ radyan kadar geride olacaktır. $\theta = \Phi$ ise, dalga şekilleri aynıdır ve fonksiyonların aynı fazda olduğu söylenir. $\theta \neq \Phi$ ise, fonksiyonların arasında faz farkı vardır.

Normalde faz açısı radyandandan ziyade derece olarak ifade edilir. Bu yüzden, iki gösterimi de zaman zaman kullanacağız:

$$x(t) = X_M \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = X_M \sin(\omega t + 90^\circ) \quad 8.6$$

Kurallara bağlı kalarak konuşursak ω radyan cinsinden olduğundan dolayı faz açısı da radyan olmalıdır. Bununla birlikte, faz açısını derece olarak kullanmak daha pratik ve uygundur. Bu yüzden biz de kitapta derece kullanacağımız.

İlave olarak, 2π radyan ya da 360° 'nın tam sayı katsayılarının argümana eklenmesi orijinal fonksiyonu değiştirmeyecektir. Bu durum matematsel olarak kolayca gösterilebilmesine rağmen Şekil 8.2'deki dalga şeklinin incelenmesinden de bu durum açıkça görülebilir.

Tartışmamız sinüs fonksiyonu üzerine odaklanmış olmasına rağmen, iki fonksiyon sadece bir faz açısı kadar farklılık gösterdiğinde dolayı kolayca kosinus fonksiyonunu da kullanabiliriz; yani,

$$\cos \omega t = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad 8.7$$

$$\sin \omega t = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad 8.8$$

Sıklıkla iki sinüzoidal fonksiyon arasındaki faz farkını hesaplamamız gereklidir. Faz farkını belirlemeden önce üç koşul sağlanmalıdır: (1) Her iki sinüzoidin frekansları aynı olmalıdır, (2) her iki sinüzoidin genlikleri pozitif olmalıdır ve (3) her iki sinüzoid de ya sinüs dalgaları veya kosinus dalgaları şeklinde yazılmalıdır. Bu format oluştugunda fonksiyonlar arasındaki faz açısı önceden bahsedildiği şekilde hesaplanabilir. Faz açısını belirlemeye yararlı olduğu ispatlanmış diğer iki trigonometrik özdeşlik şu biçimdedir:

$$-\cos(\omega t) = \cos(\omega t \pm 180^\circ) \quad 8.9$$

$$-\sin(\omega t) = \sin(\omega t \pm 180^\circ) \quad 8.10$$

Sonuç olarak, sinüs ve kosinus açılarının toplamı ve farkı arasındaki bağıntılar sinüzoidal fonksiyonların işlemlerinde yararlı olabilir. Bu bağıntılar;

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned} \quad 8.11$$

Şekil 8.2

$X_M \sin \omega t$ 'den θ radyan kadar ileride olan $X_M \sin(\omega t + \theta)$ 'nın grafiksel gösterimi.

[ipucu]

İleri faz grafiksel olarak gösterildi

[ipucu]

Çok önemli bir nokta

[ipucu]

Faz açısı hesaplamalarında faydalı olacak bazı trigonometrik özdeşlikler

**ÖRNEK
8.1**

Aşağıdaki fonksiyonların dalga şekillerini çizmek istiyoruz:

- $v(t) = 1 \cos(\omega t + 45^\circ)$,
- $v(t) = 1 \cos(\omega t + 225^\circ)$,
- $v(t) = 1 \cos(\omega t - 315^\circ)$.

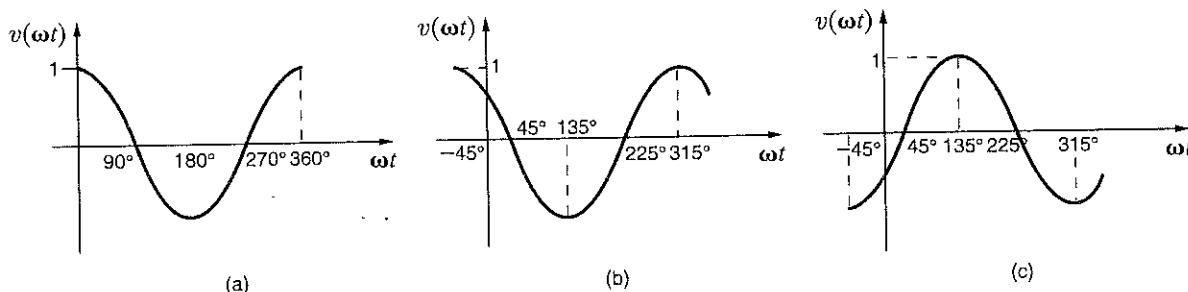
ÇÖZÜM Şekil 8.3a'da $v(t) = 1 \cos \omega t$ fonksiyonunun çizimi gösterilmiştir. Şekil 8.3b'de $v(t) = 1 \cos(\omega t + 45^\circ)$ fonksiyonunun çizimi gösterilmektedir. Şekil 8.3c'de ise $v(t) = 1 \cos(\omega t + 225^\circ)$ fonksiyonunun çizimi gösterilmiştir.

$$v(t) = 1 \cos(\omega t + 225^\circ) = 1 \cos(\omega t + 45^\circ + 180^\circ)$$

olduğundan dolayı bu dalga şeklinin, Şekil 8.3b'deki dalga şeklinden 180° faz farklı olduğuna dikkat ediniz; yani, $\cos(\omega t + 225^\circ) = -\cos(\omega t + 45^\circ)$ ve Şekil 8.3c, Şekil 8.3.b'nin negatif işaretlidir. Sonuç olarak, fonksiyon

$$v(t) = 1 \cos(\omega t - 315^\circ) = 1 \cos(\omega t - 315^\circ + 360^\circ) = 1 \cos(\omega t + 45^\circ)$$

olduğundan dolayı bu fonksiyon Şekil 8.3b'de gösterilen fonksiyonla aynıdır.



Şekil 8.3

Değişik faz açılı kosinüs dalga şekilleri.

**ÖRNEK
8.2**

$v_1(t) = 12 \sin(1000t + 60^\circ)$ V ve $v_2(t) = -6 \cos(1000t + 30^\circ)$ V gerilimlerinin frekansını ve aralarındaki faz açısını belirleyiniz.

ÇÖZÜM Hertz (Hz) cinsinden frekans aşağıdaki ifade ile verilir:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1000}{2\pi} = 159.2 \text{ Hz}$$

Eş. (8.9)'u kullanarak, $v_2(t)$,

$$v_2(t) = -6 \cos(\omega t + 30^\circ) = 6 \cos(\omega t + 210^\circ) \text{ V}$$

şeklinde yazılabilir. Eş. (8.7)'yi kullanarak

$$6 \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ V} = 6 \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ V}$$

elde edilir. Şimdi aynı frekanslı her iki gerilim pozitif genlikli sinüs dalgaları ile ifade edilmiştir. $v_1(t)$ ve $v_2(t)$ arasındaki faz açısı $60^\circ - (-60^\circ) = 120^\circ$ dir; yani, $v_1(t)$, $v_2(t)$ 'den 120° ileridedir ya da $v_2(t)$, $v_1(t)$ 'den 120° geridedir.

Öğrendiklerinizi Sınavyalım

E8.1 $v(t) = 120 \cos(314t + \pi/4)$ V geriliminin, Hertz cinsinden frekansını ve derece cinsinden faz açısını hesaplayınız.

CEVAP: $f = 50$ Hz;
 $\theta = 45^\circ$.

E8.2 Bir devrenin üç kol akımı;

$$i_1(t) = 2 \sin(377t + 45^\circ) \text{ A}$$

$$i_2(t) = 0.5 \cos(377t + 10^\circ) \text{ A}$$

$$i_3(t) = -0.25 \sin(377t + 60^\circ) \text{ A}$$

CEVAP: $i_1(t), i_2(t)$ 'den -55° ileridir; $i_1(t), i_3(t)$ 'den 165° ileridir.

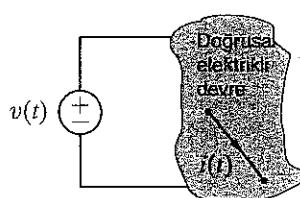
olarak bilinmektedir. $i_1(t)$ 'nin $i_2(t)$ 'den ve $i_3(t)$ 'den kaç derece ileride olduğunu belirleyiniz.

Onceki bölümlerde bir devreye sabit bir zorlama fonksiyonu uyguladığımızda kalıcı durum tepkisinin de sabit olduğunu bulduk.

Benzer bir şekilde, doğrusal bir devreye sinüzoidal bir zorlama fonksiyonu uygularsak kalıcı durumda devredeki gerilim ve akımlar da sinüzoidal olacaktır. Bu KGY ve KAY denklemlerinden de açıkça görülmeliidir. Örneğin, bir kol gerilimi belli bir frekansta sinüzoit ise KGY herhangi bir kapalı çevreye uygulandığında diğer kol gerilimleri de aynı frekansta sinüzoit olmalıdır. Bunun anlamı, sinüzoidal zorlama fonksiyonlu bir devreyi tanımlayan diferansiyel denklemlerin zorlanmış çözümlerinin, zamanda sinüzoidal fonksiyonlar olacağı şeklindedir. Örneğin, Şekil 8.4'te gösterildiği gibi giriş fonksiyonumuzun $v(t)$ gerilimi olduğunu ve çıkış tepkimizin $i(t)$ akımı olduğunu varsayıduğumuzda $v(t) = A \sin(\omega t + \theta)$ ise $i(t)$ de $i(t) = B \sin(\omega t + \phi)$ formunda olacaktır. Buradaki kritik nokta, çıkış tepkisinin şeklini biliyor olmamızdır. Dolayısıyla çözümü bulmak için B ve ϕ parametre değerlerini belirlemek yeterlidir.

8.2

Sinüzoidal ve Karmaşık Zorlama Fonksiyonları



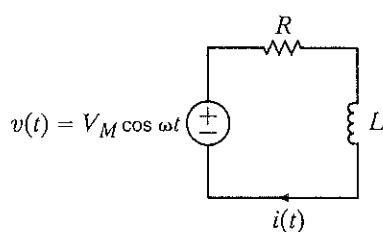
Şekil 8.4

Bir elektrik devresinde uygulanan gerilime akımın tepkisi.

Şekil 8.5'teki devreyi göz önüne alınır. Akımın ifadesini çıkaralım.

ÖRNEK

8.3



Şekil 8.5

Basit bir RL devresi

Bu devrenin KGY denklemi şu biçimdedir:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = V_M \cos \omega t$$

ÇÖZÜM



Giriş zorlama fonksiyonunun $V_M \cos \omega t$ olmasından dolayı, $i(t)$ akımının zorlanmış tepki bileşeninin

$$i(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

şeklinde olduğunu varsayılabılır. Bu denklem, Eş. (8.11)'i kullanarak

$$\begin{aligned} i(t) &= A \cos \phi \cos \omega t - A \sin \phi \sin \omega t \\ &= A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Bölüm 7'de gözlemlediğimiz gibi bu devrede zorlama fonksiyonu, $\cos \omega t$ ve onun türevi $\sin \omega t$ bileşenlerinden oluşmaktadır. $i(t)$ 'nin bu yapısı önceki diferansiyel denklemde yerine konursa

$$L \frac{d}{dt}(A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t) + R(A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t) = V_M \cos \omega t$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemde türev alındığında

$$-A_1 \omega L \sin \omega t + A_2 \omega L \cos \omega t + RA_1 \cos \omega t + RA_2 \sin \omega t = V_M \cos \omega t$$

sonucu elde edilir. Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının katsayılarını eşitleyerek

$$\begin{aligned} -A_1 \omega L + A_2 R &= 0 \\ A_1 R + A_2 \omega L &= V_M \end{aligned}$$

A_1 ve A_2 bilinmeyenli iki denklem elde ederiz. A_1 ve A_2 için bu iki denklemenin çözümü

$$A_1 = \frac{RV_M}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$A_2 = \frac{\omega LV_M}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

sonucunu verit. Dolayısıyla:

$$i(t) = \frac{RV_M}{R^2 + \omega^2 L^2} \cos \omega t + \frac{\omega LV_M}{R^2 + \omega^2 L^2} \sin \omega t$$

Eş. (8.11)'deki son özdeşliği kullanarak

$$i(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

yazılabilir. Burada A ve ϕ aşağıdaki gibi bulunur:

$$A \cos \phi = \frac{RV_M}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$A \sin \phi = \frac{-\omega LV_M}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Bu yüzden,

$$\tan \phi = \frac{A \sin \phi}{A \cos \phi} = -\frac{\omega L}{R}$$

ve buradan da

$$\phi = -\tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

elde edilir. Dolayısıyla:

$$\begin{aligned}(A \cos \phi)^2 + (A \sin \phi)^2 &= A^2(\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) = A^2 \\ A^2 &= \frac{R^2 V_M^2}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} + \frac{(\omega L)^2 V_M^2}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} \\ &= \frac{V_M^2}{R^2 + \omega^2 L^2} \\ A &= \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}\end{aligned}$$

Böylece, $i(t)$ akımının son ifadesi şu biçimde elde edilir:

$$i(t) = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos \left(\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \right)$$

Bu analiz $L = 0$ olması durumunda ϕ 'nin de sıfır olacağını göstermektedir ve bu yüzden $i(t), v(t)$ ile aynı fazda olur. Eğer $R = 0$ ise, $\phi = -90^\circ$ dir ve akım gerilimden 90° geride olur. Eğer L ve R 'nin her ikisi de mevcutsa akım, gerilimden 0° ila 90° arasında bir açı kadar geride olur.

Bu örnek önemli bir noktayı açıklamaktadır: Sadece bir direnç ve bir indüktör içeren basit tek gözlü bir devre, sadece iki direnç içeren tek gözlü bir devrenin çözümüyle karşılaştırıldığında çok daha karmaşık olmaktadır. Örnek 8.3'te kullanılan işlemleri takip ederek daha karmaşık bir devreyi çözmenin ne kadar zahmetli bir iş olabileceğini bir an için hayal ediniz. Bu zorluğun üstesinden gelmek için, sinüzoidal zaman fonksiyonları ve karmaşık sayılar arasında bir benzeşim kuracağız. Daha sonra bu bağıntının, bir devrede değişkenlerinin katsayıları karmaşık olan, akım ve gerilim denklem takımları (yani, çevre akımları veya dütüm gerilimleri) oluşturduğunu göstereceğiz. Böylece bir kez daha, bir devrede akım veya gerilimleri bulmanın cebirsel denklem takımının çözümüyle başılabileceğini göreceğiz. Ancak, bu kez denklemlerdeki değişkenlerin katsayıları gerçek değil, daha ziyade karmaşık sayılardır. Bu da, işlemleri daha karmaşık hâle getirmektedir.

Zamanla değişen sinüzoidal fonksiyonlar ile karmaşık sayılar arasında bir bağıntı elde etmek için kullanacağımız araç Euler bağıntısıdır. Euler bağıntısının ifadesi şu biçimdedir:

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t \quad 8.12$$

Bu karmaşık fonksiyon gerçek ve sanal kısımlara sahiptir:

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}(e^{j\omega t}) &= \cos \omega t \\ \operatorname{Im}(e^{j\omega t}) &= \sin \omega t\end{aligned} \quad 8.13$$

Burada $\operatorname{Re}(\cdot)$ ve $\operatorname{Im}(\cdot)$ parantez içindeki fonksiyonların sırasıyla gerçek ve sanal kısımlarını temsil eder. $j = \sqrt{-1}$ olduğunu hatırlayınız.

Şimdi, Şekil 8.4'deki zorlama fonksiyonunu, aşağıda gösterildiği gibi, aslında gerçekleştiremeyecek bir gerilim olarak seçtiğimizi varsayalım:

$$v(t) = V_M e^{j\omega t} \quad 8.14$$

Euler özdeşliğinden dolayı

$$v(t) = V_M \cos \omega t + j V_M \sin \omega t \quad 8.15$$

olarak yazılabilir.

Bu fonksiyonun gerçek ve sanal kısımlarının her biri gerçekleştirilebilirdir. Bu karmaşık zorlama fonksiyonunu, gerçek ve sanal bileşenlere karşılık düşen iki zorlama fonksiyonun toplamı biçiminde göz önüne alalım ve doğrusallık özelliğinin bir sonucu olarak süperpozisyon ilkesinden yararlanarak akım tepkisini yazalım:

$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi) + jI_M \sin(\omega t + \phi) \quad 8.16$$

Burada $I_M \cos(\omega t + \phi)$, $V_M \cos \omega t$ 'den dolayı ve $jI_M \sin(\omega t + \phi)$, $jV_M \sin \omega t$ 'den dolayı oluşan tepkilerdir. Gerçek ve sanal terimlerin her ikisini içeren akımın bu ifadesi Euler denklemi ile şu şekilde yazılabılır:

$$i(t) = I_M e^{j(\omega t + \phi)} \quad 8.17$$

Bu bağıntı bize göstermektedir ki zorlama fonksiyonu $V_M \cos \omega t$ 'yi uygulayıp $I_M \cos(\omega t + \phi)$ tepkisini hesaplamak yerine karmaşık zorlama fonksiyonu $V_M e^{j\omega t}$ 'yi uygulayabilir tepki olarak $I_M e^{j(\omega t + \phi)}$ akımını hesaplayabiliriz. Gerçekten aradığımız akım tepkisi ise bu akımın gerçek bileşeni, yani $I_M \cos(\omega t + \phi)$ 'dır. Bu işlem başlangıçta daha karmaşık gibi görüle de aslında değildir. Bu teknik sayesinde diferansiyel denklemi, çözümü çok daha kolay olan cebirsel bir denkleme dönüştürmüştür olacağız.

ÖRNEK

8.4

ÇÖZÜM

Bir kez daha, Örnek 8.3'te incelenen RL devresindeki akımı bulalım. Ancak, $V_M \cos \omega t$ yerine $V_M e^{j\omega t}$ 'yi uygulayacağız.

Zorlanmış tepki

$$i(t) = I_M e^{j(\omega t + \phi)}$$

formunda olacaktır. Burada sadece I_M ve ϕ bilinmemektedir. Devre için $v(t)$ ve $i(t)$ 'yi diferansiyel denklemde yerine koyarsak

$$RI_M e^{j(\omega t + \phi)} + L \frac{d}{dt} (I_M e^{j(\omega t + \phi)}) = V_M e^{j\omega t}$$

elde ederiz. Yukarıdaki denklemin türevini alırsak

$$RI_M e^{j(\omega t + \phi)} + j\omega L I_M e^{j(\omega t + \phi)} = V_M e^{j\omega t}$$

elde ederiz. Denklemin her bir teriminin ortak katsayı olan $e^{j\omega t}$ 'ye bölersek karmaşık katsayıyı cebirsel bir fonksiyon olan

$$RI_M e^{j\phi} + j\omega L I_M e^{j\phi} = V_M$$

elde edilir. Bu denklem şu şekilde yazılabılır:

$$I_M e^{j\phi} = \frac{V_M}{R + j\omega L}$$

[ipucu]

Karmaşık sayı
bağıntılarının özetî

$$x + jy = re^{j\theta}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$\frac{1}{e^{j\theta}} = e^{-j\theta}$$

Denklemin sağ tarafını üstel veya kutupsal forma dönüştürerek aşağıdaki denklem üretilir

$$I_M e^{j\phi} = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} e^{j[-\tan^{-1}(\omega L/R)]}$$

(Bu alandaki bilgilerini geliştirme ihtiyacı duyan okuyucular için, karmaşık sayılarla ilgili hızlı bir hatırlatma EK'te verilmiştir.) Bu bağıntıdan akımın genliği ve fazı kolayca hesaplanabilir:

$$I_M = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

ve

$$\phi = -\tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

Bununla birlikte, gerçek zorlama fonksiyonumuz $V_M e^{j\omega t}$ değil $V_M \cos \omega t$ olduğundan, gerçek tepkimiz de karmaşık tepkinin gerçek kısmı olur:

$$\begin{aligned} i(t) &= I_M \cos(\omega t + \phi) \\ &= \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}\right) \end{aligned}$$

Bu sonucun, önceki örnekte $i(t)$ akımını bulmak için diferansiyel denklemin çözümünden elde edilen sonuç ile aynı olduğuna dikkat ediniz.

Bir kez daha doğrusal bir devre için zorlama fonksiyonunun aşağıdaki şekilde olduğunu varsayıyalım.

$$v(t) = V_M e^{j\omega t}$$

Bu durumda, devredeki kalıcı durum gerilimi veya akımı aynı yapıya ve aynı ω frekansına sahip olacaktır. Örneğin, bir $i(t)$ akımı, $i(t) = I_M e^{j(\omega t + \phi)}$ biçiminde olacaktır.

Daha sonra analizlerimizde frekans değerini not edip tanım denklemlerinin her teriminde ortak olan $e^{j\omega t}$ çarpanını denklemden düşüreceğiz. $e^{j\omega t}$ çarpanını düşürmek her bir gerilim veya akımın, genlik ve faz değeriyle tam olarak tanımlanabildiğini gösterir. Örneğin, bir $v(t)$ gerilimi aşağıdaki gibi üstel formda

$$v(t) = V_M \cos(\omega t + \theta) = \operatorname{Re}[V_M e^{j(\omega t + \theta)}] \quad 8.18$$

veya karmaşık bir sayı olarak

$$v(t) = \operatorname{Re}(V_M / \theta e^{j\omega t}) \quad 8.19$$

yazılabilir. Zorlama fonksiyonumuz karmaşık bir sayı olup, aradığımız çözüm bu fonksiyonun gerçek bölümündür. Ayrıca, denklemdeki her bir terim $e^{j\omega t}$ terimini içermektedir. Dolayısıyla, $\operatorname{Re}(\cdot)$ ve $e^{j\omega t}$ yi kaldırıp sadece V_M / θ karmaşık sayısıyla işlem yapabiliz. Bu karmaşık gösterim çokgunkulka fazör olarak adlandırılır. Ayırt edici olması için fazörler kalın karakterle yazılacaktır. Bir $v(t) = V_M \cos(\omega t + \theta) = \operatorname{Re}[V_M e^{j(\omega t + \theta)}]$ gerilimi ve bir $i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi) = \operatorname{Re}[I_M e^{j(\omega t + \phi)}]$ akımı, tamamen benzer biçimde, sırasıyla $\mathbf{V} = V_M / \theta$ ve $\mathbf{I} = I_M / \phi$ olarak fazör gösterimde yazılabilir.

8.3

Fazörler

[ipucu]

Eğer $v(t) = V_M \cos(\omega t + \theta)$ ve $i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi)$ ise o zaman fazör gösterimde $\mathbf{V} = V_M / \theta$ ve $\mathbf{I} = I_M / \phi$ olur.

Örnek 8.3'deki RL devresini yeniden ele alalım. Akımı bulmak için fazörleri kullanalım.

Diferansiyel denklem şu biçimdedir:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = V_M \cos \omega t$$

Zorlama fonksiyonu yerine, $\mathbf{V} e^{j\omega t}$ şeklinde yazılmış olan karmaşık bir zorlama fonksiyonu yazılabilir. Bu da fazör yapıda $\mathbf{V} = V_M / \theta^0$ biçiminde gösterilir. Benzer olarak, $i(t)$ akımının zorlanmış tepki bileşeni yerine, fazör gösterimini $\mathbf{I} = I_M / \phi$ olan $I e^{j\omega t}$ karmaşık fonksiyonu yazılabilir. Önceki tartışmamızdan diferansiyel denklem çözümünün bu akımın gerçek kısmı olduğunu hatırlamaktayız.

ÖRNEK

8.5

ÇÖZÜM

Karmaşık zorlama fonksiyonunu kullanarak, diferansiyel denklemin

$$L \frac{d}{dt} (\mathbf{I} e^{j\omega t}) + R \mathbf{I} e^{j\omega t} = \mathbf{V} e^{j\omega t}$$

$$j\omega L \mathbf{I} e^{j\omega t} + R \mathbf{I} e^{j\omega t} = \mathbf{V} e^{j\omega t}$$

şeklinde olduğunu buluruz. Burada $e^{j\omega t}$ nin ortak bir çarpan olduğuna dikkat ediniz ve daha önceden de belirttiğimiz gibi fazörü yalnız bırakmak için bu çarpan elimine edilebilir. Bu durumda

$$j\omega L \mathbf{I} + R \mathbf{I} = \mathbf{V}$$

yazılabilir. Buradan da

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{R + j\omega L} = I_M / \phi = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \left| -\tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \right|$$

elde edilir. Bu ifade, akımın genliğini ve açısını göstermektedir. Akımın tam ifadesi şu biçimde yazılır:

$$i(t) = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos \left(\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \right)$$

Bu da daha önceden elde ettigimiz fonksiyonun aynısıdır.

$e^{j\omega t}$ terimi消除 edildikten sonra elde edilen fazörlerle oluşturulan ilişkiyi "fazör veya frekans tanım bölgesi analizi" olarak tanımlarız. Böylece, zaman bölgesindeki sinüzoidal zorlama fonksiyonlu diferansiyel denklem takımını, frekans bölgesinde karmaşık sayılar içeren cebirsel denklem takımına dönüştürmiş olduk. Cebirsel denklem takımını çözerek bilinmeyen fazörleri hesaplarız. Daha sonra da fazörler tekrar zaman bölgesinde dönüştürüllererek orijinal diferansiyel denklem takımının çözümü bulunur. Devreye bakarak fazör bağıntılarını doğrudan yazabilseydik sinüzoidal kalıcı durum devrelerinin çözümü daha basit olabilirdi. Bu işlem gerçekten de yapılabilir ve bunu nasıl yapacağımızı Bölüm 8.4'te göstereceğiz.

Tartışmamızda, sinüzoidal fonksiyonların bir kosinus fonksiyona dayanan faz açılı fazörler ile temsil edilebileceğini varsayımuştuk. Bu yüzden, sinus fonksiyonları kullanılıyorsa uygun faz açısını elde etmek için Eş. (8.7)'deki bağıntıyı kullanacağız.

Özet olarak, $v(t)$ zaman bölgesinde bir geriliyi temsil ederken, \mathbf{V} fazörü frekans bölgesindeki geriliyi temsil eder. Fazör sadece genlik ve faz bilgisini içerir. Frekans bilgisi ise, bağıntılarda açıkça görülmez. Zaman bölgesinde frekans bölge sine dönüşüm ve ters dönüşüm Çizelge 8.1'de gösterilmiştir. Faz açısının kosinus fonksiyonuna dayandığını hatırlayınız ve bu yüzden karşımıza bir sinus fonksiyonu çıkarsa 90° lik kaydırma işlemi çizelgede gösterildiği gibi uygulanmalıdır.

ÇİZELGE 8.1 Fazör gösterim

ZAMAN DOMENİ	FREKANS DOMENİ
$A \cos(\omega t \pm \theta)$	$A / \pm \theta$
$A \sin(\omega t \pm \theta)$	$A / \pm \theta - 90^\circ$

[ipucu]

Diferansiyel denklem fazör denkleme indirgenmiştir.

...
...
...

Problem Çözme Stratejisi

Fazör Analizi

Adım 1. Fazörleri kullanarak, zaman bölgesindeki diferansiyel denklem takımını frekans bölgesindeki cebirsel denklem takımına dönüştürünüz.

Adım 2. Bilinmeyen fazörleri bulmak için cebirsel denklemleri çözünüz.

Adım 3. Şimdi hesaplanan fazörleri zaman bölge sine dönüştürünüz.

Bununla birlikte, eğer bir devrede sadece sinüs kaynakları bulunuyorsa 90° 'lık kaydırma yapmaya gerek kalmaz. Basitçe normal fazör analizi yapılır ve daha sonra zamanla değişen karmaşık çözümün *sanal* kısmı istenen tepki olur. Basitçe ifade etmek gerekirse kosinus kaynakları kosintis şeklinde bir tepki ve sinüs kaynakları da sinüs şeklinde bir tepki üretir.

Öğrendiklerinizi Sunayallını

E8.3 Aşağıdaki gerilim fonksiyonlarını fazörlere dönüştürünüz.

$$v_1(t) = 12 \cos(377t - 425^\circ) \text{ V}$$

$$v_2(t) = 18 \sin(2513t + 4.2^\circ) \text{ V}$$

YANIT: $V_1 = 12 / -425^\circ \text{ V}$

$V_2 = 18 / -85.8^\circ \text{ V}$

E8.4 Frekansın 400 Hz olması durumunda aşağıdaki fazörleri zaman bölgésine dönüştürünüz.

$$V_1 = 10 / 20^\circ \text{ V}$$

$$V_2 = 12 / -60^\circ \text{ V}$$

YANIT:

$$v_1(t) = 10 \cos(800\pi t + 20^\circ) \text{ V};$$

$$v_2(t) = 12 \cos(800\pi t - 60^\circ) \text{ V}.$$

Şimdi sinüzoidal kalıcı durumda devrelerde R , L ve C pasif elemanlarının akım ve gerilimleri arasındaki fazör bağıntılarını oluşturma durumuna geldik.

Şekil 8.6a'da gösterildiği gibi devre elemanın bir direnç olması durumunda, gerilim-akım bağıntısının

$$v(t) = R i(t) \quad 8.20$$

şeklinde olduğu bilinmektedir. $V_M e^{j(\omega t + \theta_v)}$ karmaşık gerilimi uygulandığında $I_M e^{j(\omega t + \theta_i)}$ karmaşık akımı oluşur ve bu yüzden Eş. (8.20)

$V_M e^{j(\omega t + \theta_v)} = RI_M e^{j(\omega t + \theta_i)}$ şeklini alır. Bu denklem

$$V_M e^{j\theta_v} = RI_M e^{j\theta_i} \quad 8.21$$

şekline indirgenir. Eş. (8.21) fazör formunda şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{V} = \mathbf{RI} \quad 8.22$$

Burada

$$\mathbf{V} = V_M e^{j\theta_v} = V_M / \theta_v \text{ ve } \mathbf{I} = I_M e^{j\theta_i} = I_M / \theta_i$$

Eş. (8.21)'de $\theta_v = \theta_i$ olduğunu görmekteyiz ve bu yüzden devredeki akım ve gerilim *aynı fazda* olur.

Geçmişten beri, x ekseninin gerçek ekseni, y ekseninin de sanal ekseni temsil ettiği karmaşık sayılar bir grafik üzerinde noktalarla gösterilmiştir. Karmaşık sayı kutupsal formda yazıldığında noktaya orijini bağlayan çizgi parçası hem genlik hem de açı bilgisini verir. EK'de bu karmaşık sayıların ya da çizgi parçalarının nasıl toplanabildiği, çıkarılabilen ve diğer işlemlerin nasıl yapılabildiği gösterilmiştir. Fazörler karmaşık sayılar olduğundan dolayı, fazör gerilim ve akımını grafiksel olarak çizgi parçaları ile göstermek uygun olacaktır. Fazörleri temsil eden çizgi parçaları ile elde edilen çizim *fazör diyagramı* olarak adlandırılır. Fazörlerin bu görsel gösterimi, bir fazörün diğerine olan bağlı genliği, iki fazör arasındaki açı ve bir fazörün diğerine göre bağlı konumu (yani ileri veya geri) hakkında bilgi verir. Bir direnç elemanın fazör diyagramı ve sinüzoidal dalga şekilleri sırasıyla Şekil 8.6c ve d'de gösterilmiştir. Bu bölümün sonunda diğer devre elemanlarının hepsi için fazör diyagramları çizilecektir.

8.4

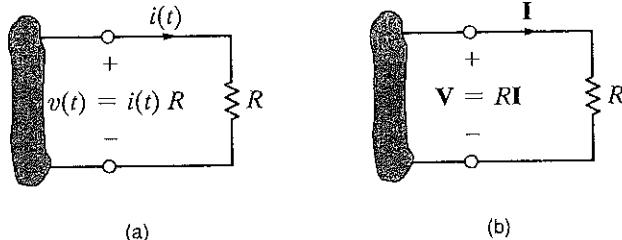
Devre
Elemanlarının
Fazör Bağıntıları

[ipucu]

Akım ve gerilim
aynı fazdadır.

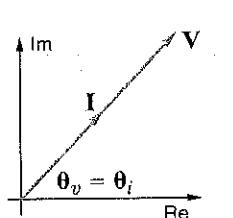
Şekil 8.6

Bir direncin gerilim-akım ilişkileri.

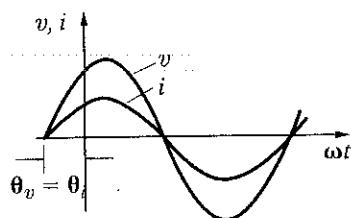


(a)

(b)



(c)



(d)

ÖRNEK

8.6

ÇÖZÜM Fazör gerilimi

$$V = 24 \angle 75^\circ \text{ V}$$

olduğundan dolayı Eş. (8.22)'den fazör akımı

$$I = \frac{24 \angle 75^\circ}{6} = 4 \angle 75^\circ \text{ A}$$

olarak bulunur. Bu akım fazörünü zaman bölgesine dönüştürerek akımın değişimini elde edebiliriz:

$$i(t) = 4 \cos(377t + 75^\circ) \text{ A}$$

Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E8.5 4Ω'luk bir dirençteki akım $I = 12 \angle 60^\circ$ A olarak bilinmektedir. Akımın frekansı 4 kHz ise direnç uçlarındaki gerilimin zaman bölgesindeki ifadesini bulunuz.

YANIT:

$$v(t) = 48 \cos(8000\pi t + 60^\circ) \text{ V.}$$

Şekil 8.7a'da gösterildiği gibi, bir induktörün uçları arasındaki gerilim-akım bağıntısı şu biçimindedir:

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad 8.23$$

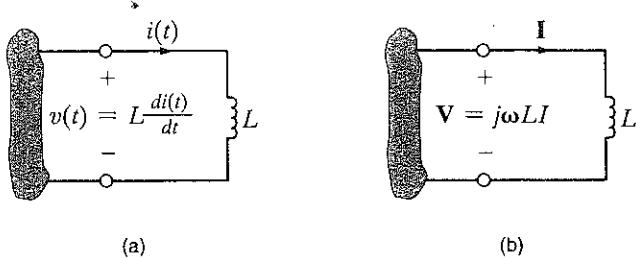
Karmaşık gerilim ve akımın ifadelerini bu denklemde yerine koyarsak

$$V_M e^{j(\omega t + \theta_v)} = L \frac{d}{dt} I_M e^{j(\omega t + \theta_i)}$$

elde edilir. Bu da,

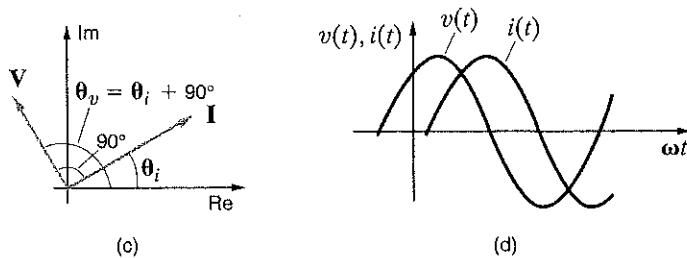
$$V_M e^{j\theta_v} = j\omega L I_M e^{j\theta_i} \quad 8.24$$

eşitliğine indirgenir.



Şekil 8.7

Bir induktörün gerilim-akım ilişkisi.



Eş. (8.24) fazörler yardımıyla

$$\mathbf{V} = j\omega L \mathbf{I} \quad 8.25$$

büçümde gösterilebilir. Böylece, (8.23)'teki zamana bağlı diferansiyel denklem, katsayıları karmaşık sayılar olan frekans bölgesinde yazılmış cebirsel bir denkleme dönüştürülmüştür. Bu bağıntı Şekil 8.7b'de gösterilmiştir. Sanal operatör $j = 1e^{j90^\circ} = 1/90^\circ = \sqrt{-1}$ olduğundan dolayı, Eş. (8.24)

$$V_M e^{j\theta_v} = \omega L I_M e^{j(\theta_i + 90^\circ)} \quad 8.26$$

şeklinde yazılabilir. Göründüğü gibi gerilim ve akım arasında 90° faz farkı vardır ve gerilim akıma göre 90° ileridedir veya akım gerilimden 90° geridekedir. Indüktör devresinin fazör diyagramı ve sinüzoidal dalga şekilleri sırasıyla Şekil 8.7c ve d'de gösterilmiştir.

$v(t) = 12 \cos(377t + 20^\circ)$ V'luk bir gerilim Şekil 8.7a'da gösterildiği gibi 20 mH 'lik bir induktöre uygulanmaktadır. Akımı bulunuz.

Akım fazörü şu biçimde hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \frac{\mathbf{V}}{j\omega L} = \frac{12 / 20^\circ}{\omega L / 90^\circ} \\ &= \frac{12 / 20^\circ}{(377)(20 \times 10^{-3}) / 90^\circ} \\ &= 1.59 / -70^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Ters dönüşümle akımın zamana göre değişimi elde edilebilir:

$$i(t) = 1.59 \cos(377t - 70^\circ) \text{ A}$$

[ipucu]

Türev işlemi frekans bağımlı bir fonksiyon ile sonuçlanır.

[ipucu]

Gerilim akımdan ileridedir veya akım gerilimden geridekedir.

ÖRNEK

8.7

ÇÖZÜM

[ipucu]

$\mathbf{V} = j\omega L$ bağıntısı kullanılarak $\frac{x_1/\theta_1}{x_2/\theta_2} = \frac{x_1}{x_2} / \theta_1 - \theta_2$



DİPİTİK KİTLELERİNİ SINUSOIDAL

E8.6 0.05 H'lik bir indüktördeki akım $I = 4 / -30^\circ$ A'dır. Akımın frekansı 60 Hz ise indüktör uçlarındaki gerilimi bulunuz.

YANIT:

$$v_L(t) = 75.4 \cos(377t + 60^\circ) \text{ V}$$

Son pasif elemanımız olan kondansatörün gerilim-akım bağıntısı Şekil 8.8a'da gösterdiği gibi

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad 8.27$$

biriminde yazılabilir. Bir kez daha karmaşık gerilim ve akım ifadeleri kullanılarak,

$$I_M e^{j(\omega t + \theta_i)} = C \frac{d}{dt} V_M e^{j(\omega t + \theta_v)}$$

bağıntısını elde ederiz. Bu bağıntı

$$I_M e^{j\theta_i} = j\omega C V_M e^{j\theta_v} \quad 8.28$$

şekline indirgenir. Bu denklem fazör gösterimde

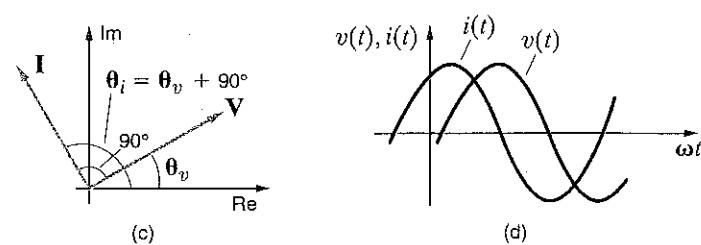
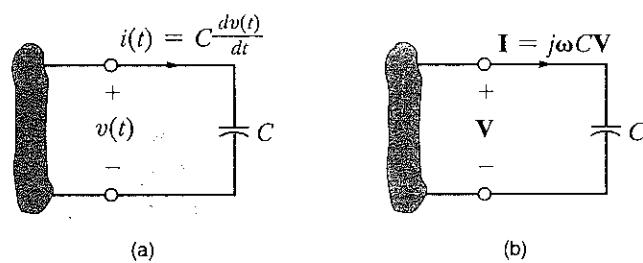
$$\mathbf{I} = j\omega C \mathbf{V} \quad 8.29$$

şeklinde olur. Böylece, (8.27)'deki zamana bağlı diferansiyel denklem, katsayıları karmaşık sayılar olan frekans bölgesinde yazılmış cebirsel bir denklem dönüştürülmüştür. Fazör bağıntısı Şekil 8.8b'de gösterilmiştir. $j = 1e^{90^\circ}$ ifadesini Eş. (8.28)'de yerine yazarsak

$$I_M e^{j\theta_i} = \omega C V_M e^{j(\theta_v + 90^\circ)} \quad 8.30$$

bağıntısı elde edilir. Gerilim ve akım arasında 90° 'lık bir faz farkı olduğuna dikkat ediniz. Eş. (8.30), akımın gerilime göre 90° ileride olduğunu veya gerilimin akıma göre 90° geride olduğunu vurgulamaktadır. Kondansatör devresinin fazör diyagramı ve sinüzoidal dalga şekilleri sırasıyla Şekil 8.8c ve d'de gösterilmiştir.

Şekil 8.8
Bir kondansatörün
gerilim-akım ilişkisi.



$v(t) = 100\cos(314t + 15^\circ)$ V'luk bir gerilim Şekil 8.8a'da gösterildiği gibi $100\mu F$ 'lik bir kondansatöre uygulanmaktadır. Akımı bulunuz.

ÖRNEK

8.8

Akim fazörü şu biçimde bulunur:

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} I &= j\omega C(100/15^\circ) \\ &= (314)(100 \times 10^{-6}/90^\circ)(100/15^\circ) \\ &= 3.14/105^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

[ipucu]

Ters dönüşümle akımın zamana göre değişimi elde edilebilir.

$I = j\omega CV \text{ uygulandı}$

$i(t) = 3.14 \cos(314t + 105^\circ) \text{ A}$

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E8.7 $150\mu F$ 'lik bir kondansatördeki akım $I = 3.6/-145^\circ$ A'dır. Akımın frekansı 60 Hz ise kondansatör uçlarındaki gerilimi bulunuz.

$v_C(t) = 63.66 \cos(377t - 235^\circ) \text{ V}$

Devre elemanlarının her birini frekans bölgesinde ayrı ayrı inceledik. Bu pasif devre elemanlarını şimdi daha genel bir biçimde inceleyelim. Daha önceden direnci tanımladığımıza benzer biçimde, *canlı nokta empedansı* veya *sürme noktası empedansı* olarak da adlandırılan iki uç arasındaki giriş empedansı, Z' yi tanımlayacağız. Daha sonra transfer empedansı olarak adlandırılan başka bir empedans türünü inceleyeceğiz.

V ve I karmaşık olduklarından dolayı Z' empedansı da karmaşıktır.

$Z' = \frac{V}{I} \quad 8.31$

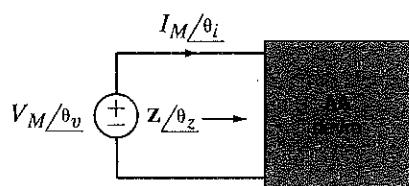
Şekil 8.9'da gösterilen ve akımı ile gerilimi pasif işaretleme yöntemi ile ilişkilendirilen iki uçlu elemanın empedansı, fazör gerilim V' nin fazör akım I' ya oranı olarak tanımlanır:

$Z' = \frac{V_M/\theta_v}{I_M/\theta_i} = \frac{V_M}{I_M} / \theta_v - \theta_i = Z / \theta_z \quad 8.32$

Z' , V' nin I' ya oranı olduğundan dolayı Z' nin birimi "ohm"dur. Dolayısıyla bir AA devresindeki empedans bir DA devresindeki dirence benzerlik gösterir. Dikdörtgen koordinatlarla gösterilen yapıda empedans

$Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega) \quad 8.33$

olarak ifade edilir. Burada, $R(\omega)$ gerçek veya rezistif bileşen, $X(\omega)$ sanal veya reaktif bileşendir. Genel olarak, basit bir şekilde R' yi direnç ve X' yi reaktans olarak tanımlayacağız.



8.5

Empedans ve Admitans

Şekil 8.9

Genel empedans ilişkisi.

R ve X 'in, ω 'nın gerçek fonksiyonları olduğunu bilmek önemlidir ve bu yüzden $Z(\omega)$ frekans bağımlıdır. Eş. (8.33) Z 'nin karmaşık bir sayı olduğunu açıkça göstermektedir. Bununla birlikte, fazörler sinüzoidal fonksiyonlar için tanımlandığından, Z bir fazör değildir.

Eş. (8.32) ve (8.33)

$$Z/\theta_z = R + jX \quad 8.34$$

olduğunu gösterir. Bu yüzden,

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad 8.35$$

$$\theta_z = \tan^{-1} \frac{X}{R}$$

Burada;

$$R = Z \cos \theta_z$$

$$X = Z \sin \theta_z$$

Tüm pasif elemanların empedans ilişkileri Çizelge 8.2'de gösterilmektedir. Aynı DA devrelerinde olduğu gibi, AA devrelerinde de eşdeğer empedansın kullanımı işlemlerimizi kolaylaştırır. Bu nedenle, eşdeğer empedansın nasıl belirlendiğini öğrenmeliyiz.

ÇİZELGE 8.2 Pasif elemanların empedans bağlantıları

PASIF ELEMAN

EMPEDANS

$$R \quad Z = R$$

$$L \quad Z = j\omega L = jX_L = \omega L / 90^\circ, X_L = \omega L$$

$$C \quad Z = \frac{1}{j\omega C} = jX_C = -\frac{1}{\omega C} / 90^\circ, X_C = -\frac{1}{\omega C}$$

Hem KAY hem de KGY frekans bölgesinde de geçerlidir. Bu kavramları kullanarak, Bölüm 2'de direnç bağlantılarının eşdeğer direncini hesaplamak için kullandığımız kuralları empedans bağlantıları için de kullanabiliriz. Yani, $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$ empedansları seri olarak bağlandıklarında eşdeğer empedans

$$Z_s = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n \quad 8.36$$

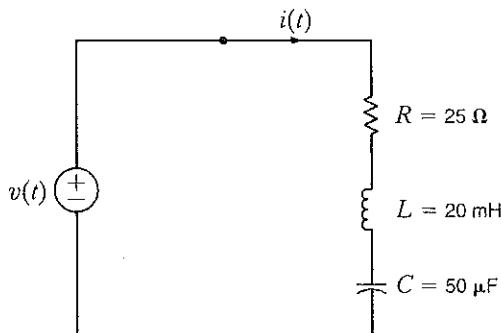
biçiminde ve eğer $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$ empedansları paralel olarak bağlanırsa eşdeğer empedans

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \dots + \frac{1}{Z_n} \quad 8.37$$

biçiminde hesaplanır.

**ÖRNEK
8.9**

Şekil 8.10'da verilen devrenin eşdeğer empedansını bulunuz. Devrenin frekansı 60 Hz olarak verilmiştir. Gerilim kaynağının değerinin $v(t) = 50\cos(\omega t + 30^\circ)$ V olması durumunda $i(t)$ akımını hesaplayınız. Son olarak, $f = 400$ Hz'lik bir frekans için eşdeğer empedansı hesaplayınız.



Şekil 8.10
Seri AA devre.

Her bir elemanın 60 Hz'deki empedansı

$$Z_R = 25 \Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j(2\pi \times 60)(20 \times 10^{-3}) = j7.54 \Omega$$

$$Z_C = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{(2\pi \times 60)(50 \times 10^{-6})} = -j53.05 \Omega$$

olur. Elemanlar seri olduklarından dolayı:

$$\begin{aligned} Z &= Z_R + Z_L + Z_C \\ &= 25 - j45.51 \Omega \end{aligned}$$

Devredeki akım

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{50 / 30^\circ}{25 - j45.51} = \frac{50 / 30^\circ}{51.93 / -61.22^\circ} = 0.96 / 91.22^\circ \text{ A}$$

ile verilir veya zaman bölgesinde $i(t) = 0.96 \cos(377t + 91.22^\circ)$ A olur.

Her bir elemanın 400 Hz frekansındaki empedansı şu biçimdedir.

$$Z_R = 25 \Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j50.27 \Omega$$

$$Z_C = \frac{-j}{\omega C} = -j7.96 \Omega$$

Toplam empedans

$$Z = 25 + j42.31 = 49.14 / 59.42^\circ \Omega$$

olur. $f = 60$ Hz'lik frekansta, devrenin reaktansı kapasitiftir; yani, eğer empedans $R + jX$ olarak yazılırsa, $X < 0$ 'dır. Bununla birlikte, $f = 400$ Hz'de $X > 0$ olduğundan dolayı devrenin reaktansı induktiftir.

Problem Çözüme Stratejisi

Adım 1. $v(t)$ 'yi fazör olarak ifade ediniz ve her bir pasif elemanın empedansını belirleyiniz.

Temel AA Analiz

Adım 2. Eşdeğer empedansı hesaplayınız ve I fazörünü bulunuz.

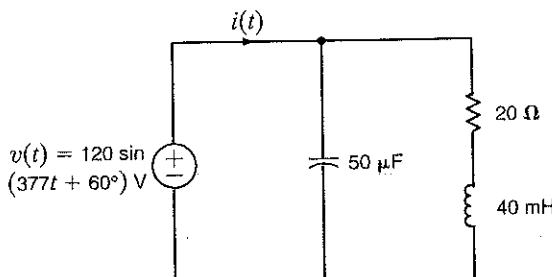
Adım 3. I fazörünü $i(t)$ ye dönüştürünüz.

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E8.8 Şekil E.8.8'de gösterilen devredeki $i(t)$ akımını bulunuz.

YANIT:

$$i(t) = 3.88 \cos(377t - 39.2^\circ) \text{ A.}$$



Şekil E.8.8

AA devrelerinin analizinde çok yararlı olan diğer bir nicelik, empedansın tersi *admitans*'dır. Yani,

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}} = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{V}} \quad 8.38$$

\mathbf{Y} 'nın birimi simens'tir ve bu nicelik DA rezistif devrelerdeki iletkenliğe benzemektedir. \mathbf{Z} karmaşık bir sayı olduğundan dolayı \mathbf{Y} de karmaşık bir sayıdır. Admitans

$$\mathbf{Y} = Y_M / \theta_Y \quad 8.39$$

biriminde veya dikdörtgen koordinatlarla

$$\mathbf{Y} = G + jB \quad 8.40$$

olarak yazılabilir. Burada G ve B sırasıyla *iletkenlik* ve *susceptans* olarak adlandırılır. Bu eleman *sanal iletkenlik* veya *sanal geçirici* olarak da adlandırılır. \mathbf{Y} ve \mathbf{Z} arasındaki ilişkiden dolayı, admitansın bileşenlerini empedansın bileşenlerinin bir fonksiyonu olarak ifade edebiliriz.

$$G + jB = \frac{1}{R + jX} \quad 8.41$$

[ipucu]

Karmaşık empedansların tersinin bulunması

$$\begin{aligned} \frac{1}{R + jX} &= \frac{R - jX}{(R + jX)(R - jX)} \\ &= \frac{R - jX}{R^2 + X^2} \end{aligned}$$

bağıntısından

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}, \quad B = \frac{-X}{R^2 + X^2} \quad 8.42$$

eşitlikleri veya

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2}, \quad X = \frac{-B}{G^2 + B^2} \quad 8.43$$

eşitlikleri elde edilebilir. R ve G genelde birbirlerinin tersi değildir. Aynı durum X ve B için de geçerlidir. Tamamen rezistif durum ise bir istisnadır. Saf reaktif durumda ise bu nicelikler birbirlerinin negatif tersleridir.

Tüm pasif elemanların admitans bağıntıları aşağıda verilmektedir:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_R &= \frac{1}{R} = G \\ \mathbf{Y}_L &= \frac{1}{j\omega L} = -\frac{1}{\omega L} / 90^\circ \\ \mathbf{Y}_C &= j\omega C = \omega C / 90^\circ \end{aligned} \quad 8.44$$

KAY ve KGY frekans bölgesinde de geçerli olduğundan dolayı, yine Bölüm 2'de rezistif devrelerde iletkenlik hesaplarında kullanılan yaklaşımı kullanarak, eşdeğer admitanslar da bulunabilir. Yani, $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_3, \dots, \mathbf{Y}_n$ paralel admitanslar ise eşdeğer admitans, admitansların toplamına eşittir.

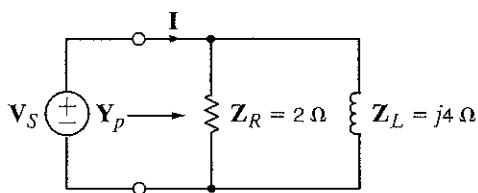
$$\mathbf{Y}_p = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \dots + \mathbf{Y}_n \quad 8.45$$

Eğer $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_3, \dots, \mathbf{Y}_n$ admitansları seri olarak bağlanmışsa eşdeğer admitans admitanslarının terslerinin toplamının tersi alınarak bulunabilir.

$$\frac{1}{\mathbf{Y}_p} = \frac{1}{\mathbf{Y}_1} + \frac{1}{\mathbf{Y}_2} + \dots + \frac{1}{\mathbf{Y}_n} \quad 8.46$$

Şekil 8.11'deki devrenin \mathbf{Y}_p eşdeğer admitansını hesaplayınız ve elde ettiğiniz sonucu, $V_s = 60/45^\circ$ V olması durumunda I akımını hesaplamak için kullanınız.

ÖRNEK

8.10

Şekil 8.11
Örnek paralel
devre.

Şekil 8.11'den

$$\mathbf{Y}_R = \frac{1}{Z_R} = \frac{1}{2} \text{ S}$$

$$\mathbf{Y}_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{-j}{4} \text{ S}$$

Bu yüzden,

$$\mathbf{Y}_p = \frac{1}{2} - j \frac{1}{4} \text{ S}$$

ve böylece,

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \mathbf{Y}_p \mathbf{V}_s \\ &= \left(\frac{1}{2} - j \frac{1}{4} \right) (60/45^\circ) \\ &= 33.5/18.43^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

ÇÖZÜM

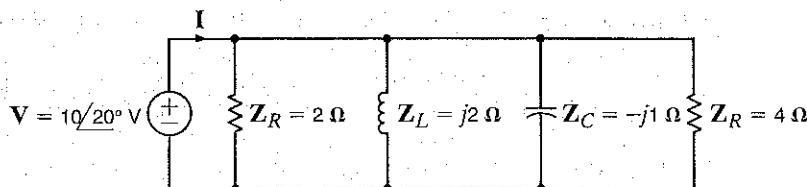
[ipucu]

Paralel admitanslar
toplantır.

Learning Assessments

E8.9 Şekil E8.9'daki devrede I akımını bulunuz.

YANIT: $I = 9.01/53.7^\circ$ A.

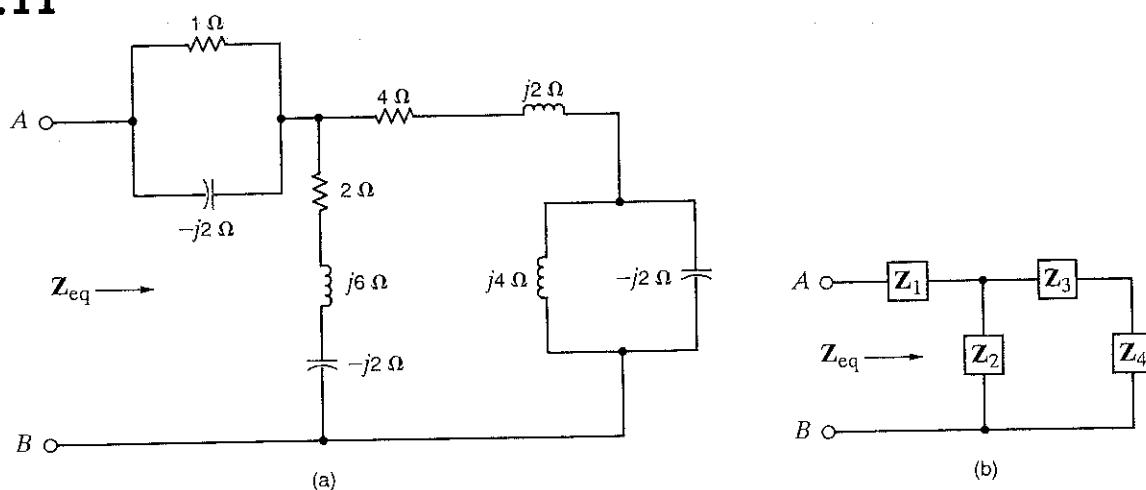


Şekil E8.9

Daha genel AA devrelerin analizine giriş olarak, birçok pasif elemanın bir arada bulunduğu bir devrede empedans veya admitans hesaplamaları tekniklerini inceleyelim. Aşağıdaki örnek, teknliğimizin önceki esdeğer devre hesaplamalarına benzediğini göstermektedir.

ÖRNEK

8.11



Şekil 8.12 İki adımda esdeğer empedansı bulmak için örnek bir devre.

ÇÖZÜM

Z_{eq} esdeğer empedansı farklı yollarla hesaplanabilir; Sadece empedansı veya sadece admitansı veya her ikisinin kombinasyonunu kullanabiliyoruz. Biz sonucusunu kullanacağız. Şekil 8.12a'daki devrenin Şekil 8.12b'deki devre ile temsil edilebileceğini söyleyerek işe başlayalım. Dikkat ederseniz en sağdaki kol için

$$Y_4 = Y_L + Y_C$$

$$= \frac{1}{j4} + \frac{1}{-j2}$$

$$= j \frac{1}{4} S$$

yazılabilir. Bundan dolayı:

$$Z_4 = -j4 \Omega$$

Şimdi seri bağlı Z_3 ve Z_4 empedanslarının esdeğerini bulalım.

$$\begin{aligned} Z_{34} &= Z_3 + Z_4 \\ &= (4 + j2) + (-j4) \\ &= 4 - j2 \Omega \end{aligned}$$

Bu esdeğer empedans Z_2 ile paralel olduğundan admitansları kullanmak daha uygundur:

$$\begin{aligned} Y_{34} &= \frac{1}{Z_{34}} \\ &= \frac{1}{4 - j2} \\ &= 0.20 + j0.10 S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_2 &= 2 + j6 - j2 \\ &= 2 + j4 \Omega \end{aligned}$$

olduğundan dolayı

$$\begin{aligned} Y_2 &= \frac{1}{2 + j4} \\ &= 0.10 - j0.20 S \\ Y_{234} &= Y_2 + Y_{34} \\ &= 0.30 - j0.10 S \end{aligned}$$

olar. Görüldüğü gibi seri bağlantıda empedansları, paralel bağlantıda ise admitansları toplamaktayız.

Y_{234} 'ten Z_{234} 'ü aşağıdaki gibi hesaplayabiliriz.

$$\begin{aligned} Z_{234} &= \frac{1}{Y_{234}} \\ &= \frac{1}{0.30 - j0.10} \\ &= 3 + j1 \Omega \end{aligned}$$

Z_1 iki paralel eleman içerdiginden yine admitansları kullanacağız:

$$\begin{aligned} Y_I &= Y_R + Y_C \\ &= \frac{1}{1} + \frac{1}{-j2} \\ &= 1 + j\frac{1}{2} S \end{aligned}$$

Dolayısıyla eşdeğer empedans

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{1}{1 + j\frac{1}{2}} \\ &= 0.8 - j0.4 \Omega \end{aligned}$$

olar. Şimdi seri bağlı Z_1 ve Z_{234} empedanslarının eşdeğerini hesaplayabiliriz:

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= Z_1 + Z_{234} \\ &= 0.8 - j0.4 + 3 + j1 \\ &= 3.8 + j0.6 \Omega \end{aligned}$$

Problem Çözme Stratejisi

Adım 1. Paralel elemanların admitanslarını toplayınız.

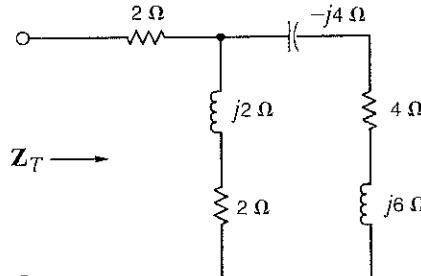
Adım 2. Seri elemanların empedanslarını toplayınız.

Adım 3. Komşu elemanları birleştirmek için admitanstan empedansa ve empedanstan admitansa dönüşümler yaparak ilerleyiniz.

Empedans ve Admitansların Birleştirilmesi

E8.10 Şekil E.8.10'daki devrede Z_T empedansını hesaplayınız.

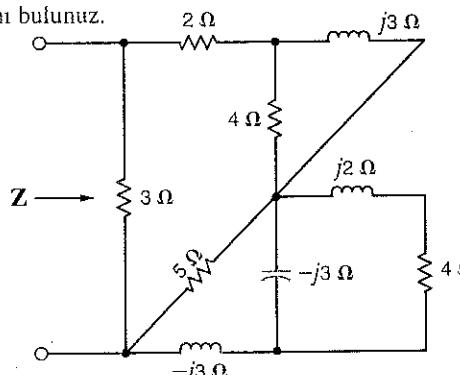
YANIT:
 $Z_T = 3.38 + j1.08 \Omega$.



Şekil E8.10

E8.11 Şekil E8.11'deki Z empedansını bulunuz.

YANIT:
 $Z = 1.95 + j0.29 \Omega$.



Şekil E8.11

8.6

Fazör Diyagramları

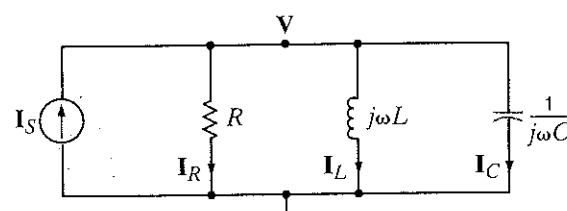
Empedans ve admitans frekansın bir fonksiyonudur ve bu yüzden frekans değişince değerleri değişir. Z ve Y 'deki bu değişimler bir devrede akım-gerilim ilişkisini de etkiler. Frekansın devre parametreleri üzerinde etkisi bir fazör diyagramı üzerinden kolayca görülebilir. Aşağıdaki örnek bu hususları açıklamada yardımcı olacaktır.

8.12

Şekil 8.13
Örnek paralel devre.

ÇÖZÜM

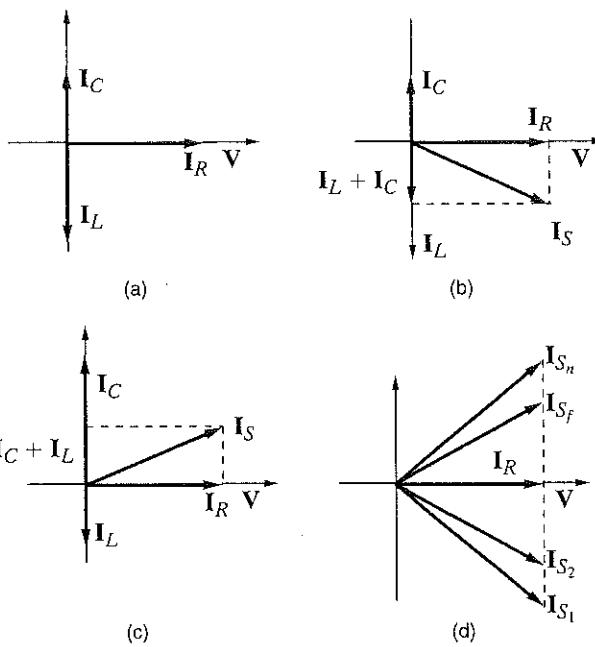
8.13'te gösterilen devrenin fazör diyagramını çizelim.



İlgili değişkenler şekilde etiketlendirilmiştir. Bir fazör diyagramını oluştururken kolay olması açısından V 'yi referans fazör olarak seçer ve faz açısını keyfi olarak 0° alırız. Bu yüzden, tüm akımları bu fazöre göre ölçeriz. V 'nin faz açısını 0° almakla herhangi bir kaybımız olmaz. Örneğin, gerçekte V 'nin faz açısı 30° ise tüm akımlar bu fazöre göre ölçülmüş olduğundan yapacağımız şey sadece tüm fazör diyagramını 30° döndürmektir.

Devrenin üst düğümünde KAY eşitliğini yazalım:

$$I_S = I_R + I_L + I_C = \frac{V}{R} + \frac{V}{j\omega L} + \frac{V}{1/j\omega C}$$



Şekil 8.14
Şekil 8.13'teki devrenin fazör diyagramları.

$V = V_M \angle 0^\circ$ olduğundan dolayı,

$$I_S = \frac{V_M \angle 0^\circ}{R} + \frac{V_M \angle -90^\circ}{\omega L} + V_M \omega C \angle 90^\circ$$

V , I_R , I_L ve I_C arasındaki faz ilişkisini gösteren fazör diyagramı Şekil 8.14a'da gösterilmiştir. Küçük frekanslarda (ω) I_L 'nin genliğinin I_C 'ninkinden daha büyük olur. Bu durum için akımların fazör diyagramı Şekil 8.14b'de gösterilmiştir. Yüksek frekanslarda (ω) I_L 'nin genliğinin I_C 'ninkinden daha küçük olur. Bu durum için akımların fazör diyagramı Şekil 8.14c'de gösterilmiştir. Frekans (ω) yükseldikçe I_S fazörü Şekil 8.14d'de gösterildiği gibi I_S 'den I_{S_n} 'ye doğru kesik çizgi ile belirlenen noktaları takip edecek şekilde hareket eder.

$I_C = I_L$ iken veya başka bir deyişle $\omega L = 1/\omega C$ iken I_S 'nın V ile aynı fazda olduğuna dikkat ediniz. Dolayısıyla

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

eşitliği sağlandığında V düşüm gerilimi ile I_S akım kaynağı aynı fazda olur. Bu durum KAY denkleminden de görülebilir:

$$I = \left[\frac{1}{R} + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right] V$$

$\omega L = 1/\omega C$ eşitliği sağlandığında parantezin içindeki karmaşık bileşen sıfır olacaktır.

[ipucu]

Grafiksel işlemi yaparken fazörler, vektörler gibi kullanılabılır.

Şekil 8.15a'da gösterilen seri devrenin fazör diyagramını elde edelim.

Bu devre için KGY denklemini yazalım:

ÖRNEK

8.13

$$\begin{aligned} V_S &= V_R + V_L + V_C \\ &= IR + \omega LI \angle 90^\circ + \frac{I}{\omega C} \angle -90^\circ \end{aligned}$$

$I = I_M \angle 0^\circ$, olacak şekilde I 'yı referans fazör olarak seçelim. $\omega L I_M > I_M / \omega C$ için fazör diyagramı Şekil 8.15b'de gösterildiği gibi olacaktır. Özellikle, $\omega = 377$ rad/s (yani $f = 60$ Hz) ise o zaman $\omega L = 6$ ve $1/\omega C = 2$ olur. Bu koşullar altında, fazör diyagramı Şekil 8.15c'de gösterildiği şekilde çizilir.

Şimdi, giriş geriliminin

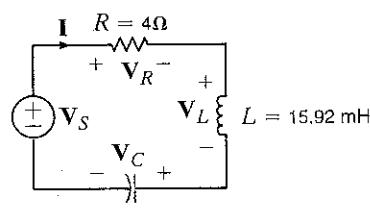
$$v_S(t) = 12\sqrt{2} \cos(377t + 90^\circ) \text{ V}$$

biçiminde olduğunu varsayıyalım ve referans fazör olarak V_s 'yi seçelim. Bu durumda akım şöyle hesaplanır:

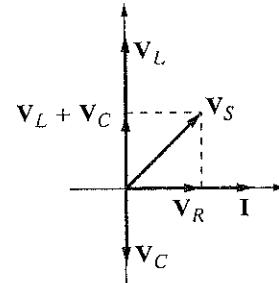
$$\begin{aligned} I &= \frac{V}{Z} = \frac{12\sqrt{2} \angle 90^\circ}{4 + j6 - j2} \\ &= \frac{12\sqrt{2} \angle 90^\circ}{4\sqrt{2} \angle 45^\circ} \\ &= 3 \angle 45^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Bu akımlar için çizilen fazör diyagramı Şekil 8.15d'de gösterilmektedir. Görüldüğü gibi Şekil 8.15b ve c'de verilen fazör diyagramları olduğu gibi 45° döndürülmüştür.

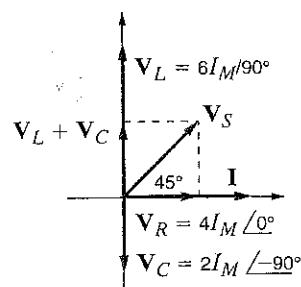
Şekil 8.15
Bellİ koşullar altında seri
devrede fazör diyagramları.
(Çizimler ölçekli olarak
çizilmemiştir.)



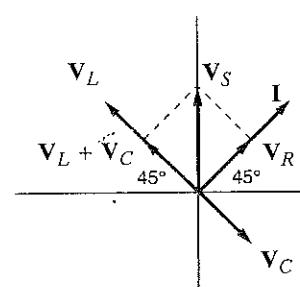
(a)



(b)



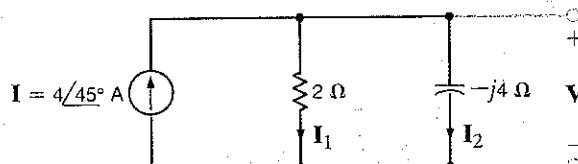
(c)



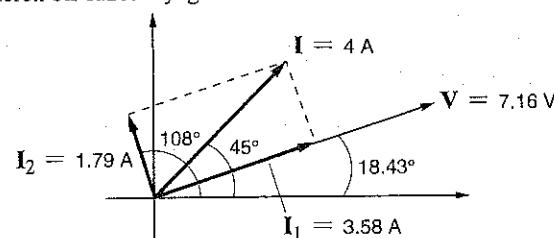
(d)

Öğrendiklerimizi Uygulayın!

E8.12 Şekil E.8.12'deki devrenin tüm akım ve gerilimlerini gösteren bir fazör diyagramı çiziniz. **YANIT:**

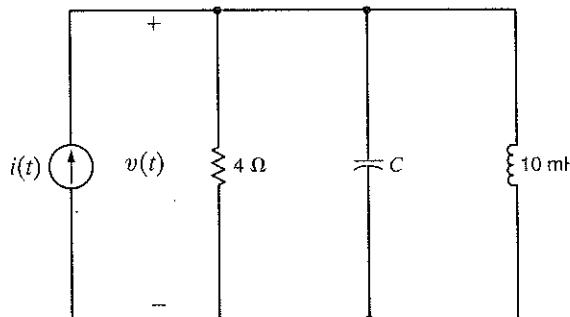


Şekil E8.12



E8.13 Şekil E8.13'teki devrede $v(t)$ ve $i(t)$ 'nin aynı fazda olabilmesi için gerekli olan C 'nin değerini hesaplayınız.

YANIT: $C = 400 \mu F$



Şekil E8.13

8.7

Kirchhoff yasalarının frekans bölgesinde uygulandığını göstermiştık. Bu yüzden bu yasalar AA devrelerinin kalıcı durum gerilim ve akımlarının hesaplamasında da kullanılabilir. Bu yaklaşımı kullanmak için gerilim ve akımlar fazörler cinsinden ifade edilmelidir. Bu yapıldıktan sonra fazör denklemlerden yararlanarak, rezistif devrelerin DA analizine benzer biçimde AA kalıcı durum analizi gerçekleştirilebilir. Karmaşık katsayırlara sahip olan fazör denklemlerin matematiksel hesaplamalarında araç olarak karmaşık sayı aritmetiği kullanılır. Rezistif DA devrelerin çözümüne uygulamış olduğumuz tekniklerin AA devre analizinde de geçerli olduğunu açıklayarak işe başlayacağız. Kalıcı durum AA devre analizinde ortaya çıkan tek fark cebirsel fazör denklemlerinin karmaşık katsayırlara sahip olmalarıdır.

Kirchhoff Yasalarını Kullanarak Temel Analiz

Problem-Cözme Stratejisi

- Nispeten basit devreler için (yani, tek bir kaynaklı devreler);
 - AA analizi için Ohm yasasını-yani $V = IZ$ bağıntısını
 - Eşdeğer empedans (Z_s) ve admitans (Y_p) bulma kurallarını
 - KAY ve KGY'yi
 - Akım ve gerilim bölüşüm kuralını
- Çok kaynaklı daha karmaşık devreler için;
 - Düğüm analizini
 - Çevre veya göz yöntemini
 - Süperpozyonu
 - Kaynak dönüştürmünü
 - Thevenin ve Norton teoremlerini kullanınız.

AA Kalıcı Durum Analizi

Bu noktada, karmaşık katsayılı cebirsel fazör denklemlerini hesaplarken kolaylık olması açısından virgülden sonra sadece iki basamak alacağımızı söyleyelim. Bunu yaparken hesaplamalarımızda yuvarlama hatası olacaktır. Bu hatalar, aşağıdaki örnekte görüleceği gibi özellikle aynı problemi iki veya daha fazla yaklaşımla çözerken kendini daha fazla gösterir.

GÖRÜŞ

8.14

ÇÖZÜM

Şekil 8.16a'daki devrenin tüm gerilim ve akımlarını hesaplamak istiyoruz.

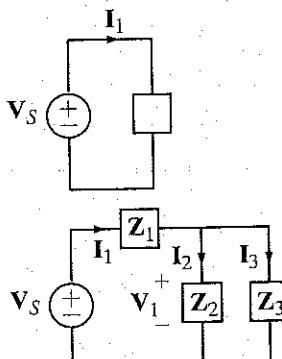
Yaklaşımımız aşağıdaki gibi olacaktır. Önce V_s kaynağı tarafından görülen toplam empedansı hesaplayacağız. Daha sonra bu sonucu I_1 'i hesaplamak için kullanacağız. I_1 'i bulduğumuzda KGY'yi kullanarak V_1 'i hesaplayabiliriz. V_1 'i bulduğumuzda I_2 ve I_3 'ü hesaplayabiliriz ve bu şekilde işlemlere devam ederek diğer bilinmeyenleri de hesaplayabiliriz.

V_s kaynağı tarafından görülen toplam empedans:

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= 4 + \frac{(j6)(8 - j4)}{j6 + 8 - j4} \\ &= 4 + \frac{24 + j48}{8 + j2} \\ &= 4 + 4.24 + j4.94 \\ &= 9.61 / 30.94^\circ \Omega \end{aligned}$$

[ipucu]

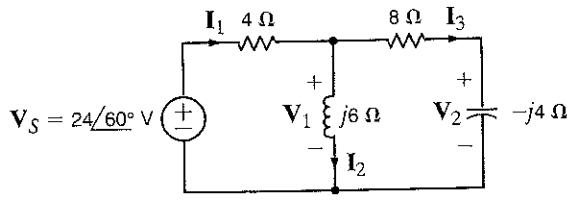
Teknik

1. I_1 'i hesapla.2. $V_1 = V_s - I_1 Z_1$ bulunuz.

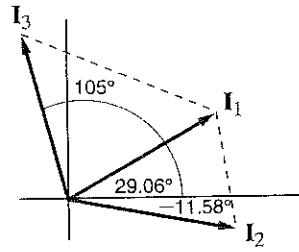
Sonra

$$I_2 = \frac{V_1}{Z_2} \text{ and } I_3 = \frac{V_1}{Z_3}$$

Akım ve gerilim bölüşüm kuralı da uygulanabilir.



(a)



(b)

Şekil 8.16 (a) Örnek AA devre, (b) akımların fazör diyagramı. (Çizimler ölçekli çizilmemiştir.)

Daha sonra akım hesaplanır:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{V_s}{Z_{eq}} = \frac{24 / 60^\circ}{9.61 / 30.94^\circ} \\ &= 2.5 / 29.06^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

V_1 , KGY'yi kullanarak bulunabilir:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_s - 4I_1 \\ &= 24 / 60^\circ - 10 / 29.06^\circ \\ &= 3.26 + j15.93 \\ &= 16.26 / 78.43^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

V_1 'in gerilim bölüşüm kuralıyla da hesaplanabileceğine dikkat ediniz:

$$V_1 = \frac{\frac{V_s (j6)(8 - j4)}{j6 + 8 - j4}}{4 + \frac{(j6)(8 - j4)}{j6 + 8 - 4}} V$$

Önceki hesaplamalarımızdan yararlanarak V_1 gerilimini şöyle yazabiliriz:

$$V_1 = \frac{(24 / 60^\circ)(6.51 / 49.36^\circ)}{9.61 / 30.94^\circ}$$

$$= 16.26 / 78.42^\circ \text{ V}$$

V_1 'i elde ettikten sonra hem I_2 ve hem de I_3 'ü hesaplayabiliriz:

$$I_2 = \frac{V_1}{j6} = \frac{16.26 / 78.43^\circ}{6 / 90^\circ}$$

$$= 2.71 / -11.58^\circ \text{ A}$$

ve

$$I_3 = \frac{V_1}{8 - j4}$$

$$= 1.82 / 105^\circ \text{ A}$$

I_2 ve I_3 akım bölüşüm kuralı ile de hesaplanabilir. Örneğin, I_2 şu şekilde hesaplanabilirdi:

$$I_2 = \frac{I_1(8 - j4)}{8 - j4 + j6}$$

$$= \frac{(2.5 / 29.06^\circ)(8.94 / -26.57^\circ)}{8 + j2}$$

$$= 2.71 / -11.55^\circ \text{ A}$$

Sonuç olarak, V_2 aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$V_2 = I_3(-j4)$$

$$= 7.28 / 15^\circ \text{ V}$$

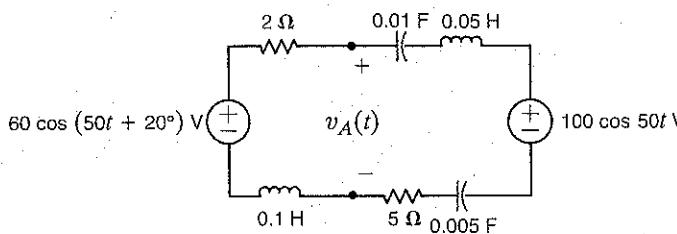
Bulunan bu değer de gerilim bölüşüm kuralı ile hesaplanmış olabilirdi. I_1 , I_2 , ve I_3 'ün Şekil 8.16b'de verilen fazör diyagramları aynı zamanda KAY'nın de bir gösterimidir.

Son olarak, problemi tersten çözmesi için okuyucu teşvik edilmektedir; yani, V_2 ve rilipl V_s 'nin bulunması istenmektedir. V_2 biliniyorsa kondansatör empedansı kullanılarak I_3 'ün hemen hesaplanabileceğine dikkat ediniz. Daha sonra $V_2 + I_3(8)$, V_1 'i verecektir. V_1 'i biliyorsak I_2 'yi bulabiliriz. Daha sonra $I_2 + I_3 = I_1$ olur ve böylece işlemler devam eder. E8.12 sorusunun konusu olan bu analiz için, Ohm yasası, KAY, ve KGY'nin ardarda uygulanması gerekmektedir.

Degrendüklerimizi Sınavyalıza

E8.14 Şekil E.8.14'deki $v_A(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT: $v_A(t) = 95.83 \cos(50t + 24.1^\circ) \text{ V}$

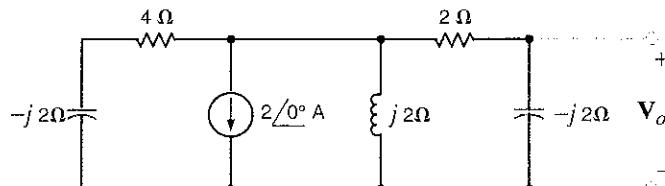


Şekil E8.14

E8.15 Şekil E8.15'deki V_o gerilimini bulunuz.

YANIT:

$$V_o = 2.98 / -153.43^\circ \text{ V.}$$

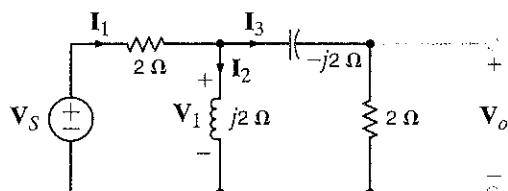


Şekil E8.15

E8.16 Şekil E8.16'daki devrede, $V_o = 8 / 45^\circ \text{ V}$ olarak verilmektedir. V_s 'yi hesaplayınız.

YANIT:

$$V_s = 17.89 / -18.43^\circ \text{ V.}$$



Şekil E8.16

8.8

Analiz Teknikleri

Bu bölümde, daha önceden DA devrelerine başarıyla uyguladığımız ve AA kalıcı durum analizine uygulanabilirliğini gösterdiğimiz devre analiz yöntemlerini yeniden ele alacağız. Bu teknikleri, sonuca ulaşmak için düğüm analizi ve çevre analizini de içeren tüm teoremlerin kullanıldığı örnek problemlere uygulayacağız.

ÖRNEK

8.15

ÖZZÜM

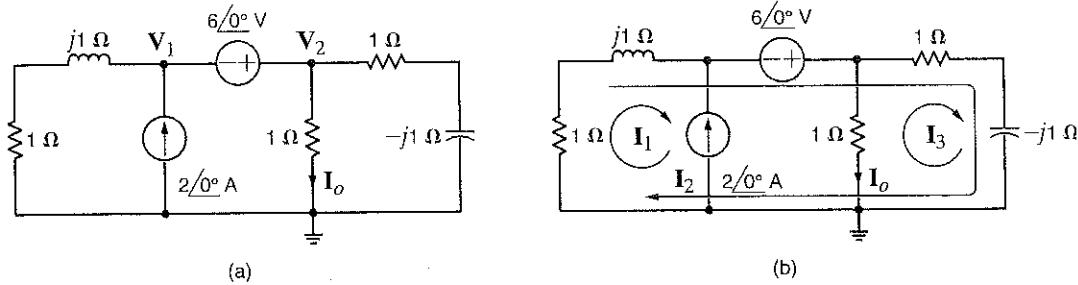
Şekil 8.17a'da verilen devrede düğüm analizi, çevre analizi, superpozisyon, kaynak dönüştümünü, Thevenin teoremini ve Norton teoremini kullanarak I_o akımını bulalım.

1. *Düğüm Analizi* Devrenin düğüm analiziyle başlayalım. Gerilim kaynağını içine alan süper düğüme ait KAY denklemini yazalım:

[ipucu]

$$\frac{V_1}{1+j} - 2 / 0^\circ + \frac{V_2}{1} + \frac{V_2}{1-j} = 0$$

Süper düğümünden
çıkan akımların toplanması.
Çıkan akımlar
pozitif işaretle sahiptir.



Şekil 8.17 Düğüm ve çevre analizi için Örnek 8.15'te kullanılan devreler.

KGY denklemi ise şu biçimdedir:

$$V_1 + 6\angle 0^\circ = V_2$$

İkinci denklemde V_1 'i çekip ilk denklemde yerine koyarsak

$$\frac{V_2 - 6\angle 0^\circ}{1+j} - 2\angle 0^\circ + V_2 + \frac{V_2}{1-j} = 0$$

veya

$$V_2 \left[\frac{1}{1+j} + 1 + \frac{1}{1-j} \right] = \frac{6 + 2 + 2j}{1+j}$$

elde edilir. Buradan V_2 'yi çekersek

$$V_2 = \left(\frac{4+j}{1+j} \right) V$$

elde ederiz. Dolayısıyla:

$$I_o = \frac{4+j}{1+j} = \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}j \right) A$$

2. **Cevre Analizi** Şekil 8.17b'de çevre akımlarının belirtildiği devre gösterilmektedir. Burada çevre akımlarından biri bağımsız akım kaynağından geçecek biçimde seçilmiş tir. Üç çevre denklemi şu biçimde yazılır:

$$I_1 = -2\angle 0^\circ$$

$$1(I_1 + I_2) + j1(I_1 + I_2) - 6\angle 0^\circ + 1(I_2 + I_3) - j1(I_2 + I_3) = 0$$

$$1I_3 + 1(I_2 + I_3) - j1(I_2 + I_3) = 0$$

İlk iki denklemi birleştirirsek

$$I_2(2) + I_3(1-j) = 8+2j$$

elde edilir. Üçüncü çevre denklemi aşağıdaki şekilde sadeleştirilebilir:

$$I_2(1-j) + I_3(2-j) = 0$$

Bu son denklemden I_2 'yi çekip önceki denklemde yerine koyduğumuzda

$$I_3 \left[\frac{-4+2j}{1-j} + 1-j \right] = 8+2j$$

elde edilir. Buradan

$$I_3 = \frac{-10+6j}{4}$$

[ipucu]

DA analizinde olduğu gibi, çevre denklemlerinde potansiyel seviyesindeki azalşın + ve artışın - olduğu farz edilir.

[ipucu]

Bu devrede süperpozisyon uygularken her bir kaynak tek tek devreye uygulanır ve sonuçlar toplanarak çözüm elde edilir.

bulunur. Bu akım kullanılarak da I_o hesaplanır.

$$I_o = -I_3 = \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}j \right) A$$

3. **Süperpozisyon** Süper pozisyonun kullanımında, her bir bağımsız kaynağı tek başına devrede bulunduğu zamanki etkisini hesaplarız. Şekil 8.18a'da sadece akım kaynağının bulunduğu devre gösterilmiştir. Devrenin iki ucundaki iki paralel empedansı birleştirerek Şekil 8.18b'deki devreyi elde ederiz. Bu devrede

$$Z' = \frac{(1+j)(1-j)}{(1+j) + (1-j)} = 1 \Omega$$

yazılabilir. Bu yüzden, akım bölüşüm kuralını kullanarak,

$$I'_o = 1/0^\circ A$$

elde edilir. Şekil 8.18c'de sadece gerilim kaynağının bulunduğu devre gösterilmiştir. Gerilim bölüşüm kuralı kullanılarak V''_1 gerilimi elde edilir:

$$\begin{aligned} V''_1 &= \frac{(6/0^\circ) \left[\frac{1(1-j)}{1+1-j} \right]}{1+j + \left[\frac{1(1-j)}{1+1-j} \right]} \\ &= \frac{6(1-j)}{4} V \end{aligned}$$

Buradan da:

$$I''_o = \frac{6}{4}(1-j) A$$

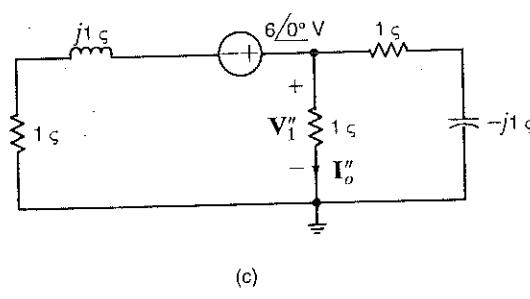
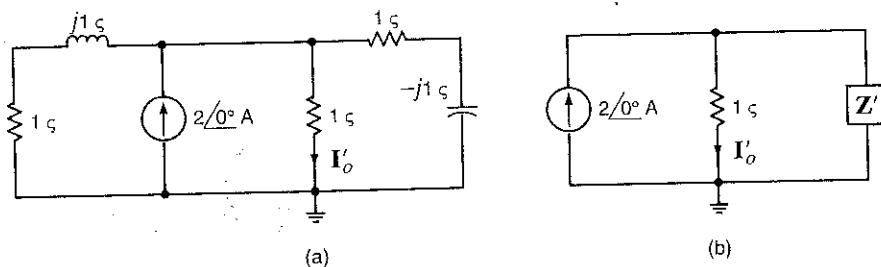
Dolayısıyla:

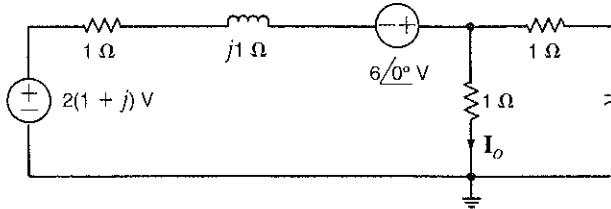
$$I_o = I'_o + I''_o = 1 + \frac{6}{4}(1-j) = \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}j \right) A$$

4. **Kaynak Dönüşümü** Kaynak dönüşümü yaklaşımında ilk adım olarak paralel empedanslı akım kaynağını seri empedanslı gerilim kaynağı ile değiştiririz. Elde edilen devre Şekil 8.19a'da gösterilmektedir.

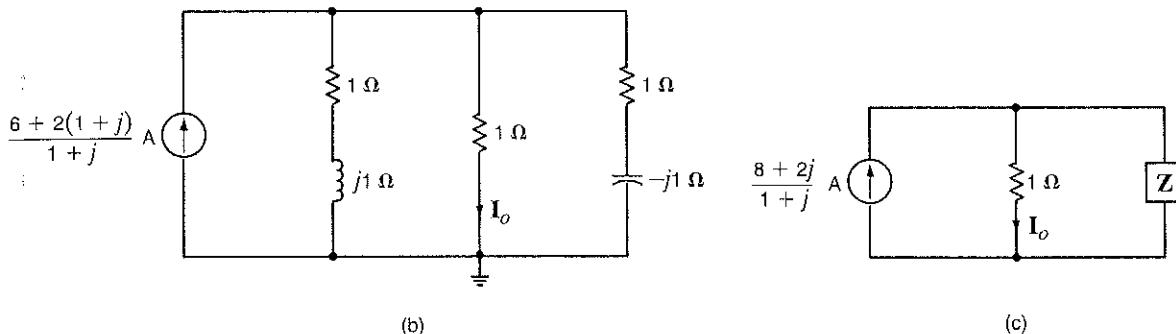
Şekil 8.18

Süper pozisyon analizi için Örnek 8.15'te kullanılan devreler.





(a)



(b)

(c)

Şimdi, seri bağlı iki gerilim kaynağını toplayıp, eşdeğer kaynağı ve seri bağlı empedansı, Şekil 8.19b'de gösterildiği gibi, bir akım kaynağı ve paralel bağlı empedansa dönüştürelim. 1Ω 'luk dirence paralel olan iki empedansı birleştirerek Şekil 8.19c'deki devre elde edilir. Burada:

$$Z = \frac{(1+j)(1-j)}{1+j+1-j} = 1\Omega$$

Bu yüzden, akım bölüşüm kuralını kullanarak:

$$\begin{aligned} I_o &= \left(\frac{8+2j}{1+j}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4+j}{1+j} \\ &= \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}j\right) A \end{aligned}$$

5. **Thevenin Analizi** Şekil 8.17a'daki devreye Thevenin teoremini uygulamak için ilk olarak, Şekil 8.20a'da gösterilen V_{oc} açık devre gerilimini bulmalıyız. Analizi basitleştirmek için devrenin sol tarafında kaynak dönüştümü yapalım. Bunun sonucunda Şekil 8.20b'deki devre elde edilir. Şimdi gerilim bölüşüm kuralını kullanarak,

$$V_{oc} = [6 + 2(1+j)] \left[\frac{1-j}{1-j+1+j} \right]$$

veya

$$V_{oc} = (5 - 3j) V$$

elde ederiz. Akım kaynağı açık devre ve gerilim kaynağı kısa devre edildiğinde, açık devre uçlarından görülen Thevenin eşdeğer empedansı, Z_{Th} , Şekil 8.20c'de gösterilmiştir ve aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$Z_{Th} = \frac{(1+j)(1-j)}{1+j+1-j} = 1\Omega$$

Şekil 8.19
Örnek 8.15'deki
kaynak
dönüşümü
analizinde
kullanılan
devreler.

[ipucu]

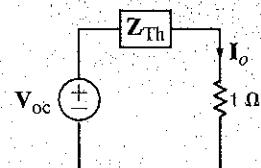
Kaynak dönüşümünde, seri empedanslı bir gerilim kaynağı paralel empedanslı bir akım kaynağına dönüştürülebilir veya bunun tam tersi yapılabilir.

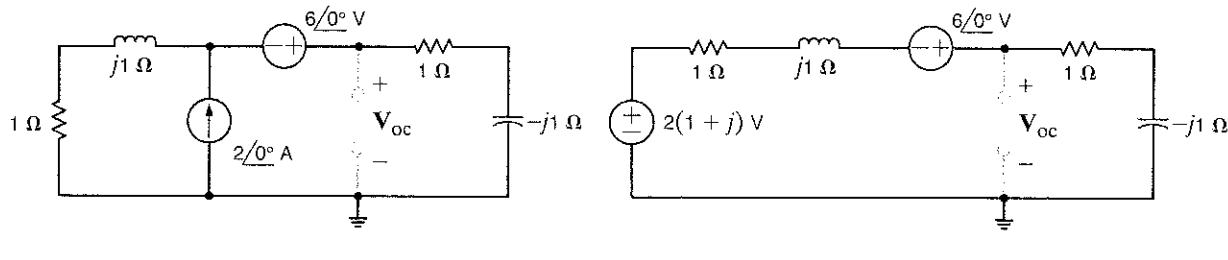
Bu uygulamanın sistematik olarak tekrar edilmesi devre elemanlarının sayısını azaltır.

[ipucu]

Bu Thevenin analizinde,

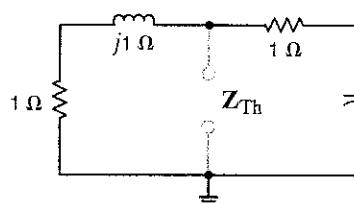
- 1 Ω'luk yükü çıkarınız ve açık uçlardaki V_{oc} gerilimini bulunuz.
- Tüm kaynakları sıfır yaparak açık uçlardaki Z_{Th} empedansını belirleyiniz.
- Aşağıdaki devreyi kurunuz ve I_o akımını bulunuz.



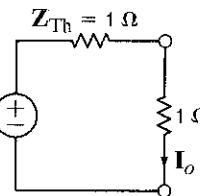


(a)

(b)



(G)



(d)

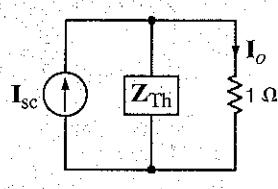
Şekil 8.20

Thevenin analizi için Örnek
8.15'de kullanılan
devreler,

[ipucu]

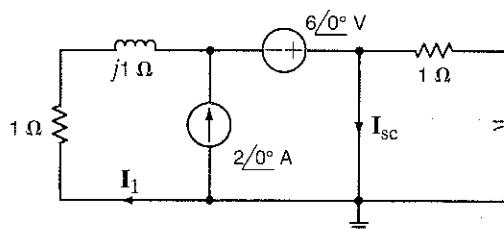
Bu Norton analizinde,

1. Ω 'luç yükü çıkarınız ve kisa devre edilen uçlardaki I_{sc} akımını bulunuz.
 2. Tüm kaynakları sıfır yaparak açık yük uçlarındaki Z_{Th} empedansını belirleyiniz.
 3. Aşağıdaki devreyi kurunuz ve I_o akımını hesaplayınız.



Şekil 8.21

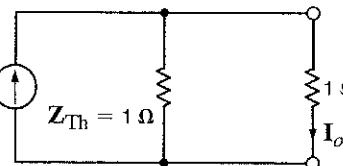
Örnek 8.15'te Norton analizi için kullanılan devreler.



(a)

$$= \mathbf{I}_1 + 2 \underline{\mathbf{0}^\circ} = 2 + \frac{6}{1+j}$$

$$= \left(\frac{8+2j}{1+j} \right) \mathbf{A}$$



(b)

Thevenin eşdeğer impedansı, Z_{Th} 'nın 1Ω olduğu bilinmektedir. Bu yüzden, Norton eşdeğer devresini içinden I_o akımı akan 1Ω 'luk dirence bağlayarak Şekil 8.21b'deki devreyi elde ederiz. Akım bölüşüm kuralını kullanarak, I_o akımını hesaplayabiliriz:

$$\begin{aligned} I_o &= \frac{1}{2} \left(\frac{8 + 2j}{1 + j} \right) \\ &= \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2} j \right) A \end{aligned}$$

Şimdi bağımlı bir kaynak içeren bir örneği gözönüne alalım.

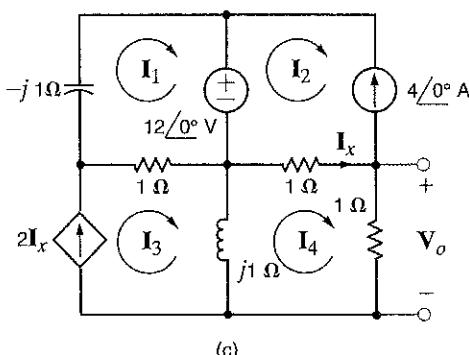
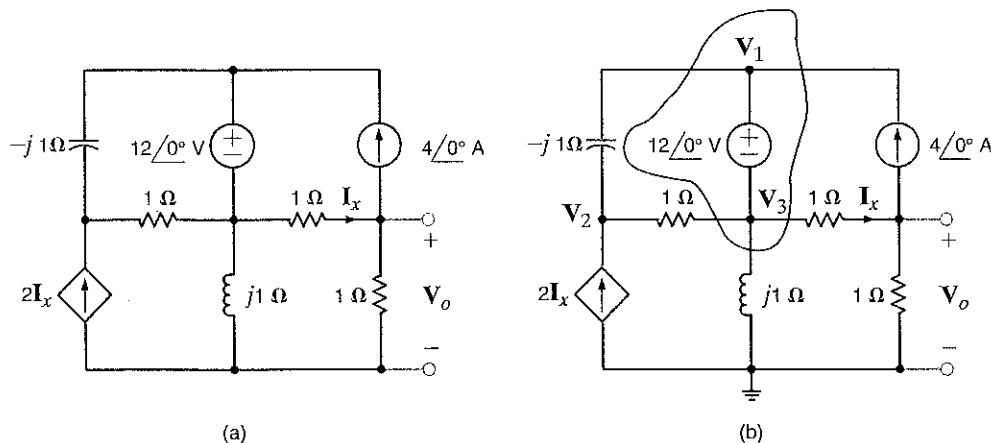
Şekil 8.22a'daki devrede V_o gerilimini bulalım. Bu örnekte düğüm denklemlerini, çevre denklemlerini, Thevenin teoremini ve Norton teoremini kullanacağız. Süperpozisyon ve kaynak dönüştürme tekniklerini kullanmayacağız. (Neden?)

**ÖRNEK
8.16**

1. **Düğüm Analizi** Düğüm analizini gerçekleştirmek için Şekil 8.22b'de gösterildiği gibi düğüm gerilimlerini işaretleyelim. Görtüldüğü gibi bu devrede bir süper düğüm bulunmaktadır. Süper düğüm için belirleyici denklem şu biçimdedir:

ÇÖZÜM

$$V_3 + 12/0^\circ = V_i$$



Şekil 8.22 Düğüm ve çevre analizi için Örnek 8.16'da kullanılan devreler.

[ipucu]

Bağımlı bir kaynağın olması süperpozisyon ve kaynak dönüşümünü nasıl etkiler?

Devre düğümlerinin KAY denklemleri aşağıda verilmektedir:

$$\begin{aligned}\frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{-j1} + \frac{\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_2}{1} - 4\cancel{/0^\circ} + \frac{\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_o}{1} + \frac{\mathbf{V}_3}{j1} &= 0 \\ \frac{\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1}{-j1} + \frac{\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_3}{1} - 2\left(\frac{\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_o}{1}\right) &= 0 \\ 4\cancel{/0^\circ} + \frac{\mathbf{V}_o - \mathbf{V}_3}{1} + \frac{\mathbf{V}_o}{1} &= 0\end{aligned}$$

Bu denklemleri matris analizi ile ya da, örneğin, ilk ve son denklemi geriye kalan iki denklemde yerine koyarak çözebiliriz. Bu işlem yapılrsa

$$\begin{aligned}3\mathbf{V}_o - (1+j)\mathbf{V}_2 &= -(4+j12) \\ -(4+j2)\mathbf{V}_o + (1+j)\mathbf{V}_2 &= 12+j16\end{aligned}$$

elde ederiz. Bu denklemleri \mathbf{V}_o gerilimini elde etmek için çözersek

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_o &= \frac{-(8+j4)}{1+j2} \\ &= +4\cancel{/143.13^\circ} \text{ V bulunur.}\end{aligned}$$

2. Çevre Analizi Devrenin göz akımları Şekil 8.22c'de tanımlanmıştır. Devreye bakarak şu eşitlikleri yazabiliriz:

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_2 &= -4\cancel{/0^\circ} \\ \mathbf{I}_x &= \mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_4 + 4\cancel{/0^\circ} \\ \mathbf{I}_3 &= 2\mathbf{I}_x = 2\mathbf{I}_4 + 8\cancel{/0^\circ}\end{aligned}$$

Göz 1 ve Göz 4 için KGY denklemleri:

$$\begin{aligned}-j1\mathbf{I}_1 + 1(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_3) &= -12\cancel{/0^\circ} \\ j1(\mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_3) + 1(\mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_2) + 1\mathbf{I}_4 &= 0\end{aligned}$$

İlk eşitlikler ikinci KGY denkleminde yerine konursa denklemdeki tek bilinmeyen olarak \mathbf{I}_4 kalır. Bu yerine koyma işlemi

$$\mathbf{I}_4 = +4\cancel{/143.13^\circ} \text{ A}$$

sonucunu verir. Böylece \mathbf{V}_o gerilimini hesaplayabiliriz.

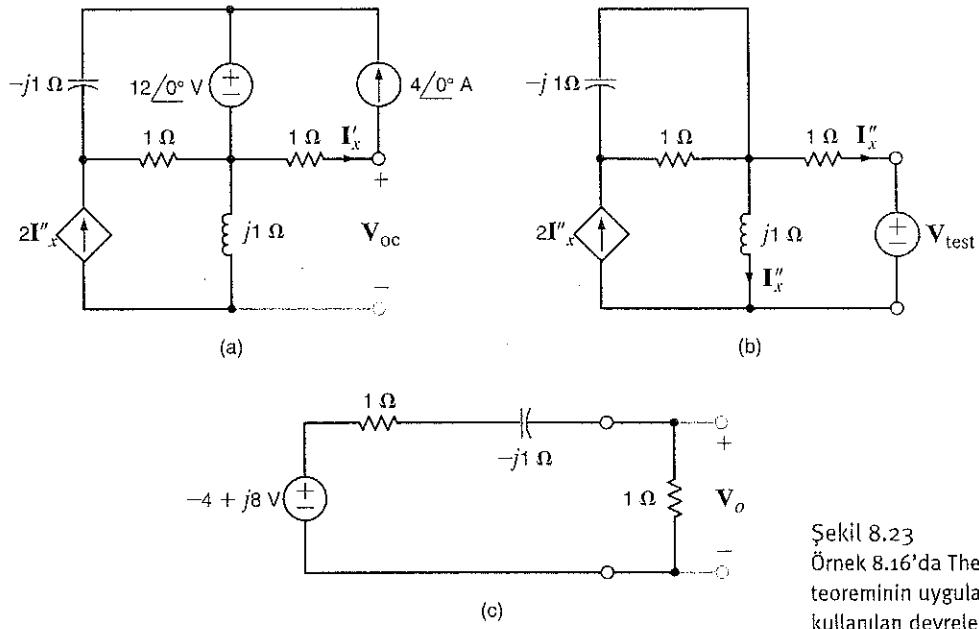
$$\mathbf{V}_o = +4\cancel{/143.13^\circ} \text{ V}$$

3. Thevenin Teoremi Thevenin teoremini uygulamak için önce açık devre gerilimini sonra Thevenin empedansını bulacağız. Thevenin empedansını bulmak için açık devre uçlarına bir test kaynağı bağlamamız gereklidir. Kısa devre akımını bularak da Thevenin eşdeğer empedansını belirleyebiliriz. Ancak, kısa devre akımını Norton teoremini uyguladığımızda hesaplayacağımız.

Açık devre gerilimi Şekil 8.23a'daki devreden belirlenir. $\mathbf{I}'_x = 4\cancel{/0^\circ} \text{ A}$ olduğuna dikkat ediniz. İndüktörden $2\mathbf{I}'_x$ akımı aktığından dolayı açık devre gerilimi \mathbf{V}_{∞} şöyle bulunur:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{\infty} &= -1(4\cancel{/0^\circ}) + j1(2\mathbf{I}'_x) \\ &= -4 + j8 \text{ V}\end{aligned}$$

Thevenin eşdeğer empedansını belirlemek için bağımsız kaynaklar devre dışı bırakılır, çıkış uçlarına bir test gerilimi uygulanır ve test kaynağının çıkış akım hesaplanır. Şekil 8.23b'de gösterildiği gibi test kaynağının \mathbf{I}_x aktığından dolayı, test kaynağının alt ucuna KAY uygulandığında indüktördeki akımın da \mathbf{I}_x olmasının gerektiğini görürüz.



Şekil 8.23
Örnek 8.16'da Thevenin teoreminin uygulanmasında kullanılan devreler.

Test kaynağını içeren gözde KGY denklemini yazalım:

$$j1I''_x - 1I''_x - V_{\text{test}} = 0$$

Bu yüzden,

$$I''_x = \frac{-V_{\text{test}}}{1-j}$$

O zaman,

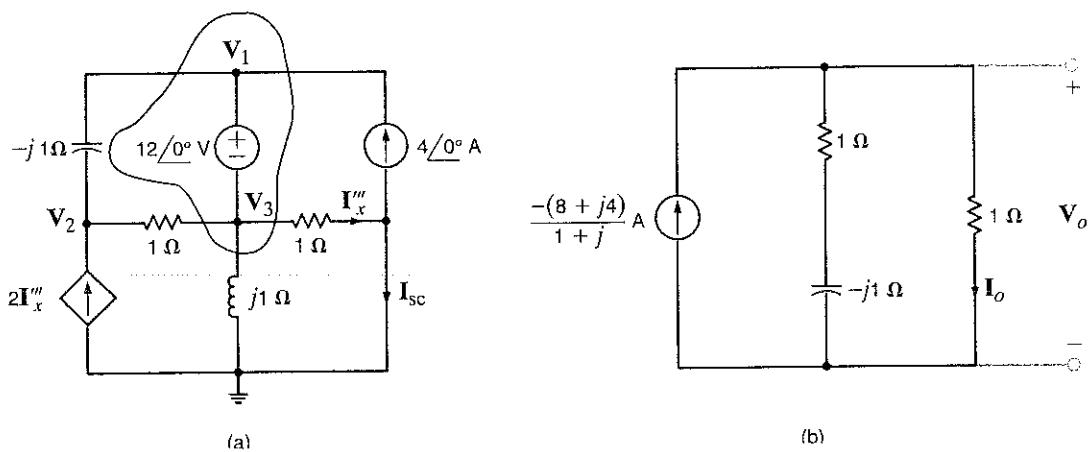
$$\begin{aligned} Z_{\text{Th}} &= \frac{V_{\text{test}}}{-I''_x} \\ &= 1 - j \Omega \end{aligned}$$

Şimdi Thevenin eşdeğer devresi Şekil 8.23c'de gösterildiği gibi yükle bağlanırsa çıkış gerilimi V_o .

$$\begin{aligned} V_o &= \frac{-4 + 8j}{2 - j1} (1) \\ &= +4 / 143,13^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

Norton Teoremi Norton teoremini uygulamak için Şekil 8.24a'daki devredeki kısa devre akımını bulmalıyız. Bir kez daha süper düğümü kullanarak süper düğüm tanım denklemi ve KAY denklemleri şu biçimde yazılabilir:

$$\begin{aligned} V_3 + 12 \angle 0^\circ &= V_1 \\ \frac{V_2 - V_1}{-j1} + \frac{V_2 - V_3}{1} - 2I'''_x &= 0 \\ \frac{V_1 - V_2}{-j1} + \frac{V_3 - V_2}{1} - 4 \angle 0^\circ + \frac{V_3}{j1} + I'''_x &= 0 \\ I'''_x &= \frac{V_3}{1} \end{aligned}$$



Şekil 8.24 Örnek 8.16'da Norton teoreminin uygulanmasında kullanılan devreler.

İlk ve son denklemleri diğer denklemlerde yerine koyarsak

$$(1+j)V_2 - (3+j)I_x'' = j12$$

$$-(1+j)V_2 + (2)I_x'' = 4 - j12$$

elde edilir. Bu denklemler I_x akımını bulmak için çözüldüğünde

$$I_x'' = \frac{-4}{1+j} \text{ A}$$

elde edilir. Şekil 8.24a'daki devrenin en sağındaki düğüm için KAY denklemini yazalım:

$$I_x'' = 4/0^\circ + I_{sc}$$

Bu denklemden I_{sc} 'yi hesaplaysak

$$I_{sc} = \frac{-(8+j4)}{1+j} \text{ A}$$

elde ederiz. Thevenin eşdeğer impedansı önceden şu şekilde bulunmuştur;

$$Z_{Th} = 1 - j \Omega$$

Orijinal devre, Norton eşdeğer devresini kullanarak Şekil 8.24b'de gösterilen devreye indirgenir. Artık, V_o gerilimini hesaplayabiliriz.

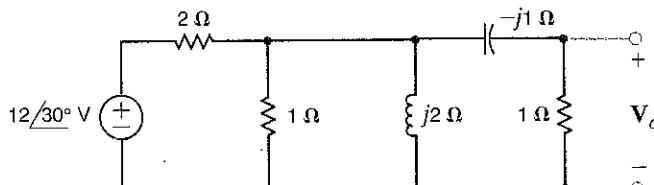
$$\begin{aligned} V_o &= \frac{-(8+j4)}{1+j} \left[\frac{(1)(1-j)}{1+1-j} \right] \\ &= -4 \left[\frac{3-j}{3+j} \right] \\ &= +4/+/+143.13^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

Öğrendiklerimizi Sınavalım

E8.17 Şekil E8.17'deki devredeki V_o gerilimini bulmak için düğüm analizini kullanınız.

YANIT:

$$V_o = 2.12 / 75^\circ \text{ V.}$$

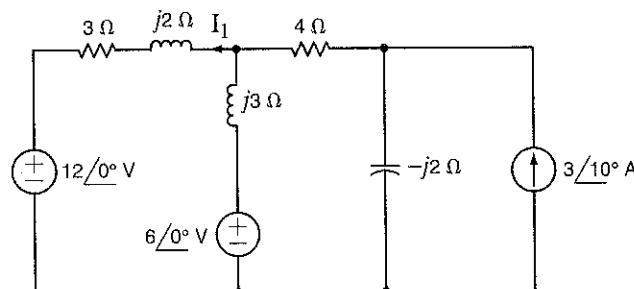


Şekil E8.17

E8.18 Düğüm analizini kullanarak Şekil E8.18'deki I_1 akımını bulunuz.

YANIT:

$$I_1 = 0.7781 / -161.9^\circ \text{ A.}$$

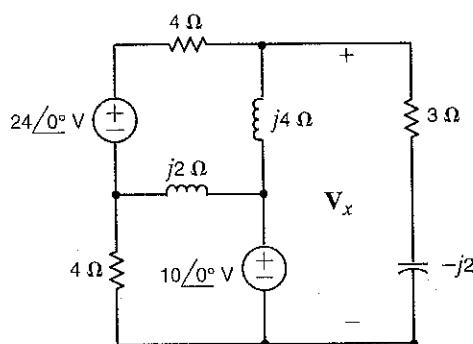


Şekil E8.18

E8.19 (a) Düğüm analizi ve (b) göz analizi kullanarak Şekil E8.19'daki V_x gerilimini bulunuz.

YANIT:

$$V_x = 17.4 / -21.62^\circ \text{ V.}$$



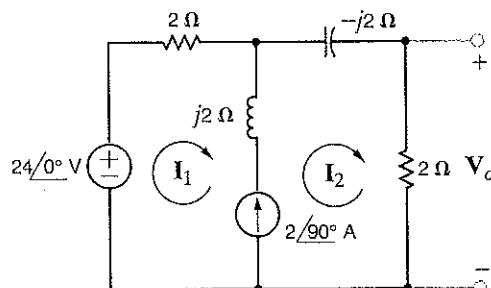
Şekil E8.19

E8.20 Şekil E8.20'deki devrede V_o gerilimini bulmak için (a) göz denklemlerini ve (b) Thevenin teoremini kullanınız.

YANIT:

$$V_o = 1.4654 / -12.34^\circ \text{ V.}$$

$$V_o = 10.88 / 36^\circ \text{ V.}$$

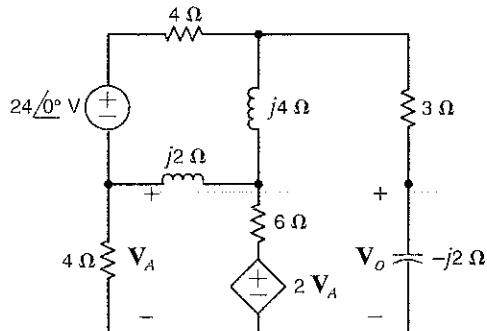


Şekil E8.20

E8.21 Göz analizini kullanarak Şekil E8.21'deki V_o gerilimini bulunuz.

YANIT:

$$V_o = 1.4654 \angle -12.34^\circ \text{ V.}$$

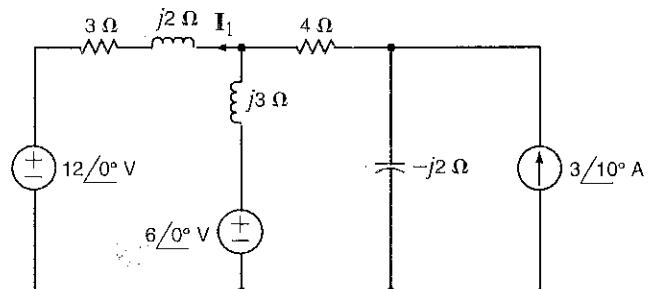


Şekil E8.21

E8.22 Süperpozisyon kullanarak Şekil E8.22'deki I_1 akımını bulunuz.

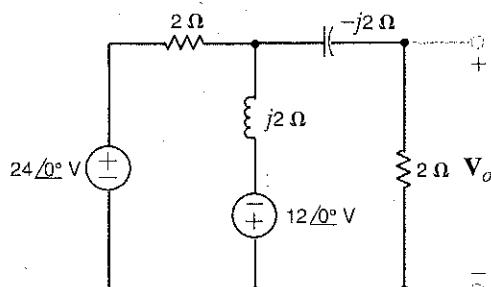
YANIT:

$$I_1 = 0.7781 \angle -161.9^\circ \text{ A.}$$



Şekil E8.22

E8.23 Şekil E8.23'teki devrede V_o gerilimini bulmak için (a) süperpozisyon, (b) kaynak dönüştümü ve (c) Norton teoremini kullanınız. **YANIT:** $V_o = 12 \angle 90^\circ \text{ V.}$

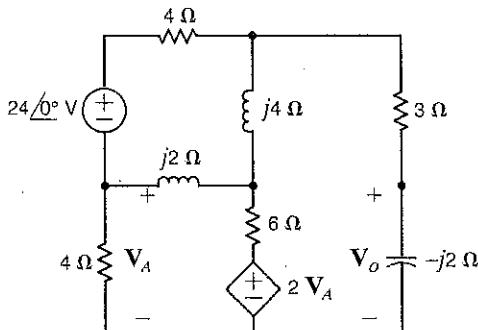


Şekil E8.23

E8.24 Thevenin teoremini kullanarak Şekil E8.24'teki V_o gerilimini bulunuz.

YANIT:

$$V_o = 1.4654 / -12.34^\circ \text{ V.}$$



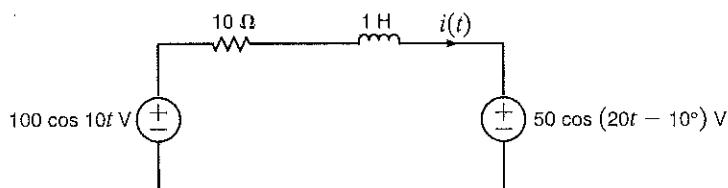
Şekil E8.24

Şekil 8.25'teki devrede $i(t)$ akımını bulalım. İlk bakışta, bu basit tek gözlu bir devre olarak gözükmemektedir. Ancak, daha dikkatlice bakınca iki kaynağın farklı frekanslarda olduğunu fark ediyoruz. Soldaki kaynağın radyan frekansı 10 rad/s iken sağdaki kaynak 20 rad/s ile çalışmaktadır. Devreyi frekans tanım bölgesinde göstermek istersek hangi frekansı kullanmalıyız? Bu problemi nasıl çözebiliriz?

**ÖRNEK
8.17**

Her bir kaynağı tek başına bağlayarak devreyi analiz edebileceğimizi süperpozisyon prensibinden biliyoruz. Her iki kaynağın bir arada bulunması durumunda devrenin bize vereceği tepki, her bir kaynağın devrede tek başına bağlı bulunduğu durumda devrenin vereceği tepkilerin toplanmasıyla elde edilir. Bu problemi çözmek için süperpozisyon prensibini kullanalım. İlk olarak, Şekil 8.26a'da gösterilen devreyi kullanarak soldaki kaynağın $i(t)$ tepkisini hesaplayınız. Şimdi, $\omega = 10 \text{ rad/s}$ için bir frekans bölgesi devresini çizebiliriz.

CÖZÜM



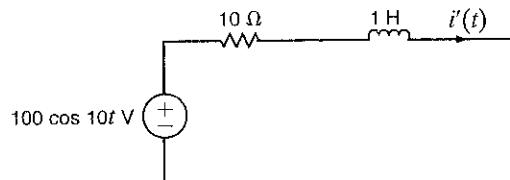
Şekil 8.25
Örnek 8.17'de
kullanılan devre.

Bu durumda, $I' = \frac{100 / 0^\circ}{10 + j10} = 7.07 / -45^\circ \text{ A}$ elde edilir. Bu yüzden, $i'(t) = 7.07 \cos(10t - 45^\circ) \text{ A}$ olur.

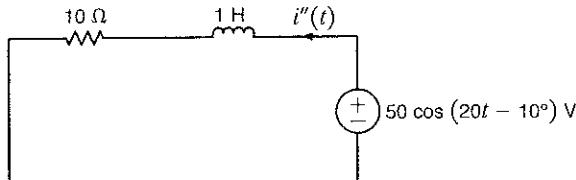
Sağdaki kaynaktan dolayı oluşan tepki, Şekil 8.27'deki devre kullanılarak belirlenebilir. $i(t)$ 'nin, orijinal devredeki $i(t)$ 'ye zıt yönde tanımlandığına dikkat ediniz. $\omega = 20 \text{ rad/s}$ için frekans bölgesi devresi de Şekil 8.27b'de gösterilmiştir.

Akım $I'' = \frac{50 / -10^\circ}{10 + j20} = 2.24 / -73.43^\circ \text{ A}$ dir. Bu yüzden, $i(t) = 2.24 \cos(20t - 73.43^\circ) \text{ A}$ olur.

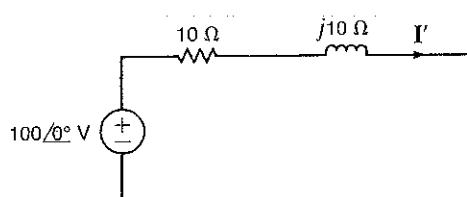
Şimdi $i(t)$ akımı, $i(t) - i(t) = 7.07 \cos(10t - 45^\circ) - 2.24 \cos(20t - 73.43^\circ) \text{ A}$ olarak hesaplanabilir.



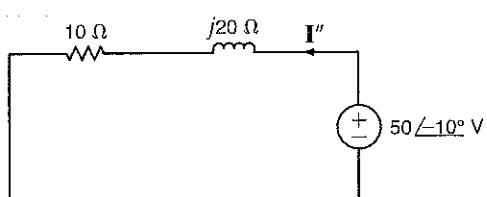
(a)



(a)



(b)



(b)

Şekil 8.26 Süperpozisyon göstermek için kullanılan devreler.

Şekil 8.27 Süperpozisyon göstermek için kullanılan devreler.

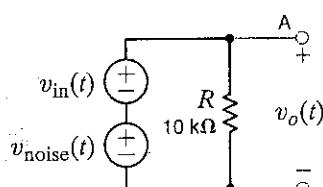
8.9

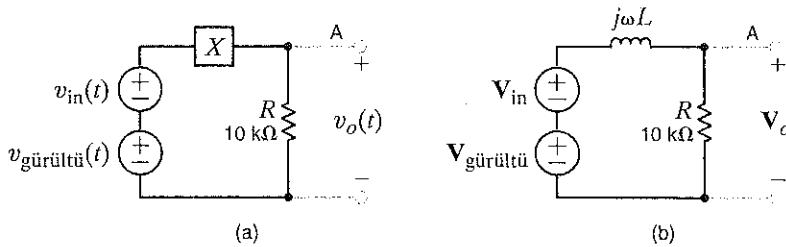
Uygulama Örnekleri

UYGULAMA ÖRNEĞİ 8.18

Şekil 8.28'deki devre, çok yaygın karşılaşılan olumsuz bir çalışma koşulunu modellemektedir. A düğümü, bir sıcaklık algılayıcının çıkış noktasını göstermektedir. Bu düğümün $v_{in}(t)$ geriliminin üzerine, çevredeki bir AM radyo istasyonunun neden olduğu yüksek frekanslı bir gerilim $v_{gürültü}(t)$ binmiştir. Gürültü frekansı 700 kHz'dır. Bu özel senaryoda algılayıcı gerilimi, aynen sıcaklık gibi, yavaş değişimeye meyil gösterir. Bu durumda görevimiz, arzulanan sinyal $v_{in}(t)$ 'yi bozmadan çıkıştaki gürültüyü azaltacak şekilde devreyi değiştirmektir.

Şekil 8.28
Radyo frekansındaki
gürültülerini
kapma olayının
modellenmesi.





Şekil 8.29
 $V_{\text{gürültü}}$ 'yü bastırmak için
kullanılan model ve (b)
ihtiyaç duyulan elemanlar.

Şekil 8.29'daki devreyi göz önüne alınız. Eğer X elemanı yüksek bir empedansa sahipse –yani, 700 kHz'deki empedansı R 'den çok daha büyük ve DA'daki empedansı sıfır– sorun-
dan kurtulabiliriz. Dolayısıyla bu iş için bir induktör kullanılabilir. Şekil 8.29b'de V_o geri-
limini elde etmek için gerilim bölüşüm kuralını kullanırsak

$$V_o = \left[\frac{R}{R + j\omega L} \right] V_i$$

buluruz. Burada $\omega = 0$ için $V_i = V_{\text{in}}$ ve $\omega = 2\pi (700 \times 10^3)$ için $V_i = V_{\text{gürültü}}$ olur. DA'da
 $\omega = 0$ olduğundan induktörün empedansı sıfır, gerilim bölüşüm oranı bir olur. Bu frekans
için $V_i = V_{\text{in}}$ olduğundan $V_o = V_{\text{in}}$ olur. Fakat 700 kHz frekansında $V_i = V_{\text{gürültü}}$ olup arzu
edilen gerilim bölme oranı çok küçük olmalıdır; yani induktörün empedansı, V_o neredeyse
sıfır olacak şekilde, R 'den çok daha büyük olmalıdır. Çıktıktaki gürültüyü % 90 oranında
azaltmak istersek

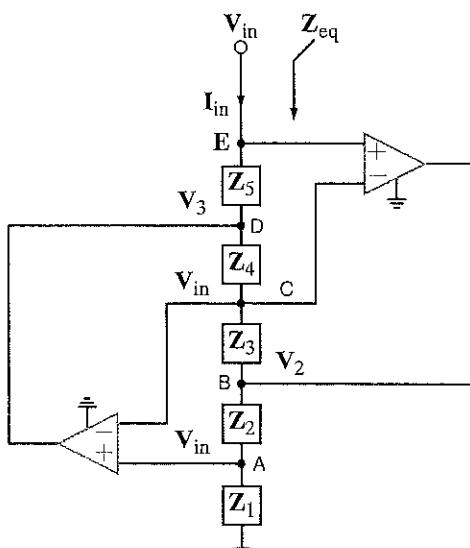
$$\left| \frac{R}{R + j\omega L} \right| = \frac{1}{10}, \quad f = 700 \text{ kHz}'de$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu denklemi çözerek $L = 22.6 \text{ mH}$ değerini buluruz.

ÇÖZÜM

Şekil 8.30'daki devre Genel Empedans Dönüştürücüsü (GED) olarak adlandırılır. Önce Z_{eq} empedansının Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 ve Z_5 terimleri cinsinden ifadesini elde etmek ve daha sonra 1- μF değerli bir kondansatör ve eşit değerli dirençler kullanarak 1H'lık eşdeğer bir induktör
elde etmek istiyoruz.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 8.19



Şekil 8.30
Genel empedans
dönüştürücüsü.

ÇÖZÜM Devredeki işlemsel yükselteçlerin ideal olduğunu varsayılm. Yani işlemsel yükseltecin girişlerinden akım akmaz ve op-amp'in giriş uçları arasındaki gerilim sıfırdır. Dolayısıyla A ve C düğüm gerilimlerinin her ikisi V_{in} gerilimindedir. Daha sonra, her bir op-amp'in girişine KAY'yi uygularız. A düğümünde:

$$\frac{V_2 - V_{in}}{Z_2} = \frac{V_{in}}{Z_1}$$

Bu da,

$$V_2 = V_{in} \left[1 + \frac{Z_2}{Z_1} \right] \quad 8.47$$

sonucunu verir. C düğümünde,

$$\frac{V_3 - V_{in}}{Z_4} = \frac{V_{in} - V_2}{Z_3}$$

buluruz. Buradan V_3 'ü çekersek

$$V_3 = V_{in} \left[1 + \frac{Z_4}{Z_3} \right] - V_2 \left[\frac{Z_4}{Z_3} \right]$$

Eş. (8.47)'deki sonucumuzu yerine koyarak, V_3 gerilimini

$$V_3 = V_{in} \left[1 - \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} \right] \quad 8.48$$

olarak ifade edebiliriz. E düğümünde,

$$I_{in} = \frac{V_{in} - V_3}{Z_5}$$

yazarız. Daha sonra Eş. (8.48)'deki V_3 ifademizi kullanarak

$$I_{in} = V_{in} \left[\frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3 Z_5} \right]$$

olduğunu buluruz. Sonuçta, istediğimiz empedans

$$Z_{eq} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \left[\frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4} \right] \quad 8.49$$

olur. Şimdi, eğer $Z_1 = Z_3 = Z_5 = Z_2 = R$ ve $Z_4 = 1/j\omega C$ ise, o zaman

$$Z_{eq} = j\omega CR^2 = j\omega L_{eq}$$

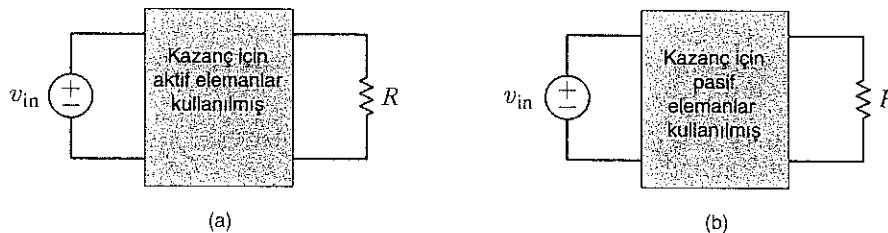
olur. Böylece, 1H'lik endüktansiın gerekli R değeri 1000Ω olarak hesaplanır. Bu noktada şu soruyu sorabiliyoruz: Bir indüktör yapmak için neden bu probleme bu kadar çok uğraşıyoruz? Cevap, boyut ve ağırlıktır. 1 H'lik indüktör çok büyük ve ağır olabilir. GED ise entegre devre elemanları ile kolayca yapılabilir, çok küçük bir yere gereksinim duyar, ve sadece birkaç gram ağırlığındadır!

8.10

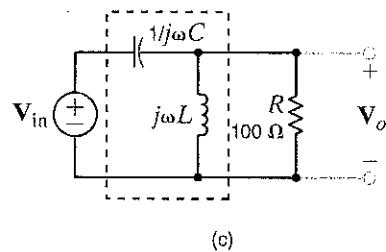
Tasarım Örnekleri

TASARIM ÖRNEĞİ 8.20

Bölüm 4'te işlemsel yükselteçler sayesinde kolaylıkla ayarlanabilir bir gerilim kazancı üretebildiğimizi görmüştük. Şekil 8.31a'da gösterilene benzer bir konfigürasyonla, bu "aktif" devre elemanı sayesinde gerilim kazancı elde edebiliriz. Bununla birlikte,



Şekil 8.31
Örnek 8.20'de kullanılan devre konfigürasyonları.



deneyimli bir mühendis, Şekil 8.31b'de gösterildiği gibi “pasif” elemanlardan oluşan bir devre ile de belli bir kazanca ulaşabileceğimizi ileri sürmektedir ve Şekil 8.31c'deki devreyi önermektedir. Şimdi, yükü 100Ω olan bir devrenin 1 kHz'deki kazancının 10 olması için tasarım yapalım.

Şekil 8.31c'deki gerilim kazancı

ÇÖZÜM

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \left[\frac{Z}{Z + \frac{1}{j\omega C}} \right]$$

olarak ifade edilebilir. Burada:

$$Z = \frac{(j\omega L)R}{j\omega L + R}$$

Bu iki denklemi birleştirip terimlerini yeniden düzenlersek

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \left[\frac{j\omega L}{j\left[\omega L - \frac{1}{\omega C}\right] + \frac{L}{CR}} \right]$$

ifadesi elde edilir. Yükseltme yapabilmek için paydanın paydan daha küçük olması gerektiğini biliyoruz. Bunun yanında, zit işaretli olduklarından dolayı induktör ve kondansatörün reaktansları eşit genlikli yapılrsa payda küçülecektir. Dolayısıyla $\omega^2 LC = 1$ olacak şekilde parametreleri seferke induktörün reaktansı kondansatörün reaktansını yok edecektir. Bu koşul altında, kazanç ifadesi

$$\frac{V_o}{V_{in}} = j\omega RC$$

biriminde basitleşir. Verilen yük ve frekans değerleri için gerek duyulan kazancı $15.9 \mu\text{F}'\text{l}ik$ bir kondansatör değeri sağlayacaktır. İndüktans değeri aşağıdaki koşuldan elde edilebilir:

$$\omega^2 LC = 1$$

Dolayısıyla $L = 1.59 \text{ mH}$ bulunur. Frekansın değişmesi durumunda induktör ve kondansatörün her ikisinin de impedansları değişir; bu da, kazancın değişmesine neden olur. Sonuç olarak, $\omega^2 LC = 1$ denkleminin çok önemli bir ifade olduğunu ve devrelerde dikkat çekici bir etkiye sahip olabileceği bir sonraki bölümde göreceğiz.

TASARIM ÖRNEĞİ 8.21

CÖZÜM

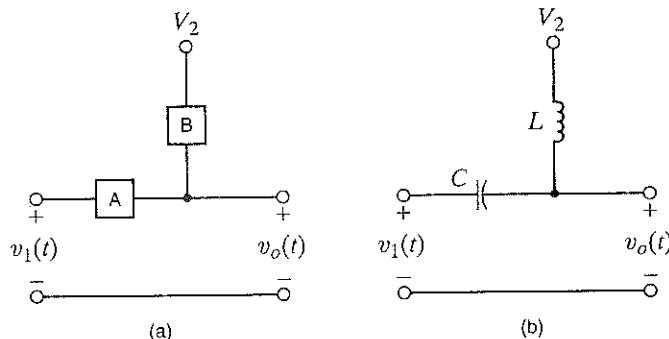
$v_i(t) = 2.5 \cos(\omega t)$ sinüzoidal işaretin $V_2 = 2.5$ V'luk bir DA gerilim seviyesine eklenerek bir mikroişlemciyi kontrol etmede kullanılan 0 - 5 V saat (clock) işaretini elde edilir. İşaretin salınım frekansı 1 GHz olması için uygun bir devre tasarlayalım.

Bu devre, Bölüm 4'te gördüğümüz toplayıcı işlemel yükselteç devresi için güzel bir uygulama olarak görülebilir. Ancak, hedeflediğimiz salınım frekansı (1 GHz) birçok işlemel yükseltecin çalışabileceği maksimum frekanstan (tipik olarak 200 MHz'den az) çok daha yüksektir. Dolayısıyla, işlemel yükselteç kullanmayan, bu nedenle çok da hassas olmayan fakat istenilen işi yapabilen bir toplama devresi tasarlamamız gerekmektedir.

$v_i(t)$ ve V_2 girişlerinin $v_o(t)$ çıkışını elde etmek için bağlı olduğu Şekil 8.32a'daki devreyi göz önüne alınır. Bu uygulama için A elemanı, $v_i(t)$ 'deki herhangi bir DA bileşeninin çıkışa ulaşmasını engellemeli fakat 1 GHz'lik sinyalin geçmesine de izin vermelidir. Benzer olarak B elemanı, herhangi bir yüksek frekanslı sinyali engellerken V_2 'yi geçirmelidir. Dolayısıyla A elemanın empedansı DA'da sonsuz fakat 1 GHz'de çok düşük olmalıdır. Ayrıca, B elemanın empedansı DA'da sıfır fakat yüksek frekansa da çok yüksek olmalıdır. Daha önceki anlatımlarda A elemanın bir kondansatör ve B elemanın bir induktör olmaları gerektiği gösterilmiştir. Elde edilen devre Şekil 8.23b'de gösterilmiştir. Bu devre "Bias T" olarak da adlandırılır.

Şekil 8.32

- (a) Basit bir pasif toplayıcı devre,
- (b) Çözüm -- Bias T.



C ve L 'nin değerleri hem sinyal frekansına ve hem de toplama işleminde gerek duyulan hassasiyete bağımlıdır. Her bir girişin $v_o(t)$ 'ye katkısı, süperpozisyon kullanılarak kolayca görülebilir. V_2 gerilimi sıfırlanarak elde edilen devre Şekil 8.33a'da gösterilmektedir. Yalnızca AA içeren bu devrenin frekansı, $v_i(t)$ 'nın frekansı olan 1 GHz'dir. Gerilim bölüşüm kuralını kullanarak çıkış gerilimi

$$\mathbf{V}_{o1} = \left[\frac{j\omega L}{j\omega L - \frac{j}{\omega C}} \right] \mathbf{V}_i = \left[\frac{\omega^2 LC}{\omega^2 LC - 1} \right] \mathbf{V}_i \quad 8.50$$

birimde ifade edilebilir. Mükemmel bir toplayıcı elde etmek için gerilim bölüşüm oranının bir olması gereklidir. Bununla birlikte, böyle bir gerilim bölüşüm oranı, $\omega^2 LC$ 'nin sonsuza eşit olduğu anlamına gelir ki bu pratikte mümkün değildir.

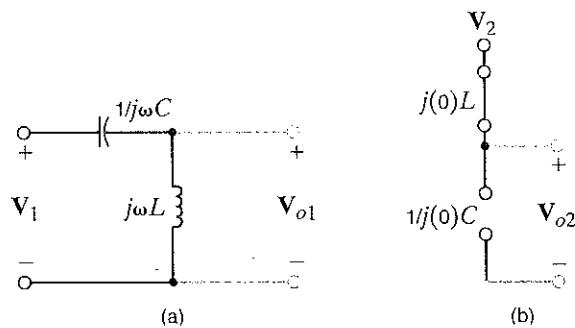
Bunun yerine, problemi çözmek için induktör ve kondansatör reaktanslarının değerlerini seçme yoluna gideceğiz. Önceden vurgulandığı gibi, kondansatör reaktansı küçük olmalıdır; 1Ω seçelim. Ayrıca induktör reaktansı büyük olmalıdır onu da $10 \text{ k}\Omega$ seçelim. Sonuç L ve C değerleri

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi \times 10^9} = 159 \text{ pF}$$

ve

$$L = \frac{X_L}{\omega} = 1.59 \mu\text{H}$$

Şimdi V_2 'yi göz önüne alalım. Şekil 8.33b'de $v_i(t)$ sıfırlanmıştır. Şimdi elimizde DA'da (V_2 'nın frekansı sıfırdır.) uyarılan bir AA devresi bulunmaktadır. Çıkış gerilimini ifade etmek için tekrar gerilim bölüşüm kuralı kullanılabilir. Ancak, kondansatör



Şekil 8.33

Kalıcı durum AA
superpozisyonu ile bias-
T'yi inceleme (a) $V_2 = 0$ ve
(b) $v_1(t) = 0$ iken.

ve induktörün empedanslarının sırasıyla sonsuz ve sıfır olduğunu görmekteyiz. Sonuç olarak çıkış, C ve L 'nın değerlerinden bağımsız olarak tam olarak V_2 'ye eşittir! Böylece çıkış gerilimi, biri DA'da diğeri ise 1 GHz'de olsak üzere iki gerilim bileşeninden oluşmuştur. DA bileşeni, $V_2 = 2.5$ V'tur. Eş. (8.50)'den 1 GHz'deki AA bileşeni ise

$$V_{o1} = \left[\frac{j10,000}{j10,000 - j1} \right] 2.5 / 0^\circ = 2.50025 / 0^\circ \text{ V}$$

olur. Zaman bölgесine geri dönersek, çıkış gerilimi şu biçimde elde edilir:

$$v_o(t) = 2.5 + 2.5 \cos[2\pi(10^9)t] \text{ V}$$

ÖZET

- **Sinüzoidal fonksiyon tanımı** $x(t) = X_M \sin(\omega t + \theta)$ sinüzoidal fonksiyonu, X_M genliğine, ω radyan frekansına, $2\pi/\omega$ periyoduna ve θ faz açısına sahiptir.
- **İleri faz ve geri faz tanımı** Eğer $x_1(t) = X_{M1} \sin(\omega t + \theta)$ ve $x_2(t) = X_{M2} \sin(\omega t + \theta)$ ise $x_1(t), x_2(t)$ 'den θ radyan ileride ve $x_2(t), x_1(t)$ 'den θ radyan geridir.
- **Fazör tanımı** $v(t) = V_M \cos(\omega t + \theta)$ sinüzodial gerilimi $v(t) = \operatorname{Re}[V_M e^{j(\omega t + \theta)}]$ olarak üstel formda ve $V = V_M < 0^\circ$ olarak fazör formda yazılabilir.
- **R, L ve C elemanlarının θ_v ve θ_i cinsinden faz ilişkisi** θ_v ve θ_i bir devre elemanın uçları arasındaki gerilimin ve içinden geçen akımın faz açılarını temsil etsin. Eğer eleman bir direnç ise $\theta_v = \theta_i$ dir, Eleman bir induktör ise θ_i, θ_v 'den 90° geridir. Eleman bir kondansatör ise θ_i, θ_v 'den 90° ileridir.
- **R, L ve C 'nin empedansları** Emпедans, Z , fazör gerilim V 'nin fazör akım I 'ya oranı olarak tanımlanır. Direnç için $Z = R$, induktör için $Z = j\omega L$ ve kondansatör için $Z = 1/j\omega C$ dir.
- **Fazör diyagramları** Fazör diyagramları bir devredeki çeşitli gerilim ve akımların genlik ve faz ilişkilerini görüntülemek için kullanılır.
- **Frekans tanım bölgesi analizi**
 1. Tüm $v_i(t)$ gerilimlerini ve tüm $i_s(t)$ akımlarını fazörlerle, tüm pasif elemanları da empedansları ve admitanslarıyla temsil ediniz.
 2. Bilinmeyen fazörleri frekans (ω) bölgesinde çözünüz.
 3. Şimdi, bilinen fazörleri tekrar zaman bölgесine dönüştürüngümüz.
- **AA kalıcı durum problemlerinin çözüm teknikleri**
 - Ohm yasası
 - KAY ve KGY
 - Düğüm ve çevre analizi
 - Superpozisyon ve kaynak dönüşümü
 - Thevenin teoremi
 - Norton teoremi

PROBLEMLER

8.1 $i(t) = 5 \cos(400t - 120^\circ)$ A'lık bir akımın periyodu ve Hertz olarak frekansını bulunuz.

8.2 Aşağıdaki iki işaretin bağıl faz ilişkisini belirleyiniz.

$$v_1(t) = 10 \cos(377t - 30^\circ) \text{ V}$$

$$v_2(t) = 10 \cos(377t + 90^\circ) \text{ V}$$

8.3 Aşağıda verilen $i(t)$ ve $v(t)$ arasındaki faz ilişkisini belirleyiniz.

$$i(t) = 5 \sin(377t - 20^\circ) \text{ V}$$

$$v(t) = 10 \cos(377t + 30^\circ) \text{ V}$$

8.4 $v_1(t)$ 'nin $i_1(t)$ 'den ve $i_2(t)$ 'den kaç derece ileri fazda olduğunu belirleyiniz.

$$v_1(t) = 4 \sin(377t + 25^\circ) \text{ V}$$

$$i_1(t) = 0.05 \cos(377t - 20^\circ) \text{ A}$$

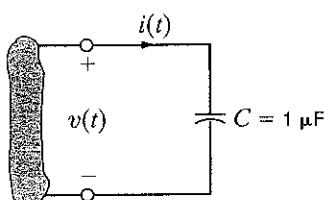
$$i_2(t) = -0.1 \sin(377t + 45^\circ) \text{ A}$$

8.5 Eğer Şekil P8.5'te gösterilen devrenin giriş gerilimi

$$(a) v_1(t) = 10 \cos(377t - 30^\circ) \text{ V}.$$

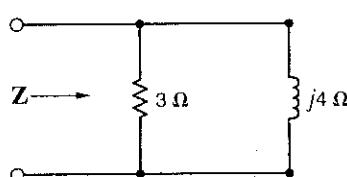
$$(b) v_2(t) = 12 \sin(377t + 60^\circ) \text{ V}.$$

ise kondansatördeki akımı hesaplayınız. Cevabı hem zaman ve hem de frekans bölgelerinde veriniz.



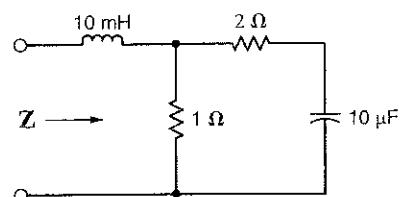
Şekil P8.5

8.6 60 Hz'lik bir frekansta Şekil P8.7 de gösterilen Z empedansını bulunuz.



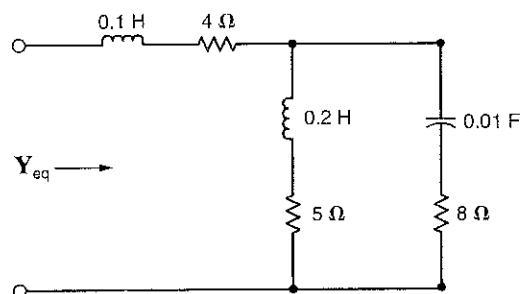
Şekil P8.6

8.7 60 Hz'lik bir frekansta Şekil P8.7 de gösterilen Z empedansını bulunuz.



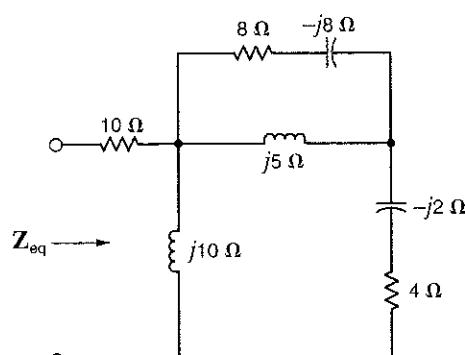
Şekil P8.7

8.8 $\omega = 10$ radyan/saniye olması durumunda Şekil P8.8'deki devrenin eşdeğer admittansını bulunuz.



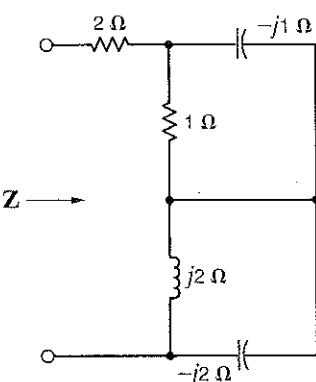
Şekil P8.8

8.9 Şekil P8.9'daki devrenin eşdeğer empedansını bulunuz.



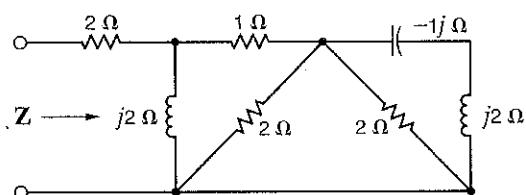
Şekil P8.9

8.10 Şekil P8.10'da gösterilen frekans bölgesi empedansı Z 'yi bulunuz.



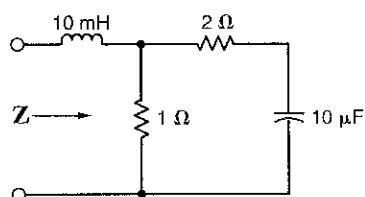
Şekil P8.10

8.11 Şekil P8.11'deki devrenin Z 'sini bulunuz.



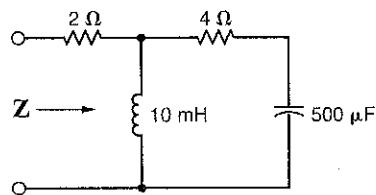
Şekil P8.11

8.12 400 Hz'lik bir frekansta Şekil P8.12'de gösterilen Z empedansını bulunuz.



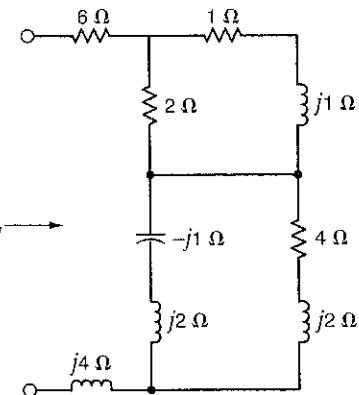
Şekil P8.12

8.13 60 Hz'lik bir frekansta Şekil P8.13'te gösterilen Z empedansını bulunuz.



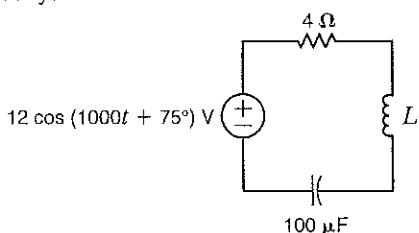
Şekil P8.13

8.14 Şekil P8.14'de gösterilen frekans bölgesi empedansı Z 'yi bulunuz.



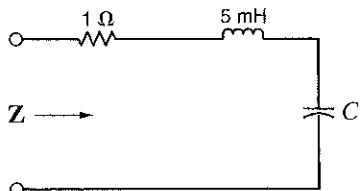
Şekil P8.14

8.15 Şekil P8.16'da gösterilen devrede, akımın kaynak gerilimi ile aynı fazda olmasını sağlayan induktans değerini belirleyiniz.



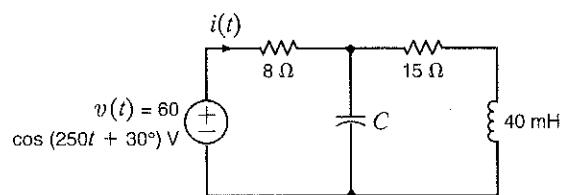
Şekil P8.15

8.16 60 Hz'lik bir frekansa Z 'nin saf rezistif olması için Şekil P8.16'da gösterilen devredeki C değerini bulunuz.



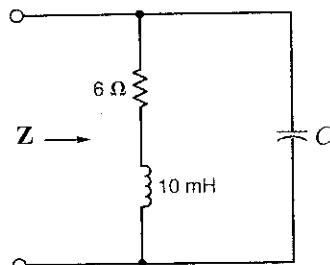
Şekil P8.16

8.17 Şekil P8.17'deki devrede, $i(t)$ 'nın kaynak gerilimi ile aynı fazda olmasını sağlayacak C kondansatörünün değerini bulunuz.



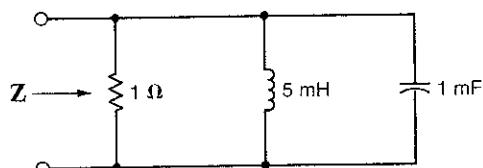
Şekil P8.17

- 8.18 $f = 400$ Hz'de Şekil P8.18'deki devrenin empedansının tamamen rezistif olduğu bulunmuştur. C 'nin değeri nedir?



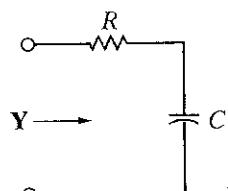
Şekil P8.18

- 8.19 Şekil P8.19'da gösterilen devrenin tamamen rezistif olduğu frekansı bulunuz.



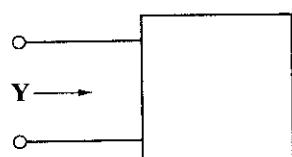
Şekil P8.19

- 8.20 $\omega = 100$ rad/s'de, Şekil P8.20'deki devrenin eşdeğer admitansı $0.1 + j0.2$ S'dır. R ve C değerlerini hesaplayınız.



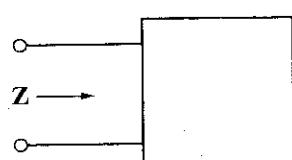
Şekil P8.20

- 8.21 Şekil P8.21'deki kutunun admitansı 500 rad/s'de $0.1 + j0.2$ S'dır. 300 rad/s'deki empedansı nedir?



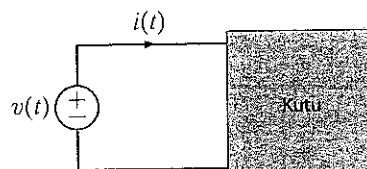
Şekil P8.21

- 8.22 Şekil P8.22'deki kutunun empedansı 1000 rad/s'de $5 + j4$ Ω'dur. 1300 rad/s'deki empedansı nedir?



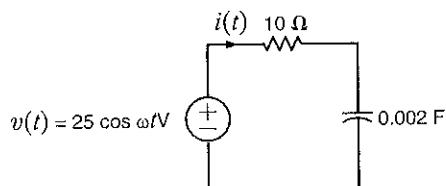
Şekil P8.22

- 8.23 Şekil P8.23'teki diyagramda, $v(t) = 50 \cos(10t + 10^\circ)$ V ve $i(t) = 25 \cos(10t + 41^\circ)$ A'dır. KUTU'nun empedansı indüktif mi yoksa kapasitif midir? Cevabınızı açıklayınız.



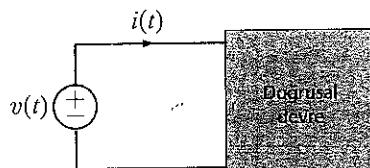
Şekil P8.23

- 8.24 Şekil P8.24'te $i(t)$ 'nin tepe değerinin 2 A olmasını sağlayan ω değerini belirleyiniz.



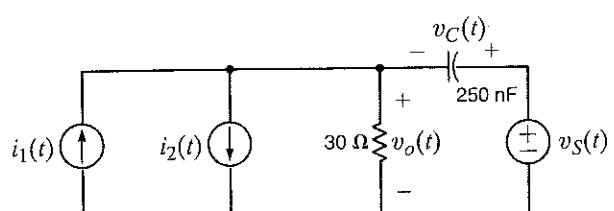
Şekil P8.24

- 8.25 Şekil P8.25'teki diyagramda $v(t) = 5 \cos 500t$ V iken $i(t) = 0.4 \cos(500t - 30^\circ)$ A'dır. $v(t) = 5 \cos 1000t$ V ise $i(t)$ 'yi hesaplayınız.



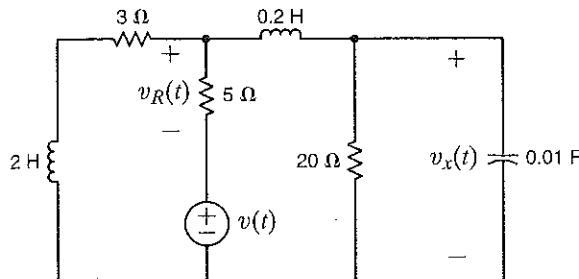
Şekil P8.25

- 8.26 $i_1 = 200 \cos(10^5 t + 60^\circ)$ mA, $i_2 = 100 \sin(10^5 t + 90^\circ)$ mA ve $v_o(t) = 10 \sin(10^5 t)$ V ise Şekil P8.26'daki gösterilen devrede frekans bölgesi devresini çiziniz ve $v_o(t)$ 'yi hesaplayınız. $v_o(t)$ 'yi bulmak için de fazör diyagramını kullanınız.



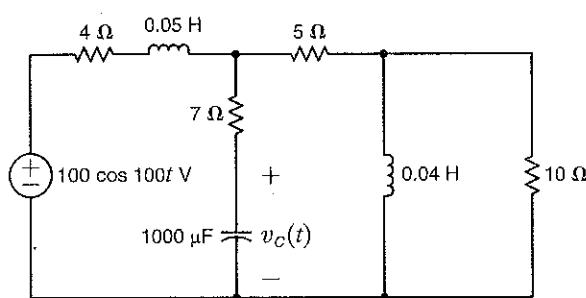
Şekil P8.26

8.27 $v(t) = 50 \cos 10t$ V olsun. Şekil P8.27'deki devrede $v_R(t)$ ve $v_x(t)$ 'yi bulunuz.



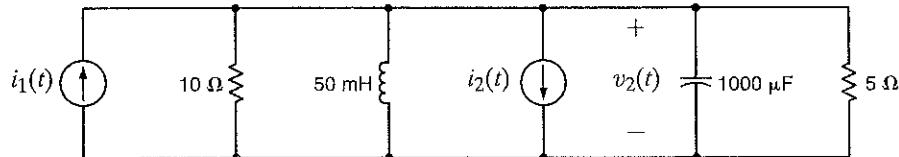
Şekil P8.27

8.28 Şekil P8.28'de $v_C(t)$ 'yi hesaplayınız.



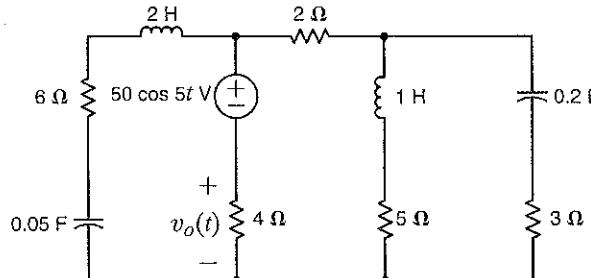
Şekil P8.28

8.31 Şekil P8.31'de $i_1(t) = 7 \cos 100t$ A ve $i_2(t) = 3 \cos(100t + 45^\circ)$ ise $v_I(t)$ 'yi hesaplayınız.



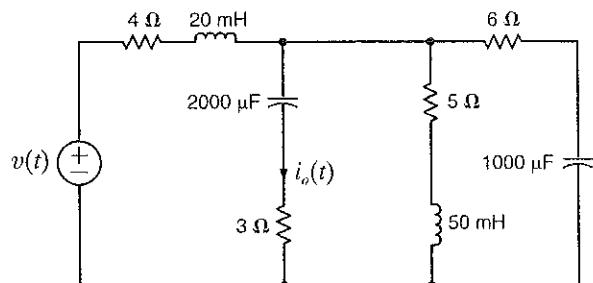
Şekil P8.31

8.32 Şekil P8.32'de $v_o(t)$ 'yi hesaplayınız.



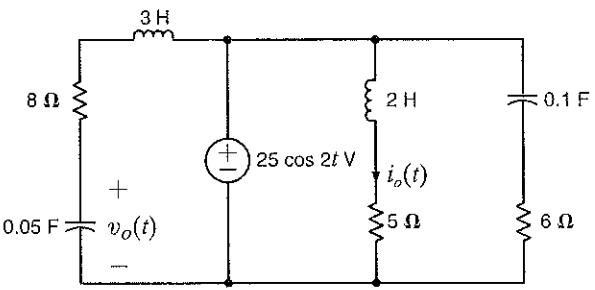
Şekil P8.32

8.29 $v(t) = 50 \cos 100t$ V ise Şekil P8.29'daki devrede $i_o(t)$ 'yi bulunuz.



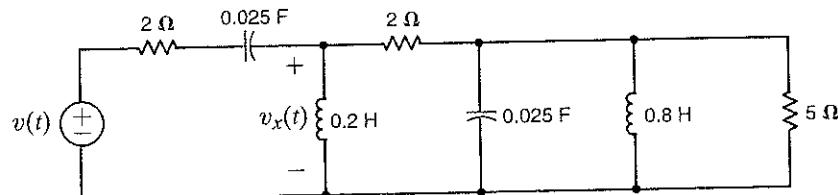
Şekil P8.29

8.30 Şekil P8.30'da $v_o(t)$ ve $i_o(t)$ 'yi bulunuz.



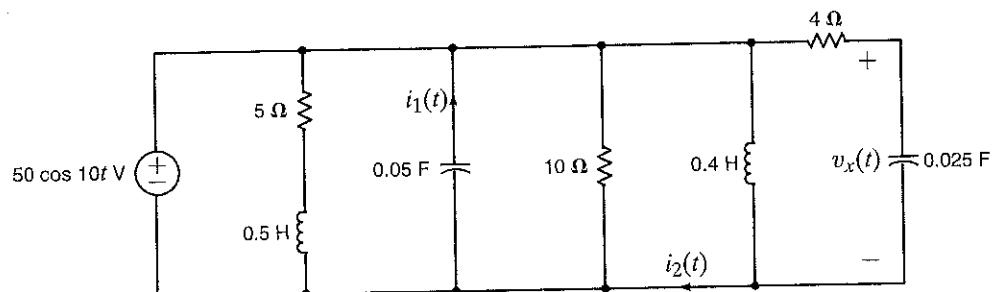
Şekil P8.30

8.33 $v(t) = 50 \cos(10t - 30^\circ)$ V ise Şekil P8.33'deki devrede $v_x(t)$ 'yi hesaplayınız.



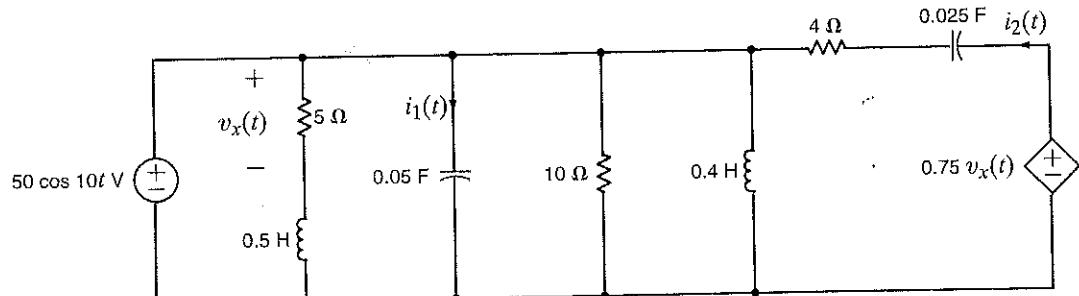
Şekil P8.33

8.34 Şekil P8.34'de $i_1(t)$, $i_2(t)$ ve $v_x(t)$ 'yi hesaplayınız.



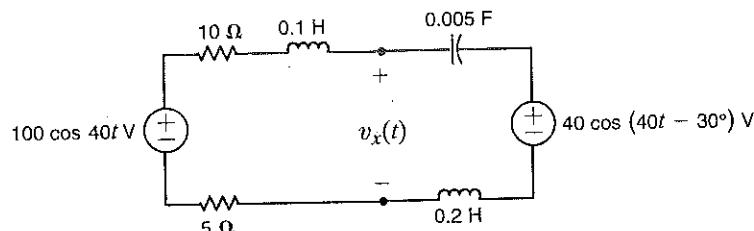
Şekil P8.34

8.35 Şekil P8.35'te $i_1(t)$ ve $i_2(t)$ 'yi hesaplayınız.



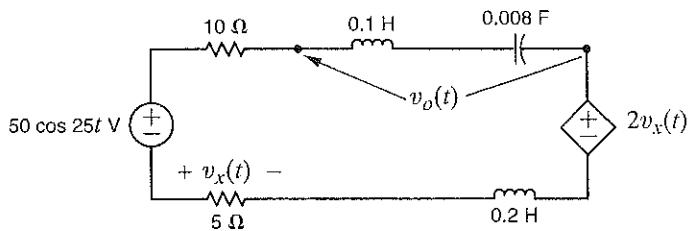
Şekil P8.35

8.36 Şekil 8.36'daki devrede $v_x(t)$ 'yi bulunuz.



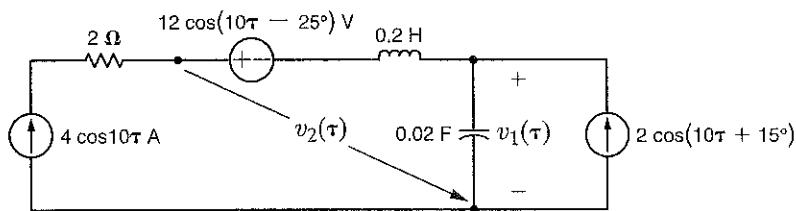
Şekil P8.36

8.37 Şekil 8.37'deki devrede $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



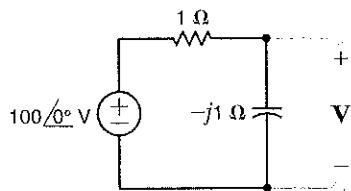
Şekil P8.37

8.38 Şekil 8.38'deki devrede $v_1(t)$ ve $v_2(t)$ 'yi bulunuz.



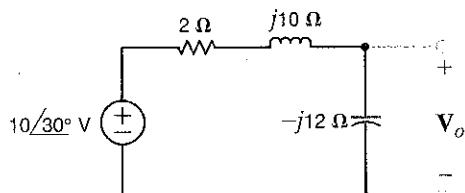
Şekil P8.38

8.39 Şekil P8.39'ta gösterilen \mathbf{V} gerilimini bulunuz.



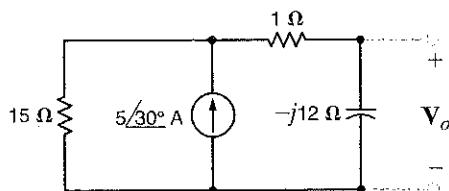
Şekil P8.39

8.40 Şekil P8.40'da gösterilen \mathbf{V}_o gerilimini bulunuz.



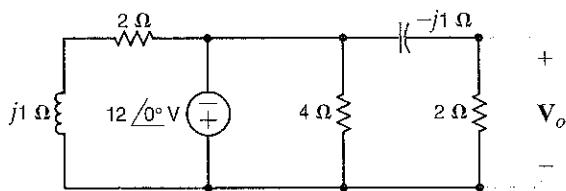
Şekil P8.40

8.41 Şekil P8.41'de gösterilen \mathbf{V}_o frekans bölgesi gerilimini bulunuz.



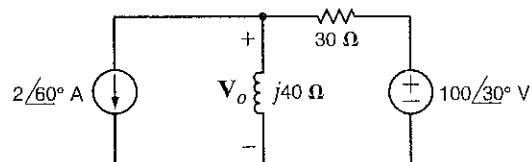
Şekil P8.41

8.42 Şekil P8.42'deki devrede \mathbf{V}_o gerilimini bulunuz.



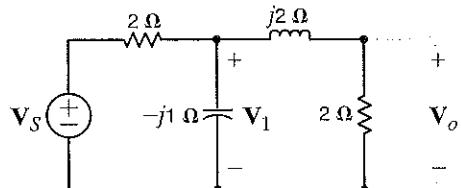
Şekil P8.42

8.43 Şekil P8.43'teki devrede \mathbf{V}_o gerilimini bulunuz.



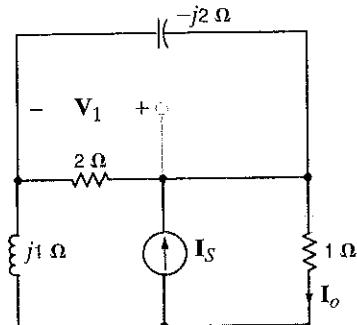
Şekil P8.43

8.44 Şekil P8.44'teki devrede, $\mathbf{V}_S = 24\angle0^\circ \text{V}$ ise \mathbf{V}_o geriliminin değerini bulunuz.



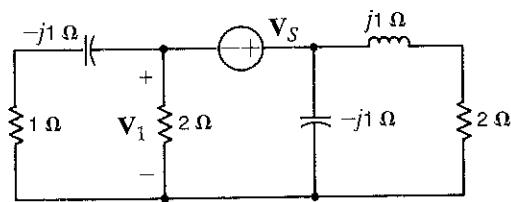
Şekil P8.44

8.45 Şekil P8.45'te $V_1 = 4 \angle 0^\circ$ V ise I_o akımının değerini bulunuz.



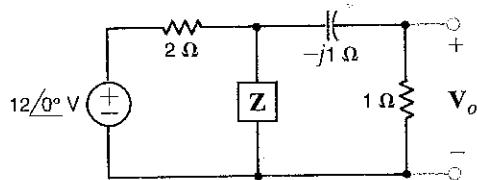
Şekil P8.45

8.46 Şekil P8.46'daki devrede $V_1 = 4 \angle 0^\circ$ V ise V_s gerilimini bulunuz.



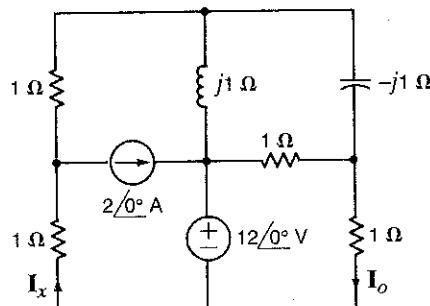
Şekil P8.46

8.47 Şekil P8.47'deki devrede $V_o = 4 \angle 45^\circ$ V olarak bilinmektedir. Z'yi bulunuz.



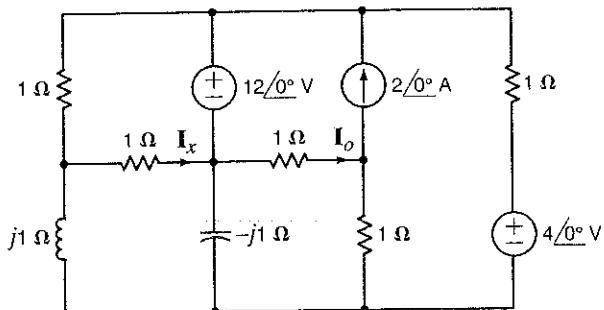
Şekil P8.47

8.48 Şekil P8.48'deki devrede $I_o = 4 \angle 0^\circ$ A'dır. I_x 'yi bulunuz.



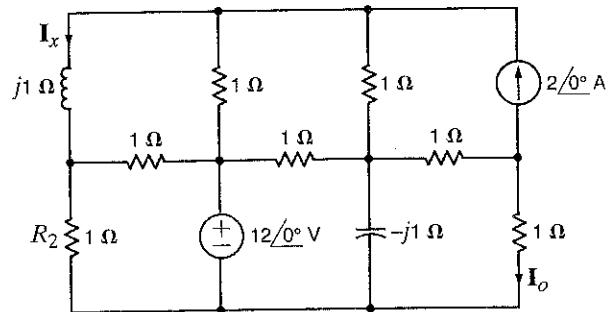
Şekil P8.48

8.49 Şekil P8.49'daki devrede $I_o = 4 \angle 0^\circ$ A ise I_x akımını bulunuz.



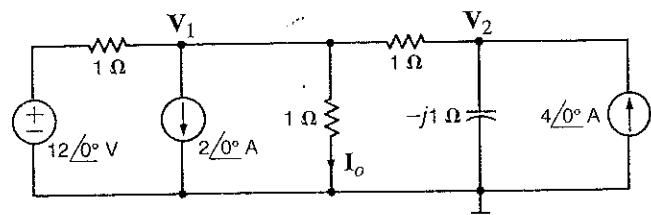
Şekil P8.49

8.50 Şekil P8.50'deki devrede $I_o = 4 \angle 0^\circ$ A ise I_x 'yi bulunuz.



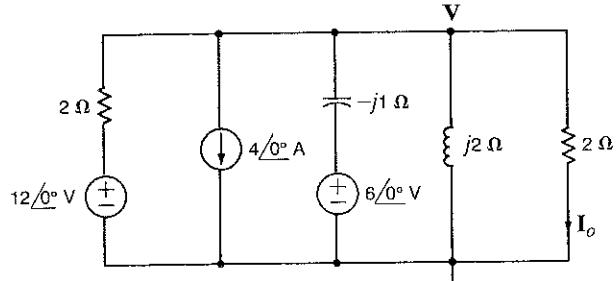
Şekil P8.50

8.51 Şekil P8.51'deki devrede I_o akımını bulmak için düğüm analizini kullanınız.



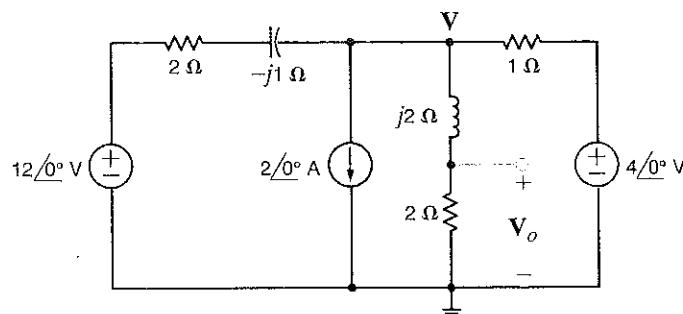
Şekil P8.51

8.52 Şekil P8.52'deki devrede I_o akımını bulmak için düğüm analizini kullanınız.



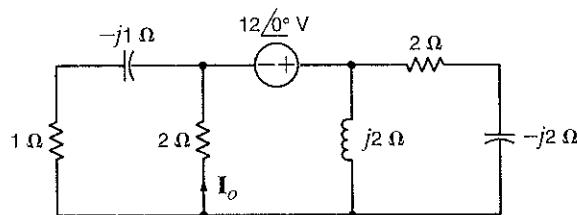
Şekil P8.52

8.53 Düğüm analizini kullanarak Şekil P8.53'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



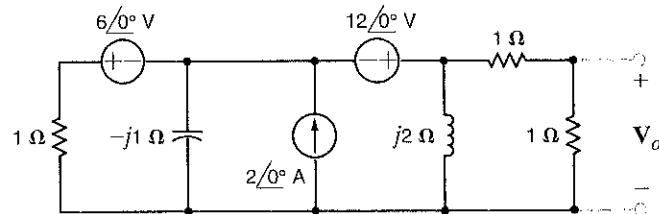
Şekil P8.53

8.54 Şekil P8.54'teki devrede I_o akımını bulmak için süper düğüm tekniğini kullanınız.



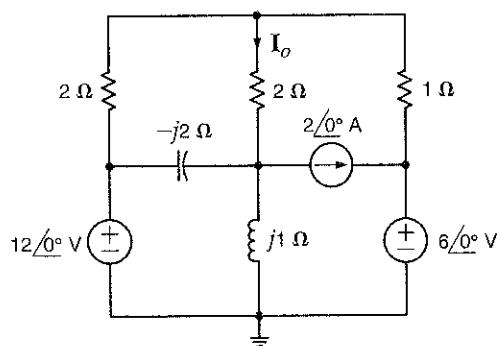
Şekil P8.54

8.55 Şekil P8.55'teki devrede V_o gerilimini bulmak için düğüm analizini kullanınız.



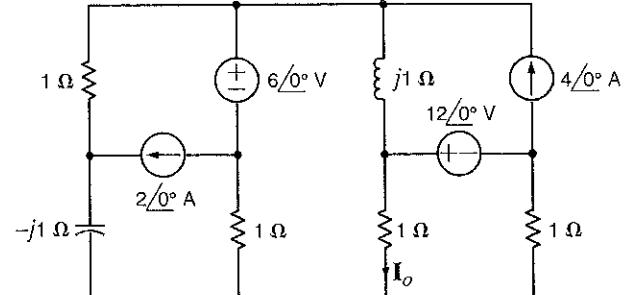
Şekil P8.55

8.56 Düğüm analizini kullanarak Şekil P8.56'daki devrede I_o akımını bulunuz.



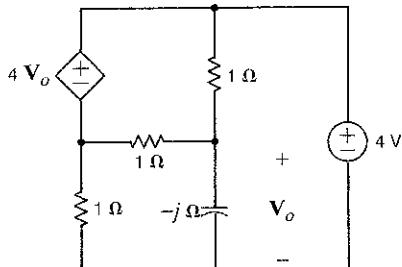
Şekil P8.56

8.57 Şekil P8.57'deki devrede I_o akımını bulmak için düğüm analizini kullanınız.



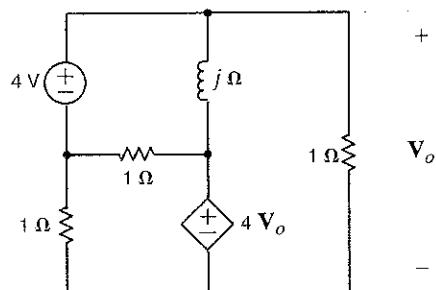
Şekil P8.57

- 8.58 Şekil P8.58'deki devrede V_o gerilimini bulmak için düğüm analizini kullanınız.



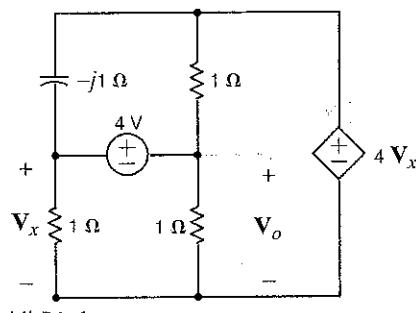
Şekil P8.58

- 8.59 Şekil P8.59'daki devrede V_o gerilimini bulmak için düğüm analizini kullanınız.



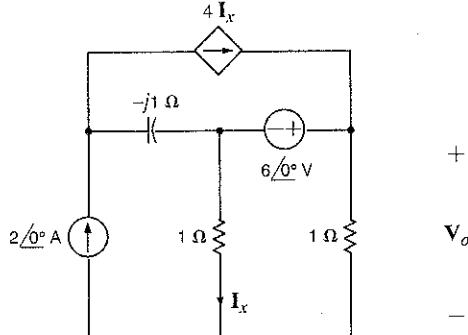
Şekil P8.59

- 8.60 Şekil P8.60'taki devrede V_o gerilimini bulmak için düğüm analizini kullanınız.



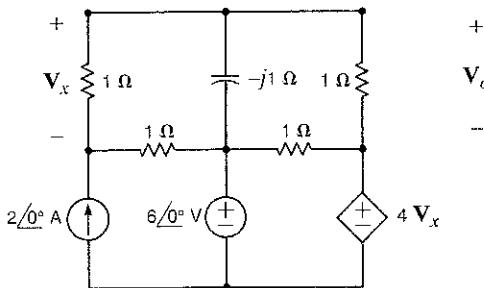
Şekil P8.60

- 8.61 Şekil P8.61'deki devrede V_o gerilimini bulmak için düğüm analizini kullanınız.



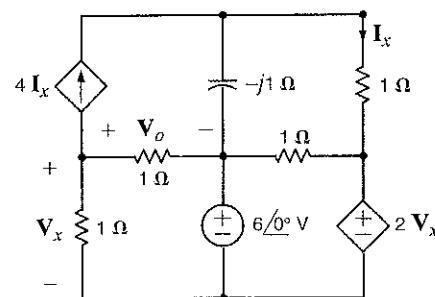
Şekil P8.61

- 8.62 Şekil P8.62'deki devrede V_o gerilimini bulmak için düğüm analizini kullanınız.



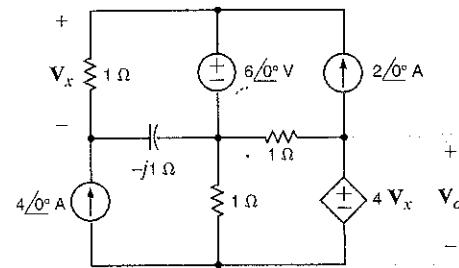
Şekil P8.62

- 8.63 Şekil P8.63'teki devrede V_o gerilimini bulmak için düğüm analizini kullanınız.



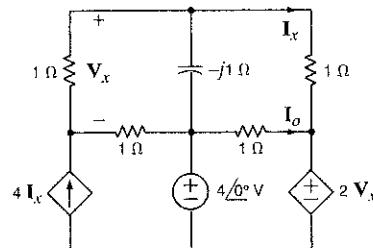
Şekil P8.63

- 8.64 Şekil P8.64'deki devrede V_o gerilimini bulmak için düğüm analizini kullanınız.



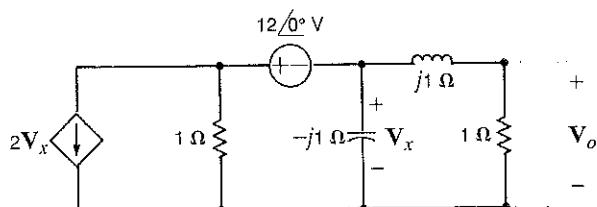
Şekil P8.64

- 8.65 Şekil P8.65'teki devrede I_o akımını bulmak için düğüm analizini kullanınız.



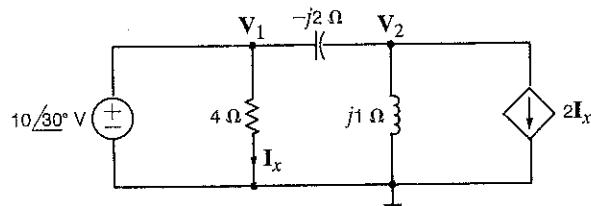
Şekil P8.65

- 8.66 Şekil P8.66'daki devrede V_x 'i bulmak için düğüm analizini kullanınız.



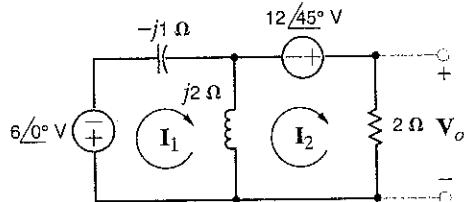
Şekil P8.66

- 8.67 Düğüm analizini kullanarak Şekil P8.67'de gösterilen devrede induktör uçlarındaki gerilimini bulunuz.



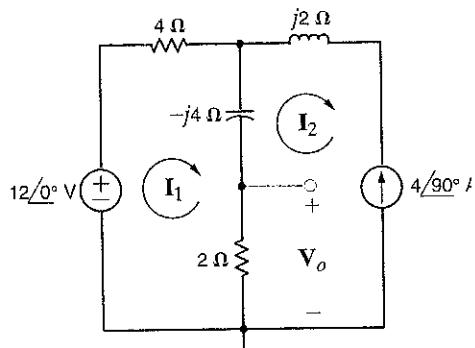
Şekil P8.67

- 8.68 Şekil P8.68'de gösterilen devrede V_o gerilimini bulmak için göz analizini kullanınız.



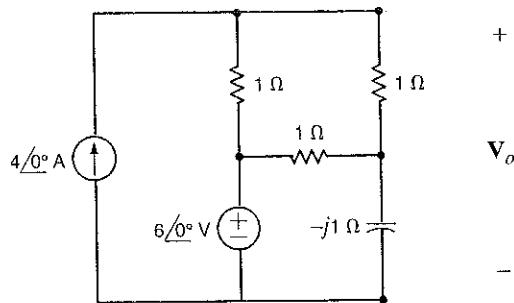
Şekil P8.68

- 8.69 Şekil P8.69'da gösterilen devrede V_o gerilimini bulmak için göz analizini kullanınız.



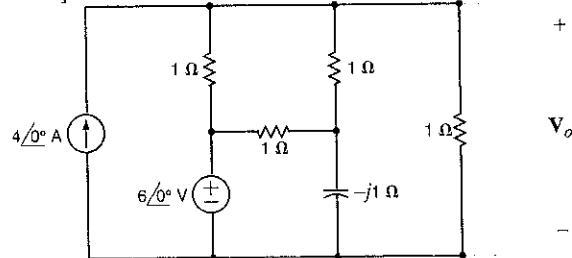
Şekil P8.69

- 8.70 Şekil P8.70'teki devrede V_o gerilimini bulmak için çevre analizini kullanınız.



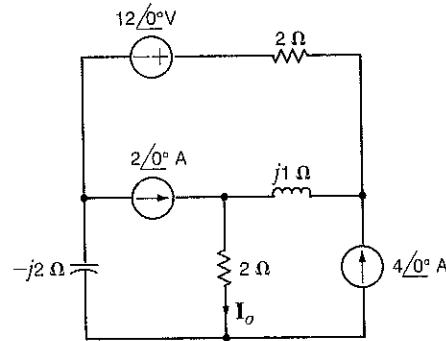
Şekil P8.70

- 8.71 Şekil P8.71'deki devrede V_o gerilimini bulmak için çevre analizini kullanınız.



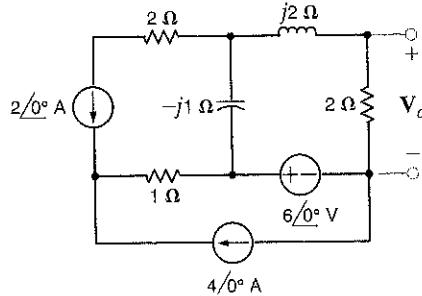
Şekil P8.71

- 8.72 Göz analizini kullanarak Şekil P8.73'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



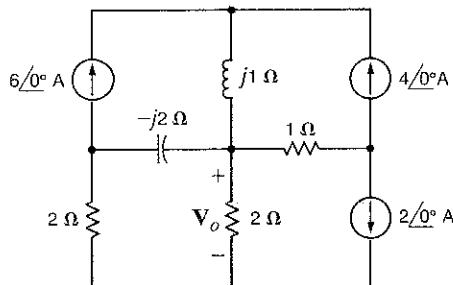
Şekil P8.72

- 8.73 Göz analizini kullanarak Şekil P8.73'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



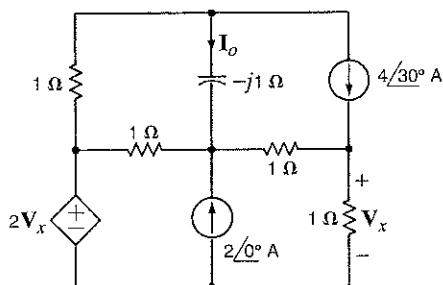
Şekil P8.73

- 8.74 Şekil P8.74'teki devrede V_o gerilimini bulmak için göz analizini kullanınız.



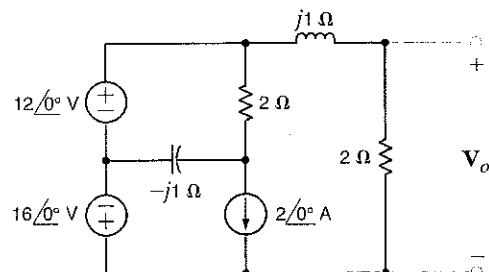
Şekil P8.74

- 8.75 Şekil P8.75'teki devrede I_o akımını bulmak için çevre analizini kullanınız.



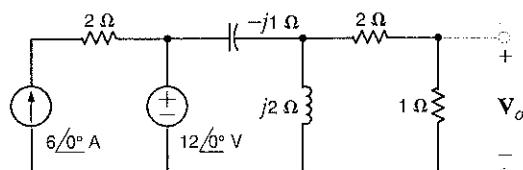
Şekil P8.75

- 8.76 Şekil P8.76'daki devrede V_o gerilimini bulunuz.



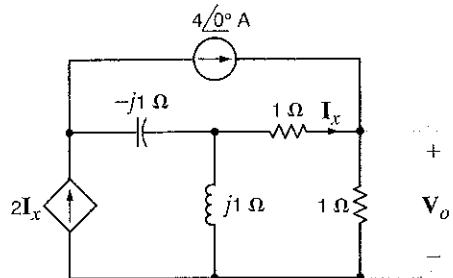
Şekil P8.76

- 8.77 Şekil P8.77'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



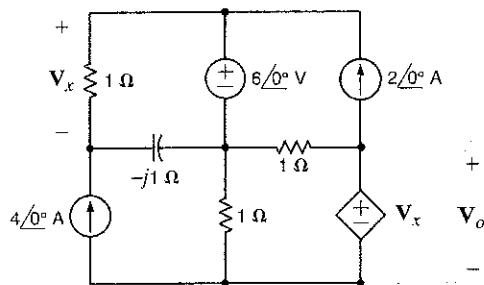
Şekil P8.77

- 8.78 Şekil P8.78'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



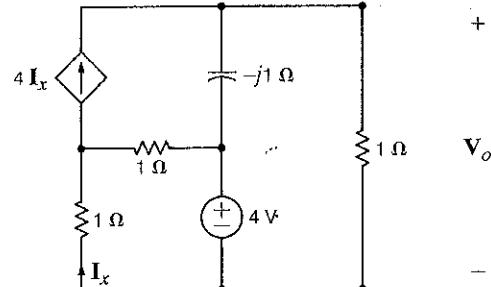
Şekil P8.78

- 8.79 Şekil P8.79'daki devrede V_o gerilimini bulmak için çevre analizini kullanınız.



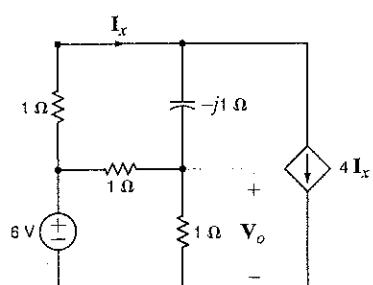
Şekil P8.79

- 8.80 Şekil P8.80'deki devrede V_o gerilimini bulmak için çevre analizini kullanınız.



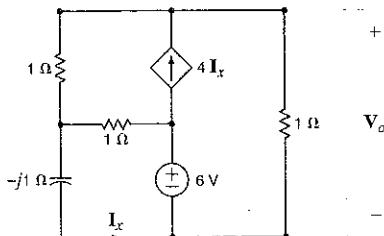
Şekil P8.80

- 8.81 Şekil P8.82'deki devrede V_o gerilimini bulmak için çevre analizini kullanınız.



Şekil P8.81

- 8.82 Şekil P8.82'deki devrede V_o gerilimini bulmak için çevre analizini kullanınız.

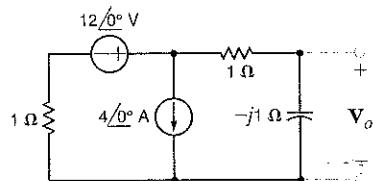


Şekil P8.82

- 8.83 Şekil P8.59'daki devrede V_o gerilimini bulmak için çevre analizini kullanınız.

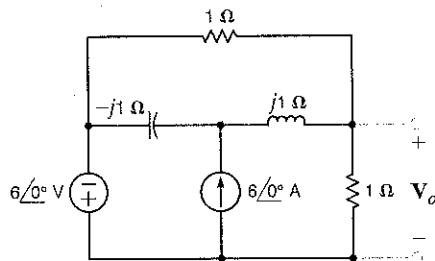
- 8.84 Şekil P8.63'teki devrede V_o gerilimini bulmak için çevre analizini kullanınız.

- 8.85 Şekil P8.85'teki devrede V_o gerilimini bulmak için süperpozisyonu kullanınız.



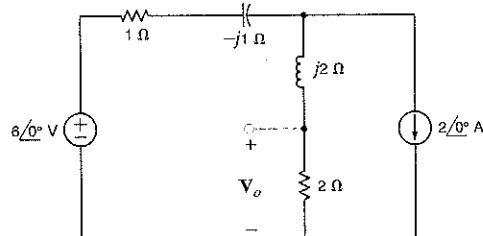
Şekil P8.85

- 8.86 Şekil P8.86'daki devrede V_o gerilimini belirlemek için süperpozisyonu kullanınız.



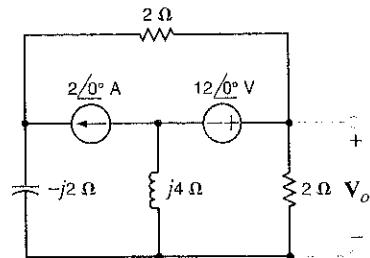
Şekil P8.86

- 8.87 Süperpozisyonu kullanarak Şekil P8.88'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



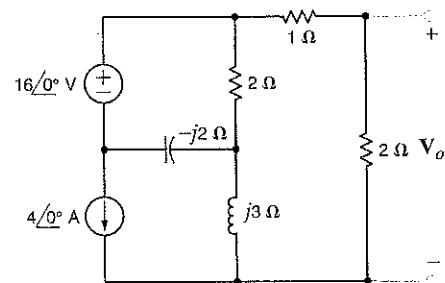
Şekil P8.87

- 8.88 Süperpozisyonu kullanarak Şekil P8.89'daki devrede V_o gerilimini bulunuz.



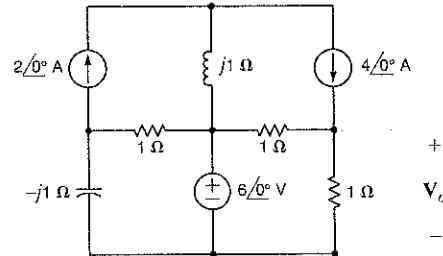
Şekil P8.88

- 8.89 Şekil P8.90'daki devrede V_o gerilimini bulmak için süperpozisyonu kullanınız.



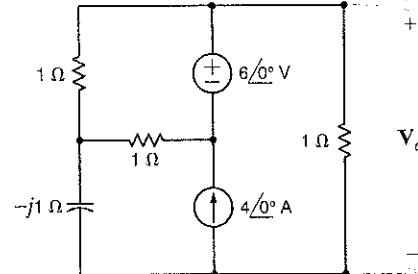
Şekil P8.89

- 8.90 Şekil P8.90'daki devrede V_o gerilimini bulmak için süperpozisyonu kullanınız.



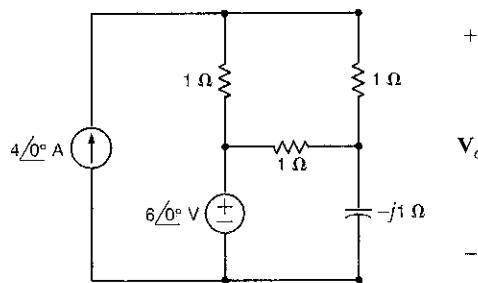
Şekil P8.90

- 8.91 Şekil P8.91'deki devrede V_o gerilimini bulmak için süperpozisyonu kullanınız.



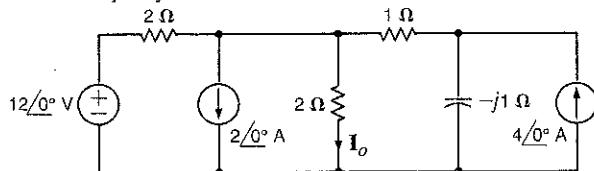
Şekil P8.91

- 8.92 Şekil P8.92'deki devrede V_o gerilimini bulmak için superpozisyonu kullanınız.



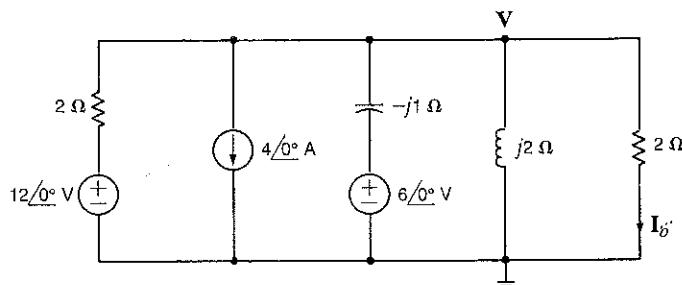
Şekil P8.92

- 8.93 Şekil P8.93'teki devrede I_o akımını bulmak için kaynak dönüşüm yöntemini kullanınız.



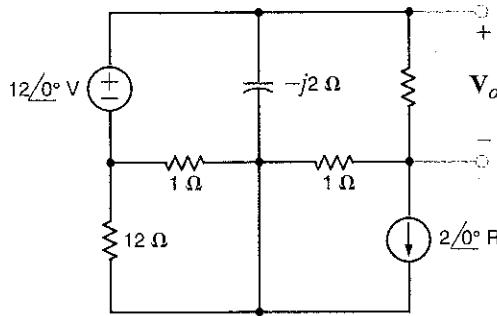
Şekil P8.93

- 8.96 Şekil P8.96'daki devrede I_o akımını bulmak için kaynak dönüşüm yöntemini kullanınız.



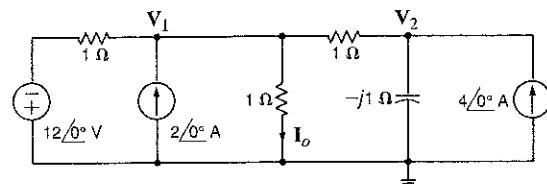
Şekil P8.96

- 8.97 Şekil P8.97'deki devrede V_o gerilimini bulmak için kaynak dönüşüm yöntemini kullanınız.



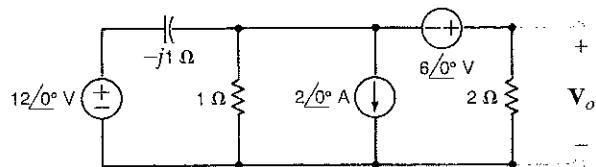
Şekil P8.97

- 8.94 Şekil P8.94'teki devrede I_o akımını bulmak için kaynak dönüşüm yöntemini kullanınız.



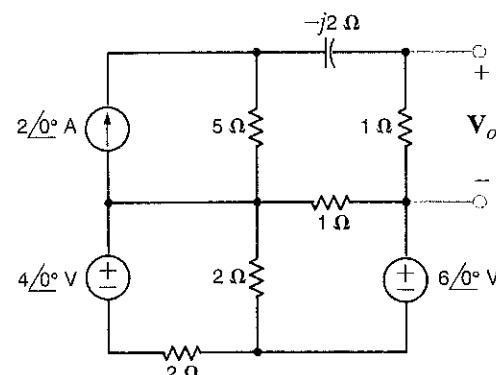
Şekil P8.94

- 8.95 Şekil P8.95'teki devrede V_o gerilimini bulmak için kaynak dönüşüm yöntemini kullanınız.



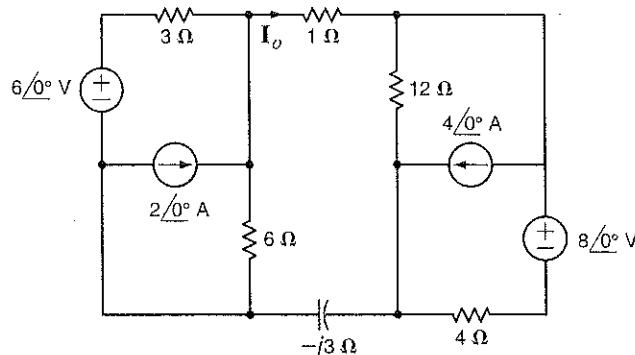
Şekil P8.95

- 8.98 Şekil P8.98'deki devrede V_o gerilimini bulmak için kaynak dönüşüm yöntemini kullanınız.



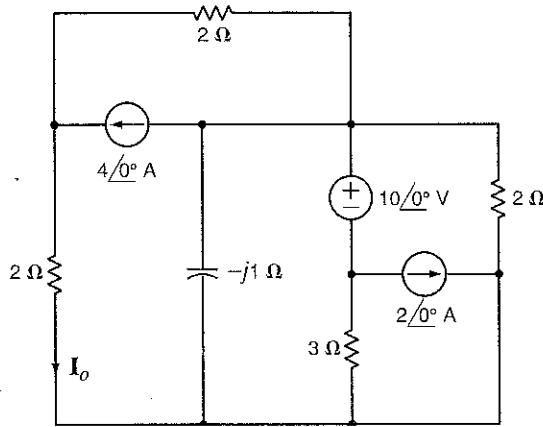
Şekil P8.98

8.99 Şekil P8.99'daki devrede I_o akımını bulmak için kaynak dönüşüm yöntemini kullanınız.



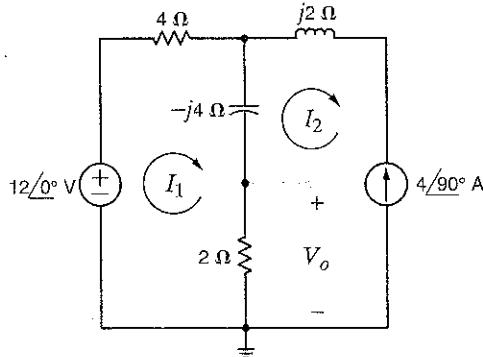
Şekil P8.99

8.100 Şekil P8.100'deki devrede I_o akımını bulmak için kaynak dönüşüm yöntemini kullanınız.



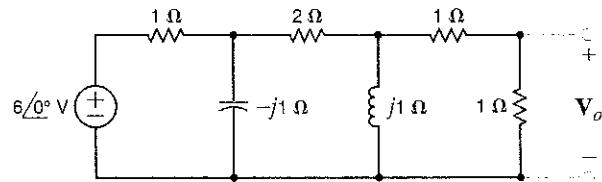
Şekil P8.100

8.101 Şekil P8.101'deki devrede V_o gerilimini bulmak için Thevenin yöntemini kullanınız.



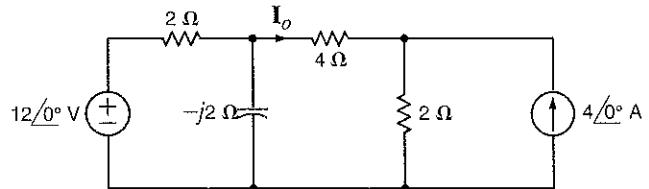
Şekil P8.101

8.102 Şekil P8.102'deki devrede V_o gerilimini bulmak için Thevenin teoremini iki kez uygulayınız.



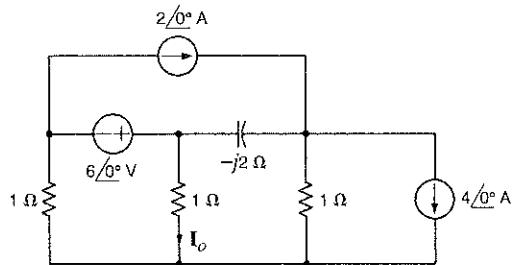
Şekil P8.102

8.103 Şekil P8.103'teki devrede I_o akımını bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



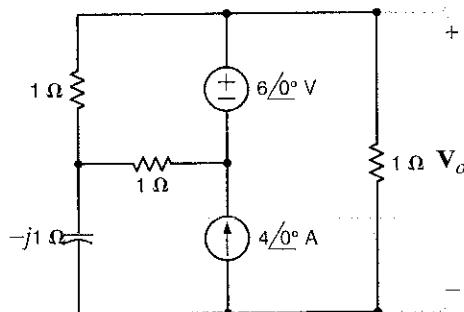
Şekil P8.103

8.104 Şekil P8.104'teki devrede V_o gerilimini bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



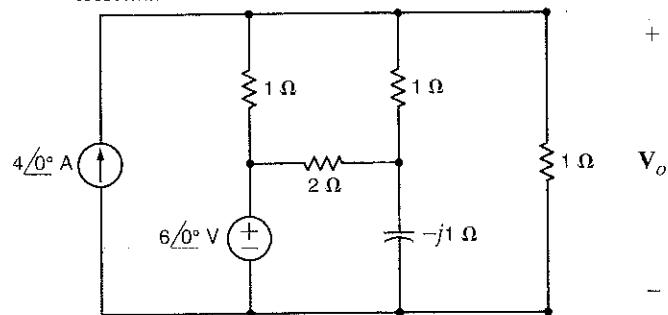
Şekil P8.104

- 8.105 Şekil P8.105'teki devrede V_o gerilimini bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



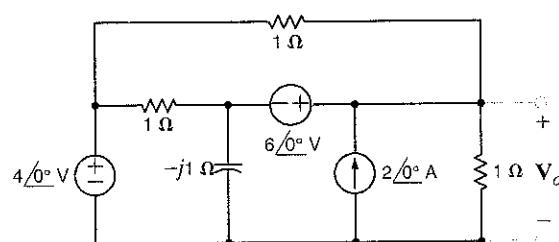
Şekil P8.105

- 8.106 Şekil P8.106'daki devrede V_o gerilimini bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



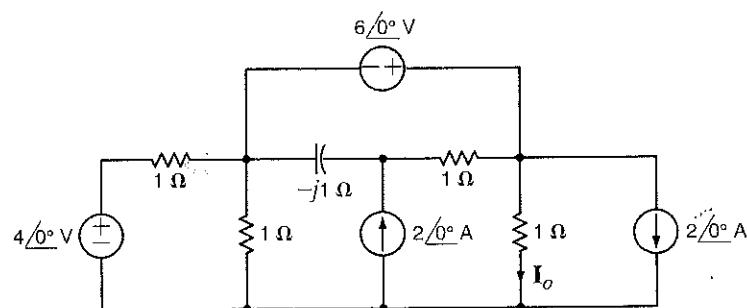
Şekil P8.106

- 8.107 Şekil P8.107'deki devrede V_o gerilimini bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



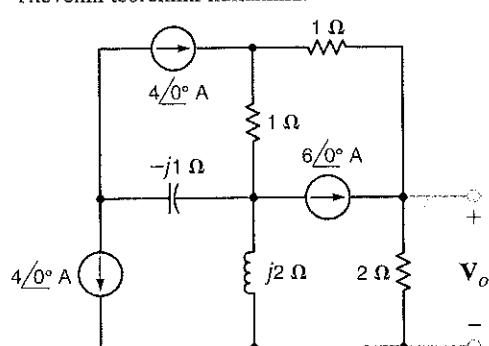
Şekil P8.107

- 8.108 Şekil P8.108'deki devrede I_o akımını bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



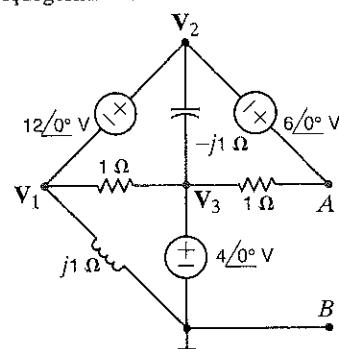
Şekil P8.108

- 8.109 Şekil P8.109'daki devrede V_o gerilimini bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



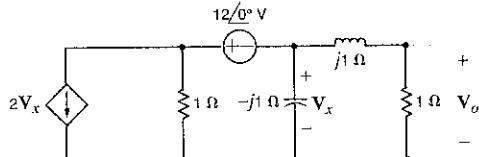
Şekil P8.109

- 8.110 Şekil P8.110'daki devrenin A-B uçlarındaki Thevenin eşdeğerini bulunuz.



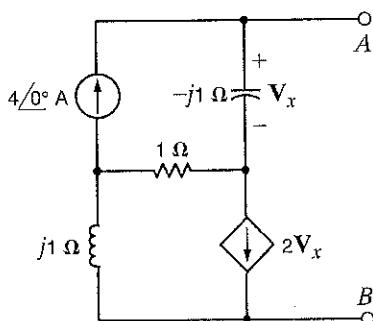
Şekil P8.110

- 8.111 Thevenin teoremini kullanarak Şekil P8.111'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



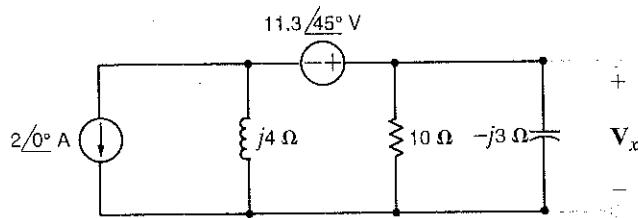
Şekil P8.111

- 8.112 Şekil P8.112'deki devrenin A-B uçlarındaki Thevenin eşdeğeriini bulunuz.



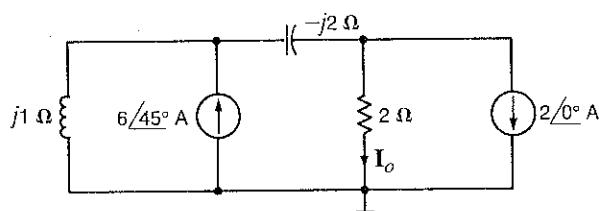
Şekil P8.112

- 8.113 Norton teoremini kullanarak Şekil P8.113'deki devrede I_o akımını bulunuz.



Şekil P8.113

- 8.114 Norton teoremini kullanarak Şekil P8.114'deki devrede I_o akımını bulunuz.



Şekil P8.114

- 8.115 Norton teoremini kullanarak Şekil P8.103'teki devrede I_o akımını bulunuz.

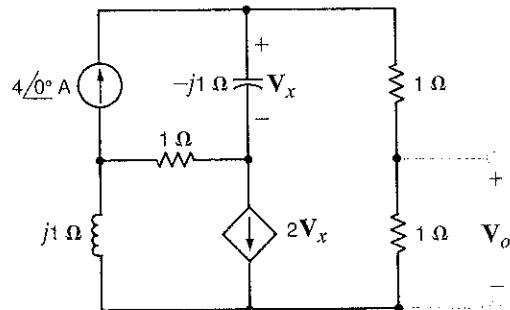
- 8.116 Norton teoremini kullanarak Şekil P8.104'teki devrede I_o akımını bulunuz.

- 8.117 Norton teoremini kullanarak Şekil P8.105'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.

- 8.118 Norton teoremini kullanarak Şekil P8.107'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.

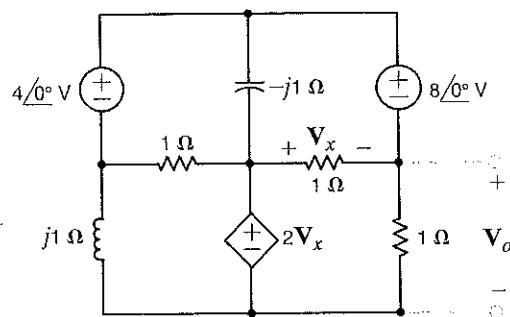
- 8.119 Norton teoremini kullanarak Şekil P8.108'deki devrede I_o akımını bulunuz.

- 8.120 Şekil P8.120'deki devrede V_o gerilimini bulmak için Norton teoremini kullanınız.



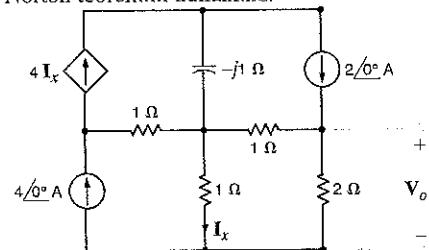
Şekil P8.120

- 8.121 Şekil P8.121'deki devrede V_o gerilimini bulmak için Norton teoremini kullanınız.



Şekil P8.121

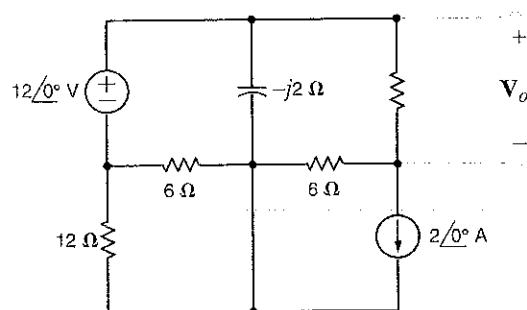
- 8.122 Şekil P8.122'deki devrede V_o gerilimini bulmak için Norton teoremini kullanınız.



Şekil P8.122

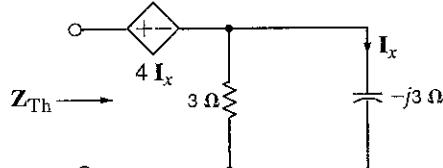
- 8.123 Şekil P8.61'deki devrede V_o gerilimini bulmak için Norton teoremini kullanınız.

- 8.124 Şekil P8.124'teki devrede V_o gerilimini bulmak için kaynak dönüşümü yöntemini kullanınız.



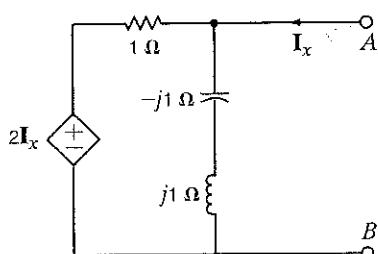
Şekil P8.124

- 8.125 Şekil P8.125'de gösterilen devrede Thevenin eşdeğer impedans Z_{Th} 'yi hesaplayınız.



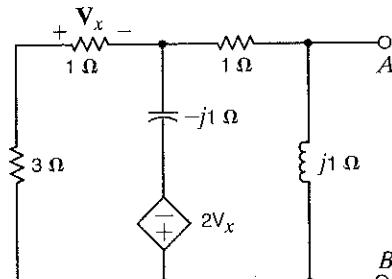
Şekil P8.125

- 8.126 Şekil P8.126'daki devrenin A-B uçlarındaki Thevenin eşdeğerini bulunuz.



Şekil P8.126

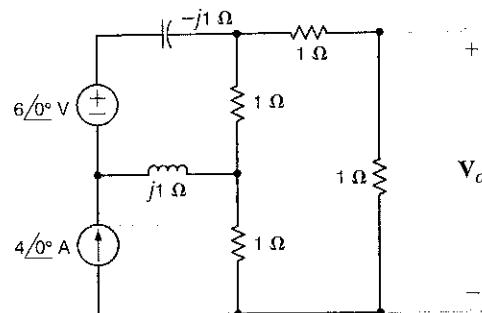
- 8.127 Şekil P8.127'deki devrenin A-B uçlarındaki Thevenin eşdeğerini bulunuz.



Şekil P8.127

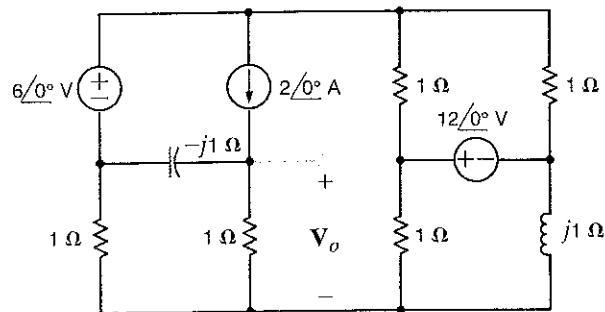
Geri kalan problemleri bilgisayar yardımıyla çözebilirsiniz.

- 8.128 Şekil P8.128'deki devrede V_o gerilimini bulmak için Norton teoremini uygulayınız.



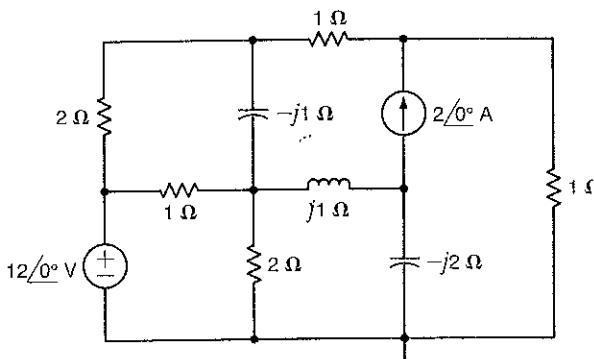
Şekil P8.128

- 8.129 Şekil P8.129'daki devrede V_o gerilimini bulunuz.



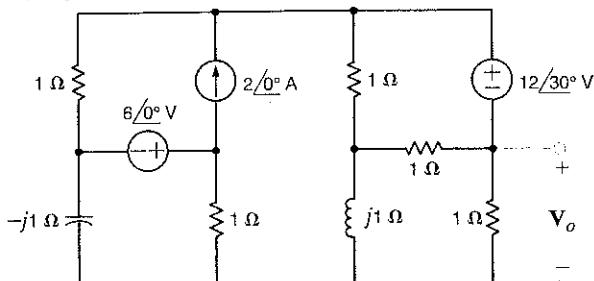
Şekil P8.129

- 8.130 Şekil P8.130'daki devrede düğüm gerilimlerini bulunuz.



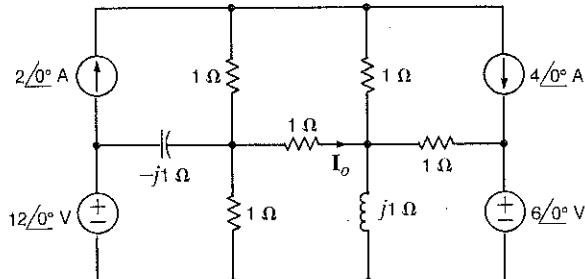
Şekil P8.130

- 8.131 Şekil P8.131'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



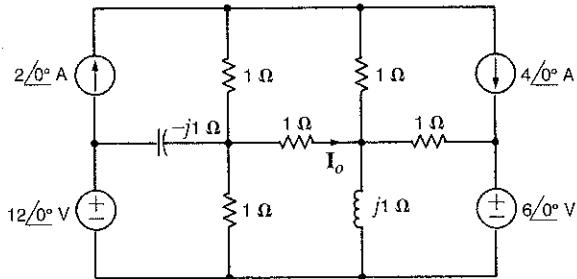
Şekil P8.131

- 8.132 Şekil P8.132'deki devrede I_o akımını bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



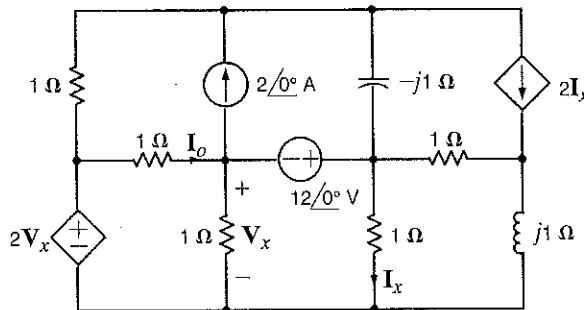
Şekil P8.132

- 8.133 Şekil P8.133'teki devrede I_o akımını bulunuz.



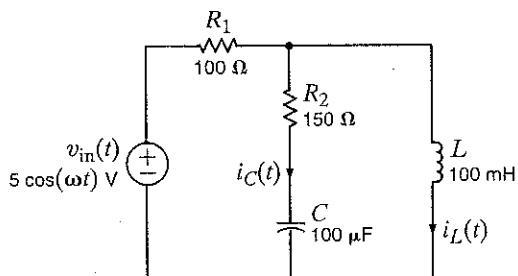
Şekil P8.133

- 8.134 Şekil P8.134'teki devrede I_o akımını bulmak için hem döгüm ve hem de çevre analizini kullanınız.



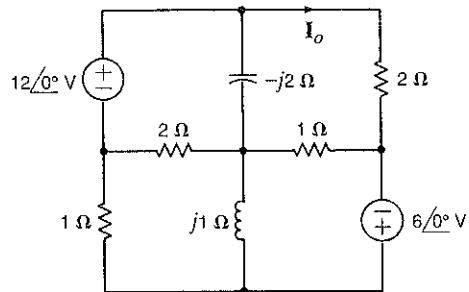
Şekil P8.134

- 8.135 Şekil P8.135'te verilen devrede, $i_C(t)$ ve $i_L(t)$ 'nın genlikleri hangi frekansa eşittirler?



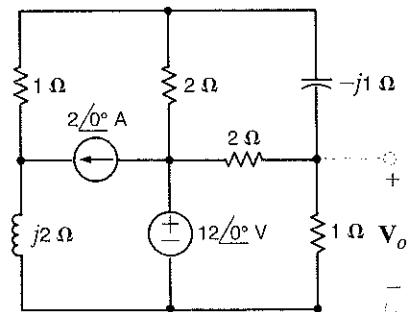
Şekil P8.135

- 8.136 Şekil P8.136'daki devrenin $f = 400$ Hz'de çalışması durumunda I_o akımını bulunuz.



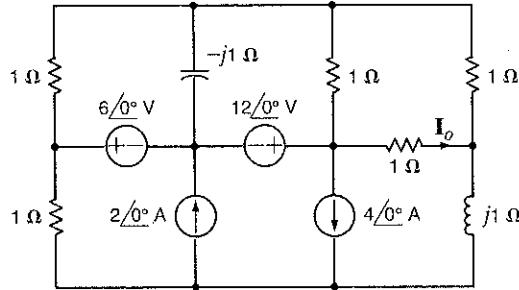
Şekil P8.136

- 8.137 Şekil P8.137'deki devre $f = 60$ Hz'de çalışmaktadır. V_o gerilimini bulunuz.



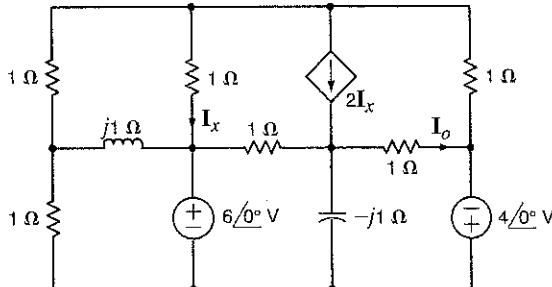
Şekil P8.137

- 8.138 Şekil P8.138'deki devrede I_o akımını bulunuz.



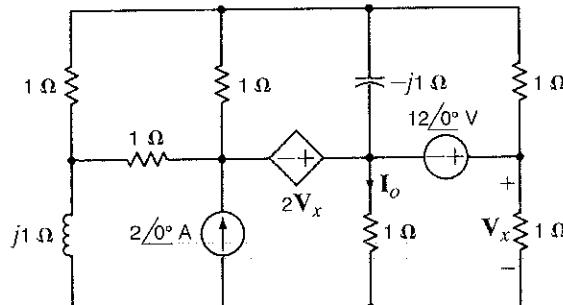
Şekil P8.138

- 8.139 Şekil P8.139'daki devrede I_o akımını bulunuz.



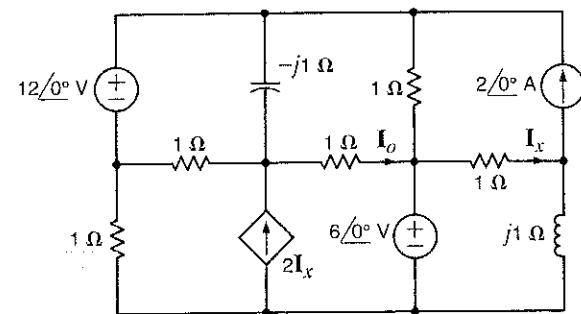
Şekil P8.139

8.140 Şekil P8.140'taki devrede I_o akımını bulunuz.



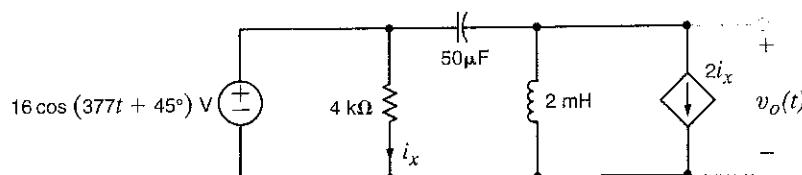
Şekil P8.140

8.141 Şekil P8.141'deki devrede I_o akımını bulunuz.



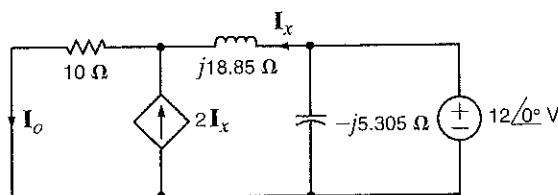
Şekil P8.141

8.142 Şekil P8.142'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



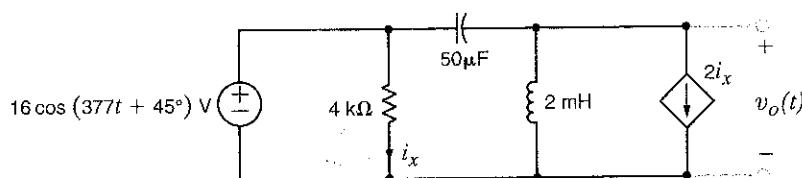
Şekil P8.142

8.143 Şekil P8.143'teki devre $f = 60$ Hz'de çalışmaktadır. I_o ve I_x akımlarını bulunuz.



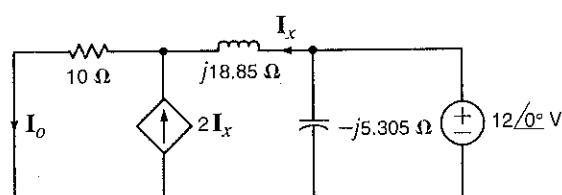
Şekil P8.143

8.144 Şekil P8.144'teki devrede $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



Şekil P8.144

8.145 Şekil P8.145'teki devre $f = 60$ Hz'de çalışmaktadır. I_o ve I_x akımlarını bulunuz.

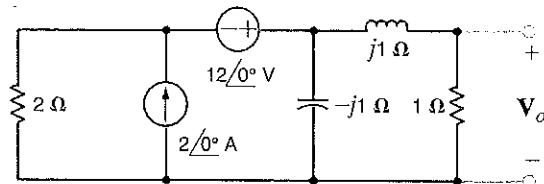


Şekil P8.145

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

8PÇSS-1 Şekil 8PÇSS-1'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.

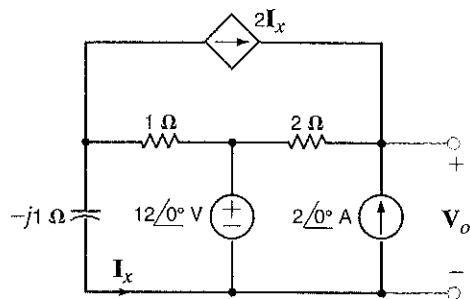
- a. $4.62\angle 30.4^\circ$ V
- b. $7.16\angle -26.6^\circ$ V
- c. $3.02\angle 24.3^\circ$ V
- d. $5.06\angle -71.6^\circ$ V



Şekil 8PÇSS-1

8PÇSS-2 Şekil 8PÇSS-2'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.

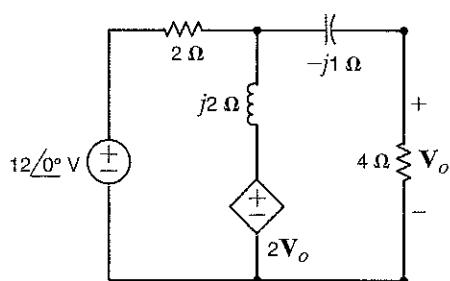
- a. $25.4\angle 10.25^\circ$ V
- b. $20.1\angle 4.63^\circ$ V
- c. $30.8\angle 8.97^\circ$ V
- d. $18.3\angle 12.32^\circ$ V



Şekil 8PÇSS-2

8PÇSS-3 Şekil 8PÇSS-3'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.

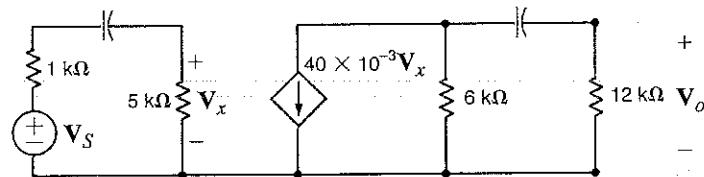
- a. $8.24\angle -30.96^\circ$ V
- b. $2.06\angle 20.84^\circ$ V
- c. $16.96\angle 45^\circ$ V
- d. $10.42\angle 30^\circ$ V



Şekil 8PÇSS-3

8PÇSS-4 Şekil 8PÇSS-4'te gösterilen tek katlı tranzistörlü yükseltecin orta bant (Burada bağlaşım kondansatörü ihmal edilebilir.) kazancını belirleyiniz.

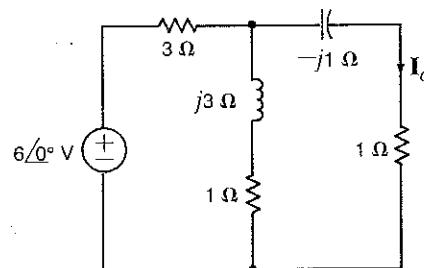
- a. 110.25
- b. -133.33
- c. 26.67
- d. -95.75



Şekil 8PÇSS-4

8PÇSS-5 Şekil 8PÇSS-5'teki devrede I_o akımının değeri nedir?

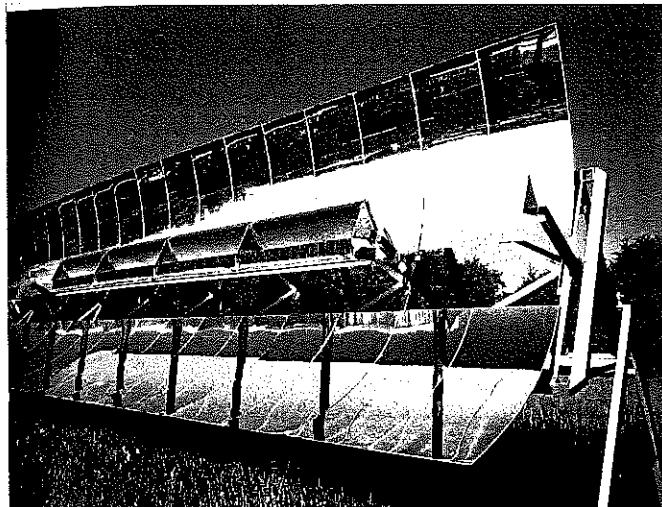
- a. $6.32 \angle 30.31^\circ$ A
- b. $2.75 \angle 21.43^\circ$ A
- c. $1.48 \angle 32.92^\circ$ A
- d. $5.23 \angle 40.15^\circ$ A



Şekil 8PÇSS-5

BÖLÜM

KALICI DURUM GÜC ANALİZİ



Mlenny Photography/Alexander Hafemann/
iStockphoto

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI:

- AA devrelerde anlık ve ortalama gücün nasıl hesaplanacağını öğrenmek
- Bir AA devrede yükle aktarılabilen maksimum ortalama gücü hesaplayabilmek
- Bir periyodik dalga şekli için etkin değerinin nasıl hesaplanacağını öğrenmek
- AA devrelerde aktif, reaktif, karmaşık güçlerin ve güç katsayısının nasıl hesaplanacağını öğrenmek
- AA devrelerde güç katsayısının nasıl düzeltileceğini öğrenmek
- Güvenliğin önemini ve güç ile çalışırken güvenlik göz ardı edildiğinde karşılaşılan sonuçların önemini anlamak

Güneş ayna dizileri Hergün evlerimize ve iş yerlerimize neredeyse 30 yıl yetecek güç verecek kadar güneş enerjisi dünyamıza çarpmaktadır. Ne var ki günümüzdeki güneş enerjisi sistemleri bu enerjinin sadece çok minik bir oranını yakalayabilmektedir. Güneş enerjisi endüstrisinde süregelen eğilim güneş enerjisinin daha fazlasını kullanılabilir güçe çevirecek teknolojileri geliştirmektir.

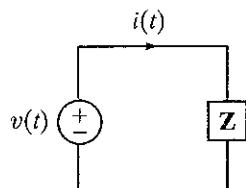
Güneş enerjisini daha etkin biçimde yakalayabilmek için kullanılan üç teknoloji, parabolik oluklar, kule sistemleri ve çanak/motor sistemleridir. Oluk sistemlerinde bir ayna yardımıyla güneş enerjisi normal yoğunluğundan 30 ile 60 kat arası yoğunluğa yükseltilerek odak çizgisinde sentetik yaşı içeren bir alıcı boruya aktarılır. Güç kuleleri kulenin tepesindeki bir alıcıya binlerce aynayı odaklar. Barstow, CA yakınlarındaki 'Solar İki' dünyanın en büyük güneş güç kulesidir. Çanak/motor sistemleri ayna dizileri kullanarak % 30 civarında bir dönüşüm

verimine ulaşırlar. Bu verim, diğer güneş teknolojilerinden daha yüksektir. Geri beslemeli denetleyiciler yardımıyla bu aynaların doğrultusu ayarlanarak bulutlu günde bile aynalar tarafından görülen Güneş ışınları maksimize edilebilir.

Bu bölüm devre analizi çalışmalarımızdaki bir boşluğu doldurmayı amaçlamaktadır: AA devrelerde her elemanın çektiği ya da devreye verdiği ortalama gücü bulmak. Bu ortalama aktif güç, sinüzoidal gerilimlerin ve akımların etkin değerlerinin yanısıra bunların faz farklarına bağlı olan bir güç katsayısının da çarpımı ile hesaplanır. İleri ve geri güç katsayıları tartışılmakta ve güç dağıtımında yaygın bir terim olan karmaşık güç tanıtılmaktadır. Üretim kaynağı ne olursa olsun, güç katsayısının iyileştirilmesiyle AA güç daha verimli bir biçimde dağıtılabılır. Güç katsayısı kavramını özümsemek yalnızca akademik bir çalışma olmayıp, Güneş'ten nasıl daha çok güç çekilebileceğini anlamak açısından da çok önemlidir.

9.1

Anlık Güç



Şekil 9.1

Basit bir AA devre

Daha önceki bölümlerde benimsenmiş işaretleme kurallarını kullanarak, herhangi bir cihaz tarafından çekilen ya da sağlanan güç, cihaz üzerindeki anlık gerilim ile cihaza giren anlık akımının çarpımı olarak hesaplanabilir.

Şekil 9.1'de gösterilen devreyi inceleyelim. Genel olarak, devre için kalıcı durum gerilimi ve akımı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$v(t) = V_M \cos(\omega t + \theta_v) \quad 9.1$$

$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \theta_i) \quad 9.2$$

Bu durumda anlık güç şu biçimde yazılabilir:

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t)i(t) \\ &= V_M I_M \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i) \end{aligned} \quad 9.3$$

Şimdi

$$\cos \phi_1 \cos \phi_2 = \frac{1}{2} [\cos(\phi_1 - \phi_2) + \cos(\phi_1 + \phi_2)] \quad 9.4$$

trigonometrik özdeşliği kullanılarak anlık güç aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$p(t) = \frac{V_M I_M}{2} [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)] \quad 9.5$$

Gördüğü gibi anlık güç iki terimden oluşmaktadır. İlk terim bir sabittir (Başka bir deyişle zamandan bağımsızdır), ikinci terim ise bir kosinüs dalgasıdır. Bu kosinüs dalgasının frekansı uyarma frekansının iki katıdır. Bu bağıntıyı Bölüm 9.2'de daha ayrıntılı bir şekilde inceleyeceğiz.

ÖRNEK

9.1

Şekil 9.1'deki devre için $v(t) = 4 \cos(\omega t + 60^\circ)$ V ve $Z = 2/30^\circ \Omega$ verilmektedir. Akımın ve anlık gücün zamana göre değişimlerini belirlemek ve bu fonksiyonları gerilimle birlikte aynı grafikte çizerek karşılaştırma yapmak istiyoruz...

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} I &= \frac{4 / 60^\circ}{2 / 30^\circ} \\ &= 2 / 30^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

olduğundan,

$$i(t) = 2 \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ A}$$

olar.

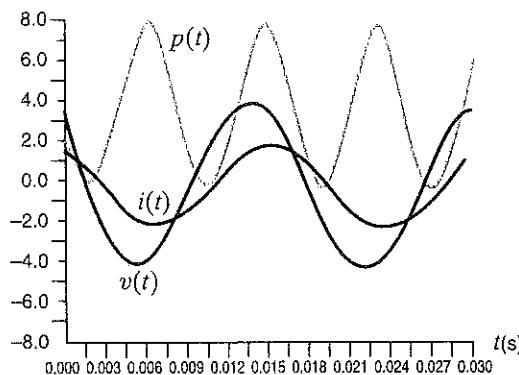
Eş. (9.5)'ten

$$\begin{aligned} p(t) &= 4[\cos(30^\circ) + \cos(2\omega t + 90^\circ)] \\ &= 3.46 + 4 \cos(2\omega t + 90^\circ) \text{ W} \end{aligned}$$

elde edilir. Bu fonksiyonun gerilim ve akımıla beraber çizimi Şekil 9.2'de gösterilmektedir. Gördüğü gibi anlık güç, bir DA ya da sabit değerli terim ile gerilim ve akımın frekansının iki katı frekansta değişen bir gerilimin toplamına eşittir.

[ipucu]

$p(t)$ 'nin bir sabit (DA) terim ile $v(t)$ 'nin ve $i(t)$ 'nın frekansının iki katı frekansta bir kosinus terimi içerdigini hatırlayınız.



Şekil 9.2

Şekil 9.1'deki devre için $v(t)$, $i(t)$, $p(t)$ grafikleri ($f = 60$ Hz).

9.2

Ortalama Güç

Herhangi periyodik dalga biçiminin (örneğin bir sinüsodial fonksiyonun) ortalama değeri, fonksiyonu bir tam periyot boyunca entegre ederek ve elde edilen sonucu periyoda bölgerek hesaplanabilir. Dolayısıyla gerilim ve akım sırasıyla Eş. (9.1) ve (9.2) ile verilirse ortalama güç aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} V_M I_M \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i) dt \end{aligned} \quad 9.6$$

Bu ifadede t_0 değeri keyfi olarak seçilebilir. $T = 2\pi/\omega$ gerilim veya akımın periyodusudur ve P 'nin birimi watt'tır. Aslında ortalama alma işlemini herhangi bir tam sayıda periyot boyunca yapabilirmiz. Dolayısıyla Eş. (9.6) aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$P = \frac{1}{nT} \int_{t_0}^{t_0+nT} V_M I_M \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i) dt \quad 9.7$$

Burada n pozitif bir tam sayıdır.

Eş. (9.5)'i (9.6)'da yerine koyarak aşağıdaki ifadeyi elde ederiz:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{V_M I_M}{2} [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)] dt \quad 9.8$$

Tabii ki belirtilen integrasyon ile uğraşabiliyoruz, fakat biraz öngörü ile irdeleme yaparak sonucu belirleyebiliyoruz. İlk terim t 'den bağımsızdır, dolayısıyla bir sabitin integralini almak söz konusudur. Sabit bir değeri bir periyot boyunca integre edip periyoda bölmek yine aynı sabit değeri verir. İkinci terim ise bir kosinus dalgasıdır. Bir ya da daha fazla sayıda tam periyot boyunca bir kosinus işaretinin ortalama değerinin sıfır olduğu çok iyi bilinmektedir. Bu nedenle Eş. (9.8)'deki ikinci terim ortadan kaybolur ve sonuç olarak Eş. (9.8) aşağıdaki biçimde indirgenir.

$$P = \frac{1}{2} V_M I_M \cos(\theta_v - \theta_i) \quad 9.9$$

$\cos(-\theta) = \cos(\theta)$ olduğu için kosinus fonksiyonunun argümanı ya $\theta_v - \theta_i$ ya da $\theta_i - \theta_v$ olabilir. Ek olarak $\theta_v - \theta_i$ Şekil 9.1'de gösterildiği gibi devrenin empedansının açısıdır. Dolayısıyla sadece direnç içeren bir devre için,

$$P = \frac{1}{2} V_M I_M \quad 9.10$$

[ipucu]

Ortalama gücün hesaplanması için sıkça kullanılan bir denklem

ve tamamen reaktif devre için,

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} V_M I_M \cos(90^\circ) \\ &= 0 \end{aligned}$$

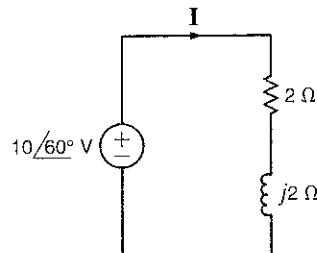
yazılır. Tamamen reaktif olan empedanslar ortalama güç çekmedikleri için çoğunlukla *kayıpsız* elemanlar olarak adlandırılırlar. Tamamen reaktif elemanlar, periyodun bir bölümünde enerji depolayıp kalan bölümünde ise bu enerjiyi geri verir.

ÖRNEK

9.2

Şekil 9.3
Örnek *RL* devresi.

Şekil 9.3'te gösterilen empedans tarafından çekilen ortalama gücü belirlemek istiyoruz.



GÖZÜM Şekilden

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V_M / \theta_v}{2 + j2} = \frac{10 / 60^\circ}{2.83 / 45^\circ} = 3.53 / 15^\circ \text{ A}$$

yazılabilir. Dolayısıyla,

$$I_M = 3.53 \text{ A} \text{ ve } \theta_i = 15^\circ$$

olar. Bu nedenle,

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} V_M I_M \cos(\theta_u - \theta_i) \\ &= \frac{1}{2} (10)(3.53) \cos(60^\circ - 15^\circ) \\ &= 12.5 \text{ W} \end{aligned}$$

olar.

İndüktör güç harcamadığı için bu güç direnç tarafından çekilmiştir. Dolayısıyla gücü hesaplamak için Eş. 9.20 kullanılabilir. Yalnızca bu ifadedeki V_M gerilimi direnç üzerindeki gerilim olarak alınmalıdır. Direnç üzerindeki gerilimi bölüşüm ilkesini kullanarak

$$V_R = \frac{(10 / 60^\circ)(2)}{2 + j2} = 7.07 / 15^\circ \text{ V}$$

biriminde elde ederiz ve dolayısıyla,

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} (7.07)(3.53) \\ &= 12.5 \text{ W} \end{aligned}$$

olarak bulunur. Ortalama güç, Ohm yasası yardımıyla

$$P = \frac{1}{2} \frac{V_M^2}{R}$$

ifadesi ya da

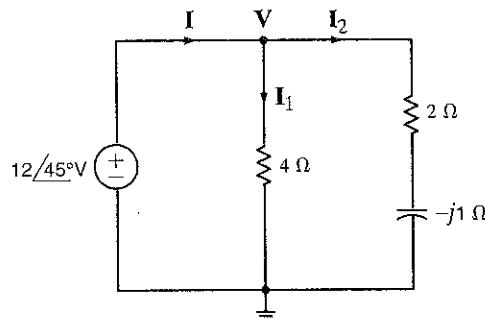
$$P = \frac{1}{2} I_M^2 R$$

ifadesi yazilarak da hesaplanabilir. Burada da yine, bu ifaderdeki V_M ve I_M 'nın sırasıyla direncin gerilimine ve akımına karşılık konusunda dikkatli olmalıyız.

Şekil 9.4'te gösterilen devre için, elemanların çektiği toplam ortalama güçü ve devreye sağlanan toplam ortalama güçü belirlemek istiyoruz.

ÖRNEK

9.3



Şekil 9.4

Güç dengesini göstermek için kullanılan örnek devre.

Şekilden

$$I_1 = \frac{12\angle 45^\circ}{4} = 3\angle 45^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{12\angle 45^\circ}{2 - j1} = \frac{12\angle 45^\circ}{2.24\angle -26.57^\circ} = 5.36\angle 71.57^\circ \text{ A}$$

yazılabilir. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ &= 3\angle 45^\circ + 5.36\angle 71.57^\circ \\ &= 8.15\angle 62.10^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

olarak, 4-Ω direncinin çektiği ortalama güç

$$P_4 = \frac{1}{2}V_M I_M = \frac{1}{2}(12)(3) = 18 \text{ W}$$

olarak hesaplanır. 2-Ω direncinin çektiği ortalama güç

$$P_2 = \frac{1}{2}I_M^2 R = \frac{1}{2}(5.34)^2(2) = 28.7 \text{ W}$$

olarak hesaplanır. Bu nedenle çekilen toplam ortalama güç aşağıdaki gibi bulunur:

$$P_A = 18 + 28.7 = 46.7 \text{ W}$$

Not: İlk olarak 2-Ω direncin üzerindeki gerilimi hesaplaşmadık, bu direnç tarafından çekilen güçü $1/2 V_M^2 / R$ ifadesini kullanarak da bulabiliirdik.

Kaynak tarafından sağlanan toplam ortalama güç aşağıdaki gibi bulunur:

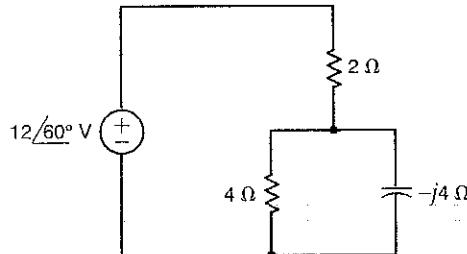
$$\begin{aligned} P_S &= \frac{1}{2}V_M I_M \cos(\theta_v - \theta_i) \\ &= \frac{1}{2}(12)(8.15) \cos(45^\circ - 62.10^\circ) \\ &= 46.7 \text{ W} \end{aligned}$$

Dolayısıyla devreye verilen toplam ortalama güç, elbette ki çekilen toplam ortalama güçle eşittir.

ÇÖZÜM

E9.1 Şekil E9.1 devresindeki her bir direnç tarafından çekilen ortalama gücü bulunuz.

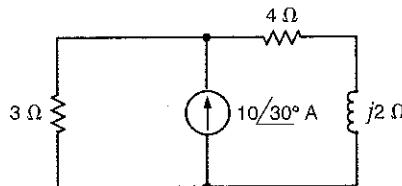
YANIT: $P_{2\Omega} = 7.20 \text{ W}$,
 $P_{4\Omega} = 7.20 \text{ W}$.



Şekil E9.1

E9.2 Şekil E9.2'de verilen devreyi göz önüne alarak her bir pasif devre elemanı tarafından çekilen ortalama gücü ve akım kaynağı tarafından sağlanan toplam ortalama gücü bulunuz.

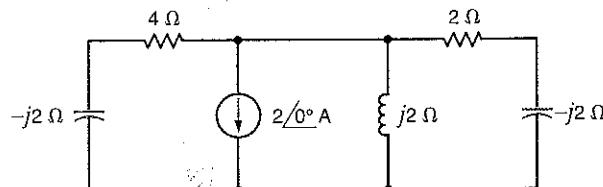
YANIT: $P_{3\Omega} = 56.60 \text{ W}$,
 $P_{4\Omega} = 33.96 \text{ W}$, $P_L = 0$,
 $P_{CS} = 90.50 \text{ W}$.



Şekil E9.2

E9.3 Şekil E9.3'te her bir eleman tarafından çekilen ve sağlanan gücü bulunuz.

YANIT: $P_C = 0 \text{ W}$,
 $P_L = 0 \text{ W}$, $P_{4\Omega} = 1.78 \text{ W}$,
 $P_{2\Omega} = 2.22 \text{ W}$, $P_{CS} = -4 \text{ W}$.



Şekil E9.3

[ipucu]

Güç için superpozisyon uygulanamaz. Neden?

Ortalama gücü belirlerken, devrede birden fazla kaynak varsa, gücü hesaplamak için gerekli gerilim ve/veya akımı bulmak için herhangi devre analizi tekniklerimizden birini kullanabiliyoruz. Fakat genel olarak güç superpozisyon uygulayamayacağımızı aklimızdan çıkarmamalıyız.

ÖRNEK

9.4

CÖZÜM Şekilden,

Şekil 9.5'teki devreyi göz önüne alarak her eleman tarafından çekilen ve sağlanan toplam ortalama gücü belirlemek istiyoruz.

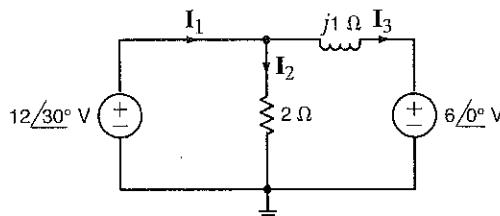
$$I_2 = \frac{12/30^\circ}{2} = 6/30^\circ \text{ A}$$

ve

$$I_3 = \frac{12/30^\circ - 6/0^\circ}{j1} = \frac{4.39 + j6}{j1} = 7.44/-36.21^\circ \text{ A}$$

olacaktır. 2-Ω direnci tarafından çekilen güç aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$P_2 = \frac{1}{2} V_M I_M = \frac{1}{2} (12)(6) = 36 \text{ W}$$



I_3 akımının yönü $6\angle 0^\circ$ V kaynağının güç çekmekte olduğunu göstermektedir. Çekilen güç aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned} P_{6\angle 0^\circ} &= \frac{1}{2}V_M I_M \cos(\theta_v - \theta_i) \\ &= \frac{1}{2}(6)(7.44) \cos[0^\circ - (-36.21^\circ)] \\ &= 18 \text{ W} \end{aligned}$$

Bu noktada bir soru ortaya çıkar: $6\angle 0^\circ$ V kaynağı, geri kalan devreyi besliyor mu, yani kaynak olarak mı davranışıyor, yoksa güç mü çekiyor yani yük olarak mı davranışıyor? Bunu nasıl anlarız? Bu sorunun yanıtını basittir. Daha önceki bölümdeki de濂ilen pasif işaretleme kuralına uygularız. Akımın referans yönü kaynağın artı ucundan girecek biçimdeyken sonuç pozitifse kaynak güç çekiyor. Eğer yanıt negatifse kaynak devrenin geri kalanına güç sağlıyor. İşaretleme sırasında kaynak (jeneratör) varsayımda da bulunulabilir. Yani, akım referansı kaynağın artı ucundan çıkacak biçimde de seçilebilir. Bu durumda cevabın işaretinin yorumlanması ters şekilde olmalıdır. İşaretleme kuralına karar verilip uygulandıktan sonra ortalama gücün yalnızca 90° den büyük faz farklarında (yani $|\theta_v - \theta_i| > 90^\circ$) negatif olacağına dikkat ediniz.

Devreye verilen gücü hesaplamak için önce I_1 akımını aşağıdaki gibi hesaplarız:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_3 \\ &= 6\angle 30^\circ + 7.44\angle -36.21^\circ \\ &= 11.29\angle -7.10^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Dolayısıyla kaynak (jeneratör) işaret kuralı kullanılarak $12\angle 30^\circ$ V tarafından sağlanan güç

$$\begin{aligned} P_s &= \frac{1}{2}(12)(11.29) \cos(30^\circ + 7.10^\circ) \\ &= 54 \text{ W} \end{aligned}$$

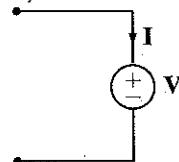
olur. Görüldüğü gibi çekilen ve sağlanan güçler eşittir.

Şekil 9.5

İki kaynaklı örnek RL devresi.

[ipucu]

Akım ve gerilimin şekildeki gibi işaretlenmiş olması koşuluyla:

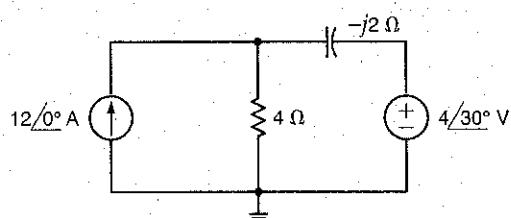


eğer $P = IV$ pozitifse, güç çekilmektedir.

eğer $P = IV$ negatifse güç üretilmektedir.

Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E9.4 Şekil E9.4'te her bir eleman tarafından çekilen ve sağlanan toplam ortalama gücü belirleyiniz.



Şekil E9.4

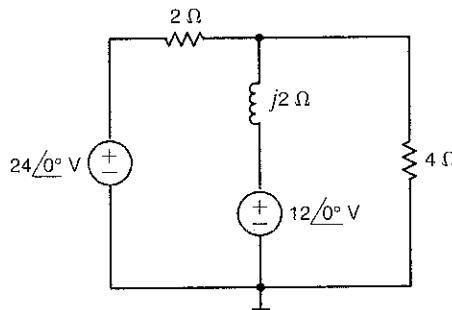
YANIT:

$$P_{CS} = -69.4 \text{ W};$$

$$P_{VS} = 19.8 \text{ W};$$

$$P_{4\Omega} = 49.6 \text{ W}; P_C = 0.$$

E9.5 Şekil E9.5'de verilen devreyi gözüne alarak her eleman tarafından çekilen ve sağlanan güçü belirleyiniz.



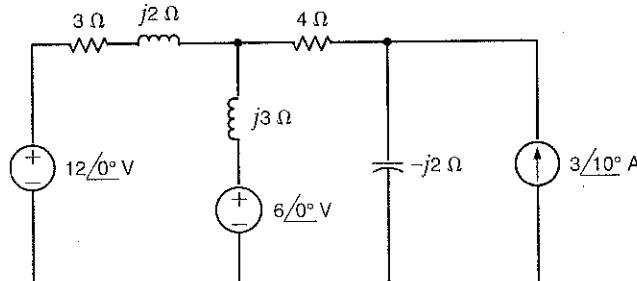
Şekil E9.5

YANIT:

$$\begin{aligned}P_{24/0^\circ} &= -55.4 \text{ W;} \\P_{12/0^\circ} &= 5.5 \text{ W;} \\P_{2\Omega} &= 22.2 \text{ W;} \\P_{4\Omega} &= 27.7 \text{ W;} \\P_L &= 0.\end{aligned}$$

E9.6 Şekil E9.6'daki 4-Ω ve 3-Ω dirençler tarafından çekilen ortalama güçleri belirleyiniz.

YANIT: $P_{4\Omega} = 9.86 \text{ W;} P_{3\Omega} = 0.91 \text{ W.}$



Şekil E9.6

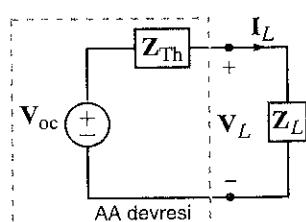
9.3

Maksimum Ortalama Güç Aktarımı

Rezistif devrelerde öğrenirken bir direnç yüküne maksimum gücün hangi koşullarda aktarılabileceğini inceledik. Yük direnci, yükün dışında kalan devrenin Thevenin eşdeğer direncine eşit olduğunda (yani $R_L = R_{Th}$) yük aktarılan gücü maksimum olduğunu göstermiş狄. Şimdi aynı konuyu, Şekil 9.6'daki devre için inceleyece狄 ve hangi koşulda Z_L yük empedansına aktarılan ortalama gücün maksimum olacağını bulmaya çalışaca狄iz.

Yük aktarılan ortalama güç ifadesi şu biçimdedir:

$$P_L = \frac{1}{2} V_L I_L \cos(\theta_{v_L} - \theta_{i_L}) \quad 9.11$$



Yük akımının ve geriliminin fazör ifadeleri aşağıda verilmektedir:

$$I_L = \frac{V_{oc}}{Z_{Th} + Z_L} \quad 9.12$$

$$V_L = \frac{V_{oc} Z_L}{Z_{Th} + Z_L} \quad 9.13$$

Bu eşitlikteki empedanslar için şu ifadeleri yazabiliriz:

Şekil 9.6

Maksimum ortalama güç transferini incelemek için kullanılan devre.

$$Z_{Th} = R_{Th} + jX_{Th} \quad 9.14$$

ve

$$Z_L = R_L + jX_L \quad 9.15$$

Akım ve gerilim fazörlerinin büyüklükleri aşağıdaki ifadelerle verilir:

$$I_L = \frac{V_{oc}}{[(R_{Th} + R_L)^2 + (X_{Th} + X_L)^2]^{1/2}} \quad 9.16$$

$$V_L = \frac{V_{oc}(R_L^2 + X_L^2)^{1/2}}{[(R_{Th} + R_L)^2 + (X_{Th} + X_L)^2]^{1/2}} \quad 9.17$$

Akım ve gerilim fazörlerinin açı bilgileri ($\theta_{v_L} - \theta_{i_L}$) ifadesinde kullanılmaktadır. Ayrıca $\theta_{v_L} - \theta_{i_L} = \theta_{Z_L}$ ve

$$\cos \theta_{Z_L} = \frac{R_L}{(R_L^2 + X_L^2)^{1/2}} \quad 9.18$$

eşitlikleri de geçerlidir. Eş.(9.16-18) Eş. (9.11)'de yerine konulursa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$P_L = \frac{1}{2} \frac{V_{oc}^2 R_L}{(R_{Th} + R_L)^2 + (X_{Th} + X_L)^2} \quad 9.19$$

Bu ifade elbette Eş. (9.16)'dan $P_L = \frac{1}{2} I_L^2 R_L$ kullanılarak da elde edilebilir. Yine birazcık öngörü ile işi kolaylaştırabiliriz: Amacımız P_L gücünü maksimum yapmaktır. V_{oc} geriliminin değeri sabit olup sonucu değiştirmemektedir. $(X_{Th} + X_L)$ elemanlarının çektiği toplam ortalama güç sıfırdır. Bu toplamın değeri sıfırdan büyükse ortalama gücün (P_L) değerinin azalacağı açıklık. Bu nedenle $X_L = -X_{Th}$ seçerek bu terimi yok edebiliriz. Bu durumda problemimiz aşağıdaki ifadenin maksimize edilmesine indirgenir:

$$P_L = \frac{1}{2} \frac{V_{oc}^2 R_L}{(R_L + R_{Th})^2} \quad 9.20$$

Bu da tam olarak rezistif durumda maksimum yapmaya çalıştığımız değerdir. Bu değerin maksimum olabilmesi için $R_L = R_{Th}$ seçmemiz gerekmektedir. Dolayısıyla, Şekil 9.6'da gösterilen yükleme maksimum ortalama güç transferi için Z_L aşağıdaki gibi seçilmelidir:

$$Z_L = R_L + jX_L = R_{Th} - jX_{Th} = Z_{Th}^* \quad 9.21$$

Son bir not olarak belirtelim ki, eğer yük empedansı tamamen rezistif ise (yani $X_L = 0$) maksimum ortalama güç transferi için koşul aşağıdaki ifade ile türetiliblir.

$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0$$

Burada P_L Eş. (9.19)'daki $X_L = 0$ alınarak elde edilen ifadedir. P_L 'yi $X_L = 0$ koşulu altında maksimize eden R_L değeri aşağıda verilmektedir:

$$R_L = \sqrt{R_{Th}^2 + X_{Th}^2} \quad 9.22$$

[ipucu]

Bu empedans uyumlama kavramı yüksek hızlı bilgisayar yongalarının ve anakartların tasarımında önemli bir konudur. Bugün, iç saatleri 3 GHz civarında çalışan yüksek hızlı yongalar ve veriyolu hızları 1 GHz'den yüksek olan anakartlarda sinyal yayının istenen hızda yapılabilmesi için empedans uyumlama zorunludur. Her ne kadar bu yüksek hızlı iletişim hattı dağıtık bir devre olsa da (bu konu daha sonraki elektrik mühendisliği derslerinde eletalonacaktır) iletişim hattı için empedans uyumlama teknigi ile toplu parametreli devrelerdeki maksimum ortalama güç aktarımı temelde aynı şeyleştir.

Problem Çözme Stratejileri

Adım 1: Z_L yükünü çıkarın ve geri kalan devrenin Thevenin eşdeğerini bulunuz.

Adım 2: Şekil 9.6'da gösterilen devreyi oluşturunuz.

Adım 3: $Z_L = Z_{Th}^* = R_{Th} - jX_{Th}$ seçin. Bu durumda $I_L = V_{oc}/2 R_{Th}$ ve aktarılan

$$\text{maksimum ortalama güç} = \frac{1}{2} I_L^2 R_{Th} = V_{oc}^2 / 8 R_{Th} \text{ olur.}$$

**Maksimum Ortalama
Güç Transferi**

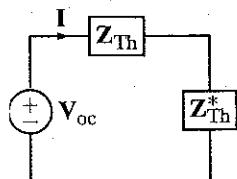
ÖRNEK

9.5

ÇÖZÜM

[ipucu]

- Bu Thevenin analizinde,
1. Z_L 'yi kaldırın ve açık devre edilen uçlar arasındaki V_{oc} gerilimini bulunuz.
 2. Tüm bağımsız kaynakları sıfır yaparak açık uçlar arasından görülen Z_{Th} , eşdeğer devre impedansını belirleyiniz.
 3. Aşağıdaki devreyi oluşturup I ve P_L 'yi belirleyiniz.



Şekil 9.7a'da verilen devrede maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L değerini ve yükle aktarılan maksimum ortalama güç değerini bulmak istiyoruz.

Problemi çözmek için yükün gördüğü devrenin Thevenin eşdeğerini oluşturalım. Açık devre gerilimi Şekil 9.7b'deki devreden hesaplanabilir.

$$V_{oc} = \frac{4 \angle 0^\circ (2)}{6 + j1} (4) = 5.26 \angle -9.46^\circ \text{ V}$$

Thevenin eşdeğer impedansı Şekil 9.7c'deki devreden

$$Z_{Th} = \frac{4(2 + j1)}{6 + j1} = 1.41 + j0.43 \Omega$$

olarak elde edilebilir. Dolayısıyla maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L aşağıdaki gibi hesaplanır:

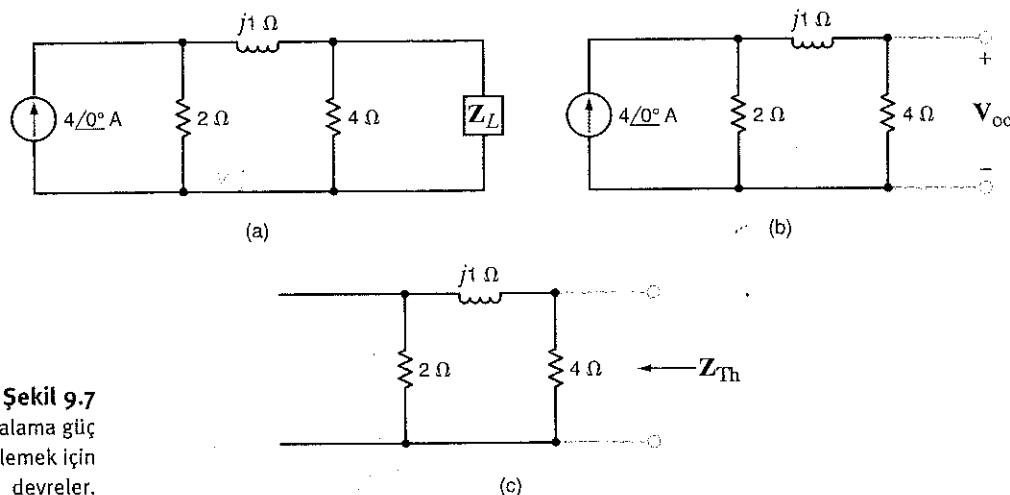
$$Z_L = 1.41 - j0.43 \Omega$$

Z_L 'nin bu değeri kullanılarak yükteki akım aşağıdaki gibi bulunur:

$$I = \frac{5.26 \angle -9.46^\circ}{2.82} = 1.87 \angle -9.46^\circ \text{ A}$$

Dolayısıyla yükle transfer edilen maksimum ortalama güç aşağıdaki değerde olacaktır:

$$P_L = \frac{1}{2} I_M^2 R_L = \frac{1}{2} (1.87)^2 (1.41) = 2.47 \text{ W}$$



Şekil 9.7

Maksimum ortalama güç transferini örneklemek için devreler.

ÖRNEK

9.6

ÇÖZÜM

Şekil 9.8a'daki devrede maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L değerini bulmak istiyoruz. Ayrıca yükle taşınan maksimum ortalama güç değerini belirleyelim.

İlk olarak, devrenin yük dışında kalan bölümünün Thevenin eşdeğerini bulalım. Açık devre gerilimi Şekil 9.8b'den hesaplanabilir. Devre için denklemeler şu biçimdedir:

$$\begin{aligned} V'_x + 4 &= (2 + j4)I_1 \\ V'_x &= -2I_1 \end{aligned}$$

Bu denklemelerin çözümünden akımı elde ederiz:

$$\mathbf{I}_t = \frac{1 \angle -45^\circ}{\sqrt{2}}$$

Bu durumda açık devre gerilimi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned} V_{oc} &= 2\mathbf{I}_t - 4 \angle 0^\circ \\ &= \sqrt{2} \angle -45^\circ - 4 \angle 0^\circ \\ &= -3 - j1 \\ &= +3.16 \angle -161.57^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

[ipucu]

Devrede bağımlı bir kaynak olduğunda hem V_{oc} hem de I_{sc} bulunmalı ve Z_{Th} aşağıdaki denklem kullanılarak hesaplanmalıdır.

$$Z_{Th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}}$$

Kısa devre akımı ise Şekil 9.8'den elde edilebilir. Bu devre için denklemler şu biçimdedir:

$$\begin{aligned} V_x'' + 4 &= (2 + j4)\mathbf{I} - 2\mathbf{I}_{sc} \\ -4 &= -2\mathbf{I} + (2 - j2)\mathbf{I}_{sc} \\ V_x'' &= -2(\mathbf{I} - \mathbf{I}_{sc}) \end{aligned}$$

Bu denklemeleri çözerek kısa devre akımını elde ederiz:

$$\mathbf{I}_{sc} = -(1 + j2) \text{ A}$$

Bu durumda Thevenin eşdeğer empedansı aşağıdaki gibi bulunur:

$$Z_{Th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \frac{3 + j1}{1 + j2} = 1 - j1 \Omega$$

Dolayısıyla, maksimum ortalama güç transferi için gerekli yük empedansı aşağıdaki gibi olmalıdır:

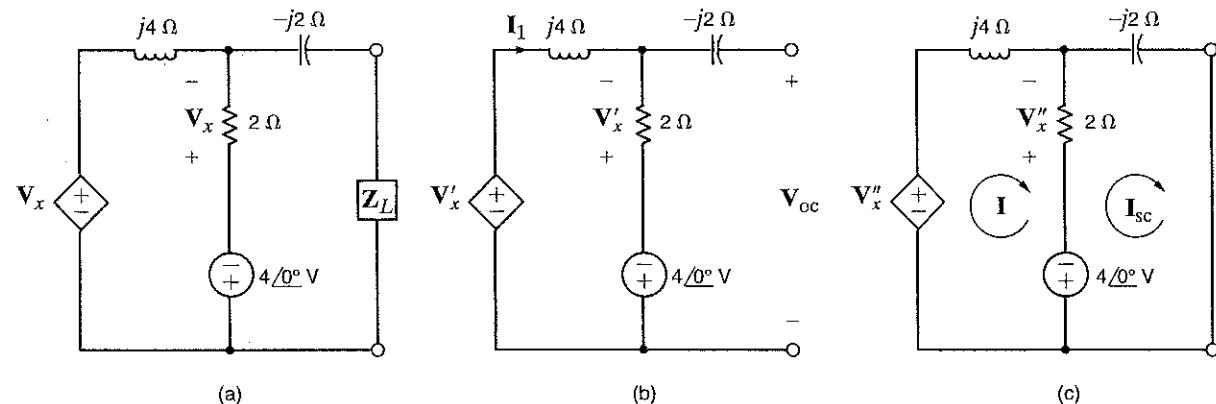
$$Z_L = 1 + j1 \Omega$$

Bu durumda yükdeki akım

$$\mathbf{I}_L = \frac{V_{oc}}{Z_{Th} + Z_L} = \frac{-3 - j1}{2} = 1.58 \angle -161.57^\circ \text{ A}$$

olarak hesaplanır. Dolayısıyla yükle transfer edilen maksimum ortalama güç aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} P_L &= \frac{1}{2}(1.58)^2(1) \\ &= 1.25 \text{ W} \end{aligned}$$

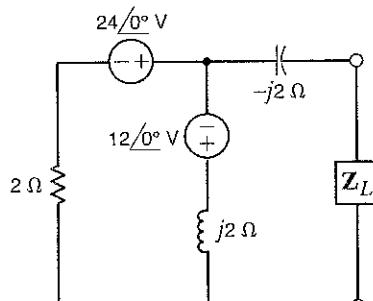


Şekil 9.8

Maksimum ortalama güç transferi için örnek devreler.

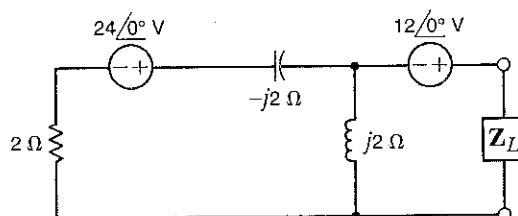


E9.7 Şekil E9.7'deki devrede maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L 'yi ve yükle transfer edilen maksimum ortalama güçü bulunuz. **YANIT:** $Z_L = 1 + j1 \Omega$; $P_L = 45 \text{ W}$.



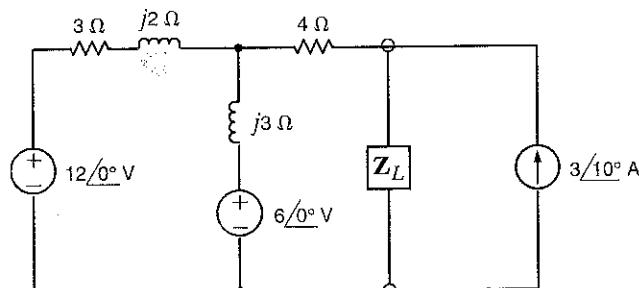
Şekil E9.7

E9.8 Şekil E9.8'deki devrede maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L 'yi ve yükle transfer edilen maksimum ortalama güçü bulunuz. **YANIT:** $Z_L = 2 - j2 \Omega$; $P_L = 45 \text{ W}$.



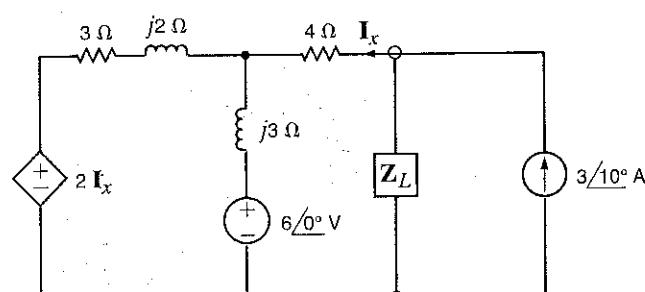
Şekil E9.8

E9.9 Şekil E9.9'daki devrede, maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L 'yi ve Z_L 'ye transfer edilen maksimum ortalama güç değerini bulunuz. **YANIT:** $Z_L = 4.79 - j1.68 \Omega$; $P_L = 14.26 \text{ W}$.



Şekil E9.9

E9.10 Şekil E9.10'daki devrede, maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L 'yi ve Z_L 'ye transfer edilen maksimum ortalama güç değerini bulunuz. **YANIT:** $Z_L = 5.67 - j2.2 \Omega$; $P_L = 9.29 \text{ W}$.



Şekil E9.10

Bu bölümün önceki kısımlarında, bir rezistif yük tarafından çekilen ortalama güçün yükle güç sağlayan kaynağın veya kaynakların tipiyle doğrudan ilintili olduğunu gösterdik. Örneğin, kaynak DA ise, çekilen ortalama güç $I^2 R$, kaynak sinüzoidalse ortalama güç $1/2 I_M^2 R$ olarak hesaplanır. Her ne kadar bu iki tip dalga biçimini çok önemli olsalar da devre analizinde karşılaşacağımız daha birçok dalga biçimini olacakdır. Dolayısıyla, değişik kaynakların rezistif bir yükle ne kadar etkin biçimde güç sağlayabileceğini ölçebileceğimiz bir teknik geliştirmek çok faydalı olacaktır.

Bu ölçümü başarmak için *periyodik bir dalga şeklinin etkin değeri* kullanılır. Bu periyodik işaret akım veya gerilim olabilir. Ancak biz burada akımın etkin değerini tanımlayacağız. Periyodik bir akımın *etkin değeri*, bu akımın bir R direncine verdiği ortalama güçün aynısını verebilecek bir sabit değer veya DA akım değeri olarak adlandırılır. Bu değere *efektif* veya *rms* değer adı da verilir. Bu sabit akımı I_{eff} olarak adlandırıralım. O halde dirence verilen ortalama güç aşağıdaki gibi olacaktır:

$$P = I_{\text{eff}}^2 R$$

Periyodik bir $i(t)$ akımı nedeniyle bir R direncine verilen ortalama güç aşağıdaki gibi de hesaplanabilir:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) R dt$$

Bu iki güç bağıntısı birbirlerine eşitlenirse aşağıdaki ifade elde edilebilir.

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) dt} \quad 9.23$$

Gördüğü gibi akımın etkin değerini hesaplamak için, önce akımın *karesi* alınır, sonra bu yeni fonksiyonun *ortalama değeri* bulunur, en sonunda da bu ortalama değerin karekökü hesaplanır. Dolayısıyla bu değere “karenin ortalamasının karekökü” veya bu işlemlerin İngilizce karşılıkları düşünülerek “root-mean-square” adı verilebilir. Bu nedenle de etkin değer (I_{eff}) yaygın olarak rms değer (I_{rms}) olarak da adlandırılır.

DA gerilim veya akımlar sabit değerli olduğu için DA gerilim veya akımların etkin değerleri de bu sabit değere eşittir. Şimdi diğer dalga biçimlerinin etkin değerlerini belirleyelim. En önemli dalga biçimini olan sinüzoidal işaretleri aşağıdaki örnekte inceleyelim.

$T = 2\pi/\omega$ periyotlu $i(t) = I_M \cos(\omega t - \theta)$ dalga biçiminin etkin değerini hesaplamak istiyoruz.

Bu ifadeleri Eş. (9.23)'te yerine koyarsak aşağıdaki ifadeyi elde ederiz:

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= \left[\frac{1}{T} \int_0^T I_M^2 \cos^2(\omega t - \theta) dt \right]^{1/2} \\ \cos^2 \phi &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\phi \end{aligned}$$

trigonometrik özdeşliğini kullanarak önceki denklemi aşağıdaki biçimde yazabiliriz:

$$I_{\text{rms}} = I_M \left\{ \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega t - 2\theta) \right] dt \right\}^{1/2}$$

Bir kosinus işaretinin ortalama değerinin sıfır olduğunu bildiğimiz için

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= I_M \left(\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \frac{1}{2} dt \right)^{1/2} \\ &= I_M \left[\frac{\omega}{2\pi} \left(\frac{t}{2} \right) \Big|_0^{2\pi/\omega} \right]^{1/2} = \frac{I_M}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad 9.24$$

elde edilir.

9.4

Etkin Değer

ÖRNEK

9.7

ÇÖZÜM

Dolayısıyla, bir sinüs işaretinin etkin değeri maksimum değerin $\sqrt{2}$ 'ye bölümüne eşittir. Yani, maksimum değeri I_M olan bir sinüzodial akımın bir R direncine sağladığı ortalama güçe eşit bir güç, değeri $I_M/\sqrt{2}$ olan bir DA akım ile de üretilebilir. Daha önce $X_M \cos(\omega t + \theta)$ biçimindeki bir sinüzodial işaret için tanımladığımız X fazörünün $X_M/\sqrt{2}/\theta$ olarak göstermiş狄. Eğer fazörün etkin değer cinsinden ifade etmek istersek ifadeyi $X_M/\sqrt{2}/\theta$ biçiminde de kullanabiliriz. Örneğin, $120/30^\circ$ V rms ile $170/30^\circ$ V aynı gerilimi göstermektedir.

Gerilim ve akım için etkin değerler kullanılırsa ortalama güç ifadesi şu biçimde olur:

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta_v - \theta_i) \quad 9.25$$

Bir R direnci tarafından çekilen güç aşağıdaki gibi olur:

$$P = I_{\text{rms}}^2 R = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R} \quad 9.26$$

Gerilim ve akımlardan söz ederken bu değerlerin maksimum değer mi, ortalama değer mi yoksa etkin değer mi olduğunu belirtmemiz gerekmektedir. Örneğin, evlerimizdeki 220 V AA elektrik prizlerini düşünelim. Burada 220 V evimizdeki gerilimin etkin değeridir. Bu gerilimin maksimum ya da tepe değeri $220\sqrt{2} = 310$ V'tur. Elektrik prizlerimizdeki gerilimin tam ifadesi ise $310 \cos 314t$ V olarak yazılabilir. Gerilim bu biçimde yazıldığında maksimum yani tepe değerinin verilmesi gereklidir. Genel kullanımda ise AA elektrik cihazlarının normal kullanım gerilimleri (anma-nominal gerilimleri) etkin değer kullanılarak belirtilir. Örneğin, evimizde kullandığımız ütü, lamba ve diğer pek çok elektrikli cihazın üzerinde 220 V değerinin yazılı olduğunu görmüşsünüzdür. Normal olarak gerilimin veya akımın değeri tek başına ifade edildiğinde verilenin etkin değer olduğunu anlamamız gereklidir. Simdilik yine de gerilim ve akım değerlerinin yanına değerin etkin değer olduğunu göstermek için rms harflerini ekleyeceğiz.

ÖRNEK

9.8

ÇÖZÜM Şekil 9.9'daki akım sinyalinin etkin değerini belirleyiniz. Sonra da bu değeri kullanarak içinden bu akım akan 2Ω 'luk dirence harcanan ortalama gücü hesaplayınız.

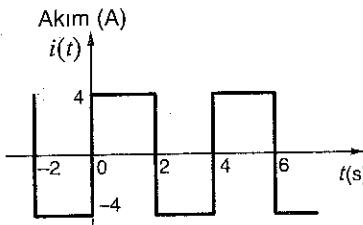
Şekilde görülen periyodik akım sinyalinin periyodu $T = 4$ s'dir. Akımın etkin değeri aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= \left\{ \frac{1}{4} \left[\int_0^2 (4)^2 dt + \int_2^4 (-4)^2 dt \right] \right\}^{1/2} \\ &= \left[\frac{1}{4} \left(16t \Big|_0^2 + 16t \Big|_2^4 \right) \right]^{1/2} \\ &= 4 \text{ A} \end{aligned}$$

Bu akımla 2Ω 'luk dirence verilen ortalama güç aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$P = I_{\text{rms}}^2 R = (4)^2 (2) = 32 \text{ W}$$

Şekil 9.9
Etkin değerleri örneklemek için kullanılan dalga biçimi.



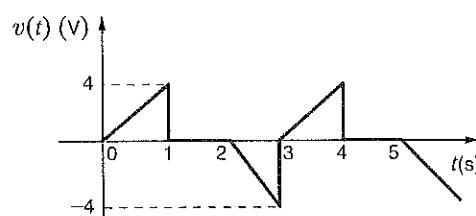
Şekil 9.10'da gösterilen gerilim sinyalinin etkin değerini hesaplamak istiyoruz.

Bu sinyal de periyodiktir ve periyot $T = 3$ s'dir. $0 \leq t \leq 3$ s zaman diliminde gerilimin aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$v(t) = \begin{cases} 4t \text{ V} & 0 < t \leq 1 \text{ s} \\ 0 \text{ V} & 1 < t \leq 2 \text{ s} \\ -4t + 8 \text{ V} & 2 < t \leq 3 \text{ s} \end{cases}$$

Etkin değer aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} V_{\text{rms}} &= \left\{ \frac{1}{3} \left[\int_0^1 (4t)^2 dt + \int_1^2 (0)^2 dt + \int_2^3 (-4t + 8)^2 dt \right] \right\}^{1/2} \\ &= \left[\frac{1}{3} \left(\frac{16t^3}{3} \Big|_0^1 + \left(64t - \frac{64t^2}{2} + \frac{16t^3}{3} \right) \Big|_2^3 \right) \right]^{1/2} \\ &= 1.89 \text{ V} \end{aligned}$$



ÖRNEK

9.9

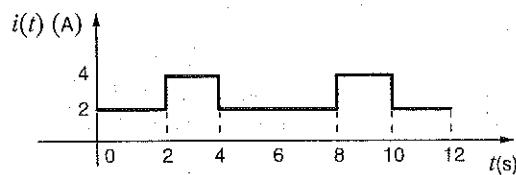
CÖZÜM

Şekil 9.10

Etkin değerleri örneklemek için kullanılan dalga biçimi.

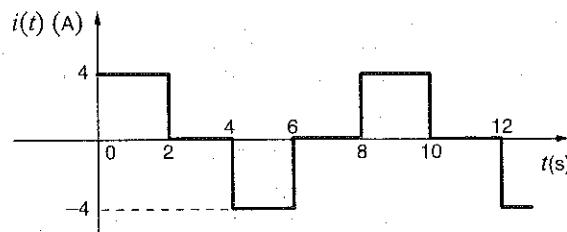
Öğrendiklerinizin Kullanımı

E9.11 Şekil E9.11'deki akım 4Ω 'luk bir dirençten akmaktadır. Dirence sağlanan ortalama gücü hesaplayınız. **YANIT: $P = 32 \text{ W}$**



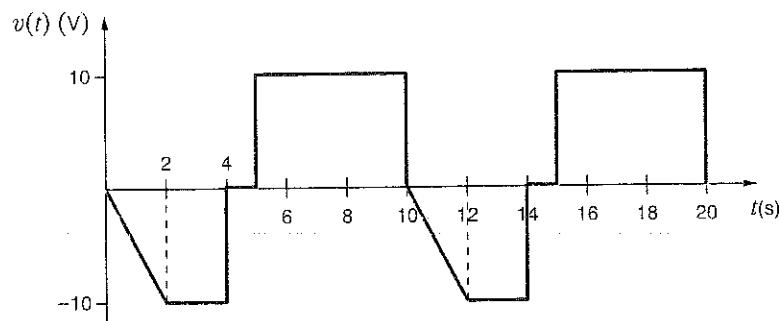
Şekil E9.11

E9.12 11 Şekil E9.12'deki akım 10Ω 'luk bir dirençten akmaktadır. Dirence sağlanan ortalama gücü hesaplayınız. **YANIT: $P = 80 \text{ W}$**



Şekil E9.12

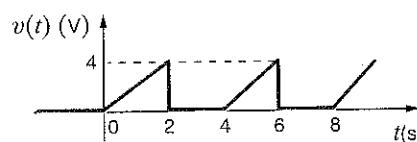
E9.13 Şekil E9.13'deki 2Ω 'luk bir direncin üzerindeki gerilim verilmektedir. Direnç tarafından çekilen ortalama gücü bulunuz.



Şekil E9.13

E9.14 Şekil E9.14'te gösterilen gerilimin etkin değerini hesaplayınız.

YANIT: $V_{rms} = 1.633 \text{ V}$.



Şekil E9.14

9.5

Güç Katsayısı

Güç katsayısı oldukça önemli bir büyükfüktür. Bu önem kısmen güç katsayısının büyük miktarda güç harcayan sanayi kurumları üzerindeki ekonomik etkisinden kaynaklanır. Bu bölümde, bu kavramı dikkatli bir şekilde tanımlayacağız ve önemini bazı pratik örnekler vasıtasiyla göstereceğiz.

9.4 bölümünde, AA kalıcı durumda çalışan bir yükle sağlanan ortalama gücün aşağıdaki gibi tanımlandığını gösterdik:

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Şimdi bu önemli eşitlikteki terimleri biraz daha ayrıntılı tanımlayacağız. $V_{rms} I_{rms}$ çarpımı *görünür güç* olarak tanımlanır. Her ne kadar $\cos(\theta_v - \theta_i)$ terimi birimsiz ve P 'nin birimi watt olsa da görünür gücün birimi volt-amper (VA) ya da kilovolt-amper (kVA) olarak belirtilir. Bu birim, görünür güçü ortalama gücü ayırdetmek için kullanılır.

Güç katsayısı (pf), ortalama gücün görünür güç'e oranı olarak tanımlanır:

$$pf = \frac{P}{V_{rms} I_{rms}} = \cos(\theta_v - \theta_i) \quad 9.27$$

Burada:

$$\cos(\theta_v - \theta_i) = \cos\theta_{Z_L} \quad 9.28$$

$\theta_v - \theta_i = \theta_{Z_L}$ açısı yük empedansının faz açısıdır ve genellikle *güç katsayıısı açısı* olarak adlandırılır. Bu açının iki uç konumundan biri $\theta_{Z_L} = 0$ olup birim güç katsayılı ($pf = 1$) tamamen rezistif yük, diğerinin $\theta_{Z_L} = \pm 90^\circ$ olup $pf = 0$ olan tam reaktif yük karşılık gelir. Elbetteki birim güç katsayıısı ($pf = 1$) R , L ve C elemanlarından oluşan bir yük için de söz konusu olabilir. Ancak, bunun gerçekleşebilmesi için L ve C elemanlarının değerleri çalışılan frekansta faz açısını sıfır derece yapacak biçimde olmalıdır.

Güç katsayıısı açısı $\pm 90^\circ$ ile 0° arasında herhangi bir değerde olabilir. Eğer yük RC elemanlarından oluşuyorsa güç katsayıısı açısı $-90^\circ < \theta_{Z_L} < 0^\circ$ aralığında bir değer alır. Öte yandan yük RL elemanlarından oluşuyorsa güç katsayıısı açısı $0 < \theta_{Z_L} < 90^\circ$ arasında değer alır. $\cos\theta_{Z_L} = \cos(-\theta_{Z_L})$ olmasından ötürü yük tipi tanımlanmasında karışıklık ortaya çıkabilir. Bu problemin üstesinden gelmek için güç katsayıının *geride* ya da *ileride* olduğu söylenir. Bu iki terim akımın faz açısının gerilimin faz açısına göre konumunu ifade eder. Bir RC yükünde akım gerilimin önünde olduğu için yükün güç katsayıısı *ileridedir*.

Benzer şekilde bir RL yükünün güç katsayısı gerideştir. Dolayısıyla $Z_L = 1 - j1 \Omega$ yükü $\cos(-45^\circ) = 0.707$ ileri güç katsayısına ve $Z_L = 2 + j1 \Omega$ yükü $\cos(26.57^\circ) = 0.894$ geri güç katsayısına sahiptir.

Bir endüstriyel yük 480 Vrms gerilimli bir hattan beslenmekte olup geri fazda 0.707 güç katsayısı ile 88 kW güç tüketmektedir. Enerji şirketinin tansformatörü ile yükün bulunduğu tesis arasındaki iletim hattının direnci 0.08Ω değerindedir. Aşağıda belirtilen iki koşul altında enerji şirketi tarafından verilmesi gereken gücün belirleyelim.

- Mevcut koşullar altında
- Güç katsayısının bir şekilde geride 0.9 yapılmış olmasında (Sağladığı ekonomik avantajlar nedeniyle güç katsayısının mümkün olduğunda 1'e yakın olması istenir.)

ÖRNEK

9.10

ÇÖZÜM

- Bu koşullar için eşdeğer devre Şekil 9.11'de gösterilmektedir. Eş. (9.27)'yi kullanarak tesise giren akımın etkin değeri aşağıdaki gibi elde ederiz:

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= \frac{P_L}{(\text{pf})(V_{\text{rms}})} \\ &= \frac{(88)(10^3)}{(0.707)(480)} \\ &= 259.3 \text{ A rms} \end{aligned}$$

Enerji şirketi tarafından verilmesi gereken güç aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} P_S &= P_L + (0.08)I_{\text{rms}}^2 \\ &= 88,000 + (0.08)(259.3)^2 \\ &= 93.38 \text{ kW} \end{aligned}$$

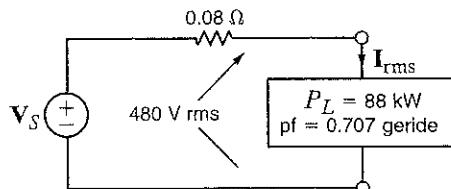
- Şimdi bir şekilde güç katsayısının, geride 0.90 değeri olarak değiştigini fakat gerilimin 480 V'ta sabit kaldığını varsayıyalım. Bu koşulda yük akımının etkin değeri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= \frac{P_L}{(\text{pf})(V_{\text{rms}})} \\ &= \frac{(88)(10^3)}{(0.90)(480)} \\ &= 203.7 \text{ A rms} \end{aligned}$$

Bu koşullar altında güç şirketinin üretmesi gereken güç aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} P_S &= P_L + (0.08)I_{\text{rms}}^2 \\ &= 88,000 + (0.08)(203.7)^2 \\ &= 91.32 \text{ kW} \end{aligned}$$

İki durum arasındaki farka dikkat edin. Güç katsayısının geride 0.707'den geride 0.90'a değişmesinin ilginç bir etkisi oldu. İlk durumda, enerji şirketinin tesisi 88 kW'lık güçle beslemesi için 93.38 kW üretmesi gerekmektedir. Aradaki 5.38 kW hat üzerinde kaybolmaktadır. Fakat ikinci durumda enerji şirketi sanayi kuruluşuna yine aynı miktarda güç verirken sadece 91.32 kW üretmektedir. Yani, hat kayıpları sadece 3.32 kW olmaktadır. Göründüğü gibi yükün güç katsayısının düşük olması hat kayıplarını artırmaktadır.



[ipucu]

Teknik

- Verilen P_L , pf ve V_{rms} değerlerini kullanarak I_{rms} 'yi belirleyiniz.
- Sonra, R_{line} hat direnci olmak üzere $P_S = P_L + I_{\text{rms}}^2 R_{\text{line}}$.

Şekil 9.11

Güç katsayısındaki değişimin etkisini incelemek için örnek devre.

Yükün güç katsayısının ekonomik etkisi Örnek 9.10'da açıkça görülmektedir. Yükün güç katsayısının düşük olması durumunda elektrik üreticisi şirket aynı miktarda güç için, aynı gerilimde daha yüksek akım yani güç sağlamak durumunda kalmaktadır. Bu da, üretim maliyetlerini artırmaktadır. Ayrıca, akımın artması nedeniyle hat üzerindeki $I_{rms}^2 R_{line}$ kayıpları da artmaktadır. İşi olarak açığa çıkan bu kayıpların kimseye faydası yoktur. Bu nedenle üretici şirketler, kullanıcıların güç katsayısının 1'e yakın olmasını (tipik olarak geri fazda, 0.95'in üzerinde) zorunlu tutarlar. Bu koşula uyamayan tüketiciler ceza ödemek zorunda kalırlar. Bu bölümün ilerleyen kısımlarında güç katsayısının düzeltilmesi ile ilgili basit ve ekonomik bir teknik göstereceğiz.

Öğrendiklerimizi Sunayalım

E9.15 Endüstriyel bir yük geride 0.707 güç katsayısında 100 kW tüketmektedir. Yükteki 60 Hz hat gerilimi $480 \angle 0^\circ$ V rms'dir. Enerji şirketinin transformatörü ile yük arasındaki iletişim hattının direnci 0.1Ω 'dur. Güç katsayısı geride 0.94 değeri olarak değiştirilirse elde edilebilecek güç kazanımını belirleyiniz.

YANIT: 3.771 kW güç kazanılmıştır.

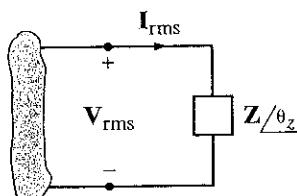
9.6

Karmaşık Güç

AA kalıcı durum gücü ile ilgili bir başka önemli kavram da karmaşık güç olarak adlandırılır. Bu bütünlüğe daha önceki kısımlarda anlattığımız diğer güç kavramları arasında bir ilişki geliştirmek için, Şekil 9.12'de gösterilen devreyi inceleyiniz.

Karmaşık güç aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}_{rms} \mathbf{I}_{rms}^* \quad 9.29$$



Şekil 9.12

Güç ilişkilerini açıklamak için kullanılan devre.

Burada \mathbf{I}_{rms}^* , fazörünün karmaşık eşlenigidir. Eğer $\mathbf{I}_{rms} = I_{rms} \angle \theta_i = I_R + jI_I$ ise o zaman $\mathbf{I}_{rms}^* = I_{rms} \angle -\theta_i = I_R - jI_I$ olur. Bu durumda karmaşık güç

$$\mathbf{S} = V_{rms} \angle \theta_v I_{rms} \angle -\theta_i = V_{rms} I_{rms} \angle \theta_v - \theta_i \quad 9.30$$

biriminde ifade edilir. Burada elbette $\theta_v - \theta_i = \theta_Z$ 'dır. Karmaşık gücün Eş. (9.31) ile verilen tanımının gerçek kısmının aktif (etkin) ya da ortalama güç olduğuna dikkat ediniz. S'nın sanal kısmına ise reaktif (tepkin) güç adı verilir. Dolayısıyla karmaşık güç aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\mathbf{S} = P + jQ \quad 9.32$$

Bu ifadede P ve Q aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$P = \text{Re}(\mathbf{S}) = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i) \quad 9.33$$

$$Q = \text{Im}(\mathbf{S}) = V_{rms} I_{rms} \sin(\theta_v - \theta_i) \quad 9.34$$

Eş. (9.31)'de tanımlanan karmaşık gücün büyüklüğü görünür güç olarak adlandırılır. Karmaşık gücün açısı ise bildiğimiz güç katsayıısı açısıdır. Karmaşık güç de görünür güç gibi volt-amper olarak ölçülür. Aktif güç watt olarak reaktif güç Q ise, aslında diğerleriyle aynı boyutta olduğu hâlde, onu diğer büyüklüklerden ayırmak için volt-amper reaktif olarak veya kısaca VAr olarak ölçülür.

Şimdi üç temel devre elemanımız R, L ve C için Eş. (9.33) ve (9.34)'ü daha ayrıntılı bir şekilde inceleyelim. Bir direnç için $\theta_v - \theta_i = 0^\circ$, $\cos(\theta_v - \theta_i) = 1$ ve

$\sin(\theta_v - \theta_i) = 0$ 'dır. Dolayısıyla direnç aktif güç çeker ($P > 0$) fakat herhangi bir miktarda reaktif güç çekmez ($Q=0$). Bir induktör için $\theta_v - \theta_i = 90^\circ$ olduğundan

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(90^\circ) = 0$$

$$Q = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(90^\circ) > 0$$

olar. Dolayısıyla bir induktör reaktif güç çeker ancak, aktif güç çekmez. Bir kondansatör içinse $\theta_v - \theta_i = -90^\circ$ olduğundan

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(-90^\circ) = 0$$

$$Q = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(-90^\circ) < 0$$

olar. Kondansatör için de aktif güç sıfır, reaktif güç ise sıfırdan farklıdır. Ancak, bu kez reaktif gücün değeri negatiftir. Negatif reaktif gücü nasıl yorumlayacağımız? Şekil 9.12'ye bakarsak gerilim ve akımın pasif işaretleme kuralına uygun belirlendiğini görmekteyiz. Bu durumda gerilim ve akımın çarpımı bize bu devredeki empedans tarafından çekilen gücü verir. Kondansatör tarafından çekilen reaktif güç negatifse bu durumda kondansatör reaktif güç alıyor, fakat veriyor olmalıdır. Kondansatörlerin bir reaktif güç kaynağı olarak kullanıma güç katsayısi düzelttilmesi kısmında yer verilecektir.

Dirençlerin sadece aktif güç çektigini, induktör ve kondansatörlerin sadece reaktif güç çektiğini gördük. Bu elemanlar arasındaki temel bir fark nedir? Dirençler sadece enerji çeker. Öte yandan kondansatörler ve induktörler enerjiyi saklar ve daha sonra bunu devreye geri verirler. Indüktörler ve kondansatörler sadece reaktif güç çektilerinden ve aktif güç çekmediklerinden reaktif gücün bu elemanların enerji depolama özelliğle ilintili olduğu sonucuna varız.

Şimdi $V_{\text{rms}} = I_{\text{rms}} * Z$ ifadesini Eş. (9.29)'da yerine koymalı. $I_{\text{rms}} * I_{\text{rms}}^* = I_{\text{rms}} / \theta_i * I_{\text{rms}} / -\theta_i$ çarpımı I_{rms}^2 'yi verir. Bir empedans tarafından çekilen karmaşık güç, o empedanstan akan akının etkin değerinin karesi ile empedans çarpılarak elde edilebilir:

$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}^* = (I_{\text{rms}} Z) I_{\text{rms}}^* = I_{\text{rms}} I_{\text{rms}}^* Z = I_{\text{rms}}^2 Z = I_{\text{rms}}^2 (R + jX) = P + jQ \quad 9.35$$

Şimdi Eş. (9.29)'da V_{rms} 'yı değiştirmek yerine I_{rms} 'yı değiştirelim. Bu durumda

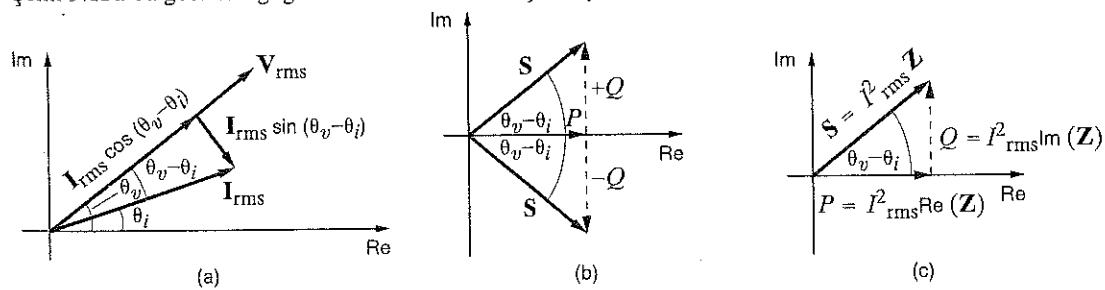
$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}^* = V_{\text{rms}} \left(\frac{V_{\text{rms}}}{Z} \right)^* = \frac{V_{\text{rms}}^2}{Z^*} = V_{\text{rms}}^2 Y^* = V_{\text{rms}}^2 (G + jB)^* = P + jQ \quad 9.36$$

elde edilir. Bu ifade bize, bir admitans tarafından çekilen karmaşık gücün, admitansın geriliminin etkin değerinin karesi ile admitansın eşleniğinin çarpılarak hesaplanabileceğini söyler. Varsayıyalım ki Şekil 9.12'deki kutu bir kondansatör içersin. Bir kondansatörün admitansı $j\omega C$ 'dir. Yukarıdaki denkleme bunu koyarak aşağıdaki ifadeyi elde ederiz:

$$S = V_{\text{rms}}^2 (j\omega C)^* = -j\omega C V_{\text{rms}}^2 \quad 9.37$$

Karmaşık güçteki negatif işarette dikkat edin. Bu, kondansatörün aktif güç çekmediği fakat reaktif güç kaynağı olduğuna ilişkin daha önceki önermemizi doğrulamaktadır.

Şekil 9.13'deki diyagramlar çeşitli güç bileşenleri arasındaki ilişkileri açıklamaktadır. Şekil 9.13a'da gösterildiği gibi akım fazörü iki bileşene ayrılabilir:



Şekil 9.13

Güç ilişkilerini gösteren diyagram.

Bu bileşenlerden bir tanesi V_{rms} ile aynı fazda, diğer ise V_{rms} ile 90° faz farklıdır. Eş. (9.33) ve (9.34) gerilimle aynı fazdaki bileşenin aktif güç, gerilime dik bileşenin ise reaktif gücünü ürettiğini göstermektedir. Ayrıca, Eş. (9.33) ve (9.34)'ten güç katsayısını P ve Q ile ilişkilendiren aşağıdaki ifade elde edilir. Bu ilişki güç üçgeni olarak da adlandırılır.

$$\tan(\theta_v - \theta_i) = \frac{Q}{P} \quad 9.38$$

S , P ve Q arasındaki ilişkiler Şekil 9.13b ve c'de gösterilen diyagramlar aracılığıyla ifade edilebilir. Şekil 9.13b'de aşağıdaki durumları belirtebiliriz. Q pozitifse yük induktiftir, güç katsayısi geride eder ve S karmaşık sayısı ilk çeyrek düzlemdir. Q negatifse, yük kapasitiftir, güç katsayısi ileride eder ve S karmaşık sayısı dördüncü çeyrek düzlemede yer alır. Q sıfırsa, yük rezistiftir, güç katsayısi birdir ve S karmaşık sayısı pozitif gerçel eksen üzerindedir. Şekil 9.13c bir induktif yük için Eş. (9.35) ve (9.37) arasında ifade edilen ilişkileri göstermektedir.

Bölüm 1'de, bir elektrik devresindeki tüm elemanların çektiği güçlerin toplamının sıfır olduğunu belirten Tellegen teoreminde bahsetmiştik. Bu teoremi temel olarak, bir AA devresinde de karmaşık gücün korunduguunu; herhangi bir sayıdaki yitik verilen toplam karmaşık gücün, yüklerin nasıl bağlı olduğundan bağımsız olarak, yüklerde verilen karmaşık güçlerin toplamına eşit olduğunu belirtebiliriz.

Problem Çözme Stratemileri

P veya S'yi belirlemek

Eğer $Z/\theta = R + jX$ empedansı için $v(t)$ ve $i(t)$ biliniyorsa ve P 'yi bulmak istiyorsak, aşağıdaki iki yaklaşımından birini kullanabilirsiniz:

Adım 1. Önce V ve I belirtenir ve aşağıdaki büyüklükler hesaplanır:

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \theta \quad \text{ve} \quad P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Adım 2. I kullanılarak aşağıdaki gibi S 'nin gerçel kısmı hesaplanır:

$$P = R_e(S) = I^2 R$$

İkinci yöntem ilkinden hesaplama açısından daha kolaydır. Fakat empedansın sanal kısmı (X) sıfır değilse bu durumda, çok yaygın yapılan bir hataya düşmemek için aşağıdaki eşitsizliğe dikkat etmeniz gerekmektedir.

$$P \neq \frac{V^2}{R}$$

Ayrıca, S 'nin P ve Q bileşenleri doğrudan Z/θ ile ilgilidir ve güç, akım ve empedans arasında bir ilişki oluşturmak için kullanabilirler.

$$\tan \theta = \frac{Q}{P}$$

$$S = I^2 Z$$

Aşağıdaki örnek S 'nin kullanışlığını gösterir.

ÖRNEK

9.11

Bir yük 0.8 geri güç katsayısında 20 kW'ta çalıştırılmaktadır. Yük gerilimi $220/0^\circ$ V rms olup frekans 60 Hz'dır. Hat empedansı $0.09 + j0.3 \Omega$ olarak verilmektedir. Hat girişindeki güç katsayısını ve gerilimi belirlemek istiyoruz.

ÇÖZÜM Bu problem için devre diyagramı Şekil 9.14'te gösterilmektedir. Şekil 9.13'te gösterildiği gibi,

$$S = \frac{P}{\cos \theta} = \frac{P}{\text{pf}} = \frac{20,000}{0.8} = 25,000 \text{ VA}$$

olarak bulunur. Dolayısıyla:

$$S_L = 25,000 / \theta = 25,000 / 36.87^\circ = 20,000 + j15,000 \text{ VA}$$

$S_L = V_L I_L^*$ olduğundan

$$\begin{aligned} I_L &= \left[\frac{25,000 / 36.87^\circ}{220 / 0^\circ} \right]^* \\ &= 113.64 / -36.87^\circ \text{ A rms} \end{aligned}$$

olarak bulunur. Hattaki karmaşık güç kayıpları aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} S_{\text{line}} &= I_L^2 Z_{\text{line}} \\ &= (113.64)^2 (0.09 + j0.3) \\ &= 1162.26 + j3874.21 \text{ VA} \end{aligned}$$

Daha önce ifade edilen karmaşık gücün korunumu ilkesi gereği, jeneratörün ürettiği karmaşık güç aşağıdaki ifadeden bulunabilir:

$$\begin{aligned} S_S &= S_L + S_{\text{line}} \\ &= 21,162.26 + j18,874.21 \\ &= 28,356.25 / 41.73^\circ \text{ VA} \end{aligned}$$

Dolayısıyla jeneratör gerilimi,

$$V_S = \frac{|S_S|}{I_L} = \frac{28,356.25}{113.64} = 249.53 \text{ V rms}$$

olur ve jeneratörün güç katsayısı

$$\cos(41.73^\circ) = 0.75 \text{ (geride) olarak hesaplanır.}$$

Bu problemi KGY ile de çözübilirdik. Örneğin yük akımını aşağıdaki gibi hesaplamıştık:

$$I_L = 113.64 / -36.87^\circ \text{ A rms}$$

Dolayısıyla iletim hattındaki gerilim düşümü aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} V_{\text{line}} &= (113.64 / -36.87^\circ)(0.09 + j0.3) \\ &= 35.59 / 36.43^\circ \text{ V rms} \end{aligned}$$

Buna göre jeneratör gerilimi aşağıdaki gibi bulunur:

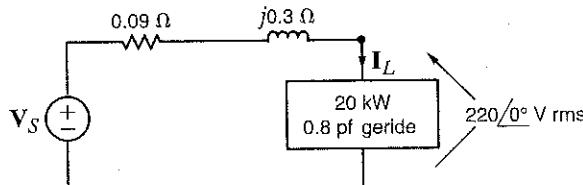
$$\begin{aligned} V_S &= 220 / 0^\circ + 35.59 / 36.43^\circ \\ &= 249.53 / 4.86^\circ \text{ V rms} \end{aligned}$$

Yani jeneratör gerilimi 249.53 V rms olmaktadır. Ayrıca,

$$\theta_v - \theta_i = 4.86^\circ - (-36.87^\circ) = 41.73^\circ$$

olduğundan gülç katsayısı aşağıdaki gibi bulunur.

$$\text{pf} = \cos(41.73^\circ) = 0.75 \text{ (geride)}$$



[ipucu]

1. Verilen $P_L, \cos \theta_L$, ve V_L rms değerini kullanarak Eş. (9.29) ve (9.33)'ten S_L ve I_L değerini bulunuz.
2. I_L ve Z_{line} değerlerini Eş. (9.35)'te kullanarak S_{line} değerini elde edin.
3. $S_S = S_L + S_{\text{line}}$ eşitliğini kullanın.
4. $V_S = S_S / I_L$ ifadesinden V_S ve θ_v elde edilir. $V_S = V_S / \theta_v$ olduğunu ve θ_v elde edilir. $\text{pf} = \cos(\theta_v - \theta_i)$ olur.

Şekil 9.14

Güç analizi için örnek devre.



ÖRNEK

6.12

Şekil 9.15'de gösterildiği gibi A ve B devreleri, toplam empedansı $Z = 0 + j1 \Omega$ olan iki iletken ile birbirlerine bağlanmıştır. Devrelerin uçlarındaki gerilimler $V_A = 120 / 30^\circ$ V ve $V_B = 120 / 0^\circ$ V olarak verilmektedir. İki devre arasındaki ortalamalı güç akışını bularak ve hangisinin kaynak hangisinin yük olduğunu belirlemek istiyoruz.

CÖZÜM Şekil 9.15'te gösterildiği gibi,

$$\begin{aligned} I &= \frac{V_A - V_B}{Z} \\ &= \frac{120 / 30^\circ - 120 / 0^\circ}{j1} \\ &= 62.12 / 15^\circ \text{ A rms} \end{aligned}$$

olur. A devresi tarafından üretilen güç,

$$\begin{aligned} P_A &= |V_A| |I| \cos(\theta_{V_A} - \theta_I) \\ &= (120)(62.12) \cos(30^\circ - 15^\circ) \\ &= 7200.4 \text{ W} \end{aligned}$$

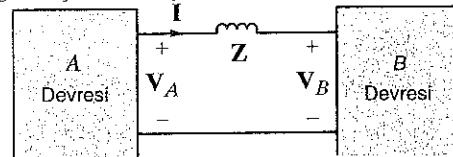
olur. B devresinin çektiği güç,

$$\begin{aligned} P_B &= |V_B| |I| \cos(\theta_{V_B} - \theta_I) \\ &= (120)(62.12) \cos(0^\circ - 15^\circ) \\ &= 7200.4 \text{ W} \end{aligned}$$

olur. Güç akışı A devresinden B devresine doğrudur. Eğer güç akışı B devresinden A devresine doğru olsaydı P_A ve P_B 'nın işaretleri negatif olacaktı.

Şekil 9.15

Örnek 9.12'de kullanılan devre.



Üçgen Dikdörtgen İlişkisi Sınav Yatırımı

E9.16 Bir yük 0.84 geri güç katsayısında 40 kW'a gereksinim duymaktadır. Yükün gerilimi $220 / 0^\circ$ V rms olup frekans 60 Hz'dir. İletim hattı empedansı $0.1 + j0.25 \Omega$ ise hattaki aktif ve reaktif güç kayiplarını ve iletim hattı girişinde gereken aktif ve reaktif gücü belirleyiniz.

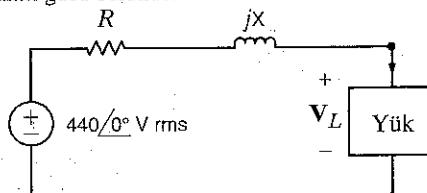
YANIT:
 $P_{\text{line}} = 4.685 \text{ kW};$
 $Q_{\text{line}} = 11.713 \text{ kVAr};$
 $P_S = 44.685 \text{ kW};$
 $Q_S = 37.55 \text{ kVAr}.$

E9.17 Bir yatkı 0.85 geri güç katsayısında 60 kW'a gereksinim duymaktadır. Yükün gerilimi $220 / 0^\circ$ V rms olup frekans 60 Hz'dir. İletim hattı empedansı $0.12 + j0.18 \Omega$ ise girişteki güç katsayısını ve hat gerilimini belirleyiniz.

YANIT:
 $V_{\text{in}} = 284.6 / 5.8^\circ \text{ V rms};$
 $\text{pf}_{\text{in}} = 0.792 \text{ geride.}$

E9.18 Şekil E9.18'deki kaynak 0.9 geri güç katsayısında 40 kW üretmektedir. İletim hattındaki aktif ve reaktif güç kayipları sırasıyla 1.6 kW ve 2.1 kVAr olarak verilmektedir. Yük gerilimini ve yük tarafından çekilen aktif ve reaktif gücü bulunuz.

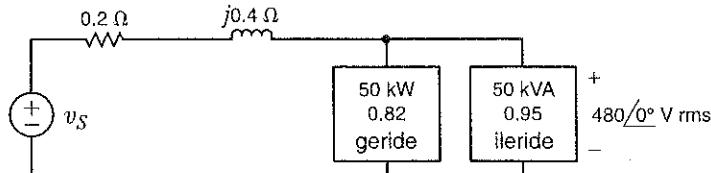
YANIT:
 $V_L = 416.83 \angle -1.62^\circ \text{ V};$
 $P_L = 38.4 \text{ kW};$
 $Q_L = 17.27 \text{ kvar.}$



Şekil E9.18

E9.19 Eğer $f = 60$ Hz ise Şekil E9.19'daki kaynağı $v_s(t)$ gerilimini ve güç katsayısını bulunuz.

YANIT: $\text{pf}_{\text{in}} = 0.9457$
geride, $v_s(t) =$
 $765.94 \cos(377t - 7.77^\circ)$ V.



Şekil E9.19

Büyük miktarlarda güç gereksinimi olan endüstriyel tesislerin çeşitli türden yükleri vardır. Bu yüklerin güç katsayıısı ise doğaları gereği induktif yani geri fazdadır. Örnek 9.10'da elde edilen sonuçlar ışığında doğal olarak bir yükün güç katsayısını artırmamanın uygun bir yolu olup olmadığını sorgularız. Tipik olarak karşılaşılan yük bir grup asenkron motor (endüstriyel motor) ya da başka pahalı makinalar olabileceği için güç katsayısını iyileştirmek için kullanılacak teknik ekonomik olarak anlamlı olmalıdır.

Sorduğumuz soruyu yanıtlamak için Şekil 9.16'daki diyagramı inceleyelim. Geri (indüktif) güç katsayılı tipik bir endüstriyel yük bir elektrik kaynağı tarafından beslenmektedir. Şekilde aynı zamanda yük için güç üçgeni de gösterilmektedir. Yükün güç katsayıısı $\cos(\theta_{\text{old}})$ 'dur. Güç katsayısını iyileştirmek istiyorsak Şekil 9.16'da gösterilen açıyi küçültmemiz gereklidir. Eş. (9.38)'den bu açının tanjantının Q 'nun P 'ye oranı olduğunu biliyoruz. Dolayısıyla P 'yi artırarak açıyı azaltabiliriz. Bu ekonomik olarak etkileyici bir çözüm değildir çünkü artan güç tüketimimiz elektrik şirketinden gelen aylık faturanın artmasına neden olacaktır.



Şekil 9.16
Güç katsayısının
düzeltilmesi için diyagram.

Bu açıyı azaltmak için bir başka seçenek de Q 'yu azaltmaktadır. Q 'yu nasıl azaltabiliriz? Önceki kısımlardan kondansatörün reaktif güç kaynağı olduğunu ve aktif güç çekmediğini biliyoruz. Şekil 9.17'de gösterildiği gibi endüstriyel yükümüzle paralel olarak bir kondansatör bağladığımızı varsayıyalım. Bu diyagramla ilgili güç üçgeni de Şekil 9.17'de gösterilmektedir.

Aşağıdaki tanımı yapalım:

$$S_{\text{old}} = P_{\text{old}} + jQ_{\text{old}} = |S_{\text{old}}| \angle \theta_{\text{old}} \quad \text{ve} \quad S_{\text{new}} = P_{\text{old}} + jQ_{\text{new}} = |S_{\text{new}}| \angle \theta_{\text{new}}$$

Sonra kondansatörün eklenmesiyle,

$$S_{\text{new}} = S_{\text{old}} + S_{\text{cap}}$$

olur. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} S_{\text{cap}} &= S_{\text{new}} - S_{\text{old}} \\ &= (P_{\text{new}} - jQ_{\text{new}}) - (P_{\text{old}} + jQ_{\text{old}}) \\ &= j(Q_{\text{new}} - Q_{\text{old}}) \\ &= j(Q_{\text{cap}}) \end{aligned}$$

9.7

Güç Katsayısı Düzelte

olarak hesaplanır. (9.36) ve (9.37)'den genel olarak aşağıdaki ifadeler yazılabilir:

$$S = V_{\text{rms}}^2 / Z^*$$

Kondansatör için,

$$Z^* = -1/j\omega C$$

olur. Dolayısıyla,

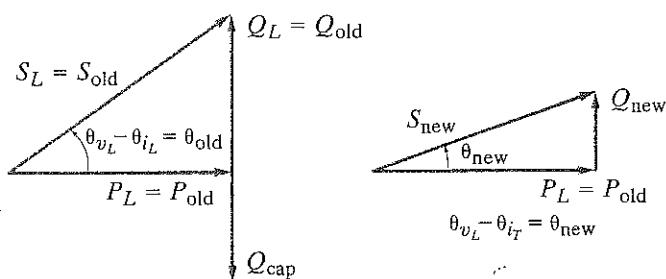
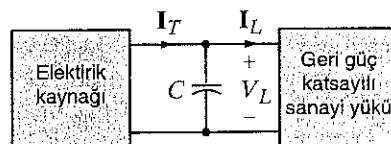
$$S_{\text{cap}} = Q_{\text{cap}} = -j\omega CV_{\text{rms}}^2$$

eşitliği elde edilir. Bu denklem, Şekil 9.17'de gösterilen yeni güç üçgeninde belirtilen yeni güç katsayı açısını sağlamak için gereklili C değerini bulmak için kullanılabilir.

Dolayısıyla, orijinal yükle paralel yerleştireceğimiz bir kondansatörü seçerek, toplam yük için (endüstriyel yük ve kondansatör) belli bir güç katsayısi elde edebiliriz. Genelde güç katsayısının yüksek olmasını isteriz; dolayısıyla güç katsayısi açısı küçük olmalıdır. [Yani, istenen güç katsayısi ne kadar büyükse $(\theta_{v_L} - \theta_{i_T})$ açısı o kadar küçük olmalıdır.]

Şekil 6.17

Kondansatör bağlı yük ve güç katsayısi düzeltme diyagramları.



ÖRNEK

9.13

Her ay bize elektrik sağlayan elektrik şirketi tükettiğimiz elektriğe ilişkin bize fatura gönderir. ABD'de genelde bu kWh başına cent (ϕ) olarak ifade edilir ve en az iki bileşenden oluşur: 1) hatların, elektrik direklerinin transformatorların vb. maliyetlerini içeren talep bedeli ve 2) enerji üretim tesislerinde elektrik enerjisi üretmek için gerekli maliyeti içeren enerji bedeli. Günümüzde enerji sektöründe serbest piyasa uygulamasına geçilmekte olup tüketicilerin, farklı enerji bedeli talep eden üreticilerden kendilerine en uygun olanını seçebilecekleri bir yapıya doğru gidilmektedir.

Elektrik servisi sağlayan elektrik şirketinin, güç katsayısi düşük olan bir sanayi kuruluşunu daha yüksek tarifeden faturalandırması olağandır. Endüstriyel işletmemizin 277 V rms geriliminde çalıştığını ve 0.75 geri güç katsayıısında 500 kW'a ihtiyacı olduğunu varsayıyalım. Enerji bedeli kWh başına 2¢, talep bedeli ise güç katsayıısı 0.9 (geride) ile 1 arasında ise ayda kW başına \$3.50, güç katsayıısı 0.9'dan (geride) düşükse ayda kVA başına \$5 olsun.

Aylık enerji bedeli bu durumda $500 \times 24 \times 30 \times \$0.02 = \$7200$ olur. Şimdi 0.75 geri güç katsayıısı için aylık talep bedelini hesaplayalım. Endüstriyel işletme tarafından çekilen karmaşık güç aşağıdaki gibi bulunur:

$$S_{\text{old}} = \frac{500}{0.75} / \cos^{-1}(0.75) = 666.67 / 41.4^\circ = 500 + j441 \text{ kVA}$$

Aylık talep fiyatı $666.67 \times \$5 = \3333.35 olur. Enerji üreticisinin düzenlediği aylık fatura $\$7200 + \$3333.35 = \$10533.35$ olur.

Şekil 9.18'de gösterildiği gibi, güç katsayısını düzelterek talep bedelini düşürmek için bir kondansatör bankası yerleştirmeyi düşünelim. Talep bedeli hesabında kullanılan düzenlemeye göre güç katsayısını sadece 0.9 geri değerine getirmek yeterlidir, çünkü güç katsayısının 0.9 ile 1 arasındaki değerleri için bedel aynı olacaktır. Endüstriyel işletme ve kondansatör bankası tarafından çekilen karmaşık güç aşağıdaki gibi olacaktır:

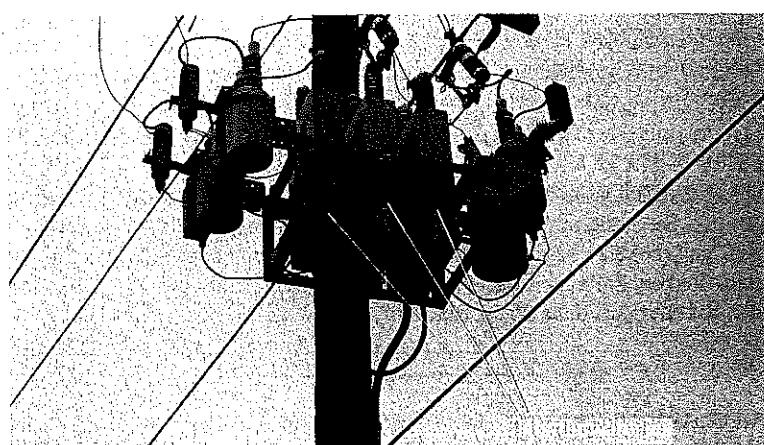
$$S_{\text{new}} = \frac{500}{0.9} / \cos^{-1}(0.9) = 555.6 / 25.84^\circ = 500 + j242.2 \text{ kVA}$$

Endüstriyel işletmemiz için kondansatör bankası ile aylık talep bedeli $500 \times \$3.50 = \1750 olacaktır. Endüstriyel işletme ile karşılaşıldığında kondansatör bankası tarafından çekilen ortalama giç ihamal edilebilir seviyedendir. Dolayısıyla aylık enerji ödememiz $\$7200$ 'da kalır. Kondansatör bankasının yerleştirilmesi ile beraber enerji sağlayıcısından gelen toplam fatura aylık $\$7200 + \$1750 = \$8950$ olur.

Güç katsayısını 0.9 geri değerine getirmek için kaç kVAr değerinde kapasiteye ihtiyaç vardır?

$$S_{\text{new}} - S_{\text{old}} = S_{\text{cap}} = (500 + j242.2) - (500 + j441) = -j198.8 \text{ kVAr}$$

Şimdi, kondansatör bankası yerleştirmenin kurulum maliyetinin $\$100$ olduğunu varsayıyalım. Bu durumda firmanın kondansatör yerleştirme maliyeti $\$19,880$ olacaktır. Kondansatör bankası kurmanın maliyeti ne kadar sürede karşılabilir? Bankasız durum ve bankalı durum aylık talep bedeli farkı $\$3333.35 - \$1750 = \$1583.35$ olduğuna göre bu değeri banka kurulum maliyetine bölgerek süreyi $\$19,880 / \$1583.35 = 12.56$ ay buluruz.



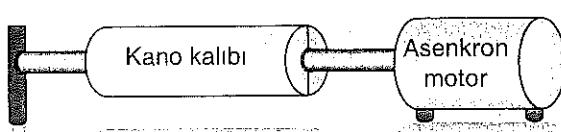
Şekil 9.18

Bir kondansatör bankası,
(Jeremy Nelms, Talquin
Electric Cooperative, Inc.
izniyle)

Plastic kanolar Şekil 9.19'da gösterilen ve rotomolding (döner kalıp) olarak adlandırılan bir süreç kullanılarak üretilir. Dökme plastik bir kalıba enjekte edilir ve kanonun uzun ekseninde plastik soğuyana degen döndürülür. Bu da, tek parçalı oyuk bir tekne oluşmasına neden olur. Kalıpları döndürmek için kullanılan asenkron motorların $60 \text{ Hz } 220 / 0^\circ \text{ V rms}$ hattan 0.8 geri güç katsayısında 50 kW çektğini varsayıyalım. Güç katsayısını yüze paralel bir kondanstor bankası yerleştirek 0.95 geri değerine çıkarmak istiyoruz.

ÖRNEK

9.14 ÇÖZÜM



Şekil 9.19

Rotomolding (döner kalıp)
Üretim süreci.



ÇÖZÜM Bu problem için devre diyagramı Şekil 9.20'de verilmektedir. $P_L = 50 \text{ kW}$ 'tr. $\cos^{-1} 0.8 = 36.87^\circ$, $\theta_{\text{old}} = 36.87^\circ$ olduğundan $\theta_{\text{old}} = 36.87^\circ$ olarak hesaplanır. Dolayısıyla,

$$Q_{\text{old}} = P_{\text{old}} \tan \theta_{\text{old}} = (50)(10^3)(0.75) = 37.5 \text{ kVAr}$$

olur ve

$$\mathbf{S}_{\text{old}} = P_{\text{old}} + jQ_{\text{old}} = 50,000 + j37,500$$

elde edilir. Kondansatörün sağlayacağı güç için

$$\mathbf{S}_{\text{cap}} = 0 + jQ_{\text{cap}}$$

yazılabilir. İstenen güç katsayı 0.95 olduğu için,

$$\begin{aligned}\theta_{\text{new}} &= \cos^{-1}(pf_{\text{new}}) = \cos^{-1}(0.95) \\ &= 18.19^\circ\end{aligned}$$

ve buradan,

$$\begin{aligned}Q_{\text{new}} &= P_{\text{old}} \tan \theta_{\text{new}} \\ &= 50,000 \tan(18.19^\circ) \\ &= 16,430 \text{ var}\end{aligned}$$

olarak hesaplanır. Dolayısıyla

$$\begin{aligned}Q_{\text{new}} - Q_{\text{old}} &= Q_{\text{cap}} = -\omega CV^2 \text{ rms} \\ 16,430 - 37,500 &= -\omega CV^2 \text{ rms}\end{aligned}$$

olarak bulunur. Eşitliğin çözülmesi,

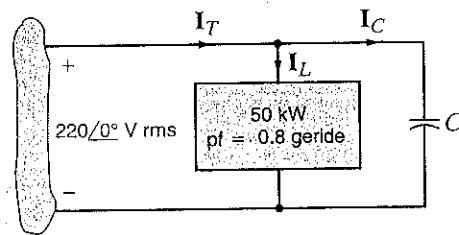
$$\begin{aligned}C &= \frac{21,070}{(377)(220)^2} \\ &= 1155 \mu\text{F}\end{aligned}$$

sonucunu verir.

Endüstriyel yükle paralel, bu büyüklükte bir kondansatör kullanarak, 0.95 geri güç katsayılı bir yük yarattık. Bu arada normal yük parametreleri değişmiş değildir. Bu koşullar altında kano üreticisine şebekenin sağladığı akım azdır ve bu nedenle aynı miktarda güç için daha düşük kesitli iletken kullanabilirler ya da eğer iletken kesidi sabitse, akımın karesi ile orantılı olan hat kayıpları daha düşük olacaktır.

Şekil 9.20

Güç katsayı düzeltmesi için örnek devre.



Problem Çözme Stratejileri

Güç Katsayısının Düzeltmesi

Adım 1. P_L ve Q_{old} değerlerinden Q_{old} 'u ya da eşdeğer pf_{old} 'u bulunuz.

Adım 2. İstenen pf_{new} değerinden θ_{new} değerini bulunuz.

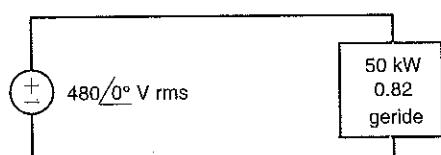
Adım 3. $Q_{\text{new}} = P_{\text{old}} \tan \theta_{\text{new}}$ değerini belirleyiniz.

Adım 4. $Q_{\text{new}} - Q_{\text{old}} = Q_{\text{cap}} = -\omega CV^2 \text{ rms}$.

Öğrendiklerimizi Sınavyalıma

E9.20 E9.16'daki güç katsayısını 0.95 geri yapmak için gerekli kondansatör değerini hesaplayınız. **YANIT:** $C = 773 \mu F$

E9.21 Şekil E9.21'de $f = 60\text{Hz}$ 'de kaynak güç katsayısını geride 0.95 yapmak için yükle **YANIT:** $C = 546.2 \mu F$ paralel bağlanacak kondansatör değerini bulunuz.



Şekil E9.21

Şekil 9.21'de gösterilen tek faz üç telli AA devresi ABD'de evlerde bulunan tipik AA güç devresidir. Bu devrede görülen iki gerilim kaynağı birbirine eşittir: $V_{an} = V_{nb} = V$. Dolayısıyla hem genlikler hem de fazlar aynıdır. Yani aslında bir tek fazlı sistem söz konusudur. İki hattın arasındaki gerilim $V_{ab} = 2V_{an} = 2V_{nb} = 2V$ olur. Evlerde lambalar ve küçük elektrikli cihazlar bir hat ile nötr (n) arasına bağlanır. Su ısıtıcıları ve klimalar gibi büyük ev aletleri ise iki hat arasına bağlanır. Böylece işıklar 120 V rms geriliminde, büyük aletler ise 240 V rms geriliminde çalışırlar.

Şimdi, Şekil 9.21b'de gösterildiği gibi iki özdeş yük tek faz üç telli gerilim sistemine bağlayalım. Bağlantıda kullanılan iletkenlerin mükemmel iletkenler olduğunu varsayılm. Şekil için aşağıdaki ifadeleri yazabiliriz:

$$I_{aA} = \frac{V}{Z_L}$$

ve

$$I_{bB} = -\frac{V}{Z_L}$$

N noktasında KAY ifadesini yazalım:

$$I_{nN} = -(I_{aA} + I_{bB})$$

$$= -\left(\frac{V}{Z_L} - \frac{V}{Z_L}\right)$$

$$= 0$$

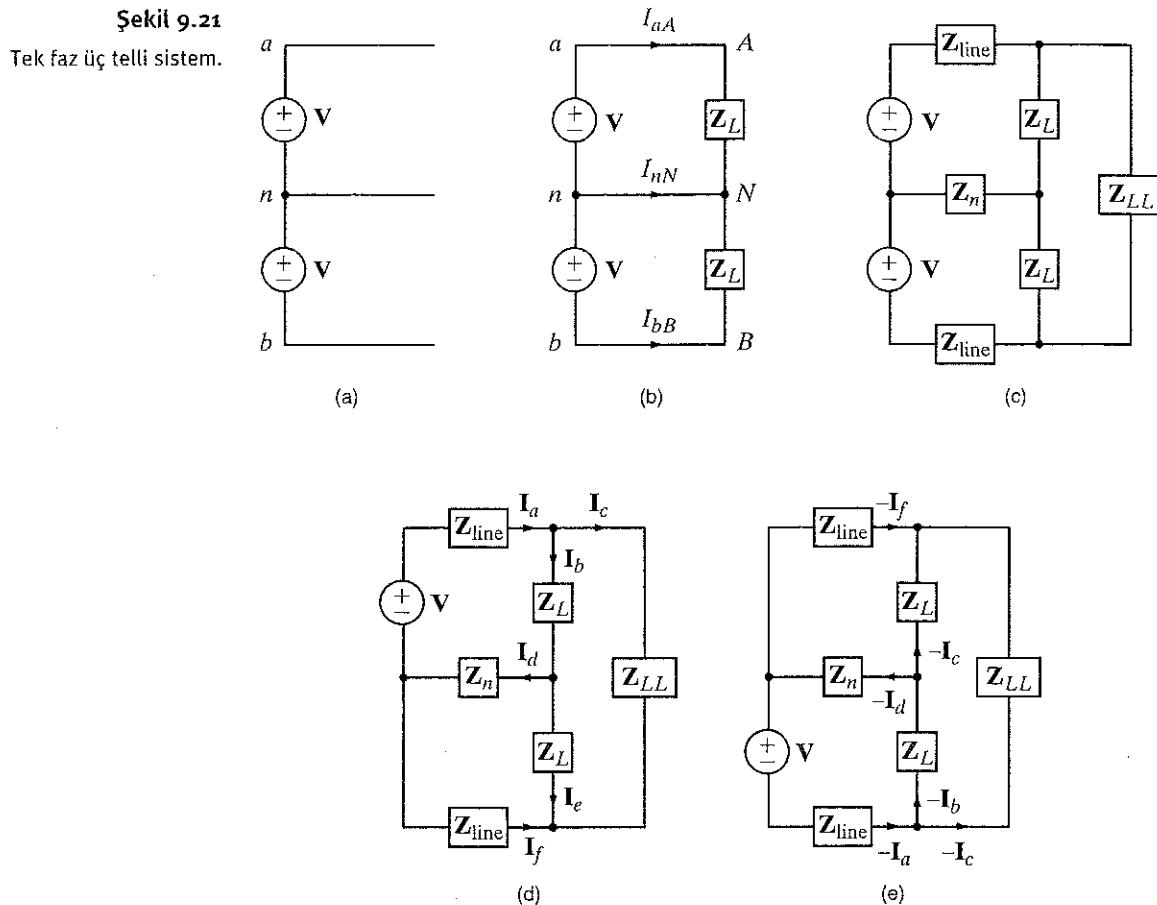
Gördüğü gibi nötr iletkeninden akım akmamaktadır. Dolayısıyla bu iletkenin kaldırılması sistemin geri kalanını etkilemez; yani tüm gerilimler ve akımlar aynı kalır. Doğal olarak bu sistem tarafından sergilenen basitliğin ne kadar geçerli olduğunu merak edebilirsiniz. Örneğin, hatların ve nötr iletkeninin bir hat impedansı olsayı ve iki hat arasına bağlanmış bir yük olsayı ne olurdu? Bu soruları yanıtlamak için Şekil 9.21c'deki devreyi inceyelim. Daha önceki bölümlerde kullandığımız birçok yöntemi kullanarak bu devreyi inceleyebilsek de devrenin simetrik yapısı nedeniyle süperpozisyon uygulayarak fazla uğraşmadan bazı sonuçlara ulaşabilirdiz. Süperpozisyon uygulayarsak Şekiller 9.21d ve 9.21e'deki iki devre karşımıza çıkar. Şekil 9.21d'deki akımlar rastgele etiketlenmiştir. Şekiller 9.21d ve e arasındaki simetrik ilişkiden ötürü, Şekil 9.21e'deki akımlar ile Şekil 9.21d'deki akımlar birebir ilişkilidir.

9.8

Tek Faz Üç Telli Devreler

Şekil 9.21

Tek faz üç telli sistem.



ÖRNEK 9.15

Bir konutta kullanılan tek fazlı üç telli devre Şekil 9.22a'da gösterilmektedir. İşıkların, müzik setinin ve elektrikli ocağın 24 saatlik süre içinde kullanımı Şekil 9.22b'de gösterilmektedir. 24 saatlik enerji kullanımını kWh cinsinden hesaplayalım. Bunun ortalama bir günü temsil ettiğini ve enerji bedelinin \$0.08/kWh olduğunu varsayıarak 30 günlük bir ay için fatura tutarını hesaplayalım.

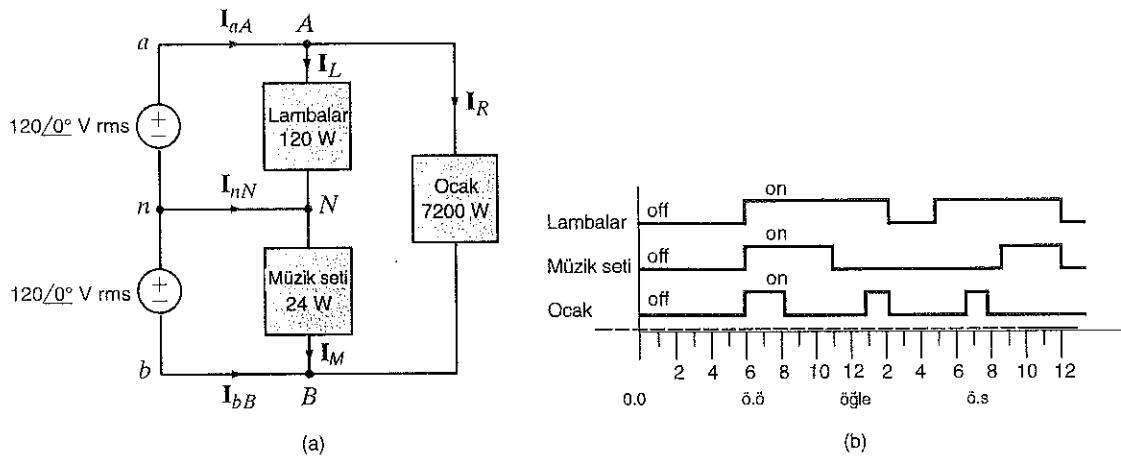
ÇÖZÜM Şekil 9.22a'ya düğüm analizi uygulanarak aşağıdaki ifadelere erişilir:

$$\mathbf{I}_{qA} = \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_O$$

$$\mathbf{I}_{bB} = -\mathbf{I}_M - \mathbf{I}_O$$

$$\mathbf{I}_{uN} = \mathbf{I}_M - \mathbf{I}_L$$

Her yük için akım değeri ilgili güç seviyelerinden aşağıdaki gibi bulunabilir:



Şekil 9.22

Konutlarda üç telli tesisat ve elektrikli eşyaların kullanımı.

$$I_L = \frac{P_L}{V_{an}} = \frac{120}{120} = 1 \text{ A rms}$$

$$I_M = \frac{P_M}{V_{nb}} = \frac{24}{120} = 0.2 \text{ A rms}$$

$$I_O = \frac{P_O}{V_{ab}} = \frac{7200}{240} = 30 \text{ A rms}$$

Kullanılan enerji iki kaynak tarafından sağlanan gücün 24 saat süresince alınan integraline eşittir. Gerilim genlikleri sabit olduğu için, kaynaklardan sağlanan enerjiyi aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$E_{an} = V_{an} \int I_{aA} dt$$

$$E_{nb} = V_{nb} \int -I_{bB} dt$$

I_{aA} ve I_{bB} 'nin integralleri Şekil 9.22b'den grafiksel olarak belirlenebilir:

$$\int_{0.00}^{24.00} I_{aA} dt = 4I_O + 15I_L = 135$$

$$\int_{0.00}^{24.00} -I_{bB} dt = 8I_M + 4I_O = 121.6$$

Dolayısıyla her kaynak için günlük enerji ve toplam enerji aşağıdaki gibi bulunur:

$$E_{an} = 16.2 \text{ kWh}$$

$$E_{nb} = 14.6 \text{ kWh}$$

$$E_{\text{total}} = 30.8 \text{ kWh}$$

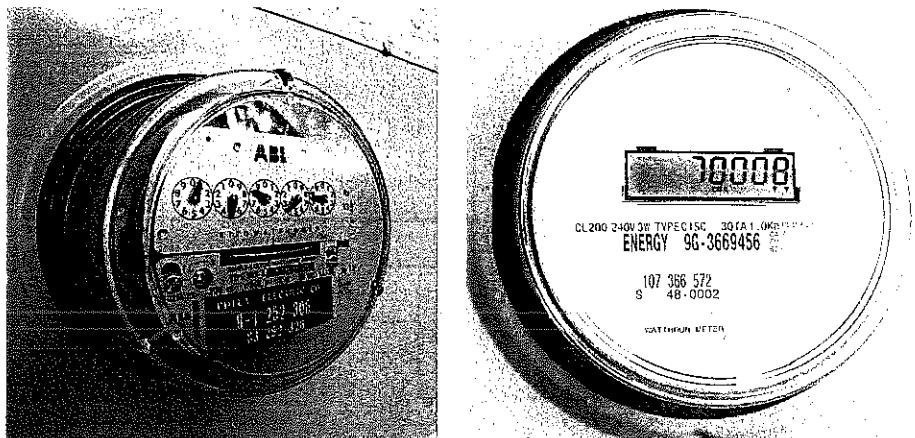
30 günlük bir ay boyunca \$0.08/kWh tarifesi ile elektrik faturası aşağıdaki gibi bulunur:

$$\text{Borç} = (30.8)(30)(0.08) = \$73.92$$

Enerji tüketimi sayaçlarla ölçülür. Şekil 9.23'te evlerimizin dışında görebileceğimiz iki farklı sayaç gösterilmektedir.

**Şekil 9.23**

Ev enerji tüketimini ölçmek için kullanılan elektrik sayaçları. (Sol, Comstock/Punchstock; sağ, Robert Llewellyn/Workbook Stock/Jupiter Images)



9.9

Güvenlik Değerlendirmeleri

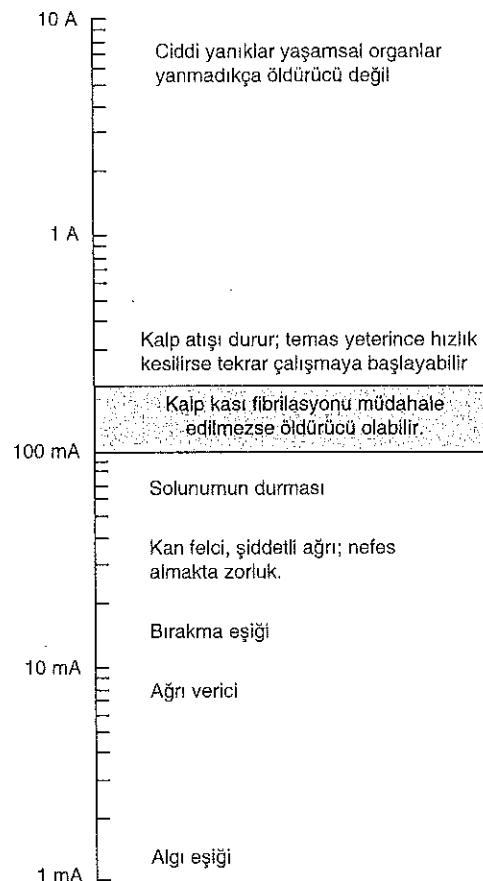
Bu kitap birincil olarak devre analizi teorisi ile ilgili olsa da öğrencilerin çoğunluğunun öğrendikleri teorik bilgilerle çevrelerinde gördükleri elektrik cihazlar arasında bağlantı kurmaya çalışıklarının farkındayız. Dolayısıyla, teorik çalışmadan kısa bir süre uzaklaşıp oldukça pratik ve önemli bir konu olan güvenlik türlerinde biraz zaman harcayabiliriz. Elektriksel güvenlik konusu çok geniş kapsamlı bir alan olup bu konuyu iyi anlatabilmek için ciltler dolusu kitap yazmak gerekebilir. Ancak, biz burada tartışmamızı giriş düzeyinde tutup birkaç temel konuyu örneklerle açıklayacağız.

Günümüzde hemen hemen her birey ergenliğe gelinceye deðin bir biçimde elektrik çarpmasına maruz kalır. Bu çarpmalar zararsız elektrostatik boşalmadan ya da enerjili bir elektrik devresine kaza ile temastan kaynaklansa da tepki hemen hemen aynıdır –ani ve istemsiz bir kas reaksiyonu. Her iki durumda da tepkinin kaynağı vücuttan akan akımdır. Çarpmaların ciddiyeti çeşitli faktörlere bağlıdır. Bunların en önemlileri akımın şiddeti, süresi ve vücuttan akarken izlediği yoldur.

Elektrik çarpmasının etkisi kişiden kişiye büyük farklılık gösterir. Şekil 9.24, 60 Hz frekanslı AA akımın kalp üzerinden geçecek biçimde bir elden diğer ele akması durumunda olabilecek genel tepkileri göstermektedir. 0.1 A ile 0.2 A arasındaki akımların öldürücü olabildiği görülmektedir. Bu değerlerdeki akım seviyeleri kalp kasının düzenli kasılmalarının bozulmasına (ventriküler fibrilasyon) neden olabilir. Kalp atışının tekrar düzeltmesi için genelde acil tıbbi yardım gereklidir. Bu tehlikeli değerlerin üzerindeki akım seviyeleri kalp kasının ciddi bir şekilde kasılmasına neden olur, elektrik çarpması kısa bir sürede ortadan kalkarsa kalp kendiliğinden yeniden atmaya başlayabilir.

Belli bir gerilime karşılık vücuttan ne kadar akım akacağı temasın ne kadar güçlü olduğunu ve temas noktaları arasındaki beden empedansına bağlıdır. Kuru bir kişi içinde bir araba koltuğunda otururken sürtünme nedeniyle oluşan elektrostatik gerilim 20000 ila 40000 V arasında olabilir. Bu durumda arabanın kapı koluna dokunulduğunda akacak akımın anlık değeri 40 A civarındadır. Her ne kadar bu ölümcül bir akım değeri olsa da, akım vücutundan yüzeyinden aktığından ve yalnızca birkaç mikrosaniye süreli olduğundan, bu dokunma yalnızca geçici bir rahatsızlığa neden olur.

Genelde evlerimizde bulunan elektrik aletleri çalışmak için 240 V rms gerilime gereksinim duyarlar. Her ne kadar elektrostatik çarpmalarına göre bu gerilim seviyesi küçük olsa da birey ya da eşya için potansiyel zarar çok daha fazladır. Kazara yapılan bir temas, elden ele veya elden ayağa akım akışına neden olur. Her iki durumda da akım kalpte şoka neden olabilir. Yüksek frekanslı gerilimlerden kaynaklanan akımlar yüzeye yakın akarken, görelî olarak daha yavaş değişen (düşük frekans) 50-60 Hz frekanslı akımlar vücut içinde daha derine dalabilirler. Ayrıca, bu durumda enerji kaynağı akımın sürekli akmasına neden olabilecek kapasitededir. Bu nedenle tartışmamızı 50-60 Hz AA güç sistemi ile ilgili tehlikelerle sınırlayacağız.



Şekil 9.24

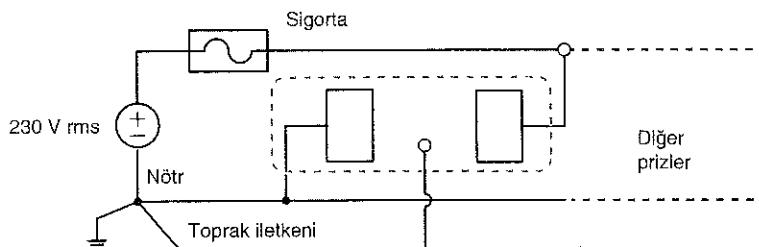
Elektrik çarpmasının etkileri [C. F. Dalziel ve W. R. Lee, "Öldürücü Elektrik Akımları (Lethal Electric Currents), "IEEE Spectrum, February 1969, pp. 44-50 ve C. F. Dalziel, "Elektrik Çarpma Tehlikesi (Electric Shock Hazard)," IEEE Spectrum, February 1972, pp. 41-50.]'den.

Evlerimizde elektrik güç dağıtımını için genellikle daha önceden tanıtılan tek faz üç telli sistem kullanılır. Bu sistemin güvenilirlik ile ilgili iki önemli bileşenine daha önceden değinilmemiştir: sigorta ve topraklama.

Her bir devre kolu, bağlı olduğu yükten bağımsız olarak, devre kesicileri veya sigortalar aracılığıyla aşırı akımdan korunur. Genelde prizlerden çekilecek akım 20 amper ile ve aydınlatma devreleri 15 amper ile sınırlandırılır. Bunlar insanları ölümçül çarpmalardan koruyamaz. Bu akım sınırlama cihazlarının birincil amacı enerjilendirilen cihazı korumaktır.

Güç sisteminin nötr iletkeni, başta tesisatın konuta giriş noktasında olmak üzere, tesisatın pek çok noktasında toprağa (yer) bağlıdır. Toprağa bağlantı, toprağa gömülü bir topraklama çubuğu üzerinden ya da yine toprağa gömülü bir metalik su tesisatının soğuk su borusuna temas yolu ile olabilir. Dağıtım panosundan (sigorta kutusu) yayılan 230 V devreleri, Şekil 9.21'de gösterildiği gibi iki iletkenin değil, genelde Şekil 9.25'te gösterildiği gibi üç iletkenin olabilir. Üçüncü iletken toprak telidir.

Toprak iletkeni, prize bağlanabilecek bir yükün normal çalışmasında herhangi bir rol oynamadığı için gereksiz görünebilir. Bu iletkenin rolü bir sonraki örnekte gösterilmektedir.



Şekil 9.25

Evlerimizdeki bir prizin yapısı.

ÖRNEK**9.16**

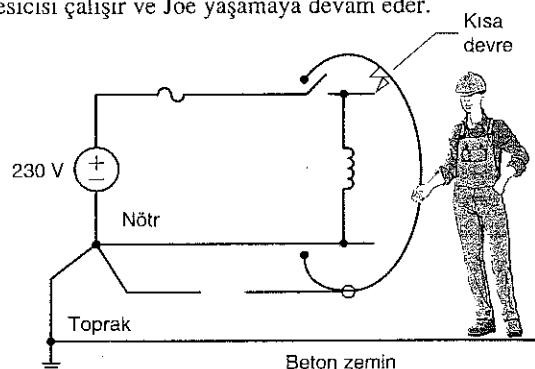
Joe'nun, bodrum katında, matkap, testere gibi çeşitli güç aletlerini kullandığı bir atölyesi vardır. Bodrum katın tabanı betondur ve toprak seviyesinden aşağıda olduğu için çoğunlukla rutubetlidir. Rutubetli beton görelî olarak iyi bir iletkenidir. Joe farkında olmadan elektrik matkabındaki kabloların birindeki yalıtm bozulmuş ve kablo matkabın metal kutusu ile Şekil 9.26'da gösterildiği gibi temas etmektedir (kısa devre olarak). Joe matkapı kullanırken tehlike altında mıdır?

ÇÖZÜM

Toprak iletkeni alet metal kutusuna bağlı değilse Joe matkapı kullanmaya kalktığında ciddi, belki de ölümçül bir elektrik çarpmasına maruz kalabilir. Bu durumda eli ve ayakları arasındaki gerilim 230 V olur ve bedeninden akan akım beden direnci ve beton tabanın direnci ile belirlenir. Tipik olarak bu durumda devre kesiciler devreyi açmaz. Fakat eğer toprak iletkeni varsa ve uygun bir şekilde matkap kutusuna (şaseye) bağlanmışsa, kutu toprak potansiyelinde kalır, 240 V kaynakla toprak arasında bir kısa devre oluşur. Bu durumda devre kesicisi çalışır ve Joe yaşamaya devam eder.

Şekil 9.26

Hatalı devre: Aletin şasesi güç kordonu üzerinden topraklanmamış.



Yukarıda devre kesicisi ya da sigortanın çarpmaya karşı etkili koruma sağlayamayacağından bahsedilmiştir fakat kaçak akım rölesi olarak adlandırılan bir cihaz çalışanlar için koruma sağlayabilir. Bu cihaz normal devre dışındaki akım akışını tespit eder. Şekil 9.26'daki devreyi inceleyelim. Normal güvenli çalışma durumunda nötr iletkenindeki akım hat iletkenindeki ile aynı olmalıdır. Eğer herhangi bir anda hattaki akım nötrdeki akıma eşit olmazsa bu akımın bir başka yol üzerinden devresini tamamladığını, yani akımda kaçak olduğunu, ortada tehlike yaratacak bir durum olduğunu gösterir. Örneğin Şekil 9.26'daki kaçak akımın yolu Joe'nun elinden beton tabana doğrudur. Kaçak akım rölesi bu arızayı tespit eder ve devreyi açar. Bunun çalışma ilkesi aşağıdaki örnekte gösterilmiştir.

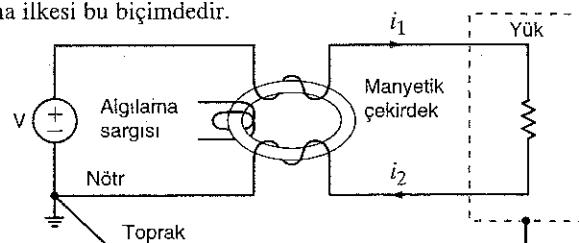
ÖRNEK**9.17****ÇÖZÜM**

Kaçak akım rölesi'nin çalışmasını anlatalım.

Şekil 9.27'deki manyetik devreyi inceleyelim. Normal çalışma koşullarında i_1 ve i_2 eşittir. Eğer nötr ve faz iletkenlerinden oluşturulan sargılar özdesse, temel fizikte öğrendiğimiz gibi, çekirdekdeki manyetik akı sıfır olacaktır. Sonuç olarak algılama sargısında gerilim endüklenemeyecektir.

Eğer yükte bir arıza oluşursa kaçak akım toprak iletkeninden ve belki de yerden akacaktır. Bu durumda i_1 ve i_2 akımları artık eşit olmayacağından çekirdekdeki manyetik akı da sıfır olmayacağındır. Bu da algılama sargısında bir gerilim endükleneşmesine neden olacaktır. Bu gerilim bir devre kesicisini aktive etmek için kullanılabilir. Kaçak akım rölesinin çalışma ilkesi bu biçimdedir.

Şekil 9.27
Toprak arıza şalteri devresi.



Kaçak akım röleleri devre kesicisi yapısında veya priz yapısında olabilirler. Bunlar banyo, bodrum, garaj ve dış mekânlardaki prizlerde kullanılır. Bu röleler birkaç miliamper mertebesindeki kaçak akımlarda çalışabilir. Maalesef bu cihazlar nisbeten yeni cihazlardır ve elektrik tesisat yönetmelikleri genelde geçmişte yapılan binaları kapsamazlar. Bu nedenle eski evlerin çoğu bu cihazlar bulunmaz.

Elektrik sistemlerinin tesisi ve bakımı için gerekli koşullar uzun ve özenli çalışmalar sonucunda hazırlanan ayrıntılı yönetmeliklerle belirlenmiştir. Elektrik cihazlarının ve sistemlerinin tesis edilmesi, değiştirilmesi ya da tamir edilmesi sadece nitelikli ve yetkili insanlar tarafından yapılmalıdır. Bizim devre analizimiz konu içeriği bu yeterliliği sağlamaz.

Aşağıdaki örnekler hergün karşılaşılabilen potansiyel tehlikeleri göstermektedir. Bir önceki örnekte anlatılmış bir durumu tekrar inceleyerek başlayalım.

Bir adamın mobil bir evin çatısında el matkabı ile çalıştığını varsayıyalım. Sabahın erken bir saatı olduğunu, adamın yalnızak olduğunu ve mobil evin üstünde çığ olduğunu varsayıyalım. (Matkabin elektrik fişindeki topraklama ucu çıkartılmış durumdadır.) Elektrik hattının "canlı" iletkeni matkabın netal kutusuna (şase) kısa devre yaparsa adam çarpılır mı?

ÖRNEK

9.18

ÇÖZÜM

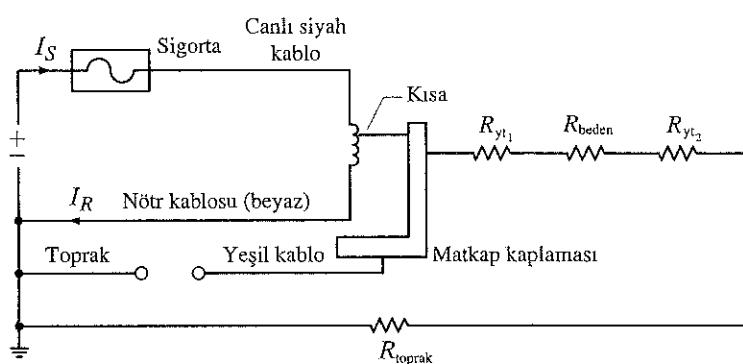
Bu problemi analiz etmek için anlatılan durumu uygun biçimde gösteren bir model oluşturmalıyız. John G. Webster, "Medical Instrumentation" (Boston: Houghton Mifflin, 1978) isimli kitabında insan bedeni için aşağıdaki direnç değerlerini önermektedir: $R_{\text{deri}}(\text{kuru}) = 15 \text{ k}\Omega$, $R_{\text{deri}}(\text{islak}) = 150 \Omega$, $R_{\text{uzuv}}(\text{kol veya bacak}) = 100 \Omega$, ve $R_{\text{gözde}} = 200 \Omega$.

Devre modeli Şekil 9.28'de gösterilmektedir. Toprak hattı açık devre olduğu için canlı iletkenden kısa devre, insan bedeni, mobil ev ve toprağa doğru kapalı bir yol vardır. Yüzey temas dirençleri R_{yt_1} ve R_{yt_2} 'nin ikisinin de 150Ω olduğunu varsayıyalım. Kol, gövde ve bacak dirençlerinden oluşan toplam beden direnci $R_{\text{beden}} = 400 \Omega$ dur. Mobil evin direnci sıfır olarak kabul edelim ve mobil evin toprağından kaynak toprağına direnç $R_{\text{toprak}} = 1 \Omega$ olsun. Dolayısıyla el ile ayak arasında akan akımın büyüklüğü aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} I_{\text{beden}} &= \frac{120}{R_{yt_1} + R_{\text{beden}} + R_{yt_2} + R_{\text{toprak}}} \\ &= \frac{120}{701} \\ &= 171 \text{ mA} \end{aligned}$$

Bu büyüklükte bir akım kolaylıkla kalp krizine neden olabilir.

Eğer hat üzerinde birkaç akım rölesi olsaydı ek koruma sağlanmış olur.



Şekil 9.28
Örnek 9.18 için model.

ÖRNEK
9.19

İki çocuk arka bahçelerinde basketbol oynamaktadır. Serinlemek için bahçelerindeki havuzu girmeye karar verirler. Havuzun vinil kaplaması vardır; dolayısıyla su topraktan elektriksel olarak yalıtılmıştır. Ancak, çocukların havuz ışıklarının birinde toprak arızası olduğunu bilmemektedir. Şekil 9.29a'da gösterildiği gibi bir çocuk suya atladıkten sonra, göğsüne kadar suyun içindeyken, topraklanmış el destekini tutan diğer çocuğu çekmek için yukarı yönelir. Bu eylemin etkisi ne olur?

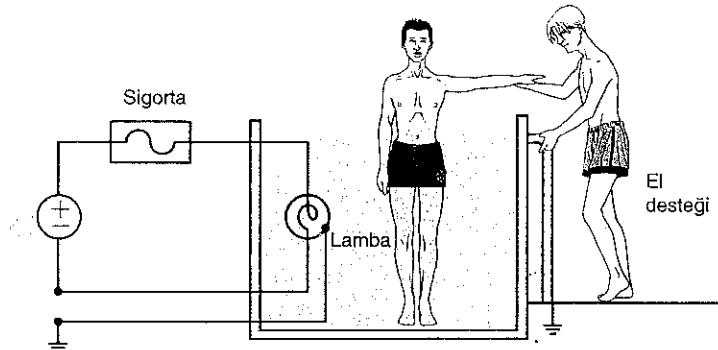
CÖZÜM Şekil 9.29a Şekil 9.29b'de modellenmiştir. Toprak arızasıoluştugu için iki çocuk arasında bir akım yolu oluşturmaktadır. Kaçak bağlantısı, havuz ve destek dirençlerinin yaklaşık olarak sıfır olduğunu varsayıarak iki çocuk arasında akan akım aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} I &= \frac{120}{(3R_{kol}) + 3(3R_{\text{islak temas}}) + R_{\text{gövde}}} \\ &= \frac{120}{950} \\ &= 126 \text{ mA} \end{aligned}$$

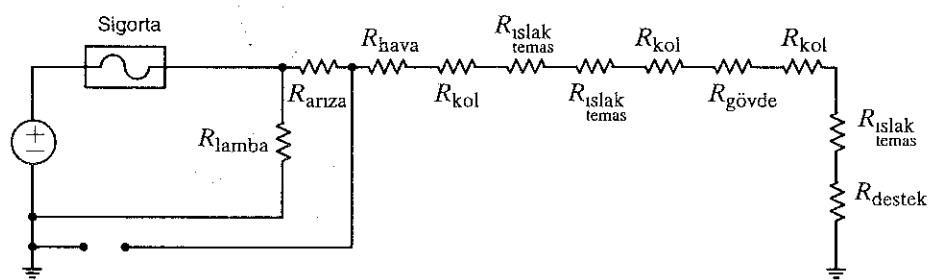
Bu akım seviyesi her iki çocuktada ciddi bir çarpılmaya neden olur. Havuz dışındaki çocuk kalp krizi geçirebilir.

Şekil 9.27

Örnek 9.19'da kullanılan diyagramlar.



(a)



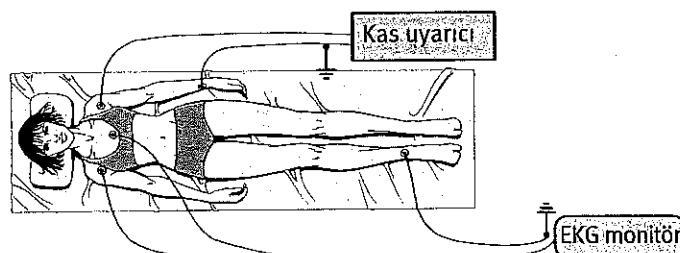
(b)

Bir medikal laboratuarda bir hastanın sol omuzuna bir kas uyarıcısı bağlıdır. Hastanın kalp atış hızı, bir EKG cihazı tarafından izlenmektedir. EKG cihazının iki tane differansiyel (fark alıcı) elektrodu kalp çevresine, toprak elektrodu da sağ ayak bileğine bağlanmıştır. Bu durum Şekil 9.30a'da gösterilmektedir. Uyarıcı kas üzerinden aktif elektrottan pasif elektrota doğru 150 mA akım taşıyan bir akım kaynağı gibi davranmaktadır. Laboratuvar teknisyeni yanlışlıkla ortak bir toprak elde etmek için uyarıcının pasif elektrotunu EKG sisteminin toprak elektrotuna bağlamaya karar verirse bir risk oluşur mu?

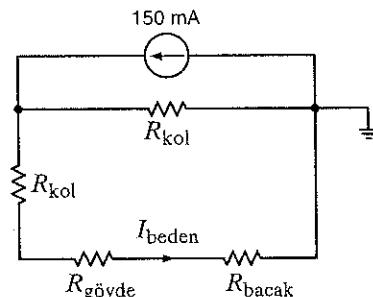
Şekil 9.30b'deki eşdeğer devreye göre, uyarıcının pasif elektrotu EKG sisteminin toprak elektrotuna bağlıken uyarıçı akımı için iki yol söz konusu olabilir: birincisi bir kol üzerinden ve ikincisi diğer kol ve beden üzerinden. Akım bölüşüm ilkesini kullanarak beden akımı aşağıdaki gibi bulunur:

$$I_{\text{beden}} = \frac{(150)(10^{-3})(50)}{50 + 50 + 200 + 100} \\ = 19 \text{ mA}$$

Dolayısıyla, uyarıcıdan çıkış beden üzerinden EKG toprağına doğru tehlikeli düzeyde yitikse bir akım akacaktır.



(a)



(b)

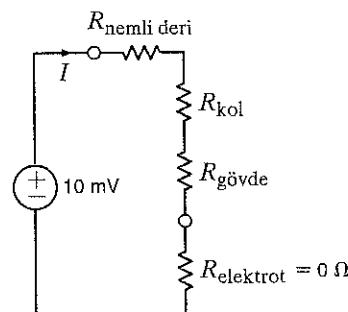
ÇÖZÜM

Şekil 9.28

Örnek 9.20'de kullanılan diyagramlar.

Kalp hastıkları polikliniğinde koluna elektrot takılı bir hasta, hastane kurallarına aykırı olarak müzik dinlemektedir. Hastanın kullandığı ucuz müzik setinde şebeke frekansının (50 Hz) neden olduğu uğultu rahatsızlık verici bir boyuta ulaşınca hasta uğultuyu azaltmak için hoparlör kablosunu yuvasından biraz oynatmak ister. Bu sırada hoparlör kablolarından birini elinde tutarken diğerini elektroda değer. Bu durumda riskler nelerdir?

Hastanın derisinin rutubetli olduğunu ve hoparlör telleri üzerindeki 50 Hz gerilimin sadece 10mV olduğunu varsayıyalım. Bu durumda devre modeli Şekil 9.31'de gösterildiği gibi olacaktır.



Şekil 9.31

Örnek 9.31 için devre modeli.

ÇÖZÜM

ÖRNEK

9.21

Kalpten akan akım aşağıdaki gibi bulunur:

$$I = \frac{(10)(10^{-3})}{150 + 100 + 200} \\ = 22.2 \mu\text{A}$$

Kaibe doğrudan giden $10 \mu\text{A}$ akımın potansiyel olarak öldürücü olduğu bilinmektedir.

ÖRNEK 9.22

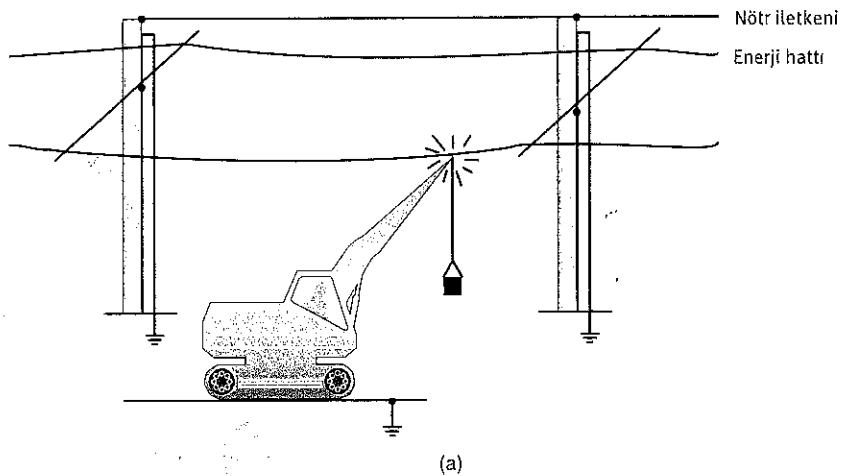
CÖZÜM

Çamurlu bir alanda manevra yapan bir vinç operatörü kaza ile vinç kolunu ile Şekil 9.32a'da gösterildiği gibi bir yüksek gerilim hattına dokundurmuştur. Hat gerilimi 7200 V'tur. Nötr iletkeni elektrik direğinde topraklanmıştır. Vinç operatörü ne olduğunu anladığında vinçten atlayıp yaklaşık 10 m uzaklıktaki elektrik direğine doğru koşmaya başlamış, koşarken elektrik çarpması sonucu hayatını kaybetmiştir. Bu oldukça trajik kazayı açıklayabilir miyiz?

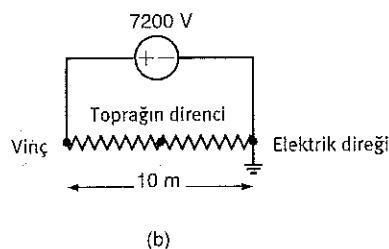
Şekil 9.32a'daki durum Şekil 9.32b'deki gibi modellenebilir. Vinç toprağa göre 7200 V'ta idi. Dolayısıyla vinç ve elektrik direği arasındaki toprak boyunca 720 V/m değerinde bir gradyan (elektrik alanı) bulunmaktadır. Vinç ile elektrik direği arasındaki bu toprak bir direnç olarak modellenmiştir. Eğer adamın bir adımı yaklaşık olarak 1 m ise ayakları arasındaki potansiyel farkı yaklaşık olarak 720 V olur. Aynı bölgede ayakları bitişik olarak ayakta duran bir kişi görmemiştir.

Şekil 9.32

Örnek 9.22'de kulanılan devre ve Şekil.



(a)



(b)

Bu kısımdaki örnekler, elektrik enerjisi olan bir ortamda çalışırken ya da oynarken karşılaşılması olası tehlikeli durumların bir bölümünü göstermeyi amaçlamaktadır. Bir elektrik kazasını önleyememek ölüme bile neden olabilir. Öte yandan, ölümcül olmayan elektrik çarpmaları bile yanıklar, düşme, gibi olaylara neden olabilir. Dolayısıyla, sadece kendi güvenliğimizi temin etmek için değil bizimle çalışan ya da oynayan diğerlerinin de güvenliğini temin etmek için her zaman uyanık olmalıyız.

Aşağıdaki önlemler yaralanma olasılıklarını minize etmeye yardım edecektir:

1. Enerji altındaki elektrik sistemlerinde çalışmaktan kaçınınız.
2. Her zaman, aksinden kesinlikle emin oluncaya kadar, bir elektrik sisteminde enerji olduğunu varsayıñ.
3. Asla mevcut yönetmelik hükümlerine uygun olmayan onarımlar ya da değişiklikler yapmayın.
4. Tehlikeli elektrik sistemlerinde yalnız başınıza çalışmayın
5. Eğer bir başka kişi enerjili bir elektrik devresine "yapmış" ise mümkünse devrenin enerjisini kesiniz. Eğer bu yapılmamışsa kuru odun, tahta, kemer ve giyecek eşyaları gibi iletken olmayan malzeme kullanarak bedeni temas yerinden ayırmaya çalışın. Hızlı olunuz ancak, kendinizi korumaya dikkat ediniz.
6. Açık havada merdivenler, antenler vb. uzun metalik ekipmanla çalışırken elektrik nakil hatlarını sürekli gözleyin ve bunlara temas etme olasılığını ortadan kaldıracak biçimde hareket ediniz.

Öğrendiklerimizi Sınayalım

E9.22 Bir kadın şiddetli fırtınalı ve yağmurlu bir havada araba kullanmaktadır. Bir kavşakta beklerken, bir enerji nakil hattı iletkeni koparak arabasının üzerine düşer. Hattın gerilimi 7200 V'dur.

- (a) Araba direncinin ihmal edilebilir olduğunu kabul ederek, kadın kapının kolunu kuru elle tutarken dışarıdaki ıslak zemine adım atarsa, bedeninde akacak olası akım ne olur?
- (b) Kadın arabada kalırsa ne olur?

Elektrik enerjisi ile çalışırken güvenlik her zaman birincil derecede önemli olmalıdır. Bir elektrik devresi belli bir uygulama için ne kadar yararlı ya da etkili olursa olsun insan hayatı için tehlike arz ediyorsa degersizdir.

Şekil 9.33'te gösterilen ve aynı zamanda arıza bulmak için de kullanılan güvenlik cihazı, iletkenin yalıtılmının dışına hafifçe dokundurulduğunda devrenin enerji altında olup olmadığını gösteren yakınlık-tipi bir algılayıcıdır (proximity sensor). Bu cihaz hemen tüm elektrikçiler tarafından taşınır ve elektrik devrelerinde çalışırken onlara yardımcı olur.

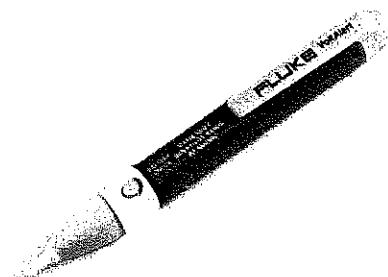
Her sene elektrik kazalarından ötürü çok sayıda ölümlü kaza meydana gelir. Ayrıca, hatalı tesisat döşeme, yanlış kablo kullanımı ve uygun olmayan dağıtım ekipmanı kullanımı gibi nedenlerden kaynaklanan yangınlar her yıl milyonlarca dolardır zarara yol açmaktadır.

Can ve mal kaybını önlemek amacıyla elektrik sistemlerinin kurulması ve işletilmesi için çok ayrıntılı kurallar ve yönetmelikler hazırlanmıştır. ANSI-Amerikan Ulusal Standartlar Enstitüsü tarafından hazırlanan Ulusal Elektrik Yönetmeliği ANSI C1, ABD'de bu alanda çalışanların uyması gereken ana yönetmeliktir.

[ipucu]

Güvenlik Önlemleri

YANIT: (a) $I = 463 \text{ mA}$, asırı tehlikeli;
(b) güvende olur.



Şekil 9.33

Modern bir güvenlik ya da arıza tespit cihazı. (Fluke Corporation izniyle)

Bu amaçla oluşturulmuş başka yönetmelikler de vardır. Kamu tarafından kullanılan sistemlerin güvenliği için hazırlanan Ulusal Elektrik Güvenlik Kodu ANSI C2 örnek olarak verilebilir. "Underwriters Laboratuvarı (UL)" halk tarafından kullanılan tüm cihazları ve sistemlerin güvenlik testlerini gerçekleştirilir. Bu nedenle ABD'de evlerde kullanılan aletler ve uzatma kordonları gibi tüm elektriksel ekipmanda UL etiketi bulunur. Ülkemizde de Elektrik Kuvvetli Akım Tesisleri Yönetmeliği, Elektrik Tesislerinde Topraklama Yönetmeliği ve İç Tesisat Yönetmeliği gibi yönetmeliklerle bu alanda gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

Elektrik enerjisinin hayatlarında çok önemli bir rolü vardır. Sağlığımız ve konforumuz için elektrik enerjisi son derece önemlidir fakat doğru kullanılmazsa ölürcü olabilir.

9.10

Aşağıdaki uygulamaya yönelik örnekler, bu bölümde öğrendiğimiz kavramların pratik kullanımını göstermektedir.

Uygulama Örnekleri

UYGULAMA ÖRNEĞİ 9.23

Güvenlik nedenlerinden ötürü ABD Ulusal Elektrik Yönetmeliği, 120 V'luk ev aydınlatma hatlarında (linye) sigorta (devre kesicisi) değerinin en fazla 20A olmasına izin verir. Yine yönetmelik hükümleri gereği sürekli aydınlatma yükleri için % 25'lik bir güvenlik payı bırakmayı gerektirir. Bu koşullar altında, bir linye üzerine yerleştirilecek 100-W aydınlatma armatürü sayısını belirleyelim.

ÇÖZÜM Linye devresi için model Şekil 9.34'te gösterilmektedir. Her 100W ampül tarafından çekilen akım aşağıdaki gibi bulunur:

$$I_{\text{bulb}} = 100/120 = 0.833 \text{ A rms}$$

Güvenlik payı önerisi kullanılarak, her ampül tarafından çekilen tahmini akım % 25 daha fazladır.

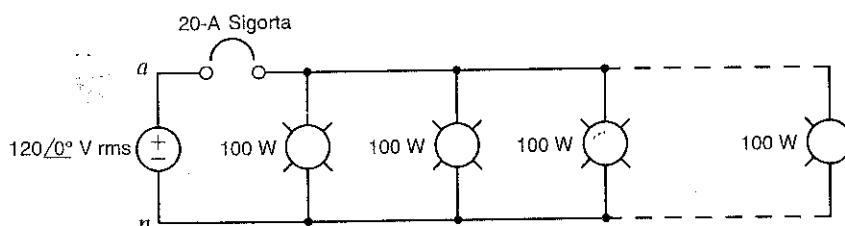
$$I_{\text{bulb}} = (1.25)(0.83) = 1.04 \text{ A rms}$$

Dolayısıyla bir sigorta (devre kesicisi) için kullanılabilen maksimum armatür sayısı aşağıdaki gibi bulunur:

$$n = 20/1.04 = 19 \text{ armatür}$$

Şekil 6.34

Ev aydınlatması için 20 A'lık bir linye devresi.



UYGULAMA ÖRNEĞİ 9.24

Bir elektrikli çim biçme makinasının normal çalışma değerleri 120 V rms ve 12 A rms olarak belirtilmektedir. Ancak, bu makine 110 V rms'ye kadar olan gerilimlerde hasar görmeden çalışabilir. 110 V rms'de çekilen akım Şekil 9.35'te gösterildiği gibi 13.1 A rms'dir. Aşağıda verilen iki farklı uzatma kablosu türü için 120 V rms gerilimde çalışılırken kullanılabilen maksimum uzatma kablosu uzunluğunu belirleyiniz. (Not: AWG –American Wire Gauge– iletkenlerin birim uzunluk başına dirençlerini gösteren bir Amerikan standartıdır. Her bir sayı, farklı bir kesit alanına karşı gelmektedir. Bu örnekte verilen iki iletkenin dirençleri mΩ/foot birimi ile parantez içerisinde verilmektedir. Uzunluk ölçüsü olarak foot verildiğinden bulunanız cevaplar da foot – feet cinsinden olacaktır. 1 foot = 30.48 cm)

1. AWG 16 iletken (4mΩ/ft)
2. AWG 14 iletken (2.5 mΩ/ft)

ÇÖZÜM Uzatma kablosu üzerinde en fazla 10 V'luk bir gerilim düşümü olmalıdır. Kablo üzerinde düşen gerilim şu biçimde hesaplanır:

$$V_{\text{kablo}} = (2)(13.1)R_{\text{kablo}} = 10 \text{ V rms}$$

Uzatma kablosunda iki iletken bulunduğundan direncin iki katı alınmıştır. Buradan kablo direnci hesaplanabilir:

$$R_{\text{kablo}} = 0.382 \Omega$$

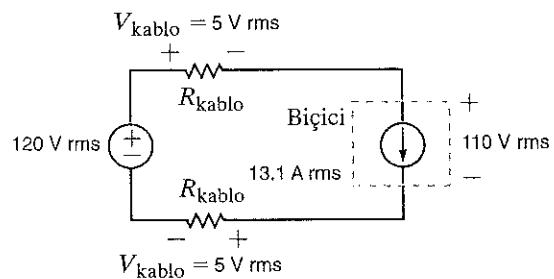
Eğer ℓ_{kablo} uzatma kordonu uzunluğu ise AWG 16 iletken için bu değer aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\ell_{kablo} = \frac{R_{kablo}}{0.004} = 95.5 \text{ feet}$$

Öte yandan bu değer AWG 14 tel ölçüği için aşağıdaki gibi olur:

$$\ell_{kablo} = \frac{R_{kablo}}{0.0025} = 152.8 \text{ feet}$$

Şekil 9.35
Örnek 9.24'teki
devre modeli.



Evde oturup kitap okurken, klima her devreye girdiğinde, ışıkların anlık olarak söküleştigiğini gözlemlemiştinizdir. Bu durumu Şekil 9.36a'da gösterilen tek faz üç telli devre için inceleyelim. Hat direncinin 0.5Ω olduğunu ve $10,000 \text{ Btu/h}$ değerli bir klima kullandığını varsayıyoruz. Bu klima için tipik çalışma akımları çözüm içerisinde verilmektedir.

60 W ampülü yaklaşık olarak eşdeğer direnci ile modelleyebiliriz. Bunun için

$$P_{bulb} = \frac{V_{bulb}^2}{R_{bulb}}$$

değerinden direnç hesaplanabilir:

$$R_{bulb} = 240 \Omega$$

Klima ünitesi ilk çalıştığında akım gereksinimi Şekil 9.36b'de gösterildiği gibi 40 A 'dır. Kompresör motoru hızlanınca Şekil 9.36c'de gösterildiği gibi akım gereksinimi hızlı bir şekilde kalıcı durum değeri olan 10 A değerine düşer. Aydınlatma armatürü üzerindeki V_{AN} gerilimini hem klima ilk açılırken hem de kalıcı durumda çalışırken hesaplayacağız.

Süperpozisyon kullanılarak, V_{AN} geriliminin ilk önce gerilim kaynakları tarafından kaynaklanan kısmını bulalım. Uygun devre Şekil 9.36d'de gösterilmektedir. Gerilim bölüşüm kuralını kullanarak aşağıdaki ifade ve değeri buluruz:

$$V_{AN1} = V_{AN} \left(\frac{R_{bulb}}{R_{bulb} + 2R_L} \right)$$

$$V_{AN1} = 119.50 \text{ V rms}$$

Şekil 9.36e'den 10 A kalıcı durum akımının neden olduğu V_{AN} gerilimi hesaplanabilir. Akım bölüm ilkesi yardımıyla ampulden akan akım ve dolayısıyla ampül uçlarındaki gerilimi hesaplayabiliriz:

$$V_{AN2} = - \left\{ I_{AB} \left(\frac{R_L}{R_{bulb} + 2R_L} \right) \right\} R_{bulb}$$

$$V_{AN2} = -4.98 \text{ V rms}$$

Dolayısıyla V_{AN} kalıcı durum değeri aşağıdaki gibi bulunur.

$$V_{AN} = V_{AN1} + V_{AN2} = 114.52 \text{ V rms}$$

Klima ilk çalışmaya başladığında olacak gerilimi bulmak için aynı işlemleri $I_{AB} = 40 \text{ A}$ için tekrarlamamız gerekmektedir. Bu işlem yapıldığında $V_{AN2} = -19.92 \text{ V rms}$ bulunur. O zaman toplam V_{AN} gerilimi şu biçimde bulunur:

$$V_{AN} = V_{AN1} + V_{AN2} = 119.50 - 19.92 = 99.58 \text{ V rms}$$

Klima devreye girerken aydınlatma ampültüne gelen gerilim kalıcı durum değerinden % 13 daha düşüktür. Bu da ışıkların anlık olarak söküleşmesine neden olur.

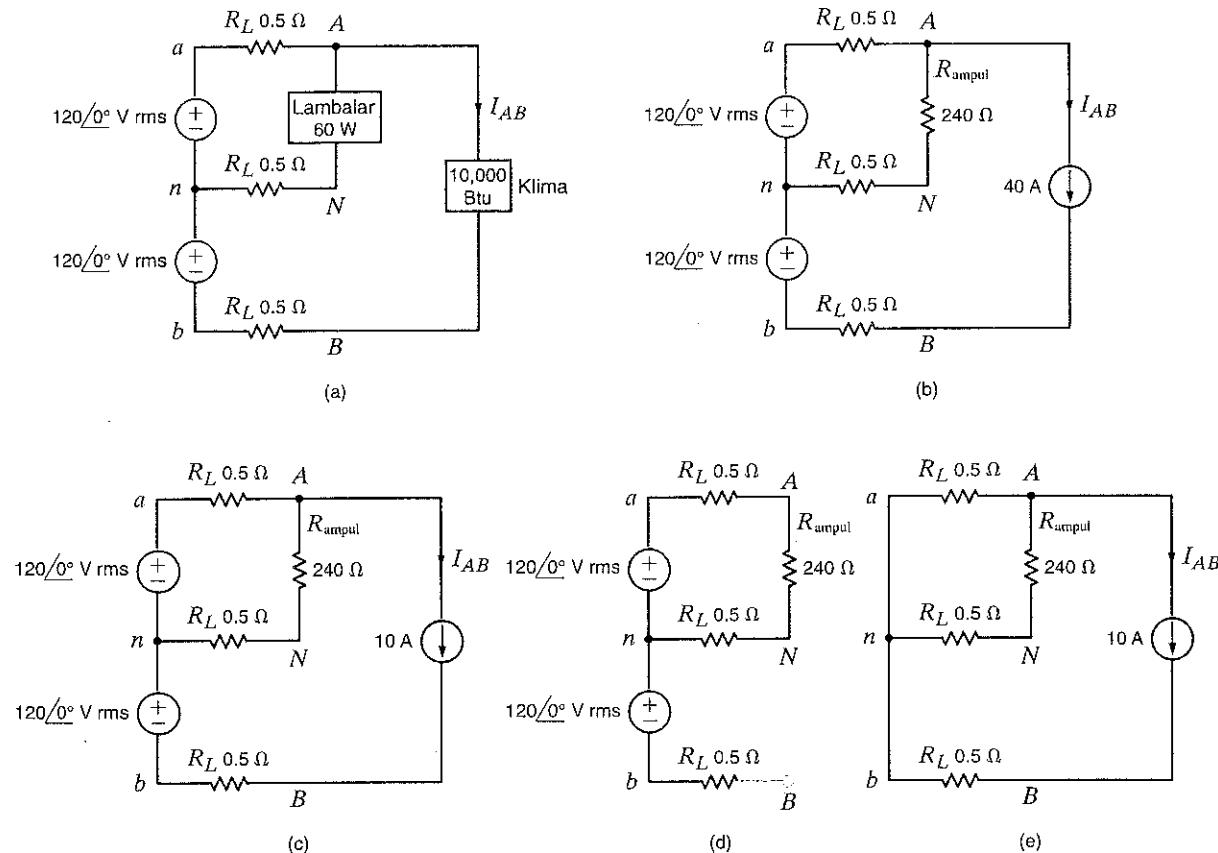
UYGULAMA ÖRNEĞİ 9.25

ÇÖZÜM

[ipucu]

Teknik

1. Ampülün direncini bulunuz.
2. Klimanın geçici akımını temsil etmek için büyük bir akım kaynağı, kalıcı durum akımını temsil etmek için küçük bir akım kaynağı kullanınız.
3. Hem geçici hem de kalıcı durum çalışmalarında ampül üzerindeki gerilim düşümünü bulunuz.



Şekil 6.36

Örnek 9.2'te kullanılan devreler.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 9.26

Çoğu çamaşır kurutucusu 240-V rms gerilimle çalışır ve bu kurutucuların düşük orta yüksek gibi çeşitli sıcaklık ayarları vardır. Kurutucunun kurutma için ısı üretme ve sıcaklığı düzenlemeye yöntemini inceleyelim.

ÇÖZÜM

Once yalnızca ısı kavramını değerlendireceğiz. Bu durum için basit bir model Şekil 9.37a'da gösterilmektedir. Bu şekilde, rezistif bir ısıtma elemanı doğrudan 240 V rms gerilimle beslenmektedir. Bir kurutucunun rezistans değeri yaklaşık olarak 11 Ω'dur. Bu elemandaki akım aşağıdaki gibi bulunur.

$$I_{he} = \frac{240}{11} = 21.81 \text{ A rms} \quad 9.39$$

Eleman rezistif olduğu için gerilim ve akım aynı fazdadır. Güç kaybı:

$$P_{he} = I_{he}^2 R_{he} = (21.81)^2 (11) = 5236 \text{ W}$$

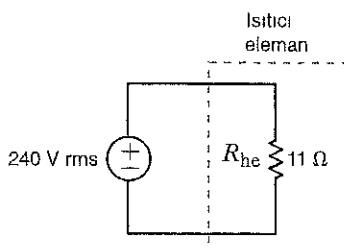
olarak bulunur. Bu değer 5 kW'tan fazladır ve büyük bir güç değeridir! Yalnız, direnç elemanı sürekli olarak 240 V rms gerilime bağlı ise kaybın bu kadar olacağını unutmayınız. Eğer elemana enerji verilen süreyi değiştirmek ortalama gücü ve dolayısıyla ortalama sıcaklığı kontrol edebiliriz.

Sıcaklık kontrolü için adeta standart olan bir yöntem şematik olarak Şekil 9.37b'de verilmektedir. Burada bir standart tek faz, üç telli güç sistemi, ısıtma elemanına 240 V rms ve kontrol devresine 120 V rms gerilim uygular. Sıcaklık ayar anahtarı üç dirence bağlıdır. Seçilen dirençle birlikte termostat ısıticisinden akan akım değiştirilmiş olur. Sonuçta termostat ısıticisi da bir direnç olsağın geçen akıma göre harcadığı güç ve dolayısıyla ulaşığı sıcaklık değişmiş olur. Bu sıcaklık derecesi, sıcaklık ayar değeridir. Şimdi, her bir sıcaklık ayarı için termostattaki kaybedilen güc hesaplayalım. Anahtar konumuna bağlı olarak devreye giren direnci R_s ile gösterelim. R_{Th} ise termostat ısıticisi direcidir. Bu durumda:

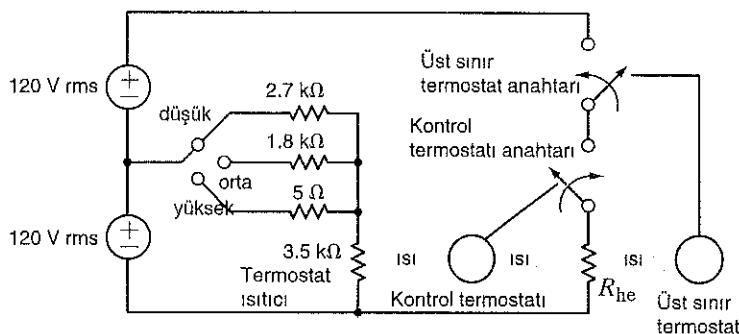
$$P_{Th} = I_{Th}^2 R_{Th} = \left(\frac{120}{R_{Th} + R_s} \right)^2 R_{Th} \quad \begin{cases} = 1.3 \text{ W} & \text{düşük ayar için} \\ = 1.79 \text{ W} & \text{orta ayar için} \\ = 4.1 \text{ W} & \text{yüksek ayar için} \end{cases} \quad 9.40$$

Düşük ayarda termostat ısıticisi güç kaybının en küçük değerde olduğu ve anahtar daha yukarıda iken bu değerin arttığı görülmektedir.

Şimdi sıcaklık kontrol sisteminde kritik olan konuyu değerlendirelim. Termostat ısıticisi fiziksel olarak kontrol termostatinin bitişigine yerleştirilmiştir. Kurutucuda istenen sıcaklık derecesini termostat ısıticisi belirler. Eğer termostattaki sıcaklık ayarlanan dereceyi geçerse termostat anahtarı açar, ısıtma elemanın enerjisini keser ve böylece elemanın soğumasını sağlar. Termostat sıcaklığın çok düşük olduğunu belirlediğinde bu kez termostat anahtarı kapanır, elemana enerji verir ve sıcaklığı artırır. Bu yolla, kurutma çevrimi boyunca termostat anahtarı açılıp kapanarak sıcaklık anahtarı tarafından seçilen sıcaklıkta çalışmaya sağlar.



(a)



(b)

Şekil 9.37

Ev tipi çamaşır kurutma cihazı için basit şemalar:

(a) ısıtma elemanı ve

(b) kontrol sistemi.

Tüm hesaplamalarımızın sıcaklıklar için değil güç seviyeleri için yapıldığını dikkat edin. Isıtma elemanının, termostat ısıtıcısının ve termostatin kendisinin gerçek sıcaklığı, ısının kurutucunun içinde nasıl hareket ettiğine bağlıdır. Bu termodinamikle ilgili bir konu olup bu kitabin kapsamı dışındadır.

Son olarak üst sınır termostati ve bunun anahtarından söz edelim. Bu termostat ısıtma elemanına çok yakın monte edilir. Kontrol termostattı bozulursa sıcaklık kontrolü kaybolur. Bu da ciddi bir problem anlamına gelir. Sıcaklık üst sınırının üzerine çıkarsa bu durum üst sınır termostattı tarafından tespit edilir ve ısıtma elemanın enerjisi kesilir. Sıcaklık düşünüce normal işletme dönülebilir. Dolayısıyla üst sınır termostattı kurutucuya ve dolaylı olarak da evlerinizi korumak için kullanılır.

9.11

Aşağıdaki uygulamaya dönük örnekler bu bölümde verilen bilgilerin pratik kullanımını göstermektedir.

Tasarım Örnekleri

TASARIM ÖRNEĞİ 9.27

ÇÖZÜM

Şekil 9.38a'da gösterilen ticari bir tek faz üç telli sistem aydınlatma, ısıtma ve motor yüklerine enerji vermektedir. Aydınlatma ve ısıtma yükleri esasında sırf dirençtir ve dolayısıyla birim güç katsayısına sahiptirler. Öte yandan motor yükleri geri güç katsayılarıdır.

Aşağıdaki prosedürü uygulayarak yükü dengeli biçimde dağıtanacak bir tasarım yapmak ve bu tasarımın ekonomik uygulanabilirliğini belirlemek istiyoruz.

- Her kaynak için güç katsayısi ve karmaşık gücü ve faz ve nötr akımlarını hesaplayalım.
- Şimdi Şekil 9.38b'de gösterildiği gibi, ısıtma yükünü (H paneli) b fazına taşıyalım. Buna yük dengelemek denir. (a)'daki analizi tekrar edin.
- Faz ve nötr iletken dirençlerinin her birinin 0.05Ω olduğunu ve (a) sonuçlarında ihmali edilebilir etkiye sahip olduğunu varsayıyalım. (a) ve (b) için sistem hat kayıplarını bulun. Eğer söz konusu yükler günde 24 saat ve yılda 365 gün $\$0.08/\text{kWh}$ fiyatla işletiliyorsa, dengeli modda çalıştırılarak ne kadar enerji (ve para) tasarruf edilir?

a. Etkin akımlar aşağıdaki gibi hesaplanır:

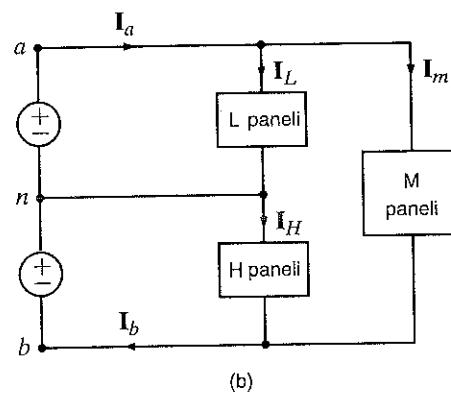
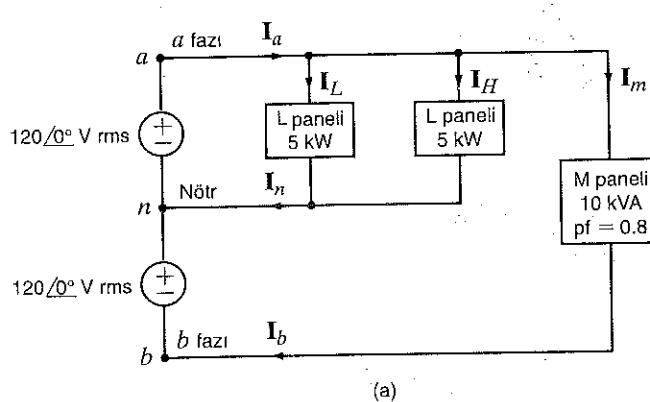
$$I_L = I_H = \frac{P}{V} = \frac{5000}{120} = 41.67 \text{ A rms}$$

Şekil 6.38

Tek faz üç telli güç dağıtım sistemi.

ve

$$I_m = \frac{10,000}{240} = 41.67 \text{ A rms}$$



Motor akımının faz açısını hesaplayalım:

$$\theta_m = \cos^{-1}(0.8) = -36.9^\circ$$

Dolayısıyla

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_a &= \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_H + \mathbf{I}_m \\ &= 41.67 / 0^\circ + 41.67 / 0^\circ + 41.67 / -36.9^\circ \\ &= 119.4 / -12.1^\circ \text{ A rms} \end{aligned}$$

bulunur. Nötr ve b fazı akımları aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_n &= \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_H = 83.34 / 0^\circ \text{ A rms} \\ \mathbf{I}_b &= 41.67 / -36.9^\circ \text{ A rms} \end{aligned}$$

Her kaynak için karmaşık güç ve güç katsayısını hesaplayalım:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_a &= \mathbf{V}_{an} \mathbf{I}_a^* = (120 / 0^\circ)(119.4 / +12.1^\circ) = 14 + j3 \text{ kVA} \\ \text{pf}_a &= \cos(12.1^\circ) = 0.9778 \text{ geride} \\ \mathbf{S}_b &= \mathbf{V}_{bn} \mathbf{I}_b^* = 4 + j3 \text{ kVA} \\ \text{pf}_b &= 0.8 \text{ geride} \end{aligned}$$

b. Dengeli durumda

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_a &= \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_m = 41.67 / 0^\circ + 41.67 / -36.9^\circ \\ &= 79.06 / -18.4^\circ \text{ A rms} \end{aligned}$$

olacaktır ve

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_b &= 79.06 / -18.4^\circ \text{ A rms} \\ \mathbf{I}_n &= 0 \end{aligned}$$

olur. Dolayısıyla

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_a &= \mathbf{V}_{na} \mathbf{I}_a^* = 9 + j3 \text{ kVA} \\ \text{pf}_a &= 0.9487 \text{ geride} \end{aligned}$$

olarak ve

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_b &= \mathbf{V}_{bn} \mathbf{I}_b^* = 9 + j3 \text{ kVA} \\ \text{pf}_b &= 0.9487 \text{ geride} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

c. Hatlarda kW cinsinden güç kaybı aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} P_{\text{loss}} &= R_a I_a^2 + R_b I_b^2 + R_n I_n^2 \\ &= 0.05(I_a^2 + I_b^2 + I_n^2)/1000 \end{aligned}$$

Bir yıl için toplam enerji kaybı

$$W_{\text{loss}} = (24)(365)P_{\text{loss}} = 8760 P_{\text{loss}}$$

olur. Yıllık maliyet

$$\text{Maliyet} = \$0.08 W_{\text{loss}}$$

olarak bulunur. Dengesiz ve dengeli durumlara ilişkin karşılaştırma aşağıdaki çizelgede verilmektedir:

	DENGESİZ DURUM	DENGELİ DURUM
$P_{\text{loss}}(\text{kW})$	1.147	0.625
$W_{\text{loss}}(\text{kW-h})$	10,034	5,475
Maliyet(\$)	804	438

Dolayısıyla dengeli bağlantı kullanılarak elde edilen yıllık tasarruflar aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\text{Yıllık enerji tasarrufu} = 10,048 - 5,475 = 4,573 \text{ kWh}$$

$$\text{Yıllık maliyet tasarrufu} = 804 - 438 = \$366$$

ÖZET

- **Anlık güç** Eğer akım ve gerilim zamanla sinyodal olarak değişiyorsa anlık güç, zamandan bağımsız bir ortalama değer ile, gerilim ya da akımın iki katı frekanslı bir sinyodal terimin toplamına eşittir.
- **Ortalama güç** $P = 1/2 VI \cos(\theta_v - \theta_i) = 1/2 VI \cos \theta$
Burada θ empedansın faz açısıdır.
- **Rezistif yük** V ve I aynı fazda olduğundan $P = 1/2 I^2 R = 1/2 VI$ olur.
- **Reaktif yük** $P = 1/2 VI \cos(\pm 90^\circ) = 0$
- **Maksimum Ortalama Güç Aktarımı** Bir yükle aktarılan ortalama gücü maksimum yapmak için, yük empedansı, geri kalan devrenin Thevenin eşdeğer empedansının karmaşık eşlenigine eşit olarak seçilmelidir.
- **Periyodik bir işaretin etkin değeri** Bir periyodik işaretin etkin değeri, bir kaynağın rezistif bir yükne kadar etkin güç sağladığını ölçmenin bir aracı olarak tanımlanmıştır. Periyodik bir işaretin etkin değeri işaretin karesinin ortalamasının kareköküne eşittir. Sinyodal bir fonksiyonun etkin değeri, maksimum değerinin $\sqrt{2}$ 'ye bölümüne eşittir.
- **Güç katsayıları** Görünür güç $V_{rms} I_{rms}$ olarak tanımlanır. Güç katsayıları ortalama gücün görünür güçce oranı olarak tanımlanır. Akımın fazı gerilimin önünde ise güç katsayısının ileride olduğu, akımın fazı gerilimin arkasında ise güç katsayısının geride olduğu söylenir. Geride güç katsayılı bir yükün güç katsayısı yük paralel kondansatör yerleştirilerek düzeltilebilir.
- **Karmaşık güç** S karmaşık gücü $V_{rms} I_{rms}^*$ çarpımı olarak tanımlanır. S karmaşık gücü, P aktif veya gerçek veya ortalama güç, Q ise reaktif veya tepki güç olmak üzere $S = P + jQ$ biçiminde yazılabilir.
- **Tek faz üç telli devre** ABD'de evlerde genellikle tek faz üç telli devre kullanılır. Büyük güçlü aletler iki hat arasına, kılıçlı güçlü aletler ve lambalar ise faz nötr arasına bağlanırlar. Ülkemizde bu sistem kullanılmaz. Ülkemizde tek fazlı devrelerde bir faz iletkeni bir de nötr iletkeni bulunur. Tüm ev cihazları ve aydınlatma gereçleri faz-nötr arasına bağlanır.
- **Güvenlik** Herhangi bir elektrik devresinin tasarımları ve kullanımında güvenlik birincil öncelikte olmalıdır. Çeşitli testisat yönetmeliğleri elektrik sistemlerinin kurulumu ve işletilmesinde uyulması gereken temel kuralları tanımlar.

PROBLEMLER

9.1 Bir devrenin girişindeki gerilim ve akım aşağıdaki ifadelerle verilmektedir.

$$v(t) = 6 \cos \omega t \text{ V}$$

$$i(t) = 4 \sin \omega t \text{ A}$$

Buna göre devre tarafından çekilen ortalama gücü belirleyiniz.

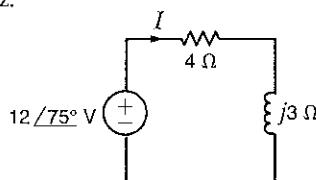
9.2 Bir devrenin girişindeki gerilim ve akım aşağıdaki ifadelerle verilmektedir.

$$v(t) = 170 \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$i(t) = 5 \cos(\omega t + 45^\circ) \text{ A}$$

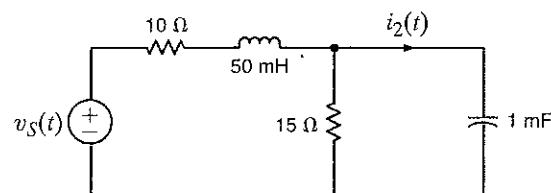
Buna göre devre tarafından çekilen ortalama gücü belirleyiniz.

9.3 Şekil P9.3'teki devre için akım ve anlık güç ifadelerini belirleyiniz.



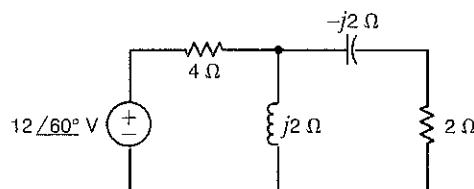
Şekil P9.3

9.4 Şekil P9.4'teki devrede, $v_S(t) = 100 \cos 100t$ volt olarak verilmektedir. Buna göre kaynak tarafından sağlanan ortalama gücü ve $i_2(t)$ akımını bulunuz.



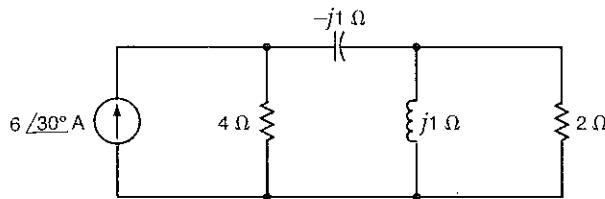
Şekil P9.4

9.5 Şekil P9.5'teki devredeki kaynak tarafından sağlanan anlık gücü belirleyiniz.



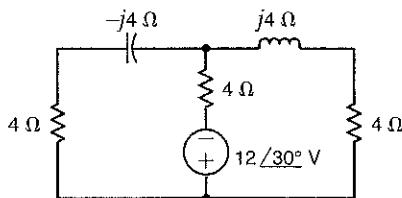
Şekil P9.5

- 9.6 Şekil P9.6'daki devredeki kaynak tarafından sağlanan anlık güçü belirleyiniz.



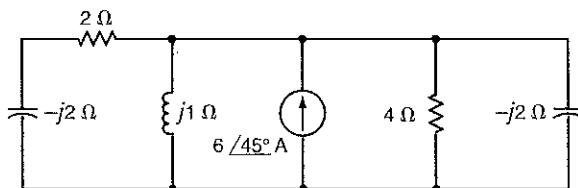
Şekil P9.6

- 9.7 Şekil P9.7'deki devredeki kaynak tarafından sağlanan anlık gücü belirleyiniz.



Şekil P9.7

- 9.8 Şekil P9.8'deki devredeki kaynak tarafından sağlanan anlık güçü belirleyiniz.

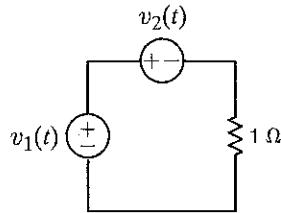


Şekil P9.8

- 9.9 Şekil P9.9'da gösterilen direnç tarafından çekilen ortalama gücü aşağıda verilen gerilim değerleri için bulunuz.

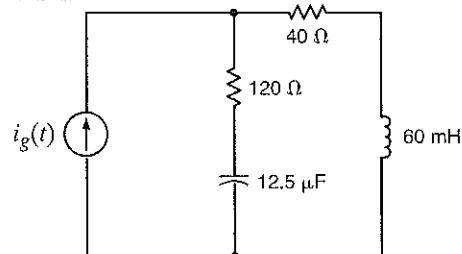
$$v_1(t) = 10 \cos(377t + 60^\circ) \text{ V} \quad \text{ve}$$

$$v_2(t) = 20 \cos(377t + 120^\circ) \text{ V.}$$



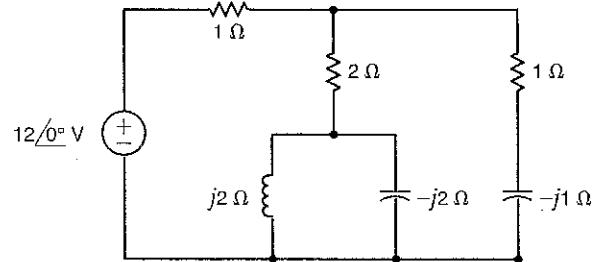
Şekil P9.9

- 9.10 Eğer $i_g(t) = 0.5 \cos 2000t \text{ A}$ ise Şekil P9.10'daki devredeki her bir eleman tarafından çekilen ortalama gücü bulunuz.



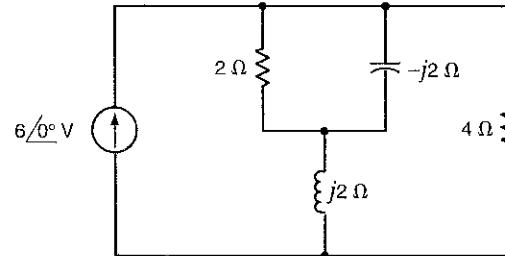
Şekil P9.10

- 9.11 Şekil P9.11'deki devre tarafından çekilen ortalama gücü bulunuz.



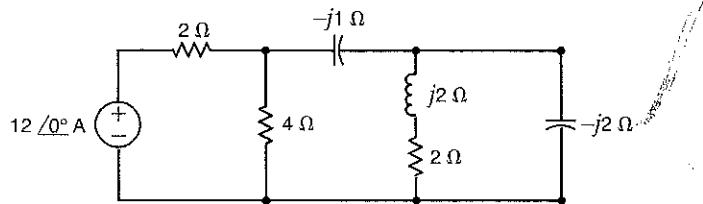
Şekil P9.11

- 9.12 Şekil P9.12'deki 2-Ω'luk direnç tarafından çekilen ortalama gücü ve devreye verilen toplam gücü bulunuz.



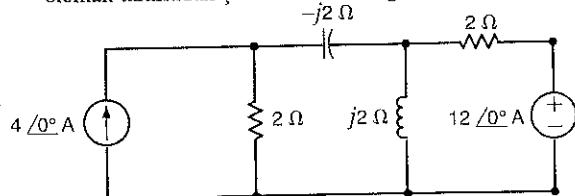
Şekil P9.12

- 9.13 Şekil P9.13'teki devredeki 2-Ω'luk direnç tarafından çekilen ortalama gücü ve devreye verilen toplam gücü bulunuz.



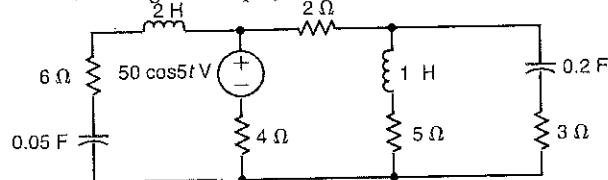
Şekil P9.13

- 9.14** Şekil P9.14'deki devreye verilen toplam gücü ve her bir eleman tarafından çekilen ortalama gücü bulunuz.



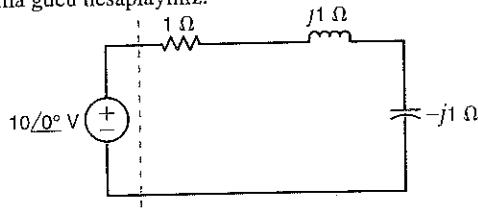
Şekil P9.14

- 9.15** Şekil P9.15'teki devredeki kaynak tarafından verilen ortalama gücü hesaplayınız.



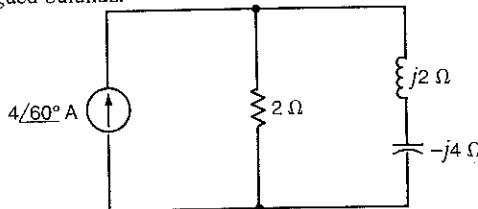
Şekil P9.15

- 9.16** Şekil P9.16'da gösterilen devrede, kesikli çizgili kısmın sağ tarafındaki her bir eleman tarafından çekilen ortalama gücü hesaplayınız.



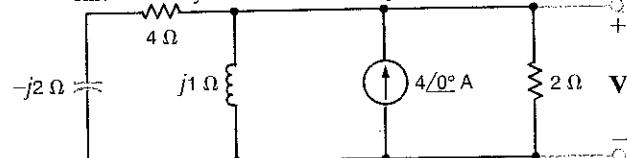
Şekil P9.16

- 9.17** Şekil P9.17'de gösterilen devre tarafından çekilen ortalama gücü bulunuz.



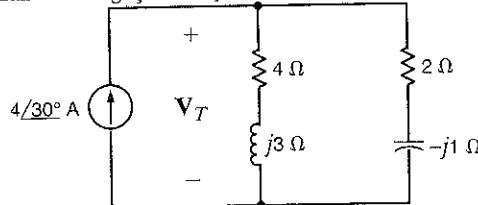
Şekil P9.17

- 9.18** Şekil P9.18'de gösterilen devredeki her bir kaynak tarafından devreye verilen ortalama gücü belirleyiniz.



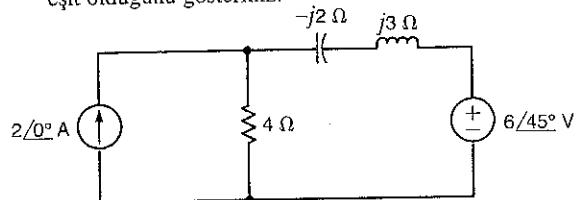
Şekil P9.18

- 9.19** Şekil P9.19'da verilen devredeki her bir eleman tarafından verilen güçleri ve çekilen ortalama gücü bulunuz.



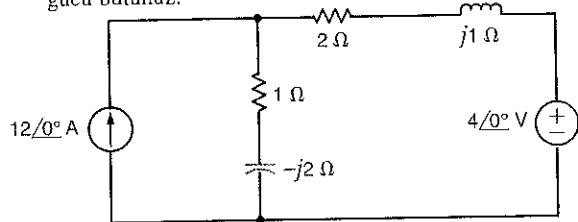
Şekil P9.19

- 9.20** Şekil P9.20'de verilen devrede, kaynaklar tarafından verilen gücün pasif elemanlar tarafından çekilen gücü eşit olduğunu gösteriniz.



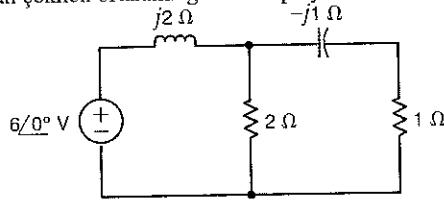
Şekil P9.20

- 9.21** Şekil P9.21'de verilen devrede, devreye verilen ortalama gücü bulunuz.



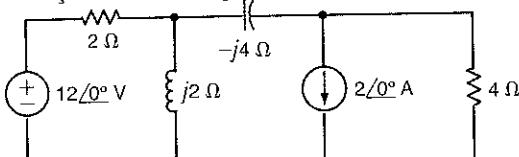
Şekil P9.21

- 9.22** Şekil P9.22'de gösterilen devrede 1-Ω'luk direnç tarafından çekilen ortalama gücü hesaplayınız.



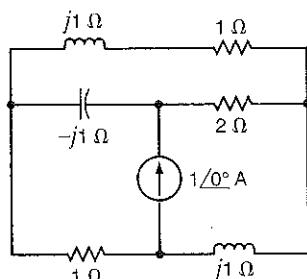
Şekil P9.22

- 9.23** Şekil P9.23'te gösterilen devrede 4-Ω'luk direnç tarafından çekilen ortalama gücü hesaplayınız.



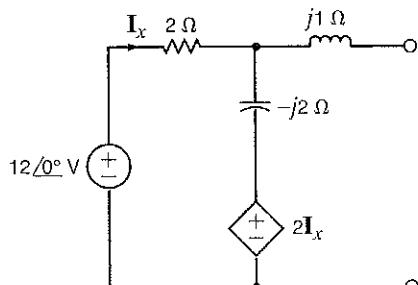
Şekil P9.23

- 9.24 Şekil P9.24'teki devrede, devreye verilen ortalama gücü belirleyiniz.



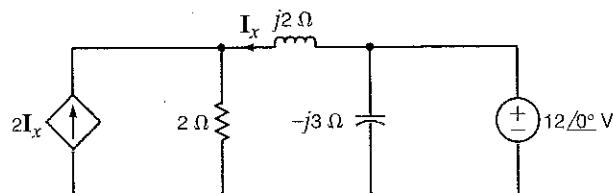
Şekil P9.24

- 9.25 Şekil P9.25'te gösterilen devrenin çıkış uçlarına bağlı 2Ω 'luk direnç tarafından çekilen ortalama gücü belirleyiniz.



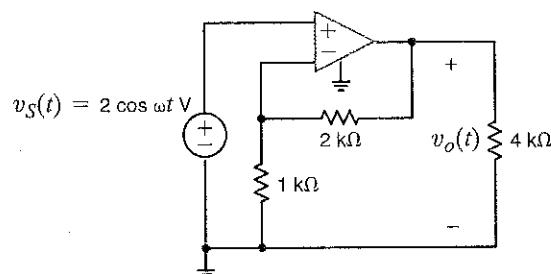
Şekil P9.25

- 9.26 Şekil P9.26'da gösterilen devredeki 2Ω 'luk direnç tarafından çekilen ortalama gücü belirleyiniz.



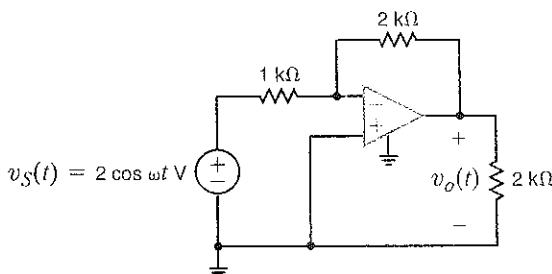
Şekil P9.26

- 9.27 Şekil P9.27'deki $4\text{-k}\Omega$ 'luk direnç tarafından çekilen ortalama gücü belirleyiniz.



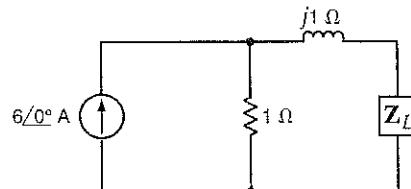
Şekil P9.27

- 9.28 Şekil P9.28'deki $2\text{-k}\Omega$ 'luk çıkış direnci tarafından çekilen ortalama gücü belirleyiniz.



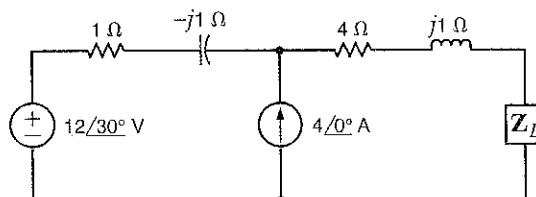
Şekil P9.28

- 9.29 Şekil P9.29'da gösterilen devrede, maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L empedansını ve Z_L empedansına transfer edilen maksimum güç değerini belirleyiniz.



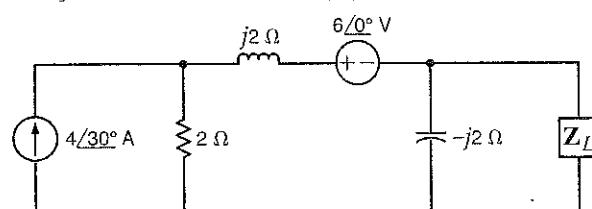
Şekil P9.29

- 9.30 Şekil P9.30'da gösterilen devrede, maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L empedansını ve Z_L empedansına transfer edilen maksimum güç değerini belirleyiniz.



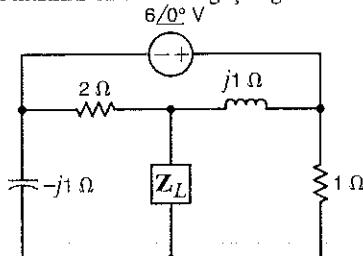
Şekil P9.30

- 9.31 Şekil P9.31'de gösterilen devrede maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L empedansını ve yük tarafından çekilen maksimum ortalama güç değerini belirleyiniz.



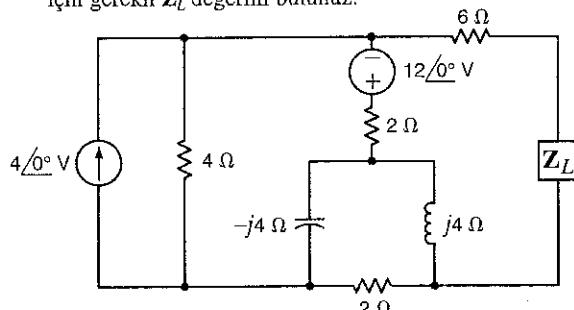
Şekil P9.31

- 9.32 Şekil P9.32'de gösterilen devrede maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L empedansını ve yük tarafından çekilen maksimum ortalama güç değerini belirleyiniz.



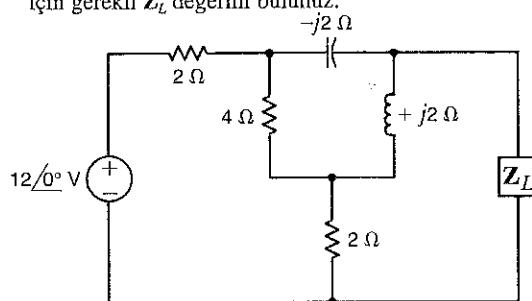
Şekil P9.32

- 9.33 Şekil P9.33'de, yükle maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L değerini bulunuz.



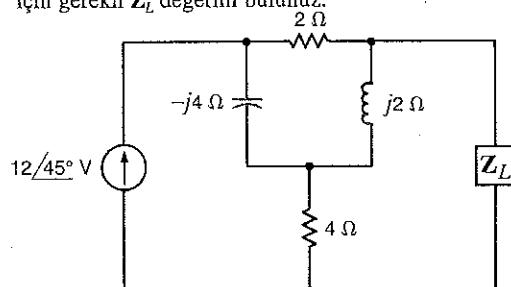
Şekil P9.33

- 9.34 Şekil P9.34'te, yükle maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L değerini bulunuz.



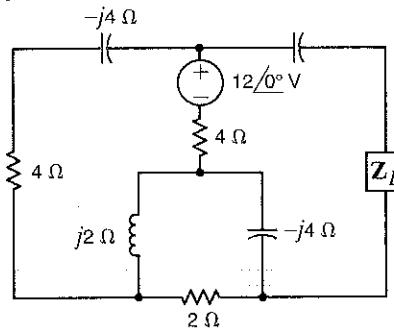
Şekil P9.34

- 9.35 Şekil P9.35'te, yükle maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L değerini bulunuz.



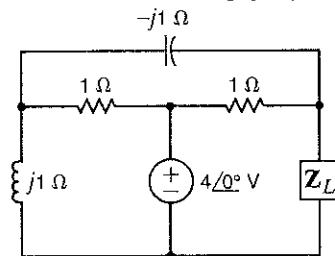
Şekil P9.35

- 9.36 Şekil P9.36'de, yükle maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L değerini bulunuz.



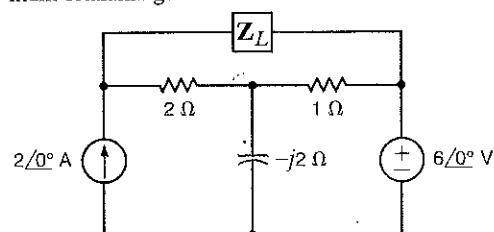
Şekil P9.36

- 9.37 Şekil P9.37'de gösterilen devrede, maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L empedansını ve Z_L 'ye transfer edilen maksimum ortalama güç değerini bulunuz.



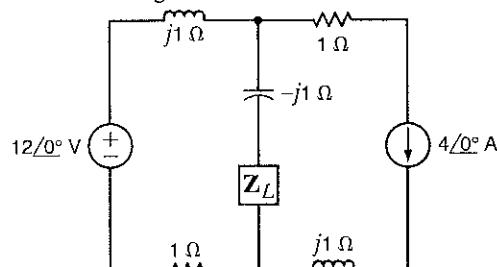
Şekil P9.37

- 9.38 Şekil P9.38'de gösterilen devrede, maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L 'yi ve transfer edilen maksimum ortalama güçü bulunuz.



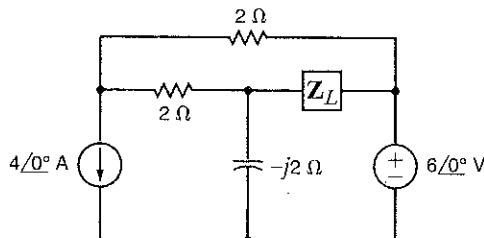
Şekil P9.38

- 9.39 Şekil P9.39'da gösterilen devrede, maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L 'yi ve transfer edilen maksimum ortalama güçü bulunuz.



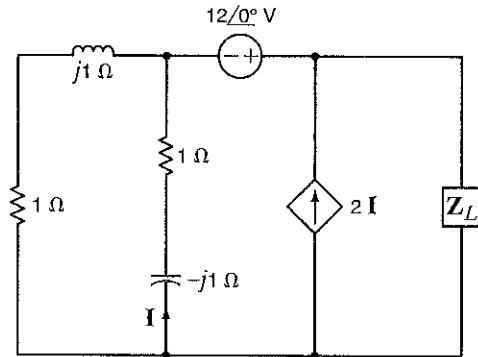
Şekil P9.39

- 9.40** Şekil P9.40'da gösterilen devrede maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L empedansını ve yük tarafından çekilen maksimum ortalama güç değerini belirleyiniz.



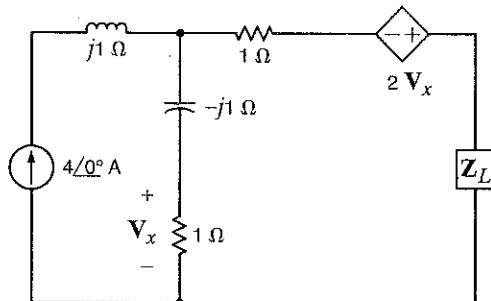
Şekil P9.40

- 9.41** Şekil P9.41'de gösterilen devrede, maksimum ortalama güç transferi için gerekli Z_L empedansını ve Z_L 'ye transfer edilen maksimum ortalama güç değerini bulunuz.



Şekil P9.41

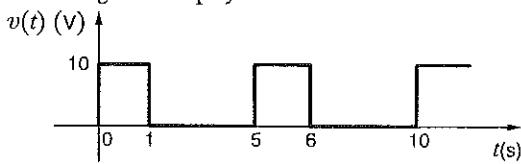
- 9.42** Problem 9.40'ı Şekil P9.42'te gösterilen devre için tekrar ediniz.



Şekil P9.42

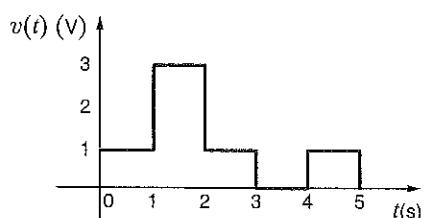
- 9.43** $v(t) = 10 + 20 \cos(377t + 30^\circ)$ V ifadesiyle verilen gerilimin etkin değerini hesaplayınız.

- 9.44** Şekil P9.44'de gösterilen dalgabiciği ile verilen gerilimin etkin değerini hesaplayınız.



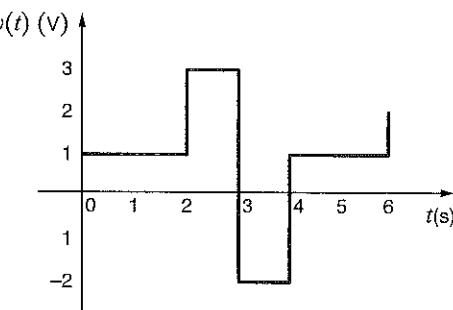
Şekil P9.44

- 9.45** Şekil P9.45'te gösterilen dalgabiciinin etkin değerini bulunuz.



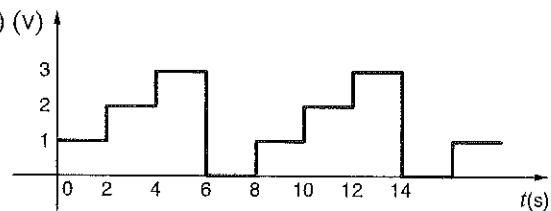
Şekil P9.45

- 9.46** Şekil P9.46'da gösterilen dalgabiciinin etkin değerini hesaplayınız.



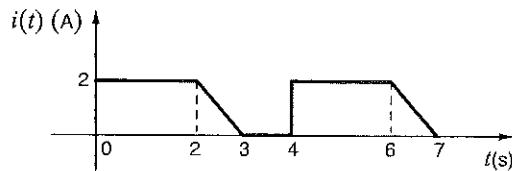
Şekil P9.46

- 9.47** Şekil P9.47'de gösterilen dalgabiciinin etkin değerini hesaplayınız.



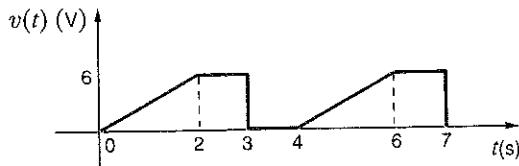
Şekil P9.47

- 9.48** Şekil P9.48'de gösterilen dalgabiciinin etkin değerini hesaplayınız.

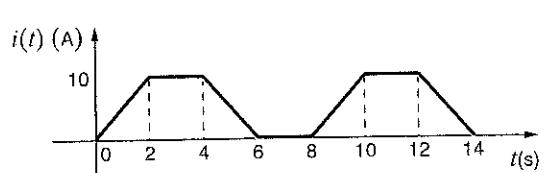


Şekil P9.48

- 9.49** Şekil P9.49'daki dalga biçiminin etkin değerini hesaplayınız. **9.50** Şekil P9.50'de gösterilen dalgabiciinin etkin değerini hesaplayınız.

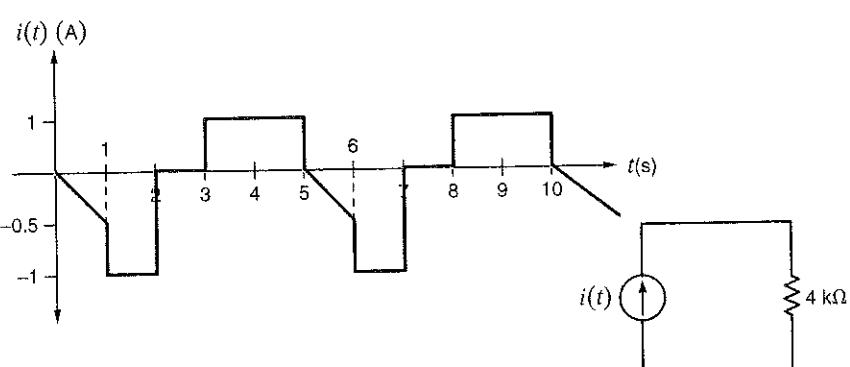


Şekil P9.49



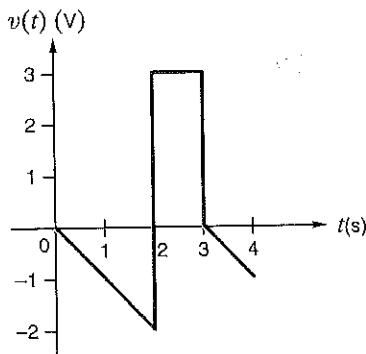
Şekil P9.50

- 9.51** Şekil P9.51'de gösterilen akım 4Ω 'luk bir dirence uygulanmıştır. Dirence harcanan ortalama gücü hesaplayınız.



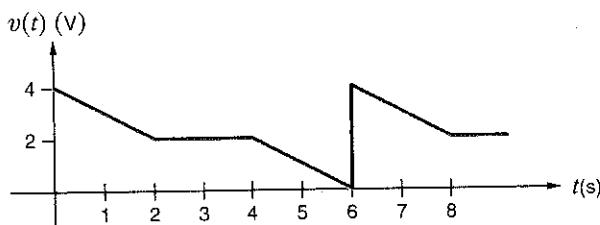
Şekil P9.51

- 9.52** Şekil P9.52'de gösterilen dalgabiciinin etkin değerini bulunuz.



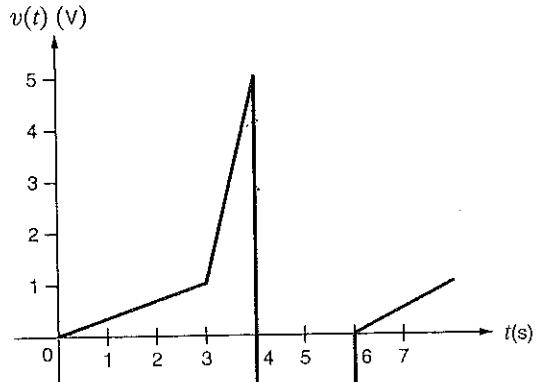
Şekil P9.52

- 9.53** Şekil P9.53'de gösterilen dalgabiciinin etkin değerini hesaplayınız.



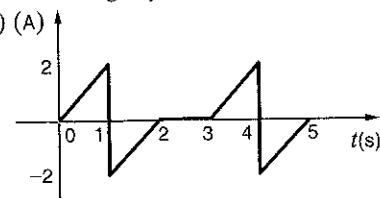
Şekil P9.53

- 9.54** Şekil P9.54'de gösterilen dalgabiciinin etkin değerini bulunuz.



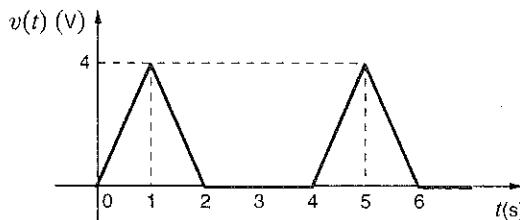
Şekil P9.54

- 9.55** Şekil P9.55'teki dalgabiciinin etkin değerini hesaplayınız.



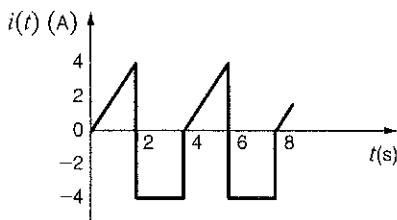
Şekil P9.55

- 9.56** Şekil P9.56'da gösterilen dalga biçiminin etkin değerini hesaplayınız.



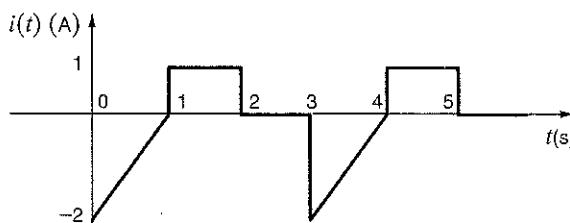
Şekil P9.56

- 9.57** Şekil P9.57'de dalga biçimini verilen akım $5\text{-}\Omega$ 'luk bir dirençten akmaktadır. Direnç tarafından çekilen ortalama güçü bulunuz.



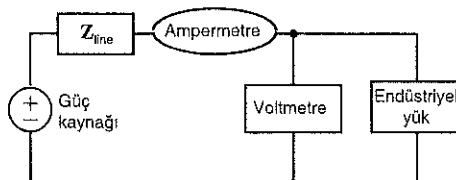
Şekil P9.57

- 9.58** Şekil P9.58'de gösterilen dalga biçiminin etkin değerini hesaplayınız.



Şekil P9.58

- 9.59** Şekil P9.59'daki endüstriyel yükün indüktif olduğu ve 90kW tükettiği biliniyor. Ampermetreden okunan değer 260A rms ve voltmetreden okunan değer 480 V rms ise güç katsayısını belirleyiniz.



Şekil P9.59

- 9.60** Şekil P9.59'daki endüstriyel yük 0.88 geri güçkatsayısı ile 110kW tüketiyor. Ampermetre 252A rms gösterdiğine göre voltmetredeki değeri bulunuz.

- 9.61** Şekil P9.59'daki endüstriyel yük 0.88 geri güç katsayısı ile 88kW tüketiyor. Verilen güç 96kW ve hat empedansı $0.1\ \Omega$ olduğuna göre ampermetre ve voltmetredeki değerleri belirleyiniz.

- 9.62** Şekil P9.59'daki güç kaynağı 50kW üretiyor. Hat empedansı $0.095\ \Omega$ değerindedir. Yük 43kW tükettiğine ve voltmetre 220V rms gösterdiğinde göre ampermetrenin gösterdiği değer ile indüktif yükün güç katsayısı değerini belirleyiniz.

- 9.63** Bir tesis 0.9 geri güç katsayısı ile 100kW tüketmektedir. Yük akımı 200A rms ise gerilimi bulunuz.

- 9.64** Bir tesis bir 240-V rms hattan 20kW güç çeker. Yük güç katsayıısı 0.9 ise yük geriliminin yük akımının önünde olduğu açı nedir? Eğer hat gerilimi fazörü $240\ /0^\circ\text{V rms}$ ise yük akım fazörü nedir?

- 9.65** Bir tesis 240-V rms hattan 250A rms akım çekerek $50\text{kW}'lık$ bir yükü beslemektedir. Yükün güç katsayısı nedir?

- 9.66** Enerji şirketi, bir endüstriyel yüke $0.09\text{-}\Omega$ dirençli bir iletim hattı üzerinden 94kW aktarmak için 100kW üretmektedir. Güç katsayıısı geride 0.83 ise yük gerilimini bulunuz.

- 9.67** $0.08 + j0.25\ \Omega$ empedanslı bir iletim hattı bir yüke güç taşımak için kullanılmaktadır. Yük indüktiftir olup $220\ /0^\circ\text{V}$ 'luk yük gerilimi 60Hz freksanslıdır. Eğer yükün $12\text{kW}'a$ gereksinimi varsa ve hattaki aktif güç kaybı 560W ise yükün güç katsayısı açısını belirleyiniz.

- 9.68** Enerji şirketi bir endüstriyel yüke 80kW güç sağlamaktedir. Yük, iletim hattından 220A rms çekmektedir. Eğer yük gerilimi 440V rms ise ve yük güç katsayıısı geride 0.8 ise iletim hattındaki kayipları bulunuz.

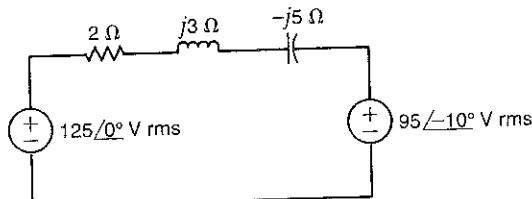
- 9.69** Enerji şirketi bir endüstriyel yüke 40kW güç sağlamaktadır. Yük iletim hattından 200A rms çekmektedir. Eğer yük gerilimi 240V rms ise ve yük güç katsayıısı geride 0.8 ise iletim hattındaki kayipları bulunuz.

- 9.70** 40kW tüketen bir endüstriyel yük enerji şirketi tarafından $0.1\text{-}\Omega$ dirençli bir iletim hattı üzerinden 44kW ile beslenmektedir. Yükteki gerilim 220V rms ise yükteki güç katsayısını bulunuz.

- 9.71** $0.1 + j0.2\ \Omega$ empedanslı bir iletim hattı bir yüke güç taşımak için kullanılmaktadır. Yük kapasitiftir ve yük gerilimi $60\text{Hz}'de 240\ /0^\circ\text{V rms}'dir. Eğer yükün $15\text{kW}'a$ ihtiyacı varsa ve hattaki aktif güç kaybı 660W ise hat giriş gerilimini belirleyiniz.$

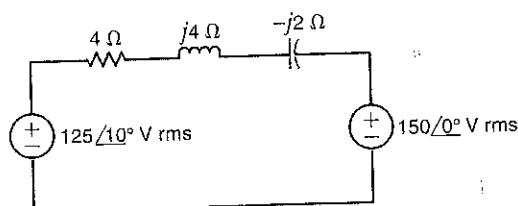
- 9.72** Bir endüstriyel yük geride 0.8 güç katsayısı ile $30\text{kW}'ta$ çalışmaktadır. Yük gerilimi $240\ /0^\circ\text{V rms}'dir. İletim hattındaki aktif ve reaktif güç kayipları sırasıyla 1.8kW ve $2.4\text{kVar}'dir. İletim hattının empedansını ve hat giriş gerilimini bulunuz.$$

- 9.73** Şekil P9.73'deki devredeki her bir eleman tarafından çekilen aktif ve reaktif güçü bulunuz.



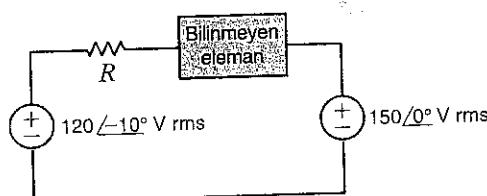
Şekil P9.73

- 9.74** Şekil P9.74'teki devrede her bir elemanın (kaynaklar da dahil olmak üzere) çektiği aktif ve reaktif güçü hesaplayınız.



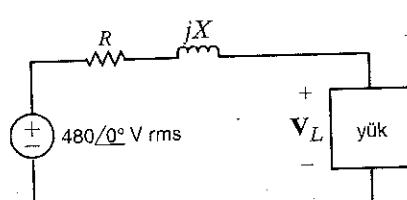
Şekil P9.74

- 9.75** Şekil P9.75'deki devrede sağdaki kaynak tarafından çekilen karmaşık güç olarak verilmektedir. R değerini ve bilinmeyen elemanın ne olduğunu ve bu elemanın değerini $f=60$ Hz ise bulunuz. (Eleman kondansatörse kapasitansını veriniz, eleman induktör ise induktansını veriniz.)



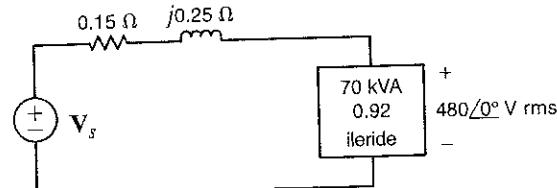
Şekil P9.75

- 9.76** Şekil P9.76'daki devredeki kaynak geride 0.9 güç katsayı ile 40 kW güç vermektedir. İletim hattı üzerindeki aktif ve reaktif kayıplar sırasıyla 1.6 kW ve 2.1 kVAr değerindedir. R , X ve yük gerilimini hesaplayınız.



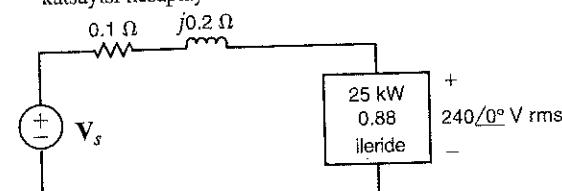
Şekil P9.76

- 9.77** Şekil P9.77'de gösterilen devrede V_s gerilim fazörünü, kaynak tarafından verilen karmaşık güçü ve kaynağın güç katsayısını hesaplayınız.



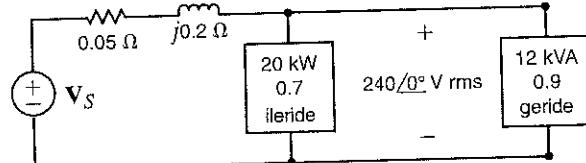
Şekil P9.77

- 9.78** Şekil P9.78'de gösterilen devrede V_s gerilim fazörünü, kaynak tarafından verilen karmaşık güçü ve kaynağın güç katsayısını hesaplayınız.



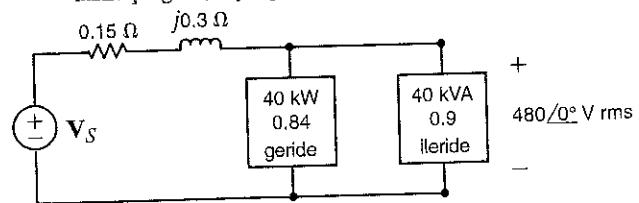
Şekil P9.78

- 9.79** Şekil P9.79'da verilen devreye göre kaynağın verdiği karmaşık güçü, kaynağın güç katsayısını ve $v_s(t)$ gerilimini hesaplayınız. Frekans 60 Hz'dır.



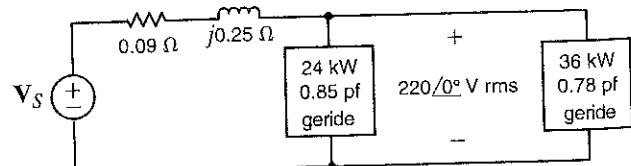
Şekil P9.79

- 9.80** Şekil P9.80'de $f=60$ Hz ise, kaynak tarafından verilen karmaşık güçü, kaynağın güç katsayısını ve $v_s(t)$ 'yi bulunuz.



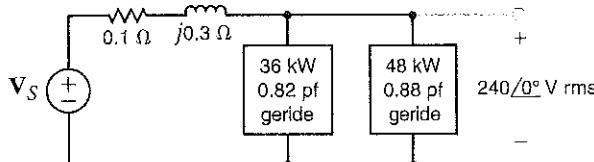
Şekil P9.80

- 9.81** Şekil P9.81'de gösterilen devrede Kirchhoff yasalarını kullanarak kaynak gerilimini hesaplayınız.



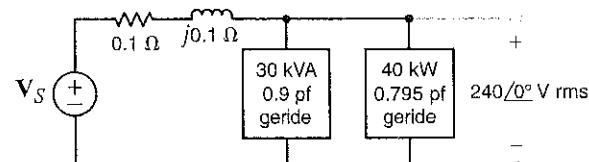
Şekil P9.81

9.82 Şekil P9.82'deki devre için V_s giriş gerilimini belirleyiniz.



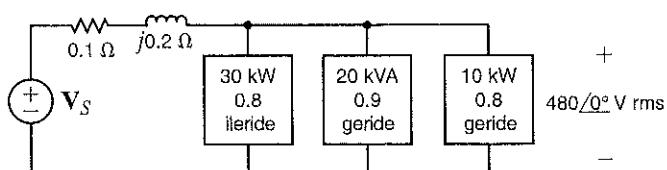
Şekil P9.82

9.83 Şekil P9.83'deki devre için V_s giriş gerilimini belirleyiniz.



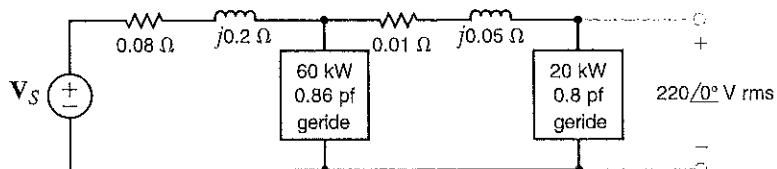
Şekil P9.83

9.84 Şekil P9.84'de verilen devre için kaynak tarafından verilen karmaşık güçü ve kaynak güç katsayısimı bulunuz. Eğer $f = 60$ Hz ise $v_s(t)$ 'yi bulunuz.



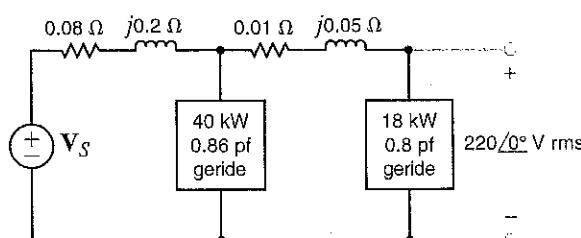
Şekil P9.84

9.85 Şekil P9.85'te verilen devre için kaynak gerilimini ve giriş güç katsayısını hesaplayınız.



Şekil P9.85

9.86 Şekil P9.86'da verilen devre için kaynak gerilimini ve giriş güç katsayısını hesaplayınız.



Şekil P9.86

9.87 Problem 9.86'da 18 kW'lık yükün güç katsayısını geride 0.9 değerine yükseltmek için bu yükle paralel olarak yerleştirilecek kapasitans değeri ne olmalıdır?

9.88 Bir endüstriyel yük, 240 / 0° -V rms 60-Hz hattan beslenmekte ve 0.82 geri güç katsayısında 44 kW tüketmektedir. Elimizde toplam 600 μF'lik bir kondansatör bankası bulunmaktadır. Eğer bu kondansatörler yükle paralel yerleştirilirse toplam yükün yeni güç katsayıısı ne olur?

9.89 Bir yük 0.8 geri güç katsayısına sahiptir. 270-V rms 60-Hz hattan yükle verilen güç 40 kW'tır. Güç katsayısını geride 0.9 değerine çıkarmak için yükle paralel yerleştirilecek kapasite değeri nedir?

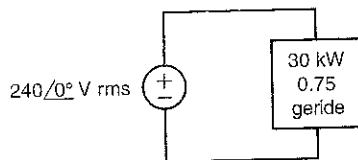
9.90 Bir yük geride 0.8 güç katsayısı değerine sahiptir. 220-V rms 60-Hz hattan yükle verilen güç 40 kW'tır. Güç katsayısını geride 0.9 değerine çıkarmak için yükle paralel yerleştirilecek kapasite değeri nedir?

9.91 $0.1 + j0.2 \Omega$ hat empedanslı bir iletişim hattı üzerinden bir endüstriyel yük beslenmektedir. Yük 60 Hz frekanslı 480 / 0° V rms gerilim uygulanmaktadır. Yük geride 0.75 güç katsayısında 124 kW tüketmektedir. Güç katsayısını geride 0.9 değerine çıkarmak için yükle paralel yerleştirilecek kapasite değeri nedir?

9.92 0.76 geri güç katsayılı 60 kW'lık bir endüstriyel yük 240 / 0° V rms, 60-Hz hat geriliminden beslenmektedir. Güç katsayısını geride 0.9 değerine çıkarmak için yükle paralel yerleştirilecek kapasite değeri nedir?

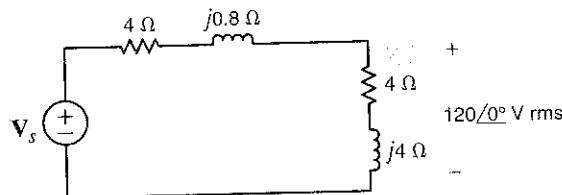
- 9.93** Bir tesis 240-V rms 60-Hz hattan, geride 0.75 güç katsayısı ile 60 kW çekmektedir. Güç katsayısını geride 0.9 değerine çıkarmak için yükle paralel yerleştirilecek kapasite değeri nedir?
- 9.94** Bir asenkon motor grubu 240 $/0^\circ$ -V rms, 60 Hz hattan 0.78 geri güç katsayıısında 36 kW çekmektedir. Eğer yükle paralel 200 μF 'luk kondansatörler yerleştirilirse toplam yükün yeni güç katsayısı ne olur?

- 9.95** Şekil P9.95'de, güç katsayısı değerini 0.94 geride değerine getirmek için yükle paralel bağlanması gereken kondansatör değerini belirleyiniz. Frekans $f = 60 \text{ Hz}$ 'dir.



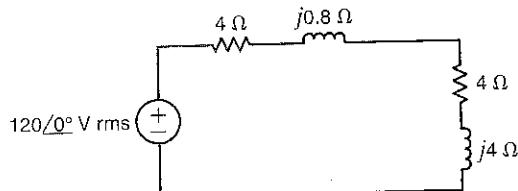
Şekil P9.95

- 9.96** Şekil P9.96'deki devrede bir yük $4 + j4 \Omega$ 'luk bir empedansla modellenmektedir. Güç katsayısı değerini 0.95 geride değerine getirmek için yükle paralel bağlanması gereken kapasitans değerini belirleyiniz. Frekans $f = 60 \text{ Hz}$ 'dir.



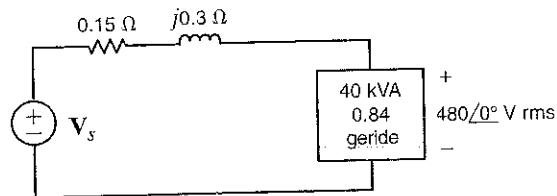
Şekil P9.96

- 9.97** Şekil P9.97'deki devrede bir yük $4 + j4 \Omega$ 'luk bir empedansla modellenmektedir. Güç katsayısı değerini geride 0.95 değerine getirmek için yükle paralel bağlanması gereken kapasitans değerini belirleyiniz. Frekans $f = 60 \text{ Hz}$ 'dir.



Şekil P9.97

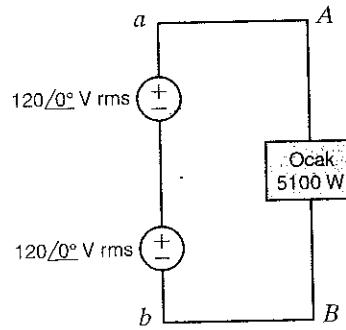
- 9.98** Şekil P.9.98'de gösterilen yükle paralel kondansatör bağlanarak güç katsayısı bir yapılmak istenmektedir. Gerekli kapasitans değeri ne olmalıdır? Güç katsayısı bir yapıldıktan sonra kaynaktan verilen karmaşık güçü hesaplayınız. Frekans $f = 60 \text{ Hz}$ 'dir.



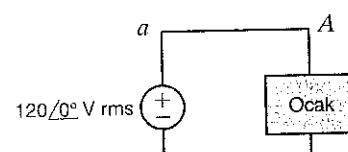
Şekil P9.98

- 9.99** 5 kW'luk bir yük 60 Hz, 240-V rms'te çalışmaktadır ve güç katsayısı geride 0.866 değerindedir. Bir kapasitor kullanarak güç katsayısını en azından geride 0.975 yapmak istiyoruz. Bu Çizelge 6.1'de verilen kondansatörlerden bir tanesi kullanılarak bu gerçekleştirilebilir mi?

- 9.100** 5.1 kW'lık bir elektrikli ocak Şekil P9.100a'da gösterildiği gibi 240 V rms sinüzodial gerilimde çalışacak şekilde tasarlanmıştır. Fakat elektrik teknisyeni yanlışlıkla Şekil P9.100b'de gösterildiği gibi 120 V rms bağlantısı yapmıştır. Bu hatanın etkisi ne olur?



(a)

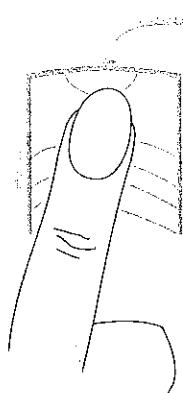


(b)

Şekil P9.100



9.101 Bir kadın, kendisini yerden yalıtmak için bir minderin üzerine çıkararak, Şekil P9.101'de gösterildiği gibi, bir elektrik prizini test etmek istemiştir. Kadının parmağının ucu bir hattın bir yanına dokunurken parmağının yan tarafı da hattın diğer yanına dokunmaktadır. Kolun herhangi bir kısmının direncinin $95\ \Omega$ 'luk bir direnç olduğu varsayıarak, vücutta herhangi bir akım olup olmadığını belirleyiniz. Kalp civarında akım var mıdır?



Sekil Pg.101

9.102 Deneyimsiz bir araba tamircisi bir arabaya 12-V luk bir akü takmaktadır. Önce eksik ucu takmış, artı ucu takmak için elinde sıkıcı tuttuğu anahtar ile cıvatayı sıkarken parmağındaki altı yüzük araba şasisi ile temas eder. Bu durum Şekil P9.102'de modellenmiştir. Burada anahtar direncini ihmal edilebilir kabul edilmiş temas direnci değerleri aşağıda verilmektedir.

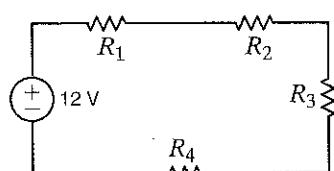
$$R_1 = R_{\text{circuitului anihilator direct}} = 0.012 \Omega$$

$$R_2 = R_{\text{anahardan yüzüne direnç}} = 0.012 \Omega$$

$$R_3 = R_{\text{yatıksız direnci}} = 0.012 \Omega$$

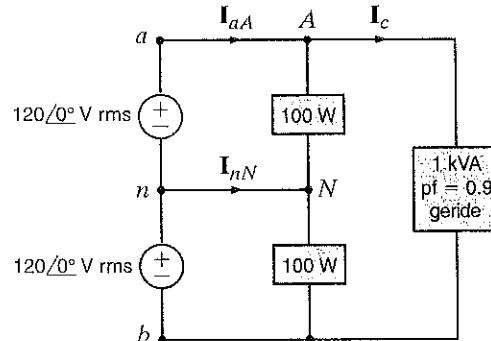
$$R_4 = R_{\text{widerstand sattes diffus}} = 0,012 \Omega$$

Yüzükte hızlıca harcanan güç ne kadardır? Bu güç kaybının etkisi ne olur?



Şekil Pg.102

9.103 Bir tek fazlı üç telli 60-Hz devre şekilde gösterildiği gibi üç yükü beslemektedir. I_{1A} , I_{1N} , I_2 değerlerini ve kilowatt-saat cinsinden 24 saat süreli enerji kullanımını belirleyiniz.



Sekil Pg.103

9.104 Büyüktür bir odayı aydınlatmak için 120-V rms'lik ev armatürleri kullanularacaktır. Toplam aydınlatma yükü 8kW'tır. Yönetmeliklere göre % 25 güvenlik payına göre hesaplanmış sigorta değeri 20 A rms'den büyük olmamalıdır. Bu gereksinimle göre birbirinin aynısı olan kaç tane paralel devre kullanmak gerekmektedir.

9.105 Bir adam ve oğlu uçurtma uçuruyorlar. Uçurtma bir elektrik direğine yakın bir noktada 7200-V rms gerilimli enerji hattına dolanır. Adam uçurtmayı kurtarmak için elektrik direğine çıkar. Uçurtmayı çıkarmak isterken kazara 7200-V rms hatta dokunur. Elektrik hattının iyi topraklandığı varsayılsa adamın vücutundan akan akım değeri ne olabilir?

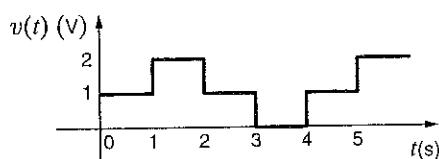
ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

9ÇSS-1 Bir endüstriyel yük 0.707 geride güç katsayısı ile 120 kW tüketmektedir ve 480 /0°V rms, 60 Hz bir hatta bulunmaktadır. Güç katsayısını 0.95 geride değerine yükseltmek için yükle paralel bağlanacak kapasitör değerini belirleyiniz.

- a. $642 \mu\text{F}$
- b. $763 \mu\text{F}$
- c. $928 \mu\text{F}$
- d. $471 \mu\text{F}$

9ÇSS-2 Aşağıdaki dalga biçiminin etkin değerini belirleyiniz.

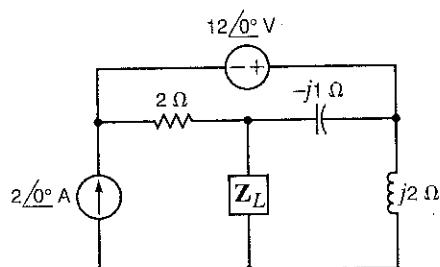
- a. 2.33 V
- b. 1 V
- c. 3.25 V
- d. 1.22 V



Şekil 9ÇSS-2

9ÇSS-3 Şekil 9ÇSS-3'teki devrede, maksimum güç transferi için gerekli Z_L empedansını bulunuz.

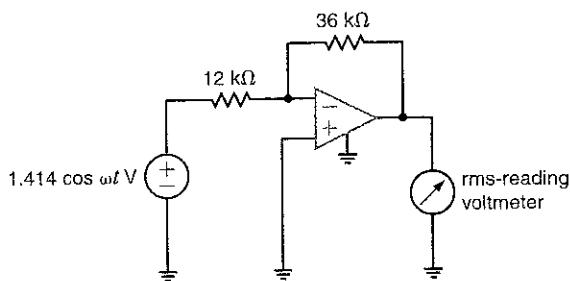
- a. $0.8 + j2.4 \Omega$
- b. $0.4 - j1.2 \Omega$
- c. $0.2 + j1.4 \Omega$
- d. $0.3 - j1.6 \Omega$



Şekil 9ÇSS-3

9ÇSS-4 Şekil 9ÇSS-4'te gösterilen işlemsel yükseltecin çıkışına etkin değer okuyan bir voltmetre bağlanmıştır. Okunan değeri bulunuz.

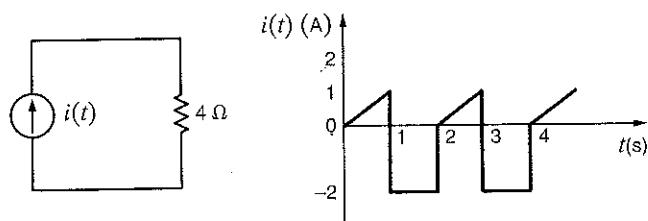
- a. 3 V
- b. 5.2 V
- c. 4.24 V
- d. 2 V



Şekil 9ÇSS-4

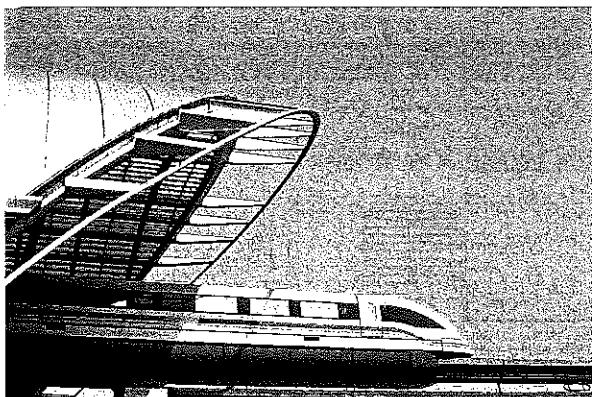
9ÇSS-5 Akım dalga biçimi Şekil 9ÇSS-5b'deki gibiye Şekil 9ÇSS-5a'daki dirence iletilen ortalama gücü belirleyiniz.

- a. 18.78 W
- b. 8.64 W
- c. 2.82 W
- d. 10.91 W



Şekil 9ÇSS-5

MANYETİK BAĞLAŞIMLI DEVRELER



Fudan Li/iStockphoto

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI:

- Ortak (karşılıklı) indüktans, bağlaşım (kuplaj) katsayısı ve sarım oranı kavramlarını anlamak
- Ortak indüktans içeren devrelerde gerilimlerin ve akımların nasıl hesaplanacağını öğrenmek
- İdeal transformator içeren devrelerde gerilimlerin ve akımların nasıl hesaplanacağını öğrenmek

Manyetik Raylı Tren Bir zamanların Amerikası'ndaki hızlı posta servisi olan Pony Express'in bugünkü karşılığı elektronik posta ise, eski batıdaki atlı arabaların günümüzdeki karşılığı sizce hangi mucizevi araçtır? Yanınızın hızlı tren mi? Çok güzel! Ama daha iyi bir yanıt, kısaltması MagLev olan manyetik raylı (manyetik kaldıraklı) trendir. Dünyanın en hızlı yolcu trenleri olan bu trenler raylardan 10 mm yükseklikte bir manyetik alanda, lineer asenkron motorun uyarması ile hareket ederler. Şangay Pudong Uluslararası Havaalanında, Japonya'nın ünlü hızlı Bullet treninden % 60 daha hızlı, saatte 480 km'nin üzerinde hızlara erişen bir MagLev vardır. Manyetik güçle çalışan bu trenler şu ana kadar gerçekleştirilmiş en rahat sürüsüz özelliğine sahiptir.

MagLev trenler öncelikle iki büyük şehir arasında yolcu taşıması için kullanılır. MagLev sistemlerin çeşitli avantajları vardır. Hareket eden parça olmadığından düşük bakım gerektirir, hava direnci dışında sürtünme yoktur, tekerlek gürültüsü yok-

tur, egzos dumanı yoktur ve müthiş bir hız vardır. Tek dezvantaj bu trenlerin, mevcut diğer demir yollarına uygun olmaması ve maliyetin yüksekliğidir.

Bu bölümde MagLev teknolojisinin temel kavramı, bağlaşımlı devrelerde değişken akımların yarattığı manyetik etkiler incelenecaktır. Bu manyetik alanlardan ötürü yakınlardaki devre parçalarında gerilimler endüklenir. Bu bağlaşımın etkisi ortak indüktans terimleri ile gösterilir. En yaygın kullanılan manyetik elemanlardan biri transformatörlerdir. Primerlerindeki (birincil sargı) gerilim ve akımlar, sekonderlerinde (ikincil sargı) daha yüksek veya düşük olabilen transformatörlerin çok uzak mesafelere enerji iletimi gerçekleştirmek ya da akustik cihazlarda empedans uyulmama gibi birçok uygulaması vardır. Oldukça güçlü manyetik alanlara ihtiyacı olan MagLev trenleri de yüksek hızlı ulaşım için aynı temel kavamlardan yararlanır. Bu sıhirdir, elektromanyetiktir.

10.1

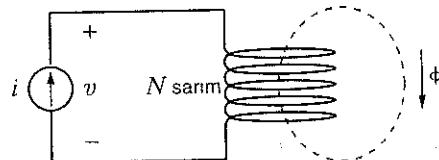
Ortak İndüktans

Bu konuya başlarken öncelikle ilgili olduğumuz tüm elemanların “ideal” olduğunu varsayıdığımızı belirtmeliyiz. Örneğin, bir indüktör yapmak için kullanılan sargının direncini ve olası lecek herhangi bir kaçak kapasiteyi ihmal ediyoruz. Bu yaklaşım özellikle ortak indüktans tartışmamızda önemlidir çünkü bu konunun tam analizi çok karmaşıktır. Bu kitaptaki genel yaklaşımıza gereği, bu kitabın kapsamı dışındaki konuları göz ardı ederek konuya basit bir bakışla yaklaşacağız.

Ortak indüktans tartışmasına başlarken iki önemli yasayı hatırlayacağımız: Amper yasası ve Faraday yasası. Amper yasası, her elektrik akımının bir manyetik alan yaratacağını belirtir. Faraday yasası ise, zamanla değişen bir manyetik alanın, halkaladığı bir devrede gerilim oluşturacağını belirtir. Her ne kadar belli bir ölçüde tüm devrelerde bu durumla karşılaşilsa da sargıların bulunduğu devrelerde bu etki çok daha yüksektir. Sargıların geometrik yapısı nedeniyle halkalama çok daha etkili olur. Şimdi bu temel ilkeleri akılda tutarak Şekil 10.1'deki ideal sistemi inceleyelim. Bu devrede N sarımlı bir sargıdan (bobin) akan i akımı ϕ ile gösterilen manyetik akımı üretir. Bu sargının akı bağı aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\lambda = N\phi \quad 10.1$$

Şekil 10.1
 N sarımlı bir sargıyı
halkalayan manyetik akı ϕ .



Bu kitapta incelediğimiz doğrusal sistemler için, akı bağı ile akı arasında aşağıdaki ilişki vardır.

$$\lambda = Li \quad 10.2$$

Akı bağı ile akım arasındaki sabit oran, Bölüm 6'da anlatılmış olan indüktanştır. Eş. (10.1) ve (10.2) düzenlenerek manyetik akı, akım cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\phi = \frac{L}{N} i \quad 10.3$$

Faraday yasasına göre, sargıda endüklenen gerilim, akı bağı λ 'nın zamana göre değişim hızı ile orantılıdır:

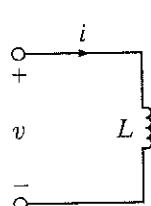
$$v = \frac{d\lambda}{dt} \quad 10.4$$

Eş. (10.2)'yi (10.4) içerisinde yerine koyalım ve türevi almak için zincir kuralını kullanalım:

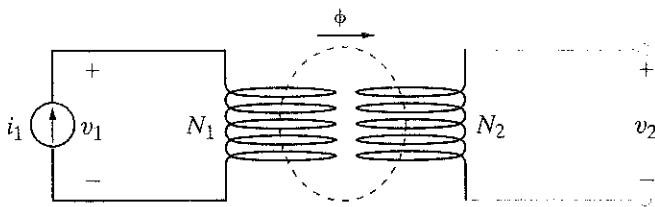
$$v = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d}{dt} (Li) = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} \quad 10.5$$

İndüktanslarımızın zamanla değişmediğini varsayacağımız dolayısıyla, Denklem (10.5), Şekil 10.2'de gösterilen ideal indüktörün tanım denklemi hâline gelir:

$$v = L \frac{di}{dt} \quad 10.6$$



Şekil 10.2
Bir ideal indüktör.



Şekil 10.3
Manyetik bağılışlı
iki sargı.

Bu şekildeki gerilim ve akımın pasif işaretleme kuralına uygun olduğuna dikkat ediniz. Eş. (10.6), bir sargıdan akan i akımının sargı üzerinde bir v gerilimi ürettiğini söyler.

Şimdi, N_2 sarımlı ikinci sargının, N_1 sarımlı ilk sargıda akan i_1 akımı tarafından üretilen manyetik akı tarafından halkalandıracak kadar yakına getirildiğini varsayıyalım. Şekil 10.3'te gösterildiği gibi ikinci sargıda hiç akım akmaz. Manyetik akı ikinci sargıyı halkaladığı için Faraday yasası gereği bu sargıda bir v_2 gerilimi endüklenecektir. Sargı 1 için akı bağı aşağıdaki gibidir

$$\lambda_1 = N_1 \phi = L_1 i_1 \quad 10.7$$

Sargı 1'de akan akım $v_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt}$ gerilimi üretir. Şu ana kadar L_1 'i indüktans olarak adlandırmıştık. Çok sıklı sistemlerde ise L_1 'e sargı 1'in öz indüktansı diyeceğiz.

Sargı 2 için akı bağı $\lambda_2 = N_2 \phi$ dir. Faraday yasasından, v_2 gerilimi aşağıdaki gibi bulunur:

$$v_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{d}{dt} \left(N_2 \phi \right) = \frac{d}{dt} \left(N_2 \left(\frac{L_1}{N_1} i_1 \right) \right) = \frac{N_2}{N_1} L_1 \frac{di_1}{dt} = L_{21} \frac{di_1}{dt} \quad 10.8$$

Göründüğü gibi v_2 gerilimi, i_1 akımının zamana göre değişim hızıyla doğru orantılıdır. Bu orantı sabiti, L_{21} , ortak indüktans olarak tanımlanır ve Henry birimi ile verilir. Şekil 10.3'teki sargıların manyetik bağılışlı (kuplajlı) olduğu söylenir.

Şimdi, Şekil 10.4'te gösterildiği gibi, sargı 2'nin uçlarına bir akım kaynağı bağlayalım. Bu durumda her iki akım da ϕ manyetik akısına katkıda bulunur. Şekilde gösterilen sargı bağlantıları ve akım yönleri için her iki sargının akı bağı ifadeleri aşağıda verilmektedir:

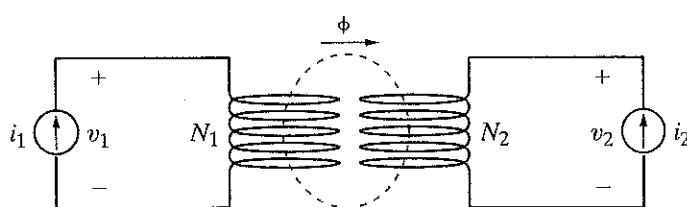
$$\lambda_1 = L_1 i_1 + L_{12} i_2 \quad 10.9$$

$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_2 i_2 \quad 10.10$$

Faraday yasası uygulanarak sargı gerilimleri elde edilebilir:

$$v_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \quad 10.11$$

$$v_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad 10.12$$



Şekil 10.4
Akım kaynakları tarafından
sürülen manyetik bağılışlı
iki sargı.

Devremizi doğrusal kabul ettiğimiz için, $L_{12} = L_{21} = M$ olur. Burada M ortak indüktansı gösterir. Eş. (10.11) ve (10.12)'den görüldüğü gibi her bir sarginın gerilimi iki terimden oluşmaktadır: sarginın kendi akımından dolayı oluşan gerilim (öz indüktanslı terim) ve diğer sarginın akımından kaynaklanan gerilim (ortak indüktanslı terim).

Şekil 10.4'te i_2 akımının yönü ters çevrilirse (10.9) ile (10.12) arası eşitlikler aşağıdaki biçimini alır:

$$\lambda_1 = L_1 i_1 - Mi_2 \quad 10.13$$

$$\lambda_2 = -Mi_1 + L_2 i_2 \quad 10.14$$

$$v_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad 10.15$$

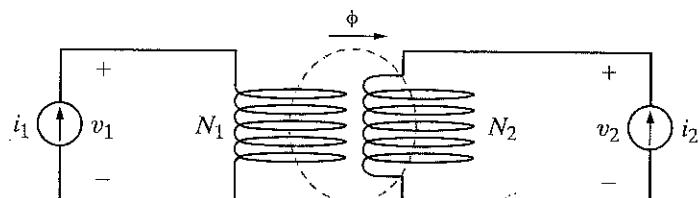
$$v_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = -M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad 10.16$$

Eş. (10.13)-(10.16) Şekil 10.5'teki devreden de elde edilebilir. Sargı 2'nin bu şekildeki bağlantı şéklinin Şekil 10.4'teki bağlantıdan farklı olduğuna dikkat ediniz.

Eğer sargı bağlantılarının ayrıntılarını göstermeye kalkarsak devre diyagramlarımız çok daha karmaşık olur. Bunun yerine nokta kuralını kullanarak hem bu ayrıntıların vereceği bilgileri korumuş hem de devre diyagramlarımızı sadeleştirmış oluruz. Şekil 10.6'a'da, Şekil 10.4'teki manyetik bağılışlı sargıların devre diyagramı gösterilmektedir. Sargılar öz indüktansları L_1 ve L_2 , ortak indüktansları M olan iki indüktör ile gösterilmektedir. Her bir sargı üzerindeki gerilimin iki terimden oluştuğunu tekrar hatırlayın: sarginın kendi içinde akan akımdan ötürü bir öz indüktans terimi ve diğer sargıda akan akımdan ötürü bir ortak indüktans terimi. Öz indüktans terimi önceki bölümlerde anlatılan gerilimle aynıdır. Ortak indüktans terimi ise, diğer bağılışlı sargıda akan akımdan kaynaklanır.

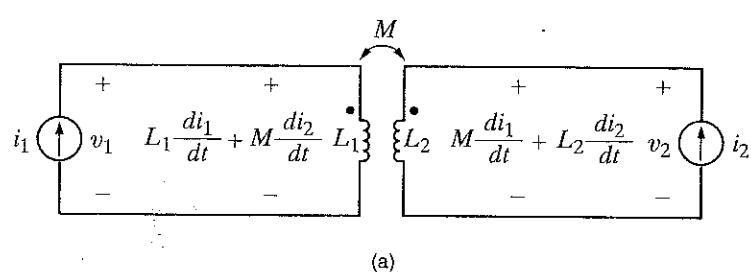
Şekil 10.5

Farklı sargı konfigürasyonlu manyetik bağılışlı sargılar.

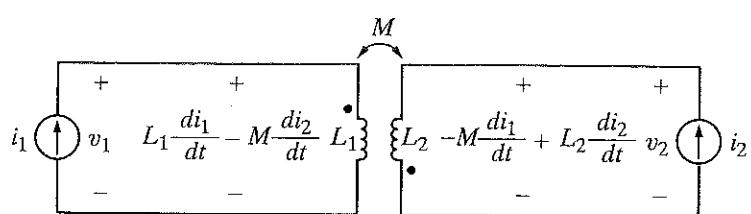


Şekil 10.6

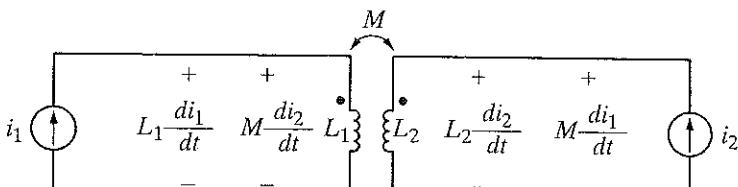
Manyetik bağılışlı sargılar için devre diyagramları.



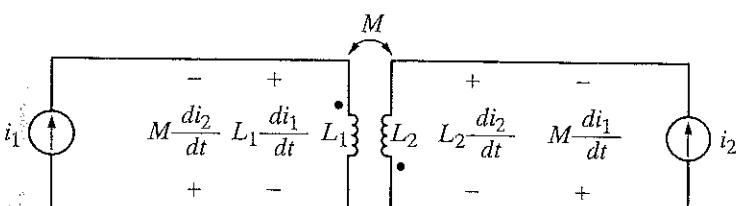
(a)



(b)



(a)



(b)

Şekil 10.6a'da görülen ortak indüktanslı gerilim terimleri, her iki sargıda da akım noktalı uçlarından girdiğinde pozitiftir. Eğer sargılardan birinde akım noktadan giriyor diğerinde çıkış yorsa bu gerilim Şekil 10.6b'de görülebileceği gibi negatif olur. Şimdi bu gözlemi kullanarak manyetik bağılımlı indüktörler için devre denklemi yazabilmek amaçlı genel bir yöntem geliştirelim. Şekil 10.7a'daki devre diyagramı bir fark dışında Şekil 10.6a'da verilenle aynıdır. Bu fark, ilk devredeki indüktör geriliminin ikinci devrede öz indüktanslı ve ortak indüktanslı terimler olmak üzere iki bölüme ayrılmış olmasıdır. $L_1 \frac{di_1}{dt}$ ve $L_2 \frac{di_2}{dt}$ terimlerinin polaritesi, baştan beri belirttiğimiz pasif işaretleme kuralına uygun olarak tanımlanır. Sargılar manyetik bağılımlı olmasalar da bu terimler bulunacaktır. Şekil 10.7a'daki ortak indüktans terimleri öz indüktans terimleriyle aynı polariteye sahiptir. Şekil 10.7a'da her iki akım da noktalı uçlardan girmektedir. Şekil 10.7b'de bunu tersi doğrudur. Öz indüktanslı terimler önceki ile aynı polaritede olduğu hâlde ortak indüktans terimlerinin polariteleri Şekil 10.7a'dakilerden farklıdır. Şimdi genel bir önerme yapabiliriz:

Bir sarginin noktalı ucuna girecek şekilde tanımlanan bir akım, bağılımlı sarginin noktalı ucunda pozitif olan bir gerilim üretir. Benzer şekilde, bir sarginin noktasız ucundan girecek şekilde tanımlanan bir akım, bağılımlı sarginin noktasız ucunda pozitif olan bir gerilim üretir.

Bunun kullanımını bazı örneklerle gösterelim.

Problem Çözme Stratejisi

Adım 1. Göz akımlarını tanımlayınız. Genelde, manyetik bağılımlı induktör içeren devreler için göz denklemlerini yazmak, düğüm denklemlerini yazmaktan çok daha kolaydır.

Adım 2. Kirchhoff gerilim yasasını uygulayarak göz denklemlerini yazınız. Eğer bir akım, bir sarginin noktalı ucundan girerse diğer sarginin noktasız ucunda pozitif olan bir gerilim üretir. Eğer akım, bir sarginin noktasız ucundan girerse diğer sarginin noktasız ucunda pozitif bir gerilim üretir.

Adım 3. Denklemeleri çözerek göz akımlarını bulunuz.

Manyetik Bağılımlı İndüktörler

**Şekil 10.7**

Manyetik bağılımlı sargılar için öz indüktanslı terimi ve ortak indüktanslı terimi gösteren devre diyagramları.

ÖRNEK**10.1****ÇÖZÜM**

Şekil 10.8a'da gösterilen devrede $v_1(t)$ ve $v_2(t)$ eşitliklerini yazınız.

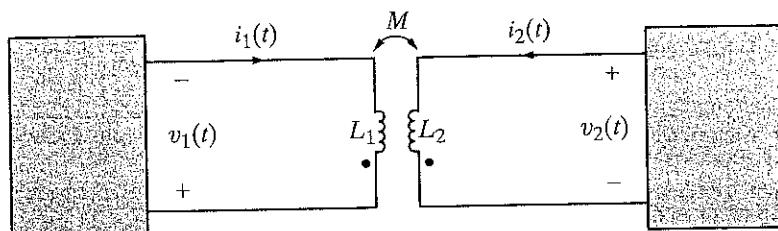
Devre için farklı gerilim terimleri Şekil 10.8b'deki devre diyagramında gösterilmektedir. Öz indüktanslı terimler için polarite pasif işaretleme kuralı ile belirlenmektedir. Her iki sargıda da akımlar noktasız uçlardan girecek biçimde tanımlanmıştır. Dolayısıyla bu akımların diğer sargılarda ürettiği gerilimler, sargıların noktasız ucunda pozitiftir. $v_1(t)$ ve $v_2(t)$ için denklemler aşağıda verilmektedir:

$$v_1(t) = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

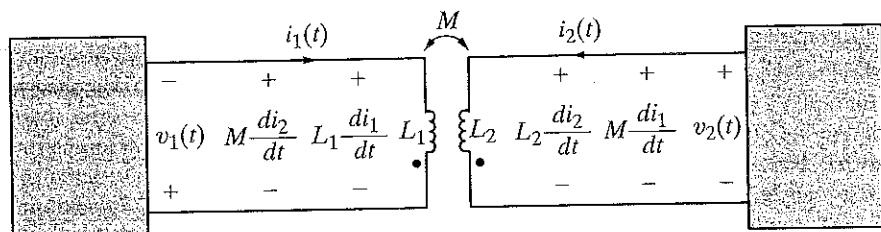
$$v_2(t) = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

Şekil 10.8a

Örnek 10.1'de kullanılan devre.

**Şekil 10.8b**

Öz indüktanslı gerilim terimini ve ortak indüktanslı gerilim terimini gösteren devre.

**ÖRNEK****10.2****ÇÖZÜM**

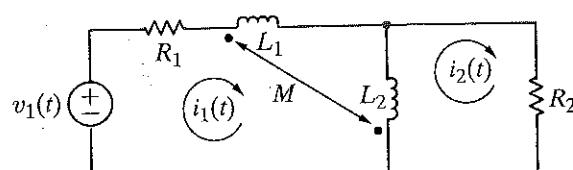
Şekil 10.9a'daki devre için, tanımlanan göz akımlarını kullanarak göz denklemelerini yazınız.

Göz 1 için gerilim terimleri Şekil 10.9b'deki devrede gösterilmektedir. L_1 ve L_2 indüktanslarının kendi akımları nedeniyle oluşan gerilimlerinin yönleri pasif işaretleme kuralı ile belirlenir. $(i_2 - i_1)$ akımı L_2 indüktörünün noktalı ucundan girer. Bu akım L_1 indüktörü üzerinde bir gerilim oluşturur. i_1 akımı L_1 indüktörünün noktalı ucundan girer ve L_2 indüktörünün üzerinde; noktalı ucta pozitif olan bir gerilim oluşturur. Bu göz için denklem aşağıda verilmektedir:

$$v_1(t) = R_1 i_1(t) + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{d}{dt} (i_2 - i_1) + L_2 \frac{d}{dt} (i_1 - i_2) - M \frac{di_1}{dt}$$

Şekil 10.9a

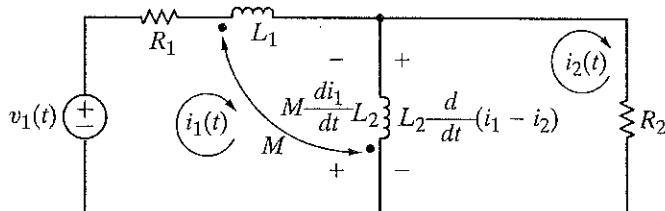
Örnek 10.2'de kullanılan devre.





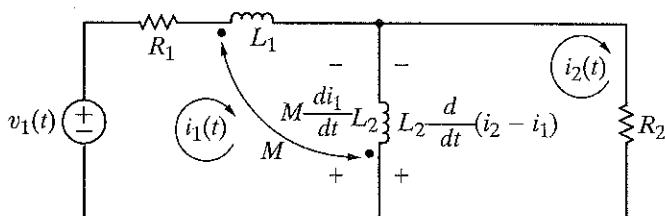
İkinci göz için gerilim terimleri Şekil 10.9c'de gösterilmektedir. Göz 2 için denklem aşağıda verilmektedir:

$$\begin{aligned} R_2 i_2(t) + L_2 \frac{d}{dt}(i_2 - i_1) + M \frac{di_1}{dt} = 0 \\ + M \frac{d}{dt}(i_2 - i_1) - \\ + L_1 \frac{di_1}{dt} - \end{aligned}$$



Şekil 10.9b

Göz 1 için gerilim terimlerini gösteren devre.

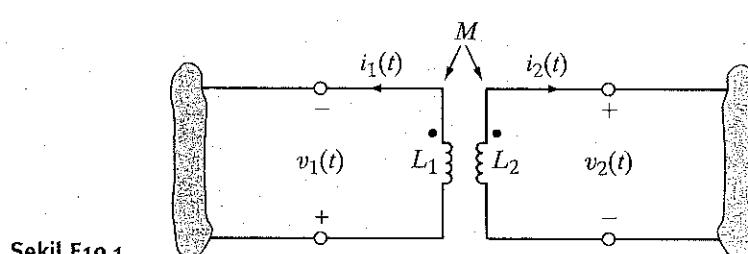


Şekil 10.9c

Göz 2 için gerilim terimlerini gösteren devre.

Öğrendiğinizizi Sınavyalım

E10.1 Şekil E10.1'deki devrede $v_1(t)$ ve $v_2(t)$ için denklemeleri yazınız.



Şekil E10.1

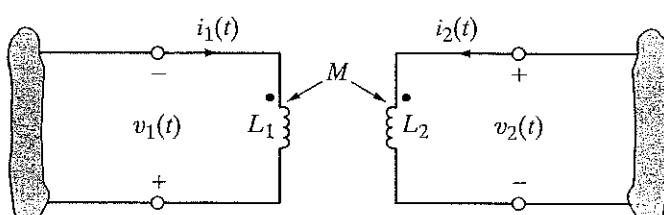
YANIT:

$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt},$$

$$v_2(t) = -L_2 \frac{di_2(t)}{dt} - M \frac{di_1(t)}{dt}.$$

Şekil 10.10'daki bağılışlı devrenin sinüzoidal bir kaynakla uyarıldığını varsayıy়iz. Gerilimler $V_1 e^{j\omega t}$ ve $V_2 e^{j\omega t}$ biçiminde, akımlar da $I_1 e^{j\omega t}$ ve $I_2 e^{j\omega t}$ biçiminde olacaktır. Burada V_1 , V_2 , I_1 , ve I_2 fazörlerdir. Bu gerilimler ve akımlar Eş. (10.11) ve (10.12)'de yerine konularak ve $L_{12} = L_{21} = M$ kullanılarak aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\begin{aligned} V_1 &= j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \\ V_2 &= j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1 \end{aligned} \quad 10.17$$



Şekil 10.10

Bağılışlı sargılar.

Bağlaşımlı devrelerin frekans bölgesindeki modeli, zaman bölgesindeki modeli ile hemen hemen aynıdır. Yalnızca elemanların ve değişkenlerin etiketlenme biçimleri farklıdır. Ortak indüktans nedeniyle oluşan gerilimin işaretinin zaman bölgesinde kullanımları mantıkla belirlenir.

ÖRNEK

10.3

ÇÖZÜM

Şekil 10.11a'da gösterilen bağlaşımlı iki sargı için dört farklı bağlantı olasılığı söz konusudur. Bu dört olası bağlantının her birinin eşdeğer indüktansını belirlemek istiyoruz.

Durum 1 Şekil 10.11b'de gösterilmektedir. Bu durumda

$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= j\omega L_1 \mathbf{I} + j\omega M \mathbf{I} + j\omega L_2 \mathbf{I} + j\omega M \mathbf{I} \\ &= j\omega L_{eq} \mathbf{I}\end{aligned}$$

yazılır. Burada $L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$ olur.

Durum 2 Şekil 10.11c'de gösterilmektedir. KGY kullanılarak aşağıdaki ifadeyi elde ederiz:

$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= j\omega L_1 \mathbf{I}_1 - j\omega M \mathbf{I}_1 + j\omega L_2 \mathbf{I}_2 - j\omega M \mathbf{I}_2 \\ &= j\omega L_{eq} \mathbf{I}\end{aligned}$$

Burada $L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M$ olur.

Durum 3 Şekil 10.11d'de gösterilmektedir ve Şekil 10.11e'de tekrar çizilmiştir. KGY ile yazılan iki denklem aşağıda verilmektedir:

$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= j\omega L_1 \mathbf{I}_1 + j\omega M \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V} &= j\omega M \mathbf{I}_1 + j\omega L_2 \mathbf{I}_2\end{aligned}$$

Bu denklemlerden \mathbf{I}_1 ve \mathbf{I}_2 için aşağıdaki ifadeler ulaşılır:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}(L_2 - M)}{j\omega(L_1 L_2 - M^2)}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}(L_1 - M)}{j\omega(L_1 L_2 - M^2)}$$

KAY kullanılarak

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}(L_1 + L_2 - 2M)}{j\omega(L_1 L_2 - M^2)} = \frac{\mathbf{V}}{j\omega L_{eq}}$$

elde edilir. Burada:

$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$

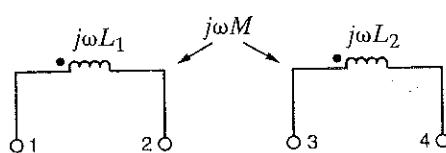
Şekil 10.11

Örnek 10.3'te
kullanılan devreler.

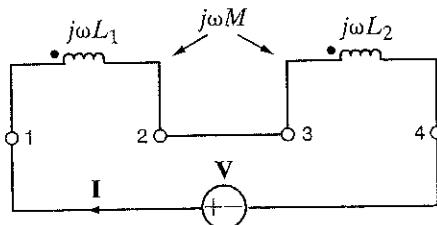
Durum 4 Şekil 10.11f'de gösterilmektedir. Bu durumda gerilim denklemleri, durum 3'tekilerle, ortak indüktans terimlerinin işaretlerinin negatif olması dışında, aynı olacaktır.

Dolayısıyla

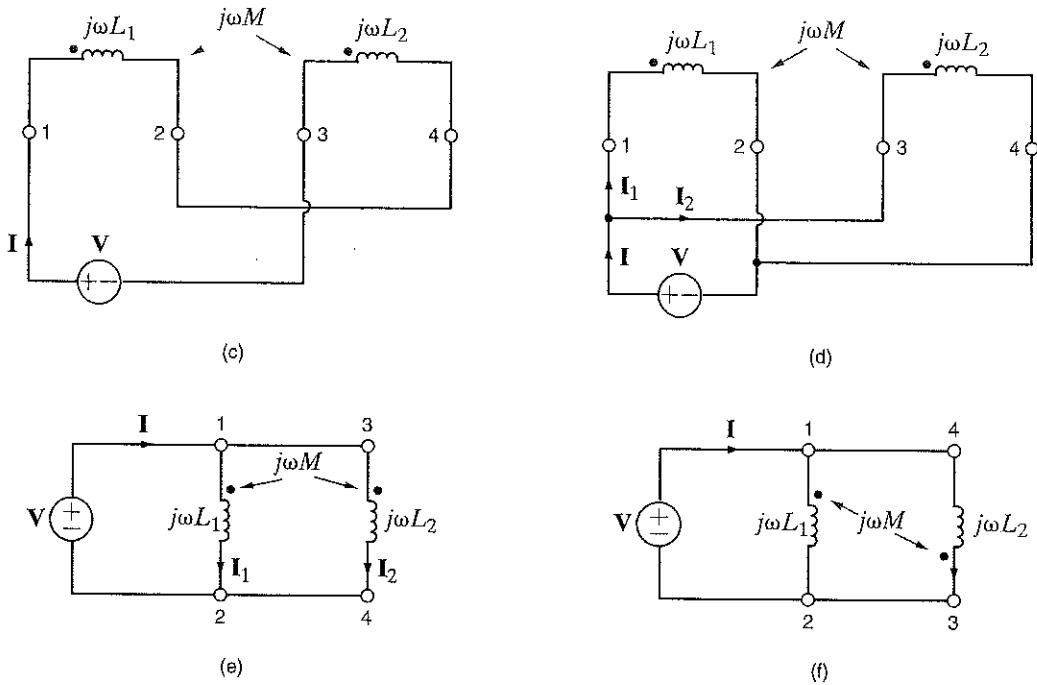
$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$



(a)



(b)



Şekil 10.11

Örnek 10.3'te kullanılan devreler (devamı).

Şekil 10.12'deki devrede V_o çıkış gerilimini belirlemek istiyoruz.

ÖRNEK

Devre için Kirchhoff gerilim yasası ile yazılan iki eşitlik aşağıdaki gibidir:

ÇÖZÜM 10.4

$$(2 + j4)\mathbf{I}_1 - j2\mathbf{I}_2 = 24/30^\circ$$

$$-j2\mathbf{I}_1 + (2 + j6 - j2)\mathbf{I}_2 = 0$$

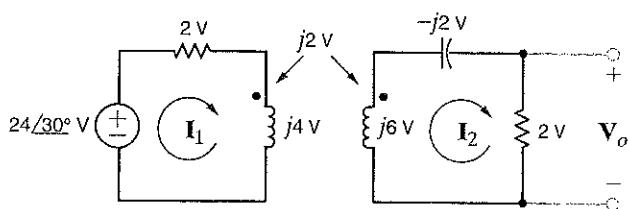
Bu denklemler çözülmerek

$$\mathbf{I}_2 = 2.68/3.43^\circ \text{ A}$$

elde edilir. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_o &= 2\mathbf{I}_2 \\ &= 5.36/3.43^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

olur.



Şekil 10.12
Manyetik bağılımlı devre
örneği.

Şimdi, ortak indüktans içeren daha karmaşık bir örneği inceleyelim.

ÖRNEK

10.5

(ÖZÜM)

Şekil 10.13'teki devreyi göz önüne alınız. Bu devre için göz denklemlerini yazmak istiyoruz.

Bağlışmalı indüktörlerden birden fazla akım aktığından, devre denklemlerini yazarken çok dikkatli olmalıyız.

Fazörlerden oluşan göz denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$I_1 R_1 + j\omega L_1(I_1 - I_2) + j\omega M(I_2 - I_3) + \frac{1}{j\omega C_1}(I_1 - I_2) = V$$

$$\frac{1}{j\omega C_1}(I_2 - I_1) + j\omega L_1(I_2 - I_1) + j\omega M(I_3 - I_2) + R_2 I_2$$

$$+ j\omega L_2(I_2 - I_3) + j\omega M(I_1 - I_2) + R_3(I_2 - I_3) = 0$$

$$R_3(I_3 - I_2) + j\omega L_2(I_3 - I_2) + j\omega M(I_2 - I_1)$$

$$+ \frac{1}{j\omega C_2} I_3 + R_4 I_3 = 0$$

Bunlar aşağıdaki biçimde tekrar yazılabilir:

$$\left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} - j\omega M \right) I_1 - \left(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} - j\omega M \right) I_2$$

$$- j\omega M I_3 = V$$

$$- \left(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} - j\omega M \right) I_1$$

$$+ \left(\frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_1 + R_2 + j\omega L_2 + R_3 - j2\omega M \right) I_2$$

$$- (j\omega L_2 + R_3 - j\omega M) I_3 = 0$$

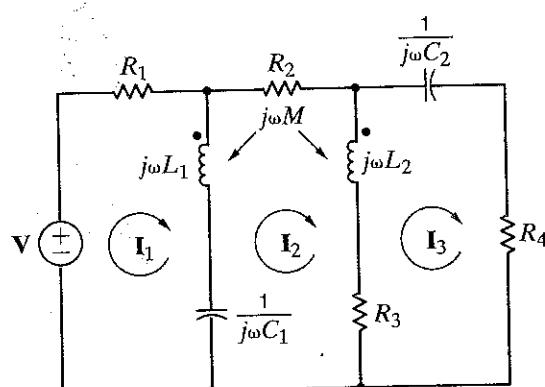
$$- j\omega M I_1 - (R_3 + j\omega L_2 - j\omega M) I_2$$

$$+ \left(R_3 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + R_4 \right) I_3 = 0$$

Gördüğü gibi bu denklemler simetrik yapıdadır.

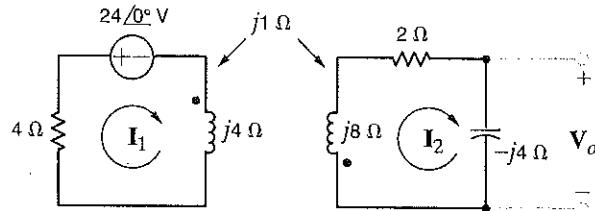
Şekil 10.13

Manyetik bağışaklı devre örneği.



Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E10.2 Şekil E10.12'deki devre için I_1 ve I_2 akımlarını ve V_o çıkış gerilimini bulunuz.



Şekil E10.2

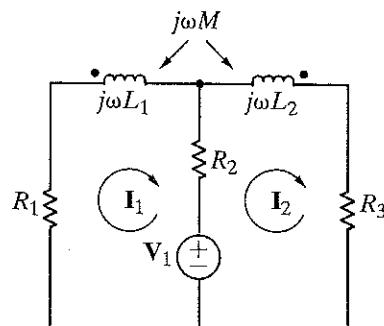
YANIT:

$$I_1 = +4.29 \angle 137.2^\circ \text{ A},$$

$$I_2 = 0.96 \angle -16.26^\circ \text{ A},$$

$$V_o = 3.84 \angle -106.26^\circ \text{ V}.$$

E10.3 Şekil E10.13'teki devre için KGY denklemelerini standart biçimde yazınız.



Şekil E10.3

YANIT:

$$(R_1 + j\omega L_1 + R_2)I_1$$

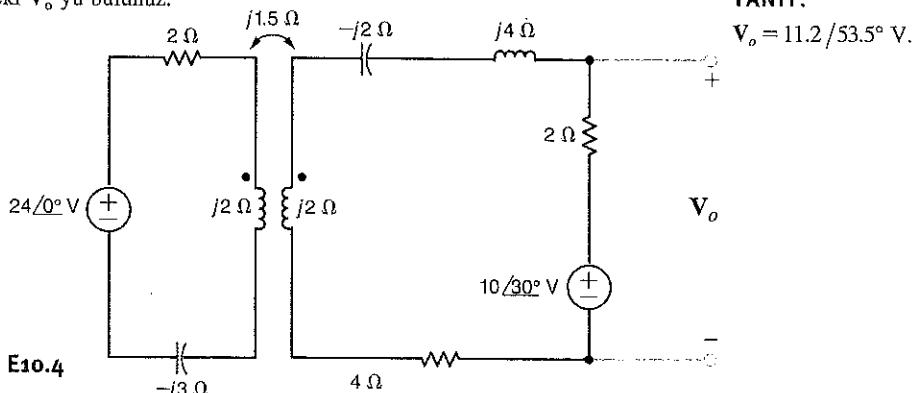
$$-(R_2 + j\omega M)I_2 = -V_1,$$

$$-(R_2 + j\omega M)I_1$$

$$+(R_2 + j\omega L_2 + R_3)I_2$$

$$= V_l.$$

E10.4 Şekil E10.4'teki V_o 'yu bulunuz.

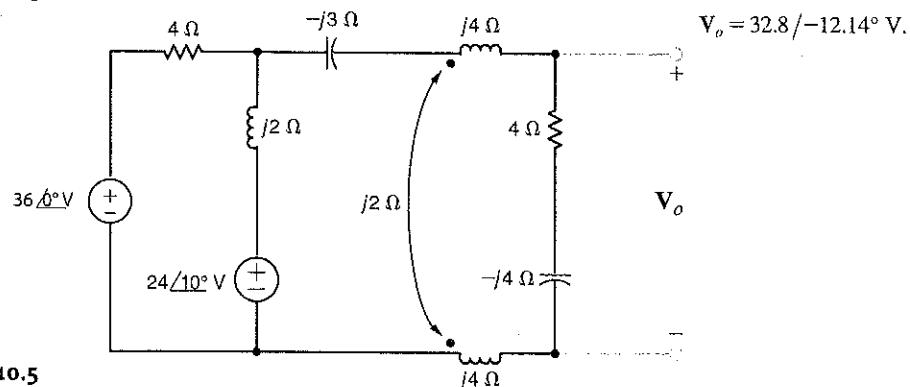


Şekil E10.4

YANIT:

$$V_o = 11.2 \angle 53.5^\circ \text{ V}.$$

E10.5 Şekil E10.5'teki V_o gerilimini bulunuz.



Şekil E10.5

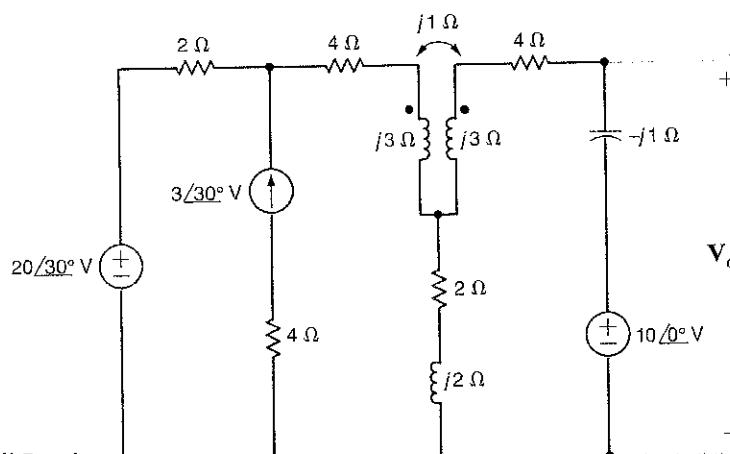
YANIT:

$$V_o = 32.8 \angle -12.14^\circ \text{ V}.$$

E10.6 Şekil E10.6'da V_o gerilimini bulunuz.

YANIT:

$$V_o = 11.4 \angle 0.334^\circ V.$$



Şekil E10.6

ÖRNEK 10.6

10.6

Şekil 10.14'te verilenin devrenin parametreleri $Z_s = 3 + j1 \Omega$, $j\omega L_1 = j2 \Omega$, $j\omega L_2 = j2 \Omega$, $j\omega M = j1 \Omega$, ve $Z_L = 1 - j1 \Omega$ ise V_s kaynağı tarafından görülen empedansı belirleyiniz.

Devre için göz denklemleri aşağıdaki gibidir;

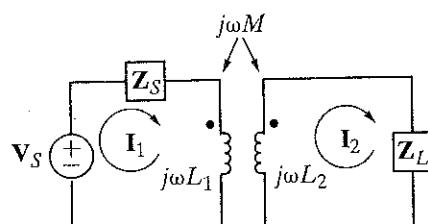
$$\begin{aligned} V_s &= (Z_s + j\omega L_1)I_1 - j\omega M I_2 \\ 0 &= -j\omega M I_1 + (j\omega L_2 + Z_L)I_2 \end{aligned}$$

Şimdi $Z_{11} = Z_s + j\omega L_1$ ve $Z_{22} = j\omega L_2 + Z_L$ empedanslarının tanımlayalım. Buna göre ikinci denklem

$$I_2 = \frac{j\omega M}{Z_{22}} I_1$$

sonucunu verir. Eğer bu sekonder göz denklemi primer göz denkleminde yerine konulursa aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

$$V_s = Z_{11} I_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_{22}} I_1$$



Şekil 10.14

Örnek 10.6'da kullanılan devre.

ve dolayısıyla V_s tarafından görülen empedans

$$\frac{V_s}{I_1} = Z_{11} + \frac{\omega^2 M^2}{Z_{22}}$$

olur. Görüldüğü gibi empedans değeri ortak induktansın karesini içermektedir. Dolayısıyla noktaların konumu empedans değerini etkilememektedir.

Devre parametreleri için verilen değerler kullanılarak empedansın değeri aşağıdaki gibi bulunur:

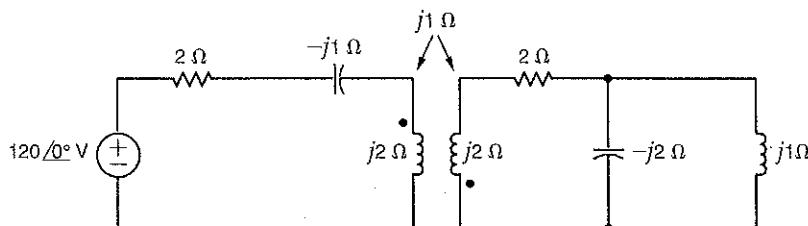
$$\begin{aligned}\frac{V_s}{I_1} &= (3 + j1 + j2) + \frac{1}{j2 + 1 - j1} \\ &= 3 + j3 + 0.5 - j0.5 \\ &= 3.5 + j2.5 \Omega\end{aligned}$$

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E10.7 Şekil 10.7'deki devredeki kaynak tarafından görülen empedansı bulunuz.

YANIT:

$$Z_s = 2.25 / 20.9^\circ \Omega.$$



Şekil E10.7

Şimdi, ortak bağımlı bir çift induktörün enerji analizini yapmak istiyoruz. Analizimiz için Şekil 10.15'te gösterilen devre üzerinde bir deney yapacağız. Deneye başlamadan önce, devredeki tüm akım ve gerilimleri sıfır eşitleyelim. Sonra, sağ taraftaki uçlar açık devre iken $i_1(t)$ akımını sıfırdan bir I_1 değerine doğru artıralım. Sağ yan terminalleri açık olduğu için $i_2(t) = 0$ olduğundan bu uçlara giren güç sıfırdır. Soldaki uçlar arasından giren anlık güç ise

10.2

Enerji Analizi

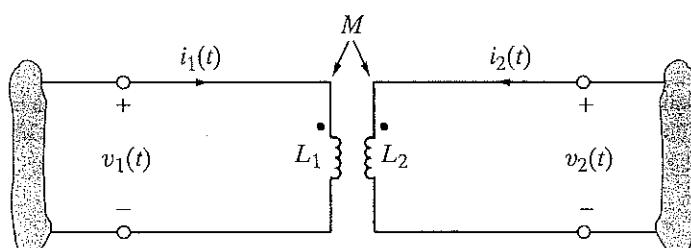
$$p(t) = v_1(t)i_1(t) = \left[L_1 \frac{di_1(t)}{dt} \right] i_1(t)$$

olar. t_1 anında $i_1(t) = I_1$ olup bu anda bağımlı devrede depolanan enerji aşağıdaki gibi olur:

$$\int_0^{t_1} v_1(t)i_1(t) dt = \int_0^{t_1} L_1 i_1(t) di_1(t) = \frac{1}{2} L_1 I_1^2$$

Şimdi deneyimize devam edelim ve $i_1(t)$ akımını I_1 değerinde sabit tutarken $i_2(t)$ akımını t_1 anında sıfır değerinden t_2 anında I_2 değerine çıkartalım. Sağ yandaki uçlar arasından devreye verilen enerji aşağıdaki gibi bulunur:

$$\int_{t_1}^{t_2} v_2(t)i_2(t) dt = \int_0^{t_2} L_2 i_2(t) di_2(t) = \frac{1}{2} L_2 I_2^2$$



Şekil 10.15

Manyetik bağımlı devre.

t_1 ile t_2 aralığı boyunca $v_1(t)$ gerilimi aşağıdaki gibi olur:

$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$i_1(t)$ akımı bu süre boyunca sabit olduğu için, sol yandaki uçlar arasından devreye verilen enerji aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} v_1(t) i_1(t) dt &= \int_{t_1}^{t_2} M \frac{di_2(t)}{dt} I_1 dt = MI_1 \int_0^{t_2} di_2(t) \\ &= MI_1 I_2 \end{aligned}$$

Dolayısıyla, $t > t_2$ için devrede depolanan toplam enerji,

$$w = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + MI_1 I_2 \quad 10.18$$

olur. Elbette tüm deneyimizi L_1 veya L_2 induktörlerinden yalnızca birindeki noktanın yerini değiştirek tekrar edebiliriz. Bu durumda ortak induktans terimindeki işaret negatif olacağından aşağıdaki ifadeyi elde edilir:

$$w = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 - MI_1 I_2$$

Bu denklemi çıkartırken yapılan deney sırasında kullanılan I_1 ve I_2 değerleri herhangi bir andaki herhangi bir değer olabilir. Dolayısıyla herhangi bir anda manyetik bağlaşımlı induktörlerde depolanan enerjinin genel ifadesi şu biçimdedir:

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 [i_1(t)]^2 + \frac{1}{2} L_2 [i_2(t)]^2 \pm MI_1(t)i_2(t) \quad 10.19$$

Bağlaşımlı iki induktör pasif bir devredit. Dolayısıyla, bu devrede saklanan enerji, her induktans ve akım değeri için pozitiftir.

Manyetik devrede saklanan anlık enerji aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm MI_1 i_2$$

Eşitlikte $1/2(M^2/L_2)i_1^2$ terimini ekleyip çıkararak ve denklemi tekrar düzenleyerek aşağıdaki ifadeye ulaşırız:

$$w(t) = \frac{1}{2} \left(L_1 - \frac{M^2}{L_2} \right) i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 \left(i_2 + \frac{M}{L_2} i_1 \right)^2$$

Bu ifadeden, anlık enerjinin negatif olmaması için aşağıda verilen koşulun sağlanması gereği anlaşırlar:

$$M \leq \sqrt{L_1 L_2} \quad 10.20$$

Bu denklem, ortak induktans değerinin çıkabileceği üst sınırı da göstermektedir.

L_1 ve L_2 induktörü arasındaki bağlaşım (kuplaj) katsayısını aşağıdaki gibi tanımlarız:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad 10.21$$

Eş. (10.20) ve (10.21) birlikte değerlendirildiğinde bu katsayının alabileceği değer aralığının aşağıdaki gibi olduğu görülür:

$$0 \leq k \leq 1 \quad 10.22$$

Bu katsayı bir sargıdaki akının ne kadarlık bir bölümünün diğer sargıyı halkaladığını gösterir. Yani, eğer bir sargıdaki tüm akı diğer sarguya da erişirse, bu durumda % 100 bağlaşımlımız vardır ve $k = 1$ 'dir. k 'nin yüksek değerlerinde (yani, $k > 0.5$) induktörlerin sıkı bağlaşımlı olduğu söylenilirken düşük k değerlerinde (yani $k \leq 0.5$) sargıların gevşek bağlaşımlı olduğu söylenir. Eğer bağlaşım yoksa $k = 0$ olur. Verilen denklemler ortak induktans değerinin aşağıdaki aralıkta değişebileceğini gösterir:

$$0 \leq M \leq \sqrt{L_1 L_2} \quad 10.23$$

Ortak induktansın üst sınırı da L_1 ve L_2 induktanslarının geometrik ortalamasıdır.

Şekil 10.16'daki bağılımlı devrenin bağılasm katsayısi 1'dir ($k = 1$). $t = 5 \text{ ms}$ 'de ortak bağılımlı indüktörlerde depolanan enerjiyi belirlemek istiyoruz. $L_1 = 2.653 \text{ mH}$ ve $L_2 = 10.61 \text{ mH}$.

**ÖRNEK
10.7**

Eldeki verilerden ortak indüktans

ÇÖZÜM

$$M = \sqrt{L_1 L_2} = 5.31 \text{ mH}$$

olur. Frekans tanım bölgesi eşdeğer devresi Şekil 10.16b'de gösterilmektedir. Bu devredeki X_{L_1} , X_{L_2} ve X_M empedans değerleri sırasıyla 1, 4 ve 2'dir. Bu durumda devre için göz denklemeleri aşağıdaki gibi olur;

$$\begin{aligned}(2 + j1)I_1 - j2I_2 &= 24/0^\circ \\ -j2I_1 + (4 + j4)I_2 &= 0\end{aligned}$$

Bu denklemelerden iki göz akımı

$$I_1 = 9.41/-11.31^\circ \text{ A} \quad \text{ve} \quad I_2 = 3.33/+33.69^\circ \text{ A}$$

olarak bulunur. Dolayısıyla,

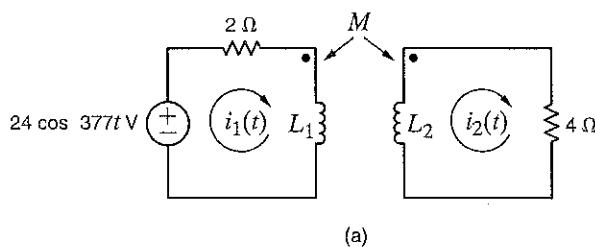
$$\begin{aligned}i_1(t) &= 9.41 \cos(377t - 11.31^\circ) \text{ A} \\ i_2(t) &= 3.33 \cos(377t + 33.69^\circ) \text{ A}\end{aligned}$$

olur. $t = 5 \text{ ms}'de$, $377t = 1.885$ radyan veya 108° dir. Dolayısıyla,

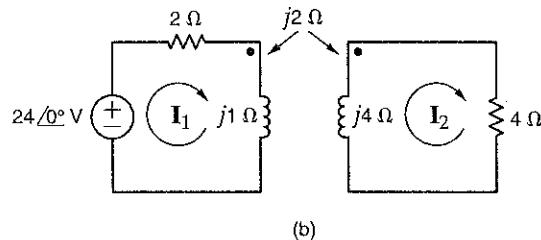
$$\begin{aligned}i_1(t = 5 \text{ ms}) &= 9.41 \cos(108^\circ - 11.31^\circ) = -1.10 \text{ A} \\ i_2(t = 5 \text{ ms}) &= 3.33 \cos(108^\circ + 33.69^\circ) = -2.61 \text{ A}\end{aligned}$$

olur. $t = 5 \text{ ms}'de$ bağılımlı indüktörlerde saklanan enerji ise şu biçimde hesaplanır:

$$\begin{aligned}w(t)|_{t=0.005s} &= \frac{1}{2}(2.653)(10^{-3})(-1.10)^2 + \frac{1}{2}(10.61)(10^{-3})(-2.61)^2 \\ &\quad - (5.31)(10^{-3})(-1.10)(-2.61) \\ &= (1.61)(10^{-3}) + (36.14)(10^{-3}) - (15.25)(10^{-3}) \\ &= 22.5 \text{ mJ}\end{aligned}$$



(a)



(b)

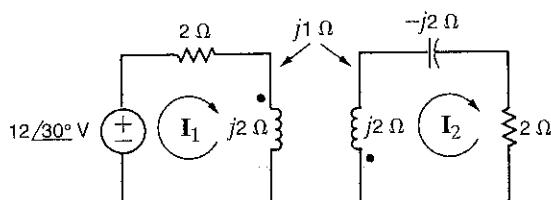
Şekil 10.16

Zaman ve frekans bölgelerinde çizilmiş bir man-yetik bağılımlı devre.

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E10.8 Şekil 10.8'deki devre 60 Hz'de çalışmaktadır. $t = 10 \text{ ms}$ 'de ortak bağışıklı induktörlerde saklanan enerjiyi bulunuz.

YANIT:
 $w(10 \text{ ms}) = 39 \text{ mJ.}$



Şekil E10.8

10.3

Ideal Transformatör

Şekil 10.17'de gösterilen, bir kapalı manyetik çekirdek etrafına sarılmış iki sarmalı devreyi inceleyelim. Çekirdek içindeki ϕ akışının her iki sarginın tüm sarımlarını halkaladığını varsayıyalım. İdeal durumda tel direncini de ihmali ederiz. Şimdi, her bir sarımdan geçen akının aynı olduğunu varsayıarak bağışım denklemlerini yazalım:

$$v_1(t) = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

ve

$$v_2(t) = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

Dolayısıyla,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} \frac{\frac{d\phi}{dt}}{\frac{d\phi}{dt}} = \frac{N_1}{N_2} \quad 10.24$$

olar. Ampère yasası gereği

$$\oint H \cdot dl = i_{\text{halkalanan}} = N_1 i_1 + N_2 i_2 \quad 10.25$$

olar. Burada H manyetik alan şiddetidir ve integral, akının transformatör çekirdeği çevresinde izlediği kapalı yol üzerinde alınmaktadır. Manyetik çekirdeğin ideal olması durumunda, yani çekirdeğin manyetik geçirgenliği sonsuz varsayıldığında $H = 0$ olur. O zaman

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0 \quad 10.26$$

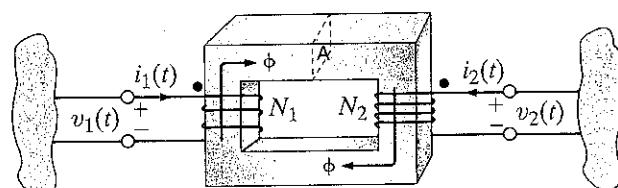
ya da

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} \quad 10.27$$

olar. Eğer denklem (10.26)'yı N_1 'e bölgüp v_1 ile çarparsa aşağıdaki ifadeyi elde ederiz:

$$v_1 i_1 + \frac{N_2}{N_1} v_1 i_2 = 0$$

Şekil 10.17
Manyetik çekirdeklı
transformatör.



Fakat, $v_1 = (N_1/N_2)v_2$ olduğundan

$$v_1 i_1 + v_2 i_2 = 0$$

olur. Dolayısıyla cihaza verilen toplam güç sıfırdır. Bu da ideal transformatorun kayıpsız olması anlamına gelir.

Ideal transformator için kullandığımız simbol Şekil 10.18a'da gösterilmektedir, ilgili denklemler ise aşağıda verilmektedir:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad 10.28$$

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0$$

Bir transformatörde normal güç akışı primerdeki giriş akımından (i_1) sekonderdeki çıkış akımına (i_2) doğru olur. Bu durum Şekil 10.18b'de gösterilmektedir. Bu durumda geçerli denklemler aşağıdaki gibidir:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad 10.29$$

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

Her ne kadar transformatörlerde gerilim, akım ve empedans seviyeleri değişse de güç seviyeleri değişmez. Şekilde sargılar arasında gösterilen dikey çizgiler manyetik çekirdeği temsil eder.

Ideal transformator modelimiz Şekil 10.18a'daki devre ve buna karşılık gelen Eş. (10.28) ya da Şekil 10.18b'deki devre ve buna karşılık gelen Eş. (10.29) ile belirtilmiştir. Dolayısıyla, modelimiz bir yandan denklemleri, bir yandan da gerilimler, akımlar ve noktaların konumları arasındaki ilişkileri de belirler. Başka bir deyişle, denklemler sadece karşılık gelen devre diyagramı için geçerlidir. Ortak induktans denklemleri ve bunlara karşılık gelen devrelerle ilgili tartışmamızdaki gibi, eğer akım ya da gerilimin yönünü ya da noktaların konumunu değiştirirsek, denklemlerde bunlara karşılık gelen değişikliği yapmalıyız. Aşağıdaki bu kritik durum açıklanmaktadır.

Şimdi Şekil 10.19'da gösterilen devreyi ele alalım. Eğer bu devreyi Şekil 10.18b'de gösterilenle karşılaştırırsak hem akımların hem de gerilimlerin yönünün aynı olduğunu görürüz. Dolayısıyla, devre için denklemler şu biçimdedir:

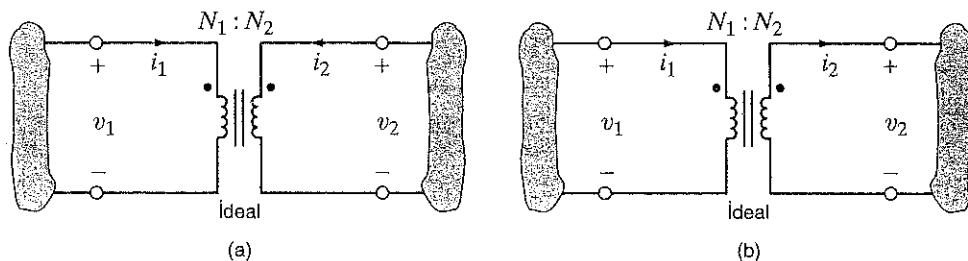
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

ve

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

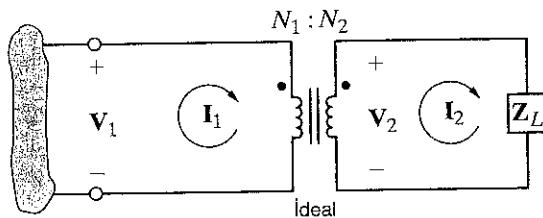
Şekil 10.18

Bir ideal transformator için simboller: (a) primer ve sekonder akımları noktalara doğru; (b) primer akımı noktaya doğru, sekonder akımı noktadan dışarı.



Şekil 10.19

Giriş empedansını göstermek için kullanılan ideal transformator.



Bu denklemler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$V_1 = \frac{N_1}{N_2} V_2 \quad 10.30$$

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2$$

Ayrıca

$$Z_L = \frac{V_2}{I_2}$$

yazılabiligidinden giriş empedansi

$$Z_t = \frac{V_1}{I_1} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_L \quad 10.31$$

olur. Burada Z_L sarım sayılarının oranı kullanılarak primere yansıtılmıştır.

Şimdi sarım oranını aşağıdaki gibi tanıyalayalım:

$$n = \frac{N_2}{N_1} \quad 10.32$$

Bu durumda, ideal transformatörü tanımlayan denklemler aşağıdaki gibi olur:

$$V_1 = \frac{V_2}{n} \quad 10.33$$

$$I_1 = nI_2$$

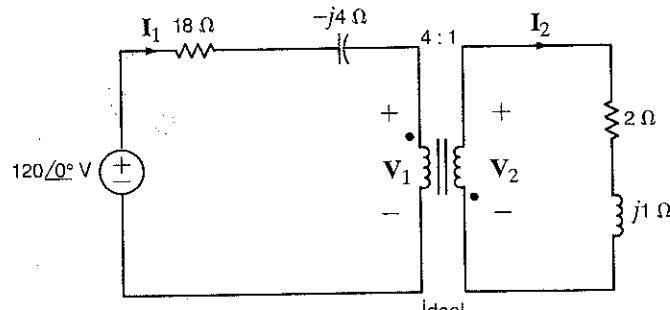
$$Z_t = \frac{Z_L}{n^2}$$

Bu denklemleri kullanırken dikkatli olunmalıdır, çünkü gerilimlerdeki ve akımlardaki işaretler tanımlanmış referanslara ve bunların noktalarla olan ilişkilerine bağlıdır.

ÖRNEK

10.8

Şekil 10.20'de verilen devrede, gösterilen tüm akımları ve gerilimleri bulmak istiyoruz.

**Şekil 10.20**

Ideal transformator devresi.

ÇÖZÜM

Noktaların akımlar ve gerilimlerle arasındaki ilişkilerden ötürü transformator denklemleri şu biçimde olur:

$$V_1 = -\frac{V_2}{n} \text{ ve } I_1 = -nI_2$$

Burada $n = 1/4$ 'tir. Transformatörün girişine yansıtılan empedans

$$Z_1 = 4^2 Z_L = 16(2 + j1) = 32 + j16 \Omega$$

olar. Dolayısıyla kaynak akımı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$I_1 = \frac{120 / 0^\circ}{18 - j4 + 32 + j16} = 2.33 / -13.5^\circ \text{ A}$$

Transformatörün giriş uçlarındaki gerilim aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} V_1 &= I_1 Z_1 \\ &= (2.33 / -13.5^\circ)(32 + j16) \\ &= 83.49 / 13.07^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

Dolayısıyla V_2 için

$$\begin{aligned} V_2 &= -nV_1 \\ &= -\frac{1}{4}(83.49 / 13.07^\circ) \\ &= 20.87 / 193.07^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

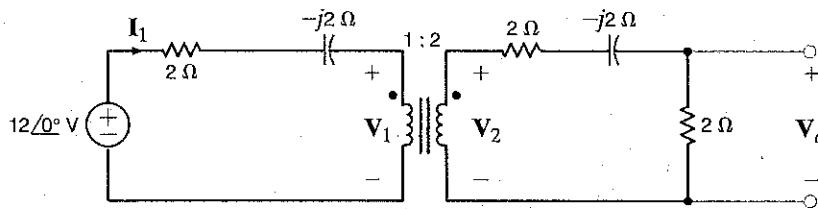
yazılır. I_2 akımı da

$$\begin{aligned} I_2 &= -\frac{I_1}{n} \\ &= -4(2.33 / -13.5^\circ) \\ &= 9.33 / 166.50^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

Öğrendiklerimizi Sinayahum

E10.9 Şekil E10.9'daki devrede I_1 akımını hesaplayınız.



Şekil E10.9

YANIT:

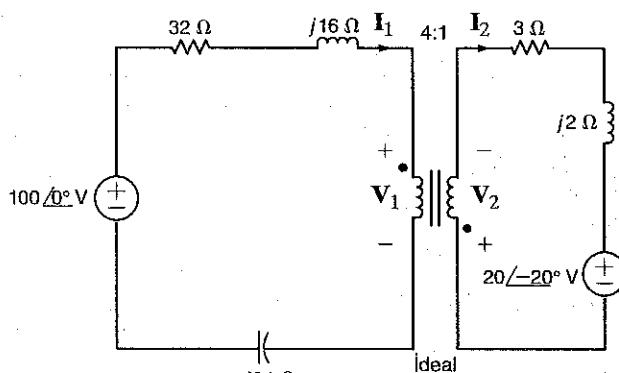
$$I_1 = 3.07 / 39.81^\circ \text{ A.}$$

E10.10 Şekil E10.9'daki devrede V_o gerilimini bulunuz.

YANIT:

$$V_o = 3.07 / 39.81^\circ \text{ V.}$$

E10.11 Şekil E10.11'de I_1 , I_2 , V_1 ve V_2 'yi belirleyiniz.

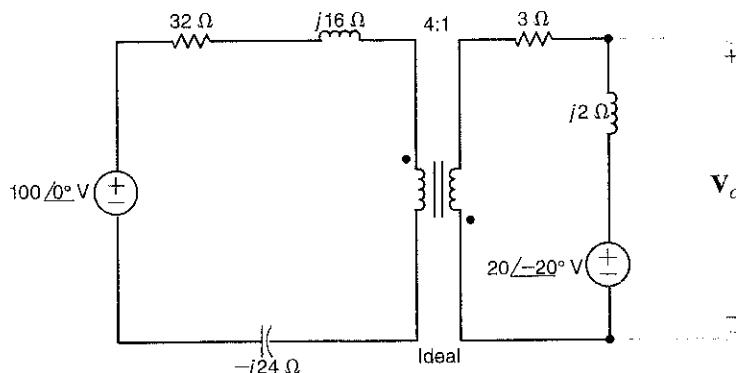


Şekil E10.11

YANIT:

$$\begin{aligned} I_1 &= 2.12 / -25.6^\circ \text{ A;} \\ I_2 &= 8.49 / 154.42^\circ \text{ A;} \\ V_1 &= 64.16 / 44.1^\circ \text{ V;} \\ V_2 &= 16.04 / -135.9^\circ \text{ V.} \end{aligned}$$

E10.12 Şekil E10.12'de V_o gerilimini belirleyiniz.

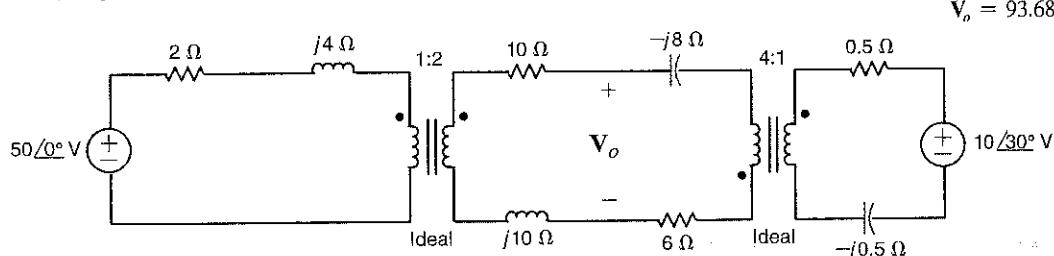


Şekil E10.12

YANIT:

$$V_o = 24.95 \angle -62.65^\circ \text{ V.}$$

E10.13 Şekil E10.13'te V_o gerilimini belirleyiniz.



Şekil E10.13

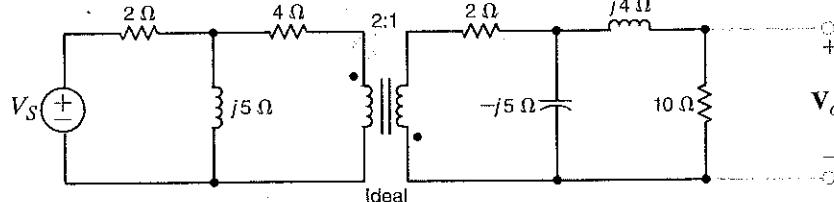
YANIT:

$$V_o = 93.68 \angle -83^\circ \text{ V.}$$

E10.14 Şekil E10.14'te ege $V_o = 10 \angle 30^\circ \text{ V}$ ise V_s gerilimini bulunuz.

YANIT:

$$V_s = 32.34 \angle -125.3^\circ \text{ V.}$$

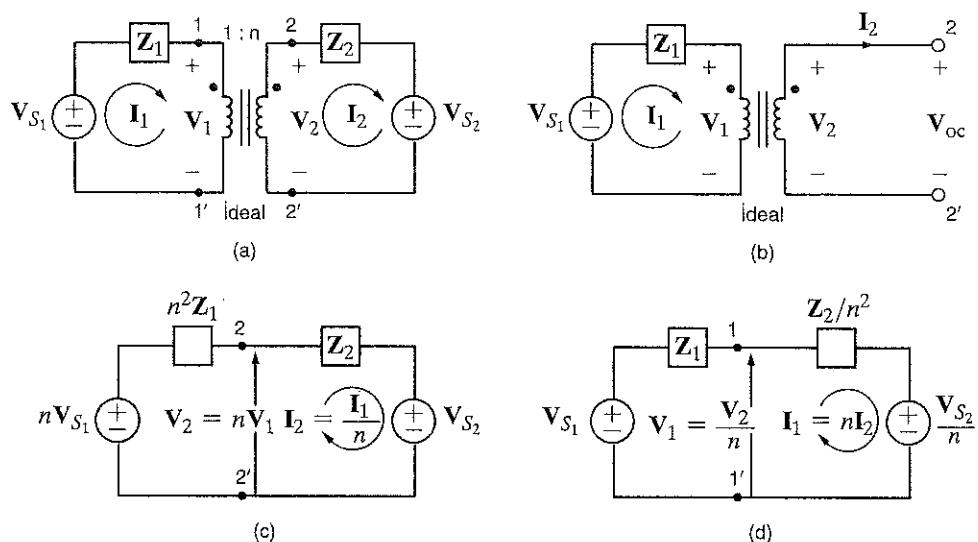


Şekil E10.14

Ideal transformator içeren devrelerin analizini basitleştirmek için bir başka teknik de Thevenin ya da Norton teoremini kullanarak transformatörün ve primer veya sekonder tarafını eşdeğer devresini bulmaktadır. Fakat bu teknik çoğunlukla şu ana kadar anlatılmış olandan daha fazla çaba kullanmayı gerektirir. Bu yaklaşımı, Şekil 10.21a'da gösterilen devreye uygulayalım ve transformatörle transformatörün primer devresinin Thevenin eşdeğeriini bulalım. Akımların ve gerilimlerin yönlerine ve noktaların konumlarına göre transformatör denklemleri aşağıda verilmektedir:

$$I_1 = nI_2$$

$$V_1 = \frac{V_2}{n}$$



Şekil 10.21b'de gösterilen devrenin sekonder tarafının 2-2 uçları arasından görülen Thevenin eşdeğeri hesaplayalım. Bu uçlar açık devre edildiğinde $I_2 = 0$ olacağından primer akımı da sıfır olur ($I_1 = 0$). Dolayısıyla,

$$V_{oc} = V_2 = nV_1 = nV_{Si}$$

olur. Thevenin empedansını bulmak için V_s kısa devre edildiğinde primerde yalnızca Z_1 empedansı kalır. Açık devre uçlarından görülen eşdeğer empedans ise bu empedansın sarım oranı ile sekondere yansıtılmış değeridir.

$$Z_{Th} = n^2 Z_1$$

Dolayısıyla Şekil 10.21a'daki devre için elde edilen esdeger devrelerden birisi Şekil 10.21c'de gösterilmektedir. Benzer bir mantıkla, bu kez transformatör ve sekonder devresinin esdegeri hesaplanırsa Şekil 10.21d'deki devre elde edilebilir.

Genel olarak transformatör ve bunun primer devresi için eşdeğer devre geliştirilirken her primer gerilimin n ile çarpıldığı, her primer akımının n ile bölündüğü ve her primer empedansının n^2 ile çarpıldığı gösterilebilir. Benzer şekilde transformatör ve sekonder devresi için eşdeğer devre geliştirilirken, her sekonder gerilimi n ile bölünür, her sekonder akımı n ile çarpılır ve her sekonder empedansı n^2 ile bölünür. Güç değerleri ise primerde de hesaplanşa sekonderde de hesaplanşa aynıdır.

Daha önce, transformatördeki noktalardan herhangi birinin yeri değiştirildiğinde eşdeğer devrede n değerinin $-n$ değeri ile değiştirildiğini görmüştük. Ayrıca, bu eşdeğer devreler, transformatör kaldırıldığında devrenin iki parçaya bölüneceği, yani primerle sekonder arasında transformatör dışında fiziksel bir bağlantı olmadığı varsayıma dayandırılmıştır. Eğer herhangi dış bağlantı varsa eşdeğer devre teknigi genel olarak kullanılamaz. Son olarak, eğer primer ve sekonder devreler Şekil 10.21a'da gösterilenlerden çok daha karmaşıksa devreyi Şekil 10.21a'dakine indirgemek için Thevenin teoremi kullanılabilir. Ayrıca, karmaşık devrenin bileşenleri birer birer transformatörün bir yanında yansıtılabilir.

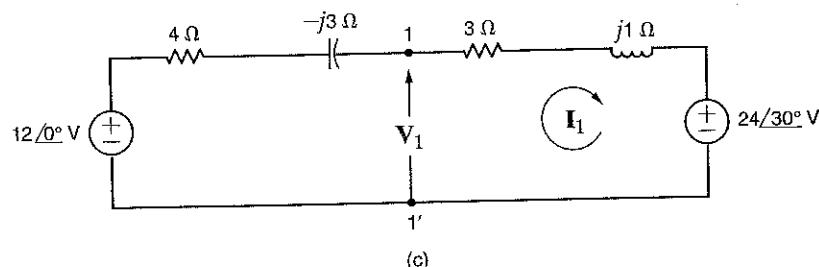
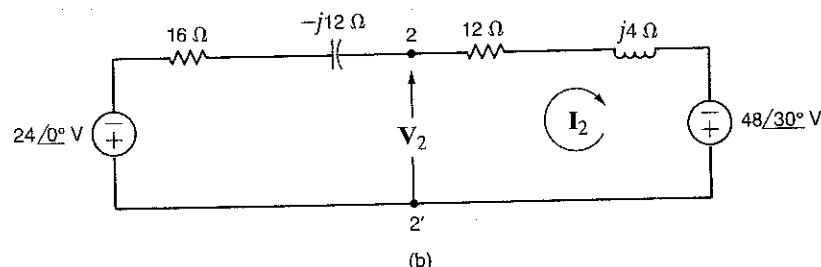
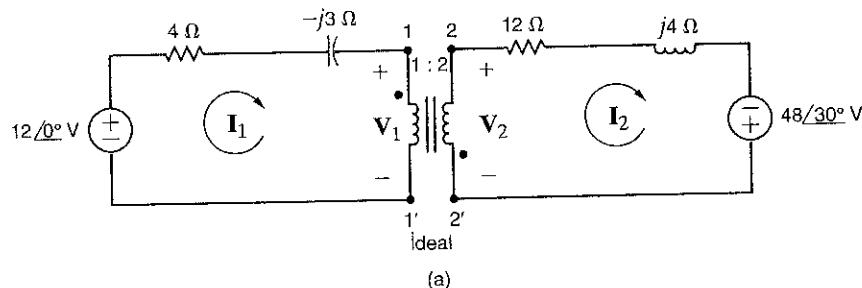
Şekil 10.22a'da verilen devre için, transformatör ve primer kaldırınlara elde edilen eşdeğer devreyi ve transformatör ve sekonder kaldırınlara elde edilen eşdeğer devreyi çizmek istiyoruz.

Seçilen akım ve gerilim yönleriyle noktaların konumları arasındaki ilişki göz önüne alınarak primer için bir eşdeğer devre içeren devre Şekil 10.22b'de, sekonder için eşdeğer devre ise Şekil 10.22c'de verilmektedir. Okuyucu eşdeğer devrelerdeki gerilim kaynaklarının polaritesine dikkat etmelidir.

ÖRNEK 10.9

Şekil 10.22

Örnek devre ve iki eşdeğer devre.



Problem Çözme Stratejisi

İdeal Transformatörlü Devreler

Adım 1. Devreyi dikkatlice inceleyerek seçilen akım ve gerilim yönleri ile transformatörün noktaları arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.

- Her iki tarafta da gerilim noktalı ucta ya da noktasız ucta pozitif kabul edilmişse o zaman $v_1/v_2 = N_1/N_2$ olur. Bu doğru değilse, yani bir tarafta noktalı ucun diğer tarafta noktasız ucun gerilimi pozitif alınmışsa o zaman $v_1/v_2 = -N_1/N_2$ olur.
- Eğer bir akım noktalı uca giriyor olarak tanımlanmışsa ve diğer noktalı uçtan çıkışıyor olarak tanımlanmışsa o zaman $N_1i_1 = N_2i_2$ olur. Eğer bu koşul sağlanmıyorsa o zaman $N_1i_1 = -N_2i_2$ olur.

Adım 2. Eğer transformatörün iki sargası arasında elektriksel bağlantı yoksa transformatörün bir yanındaki tüm devre elemanlarını diğer tarafa yansıtarak ideal transformatörü aradan çıkartınız. Elemanları, yukarıdaki açıklamalar doğrultusunda dikkatlice yansıtınız. Emпедansları yansıtarken yalnızca genliklerinin değiştirileceğini unutmayın. İdeal transformatörler elimine edildikten sonra geri kalan devreye devre analizi teknikleri uygulayınız. Analiz sonucu elde edilen akım ve gerilimleri uygun biçimde geri yansıtın ve aranan değerleri bulunuz.

Adım 3. Alternatif bir yaklaşım olarak devreyi basitleştirmek için Thevenin ya da Norton teoremini kullanınız. Tipik olarak eşdeğer devrenin hesaplanması ideal transformatörü elimine eder. Basitleştirilmiş devreyi çözünüz.



Adım 4. Eğer iki transformatör sargası arasında elektriksel bağlantı varsa düğüm analizi yöntemi ya da çevre analizi yöntemini kullanarak devre denklemlerini yazınız. İdeal transformatör için gerilimler ve akımlar arasındaki uygun ilişkileri kullanarak denklemeleri çözünüz.

Şekil 10.23a'da gösterilen devredeki V_o çıkış gerilimini belirleyelim.

ÖRNEK

10.10

Önce primer devresi (birincil devre) için bir Thevenin eşdeğeri oluşturarak başlıyoruz. Şekil 10.23b'den açık devre geriliminin aşağıdaki gibi olduğunu gösterebiliriz:

$$\begin{aligned} V_{oc} &= \frac{24/0^\circ}{4 - j4} (-j4) - 4/-90^\circ \\ &= 12 - j8 = 14.42/-33.69^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

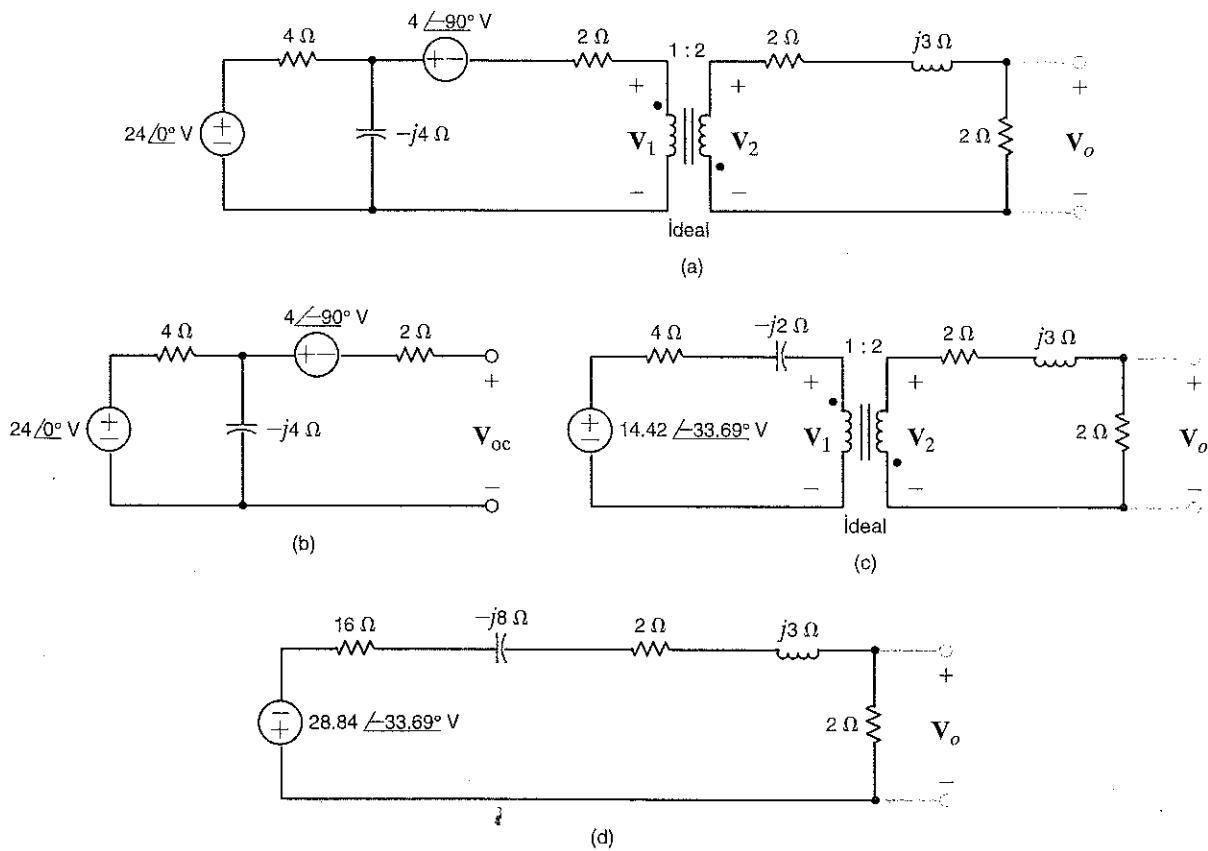
Gerilim kaynakları kısa devre edilerek açık devre uçları arasından görülen Thevenin eşdeğer impedansı

$$\begin{aligned} Z_{Th} &= \frac{(4)(-j4)}{4 - j4} + 2 \\ &= 4 - j2 \Omega \end{aligned}$$

olur. Şekil 10.23a'daki devre böylece Şekil 10.23c'de gösterilene indirgenmiş olur. Transformatörün ve primer devresinin eşdeğeri devresi ise Şekil 10.23d'de gösterilmektedir.

Şekil 10.23

Bir eşdeğeri devre elde etmek için kullanılan örnek devre ve diğer devreler.



Dolayısıyla V_o gerilimi aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$V_o = \frac{-28.84 / -33.69^\circ}{20 - j5} (2)$$

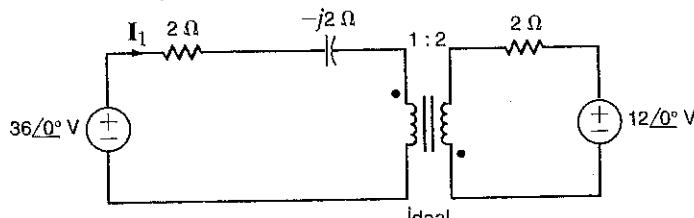
$$= 2.80 / 160.35^\circ \text{ V}$$

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E10.15 Şekil E10.15'te verilen devrede, transformatör ve sekonderi için eşdeğer devreyi oluşturunuz ve elde edilen devreden I_1 akımını hesaplayınız.

YANIT:

$$I_1 = 13.12 / 38.66^\circ \text{ A.}$$

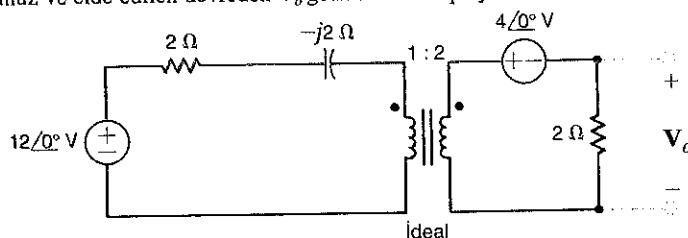


Şekil E10.15

E10.16 Şekil E10.16'da verilen devreyi göz önüne alarak transformatör ve primeri için bir eşdeğer devre oluşturunuz ve elde edilen devreden V_o gerilimini hesaplayınız.

YANIT:

$$V_o = 3.12 / 38.66^\circ \text{ V.}$$



Şekil E10.16

ÖRNEK

Şekil 10.24'teki devrede I_1 , I_2 , V_1 ve V_2 'yi belirleyiniz.

10.11

ÇÖZÜM:

1, ve 2 düğümlerinde düşüm denklemi aşağıdaki gibi yazılabılır:

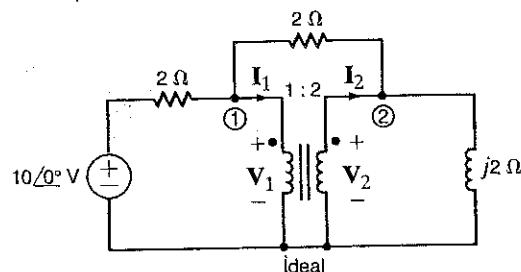
$$\frac{10 - V_1}{2} = \frac{V_1 - V_2}{2} + I_1$$

$$I_2 + \frac{V_1 - V_2}{2} = \frac{V_2}{2j}$$

Transformatör bağıntıları $V_2 = 2V_1$ ve $I_1 = 2I_2$ biçimindedir. İlk düşüm denklemi $I_1 = 5 \text{ A}$ sonucunu verir ve dolayısıyla $I_2 = 2.5 \text{ A}$ olur. İkinci düşüm denklemi, transformatör bağıntıları ile beraber $V_1 = \sqrt{5} / 63^\circ \text{ V}$ ve $V_2 = 2\sqrt{5} / 63^\circ \text{ V}$ sonucunu verir.

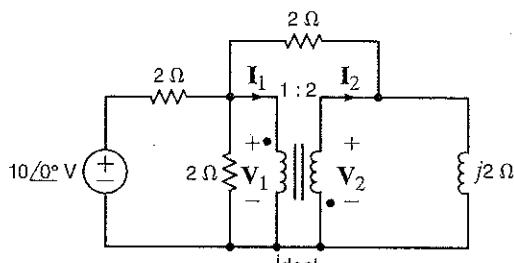
Şekil 10.24

Örnek 10.11'de kullanılan devre.



Dönmezlik ve Dengeleme Devreleri

E10.17 Şekil E10.17'deki devrede I_1 , I_2 , V_1 , ve V_2 'yi belirleyiniz.



Şekil E10.17

YANIT:

$$I_1 = 3.08 / -13.7^\circ \text{ A};$$

$$I_2 = 1.54 / 166.3^\circ \text{ A};$$

$$V_1 = 0.85 / 20^\circ \text{ V};$$

$$V_2 = 1.71 / -160^\circ \text{ V}.$$

Yeni konuya geçmeden önce Faraday yasasına geri dönelim. Faraday yasası gereği ideal transformatör için $v_1(t) = N_1 \frac{d\phi}{dt}$ ve $v_2(t) = N_2 \frac{d\phi}{dt}$ yazılabilir. Transformatörün bir sargasına bir DA gerilim uygulanırsa ne olur? Bu durumda, manyetik akı ϕ bir sabit olduğundan diğer sargı geriliği sıfır olur. Bu durumda transformatörümüz pek kullanışlı değildir. Peki transformatöre bir AA gerilim uygulanırsa ne olur? Manyetik akı sinüzoidal olur ve zamanla değişir. Transformatörler AA gerilim değerlerinin yükseltilmesini ve düşürülmesini kolayca ve verimli bir biçimde gerçekleştirebilir. Bu işlemi DA gerilimler için yapmak kolay değildir. Transformatörlerin gerilim seviyesini kolayca değiştirebilmesi, dünyadaki elektrik enerjisini çok büyük bir kısmının iletildiğinde AA akım ve gerilimlerinin kullanılmasında en önemli etkenlerden birisidir.

Transistörler, modern elektronik cihazlarda gereksinim duyulan düşük gerilimli güç kaynaklarında yaygın biçimde kullanılırlar. Örneğin, bilgisayar sistemlerinde 5V DA, taşınabilir radyolarda 9V DA ve askerî cihazlar ve uçaklarda 28 V DA sıkılıkla kullanılan gerilim seviyeleridir. Bu alçak gerilim transistor devrelerini enerji hattına bağlamak için transformatörler kullanılırsa sistemde çarpılma tehlikesi azalır çünkü transformatör enerji hattı ile cihaz arasında bir yalıtım sağlar. Fakat güvenlik açısından bakıldığından birçok durumda yeterli olsa da transformatör mutlak çözüm değildir. Herhangi bir elektriksel cihazla çalışırken her zaman elektrik çarpmasının tehlikelerini minimize etmek için dikkatli olmalıyız.

Güç elektroniği cihazlarında ya da güç sistemlerinde tehlike ciddidir. Bu durumlardaki problem, iç empedansı düşük olan yüksek gerilimlerdir. Evlerimizdeki şebeke geriliminin öldürütüle olabileceğini hiçbir zaman unutmamalıyız.

Şimdi aşağıdaki, deneyimli bir profesyoneli bile şaşırtabilecek gizli bir tehlikeyi gösteren, yıkıcı sonuçları olan örneği inceleyelim.

Şekil 10.25a'da gösterildiği gibi birbirine komşu iki ev iki farklı A ve B transformatöründen beslenmektedir. B evi civarındaki şebeke geriliminde oluşan anıbir dalgalanma X-Y devre kesicisi açılmışına neden olmuştur. Artık B evi enerjisiz kalmıştır. A evinin sahibi, komşusuna yardım etmek için A evindeki bir duvar prizi ile B evindeki duvar prizi arasına Şekil 10.25b'de gösterildiği gibi uzun bir uzatma kablosu ile bağlantı yapar. Daha sonra, elektrik şirketi teknisyeni devre kesicisini tekrar bağlamak için gelir. Teknisyen bu durumda herhangi bir tehlike altında mıdır?

10.4

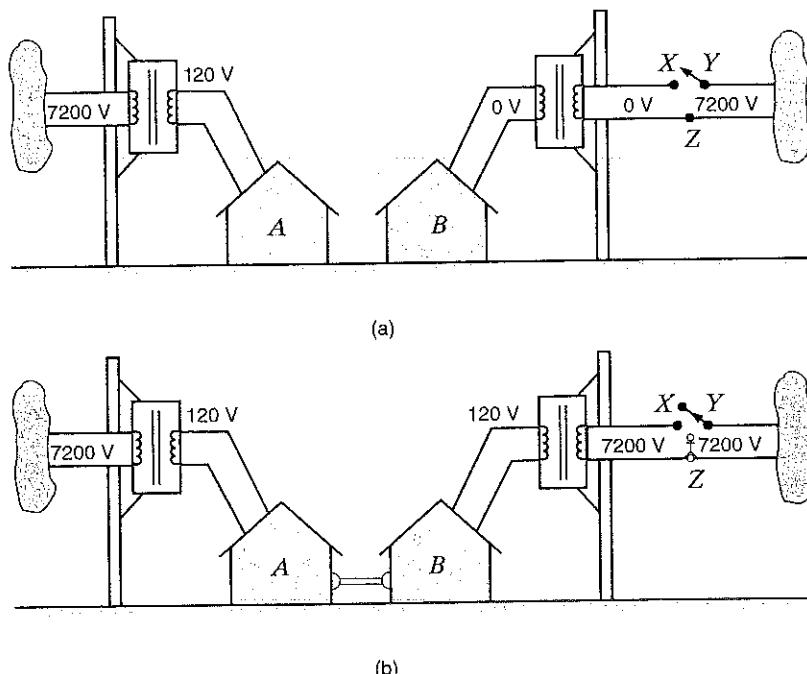
Güvenlik Değerlendirmeleri

ÖRNEK

10.12

Şekil 10.25
Uzatma kablosu bağlantısından habersiz olan teknisyen, X ve Z noktaları arasında gerilim olmadığını düşünmektedir. Fakat iki ev arasındaki elektriksel bağlantı nedeniyle iki nokta arasında 7200 V rms bulunur ve teknisyen bu yüksek gerilimle temas etmesi hâlinde ciddi bir şekilde yaralanır ya da hayatını kaybeder.

Şekil 10.25
Örnek 10.12'de
kullanılan diyagramlar



Aşağıdaki örnekler transformatörler için çeşitli uygulamaları gösterir.

10.5

Uygulama Örnekleri

UYGULAMA ÖRNEĞİ 10.13

24 MW değerinde bir gücü 100 mil (160.9 km) mesafeye iki iletkenli bir hatla taşıma problemini ele alalım. Eğer hat a) 240 V rms'de b) 240 kV rms'de çalışırsa, sadece hat direncini dikkate alarak, % 95 iletim verimliliği elde etmek için gerekli iletken yarıçapını belirleyiniz. İletken özdirencinin $\rho = 8 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ olduğunu varsayıınız.

ÇÖZÜM a. 240 V da hat akımını hesaplayalım:

$$I = \frac{P}{V} = \frac{24 \text{ M}}{240} = 100 \text{ kA rms}$$

Eğer

$$\eta = 95\%,$$

ise

$$P_{\text{loss}} = 0.05(24 \text{ M}) = 1.2 \text{ MW} = I^2 R$$

olur. Dolayıyla hat direnci,

$$R = \frac{P_{\text{loss}}}{I^2} = \frac{1.2 \text{ M}}{(100 \text{k})^2} = 1.2 \times 10^{-4} \Omega$$

olarak hesaplanır.

$$R = \frac{\rho l}{A} = \frac{(8 \times 10^{-8})(2 \times 160.9 \times 10^3)}{A}$$

olduğundan

$$A = \frac{0.25744}{1.2 \times 10^{-4}} = 214.5 \text{ m}^2 = \pi r^2$$

ve

$$r = 8.624 \text{ m}$$

bulunur. Bu çok büyük ve gerçekleştirilemesi mümkün olmayan bir iletken boyutudur.

b. 240 kV rms'de hat akımı ise,

$$I = 100 \text{ A rms}$$

olur. İşlemler yapılarak

$$R = \frac{1.2 \times 10^6}{(100)^2} = 120 \Omega$$

$$A = \frac{0.25744}{120} = 2.145 \times 10^{-4} \text{ m}$$

ve

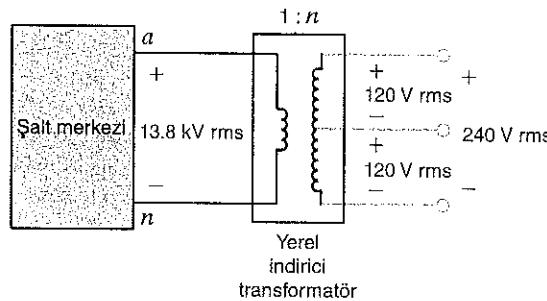
$$r = 0.8264 \text{ cm}$$

bulunur. Bu oldukça gerçekçi bir değerdir.

Bu örnek ile pratik elektrik enerji iletiminin yüksek gerilimde çalışmayı gerektirdiği gösterildi. Şimdi, bir gerilim seviyesinden bir başkasına verimli bir şekilde dönüştürebilen ekonomik bir cihaza gereksinim duyulmaktadır. Bu cihaz ise, gösterdiğimiz gibi, güç transformatörür.

Şekil 10.26'daki yerel transformatör bir enerji dağıtım sistemindeki en son gerilim düşürücüdür. ABD'de yerleşim alanlarındaki elektrik direklerinde karşılaşılan bu yapıda kullanılan tek fazlı transformatörün primerinde faz-nötr gerilimi 13.8 kV rms olan bir sargı, sekonderinde ise konutlara hem 120 V hem de 240 V rms sağlayabilen orta uç bağlantılı iki sargı bulunmaktadır. Bu tip yapılara Şekil 10.27'de gösterilen transformatör örnek olarak verilebilir.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 10.14



Şekil 10.26

Orta uçlu bir yerel transformatör devresi.

240-V rms sekonder gerilimi üretmek için gerekli sarım oranını bulalım. Transformatörün, 10 evin her birine 200-A rms servis sağladığını varsayıarak, transformatör için minimum güç değerini ve primerdeki maksimum akımı belirleyelim.

ÇÖZÜM

Sarım oranı aşağıdaki gibi verilir:

$$n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{240}{13,800} = \frac{1}{57.5}$$

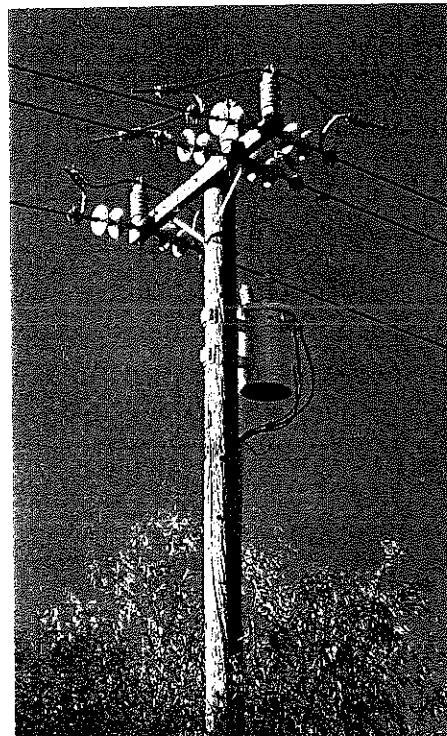
Evin başına düşen akım I_H ise bu durumda maksimum primer akımı aşağıdaki gibi olur:

$$I_1 = nI_2 = n(10I_H) = 34.78 \text{ A rms}$$

Bu durumda primere taşınan maksimum güç aşağıdaki gibi olur.

$$S_1 = V_1 I_1 = (13,800)(34.78) = 480 \text{ kVA.}$$

Dolayısıyla transformatör en az 480kVA güç değerine sahip olmalıdır.



Şekil 10.27
Meskenler için kullanılan
bir transformatör
(tomba/iStockphoto).

**UYGULAMA
ÖRNEĞİ 10.15**
ÇÖZÜM

Elektrikli dış fırçanız gece boyunca yuvasında zararsızca durmaktadır. Yuva ve dış fırçası arasında doğrudan herhangi bir elektriksel bağlantı olmamasına rağmen içerisindeki piller dolabilmektedir. Bu nasıl olabilir?

Bu sorunun yanıtı bağıtlı induktörlerdir! Yuvanın içerisinde bulunan bir sargı bir AA kaynağı tarafından enerjilendirilmiştir. İkinci sargı dış fırçasının alt kısmındadır. Dış fırçası yuvaya girdiğinde iki sargı fiziksel olarak birbirine yakın olur ve dolayısıyla Şekil 10.28'de gösterildiği gibi bağıtlı bir durum söz konusu olur.

Bu sargılar için mantıklı bir tasarım yapmaya çalışalım. İlk önce $k = 0.25$ katsayı ile sargıların zayıf bağıtlı olduğunu varsayıyalım. İkinci olarak, yuvaya uygulanan gerilim $120 \angle 0^\circ \text{ V rms}$ olsun. Üçüncü olarak dış fırçasındaki sargı pili şarj edebilmek için $6 \angle 0^\circ \text{ V}$ gerilim üretilsin. Pilin kapasitesi gözönüne alınarak bu sargının akımını da 100 mA rms seçilsin. Gücü "göreli" olarak düşük tutmak için primer akımını sadece 0.5 A rms ile sınırlayacağız. Son olarak analizimizi basitleştirmek için I_1 ve I_2 'nin aynı fazda olduğunu varsayıyalım.

İlk olarak devremiz için aşağıda verilen çevre denklemlerini elde edelim:

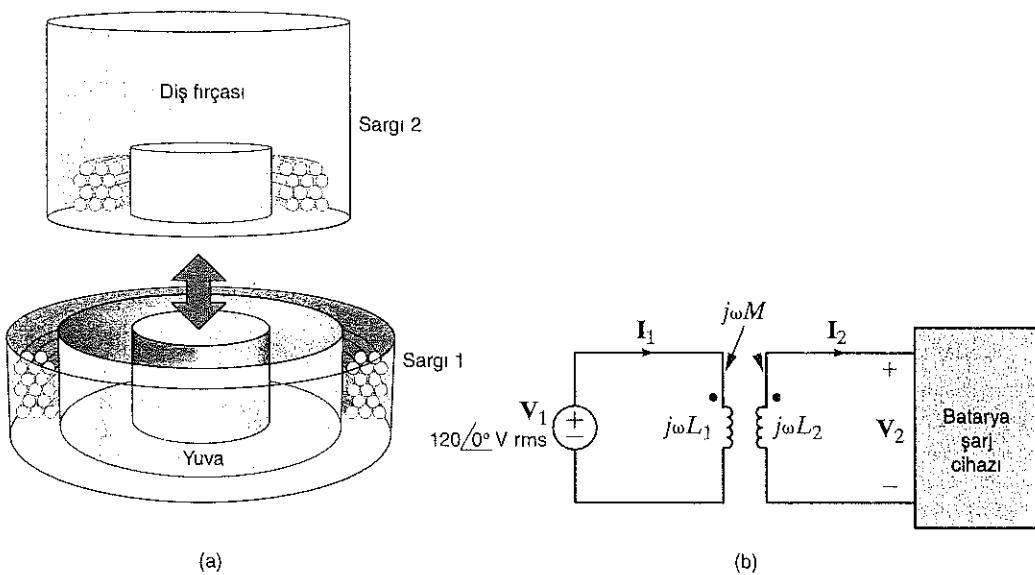
$$\mathbf{V}_1 = j\omega L_1 \mathbf{I}_1 - j\omega M \mathbf{I}_2$$

10.34

$$\mathbf{V}_2 = j\omega M \mathbf{I}_1 - j\omega L_2 \mathbf{I}_2$$

Burada $\mathbf{V}_1 = 120 \angle 0^\circ \text{ V rms}$ ve $\mathbf{V}_2 = 6 \angle 0^\circ \text{ V rms}$ dir. Şimdi, koşulunu sağlayan bir α değişkeni tanımlayalım.

$$L_2 = \alpha^2 L_1$$



Eş. (10.34)'ten L_2 'yi yok edebiliriz. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1 &= j\omega L_1 \mathbf{I}_1 - j\omega k\alpha L_1 \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V}_2 &= j\omega k\alpha L_1 \mathbf{I}_1 - j\omega \alpha^2 L_1 \mathbf{I}_2 \end{aligned}$$

olur. Eş. (10.35) taraf tarafa bölünerek ω ve L_1 yok edilebilir.

$$\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_2} = \frac{120}{6} = 20 = \frac{\mathbf{I}_1 - k\alpha \mathbf{I}_2}{k\alpha \mathbf{I}_1 - \alpha^2 \mathbf{I}_2}$$

Bu bağıntıyı aşağıdaki gibi düzenleyebiliriz:

$$20I_2\alpha^2 - (20kI_1 + kI_2)\alpha + I_1 = 0$$

I_1 , I_2 ve k için verilen tasarım parametrelerini yerine koyarsak olası α değerlerini bulabiliyoruz.

$$\alpha = \begin{cases} 0.246 \\ 1.02 \end{cases}$$

(Akım fazörleri yerine akım büyüklüklerini kullanabilmek için \mathbf{I}_1 ve \mathbf{I}_2 'nin aynı fazda olması kısıtlımızı kullandık.) α için küçük olan değeri seçmek daha küçük L_1 seçmek demektir. Dolayısıyla seçimimiz bu yönde olmalıdır çünkü böylece daha az sarım sayılı, dolayısıyla daha küçük, daha hafif ve daha ucuz bir sargıya gereksinim duyuyoruz. Sonra, Eş. (10.35) kullanılarak ωL_1 çarpımını hesaplayabiliyoruz:

$$V_1 = \omega L_1 (0.5) - \omega (0.25)(0.246)L_1(0.1) = 0.494\omega L_1$$

Çizelge 10.1'de, hesapladığımız α değeri için, farklı frekanslarda çalışma durumunda gerekli induktans değerleri verilmektedir. Görüldüğü gibi düşük frekanslarda induktans değerleri pratik olmayan, çok büyük değerler olmaktadır. Dolayısıyla kulagın algılaya-

ÇİZELGE 10.1 Değişik frekanslar için gerekli induktans değerleri.

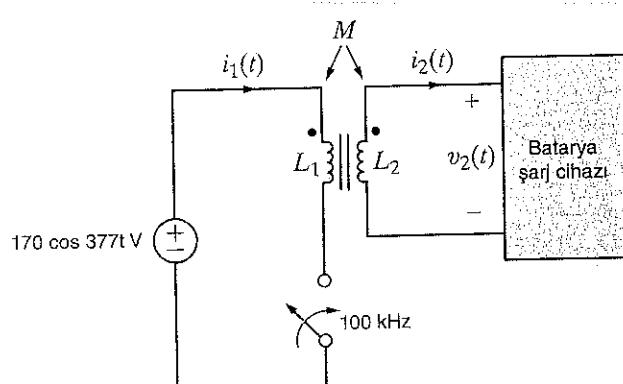
FREKANS (Hz)	FREKANS (rad/s)	I_1	I_2
60	377	693 mH	39.0 mH
zok	126k	2.01 mH	117 μH
1000	628k	416 μH	23.4 μH

bildiği frekansların üst sınırı olan 20 kHz'e kadar olan bütün frekanslar çizelgede atlanmıştır (diş fırçanızın şarj olmasını dinlemek zorunda kalmamak için). Bu frekans bölgesinde indüktans değerleri çok daha mantıklıdır, fakat hâlâ hatırlı sayıları derecede büyütür. Ancak, 100 kHz'de toplam indüktans sadece birkaç yüz mikrohenry büyüklüğündedir. Bunlar çok makul değerlerdir ve bunları kullanacağız.

En son soru: Eğer prizimizde bir 50 veya 60 Hz sinüzoid varsa, 100 kHz'i nasıl elde ederiz? Şekil 10.29'da gösterildiği gibi 100 kHz'de açılan ve kapatılan gerilim kontrolü bir anahtar kullanabiliriz. Böylece indüktöre uygulanan gerilim 100 kHz frekanslı darbeli bir gerilim olur. Her ne kadar sonuç 100 kHz sinüs dalgası değilse de işi yapmak için yeterlidir.

Şekil 10.29

100 kHz değerinde açılıp kapatılan bir anahtar dış fırçası uygulamamız için gerekli yüksek frekanslı AA giriş gerilimini üretebilir.

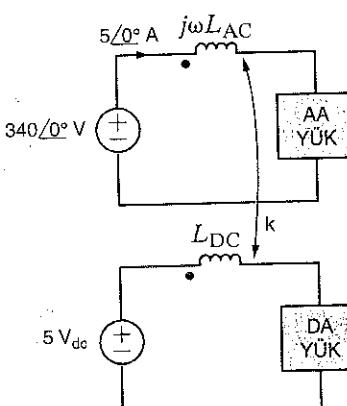


UYGULAMA ÖRNEĞİ 10.16

Şekil 10.30'da gösterildiği gibi iki devre, yüksek akımlı bir AA devresi ve düşük akımlı bir DA devresi, yakın bir şekilde yerleştirilmiştir: Her devre bir çevrim oluşturduğu için sonucunda her devrenin bir miktar indüktans içermesi normaldir. Ayrıca, devrelerin yakınınlarından ötürü devreler arasında biraz da bağlaşım beklemeliyiz. Bu özel durumda, her çevrimdeki indüktansın 10 nH ve bağlaşım katsayısının $k = 0.1$ olduğunu varsayıyalım ve iki senaryoyu inceleyelim. İlk durumda AA devresinde 60 Hz'de çalışan AA motoru bulunsun. Senaryoyu inceleyelim. İlk durumda AA devresi 100 MHz'de çalışan bir FM radyo vericisini modellesin. Her ikinci durum için de DA devrede endüktlenen gürültüyü belirlemek istiyoruz. Hangi senaryo en kötü indüktif bağlaşımı gürültüyü üretir? Neden?

Şekil 10.30

Fiziksel olarak bağlaşımı sahip olacak kadar yakın olan bir AA ve bir DA devre için devre modeli.



DA devrede endükleen gerilim gürültüdür ve aşağıdaki biçimde hesaplanır:

$$V_{\text{gürültü}} = j\omega M I_{\text{AC}} = j\omega k \sqrt{L_{\text{AC}} L_{\text{DC}}} I_{\text{AC}}$$

Gürültünün yalnızca büyüklüğü ile ilgilenebilir. Yukarıda verilen model parametreleri ile gürültü geriliminin büyüklüğü aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$V_{\text{gürültü}} = 2\pi f(0.1)(10^{-8})(5) = 3.14 \times 10^{-8}f \text{ V}$$

AA motor senaryosu için $f = 60 \text{ Hz}$ dir ve gürültü gerilimi $1.88 \mu\text{V}$ olur. 5 V DA giriş gerilimi ile karşılaşıldığında bu değer neredeyse sıfırdır. Fakat 100 MHz 'de çalışan FM radyo vericisi modellenirken gürültü gerilimi 3.14 V tur. Bu 5 V 'un $\% 60$ 'ından daha fazladır!

Dolayısıyla, manyetik endükleenmiş gürültünün yüksek frekanslarda çok daha kötü olduğunu anlıyoruz. Yüksek frekans-yüksek akımlı devreleri manyetik olarak "korumak" için çok dikkatli olunması gerektiği aşikârdır.

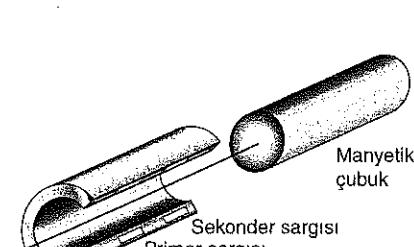
ÇÖZÜM

10.6

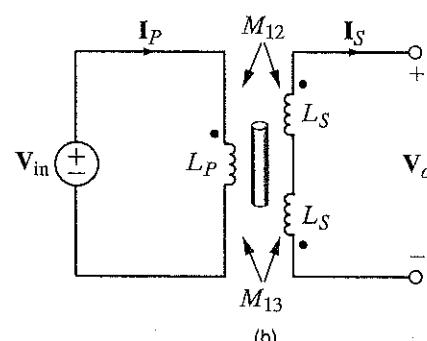
Tasarım Örnekleri

Doğrusal değişen fark transformatörü (LVDT) genelde doğrusal hareketi ölçmek için kullanılır. LVDT'ler ince malzeme katmanlarının kalınlığını ölçme, mekanik yük altındaki nesnelerin fiziksel deformasyonunu ölçmek gibi birçok uygulama alanında yararlıdır. (LVDT ile ilgili bir internet araması yapılırsa bu elemanın kullanıldığı pek çok diğer uygulama ile ilgili bilgi edinilebilir.) Şekil 10.31a ve b'de gösterildiği gibi LVDT bir primerli ve iki sekonderli bir bağıntılı induktörden başka bir şey değildir. Ancak, bu sargıların sarım ve bağlantı şekilleri nedeniyle çıkış gerilimi endükleen gerilimlerin farkına eşittir.

Sargıların üçü de içi boş bir silindirin çevresine yerleştirilir. Bu silindirin içerisinde genellikle çelikten ya da demirden yapılmış bir çubuk girip çıkar. Bu çubuğun bir ucu, hareketi ölçmek istenen parçaya tutturulur. Çubuk silindirin içine girdiğinde sargılar arasındaki bağlaşım katsayısında ciddi bir artış olur. Şimdi, hareket miktarı ile LVDT çıkış gerilimi arasındaki ilişkiyi ve LVDT'nin nasıl sürüldüğünü araştıralım. Daha sonra $\% 100$ hareket ettiğinde çıkış gerilim büyüklüğünün giriş gerilimi büyüklüğünne eşit olduğu, 10 V rms , 2 kHz 'de sürülen kendi LVDT'mizi tasarlayacağız.



(a)

**Şekil 10.31**

Standart LVDT'nin iki göstergesi:

- (a) kesit görünüşü ve
- (b) devre diyagramı.

ÇÖZÜM Tipik olarak LVDT primer sargası, 400 ile 5000 Hz arasında bir frekansta ve 3 ile 30 V rms aralığında sinüzoidal bir AA gerilim ile uyarılır. Çıkış gerilimini sadece bir voltmetre ile doğrudan ölçmemiz gerektiği için dışardan herhangi bir yük bağlamaya gerek yoktur.

Çubukun elektriksel sıfır konumu primer ve sekonder sargaslarının arasındaki ölü noktasıdır. Bu pozisyonda, primer sargasının her iki sekonder sargasıyla arasındaki bağlaşımalar eşittir ve çıkış gerilimi sıfırdır. Çubuk hangi doğrultuda hareket ederse etsin bağlaşım ve eşit olmalıdır. Çubukun hareketi doğrultuda çıkış geriliminin genliği doğrusal olarak değişir. Hareketin yönü ise çıkış geriliminin bağıl fazını değiştirir.

LVDT tasarımlımız Şekil 10.31b'de gösterilen devre ile başlar. Bu devredeki her iki sekonder sargasının bağlaşımının hareket miktarı ile değişimi Şekil 10.32'de gösterilmektedir. Görüldüğü gibi bağlaşım katsayıları, belli bir aralıkta doğrusal olarak değişir. Biz de hareket miktarı ile çıkış gerilimi arasında doğrusal bir ilişki oluşturabilmesi için tasarımımızın bu bölgede çalışmasını isteriz. Dolayısıyla bizim tasarımımızda tam (% 100) hareket 0.8 bağlaşım katsayısına karşılık gelir. Primer devresine KGY uygulanırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$V_{in} = j\omega L_p I_p + j\omega M_{13} I_s - j\omega M_{12} I_s \quad 10.36$$

Sekonder devresinde KGY uygulanırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$2(j\omega L_s) I_s + j\omega M_{13} I_p - j\omega M_{12} I_p + V_o = 0 \quad 10.37$$

Çıkışta yük olmadığından $I_s = 0$ olur ve Eş. (10.36) ve (10.37) aşağıdaki biçimde indirge- nir:

$$V_{in} = j\omega L_p I_p \text{ ve } V_o = I_p j\omega [M_{12} - M_{13}] \quad 10.38$$

$M_{IX} = k_{IX}[L_p L_s]^{0.5}$ olduğunu göz önüne alarak bu eşitlikleri çözersek çıkış gerilimi için aşağıdaki denklem elde edilir:

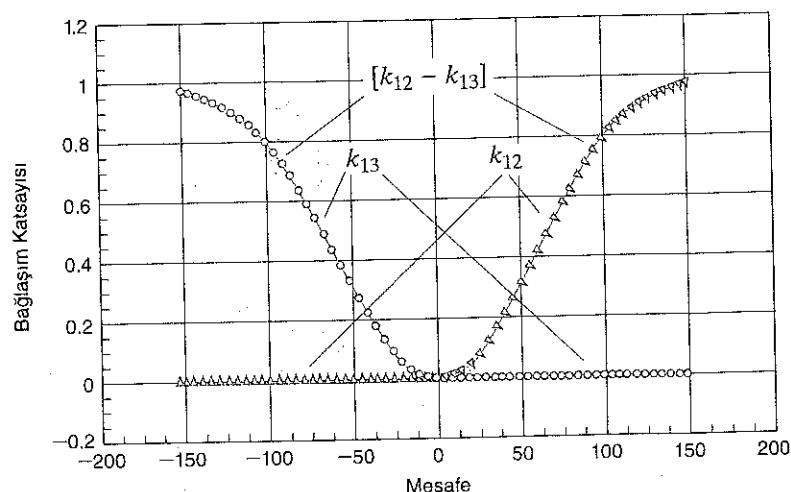
$$V_o = V_{in} \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} [k_{12} - k_{13}] \quad 10.39$$

Her sekonder sargası için bağlaşım katsayılarını hareketin yüzde değeri cinsinden (oransal değişim) ifade edebiliriz:

$$k_{12} = \begin{cases} 0.008x & \text{for } 0 < x < 100 \\ 0 & \text{for } x < 0 \end{cases} \quad k_{13} = \begin{cases} 0.008x & \text{for } -100 < x < 0 \\ 0 & \text{for } x > 0 \end{cases}$$

Şekil 10.32

Her sekonder sargası için bağlaşım katsayıları ve bağlaşım farkı. Çıkış geriliminin büyüklüğünü bu fark belirler.



Son olarak giriş geriliminin faz açısının sıfır olduğu varsayılarak çıkış gerilimi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} V_o &= V_{in} \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} [0.008x] = V_{in} \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} [0.008x] / 0^\circ \quad 0 < x < 100 \\ V_o &= V_{in} \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} [-0.008x] = V_{in} \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} [+0.008x] / -180^\circ \quad -100 < x < 0 \end{aligned} \quad 10.40$$

Hareket yönünün faz açısını nasıl etkilediğine dikkat ediniz.

Analizimizi bitirmek için sekonder primer indüktans oranı için bir değer belirlemeliyiz. % 100 harekette, giriş ve çıkış gerilimlerinin büyüklükleri eşittir ve $k = 0.8$ dir. Eş. (10.40)'ta bu ifadeyi kullanarak indüktör oranının $L_s/L_p = 1.25^2 = 1.5625$ olması gerektiğini buluruz.

İndüktanslar için değerleri belirlemek için önce primerde tolere edeceğimiz giriş akımını düşünmeliyiz. Olabildiğince düşük bir akım tercih etmeliyiz çünkü yüksek akımlarda primer sargasında kullanılamış iletkenin çapının da büyük olması gereklidir. Primer sargasına 2000 Hz frekanslı 10 V rms gerilim uygulandığında akımın 25 mA rms olmasını istiyoruz. Eş. (10.38)'den primer indüktansı aşağıdaki gibi bulunur.

$$L_p = \frac{V_{in}}{\omega I_p} = \frac{10}{2\pi(2000)(0.025)} = 31.8 \text{ mH}$$

Dolayısıyla sekonder indüktansı

$$L_s = 1.5625 L_p = 49.7 \text{ mH}$$

olar. İki indüktans değerinin seçimi ile bu tasarım tamamlanır.

Bir sonraki örneğimiz, yılbaşı ağacı ampullerinin ömrünü uzatmak için transformatörlerin nasıl kullanılabileceğini göstermektedir.

ABD'deki yılbaşı ağacı ampülleri normalde 120 V rms'te çalışır. Fakat bunlar, 108 V-rms'e bağlanırlarsa çok daha uzun ömürlü olurlar. Bir 120V-12V transformatör kullanarak ampüllere 108V rms sağlayacak bir ototransformatör tasarlayalırmı.

Şu ana deðin anlattığımız iki sargılı transformatörler primer ve sekonder sargaslar arasında Şekil 10.33a'da gösterildiği gibi elektriksel yalıtmı vardır fakat primer ve sekonder sargasları seri bağlanarak oto transformatör olarak bilinen bir üç uçlu cihaz elde edilebilir. Ototransformatörün yapısı Şekil 10.33b'de, gösterimi ise Şekil 10.33c'de verilmektedir. Birazdan göreceğimiz gibi, bu düzenlemenin yalıtımlı yapıya göre bazı pratik avantajları vardır. Üç uçlu yapının aslında aradan bir uç çıkartılmış tek bir sargı olduğuna dikkat ediniz.

Gerili 120 V rms'den 108 V rms'ye indirmek için iki sargı, gerilimleri birbirine zıt olacak şekilde bağlanmalıdır, Şekil 10.34'te buna karşılık gelen eksiltici bağlantı (Şekil 10.33b) gösterilmektedir. Bu düzenlemenede iki sarginin üzerindeki gerilim aşağıdaki gibidir:

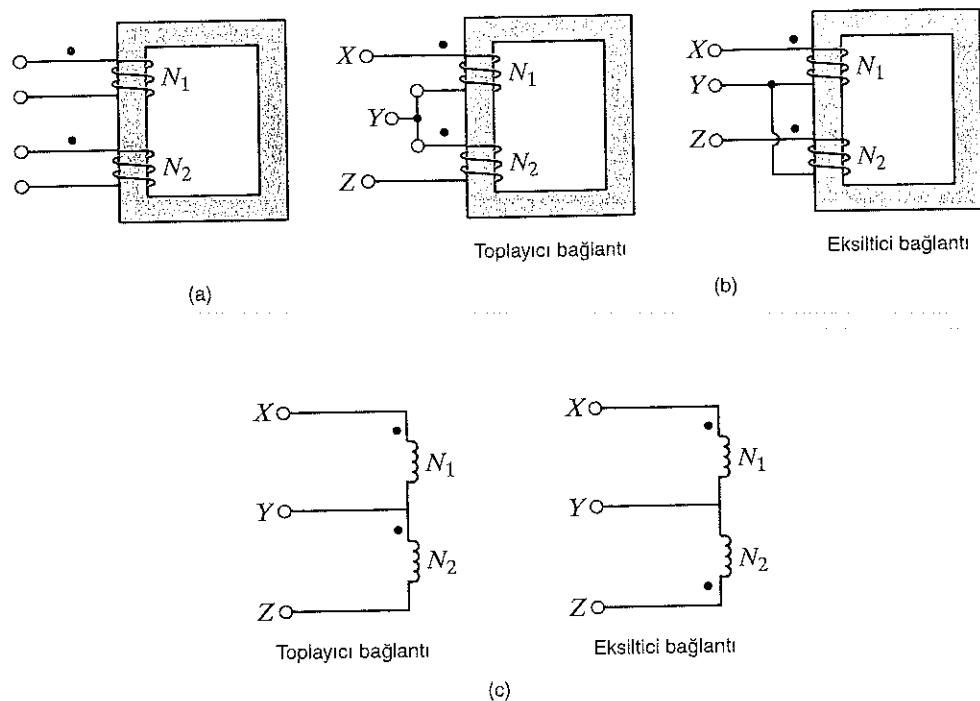
$$V_o = V_1 - V_2 = 120 - 12 = 108 \text{ V rms}$$

Işıklar doğrudan iki sarginin uçları arasına bağlanmıştır.

TASARIM ÖRNEĞİ

10.18

ÇÖZÜM

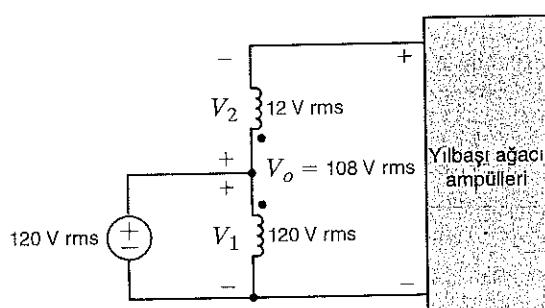


Şekil 10.33

Ototransformatör: (a) sargıları yan yana normal iki sargılı transformatör, (b) iki sargılı transformatörün sargıları seri bağlanarak elde edilen üç ucu tek sargılı ototransformatör, (c) b'ının sembolik gösterimi.

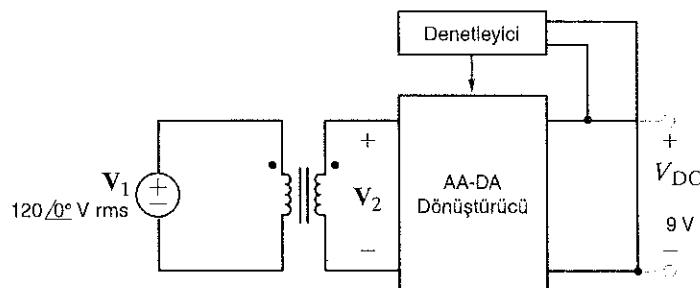
Şekil 10.34

Alçak gerilim yılbaşı ağaçları ampulleri için ototransformatör.



TASARIM
ÖRNEĞİ 10.19

Günümüzde çoğu elektronik ürün enerjisini alçak gerilim alternatif akımdan doğru akıma dönüştürücülerden (AA-DA dönüştürücüler) alır. Bu cihazlar girişteki AA geriliminden sabit bir DA çıkış gerilimi üretirler, genel olarak adaptör olarak adlandırırlar ve 120 V rms (veya 220 V) elektrik prizine doğrudan bağlanırlar. Çıkışları tipik olarak 5 ile 18 V DA arasında dırırlar. Şekil 10.35'te gösterildiği gibi, bir adaptörde üç temel bileşen vardır: basit bir transformatör, bir AA-DA dönüştürücü ve bir kontrol elemanı. Çıkış gerilimi 9 V çıkış gücü 2 W olacak ve yalnızca % 60 verimle çalışacak bir adaptöre ihtiyacımız vardır. Ayrıca, AA-DA dönüştürücünün uygun çalışması için AA gerilimin tepe değeri 12 V olmalıdır. Sarım oranını ve akım değerini seçerek bir transformatör tasarlamak istiyoruz.



Şekil 10.35

Basit bir adaptör için blok diyagramı. Bu cihazlar, oldukça alçak güç seviyesinde AA gerilimlerini (tipik olarak 120 V rms veya 220 V rms) DA gerilime çevirirler.

İlk olarak transformator için gerekli sarım oranını inceleyelim. Bunun için V_2 / V_1 gerilim oranını belirlemeliyiz. Tasarım isterlerine göre V_2 en az 12V tepe değerine sahip olmalıdır. Biraz güvenlik payı koyalım ve 13.5 V civarında bir V_2 için tasarım yapalım. V_1 120 V rms olduğu için bunun tepe değeri 169.7 V'dur. Dolayısıyla

$$n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{169.7}{13.5} = 12.6$$

olur. Böylece V_2 / V_1 oranı 12.6 olarak bulunur. Sarım oranı olarak 12.5: 1 ya da 25: 2 seçilebilir. Şimdi güç gereksinimini inceleyelim. Maksimum yük 2W'tır. % 60 verimde cihazın maksimum giriş gücü aşağıdaki gibidir:

$$P_{\text{in}} = \frac{P_{\text{out}}}{\eta} = \frac{2}{0.6} = 3.33 \text{ W}$$

120 V rms'de giriş akımı sadece

$$I_{\text{in}} = \frac{P_{\text{in}}}{V_{\text{in}}} = \frac{3.33}{120} = 27.8 \text{ mA rms}$$

olur. Dolayısıyla, 25: 2 sarım oranlı, 100 mA rms akım değerli transformator mükemmel bir güvenlik payı sağlayacaktır.

ÖZET

- **Ortak indüktans** Ortak indüktans, indüktörler birbirine yakın konumlandırılırsa ve ortak bir manyetik akışı paylaşırlarsa oluşur.
- **Ortak indüktans için nokta kuralı** Nokta kuralı, bir sargıdaki akımın yönüne göre başka bir sargıda endüklenmiş gerilimin işaretini belirler.
- **İki sarginin ortak indüktansları ve öz indüktansları arasındaki ilişki** Enerji analizi $M = k\sqrt{L_1 L_2}$ olduğunu gösterir. Burada k bağlaşım katsayısı değeri olup bunun değeri 0 ile 1 arasındadır.
- **İdeal transformatör** İdeal bir transformatörün çekişdeğinin manyetik geçirgenliği sonsuz, sargılarının direnci sıfırdır.

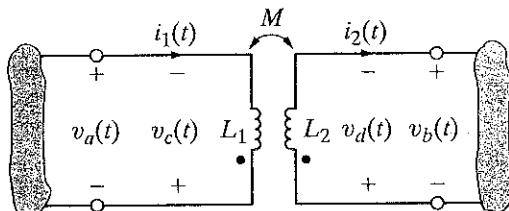
Gerilimler ve akımların primer ve sekonder sargılardaki değerleri arasındaki ilişki sargıların sarım sayılarının oranına bağlıdır.

- **İdeal transformatör için nokta kuralı** Aynen ortak indüktansta olduğu gibi, ideal transformatörler için de nokta kuralı, bir sargıdaki akımın diğer sargıda ne yönde gerilim endüklendiğini belirtir.
- **İdeal transformatörler içeren eşdeğer devreler** Değeri aranan bilinmeyenin devrenin hangi tarafında olduğuna bağlı olarak ya primer sekondere ya da sekonder primere yansıtılırak, değeri aranan bilinmeyeni içeren tek bir devre oluşturulur. Yansıtılan gerilimler, akımlar ve empedanslar noktalardan konumunun ve sarım oranının bir fonksiyonudur.

PROBLEMS

10.1 Şekil P10.1'de verilen devrede,

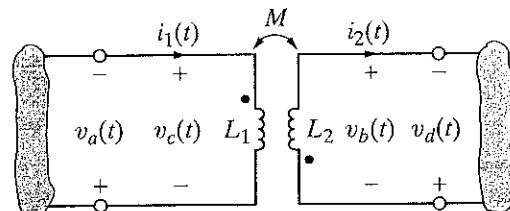
- (a) $v_a(t)$ ve $v_b(t)$ için denklemeleri yazınız.
 (b) $v_c(t)$ ve $v_d(t)$ için denklemeleri yazınız.



Şekil P10.1

10.4 Şekil P10.4'te verilen devrede,

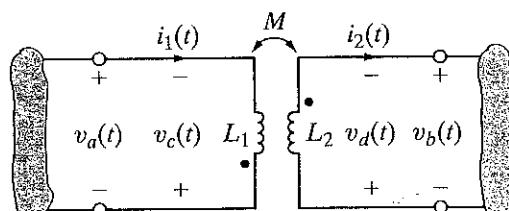
- (a) $v_a(t)$ ve $v_b(t)$ için denklemeleri yazınız.
 (b) $v_c(t)$ ve $v_d(t)$ için denklemeleri yazınız.



Şekil P10.4

10.2 Şekil P10.2'de verilen devrede,

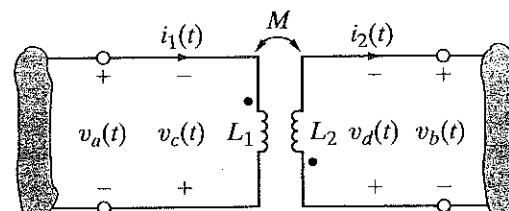
- (a) $v_a(t)$ ve $v_b(t)$ için denklemeleri yazınız.
 (b) $v_c(t)$ ve $v_d(t)$ için denklemeleri yazınız.



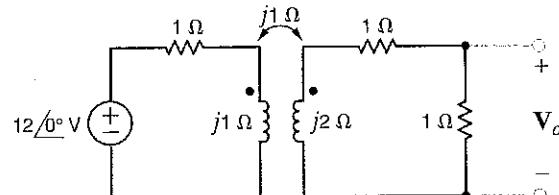
Şekil P10.2

10.3 Şekil P10.3'te verilen devrede,

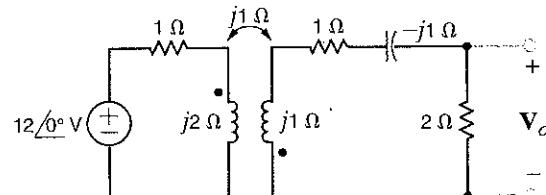
- (a) $v_a(t)$ ve $v_b(t)$ için denklemeleri yazınız.
 (b) $v_c(t)$ ve $v_d(t)$ için denklemeleri yazınız.



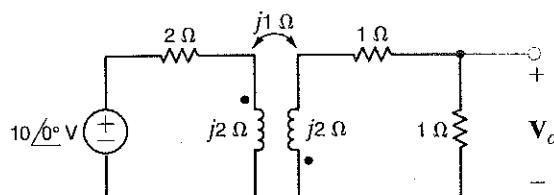
Şekil P10.3

10.5 Şekil P10.5'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.

Şekil P10.5

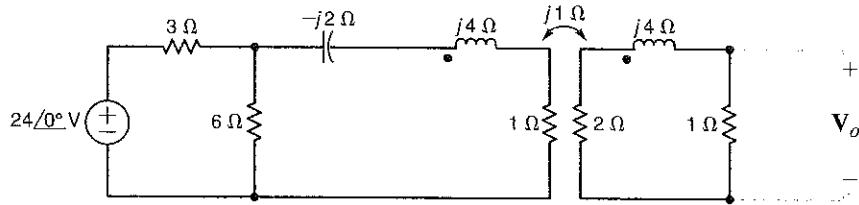
10.6 Şekil P10.6'daki devrede V_o gerilimini bulunuz.

Şekil P10.6

10.7 Şekil P10.7'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.

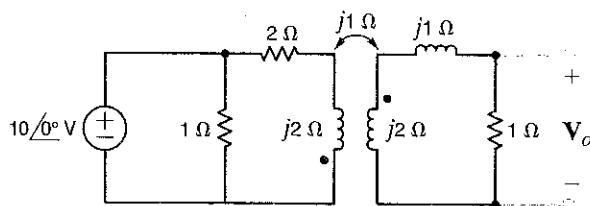
Şekil P10.7

10.8 Şekil P10.8'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



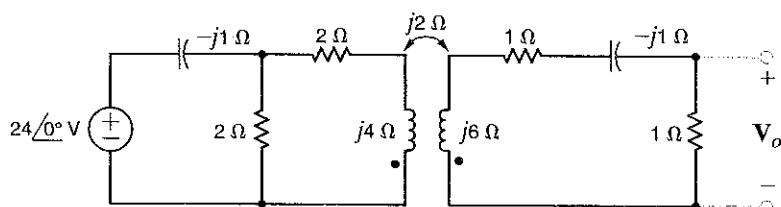
Şekil P10.8

10.9 Şekil P10.9'daki devrede V_o gerilimini bulunuz.



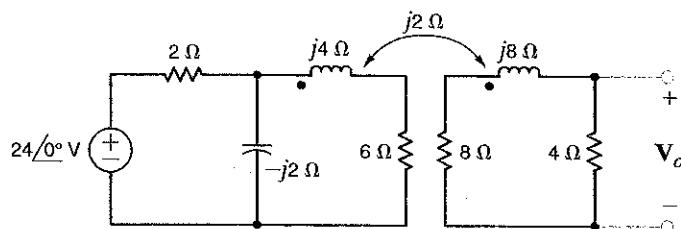
Şekil P10.9

10.10 Şekil P10.10'daki devrede V_o gerilimini bulunuz.



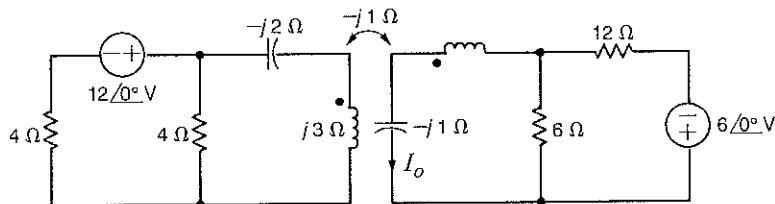
Şekil P10.10

10.11 Şekil P10.11'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



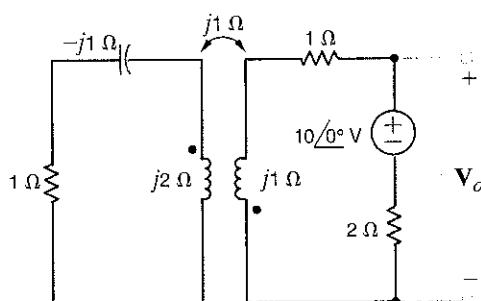
Şekil P10.11

10.12 Şekil P10.12'deki devrede I_o akımını bulunuz.



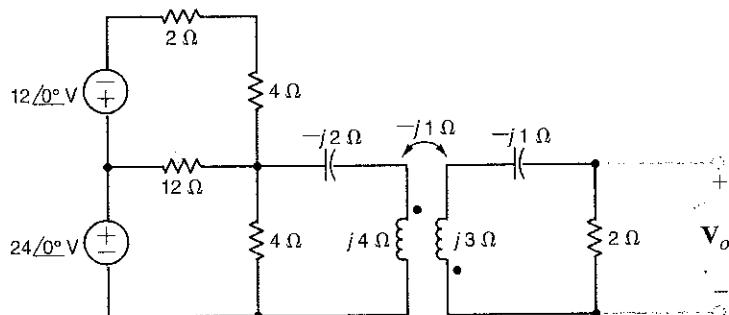
Şekil P10.12

10.13 Şekil P10.13'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



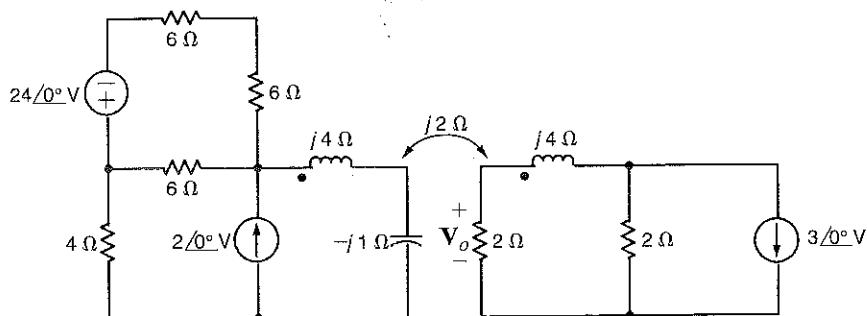
Şekil P10.13

10.14 Şekil P10.14'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



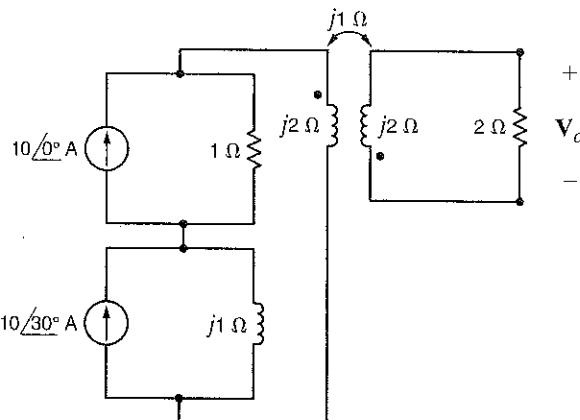
Şekil P10.14

10.15 Şekil P10.15'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



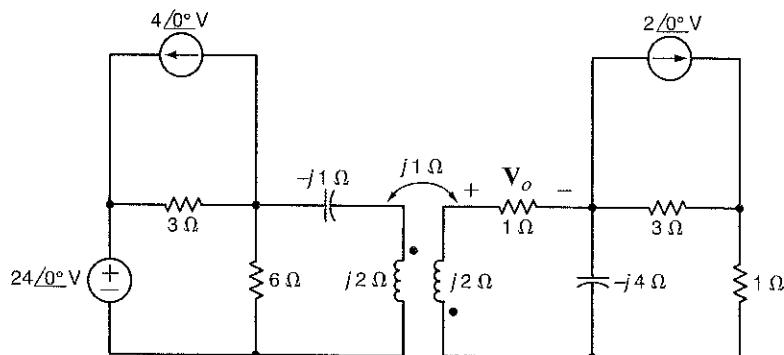
Şekil P10.15

10.16 Şekil P10.13'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



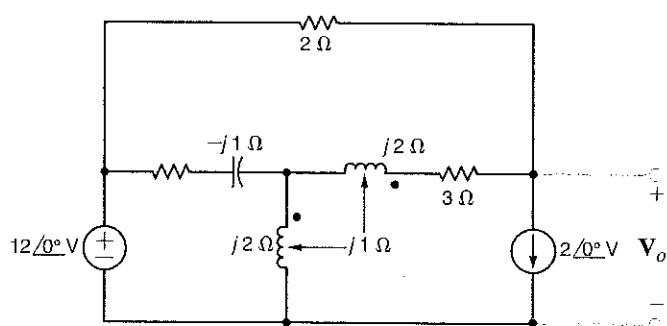
Şekil P10.16

10.17 Şekil P10.17'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



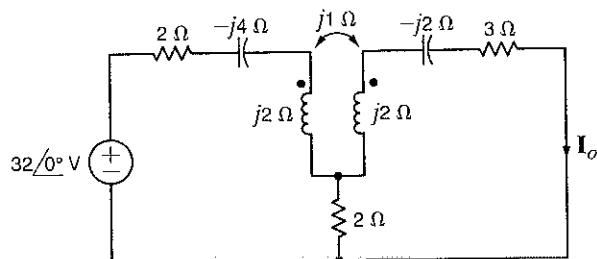
Şekil P10.17

10.18 Şekil P10.18'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



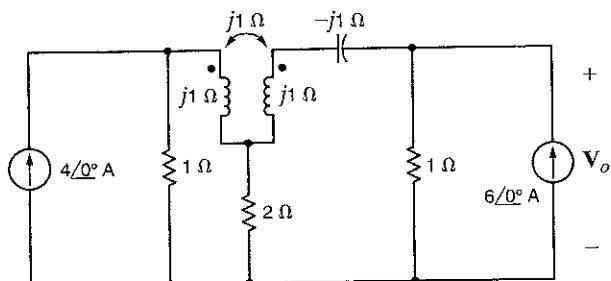
Şekil P10.18

10.19 Şekil P10.19'daki devrede I_o akımını bulunuz.



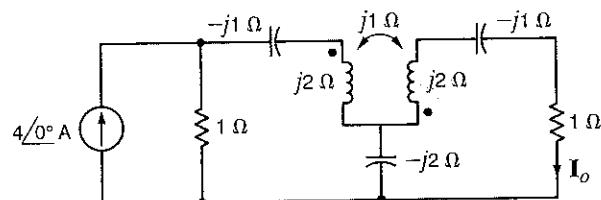
Şekil P10.19

10.20 Şekil P10.20'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



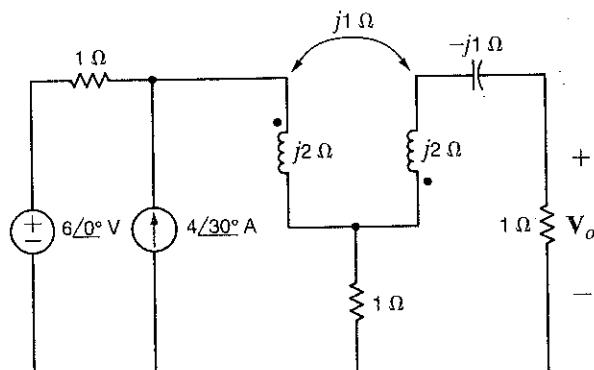
Şekil P10.20

10.21 Şekil P10.21'deki devrede I_o akımını bulunuz.



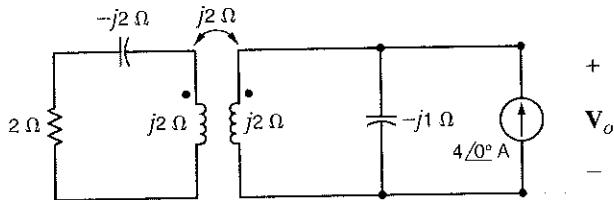
Şekil P10.21

10.22 Şekil P10.22'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



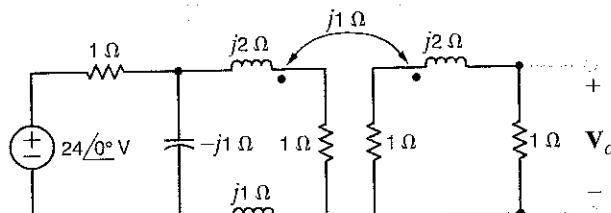
Şekil P10.22

10.23 Şekil P10.23'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



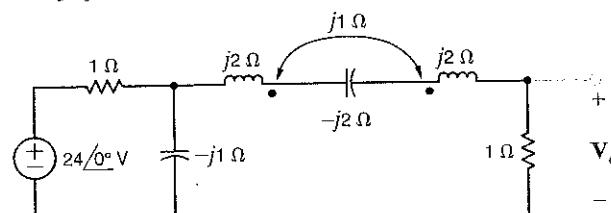
Şekil P10.23

10.24 Şekil P10.24'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



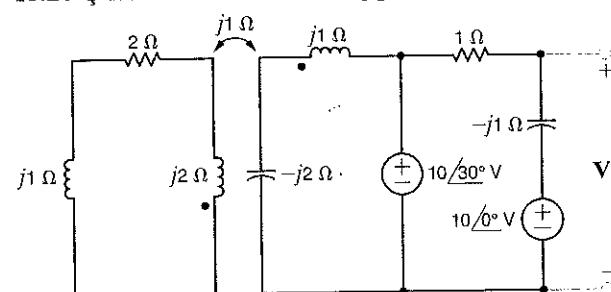
Şekil P10.24

10.25 Şekil P10.25'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



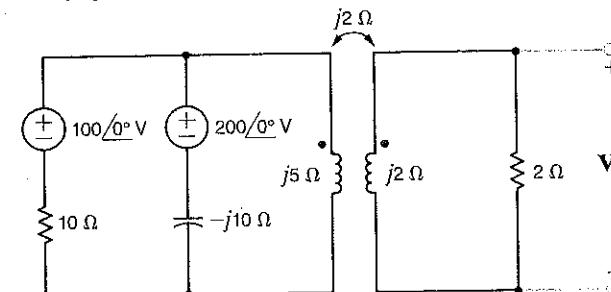
Şekil P10.25

10.26 Şekil P10.26'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



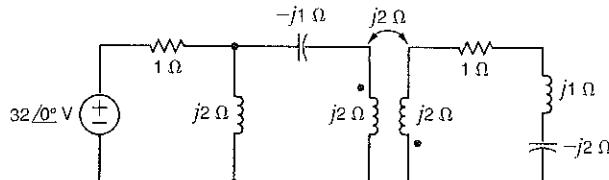
Şekil P10.26

10.27 Şekil P10.27'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



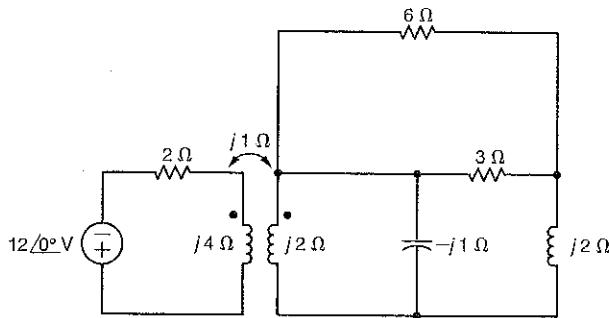
Şekil P10.27

- 10.28** Şekil P10.28'de gösterilen devrede kaynak tarafından görülen empedansı belirleyiniz.



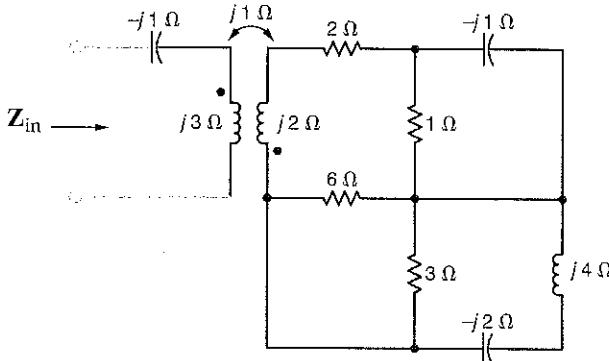
Şekil P10.28

- 10.29** Şekil P10.29'daki devrede kaynak tarafından görülen empedansı belirleyiniz.



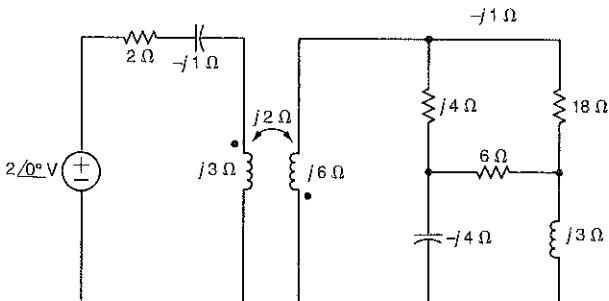
Şekil P10.29

- 10.30** Şekil P10.30'daki devredeki giriş empedansını belirleyiniz.



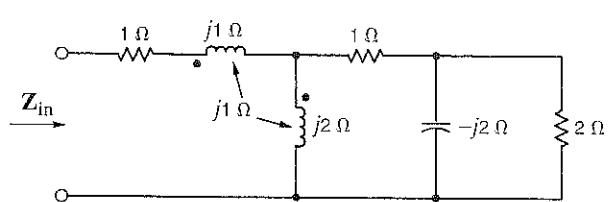
Şekil P10.30

- 10.31** Şekil P10.31'deki devredeki kaynak tarafından görülen giriş empedansını belirleyiniz.



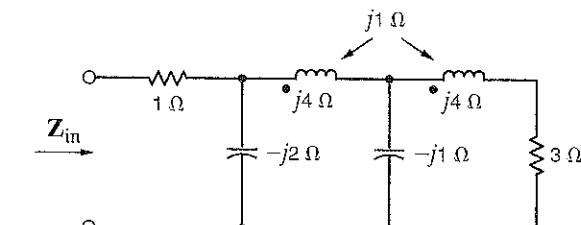
Şekil P10.31

- 10.32** Şekil P10.32'deki devrenin Z_{in} giriş empedansını belirleyiniz.



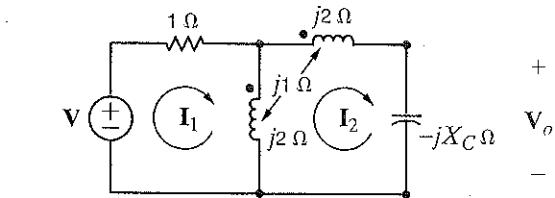
Şekil P10.32

- 10.33** Şekil P10.33'teki devrenin Z_{in} giriş empedansını belirleyiniz.



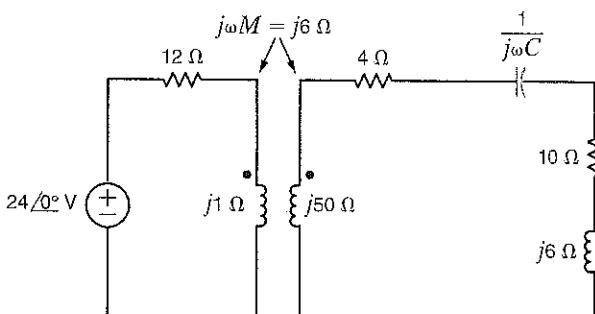
Şekil P10.33

- 10.34** Şekil P10.34'teki devreyi analiz ediniz ve giriş geriliminin iki katı bir çıkış gerilimi için X_C değerinin bulunabilebilir bulunamayacağını belirleyiniz.



Şekil P10.34

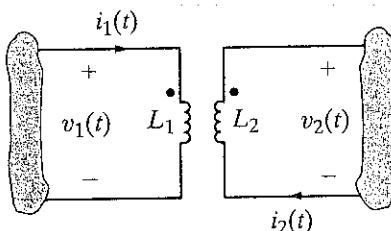
- 10.35** Şekil P10.35'te gösterilen devrede $24\angle0^\circ$ V gerilim kaynağı tarafından $f = 60$ Hz'de görülen empedansın tamamen rezistif olmasına neden olacak kondansatör değeri C 'yi belirleyiniz.



Şekil P10.35

- 10.36** Bir devredeki iki sargı aralarında bağlaşım olacak şekilde konumlandırılmışlardır. Eğer bir sargı induktansı 10 mH ve ortak induktans 6 mH ise diğer sargı induktansını hesaplayınız.

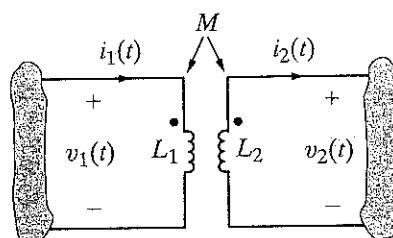
- 10.37** Şekil P10.37'de gösterilen manyetik bağlaşımlı indüktörlerdeki akımlar $i_1(t) = 8 \cos(377t - 20^\circ) \text{ mA}$ ve $i_2(t) = 4 \cos(377t - 50^\circ) \text{ mA}$ olarak bilinmektedir. İndüktör değerleri $L_1 = 2\text{H}$, $L_2 = 1\text{H}$ ve $k = 0.6$ ise $v_1(t)$ ve $v_2(t)$ değerlerini belirleyiniz.



Şekil P10.37

- 10.38** Problem 10.37'deki bağlaşımlı indüktörlerde $t = 1\text{ms}$ 'de depolanan enerjiyi belirleyiniz.

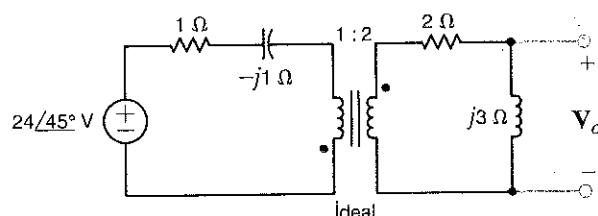
- 10.39** Şekil P10.39'daki devredeki akımlar $i_1(t) = 10 \cos(377t - 30^\circ) \text{ mA}$ ve $i_2(t) = 20 \cos(377t - 45^\circ) \text{ mA}$ olarak bilinmektedir. İndüktanslar $L_1 = 2\text{H}$, $L_2 = 2\text{H}$ ve $k = 0.8$ ise $v_1(t)$ ve $v_2(t)$ değerlerini belirleyiniz.



Şekil P10.39

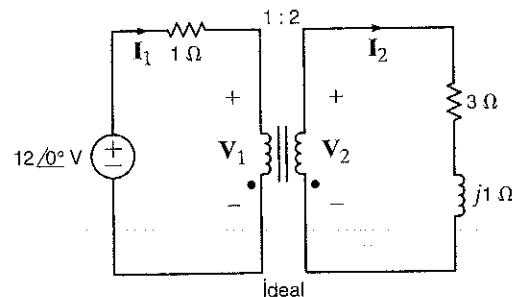
- 10.40** Şekil 10.39'daki bağlaşımlı indüktörlerde $t = 1\text{ms}$ 'de depolanan enerjiyi belirleyiniz.

- 10.41** Şekil P10.41'deki devrede V_o gerilimini belirleyiniz.



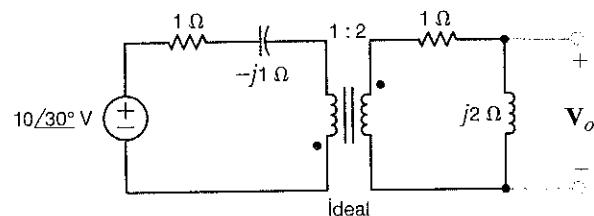
Şekil P10.41

- 10.42** Şekil P10.42'deki devrede tüm akımları ve gerilimleri bulunuz.



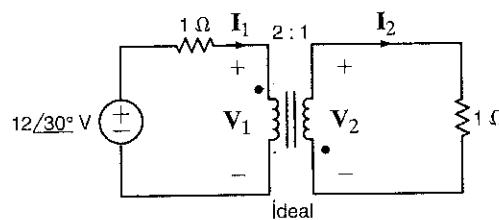
Şekil P10.42

- 10.43** Şekil P10.43'teki devrede V_o gerilimini belirleyiniz.



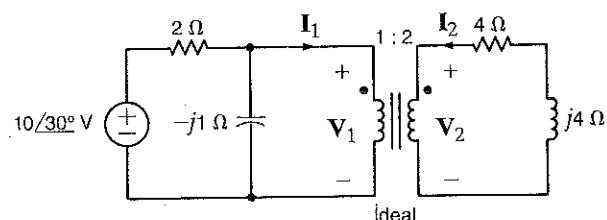
Şekil P10.43

- 10.44** Şekil 10.44'teki devredeki I_1 , I_2 , V_1 ve V_2 değerlerini belirleyiniz.



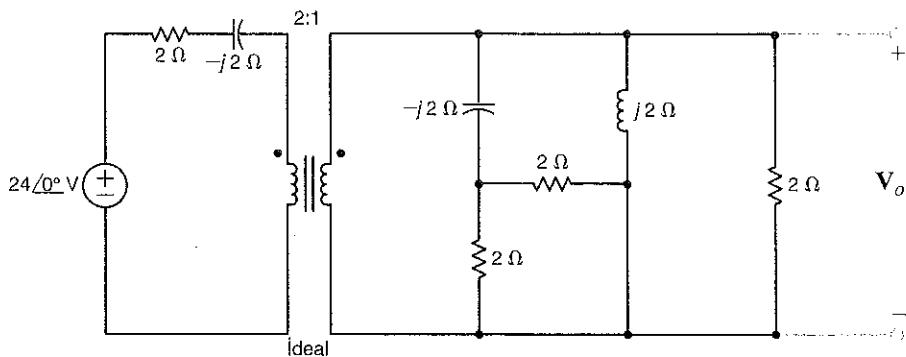
Şekil P10.44

- 10.45** Şekil 10.45'teki devredeki I_1 , I_2 , V_1 ve V_2 değerlerini belirleyiniz.



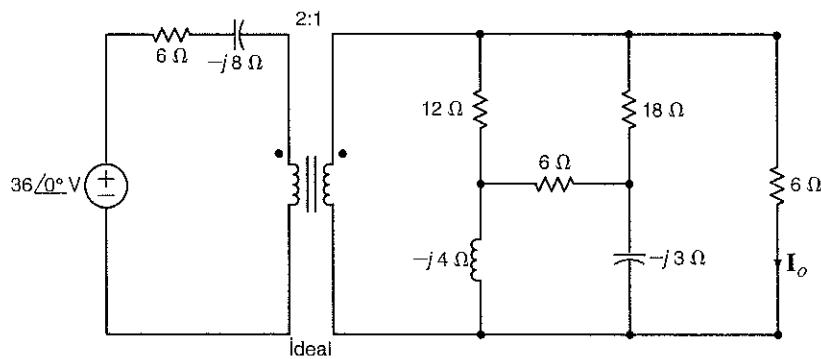
Şekil P10.45

10.46 Şekil P10.46'daki devrede V_o gerilimini belirleyiniz.



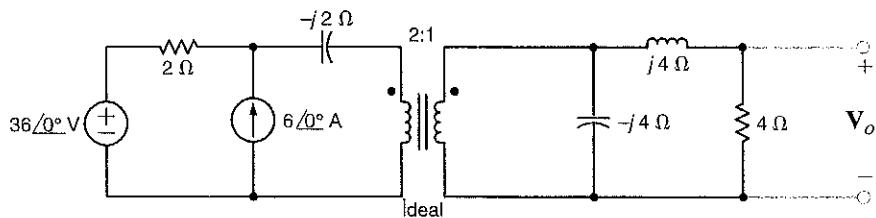
Şekil P10.46

10.47 Şekil P10.47'deki devrede I_o akımını belirleyiniz.



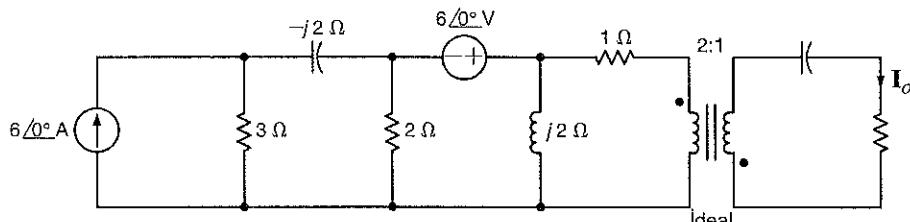
Şekil P10.47

10.48 Şekil P10.48'deki devrede V_o gerilimini belirleyiniz.



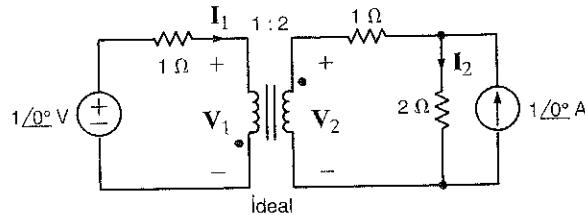
Şekil P10.48

10.49 Şekil P10.49'daki devrede I_o akımını belirleyiniz.



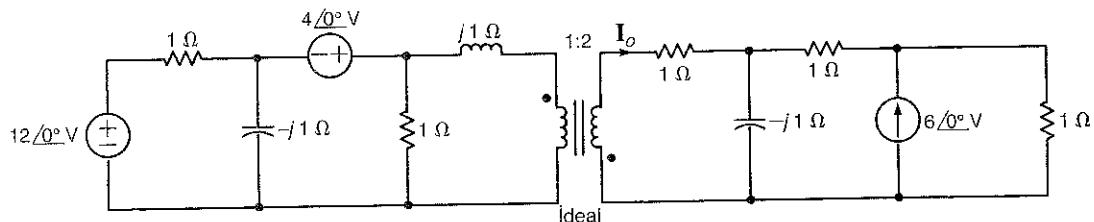
Şekil P10.49

10.50 Şekil P10.50'deki devrede I_1 , I_2 , V_1 ve V_2 fazörlerini belirleyiniz.



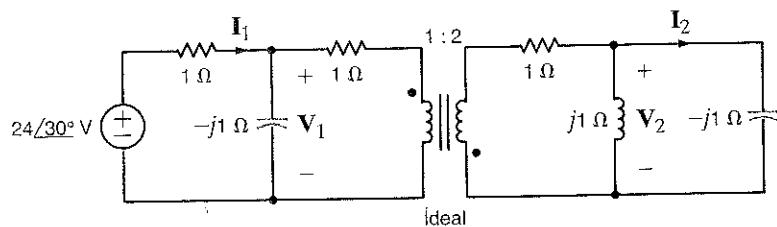
Şekil P10.50

10.51 Şekil P10.51'deki devrede I_o akımını bulunuz.



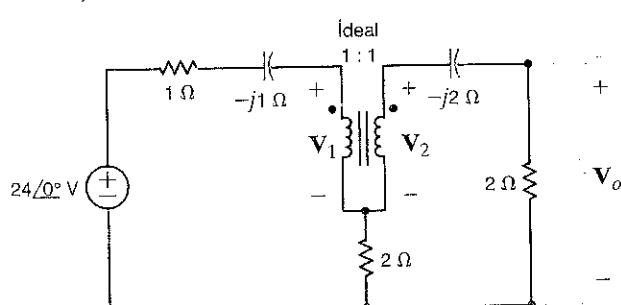
Şekil P10.51

10.52 Şekil P10.52'deki devrede I_1 , I_2 , V_1 ve V_2 fazörlerini belirleyiniz.



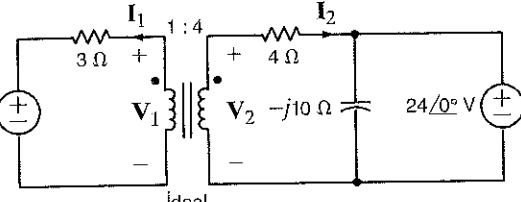
Şekil P10.52

10.53 Şekil P10.53'teki devrede V_o gerilimini bulunuz.



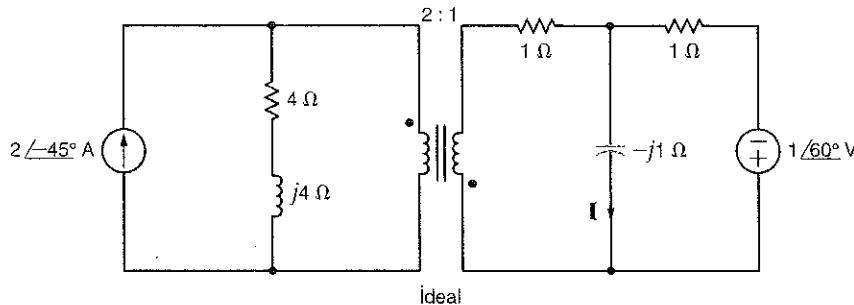
Şekil P10.53

10.54 Şekil P10.54'teki devrede I_1 , I_2 , V_1 ve V_2 fazörlerini belirleyiniz.



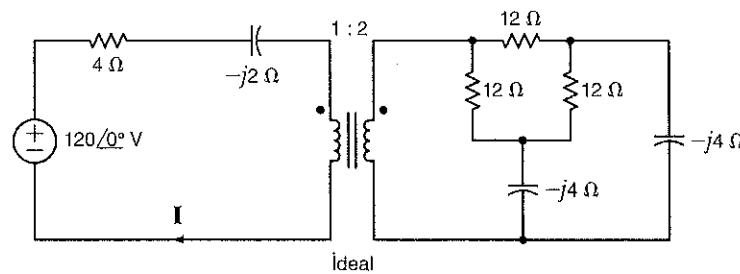
Şekil P10.54

10.55 Şekil P10.55'teki devrede I akımını bulunuz.



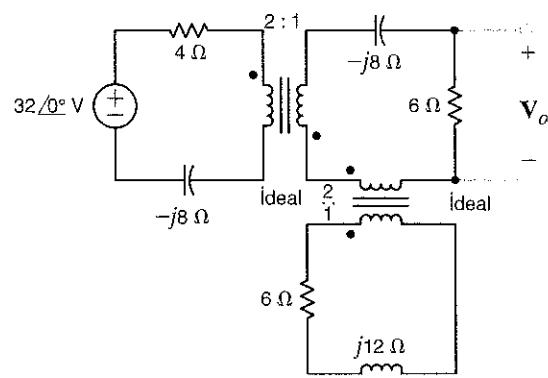
Şekil P10.55

10.56 Şekil P10.56'daki devrede I akımını bulunuz.



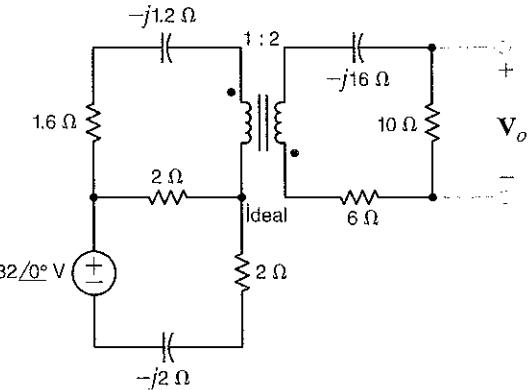
Şekil P10.56

10.57 Şekil P10.57'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



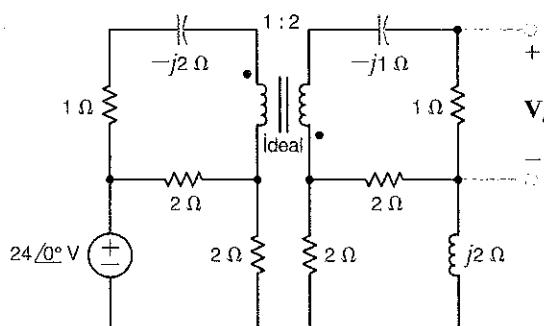
Şekil P10.57

10.58 Şekil P10.58'deki devrede V_o gerilimini bulunuz.



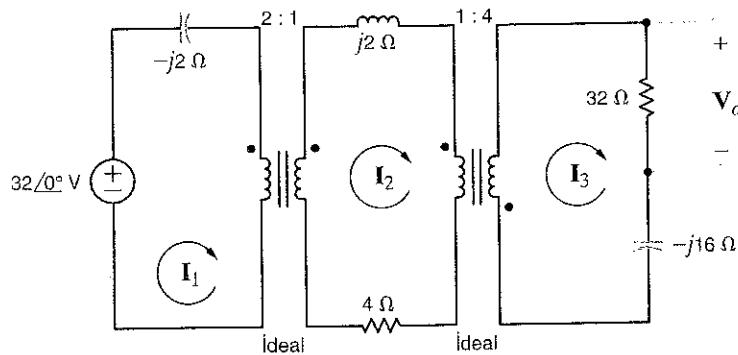
Şekil P10.58

10.59 Şekil P10.59'daki devrede V_o gerilimini bulunuz.



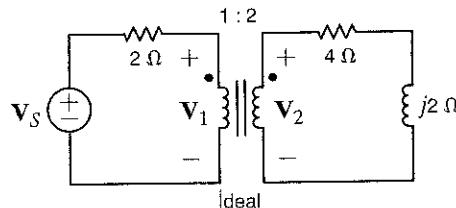
Şekil P10.59

10.60 Şekil P10.60'daki devrede V_o gerilimini bulunuz.



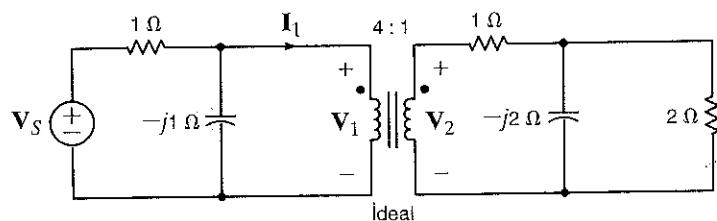
Şekil P10.60

10.61 Şekil 10.61'deki devrede kaynak tarafından görülen giriş empedansını belirleyiniz.



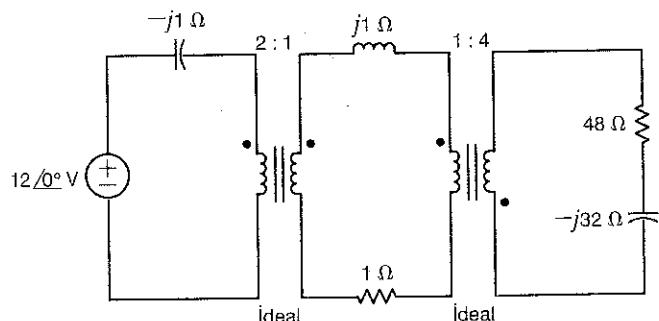
Şekil P10.61

10.62 Şekil 10.62'deki devrede kaynak tarafından görülen giriş empedansını belirleyiniz.



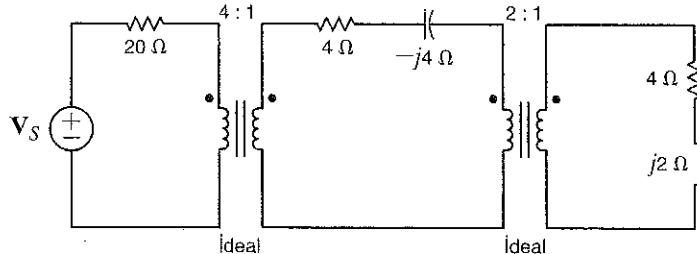
Şekil P10.62

10.63 Şekil 10.63'teki devrede kaynak tarafından görülen giriş empedansını belirleyiniz.



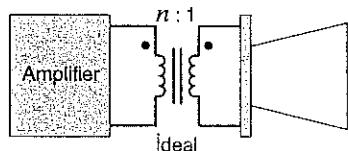
Şekil P10.63

10.64 Şekil 10.64'teki devrede kaynak tarafından görülen giriş empedansını belirleyiniz.



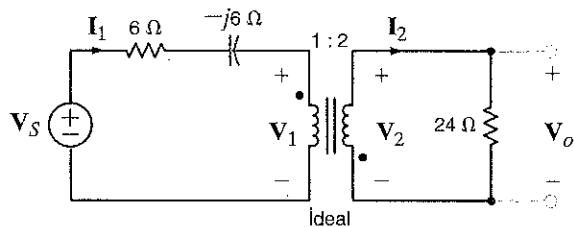
Şekil P10.64

10.65 Eski bir radyodaki yükselticinin çıkış katının Şekil P10.65'te gösterildiği gibi hoparlör empedansı ile uyumlandırılması istenmektedir. Hoparlör empedansı $8\ \Omega$ ise ve yükseltici $3.2\text{ k}\Omega$ 'luk bir yük empedansına ihtiyaç duyuyorsa ideal transformatörün sarım oranını belirleyiniz.



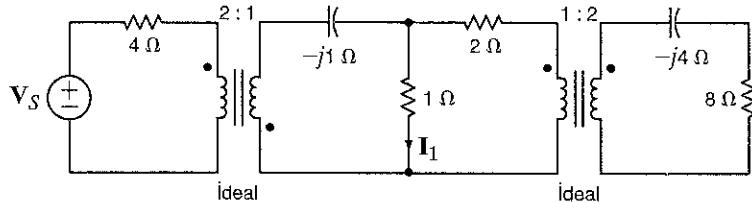
Şekil P10.65

10.66 Şekil P10.66'da gösterilen devrede $V_o = 48/30^\circ\text{ V}$ verilmektedir, V_s gerilimini belirleyiniz.



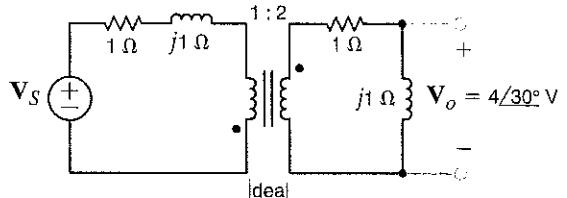
Şekil P10.66

10.69 Şekil P10.69'daki devrede $I_1 = 4/0^\circ\text{ A}$, ise V_s gerilimini bulunuz.



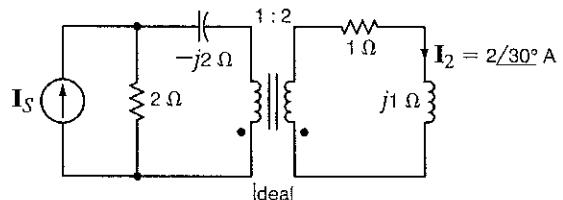
Şekil P10.69

10.67 Şekil P10.67'deki devrede V_s gerilimini belirleyiniz.



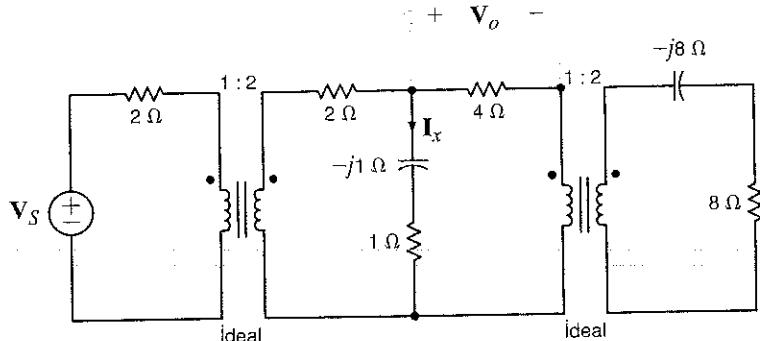
Şekil P10.67

10.68 Şekil P10.68'deki devrede I_2 akımını belirleyiniz.



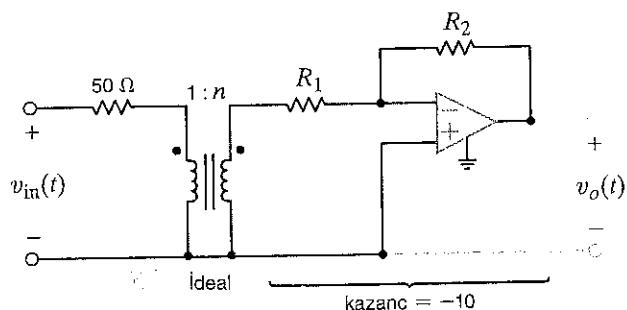
Şekil P10.68

- 10.70 Şekil P10.70'deki devrede $I_x = 4/30^\circ$ A ise V_o gerilimini bulunuz.



Şekil P10.70

- 10.71 Maksimum güç transfer edebilmek için, Şekil P10.71'deki evirici işlemsel yükseltecin empedansı ile AA giriş kaynağının 50Ω olan eşdeğer direncine uyumlardırmak istiyoruz. Ne var ki, standart işlemsel yükselteçler, çevrelerindeki dirençler en az birkaç yüz ohm iken iyi çalışırlar. İşlemsel yükselteç devresinin kazancı -10 olmalıdır. Dirençleri $1\text{k}\Omega$ 'dan düşük olmayacak şekilde seçerek ve ideal transformatörün sarım oranını belirleyerek kazanç ve empedans uyumlardırma gereksinimlerini karşılayacak tasarımını yapınız.



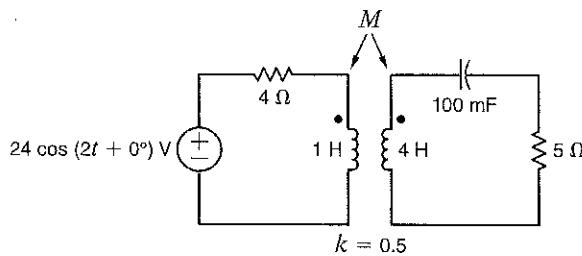
Şekil P10.71

- 10.72 Dijital saatler genelde 60 Hz'lik bir frekansı bölerek 1 saniye, 1 dakika veya 1 saatlik sinyal elde ederler. Bu 60 Hz sinyal için en uygun kaynak enerji hattıdır fakat 120 Volt güç elektronikinde kullanılmak için çok yüksek bir değerdir. Bunun yerine, 3 V, 60 Hz sinyale gerek duyulur. 120 V gerilimi 3 V'a düşürmek için rezistif gerilim bölgüsü kullanıldığında açığa çıkan ısı kabul edilemeyecek kadar yüksektir. Böyle bir uygulamada transformatör kullanmak da maliyetlidir. Dijital saatlerin tüketiciler tarafından tercih edilmesi için çok ucuz olması gerekmektedir. 120 V AA şebeke geriliminden, hiç ısı harcamadan ya da transformatör kullanmadan 2.5 V ile 3V arasında gerilim üretecek bir devre tasarlayınız. Bu devre giriş direnci 1200 ohm olan bir devreye arayüz olacaktır. (Devrenin girişine bağlanacaktır).

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

10PFE-1 Şekil 10ÇSS-1'deki devrede kaynak tarafından görülen empedansı bulunuz.

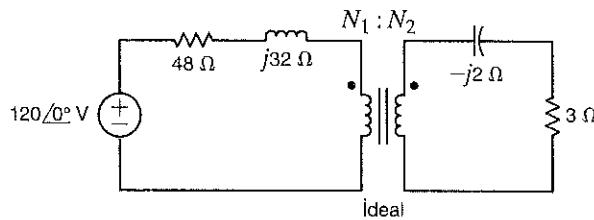
- a. 4.88 / 19.75
- b. 2.56 / 31.26
- c. 5.37 / -26.57
- d. 8.23 / -10.61



Şekil 10ÇSS-1

10PFE-2 Şekil 10ÇSS-2'deki devrede, maksimum güç transferi empedans uygunluğunu termen etmek için transformatör sarım oranını $n = \frac{N_2}{N_1}$ seçin. Bu n değerini kullanarak 3-Ω direnç tarafından çekilen gücü hesaplayınız.

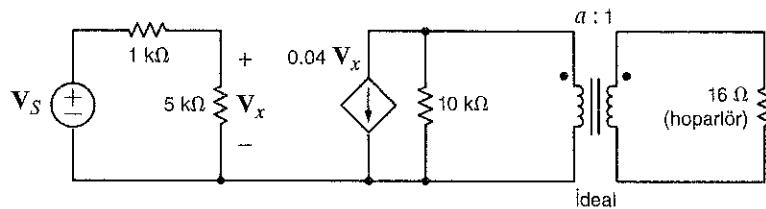
- a. 100.75 W
- b. 37.5 W
- c. 55.6 W
- d. 75 W



Şekil 10ÇSS-2

10PFE-3 Şekil 10ÇSS-3'teki devrede, transistörlü yükseltecin çıkışını 16-Ω yükle gösterilen hoparlöre uyumlandırmak için ideal transformatörün sarım oranını seçiniz.

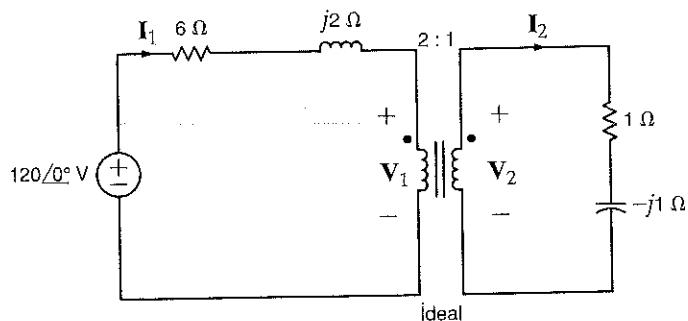
- a. 18
- b. 30
- c. 10
- d. 25



Şekil 10ÇSS-3

10PFE-4 Şekil 10ÇSS-4'te gösterilen devredeki I_2 akımı nedir?

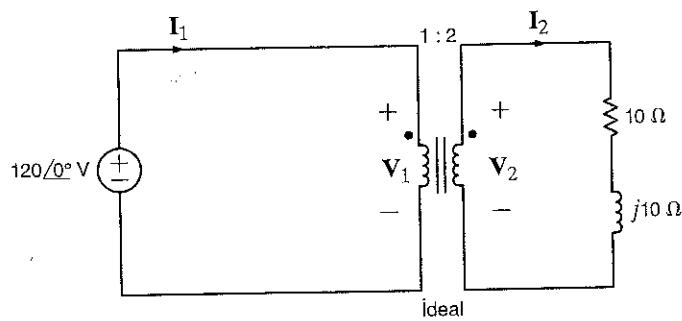
- a. $11.77 \angle 35.25^\circ$ A
- b. $5.85 \angle 20.62^\circ$ A
- c. $23.54 \angle 11.31^\circ$ A
- d. $15.36 \angle 8.48^\circ$ A



Şekil 10PFE-4

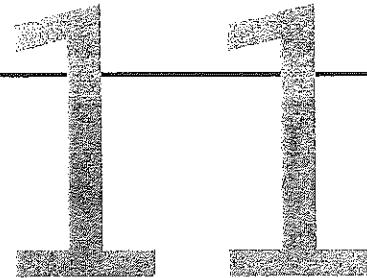
10PFE-5 Şekil 10ÇSS-5'te gösterilen devredeki I_2 akımı nedir?

- a. $16.97 \angle -45^\circ$ A
- b. $10.54 \angle 30^\circ$ A
- c. $12.02 \angle -15^\circ$ A
- d. $8.25 \angle 45^\circ$ A

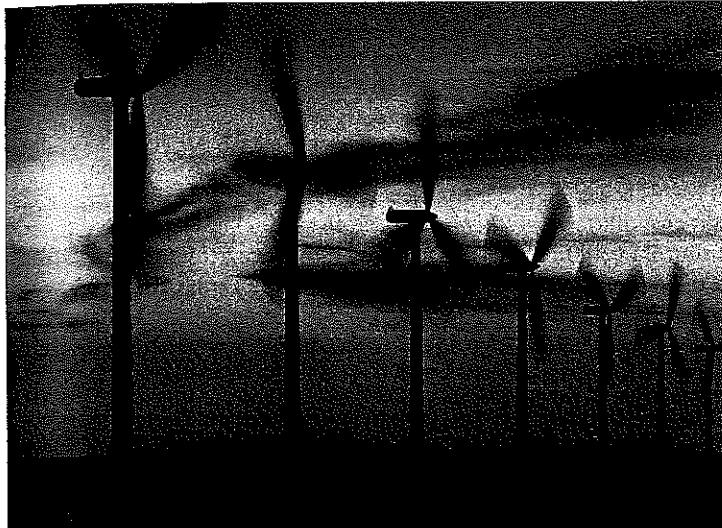


Şekil 10PFE-5

BÖLÜM



ÇOK FAZLI DEVRELER



Stephen Strathdee/iStockphoto

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI:

- Dengeli üç fazlı bir devrenin karakteristiklerini öğrenmek
- Üç fazlı temel yıldız ve üçgen bağlantılarını öğrenmek
- Dengeli üç fazlı devrelerde akım ve gerilimi hesaplayabilmek
- Dengeli üç fazlı devrelerde karmaşık gücün nasıl hesaplanacağını öğrenmek

Rüzgar Tarlaları Eski bir atık alanını güvenilir bir yenilenebilir enerji kaynağı hâline getirmek harika bir fikirdir. Bu enerji ve çevre için gerçek bir “kazan-kazan” ilişkisidir. Danimarka tam da bunu gerçekleştirdi ve Kopenhag limanının doğusundaki doğal resif alanına (sig sular altındaki kaya döküntüleri) Middelgrunden Rüzgâr Tarlası’nı kurdu. 2000 yılında dünyanın denize kurulu en büyük rüzgâr tarlası olarak kurulan bu tesis toplam 40 Megawatt güçle sahip 20 türbinden oluşmaktadır. Bu alan, 200 yıldan uzun bir süredir liman atıkları ve diğer kırı atıkların atıldığı bir boşaltım yeri olarak kullanılmıştı. Bugün Kopenhag Havaalanı’na kuzeyleden inen hava yolu yolcuları, bu yenilenebilir enerji kaynağının yarattığı görsel etki karşısında Danimarkalıların becerisine saygı duymaktadırlar.

Danimarka'da 6200'den fazla rüzgâr turbinini yılda yaklaşık olarak 89 milyon kilowatt saat elektrik enerjisi üretirler. Danimarka'nın en büyük endüstrilerinden birisi olan rüzgâr turbinin üretimi sektörü dünya ihracat pazarında önemli yer tutmaktadır. Geleneksel enerji kaynaklarından kaynaklanabilecek

tonlarca kimyasal atığı önlediği için rüzgâr turbinlerinin çevre üzerinde ciddi olumlu etkileri vardır.

Her ne kadar rüzgâr değişken bir kaynak olsa da rüzgâr tarlaları ile üretilen yenilenebilir enerji doğrudan elektrik şebekesine aktarılır ya da elektrokimyasal pillerde ya da yüksek kapasiteli kondansatörlerde saklanırlar. En son aşama bu gücün tüketicilere aktarılmasıdır. Çok fazlı bir AA elektrik sistemi, daha düşük gerilimle daha çok gücü, önceden incelediğiniz tek fazlı sistemlerdekine göre daha küçük kablolarla dağıtabilir. Bu bölümde üç faz dengeli bir sistemin yüce sabit bir anlık güç sağladığını göreceğiz. Tek faz eşdeğer devre üzerinde çalışmaz faz ve hat gerilimlerini ve akımlarını kolayca hesaplamaya yardım ettiği gibi, hatta harcanan gücü ve yüce taşınan gücü de kolayca hesaplamaya yardım eder. Yüksek verimlilik hem rüzgâr tarlası güç üretiminde ve hem de üç fazlı sistemlerin güç kullanımında çok önemlidir. Her iki durumda da güç kayıplarını minimize etmek için çabalarız.

11.1

Üç Fazlı Devreler

Bu bölümde AA sürekli durum devrelerle ilgili çalışmamıza yeni bir boyut katacağız. Şimdiye kadar tek fazlı devreler olarak adlandırdığımız sistemlerle ilgilendik. Şimdi, analiz tekniklerimizi çok fazlı devrelere ya da daha spesifik olarak üç fazlı devrelere (yani birbirlerini bir periyodun içinde biri kadar zaman farkıyla izleyen üç gerilim kaynağı içeren devreler) genişleteceğiz.

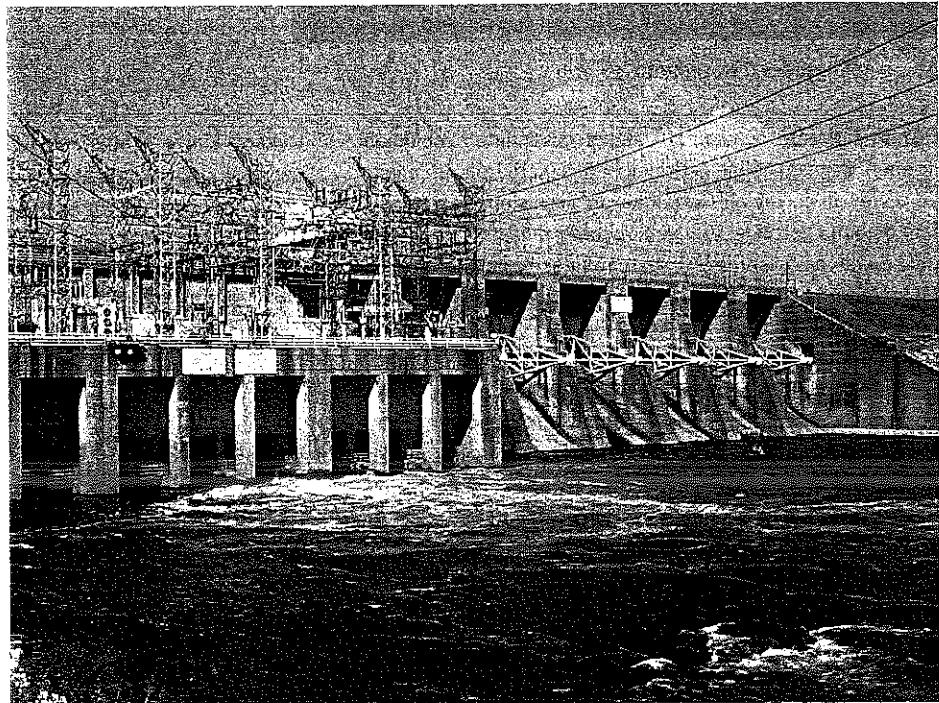
Üç faz devrelerini bir takım önemli nedenlerden ötürü inceliyoruz. Elektrik gücünü tek fazlı sistemlerle üretip iletme kente bunu çok fazlı olarak yapmak hem daha ekonomiktir hem de daha avantajlıdır. Sonuçta elektrik enerjisi ağırlıklı olarak çok fazlı devrelerde iletılır. ABD'de güç sistemi frekansı 60 Hz iken, dünyanın geri kalanında genelde 50Hz'dır.

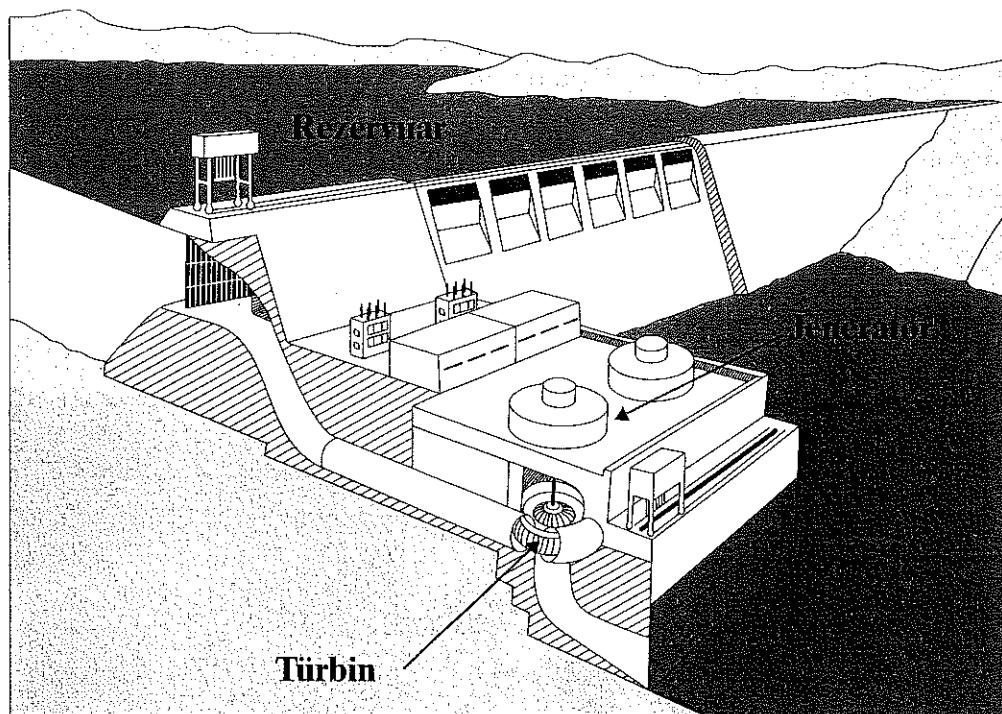
Mekanik enerjinin çok fazlı elektrik enerjisine dönüştürülmesi elektrik jeneratörü aracılıyla gerçekleştirilebilir. Mekanik enerji Şekil 11.1'de gösterildiği gibi bir barajda ya da hidroelektrik tesiste üretilebilir. Şekil 11.2'de gösterildiği gibi bir rezervuar'da depolanan su türbin üzerinden nehre dökülür. Türbin elektrik jeneratörünü tahrik ederek üç faz gerilim üretilmesine olanak sağlar. Şekil 11.3'te görülen termik santralde ise türbin buhar ile tahrik edilir. Şekil 11.4'teki diyagramda gösterildiği gibi turbini tahrik etmek için, yakıt ve hava kazanda yakılarak, su buhara çevrilir. Yoğunluklu içerisinde dolaştırılan soğutma suyu sayesinde türbindeki atık buhar yeniden suya dönüştürülmeye ve düşürmeye ihtiyaç vardır. Bu, AA sistemlerde transformatörler kullanılarak kolaylıkla gerçekleştirilebilir. Bunu Bölüm 10'da incelemiştik. Bir üç faz güç transformatörü Şekil 11.7'de gösterilmektedir.

Yukarıda belirtilen her üç tip üretim tesisi de nehir gibi bir su kütlesine yakın konumlandırılmışlardır ve çoğunlukla elektrik enerjisini tüketen yükler yakınındadır. Şekil 11.6'da gösterilenlere benzer enerji iletme hatları, elektrik enerjisini üretim tesislerinden yükler taşımak için inşa edilmişlerdir. Elektrik enerjisi iletimi çok yüksek gerilimlerde çok daha verimli bir şekilde gerçekleştirilebilir. Bu gerilim normalde kullanılan (örneğin evlerde) seviyeye göre aşırı yüksek olduğu için gerilimi yükseltmeye ve düşürmeye ihtiyaç vardır. Bu, AA sistemlerde transformatörler kullanılarak kolaylıkla gerçekleştirilebilir. Bunu Bölüm 10'da incelemiştik. Bir üç faz güç transformatörü Şekil 11.7'de gösterilmektedir.

Şekil 11.1

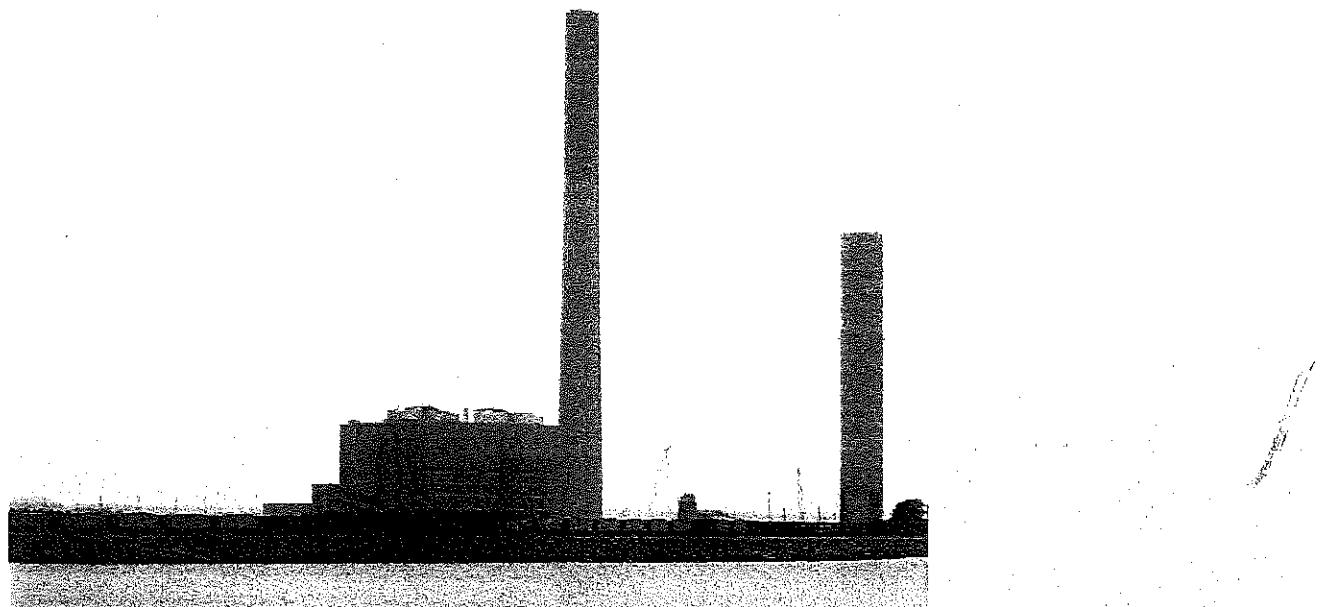
Hidroelektrik üretim tesisi.
(Mark Nelms'in izniyle)





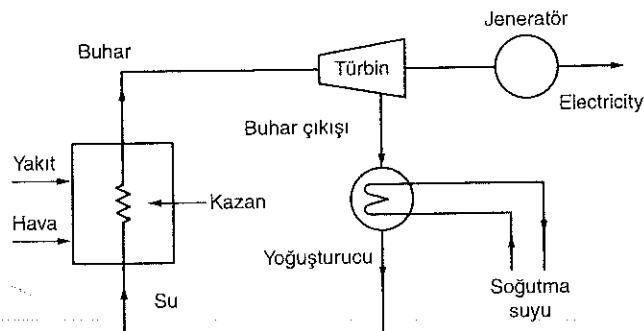
Şekil 11.2 Bir hidroelektrik üretim tesisi diyagramı.
(Şekil Southern Company'nin izniyle kullanılmaktadır.)

Şekil 11.3 Bir termik üretim tesisi.
(Mark Nelms'in izniyle)

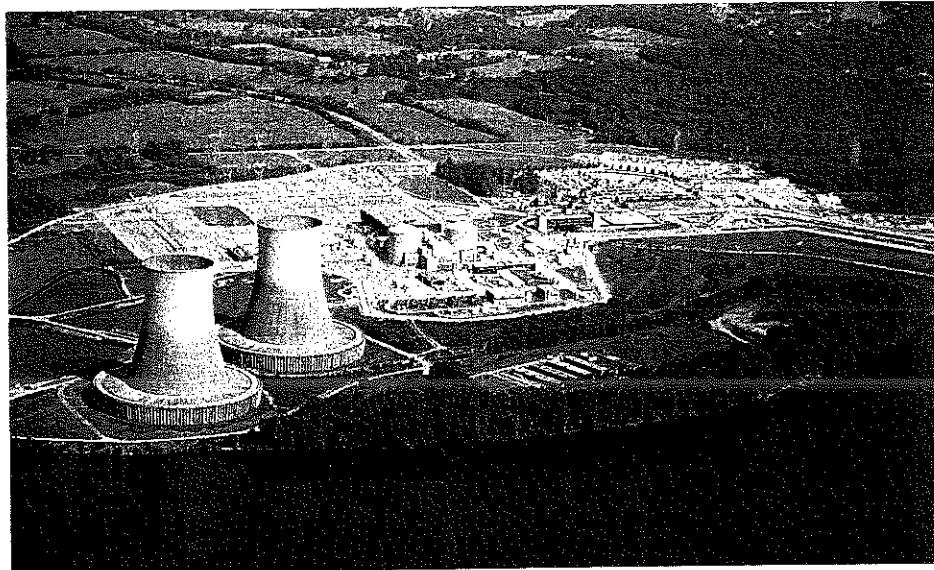


Şekil 11.4

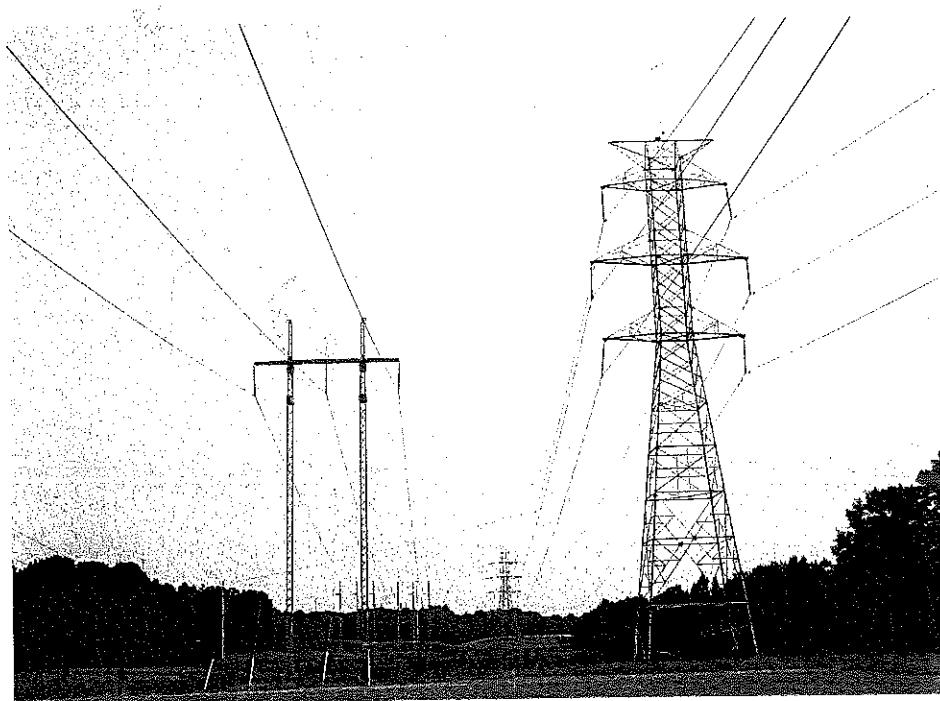
Bir termik elektrik üretim tesisiin kavramsal diyagramı. (Southern Company'nin izniyle kullanılmaktadır.)

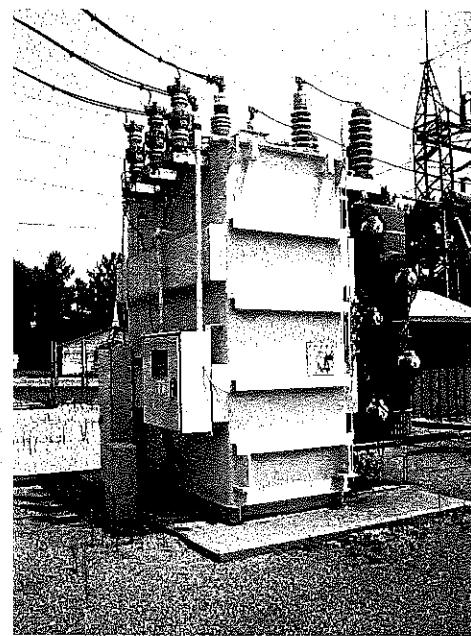
**Şekil 11.5**

Bir nükleer üretim tesisi.
(Stockbyte/SUPERSTOCK)

**Şekil 11.6**

Enerji iletim hatları. (Mark Nelms'in izniyle)





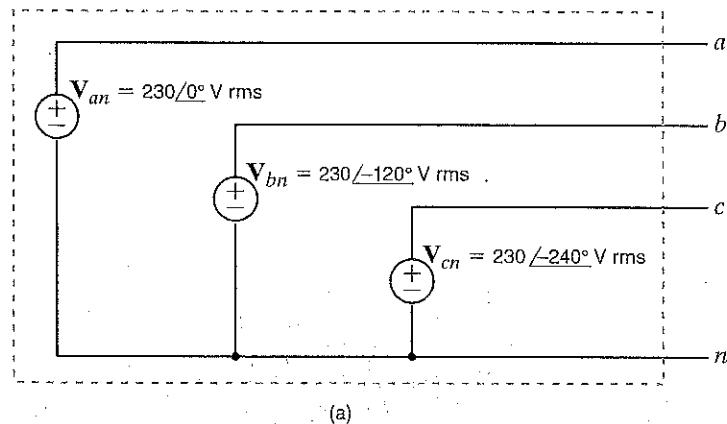
Şekil 11.7

Bir Üç faz güç transformatörü. (Jeremy Neims, Talquin Electric Cooperative, Inc., izniyle)

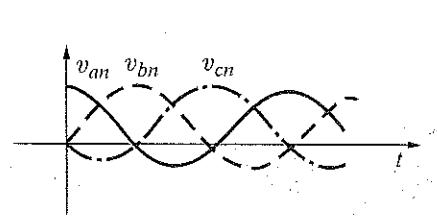
Adından da anlaşılacağı üzere üç fazlı devreler, bünyesinde üç fazlı gerilimler barındıran sistemlerdir. Eğer üç sinüzoidal gerilimin genlikleri ve frekansları aynı, fazları ise birbirlerinden 120° farklı ise gerilimlerin dengeli olduğu söylenir. Eğer yükler nedeniyle, gerilimler tarafından üretilen akımlar da dengeli iseler o zaman bütün devreye dengeli üç fazlı devre denilir.

Üç faz dengeli gerilimler frekans tanım bölgesinde Şekil 11.8'a'da gösterildiği gibi temsil edilebilirler. Burada gerilimin etkin değerinin 230 V rms olduğu varsayıldı. Şekilden aşağıdakiler yazılabilir:

$$\begin{aligned}V_{an} &= 230 \angle 0^\circ \text{ V rms} \\V_{bn} &= 230 \angle -120^\circ \text{ V rms} \\V_{cn} &= 230 \angle -240^\circ \text{ V rms} \\&= 230 \angle 120^\circ \text{ V rms}\end{aligned}\quad 11.1$$



(a)



Şekil 11.8

Üç faz dengeli gerilimler.

Çift alt indisli gösterimimiz önceki bölümlerde uygulananlarla aynıdır; V_{an} α noktasının n noktasına göre gerilimini gösterir. Ayrıca akımlar için de çift alt indisli gösterim uygulayacağız. Örneğin I_{an} α 'dan n 'ye akımı gösterir. Fakat bu durumda tam yolu betimlemek için oldukça dikkatli olmamız gerekmektedir çünkü bir devrede iki nokta arasında birden fazla yol olabilir. Örneğin, tek gözlu bir devrede olası iki akım arasında 180° faz farkı olacaktır.

Yukarıdaki fazör gerilimler zaman tamlı bölgesinde aşağıdaki gibi ifade edilebilirler:

$$\begin{aligned} v_{an}(t) &= 230\sqrt{2} \cos \omega t \text{ V} \\ v_{bn}(t) &= 230\sqrt{2} \cos(\omega t - 120^\circ) \text{ V} \\ v_{cn}(t) &= 230\sqrt{2} \cos(\omega t - 240^\circ) \text{ V} \end{aligned} \quad 11.2$$

Bu zaman fonksiyonları Şekil 11.8b'de gösterilmektedir.

Son olarak üç fazlı bir sistem tarafından üretilen anlık gücü inceleyelim. Şekil 11.8'deki gerilimlerin aşağıdaki gibi olduğunu varsayıyalım.

$$\begin{aligned} v_{an}(t) &= V_m \cos \omega t \text{ V} \\ v_{bn}(t) &= V_m \cos(\omega t - 120^\circ) \text{ V} \\ v_{cn}(t) &= V_m \cos(\omega t - 240^\circ) \text{ V} \end{aligned} \quad 11.3$$

Eğer yük dengeliyse, kaynaklar tarafından üretilen akımlar aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned} i_a(t) &= I_m \cos(\omega t - \theta) \text{ A} \\ i_b(t) &= I_m \cos(\omega t - \theta - 120^\circ) \text{ A} \\ i_c(t) &= I_m \cos(\omega t - \theta - 240^\circ) \text{ A} \end{aligned} \quad 11.4$$

Sistem tarafından üretilen anlık güç ise,

$$\begin{aligned} p(t) &= p_a(t) + p_b(t) + p_c(t) \\ &= V_m I_m [\cos \omega t \cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\omega t - \theta - 120^\circ) \\ &\quad + \cos(\omega t - 240^\circ) \cos(\omega t - \theta - 240^\circ)] \end{aligned} \quad 11.5$$

olar.

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)] \quad 11.6$$

trigonometrik özdeşliği kullanılarak Eş. (11.5) aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{V_m I_m}{2} [\cos \theta + \cos(2\omega t - \theta) + \cos \theta \\ &\quad + \cos(2\omega t - \theta - 240^\circ) + \cos \theta + \cos(2\omega t - \theta - 480^\circ)] \end{aligned} \quad 11.7$$

Bu ifade de şu biçimde yeniden yazılabilir:

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{V_m I_m}{2} [3 \cos \theta + \cos(2\omega t - \theta) \\ &\quad + \cos(2\omega t - \theta - 120^\circ) + \cos(2\omega t - \theta + 120^\circ)] \end{aligned} \quad 11.8$$

Bu ifadeyi basitleştirmeye yarayan bir trigonometrik özdeşlik vardır. Daha sonra fazör kullanarak ispatlayacağımız bu özdeşlik aşağıda verilmektedir:

$$\cos \phi + \cos(\phi - 120^\circ) + \cos(\phi + 120^\circ) = 0 \quad 11.9$$

Bu özdeşliği uygularsak güç ifadesi aşağıdaki şekli alır.

$$p(t) = 3 \frac{V_m I_m}{2} \cos \theta \text{ W} \quad 11.10$$

Bu denklem anlık gücün, tek fazlı durumda gibi salınımlı değil zamanla değişmeyen, yani sabit olduğunu gösterir. Dolayısıyla üç faz gerilim kaynağından güç dağılımı oldukça düzgün olur. Bu da, gücün üç fazlı üretilmesinin önemli sebeplerinden birisidir.

En önemli çok fazlı gerilim kaynağı açık ara ile dengeli üç fazlı kaynaktır. Şekil 11.9'da gösterilen bu kaynağın şu özellikleri vardır: Faz gerilimleri $-a$, b ve c fazlarının her birinden nötr noktasına gerilim– aşağıdaki gibi verilmektedir.

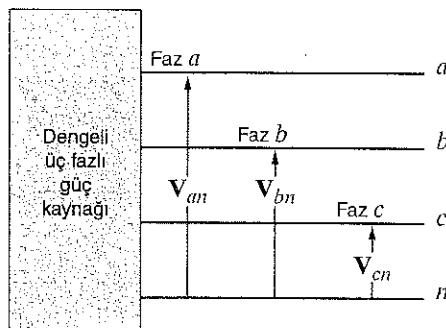
$$V_{an} = V_p / -90^\circ$$

$$V_{bn} = V_p / -120^\circ$$

$$V_{cn} = V_p / +120^\circ$$

11.2

Üç Fazlı Bağlantılar



Şekil 11.9

Dengeli üç fazlı gerilim kaynağı.

Bu gerilimler için fazör diyagramı Şekil 11.10'da gösterilmektedir. Bu kümenin faz sırası abc 'dir. Bu sıra pozitif faz sırası olarak adlandırılır. Pozitif faz sıralı sistemde V_{bn} gerilimi V_{an} geriliminin 120° gerisindedir.

Standart olarak gerilimleri V_{an} , V_{bn} ve V_{cn} olarak adlandıracağız ve bunları abc sırasında inceleyeceğiz. Ayrıca her zaman $|V_{an}| = 0^\circ$ olduğunu varsayıcağız. Bu varsayıım çözümlemin genellliğini bozmamaktadır.

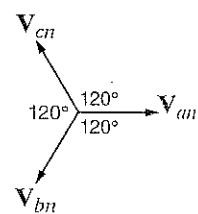
Dengeli gerilimlerin önemli bir özelliği şöyle verilebilir.

$$V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = 0 \quad 11.12$$

Bu özellik, gerilim fazörleri gerçek ve sanal eksenler üzerinde bileşenlerine ayrılarak kolay biçimde görülebilir. Aynı sonuca Eş. (11.9) ile de ulaşılabilir.

Bir yükü dengeli üç fazlı gerilim kaynağuna bağlayan kullanıcı açısından gerilimlerin nasıl üretildikleri önemli değildir. Fakat, yük Şekil 11.9'da gösterilen güç kaynağının bağlandığında yükten akan akımlar da dengeli ise yük için iki olası eşdeğer bağlantı vardır. Eşdeğer yük ya yıldız (Y) ya da üçgen (Δ) yapıda bağlanmış olarak düşünülebilir. Dengeli yıldız bağlantı Şekil 11.11a'da ve buna denk olarak Şekil 11.11b'de gösterilmektedir. Üçgen bağlantı Şekil 11.12a'da ve buna denk olarak Şekil 11.12b'de gösterilmektedir. Üçgen bağlantı durumunda nötr hattı olmadığına dikkat ediniz. Yıldız bağlantıındaki nötr hattının işlevi daha sonra incelenecuk ve dengeli bir sisteme nötr hattının akım taşımıdiği ve analizler sırasında ihmali edilebileceği gösterilecektir.

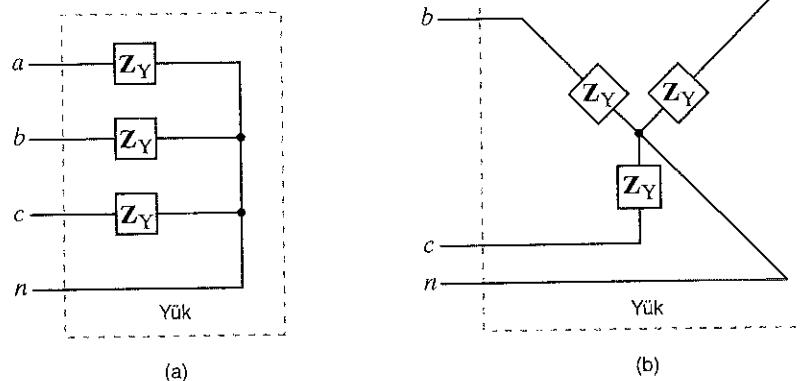
Yıldız ve üçgen bağlantıların ikisinin de bazı avantajları vardır. Yıldız bağlantıda hat gerilimlerine (faz-faz veya faz arası olarak adlandırılan gerilimlere) ve faz-nötr gerilimine erişimiz vardır. Nötr noktasına erişilebilmesi, sistem koruması için toprak bağlantısı yapmaya olanak sağlar. Böylece anlık gerilim yükselmelerinin genlikleri sınırlanabilir. Üçgen bağlantı ise dengesiz yükleri beslerken daha iyi dengede kalır ve üçüncü harmoniğin şebekeye aktarılmasını engeller.



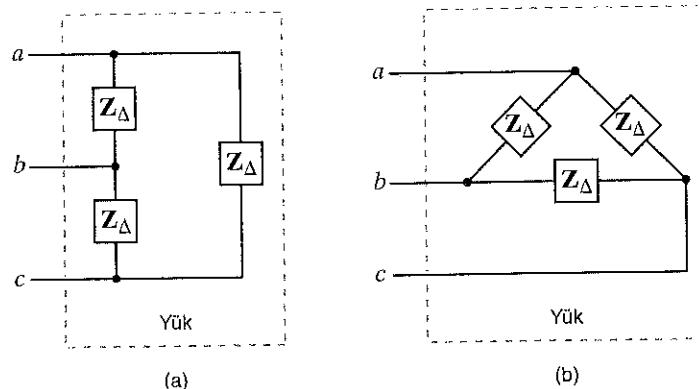
Şekil 11.10

Bir dengeli üç fazlı gerilim kaynağı için fazör diyagramı.

Şekil 11.11
Yıldız (Y)-bağlı yükler.

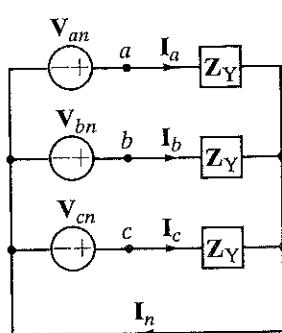


Şekil 11.12
Üçgen (Δ)-bağlı yükler.



11.3

Kaynak-Yük Bağlantıları



Şekil 11.13
Üç faz dengeli yıldız-yıldız bağlantısı.

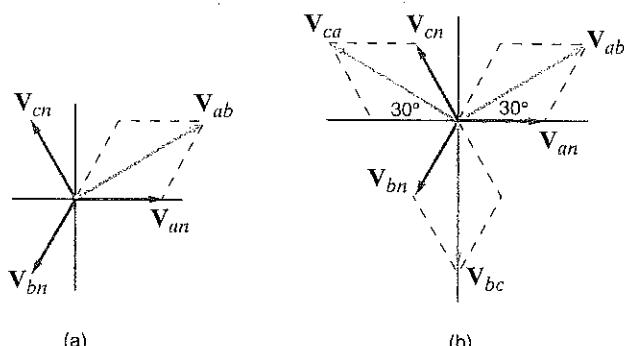
Kaynak ve yükün her ikisi de ya Y ya da Δ bağlanabildikleri için üç faz dengeli devreler $\text{Y}-\text{Y}$, $\text{Y}-\Delta$, $\Delta-\text{Y}$ ya da $\Delta-\Delta$ şeklinde bağlanabilir. Bütün bu devreleri analiz ederken yaklaşımımız “her zaman Y ” olacaktır. Dolayısıyla ilk olarak $\text{Y}-\text{Y}$ bağlantısını analiz edeceğiz.

DENGELİ YILDIZ-YILDIZ (WYE-WYE) BAĞLANTISI Şekil 11.13'te gösterildiği gibi hem kaynağın hem de yükün yıldız bağlandığını düşünelim. Pozitif sıralı faz gerilimleri aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{an} &= V_p / 0^\circ \\ \mathbf{V}_{bn} &= V_p / -120^\circ \\ \mathbf{V}_{cn} &= V_p / +120^\circ \end{aligned} \tag{11.13}$$

Burada faz gerilimi V_p , herhangi bir fazla nötr arasındaki gerilimin genliğini gösterir. Faz arası ya da basit ifadeyle hat gerilimleri KGY kullanılarak hesaplanabilir. Örneğin,

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{ab} &= \mathbf{V}_{an} - \mathbf{V}_{bn} \\ &= V_p / 0^\circ - V_p / -120^\circ \\ &= V_p - V_p \left[-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right] \\ &= V_p \left[\frac{3}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right] \\ &= \sqrt{3} V_p / 30^\circ \end{aligned}$$



Şekil 11.14
Dengeli yıldız-yıldız
bağlantıdaki faz gerilimleri ve
faz arası gerilimlerinin fazör
gösterimleri

Fazör toplaması Şekil 11.14a'da gösterilmektedir. Benzer şekilde faz arası gerilimler aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{ab} &= \sqrt{3} V_p / 30^\circ \\ \mathbf{V}_{bc} &= \sqrt{3} V_p / -90^\circ \\ \mathbf{V}_{ca} &= \sqrt{3} V_p / -210^\circ\end{aligned}\quad 11.14$$

[ipucu]

Dönüşüm kuralları:

$$\langle \mathbf{V}_{\text{eh}} \rangle = \langle \mathbf{V}_{\text{ea}} \rangle + 30^\circ$$

$$V_{+} = \sqrt{3} V_{\pm}$$

Tüm faz arası gerilimler faz gerilimleri ile beraber Şekil 11.14b'de gösterilmektedir. Faz arası gerilimlerin genliklerini V_L ile göstereceğiz. Dolayısıyla dengeli bir sistem için aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$V_L = \sqrt{3} V_p \quad (11.15)$$

Dolayısıyla, yıldız bağlı bir sistemde, faz arası gerilim (hat gerilimi) faz geriliminin $\sqrt{3}$ katına eşit olacaktır.

Şekil 11.13'te gösterildiği gibi a fazı için hat akımı aşağıdaki ifade ile verilir:

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_x} = \frac{V_p / 0^\circ}{Z_x} \quad 11.16$$

I_b ve I_c akımları da aynı genliktedir fakat I_c 'dan sırasıyla 120° and 240° gerideckeditor

Bu durumda nötr akımı I_n aşağıdaki gibi verilir:

$$J_3 = (J_x + J_y + J_z) = 0 \quad 11.17$$

Nörde herhangi bir akım olmadığı için, bu iletken üzerine herhangi bir empedans bağlamak, iletkeni acmak veya kısa devre etmek daha önce bulunan sonuçları değiştirmez.

Şekil 11.13'deki yıldız-yıldız bağlantılarında gösterildiği gibi, kaynağın yüze bağlayan hattaki akım Z_V empedansından akan faz akımı ile aynıdır. Dolayısıyla bir yıldız-yıldız bağlantıda

$$I_F = I_X \quad \text{and} \quad I_{F'} = I_{X'} \quad \text{for } 11 \leq i \leq 18$$

yazılabilir. Burada L_1 hat akımının genliği ve L_2 yıldız bağlı yükteki akımın genliği dir.

Her ne kadar üç kaynaktan ve üç yükten oluşan üç fazlı bir sistemimiz varsa da, bu sistemin yalnızca bir fazını analiz etmek yeterli olabilir. Diğer fazlardaki akım ve gerilimler, bir faz için bulduğunuz sonuçlarla aynı olacaktır. Yalnızca, diğer fazlardaki akım ve gerilimler, bulduğumuz akım ve gerilimlerden 120° faz farklı olacaktır. Elbette bu sistemin dengeli olması durumunda geçerlidir. Hatlar üzerinde empedanslar olsa da sistem dengeli kaldığı sürece sadece bir fazı analiz etmemiz yeterlidir. Eğer a , b ve c fazlarındaki hat empedansları eşitse sistem dengeli olacaktır. Nötr hattı üzerindeki empedans ne olursa olsun sistemin dengeсинin bozulmadığını bir kez daha hatırlatalım. Nötr hattının empedansı herhangi bir değer olabileceği için onu sıfır kabul edebiliriz (yani bir kısa devre).

ÖRNEK**11.1**

ÇÖZÜM Faz geriliminin genliği aşağıdaki ifade ile verilir:

$$V_p = \frac{380}{\sqrt{3}} \\ = 220 \text{ V rms}$$

[ipucu]

$$V_{an}' \text{nin fazı} = \underline{V_{an}} \\ = \underline{V_{ab}} - 30^\circ$$

Bir abc sıralı, dengeli, yıldız bağlı üç fazlı gerilim kaynağının faz arası (hat) gerilimi $V_{ab} = 380 \angle -30^\circ$ V rms olarak verilmiştir. Faz gerilimlerini belitemek istiyoruz.

Faz arası ve faz gerilimleri arasındaki faz ilişkileri Şekil 11.14'te gösterilmektedir. Bu şeviden aşağıdaki ifadeleri yazabilirmiz:

$$\underline{V_{an}} = 220 \angle -60^\circ \text{ V rms}$$

$$\underline{V_{bn}} = 220 \angle -180^\circ \text{ V rms}$$

$$\underline{V_{cn}} = 220 \angle +60^\circ \text{ V rms}$$

Bu gerilim genlikleri yaygın olarak kullanılırlar. Örneğin, evlerimizdeki cihazlar 220 V rms, sanayi kuruluşlarındaki cihazlar genellikle faz arası 380 V rms gerilimlerle çalışırlar.

ÖRNEK**11.2**

Üç fazlı yıldız bağlı bir yük sıralı üç fazlı dengeli yıldız bağlı kaynaktan 120 V rms faz gerilimi ile beslenmektedir. Eğer hat empedansı ve yük empedansının faz başına değerleri sırasıyla $1 + j1 \Omega$ ve $20 + j10 \Omega$ ise hat akımlarının ve yük gerilimlerinin değerlerini belirleyelim.

ÇÖZÜM Faz gerilimleri

$$\underline{V_{an}} = 120 \angle 0^\circ \text{ V rms}$$

$$\underline{V_{bn}} = 120 \angle -120^\circ \text{ V rms}$$

$$\underline{V_{cn}} = 120 \angle +120^\circ \text{ V rms}$$

[ipucu]

$$\underline{I_{ba}} = \underline{I_{an}} - 120^\circ$$

$$\underline{I_{ca}} = \underline{I_{an}} + 120^\circ$$

olar. Tek faz devre diyagramı Şekil 11.15'te gösterilmektedir. α fazı için hat akımı değeri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$I_{aA} = \frac{120 \angle 0^\circ}{21 + j11} \\ = 5.06 \angle -27.65^\circ \text{ A rms}$$

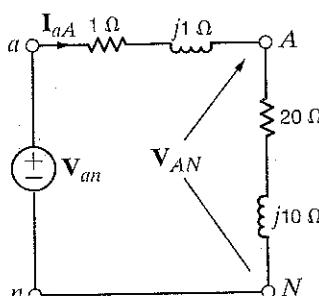
a fazı için yük gerilimi \underline{V}_{AN}

$$\underline{V}_{AN} = (5.06 \angle -27.65^\circ)(20 + j10) \\ = 113.15 \angle -1.08^\circ \text{ V rms}$$

olarak hesaplanır.

Şekil 11.15

Örnek 11.2'deki problem için tek faz devre diyagramı.



b ve *c* fazları ile ilgili hat akımları ve yük gerilimleri aşağıdaki gibi olur:

$$I_{bB} = 5.06 / -147.65^\circ \text{ A rms} \quad V_{BN} = 113.15 / -121.08^\circ \text{ V rms}$$

$$I_{cC} = 5.06 / -267.65^\circ \text{ A rms} \quad V_{CN} = 113.15 / -241.08^\circ \text{ V rms}$$

Terminolojimizi tekrar açıklayalım ve vurgulayalım: Faz gerilimi V_p herhangi bir faz ile nötr arasındaki fazör geriliminin, hat gerilimi V_L ise herhangi iki faz arasındaki fazör gerilimin genliğidir. V_L ve V_p gerilim değerleri sistemin hangi noktasında hesaplandıktırına bağlı olarak değişirler.

Öğrendiklerimizi Sınayalım

E11.1 Bir abc sıralı dengeli yıldız bağlı kaynağın a fazı gerilimi $V_{an} = 120 / 90^\circ$ V rms'dir. Bu kaynak için hat gerilimlerini belirleyiniz.

YANIT:

$$V_{ab} = 208 / 120^\circ \text{ V rms},$$

$$V_{bc} = 208 / 0^\circ \text{ V rms},$$

$$V_{ca} = 208 / -120^\circ \text{ V rms}.$$

E11.2 Bir abc sıralı üç fazlı dengeli gerilim kaynağı $V_{ab} = 208 / 0^\circ$ V rms hat gerilimli dengeli yıldız bağlı bir sisteme bağlanmıştır. Kaynağın faz gerilimlerini belirleyiniz.

YANIT:

$$V_{an} = 120 / -30^\circ \text{ V rms},$$

$$V_{bn} = 120 / -150^\circ \text{ V rms},$$

$$V_{cn} = 120 / -270^\circ \text{ V rms}.$$

E11.3 Bir üç faz yıldız bağlı yük, abc sıralı üç fazlı dengeli yıldız bağlı bir kaynak tarafından faz başına $1 + j1 \Omega$ empedanslı bir iletim hattı üzerinden beslenmektedir. Yük empedansı faz başına $8 + j3 \Omega$ 'dur. Eğer a fazı için yük gerilimi $104.02 / 26.6^\circ$ V rms (yani iletim hattının yük uçlarında $V_p = 104.02$ V rms) ise kaynağın faz gerilimlerini belirleyiniz.

YANIT:

$$V_{an} = 120 / 30^\circ \text{ V rms},$$

$$V_{bn} = 120 / -90^\circ \text{ V rms},$$

$$V_{cn} = 120 / -210^\circ \text{ V rms}.$$

E11.4 277 V rms faz gerilimli, pozitif sıralı üç fazlı dengeli yıldız bağlı bir kaynak, yıldız bağlı dengeli yükle güç sağlamaktadır. Faz başına yük empedansı $60 - j40 \Omega$ 'dur. Eğer V_{an} 'nın faz açısı ise 0° ise devredeki hat akımlarını belirleyiniz.

YANIT:

$$I_{aA} = 3.84 / 33.69^\circ \text{ A rms};$$

$$I_{bB} = 3.84 / -86.31^\circ \text{ A rms};$$

$$I_{cC} = 3.84 / 153.69^\circ \text{ A rms}.$$

E11.5 Bir abc sıralı gerilim kaynağı üç fazlı dengeli yıldız – yıldız bağlantılı sistemi beslemektedir. Hat ve yük empedansları sırasıyla $0.5 + j0.75 \Omega$ ve $20 - j24 \Omega$ değerindedir. Eğer a fazındaki yük gerilimi $V_{AN} = 125 / 10^\circ$ V rms ise giriş hat gerilimlerini bulunuz.

YANIT:

$$V_{ab} = 214.8 / 41.6^\circ \text{ V rms},$$

$$V_{bc} = 214.8 / -78.4^\circ \text{ V rms},$$

$$V_{ca} = 214.8 / 161.6^\circ \text{ V rms}.$$

E11.6 Bir üç fazlı dengeli yıldız-yıldız bağlı sisteme, hatlardaki toplam güç 650W'tır. $V_{AN} = 117 / 15^\circ$ V rms ve yük güç katsayıları ileride 0.88 değerindedir. Eğer hat empedansı $1 + j2 \Omega$, ise yük empedansını belirleyiniz.

YANIT:

$$Z_L = 7 - j3.78 \Omega.$$

Yaptığımız analiz, üç fazlı bir sistem dengeliyse, sistemin yalnızca bir fazı üzerinde çalışarak tüm sonuçları elde edebileceğimizi göstermiştir. Bulduğumuz faz akımlarını ve gerilimlerini 120° kaydırarak diğer fazların akım ve gerilimlerini de elde edebiliriz. Şimdi ya kaynağı ya da yükün Δ bağlı olduğu durumu inceleyelim.

ÜÇGEN BAĞLI KAYNAK Şekil 11.16a'da gösterilen üçgen bağlı kaynağı göz önüne alalım. Kaynakların iki hattın arasına (faz arası) bağlı olduğuna dikkat ediniz. Daha önceden abc faz sıralı gerilimler için faz arası ve faz-nötr gerilimleri arasındaki ilişkinin Eş. (11.14) tarafından verildiğini ve Şekil 11.14'de gösterildiğini biliyoruz. Dolayısıyla, V_L faz geriliminin genliği olmak üzere

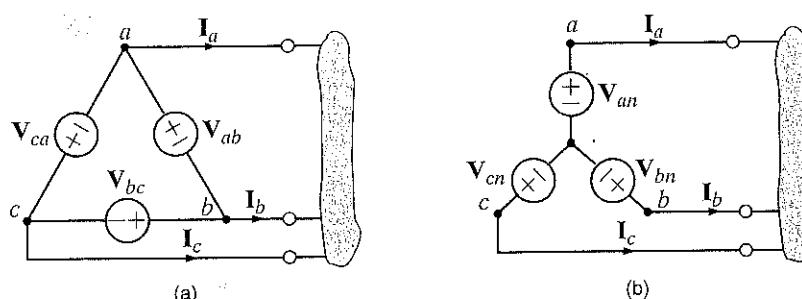
$$\begin{aligned} V_{ab} &= V_L / 0^\circ \\ V_{bc} &= V_L / -120^\circ \\ V_{ca} &= V_L / +120^\circ \end{aligned} \quad 11.19$$

ifadeleri ile tanımlanan üçgen kaynakların Şekil 11.16b'de gösterilen yıldız bağlı eşdeğerleri aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned} V_{an} &= \frac{V_L}{\sqrt{3}} / -30^\circ = V_p / -30^\circ \\ V_{bn} &= \frac{V_L}{\sqrt{3}} / -150^\circ = V_p / -150^\circ \\ V_{cn} &= \frac{V_L}{\sqrt{3}} / -270^\circ = V_p / +90^\circ \end{aligned} \quad 11.20$$

Burada V_p yıldız bağlı eşdeğer kaynağın faz geriliminin genliğidir. Dolayısıyla, eğer üçgen bağlı kaynak içeren bir devre ile karşılaşsak, kaynağı kolayca üçgenden yıldıza çevirebilir ve elde ettiğimiz yeni devre üzerinde önceden tartıştığımız tüm teknikleri analiz tekniklerini uygulayabiliriz.

Şekil 11.16
Üçgen ve yıldız bağlı kaynaklar.



Problem Çözme Stratejisi

Üç Faz Dengeli AA Güç Devreleri

Adım 1. Bilinmeyen fazörleri elde etmek için yıldız-yıldız bağlantısı kolayca kullanılabileceği için, eğer kaynak, yük ya da her ikisi birden üçgen bağlı ise kaynak/yük bağlantısını yıldız-yıldız bağlantısına çeviriniz.

Adım 2. Üç fazlı sistem dengeli olduğu için, sadece devrenin a fazının bilinmeyen fazörlerinin belirlenmesine gerek vardır.

Adım 3. En sonunda hesaplanan fazörleri kullanarak orijinal sisteme bunlara karşılık gelen fazörleri bulunuz.

Şekil 11.17a'da gösterilen devreyi göz önüne alınız. Üsteki hat geriliminin genliğini ve hat akımlarını belirlemek istiyoruz.

ÖRNEK 11.3

Devre için tek faz diyagramı Şekil 11.17b'de gösterilmektedir. Hat akımı I_{aA} aşağıdaki gibi bulunur:

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{(208/\sqrt{3})/-30^\circ}{12.1 + j4.2} = 9.38/-49.14^\circ \text{ A rms}$$

ve dolayısıyla $I_{bb} = 9.38 \angle -169.14^\circ$ V rms ve $I_{cc} = 9.38 \angle 70.86^\circ$ V rms olur. Bu durumda V_{AN} gerilimi,

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{AN} &= (9.38 \angle -49.14^\circ)(12 + j4) \\ &\equiv 118.65 \angle -30.71^\circ \text{ V rms} \end{aligned}$$

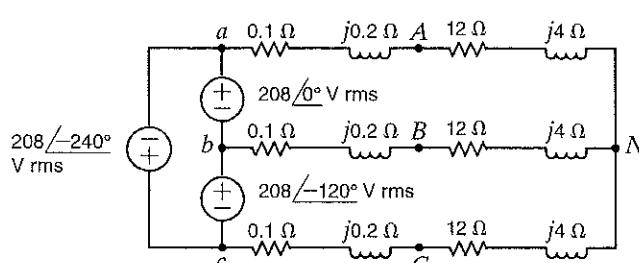
olur. Böylece yükteki hat geriliminin genliği aşağıdaki gibi bulunur:

$$V_L = \sqrt{3} (118.65) \\ = 205.51 \text{ V rms}$$

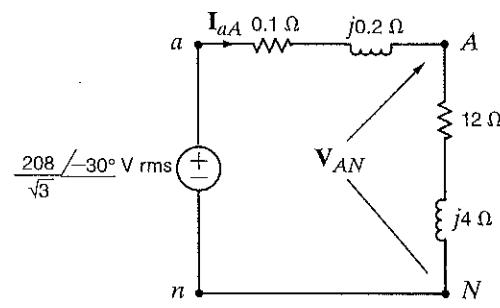
Kaynaktaki faz gerilimi $V_p = 208/\sqrt{3} = 120$ V rms olarak bulunur. Öte yandan yükteki faz gerilimi $V_p = 205.51/\sqrt{3} = 118.65$ V rms olur. Kullandığımız notasyonda dikkatli olmali ve faz veya hat geriliminin hangi noktada hesaplandığıni belirtmeliyiz.

Şekil 11.17

Üçgen-yıldız devre ve eşdeğer tek faz (a -fazı) diyagramı.



10



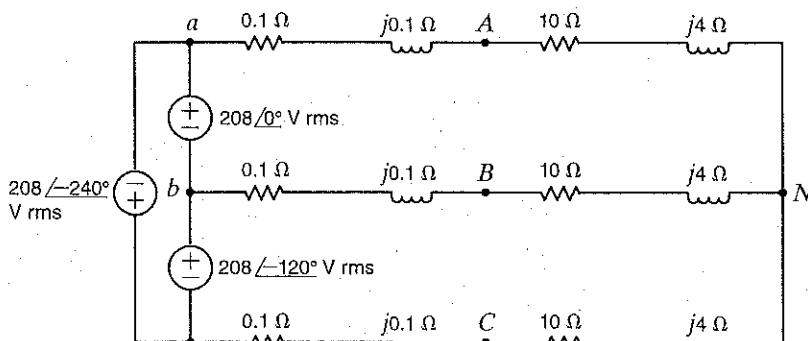
(b)

Öğrendiklerimizi Sınav alm

E11.7 Şekil E11.7'de gösterilen devreyi göz önüne alınız. Üstteki hat gerilimlerinin genliklerini hesaplayınız.

YANIT.

$V_c = 205.2$ V rms

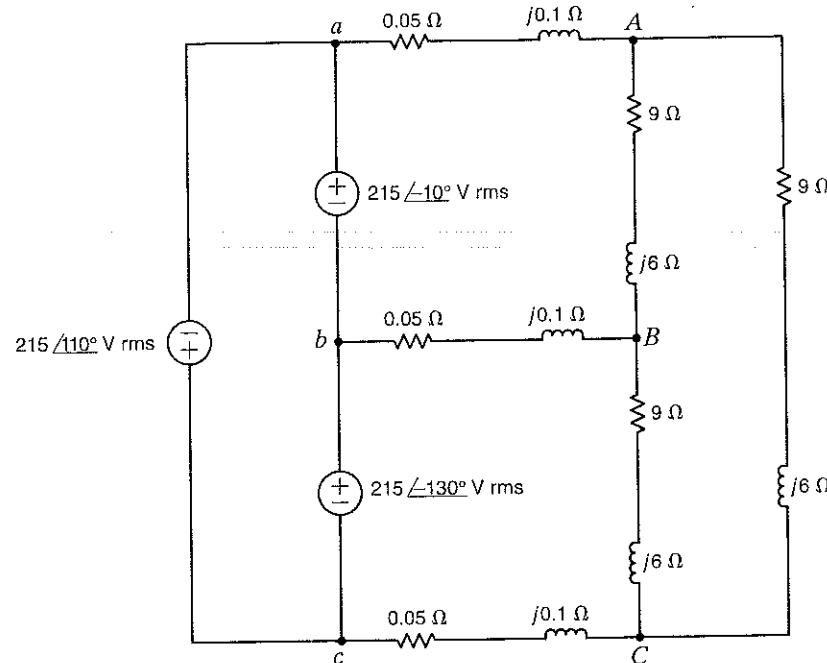


Sekil E11.7

E11.8 Şekil E11.8'deki yükteki hat geriliminin genliğini bulunuz..

YANIT:

$$V_L = 209.2 \text{ V rms.}$$



Şekil E11.8

ÜÇGEN BAĞLI YÜK Şimdi Şekil 11.18'de gösterilen Δ bağılı yükü ele alalım. Göründüğü gibi bu bağlantıda her bir yükün uçları arasındaki gerilim faz arası gerilime eşittir. Eğer kaynağıın faz gerilimleri

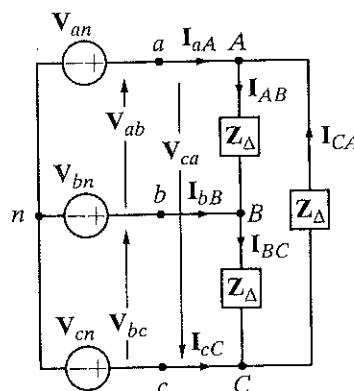
$$\begin{aligned} V_{an} &= V_p / 0^\circ \\ V_{bn} &= V_p / -120^\circ \\ V_{cn} &= V_p / +120^\circ \end{aligned} \quad 11.21$$

olarak tanımlanmışsa bu durumda faz arası gerilimler aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned} V_{ab} &= \sqrt{3} V_p / 30^\circ = V_L / 30^\circ = V_{AB} \\ V_{bc} &= \sqrt{3} V_p / -90^\circ = V_L / -90^\circ = V_{BC} \\ V_{ca} &= \sqrt{3} V_p / -210^\circ = V_L / -210^\circ = V_{CA} \end{aligned} \quad 11.22$$

Şekil 11.18

Üç faz dengeli yıldız-üçgen sistem.



Burada, V_L , hem üçgen bağlı yükteki hem de devrede hat empedansı bulunmadığı için kaynakta hat geriliminin genliği.

Eğer Şekil 11.18'de $Z_\Delta = Z_\Delta / \theta$ ise yükteki faz akımları aşağıdaki gibi olur:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_\Delta} \quad 11.23$$

I_{BC} ve I_{CA} akım fazörlerinin genliği I_{AB} fazörünün genliği ile aynıdır, ancak bu fazörler I_{AB} 'yi sırasıyla 120° ve 240° geriden takip ederler. KAY faz akımları ile beraber uygulanarak hat akımları bulunabilir.

$$\begin{aligned} I_{aA} &= I_{AB} + I_{AC} \\ &= I_{AB} - I_{CA} \end{aligned}$$

Fakat Δ bağlı dengeli yükü dengeli Δ -Y dönüşümünü kullanarak Y bağlı yükle dönüştürmek daha kolay olabilir. Bu dönüşümler, Bölüm 2'de anlatılan yıldız-üçgen ve üçgen-yıldız dönüşümleri frekans tanım bölgesinde empedans için de geçerlidir. Dengeli durumda dönüşüm denklemleri aşağıdaki duruma indirgenir:

$$Z_Y = \frac{1}{3} Z_\Delta$$

Bu durumda hat akımı I_{aA} basitçe aşağıdaki gibidir.

$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z_Y}$$

Sonuçta, Y-Y bağlantılıaki hat gerilimleri ve faz gerilimleri arasındaki ilişkiyi belirlemek için daha önceden uygulanan yaklaşım kullanılarak Δ bağlı yükteki faz akımlarının ve hat akımlarının genlikleri arasındaki ilişkinin aşağıdaki gibi olduğunu gösterebiliriz:

$$I_L = \sqrt{3} I_\Delta \quad 11.24$$

Dengeli üçgen bağlı bir yükün her fazında $10-\Omega$ 'luk bir dirençle seri bağlı $20-mH$ 'lık bir induktör bulunmaktadır. Yük, abc sıralı, yıldız bağlı, $V_{an} = 120/30^\circ$ V rms gerilimli, 60 Hz frekanslı bir kaynaktan beslenmektedir. Tüm Δ akımlarını ve hat akımlarını belirlemek istiyoruz.

ÖRNEK

11.4

Üçgen yükte faz başına empedans $Z_\Delta = 10 + j7.54 \Omega$ dur. Hat gerilimi $V_{ab} = 120\sqrt{3}/60^\circ$ V rms'dir. Hat empedansı olmadığı için $V_{AB} = V_{ab} = 120\sqrt{3}/60^\circ$ V rms olur. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} I_{AB} &= \frac{120\sqrt{3}/60^\circ}{10 + j7.54} \\ &= 16.60/+22.98^\circ \text{ A rms} \end{aligned}$$

olur. Eğer $Z_\Delta = 10 + j7.54 \Omega$ ise o zaman,

$$\begin{aligned} Z_Y &= \frac{1}{3} Z_\Delta \\ &= 3.33 + j2.51 \Omega \end{aligned}$$

olur. Bu durumda hat akımı

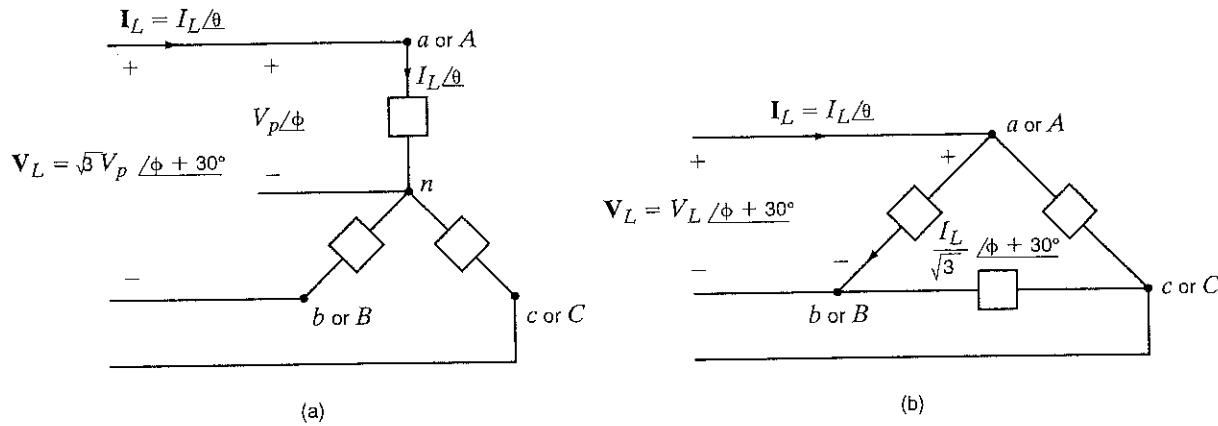
$$\begin{aligned} I_{aA} &= \frac{V_{an}}{Z_Y} = \frac{120/30^\circ}{3.33 + j2.51} \\ &= \frac{120/30^\circ}{4.17/37.01^\circ} \\ &= 28.78/-7.01^\circ \text{ A rms} \end{aligned}$$

olarak bulunur. Dolayısıyla diğer faz ve hat akımları aşağıdaki gibi olacaktır:

$$I_{bc} = 16.60 / -97.02^\circ \text{ A rms } I_{bb} = 28.78 / -127.01^\circ \text{ A rms}$$

$$I_{ca} = 16.60 / +142.98^\circ \text{ A rms } I_{cc} = 28.78 / +112.99^\circ \text{ A rms}$$

Özet olarak hem Y hem de Δ bağlantılar için hat gerilimi ile faz gerilimi ve hat akımı ile faz akımı arasındaki ilişkiler Şekil 11.19'da gösterilmektedir. Akımlar ve gerilimler bir faz için gösterilmektedir. Kalan iki faz aynı genlige sahiptir, fakat sırasıyla 120° ve 240° geriden gelirler.



Şekil 11.19

Y ve Δ bağlantıları için gerilim ve akım ilişkileri.

Çizelge 11.1 incelendiğinde üç fazlı dengeli sistemlerle ilgili problemlerin çözümünde aşağıdaki kuralların geçerli olduğunu görürlür:

- Bir Δ bağlantıının gerilimlerinin ve akımlarının fazları, Y bağlantısındakiilerden 30° ileridir.
- Yıldız bağlantıda hat geriliminin (faz arası gerilim) genliği, faz geriliminin genliğinin $\sqrt{3}$ katıdır.
- Üçgen (Δ) bağlantıda hat akımının genliği, faz akımının genliğinin $\sqrt{3}$ katıdır.
- Y bağlantıındaki yük empedansı, Δ bağlantıındaki üçte biridir. Faz açıları ise eşittir.

ÇİZELGE 11.1 Y ve Δ bağlantılarındaki gerilim, akım empedans ilişkileri

	Y	Δ
Hat gerilimi (V_{ab} veya V_{AB})	$\sqrt{3} V_p / \phi + 30^\circ$ $= V_L / \phi + 30^\circ$	$V_L / \phi + 30^\circ$
Hat akımı I_{ba}	I_L / θ	I_L / θ
Faz gerilimi	V_p / ϕ (V_{an} veya V_{AN})	$\sqrt{3} V_p / \phi + 30^\circ$
Faz akımı	I_L / θ	$\frac{I_L}{\sqrt{3}} / \theta + 30^\circ$
Yük empedansı	$Z_Y / \phi - \theta$	$3 Z_Y / \phi - \theta$

E11.9 Dengeli, üç fazlı, abc sıralı, yıldız bağlı bir güç kaynağı dengeli, üçgen bağlı yük'e güç sağlamaktadır. Eğer a fazındaki hat akımı $I_{aA} = 12\angle 40^\circ$ A rms ise üçgen bağlı yükteki faz akımlarını bulunuz.

YANIT:

$$I_{AB} = 6.93\angle 70^\circ \text{ A rms},$$

$$I_{BC} = 6.93\angle -50^\circ \text{ A rms},$$

$$I_{CA} = 6.93\angle -170^\circ \text{ A rms}.$$

E11.10 Şekil E11.10'daki hat akımlarını ve üçgen bağlı yük tarafından çekilen güçü bulunuz.

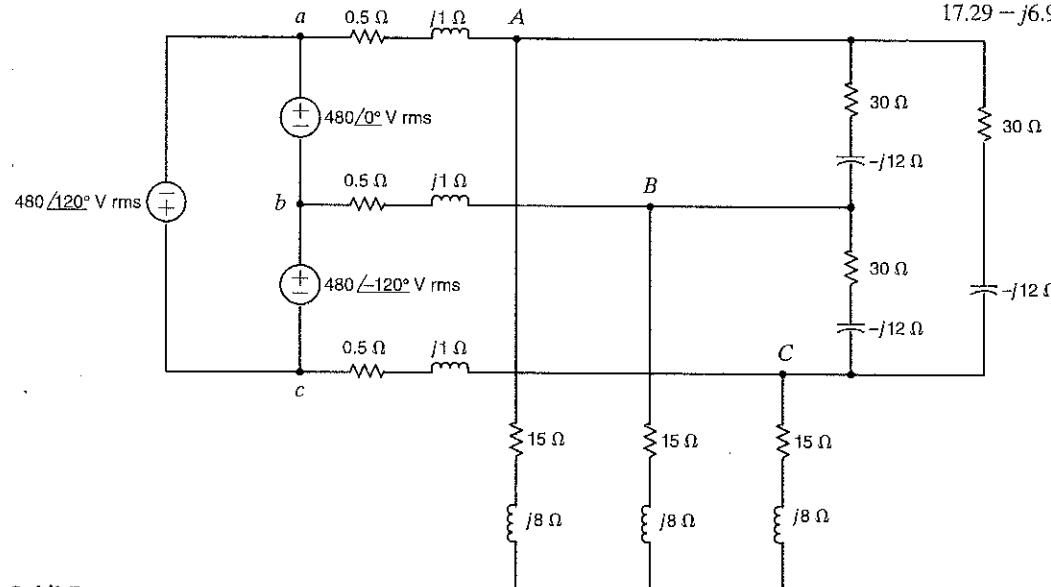
YANIT:

$$I_{aA} = 35.76\angle -34.74^\circ \text{ A rms},$$

$$I_{bB} = 35.76\angle -154.74^\circ \text{ A rms},$$

$$I_{cC} = 35.76\angle 85.26^\circ \text{ A rms},$$

$$17.29 - j6.92 \text{ kVA}.$$



Şekil E11.10

Yük yıldız da olsa üçgen de olsa, bir fazın aktif ve reaktif güç ifadeleri aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\begin{aligned} P_p &= V_p I_p \cos \theta \\ Q_p &= V_p I_p \sin \theta \end{aligned} \quad 11.25$$

Burada θ , faz gerilimi ve hat akımı arasındaki açıdır. Y bağlı bir sistem için $I_p = I_L$ ve $V_p = V_L/\sqrt{3}$, Δ bağlı sistem için $I_p = I_L/\sqrt{3}$ ve $V_p = V_L$ 'dır. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} P_p &= \frac{V_L I_L}{\sqrt{3}} \cos \theta \\ Q_p &= \frac{V_L I_L}{\sqrt{3}} \sin \theta \end{aligned} \quad 11.26$$

olar. Bu durumda üç faz için toplam aktif ve reaktif güç ifadeleri aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned} P_T &= 3 P_p = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta \\ Q_T &= 3 Q_p = \sqrt{3} V_L I_L \sin \theta \end{aligned} \quad 11.27$$

Dolayısıyla karmaşık gücün genliği, yani görünür güç aşağıdaki ifade edilir.

$$\begin{aligned} S_T &= \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} \\ &= \sqrt{3} V_L I_L \end{aligned}$$

Karmaşık gücün açısı ise şöyle olur:

$$\angle S_T = \theta$$

11.4

Güç İlişkileri

ÖRNEK
11.5

ÇÖZÜM Hat akımı Eş. (11.26)'dan elde edilebilir. Faz başına aktif güç 400 W olduğu için,

$$400 = \frac{208I_L}{\sqrt{3}} \cos 20^\circ$$

$$I_L = 3.54 \text{ A rms}$$

olarak bulunur. Üçgen bağlı yükün her kolundaki akımın genliği aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$I_\Delta = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

$$= 2.05 \text{ A rms}$$

Dolayısıyla, yükün her fazındaki üçgen empedansın genliği aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} |Z_\Delta| &= \frac{V_L}{I_\Delta} \\ &= \frac{208}{2.05} \\ &= 101.46 \Omega \end{aligned}$$

Güç katsayısı açısı geride 20° olduğundan yük empedansı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} Z_\Delta &= 101.46 / 20^\circ \\ &= 95.34 + j34.70 \Omega \end{aligned}$$

ÖRNEK
11.6

ÇÖZÜM Örnek 11.2'deki devre için, yükün faz başına aktif ve reaktif gücünü ve kaynaktaki toplam aktif güç, reaktif güç ve karmaşık güç değerlerini belirlemek istiyoruz.

$$\begin{aligned} S_{\text{load}} &= VI^* \\ &= (113.15 / -1.08^\circ)(5.06 / 27.65^\circ) \\ &= 572.54 / 26.57^\circ \\ &= 512.07 + j256.09 \text{ VA} \end{aligned}$$

Böylece, yükteki faz başına aktif ve reaktif güçler sırasıyla, 512.07 W ve 256.09 VAr olur.

Kaynaktaki faz başına karmaşık güç ise aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} S_{\text{source}} &= VI^* \\ &= (120 / 0^\circ)(5.06 / 27.65^\circ) \\ &= 607.2 / 27.65^\circ \\ &= 537.86 + j281.78 \text{ VA} \end{aligned}$$

Dolayısıyla, kaynaktaki toplam aktif güç, reaktif güç ve görünür güç sırasıyla 1613.6 W, 845.2 VAr ve 1821.6 VA olur.

Bir üç faz dengeli kaynak aşağıda verilen üç yükle enerji sağlamaktadır:

Yük 1: 24 kW, geride 0.6 güç katsayısında

Yük 2: 10 kW, birim güç katsayısında

Yük 3: 12 kVA, ileride 0.8 güç katsayısında

Eğer yüklerindeki hat gerilimi 60 Hz'de 208 V rms ise hat akımını ve toplam yükün güç katsayıını belirlemek istiyoruz.

Verilenlerden aşağıdakiler bulunur,

$$\mathbf{S}_1 = 24,000 + j32,000$$

$$\mathbf{S}_2 = 10,000 + j0$$

$$\mathbf{S}_3 = 12,000 / -36.9^\circ = 9600 - j7200$$

Böylece,

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_{\text{load}} &= 43,600 + j24,800 \\ &= 50,160 / 29.63^\circ \text{ VA}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_L &= \frac{|\mathbf{S}_{\text{load}}|}{\sqrt{3} V_L} \\ &= \frac{50,160}{208\sqrt{3}} \\ I_L &= 139.23 \text{ A rms}\end{aligned}$$

olar. Toplam yükün güç katsayısı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned}\text{pf}_{\text{load}} &= \cos 29.63^\circ \\ &= 0.869 \text{ geride}\end{aligned}$$

ÖRNEK

11.7

ÇÖZÜM

[ipucu]

Üç karmaşık gücün toplamı yandaki gibidir;

$$\mathbf{S}_{\text{load}} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3$$

Şekil 11.7'de verilen üç fazlı sistemde hat empedansı $\mathbf{Z}_{\text{line}} = 0.05 + j0.02 \Omega$ ise, kaynak uçlarındaki güç katsayısını ve hat gerilimini belirleyelim.

Hat empedanslarının çektığı karmaşık güç aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_{\text{line}} &= 3(R_{\text{line}} I_L^2 + jX_{\text{line}} I_L^2) \\ &= 2908 + j1163 \text{ VA}\end{aligned}$$

Bu durumda kaynağın ürettiği karmaşık güç aşağıdaki ifadeyle hesaplanır:

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_S &= \mathbf{S}_{\text{load}} + \mathbf{S}_{\text{line}} \\ &= 43,600 + j24,800 + 2908 + j1163 \\ &= 53,264 / 29.17^\circ \text{ VA}\end{aligned}$$

Bu durumda kaynaktaki hat gerilimi

$$\begin{aligned}V_{L_S} &= \frac{S_S}{\sqrt{3} I_L} \\ &= 220.87 \text{ V rms}\end{aligned}$$

ve kaynaktaki güç katsayısı

$$\begin{aligned}\text{pf}_S &= \cos 29.17^\circ \\ &= 0.873 \text{ geride}\end{aligned}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK

11.8

ÇÖZÜM

[ipucu]

Üç faz için karmaşık gücün aşağıdaki ifade ile verildiğini hatırlatalım. $\mathbf{S}_{\text{line}} = 3j\mathbf{Z}_{\text{line}}$

ÖRNEK**11.9**

CÖZÜM $V_L = 500 \text{ kV rms}$ için $I_L = \frac{S_{load}}{\sqrt{3}V_L} = \frac{1000}{\sqrt{3}(500)} = 1.155 \text{ kA rms}$ ve hattaki aktif güç kayipları $P_{line} = 3I_L^2R_{line} = 3(1.155)^2(0.1) = 0.4 \text{ MW}$ olarak bulunur.

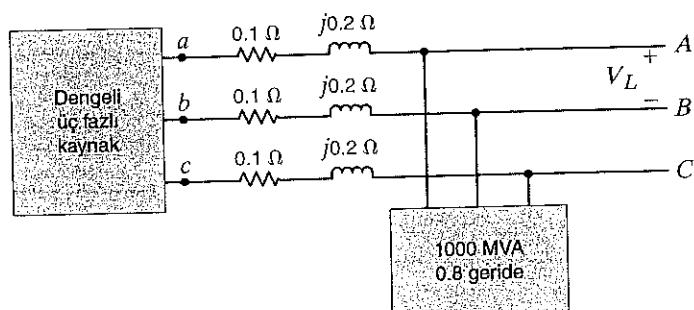
$$V_L = 50 \text{ kV rms} \text{ için } I_L = \frac{1000}{\sqrt{3}(50)} = 11.55 \text{ kA rms ve}$$

$$P_{line} = 3I_L^2R_{line} = 3(11.55)^2(0.1) = 40 \text{ MW}$$

Gördüğü gibi 50 kV rms 'deki hat kayipları 500 kV rms 'deki kayipların 100 katıdır. Bu örnek, yüksek gerilimlerde güç iletiminin, düşük kayiplardan ötürü daha verimli olduğunu gösterir. Bölüm 10'da incelenen transformatör, AA sistemlerdeki gerilim seviyelerinin kolayca değiştirilemesine olanak sağlar. Güç tesislerindeki elektrik jeneratörleri $25 \text{kV}'a$ kadar hat gerilimleri üretirler. Transformatörler de tesislerden yük merkezlerine iletim için bu gerilimi yükseltmek amacıyla kullanılır.

Sekil 11.20

Değişik yük gerilimlerinde hat kayiplarını hesaplamak için kullanılan üç fazlı sistem.

**Öğrendiklerimizi Sınavalım**

- E11.11** Bir dengeli üç fazlı yıldız-yıldız sistemin hat gerilimi 208 V rms dir. Yük tarafından çekilen aktif güç 0.8 geri güç katsayı ile 12 kW 'tir. Yükün faz başına empedansını bulunuz. **YANIT:** $Z = 2.88 / 36.87^\circ \Omega$.

- E11.12** E11.3'de verilen yıldız-yıldız dengeli sistem için hem kaynaktaki hem de yükteki aktif, reaktif ve karmaşık güçü bulunuz.

YANIT:
 $S_{load} = 1186.77 + j444.66 \text{ VA};$
 $S_{source} = 1335.65 + j593.55 \text{ VA}.$

- E11.13** 480 Vrms gerilimli bir hat iki tane dengeli üç fazlı yükü beslemektedir. Yük değerleri aşağıda verilmektedir. **YANIT:** $I_L = 17.97 \text{ A rms}.$

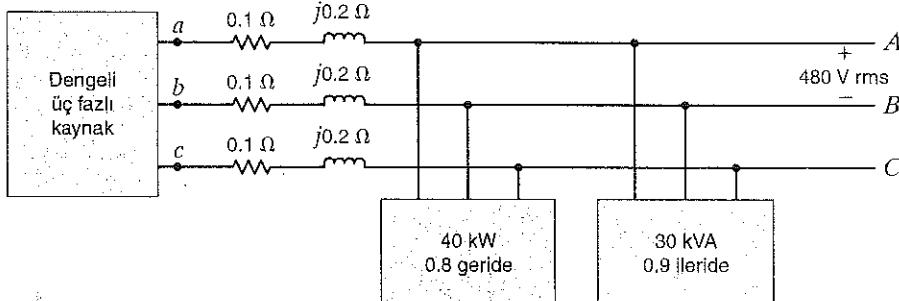
Yük 1: 5 kVA geride 0.8 güç katsayılı

Yük 2: 10 kVA geride 0.9 güç katsayılı

Kaynaktan çekilen hat akımının genliğini belirleyiniz.

E11.14 Eğer Şekil E11.14'teki yükün hat gerilimi 480 V rms ise kaynaktaki hat gerilimini ve güç katsayısını bulunuz.

YANIT: $V_L = 501.7$ V rms, $\text{pf} = 0.9568$ geride.



Şekil E11.14

Bölüm 9.7'de bir yükün güç katsayısını artırmak için basit bir teknik gösterdik. Yöntem, uygun değerli bir kondansatörün seçilerek yükle paralel olarak yerleştirilmesinden ibaretti. Bir üç faz dengeli sisteme de güç katsayısi düzeltilmesi tamamen aynı biçimde gerçekleştirilebilir. Bununla birlikte Eş. (9.37)'de belirtilen S_{cap} değerinin üç kondansatör tarafından sağlandığını ve denklemdeki V_{rms} geriliminin her bir kondansatör üzerindeki gerilim olduğuna dikkat etmek gereklidir. Aşağıdaki örnek teknığın uygulanışını göstermektedir.

11.5

Güç Katsayısı Düzeltilmesi

[ipucu]

Üç fazlı sistemlerde güç katsayısi düzeltilmesi sırasında dikkat edilmesi gereken hususlar:

P_T ve P_P farklı değerlerdir.
 V_{rms} değeri Y ve Δ bağlantı şekline göre uygun olarak seçilmelidir.

Şekil 11.21'de gösterilen üç fazlı dengeli sisteme hat gerilimi 60 Hz'de 34.5 kV rms'dir. Toplam yük ileride 0.94 güç katsayısına sahip olacak şekilde C kondansatörlerinin değerlerini bulmak istiyoruz.

ÖRNEK

11.10

Bölüm 9.7'de tek faz güç katsayısi düzeltilmesi için verilen yöntem uygulanarak aşağıdaki değerler elde edilir:

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} S_{old} &= 24 / \cos^{-1} 0.78 \text{ MVA} \\ &= 18.72 + j15.02 \text{ MVA} \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} \theta_{new} &= -\cos^{-1} 0.94 \\ &= -19.95^\circ \end{aligned}$$

Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} S_{new} &= 18.72 + j18.72 \tan(-19.95^\circ) \\ &= 18.72 - j6.80 \text{ MVA} \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} S_{cap} &= S_{new} - S_{old} \\ &= -j21.82 \text{ MVA} \end{aligned}$$

[ipucu]

C tarafından sağlanan reaktif güç ifadesi aşağıdaki ifadenin elde edilir.

$$jQ_{cap} = -j\omega CV_{rms}^2$$

Y bağlantısi için faz gerilimi aşağıdaki gibi bulunur.

$$V_f = \frac{34.5}{\sqrt{3}}$$

olur. Ancak,

$$-j\omega C V_{\text{rms}}^2 = -j21.82 \text{ MVA}$$

ve hat gerilimi 34.5 kV rms olduğundan,

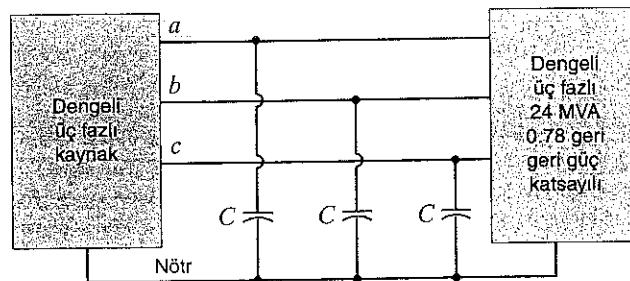
$$(377) \left(\frac{34.5k}{\sqrt{3}} \right)^2 C = \frac{21.82}{3} \text{ MVA}$$

yazılır. Dolayısıyla,

$$C = 48.6 \mu\text{F}$$

olur.

Şekil 11.21
Örnek 11.10'da
kullanılan devre.



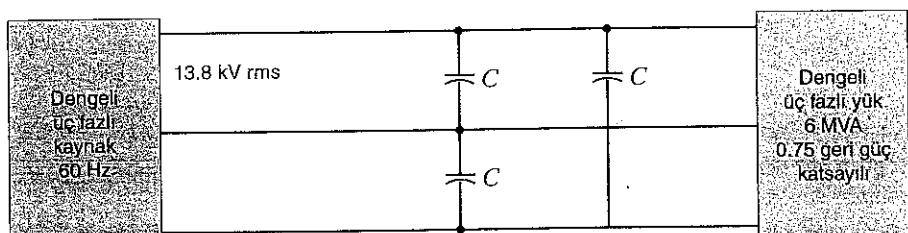
Öğrendiklerimizi Sinayalım

E11.15 Örnek 11.10'daki yükün güç katsayısını geride 0.90 yapacak C 'yi bulunuz.

YANIT: $C = 13.26 \mu\text{F}$.

E11.16 Şekil 11.16'da kaynağın güç katsayısının geride 0.98 olabilmesi için C 'nin değeri ne olmalıdır.

YANIT: $C = 14 \mu\text{F}$.



Şekil E11.16

Son olarak, bu bölümdeki tüm tartışmamızın dengeli sistemler üzerine olduğunu belirtelim. Ancak, güç aygıtlarının fazları arasındaki ortak bağlaşımından dolayı dengesiz bir üç fazlı sisteme problemin çok daha karmaşık olduğunu da belirtmeliyiz.

11.6

Uygulama Örnekleri

Aşağıdaki üç örnekten ilki enerji üretim tesisleri birbirlerine bağlandığında (enterkonnekte sistem) güç akışının nasıl bir mantıkla ölçüldüğünü, kimin kime güç verdiği sorusunun nasıl yanıtladığını göstermektedir. En son örnek ise üreticilerinin güç katsayısi düzeltme işlemi için kullanılacak kondansatör seçimini gerçekleştirdiğini göstermektedir.

İki tane dengeli üç fazlı sistem X ve Y , $Z_{\text{line}} = 1 + j2 \Omega$ empedanslı hatlarla birbirlerine bağlanmıştır. Hat gerilimleri Şekil 11.22a'da gösterildiği $\underline{V}_{ab} = 12 / 0^\circ$ kV rms ve $\underline{V}_{AB} = 12 / 5^\circ$ kV rms değerindedir. Hangi sistemin kaynak hangisinin yük olduğunu ve kaynak tarafından sağlanan ve yükün çektiği ortalama güçleri belirlemek istiyoruz.

Sistem için Şekil 11.22b'de gösterilen tek faz diyagramını çizersek analiz Örnek 9.12'deki ile temelde aynı olacaktır.

Şekil 11.22b'deki devreden aşağıdakiler yazılabilir:

$$\begin{aligned} I_{aA} &= \frac{\underline{V}_{an} - \underline{V}_{AN}}{Z_{\text{line}}} \\ &= \frac{12,000}{\sqrt{3}} / -30^\circ - \frac{12,000}{\sqrt{3}} / -25^\circ \\ &= \sqrt{5} / 63.43^\circ \\ &= 270.30 / -180.93^\circ \text{ A rms} \end{aligned}$$

Y sistemi tarafından çekilen ortalama güç

$$\begin{aligned} P_Y &= \sqrt{3} V_{AB} I_{aA} \cos(\theta_{V_{an}} - \theta_{I_{aA}}) \\ &= \sqrt{3} (12,000) (270.30) \cos(-25^\circ + 180.93^\circ) \\ &= -5.130 \text{ MW} \end{aligned}$$

olarak hesaplanır. Sonuç eksi çıktıından Y sistemi yük değil kaynaktır ve 5.130 MW güç sağlamlamaktadır.

X sistemi aşağıdaki ortalama gücü çeker:

$$P_X = \sqrt{3} V_{ab} I_{Aa} \cos(\theta_{V_{an}} - \theta_{I_{Aa}})$$

Burada

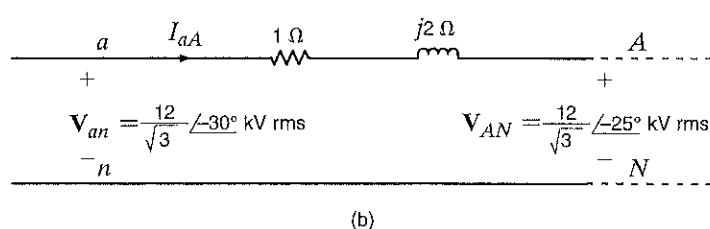
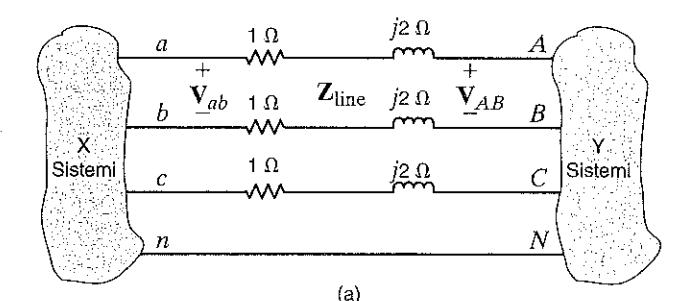
$$I_{Aa} = -I_{aA} = 270.30 / -0.93^\circ \text{ A rms}$$

olduğundan

$$\begin{aligned} P_X &= \sqrt{3} (12,000) (270.30) \cos(-30^\circ + 0.93^\circ) \\ &= 4.910 \text{ MW} \end{aligned}$$

olarak hesaplanır ve dolayısıyla X sistemi yüküdür.

Y sistemi tarafından sağlanan güç ve X sistemi tarafından çekilen güç arasındaki fark elbette ki üç bağlantı iletkenindeki direnç tarafından harcanan güçtür.



UYGULAMA ÖRNEĞİ 11.11

ÇÖZÜM

Önceki örnek ilginç bir noktayı göstermektedir. Güç hattının iki ucu arasındaki gerilimlerin faz farkı güç akışının yönünü belirlemektedir. Birçok elektrik enerjisi üreticisi birbirlerine bağlanarak ulusal enternette güç şebekesini oluşturdukları için bağlantı hatlarının uçları arasındaki faz farkı üretici şirketler arasındaki güç transferinin yapılmışlığını yansıtır.

Güç katsayısı düzeltimi işlemi için kullanılacak kondansatör değerleri üretici tarafından çoğunlukla farad yerine VAr cinsinden ifade edilir. Elbette ki üretici kondansatörün çalıştığı çalışma gerilimini de belirtmelidir. Ayrıca frekansın 50 Hz (ABD'de 60 Hz) olduğu varsayılar. Kapasitans ve VAr değeri arasındaki ilişki aşağıda verilmektedir.

$$Q_R = \frac{V^2}{Z_C}$$

Burada Q_R VAr değerini, V gerilim değerini ve Z_C kondansatörün çalışma frekansındaki empedansını gösterir. Dolayısıyla bir 500 V, 600 VAr kondansatörün 60 Hz'deki kapasitansı aşağıdaki gibi bulunur:

$$C = \frac{Q_R}{\omega V^2} = \frac{600}{(377)(500)^2}$$

veya

$$C = 6.37 \mu F$$

Bu kondansatör, üzerindeki gerilim değerinin 500 V'u aşmadığı herhangi bir uygulamada kullanılabilir.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 11.12

Güç katsayısını belli bir miktar düzeltmenin getirdiği ek maliyeti kabaca hesaplayalım. Örneğin güç katsayısının 0.01 kadar iyileştirilmesi için ne kadarlık kapasitans gerektiğini bulalım.

ÇÖZÜM

Bu sorunun cevabı başlıca iki faktöre bağlıdır: düzeltmeden önceki orijinal güç katsayısı ve görünür güç. Bu bağımlılık eski ve yeni güç katsayıları ve bunlara karşılık gelen güç katsayıları açıları için denklemler geliştirilerek gösterilebilir.

Aşağıdaki ifadeleri biliyoruz.

$$pf_{\text{old}} = \cos(\theta_{\text{old}}) \quad \tan(\theta_{\text{old}}) = \frac{Q_{\text{old}}}{P}$$

$$pf_{\text{new}} = \cos(\theta_{\text{new}}) \quad \tan(\theta_{\text{new}}) = \frac{Q_{\text{old}} - Q_C}{P} \quad 11.28$$

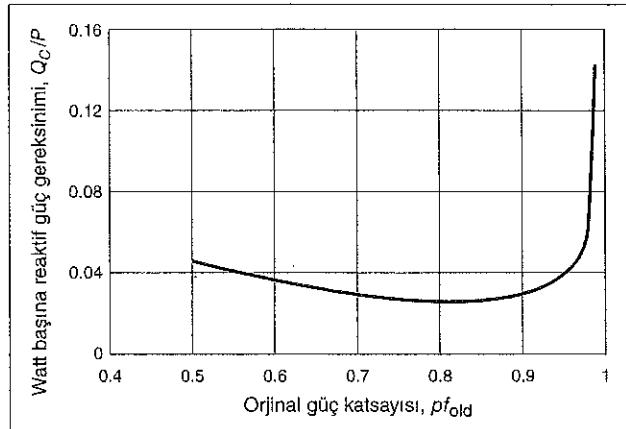
Eğer güç katsayıları arasındaki fark 0.01 ise o zaman

$$pf_{\text{new}} - pf_{\text{old}} = 0.01 \quad 11.29$$

olur. Reaktif güç ve kapasitans birbirlerine orantılı olduklarından bu eşitliklerden Q_C/P oranı hesaplanırsa güç katsayısının 0.01 artırılması için gerekli "watt başına reaktif güç" hesaplanmış olur. Eş. (11.28) kullanılarak aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$\frac{Q_C}{P} = \frac{Q_{\text{old}}}{P} - \tan(\theta_{\text{new}}) = \tan(\theta_{\text{old}}) - \tan(\theta_{\text{new}}) = \tan[\arccos(pf_{\text{old}})] - \tan[\arccos(pf_{\text{old}} + 0.01)] \quad 11.30$$

Denklem (11.30) Şekil 11.23'te gösterildiği gibi çizdirilirse, ilginç çıkarımlar yapılabilir. İlk olarak güç katsayısının 0.01 (% 1) artırılması için gerekli reaktif enerji, orijinal güç katsayısı 0.81 civarında ise minimumdadır. Dolayısıyla bu noktadaki bir iyileştirme en düşük maliyete sahiptir. İkinci olarak orijinal güç katsayısı bire yaklaşıkça güç katsayısını iyileştirmenin maliyeti en yüksek değerine ulaşmaktadır.



Şekil 11.23

Orjinal güç katsayısını 0.01 kadar iyileştirmek için gerekli "watt başına reaktif güç" çizimi.

Çizelge 11.2 güç katsayıısı düzeltme için üretilen üç tane kondansatörün anma gerilimi ve güç değerleri verilmektedir. Hangi kondansatörün Örnek 11.10'da kullanılabilceğini bulmaya çalışalım.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 11.13

ÇİZELGE 11.2 Güç katsayıısı düzeltme kondansatörleri için gerilim ve VAr değerleri

KONDANSATÖR	ANMA GERİLİMİ (KV)	ANMA Q (MVAR)
1	10.0	4.0
2	50.0	25.0
3	20.0	7.5

Şekil 11.21'den kondansatörler üzerindeki gerilimin faz-nötr gerilimi olduğu görülmektedir. Dolayısıyla

$$V_{an} = \frac{V_{ab}}{\sqrt{3}} = \frac{34,500}{\sqrt{3}}$$

veya

$$V_{an} = 19.9 \text{ kV}$$

olur. Dolayısıyla sadece gerilim değerleri 19.9 kV'a eşit veya daha yüksek olan kondansatörler bu uygulamada kullanılabilir. Bu nedenle kondansatör 1 kullanılamaz. Şimdi 2. ve 3. kondansatörlerin kapasitanslarını belirleyelim. Kondansatör 2'nin kapasitansı

$$C_2 = \frac{Q}{\omega V^2} = \frac{25 \times 10^6}{(377)(50,000)^2}$$

bağıntısından

$$C_2 = 26.53 \mu\text{F}$$

olarak hesaplanır. Bu da, gereken $48.6 \mu\text{F}$ değerinden çok küçüktür. Kondansatör 3'ün kapasitansı

$$C_3 = \frac{Q}{\omega V^2} = \frac{7.5 \times 10^6}{(377)(20,000)^2}$$

bağıntısından

$$C_3 = 49.7 \mu\text{F}$$

olarak hesaplanır. Bu da gerekliliğinden % 2.5 büyütür. Kondansatör 3'ün en iyi seçim olduğu açıktır.

11.7

Tasarım Örnekleri

TASARIM ÖRNEĞİ

11.14

Bu kısımdaki ilk örnekte, pratik bir güç katsayısı düzeltme uygulaması için, hem iletken hem de kondansatör seçiminin inceleyeceğiz.

Şekil 11.24'te gösterilen iki mağaza yoğun bir bağlantı noktasında konumlanmıştır. Mağazalar, 60 Hz üç faz dengeli sistemde 13.8 kV rms değerli hat gerilimi ile beslenmektedir. Güç hattı 170 A rms anma akımı değerli #4ACSR (çelik takviyeli alüminyum kablo) iletkeneden yapılmıştır.

Şekil 11.24'te gösterilen bir üçüncü mağaza bu bağlantı noktasında yer almaktan istemektedir. 1) Bu mağazanın eklenmesi durumunda #4ACSR yeterli olur mu? ve 2) toplam güç katsayısı değerini tüm üç mağaza için geride 0.92'ye değiştirmek için yıldız bağlı kondansatör değerlerini belirleyelim.

ÇÖZÜM 1. Üç yükün her birisi için karmaşık yük aşağıdaki gibi olur:

$$\mathbf{S}_1 = 700 / 36.9^\circ = 560 + j420 \text{ kVA}$$

$$\mathbf{S}_2 = 1000 / 60^\circ = 500 + j866 \text{ kVA}$$

$$\mathbf{S}_3 = 800 / 25.8^\circ = 720 + j349 \text{ kVA}$$

Dolayısıyla toplam karmaşık güç aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\mathbf{S}_T = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3$$

$$= 1780 + j1635$$

$$= 2417 / 42.57^\circ \text{ kVA}$$

$$\mathbf{S}_T = \sqrt{3} V_L I_L$$

bağıntısından hat akımı

$$I_L = \frac{(2417)(10^3)}{\sqrt{3}(13.8)(10^3)}$$

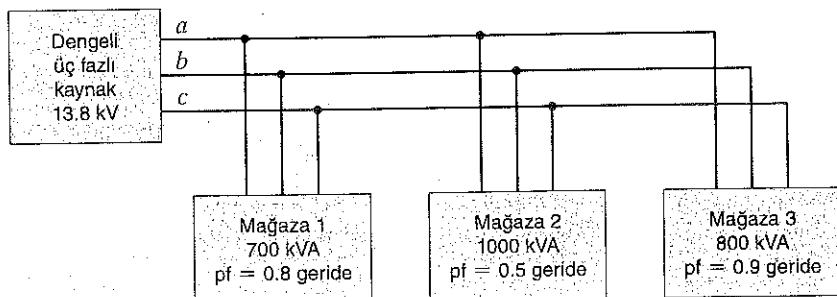
$$= 101.1 \text{ A rms}$$

olarak bulunur. Bu değer 170 A rms'den çok düşük olduğu için iletken doğru bir şekilde boyutlandırıldığı ve üçüncü mağazanın güvenli bir şekilde eklenebileceğini söyleyebiliriz.

2. Üç yük için güç katsayıısı aşağıdaki ifadeden bulunabilir:

$$\cos \theta = \text{pf} = \frac{1780}{2417} = 0.7365 \text{ geride}$$

Şekil 11.24
Örnek 11.14'te
kullanılan devre.



Kondansatör ekleyerek bu güç katsayısını geride 0.92'ye getirmek istiyoruz. Yeni güç katsayıısı 23.07° değerinde bir θ_{new} açısına karşılık gelir. Dolayısıyla yeni karmaşık güç aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} S_{\text{new}} &= 1780 + j1780 \tan(23.07^\circ) \\ &= 1780 + j758.28 \text{ kVA} \end{aligned}$$

Şekil 9.17'de gösterildiği gibi S_{new} ve S_T arasındaki fark saf reaktif olan kondansatör tarafından sağlanır. Dolayısıyla

$$S_{\text{cap}} = jQ_C = S_{\text{new}} - S_T$$

veya

$$\begin{aligned} jQ_C &= j(758.28 - 1635) \\ &= -j876.72 \text{ kVA} \end{aligned}$$

olur. Buradan,

$$-j\omega C V_{\text{rms}}^2 = \frac{-j876.72}{3}$$

ve

$$377 \left(\frac{13.8 \times 10^3}{\sqrt{3}} \right)^2 C = \frac{876.72}{3} \times 10^3$$

yazılabilir. Böylece,

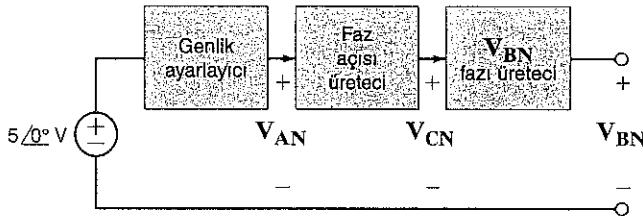
$$C = 12.2 \mu\text{F}$$

Dolayısıyla, bu değerde üç kondansatörün yük uçlarına yıldız bağlanması, toplam güç katsayıısının geride 0.92 olmasını neden olur.

Yüksek gerilim üç faz ekipmanının kontrol devreleri çoğunlukla çok daha düşük gerilimlerde çalışır. Örneğin, 10 kW değerli bir güç kaynağı 480 V rms hat geriliminde çalışırken bunun kontrol devresi ± 5 V'luk bir iç DA güç kaynağından beslenir. Düşük gerilimler hem çalışmak için daha güvenlidir hem de mühendislerin işlemsel yükselticiler ve dijital elektronik elemanlarının kolayca kontrol sistemine dahil etmelerine izin verir. Bir kontrol devresini doğrudan 480 V rms üç faz kaynağına bağlamak zorunda olmadan test etmek çok büyük bir kolaylıktır. Dolayısıyla, üç fazlı bir sistemin düşük gerilimde ve düşük maliyette benzetiğini yapacak ve kontrol devresi için bir test cihazı ortamı sağlayacak düşük güçlü bir üç faz emülatörü tasarlayalım. Emülatör, uygun faz değerlerinde ancak tepe genliği 1 V ile 4 V arasında ayarlanabilecek gerilim üretmelidir.

Şekil 11.25'te gösterilen tasarımımız üç kısımdan oluşacaktır: bir genlik ayarlaması, bir faz açı üreticisi ve bir faz B üreticisi. AA girişi 5V civarında tepe değerli 60 Hz sinus dalgasıdır. Bu gerilim standart 120 V rms prizinden, sarım oranı aşağıda verilen bir düşürücü tip transformator kullanılarak üretilenir.

$$n = \frac{120\sqrt{2}}{5} = 34 : 1$$



TASARIM ÖRNEĞİ 11.15

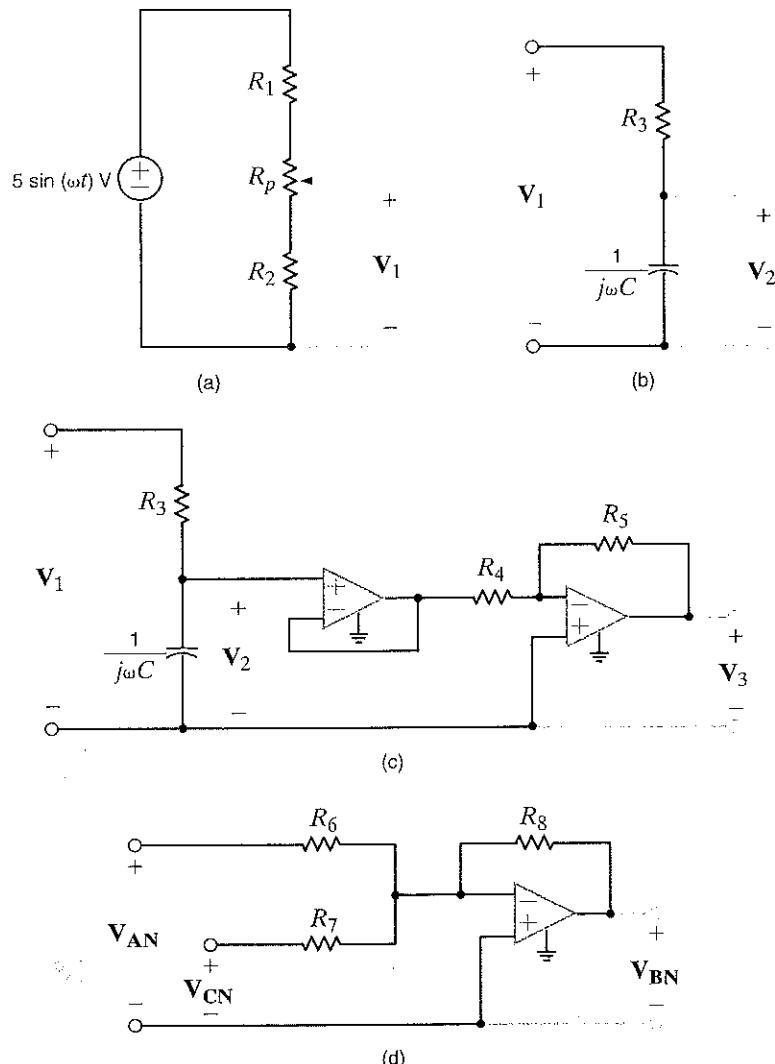
ÇÖZÜM

Şekil 11.25
Bir üç faz emülatör blok
diyagramı.

Şekil 11.26'da gösterilen potansiyometre (ayarlanabilir R_p direnci) genlik ayarlamasında kullanılabilir. R_1 ve R_2 dirençleri 1 ve 4V gerilim sınırlarını belirler.

Şekil 11.26

Üç faz emülatördeki alt devreler: (a) genlik ayarlayıcı, (b) faz açı üreticinin R-C kısmı, (c) faz açı üreticinin tamamı ve (d) V_{BN} fazının üretılması.



R_1, R_2 ve R_p arasındaki ilişkileri belirlemek için gerilim bölümüm bağıntısını kullanabiliriz. Şekil 11.26a'daki potansiyometrenin kayan ucu en alta ise, aşağıdaki ifadeyi yazabiliriz:

$$V_1 = 1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_p} \Rightarrow R_1 + R_p = 4R_2 \quad 11.31$$

Kayan uç en üstte ise aşağıdaki ifade yazılabılır:

$$V_1 = 4 = \frac{R_2 + R_p}{R_1 + R_2 + R_p} \Rightarrow R_2 + R_p = 4R_1 \quad 11.32$$

Eş. (11.31) ve (11.32) çözümlerek $R_1 = R_2 = R_p/3$ bağıntısı elde edilir. Bu dirençlerin değerlerini belirlemek için önce birisini seçmeliyiz. Dirençler, küçük artımlarla oldukça geniş bir aralıktı standart olarak bulunabilirler: Ancak, potansiyometreler (pot) böyle değildir. Tipik pot değerleri 10, 20, 50, 100, 200, 500,...10k... 100k, 200k, 500k,... biçiminde $10\text{ M}\Omega$ 'a kadar uzanır. Potlar daha az seçenek sunduğundan, potun değerini $10\text{ k}\Omega$ olarak seçeriz. Buradan diğer direnç değerleri $R_1 = R_2 = 3.3\text{ k}\Omega$ olarak hesaplanır. Bunlar standart direnç değerleridir. V_1 gerilimini V_{AN} faz gerilimi olarak kullanacağız.

Şimdi faz açısı üreticini inceleyelim. Kondansatörler genelde fiziksel olarak induktörlerden daha küçük oldukları için, Şekil 11.26b'deki basit RC devresini V_1 'in fazını kaydırmak için kullanacağız. V_1 'in faz açısını 0° olarak belirlersek V_2 'nin faz açısı 0 ve -90 arasında olacağını biliyoruz. Fakat V_{CN} gerilimini üretmek için $+120^\circ$ lik bir faz açısına ihtiyacımız var ama eğer -60° lik bir faz açısı yaratır ve elde edilen sinüs dalgasını evitirsek $+120^\circ$ ye esdeğer bir faz açısı üretmiş oluruz. Evirme, bir evirici işlemsel yükselteç tarafından gerçekleştirilebilir. V_2 gerilimi için -60° lik faz açısı üretmek için

$$\omega CR_3 = \tan(60^\circ) = 1.732 \Rightarrow R_3C = 4.59 \times 10^{-3}$$

değerine ihtiyaç duyulur.

C için standart bir değer olan 120 nF seçersek $R_3 = 38.3\text{ k}\Omega$ elde edilir. Bu, % 1 toleranslı dirençler için standart bir değerdir. Bu değerleri kullanarak V_2 aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$V_2 = V_1 \left[\frac{1}{1 + j\omega CR_3} \right] = \frac{V_1}{2.0} \angle -60^\circ \quad 11.33$$

Eş. (11.33)'ten, V_2 genliğini eski değerine getirmek için eviricimizin kazancının 2 olması gerektiğini görürüz. Şekil 11.26c'de faz açısı üreticinin tam devresi gösterilmektedir. Devrede, gerekli kazancı elde etmek için $R_4 = 10\text{ k}\Omega$ ve $R_5 = 20\text{ k}\Omega$ seçilmiştir. Şimdi V_3 gerilimi V_{CN} 'yi temsil etmektedir. Arada kullanılan birim kazançlı tampon devre evirici ile ilişkili dirençleriyle $R-C$ faz üreticisi arasında yalıtım sağlar. Böylece eviricinin, faz açısını etkilemesinin önüne geçilecektir.

Son olarak V_{BN} faz gerilimini yaratmalıyız. Üç faz geriliminin toplamı sıfır olduğu için aşağıdaki ifadeyi yazabiliz.

$$V_{BN} = -V_{AN} - V_{CN}$$

Şekil 11.26d'deki basit toplayıcı işlemsel yükselteç devresi bu matematiksel işlemi gerçekleştirecektir. Toplayıcı için

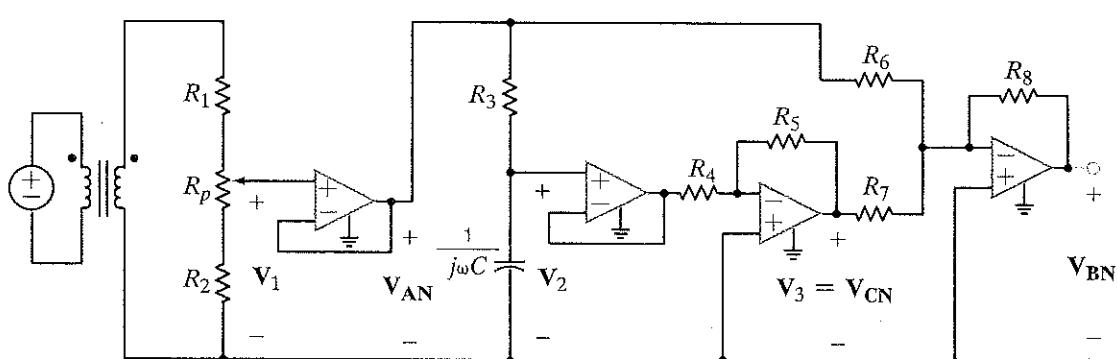
$$V_{BN} = -\left[\frac{R_8}{R_6} \right] V_{AN} - \left[\frac{R_8}{R_7} \right] V_{CN}$$

yazılır. O hâlde $R_6 = R_7 = R_8$ olmalıdır. Zaten devrede $10\text{-k}\Omega$ dirençler kullandığımız için, burada da aynı direnç değerlerini kullanabiliriz. Tam devre Şekil 11.27'de gösterilmektedir. Bu devrede $R-C$ faz açısı üreticini genlik ayarlama dirençlerinden yalıtmak için potansiyometreye de bir tane daha birim kazançlı tampon devre eklenmiştir.

Toplamda dört tane işlemsel yükselteç kullandığımız için çok fazla yükselteç kullanmış gibi gözükebilir. Fakat çoğu işlemsel yükselteç üreticileri işlemsel yükselteçlerini, tekli (bir işlemsel yükselteçli), çiftli (iki işlemsel yükselteçli) ve dörtlü (dört işlemsel yükselteçli) paketlerde sunarlar. Bir dörtlü işlemsel yükselteç kullanmak, devremizin sadece bir entegre devre gerektirmesi demektir. Son bir not olarak, işlemsel yükselteçlerin güç kaynağı gerilimlerinin işlemsel yükseltecin giriş ve çıkış uçlarındaki en büyük gerilimden büyük olması gerektiğini belirtelim. Devremizde en yüksek gerilim 4V olduğundan besleme gerilimini $+10\text{ V}$ olarak belirleyeceğiz.

Şekil 11.27

Değişken gerilim genlikli tam üç faz emülatör.



ÖZET

- Dengeli üç fazlı sistemin önemli bir avantajı çok düzgün bir güç iletimi sağlamasıdır.
- Dengeli durumda herhangi bir devre tek fazı temel alınarak analiz edilebilir. Bu da çözüme ulaşmak için hesaplama anlamında önemli bir kestirme yol demektir.
- Bir üç faz dengeli gerilim kaynağının aynı genlik ve frekansa ve birbirleriyle 120° faz farkı olan üç sinüzoidal gerilimi vardır. Pozitif faz sıralı bir dengeli gerilim kaynağında V_{bn} gerilimi V_{an} 'yi ve V_{cn} gerilimi de V_{bn} 'yi 120° geriden izler.
- Yıldız ve üçgen bağlı kaynaklar arasındaki ilişkiler Çizelge 11.1'de verilmektedir.
- Üç faz terminolojisi Çizelge 11.3'de gösterilmektedir.
- Dengeli bir sistemde gerilimlerin ve akımların toplamı sıfırdır.

$$V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = 0$$

$$I_a + I_b + I_c = 0 \quad (\text{nötr hatta akım akmaz})$$

ve

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0$$

$$I_{ab} + I_{bc} + I_{ca} = 0$$

- Üç fazlı dengeli AA sistemleri çözmek için önerilen adımlar aşağıdaki gibidir:

ÇİZELGE 11.3 Üç-faz terminolojisi

BÜYÜKLÜK	YILDIZ	ÜÇGEN
	Hat akımı I_L	
I_a, I_b, I_c	Faz akımı I_P	
	Faz-nötr gerilimi V_P	
V_{an}, V_{bn}, V_{cn}	Faz gerilimi V_P	
V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}	Hat arası, faz arası, hat gerilimi V_L	
	Faz gerilimi V_P	
I_{ab}, I_{bc}, I_{ca}	Faz akımı I_P	

- Eğer kaynak/yük bağlantısı yıldız-yıldız değilse, sistemi yıldız-yıldız dönüştürünüz.
- Yıldız-yıldız bağlantısındaki bilinmeyen fazörleri belirleyin ve sadece a fazı ile ilgileniniz.
- Hesaplanan fazörleri orijinal bağlantılıkçılarına dönüştürünüz.
- Üç fazlı dengeli sistemde güç katsayısi düzeltmesi tek fazda ki ile aynı şekilde yapılır. Üç fazlı yükün neden olduğu geri faz açısını küçültmek için yükle paralel üç tane kondansatör yerleştirilir.

PROBLEMLER

11.1 $V_{an} = 120 \angle 15^\circ$ V rms alarak üç fazlı yıldız bağlı abc sıralı bir kaynağın fazör diyagramını V_{an} , V_{bn} , ve V_{cn} 'yi içerecek şekilde çiziniz.

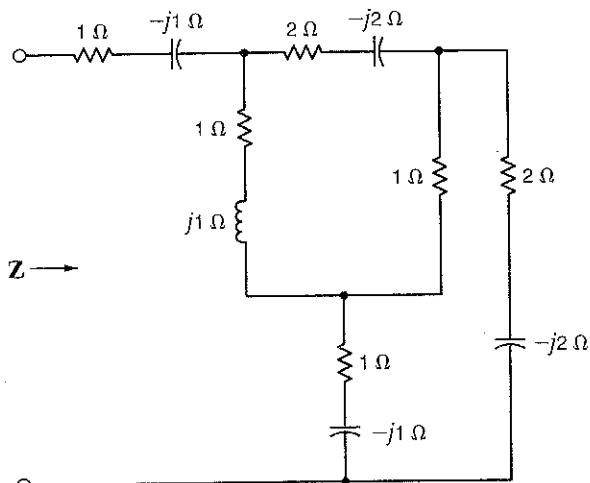
11.2 $V_{an} = 120 \angle 90^\circ$ V rms ise üç faz dengeli sistemin hem faz gerilimlerinin hem de hat gerilimlerinin fazörlerini çiziniz. Tüm genlikleri etiketleyiniz ve abc faz sırası varsayıınız.

11.3 $V_{an} = 100 \angle 45^\circ$ V rms ise üç faz dengeli sistemin hem faz gerilimlerinin hem de hat gerilimlerinin fazörlerini çiziniz. Tüm genlikleri etiketleyiniz ve abc faz sırası varsayıınız..

11.4 $V_{ab} = 208 \angle 60^\circ$ V rms ise üç faz dengeli sistemin hem faz gerilimlerinin hem de hat gerilimlerinin fazörlerini çiziniz. Tüm genlikleri etiketleyiniz ve abc faz sırası varsayıınız.

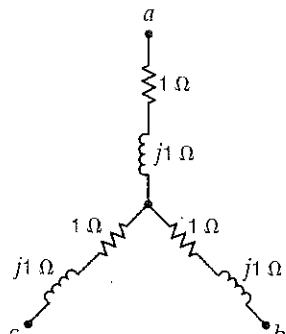
11.5 Bir pozitif diz üç faz dengeli yıldız gerilim kaynağı gerilimi $V_{an} = 240 \angle 90^\circ$ V rms'dir. Kaynak hat gerilimlerini belirleyiniz.

11.6 Şekil P11.6'daki devrenin Z eşdeğer empedansını bulunuz.



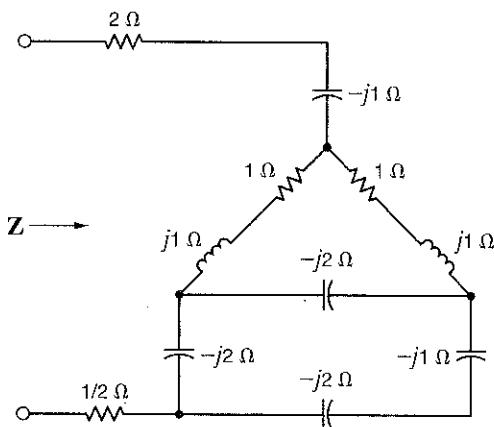
Şekil P11.6

- 11.7** Şekil P11.7'deki devredeki Z_{ab} , Z_{bc} ve Z_{ca} eşdeğer impedanslarını bulunuz.



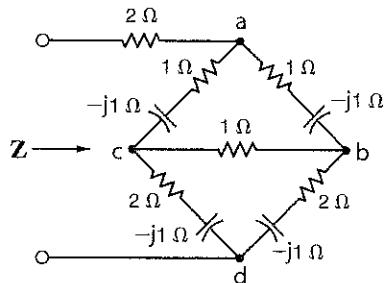
Şekil P11.7

- 11.8** Şekil P11.8'deki devrede eşdeğer Z' 'yi bulunuz.



Şekil P11.8

- 11.9** Şekil P11.9'daki devrede eşdeğer Z' 'yi bulunuz.



Şekil P11.9

- 11.10** 120 V rms faz gerilimli pozitif sıralı üç faz yıldız bağlı dengeli bir kaynak, yıldız bağlı dengeli yükle güç sağlamaktadır. Faz başına yük empedansı $40 + j10 \Omega$ 'dır. $\underline{V}_{an} = 0^\circ$ ise devredeki hat akımlarını belirleyiniz.

- 11.11** Pozitif sıralı üç faz dengeli yıldız bağlı bir kaynak, yıldız bağlı dengeli yükle güç sağlamaktadır. Hat geriliminin genliği 208V rms'dir. Faz başına yük empedansı $36 + j12 \Omega$ 'dır. $\underline{V}_{an} = 0^\circ$ ise hat akımlarını belirleyiniz.

- 11.12** Üç faz dengeli yıldız-yıldız bağlı bir sistemde abc sıralı kaynak için $\underline{V}_{an} = 120 / 60^\circ$ rms olarak verilmişdir. Yükün faz başına empedansı $12 + j16 \Omega$ 'dur. Faz başına hat empedansı $0.8 + j1.4 \Omega$ ise hat akımlarını ve gerilimlerini bulunuz.

- 11.13** Bir abc sıralı dengeli kaynak üç faz dengeli yıldız-yıldız sistemi beslemektedir. Eğer a fazındaki hat akımı $16.78 / 20.98^\circ$ A rms, hat empedansı $1.2 + j1.8 \Omega$ ve giriş gerilimi $\underline{V}_{ab} = 440 / 70^\circ$ V ise yük empedansını bulunuz.

- 11.14** Bir abc faz sıralı üç fazlı yıldız bağlı kaynak üçgen bağlı dengeli bir yükü beslemektedir. Üçgen yükte faz başına empedans $12 + j9 \Omega$ 'dur. Kaynaktaki hat gerilimi $\underline{V}_{ab} = 120 \sqrt{3} / 40^\circ$ V rms olarak verilmektedir. Eğer hat empedansı sıfır ise dengeli yıldız-üçgen sistemindeki hat akımlarını bulunuz.

- 11.15** Bir abc faz sıralı üç fazlı dengeli yıldız bağlı 60 Hz kaynak, üçgen bağlı dengeli bir yükü beslemektedir. Üsteki faz empedansı 20Ω 'luk bir dirençle buna seri bağlı $50-\text{mH}$ değerinde bir induktörden oluşmaktadır. Kaynaktaki faz gerilimi $\underline{V}_{an} = 120 / 20^\circ$ V rms'dir. Eğer hat empedansı sıfır ise sistemdeki hat akımlarını bulunuz.

- 11.16** Bir abc faz sıralı üç faz dengeli yıldız bağlı kaynak, yıldız bağlı dengeli bir yükü beslemektedir. Üsteki faz başına empedans $14 + j12 \Omega$ 'dur. Eğer a fazı için kaynak gerilimi ise $\underline{V}_{an} = 120 / 80^\circ$ V rms ve hat empedansı sıfır ise yıldız bağlı kaynaktaki faz akımlarını bulunuz.

- 11.17** Bir abc faz sıralı üç fazlı dengeli yıldız bağlı kaynak, yıldız bağlı dengeli bir yükü beslemektedir. Faz başına hat empedansı $1 + j5 \Omega$ ve faz başına yük empedansı $25 + j25 \Omega$ 'dur. Kaynak hat gerilimi $\underline{V}_{ab} = 208 / 0^\circ$ V rms ise hat akımlarını bulunuz.

- 11.18** Bir abc faz sıralı üç fazlı dengeli yıldız bağlı kaynak, yıldız bağlı dengeli bir yükü beslemektedir. Faz başına hat empedansı $1 + j0 \Omega$ değerinde ve faz başına yük empedansı $20 + j20 \Omega$ değerindedir. Eğer kaynak hat gerilimi $\underline{V}_{ab} = 100 / 0^\circ$ V rms ise hat akımlarını bulunuz.

- 11.19** abc sıralı dengeli yıldız bağlı bir kaynak üç faz dengeli yıldız bağlı yükü beslemektedir. Hat ve yük empedansları sırasıyla $1 + j1 \Omega$ ve $10 + j10 \Omega$ değerindedir. Eğer a fazındaki yük gerilimi $\underline{V}_{AN} = 110 / 30^\circ$ V rms ise giriş hat gerilimlerini belirleyiniz.

- 11.20** Üç fazlı dengeli yıldız-yıldız bağlı bir sisteme, kaynak abc sıralıdır. Faz a için yük gerilimi $V_{AN} = 108.58 / 79.81^\circ$ V rms, $Z_{line} = 1 + j1.4 \Omega$ ve $Z_{load} = 10 + j13 \Omega$ olarak verilmektedir. Giriş gerilimlerini belirleyiniz.
- 11.21** Dengeli abc sıralı üç fazlı yıldız bağlı bir kaynak dengeli yıldız bağlı bir sistemi beslemektedir. Hat ve yük empedansı sırasıyla $0.6 + j0.9 \Omega$ ve $8 + j12 \Omega$ değerindedir. a fazındaki yük gerilimi $V_{AN} = 116.63 / 10^\circ$ V rms ise V_{ab} hat gerilimini bulunuz
- 11.22** Dengeli abc sıralı üç fazlı yıldız bağlı bir kaynak dengeli yıldız bağlı bir sistemi beslemektedir. a fazındaki yük gerilimi $Z_{line} = 1 + j1.4 \Omega$, $Z_{line} = 1 + j1.4 \Omega$ ve $Z_{load} = 10 + j13 \Omega$ değerindedir. Girişteki faz-nötr gerilimleri belirleyiniz.
- 11.23** Dengeli abc sıralı üç fazlı yıldız bağlı bir kaynak dengeli yıldız bağlı bir sistemi beslemektedir. a fazında yük gerilimi $V_{AN} = 120 / 60^\circ$ V rms, $Z_{line} = 2 + j1.4 \Omega$ ve $Z_{load} = 10 + j10 \Omega$ değerindedir. Giriş gerilimlerini belirleyiniz.
- 11.24** Dengeli abc sıralı üç fazlı yıldız bağlı bir kaynak dengeli yıldız bağlı bir sistemi beslemektedir. $Z_{line} = 1 + j1 \Omega$, $Z_{load} = 14 + j12 \Omega$ ve a fazındaki yük gerilimi $V_{AN} = 440 / 30^\circ$ V rms değerindedir. V_{ab} hat gerilimi değerini bulunuz
- 11.25** Dengeli abc sıralı üç fazlı yıldız bağlı bir kaynak dengeli yıldız bağlı bir sistemi beslemektedir. Hat ve yük empedansları sırasıyla $0.6 + j0.1 \Omega$ ve $8 + j12 \Omega$ değerindedir. a fazındaki yük gerilimi $V_{AN} = 116.63 / 10^\circ$ V rms değerindedir. V_{ab} hat gerilimini bulunuz.
- 11.26** Dengeli abc sıralı üç fazlı yıldız bağlı bir kaynak dengeli yıldız bağlı bir sistemi beslemektedir. $Z_{line} = 1 + j1.8 \Omega$, $Z_{load} = 14 + j12 \Omega$ ve a fazındaki yük gerilimi $V_{AN} = 398.1 / 17.99^\circ$ V rms değerindedir. V_{ab} hat gerilimini bulunuz
- 11.27** Dengeli abc sıralı üç fazlı yıldız bağlı bir kaynak dengeli üçgen bağlı bir sistemi beslemektedir. $V_{an} = 120 / 40^\circ$ V rms değerindedir. Hat ve yük empedansları sırasıyla $0.5 + j0.4 \Omega$ ve $24 + j18 \Omega$ değerindedir. Üçgen yükteki akımları bulunuz.
- 11.28** Bir üç faz dengeli yıldız-yıldız sisteminde yük empedansı $8 + j4 \Omega$ değerindedir. Kaynak abc dizisine sahiptir ve $V_{an} = 120 / 0^\circ$ V rms'dir. Eğer yük gerilimi $V_{AN} = 111.62 / -1.33^\circ$ V rms ise hat empedansını belirleyiniz.
- 11.29** Bir üç fazlı dengeli yıldız-yıldız sisteme, hatlardaki toplam güç kaybı 400W 'tir. $V_{AN} = 105.28 / 31.56^\circ$ V rms ve yük güç katsayıısı geride 0.77 değerindedir. Eğer hat empedansı $2 + j1 \Omega$ ise yük empedansını belirleyiniz.

- 11.30** Bir üç faz dengeli yıldız-yıldız sisteme, yük empedansı $10 + j1 \Omega$ değerindedir. Kaynak abc faz sırasına sahiptir ve hat gerilimi $V_{ab} = 220 / 30^\circ$ V rms değerindedir. Eğer yük gerilimi $V_{AN} = 120 / 0^\circ$ V rms ise hat empedansını belirleyiniz.
- 11.31** Bir üç faz dengeli yıldız-yıldız sisteme, yük empedansı $20 + j12 \Omega$ değerindedir. Kaynak abc faz dizisine sahiptir ve $V_{an} = 120 / 0^\circ$ V rms değerindedir. Eğer yük gerilimi $V_{AN} = 111.49 / -0.2^\circ$ V rms ise yük aniden kısa devre yapıldığında oluşan hat akımının genliğini belirleyiniz.
- 11.32** Bir üç fazlı dengeli yıldız-yıldız sisteme kaynak abc sıralıdır ve $V_{an} = 120 / 40^\circ$ V rms'dir. Eğer a fazı hat akımı ve hat empedansı $7.10 / -10.28^\circ$ A rms ve $0.8 + j1 \Omega$ ise yük empedansını bulunuz.
- 11.33** Bir üç fazlı dengeli yıldız-yıldız sisteme kaynak abc sıralıdır ve $V_{an} = 120 / 50^\circ$ V rms'dir. a fazındaki yük gerilimi $110.65 / 29.03^\circ$ V rms ve yük empedansı $16 + j20 \Omega$ olduğuna göre hat empedansını bulunuz.
- 11.34** Dengeli abc sıralı üç fazlı yıldız bağlı bir kaynak dengeli yıldız bağlı bir sistemi beslemektedir. Eğer giriş gerilimi $V_{an} = 440 / 10^\circ$ V rms, a fazındaki yük gerilimi $V_{AN} = 398.32 / 8.72^\circ$ V rms ve $Z_{load} = 20 + j24 \Omega$ ise hat empedansını bulunuz.
- 11.35** Bir abc faz sıralı üç fazlı dengeli kaynak dengeli bir yükü beslemektedir. Sistem yıldız-yıldız bağlıdır. Yük empedansı $10 + j6 \Omega$, hat empedansı $1 + j0.5 \Omega$ ve $/V_{AN} = 60^\circ$ dir. Hatlardaki toplam güt kaybı 470.44W 'tir. Kaynak gerilimi V_{AN} 'yi bulunuz.
- 11.36** Bir abc faz sıralı üç fazlı dengeli kaynak dengeli bir yıldız-yıldız sistemi beslemektedir. $Z_{line} = 0.8 + j0.2 \Omega$ ve $Z_{load} = 12 + j6 \Omega$, $/V_{AN} = 30^\circ$ değerindedir. Yük tarafindan çekilen toplam güç 2kW 'tir. Hatlardaki toplam güç kaybını belirleyiniz.
- 11.37** Bir abc faz sıralı üç fazlı dengeli yıldız bağlı 60-Hz kaynak, üçgen bağlı dengeli bir yükü beslemektedir. Yükün faz empedansı $20-\Omega$ 'luk direnç ve buna seri bağlı $20-\text{mH}$ 'lik bir induktörden oluşmaktadır. Kaynaktaki faz gerilimi $V_{an} = 120 / 30^\circ$ V rms'dir. Eğer hat empedansı sıfır ise sistemdeki hat akımlarını bulunuz.
- 11.38** Bir üç faz dengeli sisteme, üçgen bağlı kaynak yıldız bağlı bir yükü beslemektedir. Eğer hat empedansı $0.2 + j0.4 \Omega$, yük empedansı $3 + j2 \Omega$ ve kaynak faz gerilimi $V_{ab} = 208 / 10^\circ$ V rms ise yükteki hat geriliminin genliğini bulunuz.
- 11.39** Bir üç fazlı dengeli yıldız-yıldız sisteme, kaynak abc sıralıdır. $V_{an} = 120 / 50^\circ$ V rms, a fazındaki yük gerilimi $110 / 50^\circ$ V rms, ve yük empedansı $16 + j20 \Omega$ olduğuna göre hat empedansını bulunuz.

- 11.40** Dengeli abc sıralı üç fazlı yıldız bağlı bir kaynak dengeli yıldız bağlı bir sistemi beslemektedir. $V_{an} = 120 \angle 40^\circ$ V rms, a fazındaki hat akımı ve hat empedansı sırasıyla $6 \angle 15^\circ$ A rms ve $1 + j1 \Omega$ olarak biliniyorsa yük empedansını bulunuz.
- 11.41** Bir abc faz sıralı üç fazlı dengeli yıldız bağlı kaynak, üçgen bağlı dengeli bir yükü beslemektedir. Üçgen yükteki faz başına empedansı $12 + j6 \Omega$ değerindedir. Kaynaktaki hat gerilimi $V_{ab} = 120 \sqrt{3} \angle 40^\circ$ V rms'dir. Eğer hat empedansı sıfırsa dengeli yıldız-üçgen sistemindeki hat akımlarını bulunuz.
- 11.42** Dengeli abc sıralı üç fazlı üçgen bağlı bir kaynak dengeli yıldız bağlı bir sistemi beslemektedir. Hat ve yük empedansları sırasıyla $0.6 + j0.3 \Omega$ ve $12 + j7 \Omega$ değerindedir. Eğer hat akımı $I_{aa} = 9.6 \angle -20^\circ$ A rms ise kaynağın faz gerilimlerini belirleyiniz.
- 11.43** Bir üç fazlı dengeli sisteme, üçgen bağlı bir kaynak, yıldız bağlı bir yükü beslemektedir. Hat empedansı $0.2 + j0.4 \Omega$, yük empedansı $6 + j4 \Omega$ ve kaynak faz gerilimi $V_{ab} = 210 \angle 40^\circ$ V rms ise yükteki hat geriliminin genliğini bulunuz.
- 11.44** Dengeli abc sıralı üç fazlı yıldız bağlı bir kaynak dengeli yıldız bağlı bir sistemi beslemektedir. Eğer $V_{an} = 440 \angle 30^\circ$ V rms $V_{AN} = 413.28 \angle 29.78^\circ$ V rms ve $Z_{line} = 2 + j1.5 \Omega$ ise yük empedansını bulunuz.
- 11.45** Dengeli abc sıralı yıldız fazlı bir kaynak dengeli üçgen bağlı bir sistemi beslemektedir. Üçgen yükün faz başına empedansı $20 + j4 \Omega$ 'dur. Eğer $V_{AB} = 115 \angle 35^\circ$ V rms ise hat akımını bulunuz.
- 11.46** abc faz sıralı yıldız bağlı kaynak dengeli bir üçgen yükü beslemektedir. Yüktün faz başına empedansı $14 + j7 \Omega$ 'dur. Eğer a fazi için kaynak gerilimi $V_{an} = 120 \angle 80^\circ$ V rms ise ve hat empedansı sıfır ise yıldız bağlı kaynaktaki faz akımlarını bulunuz.
- 11.47** Bir abc faz sıralı üç fazlı dengeli üçgen bağlı kaynak, üçgen bağlı dengeli bir yükü beslemektedir. Hat ve yük empedansları sırasıyla $0.3 + j0.2 \Omega$ ve $9 + j6 \Omega$ 'dur. Eğer üçgendeki yük akımı $I_{AB} = 15 \angle 40^\circ$ A rms ise kaynağın faz gerilimlerini bulunuz.
- 11.48** Bir abc faz sıralı üç fazlı dengeli yıldız bağlı kaynak üçgen bağlı dengeli bir yükü beslemektedir. Üçgen yükün faz başına empedansı $10 + j8 \Omega$ değerindedir. Eğer hat empedansı sıfırsa ve a fazındaki hat akımı $I_{aa} = 28.10 \angle -28.66^\circ$ A rms olarak biliniyorsa yük gerilimi V_{AB} 'yi bulunuz.
- 11.49** Bir abc faz sıralı üç fazlı dengeli yıldız bağlı kaynak üçgen bağlı dengeli bir yükü beslemektedir ve $V_{an} = 120 \angle 0^\circ$ V rms'dir. Eğer hat empedansı sıfır ise ve hat akımı $I_{aa} = 5 \angle 20^\circ$ A rms ise üçgendeki faz başına yük empedansını bulunuz.

- 11.50** Bir üç fazlı yük, dengeli bir yıldızla paralel dengeli bir üçgenden oluşmaktadır. Eğer yıldız ve üçgen yüklerin faz empedansları sırasıyla $6 + j3 \Omega$ ve $15 + j10 \Omega$ ise yükün yıldız ve üçgen eşdeğerleri nedir?
- 11.51** Bir üç faz dengeli sisteme, abc faz sıralı kaynak yıldız bağlıdır ve $V_{an} = 120 \angle 20^\circ$ V rms'dir. Yük, $8 + j2 \Omega$ ve $12 + j3 \Omega$ faz empedansı değerli iki dengeli yıldızdan oluşmaktadır. Eğer hat empedansı sıfırsa hat akımlarını ve her yükteki faz akımını bulunuz.
- 11.52** Bir üç fazlı dengeli üçgen-üçgen sistemde, kaynak abc faz sıralıdır. Kaynak geriliminin faz açısı $\angle V_{ab} = 40^\circ$ ve $I_{ab} = 4 \angle 15^\circ$ A rms olarak verilmiştir. Eğer yük tarafından çekilen toplam güç 1400 W ise yük empedansını bulunuz.
- 11.53** Üç fazlı dengeli bir sisteme kaynak abc faz sıralı, dengeli ve yıldız bağlı olup $V_{ab} = 215 \angle 50^\circ$ V rms'dir. Yük dengeli bir yıldız ile dengeli bir üçgenden oluşmaktadır. Yıldızın faz empedansı $5 + j3 \Omega$, üçgenin faz empedansı $18 + j12 \Omega$ 'dur. Eğer hat empedansı $1 + j0.8 \Omega$ ise hat akımlarını ve yüklerdeki faz akımlarını bulunuz.
- 11.54** Üç fazlı dengeli, yıldız bağlı bir sisteme abc faz sıralı kaynak için $V_{ab} = 208 \angle 60^\circ$ V rms verilmektedir. Yük, faz empedansı $8 + j5 \Omega$ olan dengeli bir yıldız ve buna paralel faz empedansı $21 + j12 \Omega$ olan dengeli bir üçgenden oluşmaktadır. Eğer hat empedansı $1.2 + j1 \Omega$ ise dengeli yıldız yükteki faz akımlarını bulunuz.
- 11.55** Bir üç faz dengeli sisteme, kaynak abc faz sırasına sahiptir ve üçgen bağlıdır. Paralel bağlanmış iki yük vardır. Kaynağı yüklerle bağlayan hat empedansı $0.2 + j0.1 \Omega$ 'dur. Yük 1 yıldız bağlıdır ve faz empedansı $4 + j2 \Omega$ 'dur. Yük 2 üçgen bağlıdır ve faz empedansı $12 + j9 \Omega$ 'dur. Üçgen yükteki I_{AB} akımı $16 \angle 45^\circ$ A rms'dir. Kaynağın faz gerilimini bulunuz.
- 11.56** Bir üç fazlı dengeli sisteme, kaynak abc faz sıralıdır ve üçgen bağlıdır. İki paralel yıldız bağlı yük vardır. Yük 1 ve yük 2 faz empedansı sırasıyla $4 + j4 \Omega$ ve $10 + j4 \Omega$ 'dur. Kaynağı yüklerle bağlayan hat empedansı $0.3 + j0.2 \Omega$ 'dur. Eğer yük 1'in a fazındaki akımı $I_{AN_1} = 10 \angle 20^\circ$ A rms ise kaynaktaki üçgen akımlarını bulunuz.
- 11.57** Bir abc faz sıralı üç fazlı dengeli kaynak dengeli bir yükü beslemektedir. Sistem yıldız-yıldız bağlıdır ve $\angle V_{an} = 0^\circ$ dir. Hat empedansı $0.5 + j0.2 \Omega$, yük empedansı $16 + j10 \Omega$ ve yük tarafından çekilen toplam güç 2000 W'tır. Kaynak gerilimi V_{an} 'nın genliğini belirleyiniz.

- 11.58** Üç fazlı dengeli üçgen bağlı bir kaynak, dengeli üçgenle paralel dengeli yıldızdan oluşmuş bir yükü beslemektedir. Üçgenin faz empedansı $24 + j12 \Omega$ ve yıldızın faz empedansı $12 + j8 \Omega$ 'dur. abc faz sıralı kaynak gerilimleri $V_{ab} = 440 \angle 60^\circ$ V rms, $V_{bc} = 440 \angle -60^\circ$ V rms ve $V_{ca} = 440 \angle -180^\circ$ V rms'dir. Faz başına hat empedansı $1 + j0.08 \Omega$ olduğuna göre hat akımlarını ve yıldız bağlı yük tarafından çekilen gücü bulunuz.
- 11.59** Bir üç fazlı dengeli yıldız-yıldız sistemden sağlanan karmaşık gücün genliği (görtünür güç) 3600 VA'dır. Hat gerilimi 208 V rms'dir. Hat empedansı ihmali edilebilir ise ve yük güç katsayıısı açısı 25° ise yük empedansını belirleyiniz.
- 11.60** $120 \angle 0^\circ$ V faz gerilimine sahip bir abc sıralı yıldız bağlı kaynak, faz başında $100 \angle 70^\circ \Omega$ empedanslı yıldız bağlı bir yük bağlanmıştır. Eğer hat empedansı $1 \angle 20^\circ \Omega$ ise gerilim kaynakları tarafından üretilen toplam karmaşık gücü ve yük tarafından harcanan aktif ve reaktif gücü bulunuz.
- 11.61** Bir üç faz dengeli yıldız-yıldız sistem 208 V rms hat gerilimine sahiptir. Hat akımı 6 A rms ve yük tarafından çekilen toplam aktif güç 1800 W'tır. Eğer hat empedansı ihmali edilebilirse faz başına yük empedansını belirleyiniz.
- 11.62** Bir üç faz abc sıralı yıldız bağlı kaynak bir üçgen yükle geride 0.75 güç katsayıısı ile 14 kVA vermektedir. Eğer üçgen yük geride 0.7 güç katsayıısında 12 kVA tüketirse ve faz akımı $10 \angle -30^\circ$ A rms ise yükün ve hattın faz başına empedansını bulunuz.
- 11.63** Bir üç faz dengeli kaynak aşağıdaki yükleri beslemektedir:
- Yük 1: geride 0.8 güç katsayıısında 60 kVA
 - Yük 2: geride 0.75 güç katsayıısında 30 kVA
- Yukteki hat gerilimi 60 Hz'de 208 V rms'tir. Hat akımını ve birleşik yükün güç katsayıısını belirleyiniz.
- 11.64** Bir üç faz dengeli kaynak iki yükü beslemektedir:
- Yük 1: geride 0.8 güç katsayıısında 36 kVA
 - Yük 2: geride 0.6 güç katsayıısında 18 kVA
- Yukteki hat gerilimi 60 Hz'de 208 V rms'dir. Hat akımını ve birleşik yükün güç katsayıısını bulunuz.
- 11.65** Aşağıdaki yüklerle dengeli üç faz kaynak tarafından enerji verilmektedir:
- Yük 1: geride 0.8 güç katsayıısında 18 kVA
 - Yük 2: ileride 0.8 güç katsayıısında 8 kVA
 - Yük 3: geride 0.75 güç katsayıısında 12 kVA
- Yukteki hat gerilimi 60 Hz'de 208 V rms'dir. Hat empedansı ihmali edilebilirse kaynaktaki güç katsayıısını bulunuz.

- 11.66** Bir üç faz dengeli kaynak aşağıdaki yükleri beslemektedir:
- Yük 1: geride 0.8 güç katsayıısında 20 kVA
 - Yük 2: ileride 0.7 güç katsayıısında 10 kVA
 - Yük 3: birim güç katsayıısında 10 kW
 - Yük 4: geride 0.6 güç katsayıısında 16 kVA
- Yukteki hat gerilimi 60 Hz'de 208 V rms ve hat empedansı $0.02 + j0.04 \Omega$ 'dur. Kaynaktaki güç katsayıısını ve hat gerilimini bulunuz.
- 11.67** Küçük bir alışveriş merkezinin içindeki üç mağazayı üç dengeli yük olarak ve alışveriş merkezine gelen enerji hatlarını 13.8 kV rms hat gerilimli üç fazlı bir kaynak olarak düşününeliriz. Üç yük aşağıda verilmektedir
- Yük 1: geride 0.9 güç katsayıısında 400 kVA
 - Yük 2: geride 0.85 güç katsayıısında 200 kVA
 - Yük 3: geride 0.90 güç katsayıısında 100 kVA
- Enerji hattının akımını bulunuz.
- 11.68** Bir üç fazlı dengeli kaynak tarafından aşağıdaki yüklerle enerji verilmektedir:
- Yük 1: geride 0.8 güç katsayıısında 20 kVA
 - Yük 2: ileride 0.8 güç katsayıısında 4 kVA
 - Yük 3: geride 0.75 güç katsayıısında 10 kVA
- Yuk gerilimi 60 Hz'de 208 V rms'dir. Hat empedansı ihmali edilebilirse, kaynaktaki güç katsayıısını bulunuz.
- 11.69** Bir üç faz dengeli kaynak üç yükü beslemektedir:
- Yük 1: geride 0.8 güç katsayıısında 30 kVA
 - Yük 2: ileride 0.6 güç katsayıısında 24 kW
 - Yük 3: bilinmiyor
- Eğer hat gerilimi ve yükteki toplam karmaşık güç sırasıyla 208 V rms ve $60 \angle 0^\circ$ kVA ise bilinmeyen yükü bulunuz.
- 11.70** Bir üç faz dengeli kaynak üç yükü beslemektedir.
- Yükler aşağıda verilmektedir.
- Yük 1: geride 0.6 güç katsayıısında 24 kVA
 - Yük 2: geride 0.75 güç katsayıısında 10 kW
 - Yük 3: bilinmiyor
- Eğer yükteki hat gerilimi 208 V rms, toplam karmaşık gücün genliği 35.52 kVA ve birleşik yükteki güç katsayıısı geride 0.88 ise bilinmeyen yükü bulunuz.
- 11.71** Bir üç faz dengeli kaynak üç yükle güç sağlamaktadır:
- Yük 1: geride 0.8 güç katsayıısında 18 kVA
 - Yük 2: ileride 0.6 güç katsayıısında 10 kW
 - Yük 3: bilinmiyor
- Eğer yüklerdeki hat gerilimi 208 V rms, kaynaktaki hat akımı 116.39 A rms ve yükteki birleşik güç katsayıısı geride 0.86 ise bilinmeyen yükü bulunuz.

11.72 Bir üç fazlı dengeli kaynak üç yükle güç sağlamaktadır:

Yük 1: geride 0.8 güç katsayısında 30 kVA

Yük 2: ileride 0.6 güç katsayısında 24 kW

Yük 3: bilinmiyor

Yükteki hat gerilimi ve hat akımı sırasıyla 208 V rms ve 166.8 A rms'dir. Eğer birleşik yükün güç katsayısı bir ise bilinmeyen yükü bulunuz.

11.73 Bir üç faz kaynak üç yükle güç sağlamaktadır:

Yük 1: geride 0.8 güç katsayısında 24 kW

Yük 2: ileride 0.7 güç katsayısında 10 kVA

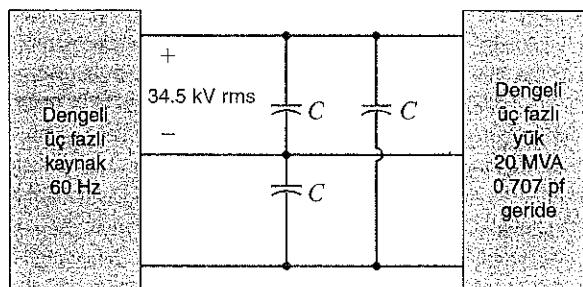
Yük 3: bilinmiyor

Eğer yükteki hat gerilimi 208 V rms, toplam karmaşık gücün genliği 41.93 kVA ve birleşik yükün güç katsayısı geride 0.86 ise bilinmeyen yükü bulunuz.

11.74 Bir üç faz *abc*-sıralı yıldız bağlı $V_{an} = 220/\sqrt{3}$ V rms gerilim değerli kaynak, her fazında geride 0.8 geri güç katsayıısı ile 50 kW tüketen bir yıldız bağlı yükü beslemektedir. Herbiri $-j2.0 \Omega$ empedansa sahip üç kondansatör yıldız olarak yük paralel bağlanırsa kaynak tarafından görünen eşdeğer yükün güç katsayıısını belirleyiniz.

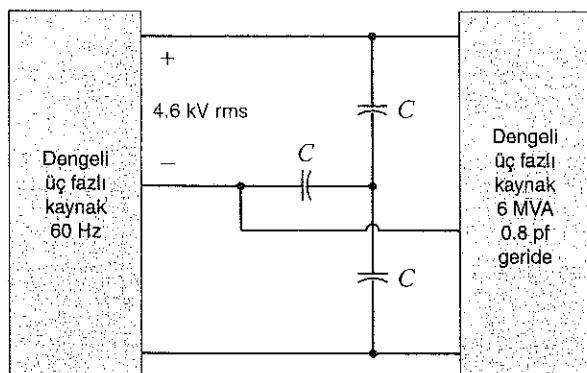
11.75 Problem 11.74'deki devredeki üç kondansatör üçgen olarak bağlanırlarsa kaynak tarafından görünen eşdeğer yükün güç katsayıısını belirleyiniz.

11.76 Şekil P11.76'daki toplam yükün güç katsayıısını ileride 0.87 yapacak C değerini bulunuz.



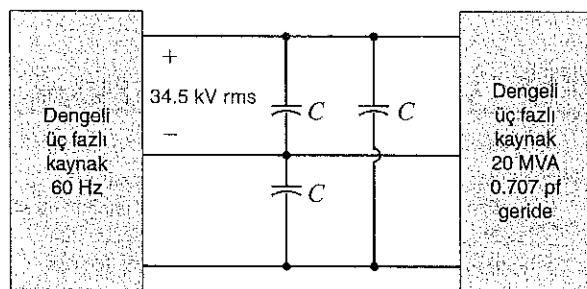
Şekil P11.76

11.77 Şekil P11.77'deki toplam yükün güç katsayıısını geride 0.9 yapacak C değerini bulunuz.



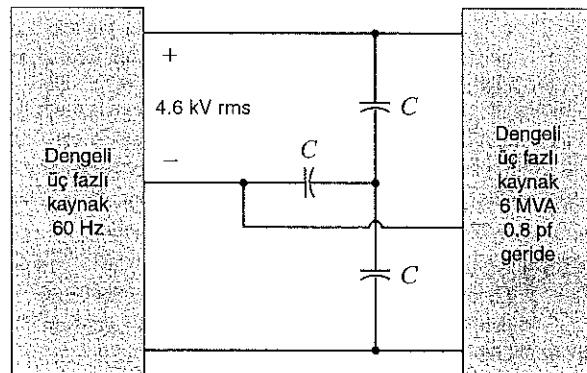
Şekil P11.77

11.78 Şekil P11.78'deki toplam yükün güç katsayıısını geride 0.87 yapacak C değerini bulunuz.



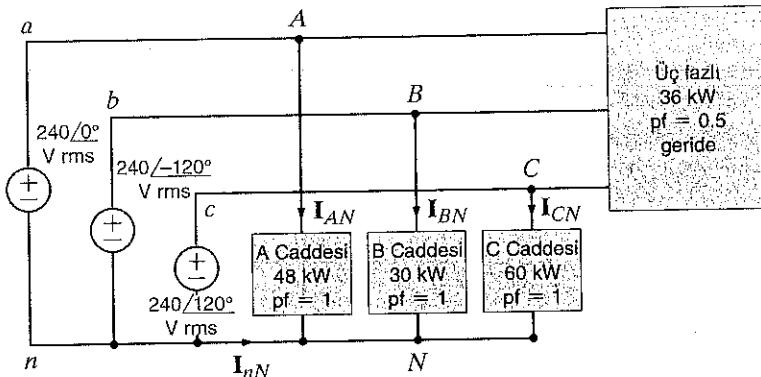
Şekil P11.78

11.79 Şekil P11.79'daki toplam yükün güç katsayıısını ileride 0.9 yapacak C değerini bulunuz.



Şekil P11.79

- 11.80 Elektrik dağıtım şirketleri genellikle tüketicileri tek faz kullanıcılar ve üç faz kullanıcılar olarak ayırlar. Tipik olarak sanayi kuruluşları olan üç faz kullanıcılar üç fazın hepsi, meskenler ve küçük ticari işletmelerden tek faz kullanıcılar ise sadece tek faz verilir. Kablo maliyetlerini azaltmak için belirli bir bölgedeki tüm tek faz kullanıcılar birbirlerine bağlanırlar. Üç faz kullanıcılar güç sistemi için mükemmel dengeli bir yük olsalar bile, tek faz yükler hiçbir zaman dengede olmayacağı için bu durum nötr bağlantısından akım akmasına neden olur. Şekil P11.80'deki abc sıralı 60 Hz devreyi göz önüne alınır. *a* fazı A caddesindeki, *b* fazı B caddesindeki ve *c* fazı C caddesindeki tek faz kullanıcılarını $416 / 30^\circ$ V rms hat gerilimi ile beslemektedir. Ayrıca, üçgen bağlı üç fazlı sanayi yükü dengeliyor. Nötr akımını bulunuz.



Şekil P11.80

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

- 11ÇSS-1 Yıldız bağlı bir yük seri bir RL empedansından oluşmaktadır. Ölçümler, her eleman üzerindeki etkin gerilimin 84.85 V olduğunu göstermektedir. Eğer etkin akım değeri 6A ise üç fazlı yük için toplam karmaşık gücünü bulunuz.

- $1.25 / -45^\circ \text{kVA}$
- $4.32 / 30^\circ \text{kVA}$
- $3.74 / 60^\circ \text{kVA}$
- $2.16 / 45^\circ \text{kVA}$

- 11ÇSS-2 Üçgen bağlı üç fazlı dengeli bir yükün faz empedansı $12 + j12 \Omega$ olarak verilmektedir. Eğer yükteki hat gerilimi 230V rms olarak ölçülürse üç faz tarafından çekilen toplam aktif gücünü bulunuz.

- 6.62kW
- 2.42kW
- 3.36kW
- 5.82kW

- 11ÇSS-3 Üç fazlı dengeli iki yük paralel bağlıdır. $24 + j18 \Omega$ faz empedanslı bir yük üçgen, $6 + j4 \Omega$ faz empedanslı diğer yük yıldız bağlıdır. Faz arası gerilimi 208V rms ise hat akımını belirleyiniz.

- $15.84 / -60.25^\circ \text{A rms}$
- $28.63 / -35.02^\circ \text{A rms}$
- $40.49 / 30.27^\circ \text{A rms}$
- $35.32 / 90.53^\circ \text{A rms}$

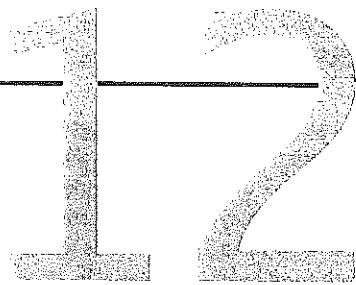
- 11ÇSS-4 Dengeli bir üç fazlı sistemin yükündeki toplam karmaşık güç $24 / 30^\circ \text{kVA}'dır. Faz başına aktif gücü bulunuz.$

- 3.24kW
- 4.01kW
- 6.93kW
- 8.25kW

- 11ÇSS-5 Bir üç faz dengeli yük $60\text{Hz}'de 480 / 0^\circ \text{V}$ hat gerilimi ile 90kW ile çalışmaktadır. Üç faz yükün görünür gücü $100 \text{kVA}'dır. Yük güç katsayısının geride olduğu bilinmemektedir. Yükteki toplam üç faz reaktif güç nedir?$

- 22.43kvar
- 30.51kvar
- 25.35kvar
- 43.59kvar

BÖLÜM



DEĞİŞKEN FREKANSLI DEVRELERİN PERFORMANSI



David Redfern/Redferns/Getty Images, Inc.

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENMEK AMAÇLARI:

- *R, L ve C temel devre elemanlarının değişken frekans performansını anlamak*
- *Devre fonksiyonlarının farklı tiplerini ve kutup-sıfır tanımmasını öğrenmek*
- *Bir devre fonksiyonunun Bode diyagramlarını çizebilmek*
- *Bode diyagramının nasıl oluşturulacağını öğrenmek*
- *Paralel ve seri rezonans devrelerinin nasıl analiz edileceğini öğrenmek*
- *Genlik ve frekans ölçümleme kavramlarına aşina olmak*
- *Alçak geçiren, yüksek geçiren, bant geçiren ve bant durdurucu süzgeç karakteristiklerini öğrenmek*
- *Temel pasif ve aktif süzgeçlerin nasıl analiz edileceğini öğrenmek*

Müzik ve Frekans Zaman ve frekans bir bozuk paranın birbirinden ayrılamaz iki yüzü gibidir: İşareti iki farklı şekilde tanımlarlar. Örneğin, müziği bir zaman işaretti olarak duyarız ancak, duyulan bu müziğin sayısal olarak kaydedilmesi için örneklenmesi, üzerinde işlem yapılması ve üretimi, frekansla ilgili bir kavram olan işaretin bant genişliğine bağlıdır. Müziği kaydeden ve çalan aygıtları tasarlarken hem zaman hem de frekans kavramlarını kullanınız. iPod'lar veya dizüstü bilgisayarda MP3 oynatıcılarında müziği bas seslerden tiz seslere, tubadan flüte kadar, yeniden oluşturmak için bant genişliğinin yeteri kadar geniş olması gereklidir. Bilgi için ifade etmemiz gereklidir; konser flütlerinin frekansları 262 Hz'den 2 kHz'in biraz üzerinde bir aralığa sahiptir (orta do'dan itibaren üç okta yukarısına kadar).

İşitme organınız en azından bir müzik işaretinde mevcut en yüksek frekansı içerecek bir bant genişliğine sahip olmalıdır. Ses veya diğer işaretler, sadece köpeklerin veya Süpermen'in duyabileceği, daha yüksek frekans bantlarına ötelenebilir. Yüksek frekans içeriğine duyarlılığınız yaşımız ilerledikçe azalma eğilimindedir. Bu durum genç iseniz avantajlı bir durum olabilir. Örneğin, telefonunuza pek çok profesörün algılayamayacağı yüksek frekanslı bir çalma melodisi indirebilirsiniz. Diğer yandan bazı tanınmış büyük mağazalar gençlerin amaçsız bir şekilde volta atmalarını engellemek için birçok yetişkinin duymayaçağı ancak, gençler için oldukça kulak tırmalayıcı olan yüksek frekanslı müzik işaretleri yayarlar.

Değişken frekans, müzik işaretlerinin tanımlanmasında olduğu gibi elektrik devrelerinde de oldukça önemlidir. Gerilim

transfer fonksiyonlarının frekans tepkisi grafikleri, desibel cinsinden genliğin ve derece cinsinden faz açısının açısal frekansa göre değişimini gösterirler. Bu grafiklerde düşey eksen doğrusal, yatay eksen ise logaritmik olarak ölçeklenir. Süzgeç tasarımları için değişken frekans tekniklerinin kullanımını, kayıt, iletişim ve radar sistemleri için, alçak geçiren, yüksek geçiren

veya bant geçiren gibi istenilen frekans tayflarına sahip seri ve paralel devrelerin oluşturulmasına imkân sağlar. Cep telefonunuz, televizyonunuz ve iPod veya MP3 çalarınız aynı ilkeleri kullanır. Yüksek kaliteli kayıt veya canlı performansın belirgin tonlarından gelen müzik vurgusunu, eğer uygun bant genişliği ile sunulabilirse, dinleyicinin ruhunu coşturur.

12.1

Değişken Frekans Tepkisi Analizi

Daha önceki bölümlerde *RLC* devrelerinin sinyoidal işaretlere tepkisini inceledik. Özellikle, 50-60 Hz'lik sinyoidal işaretleri ele aldık. Bu bölümde, giriş işaretinin frekansının değişimine izin vereceğiz ve devrenin performansının frekansla nasıl değiştigini inceleyeceğiz. Başlangıç olarak, frekans değişiminin direnç, induktör ve kondensatör gibi zaten oldukça aşina olduğumuz devre elemanları üzerindeki etkisini ele alalım. Şekil 12.1a'da gösterilen direncin frekans düzlemindeki empedansı

$$Z_R = R = R/0^\circ$$

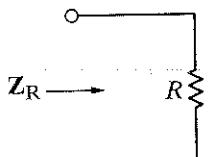
şeklindedir. Burada hem genlik hem de faz sabittir ve frekanstan bağımsızdır. Z_R 'nin genlik ve faz diyagramı Şekil 12.1b ve c'de gösterilmiştir. Açıkça görüldüğü gibi ele aldığımz bu durum oldukça basittir.

Şekil 12.2a'daki induktörün frekans tanım bölgesindeki empedansı Z_L şu biçimdedir:

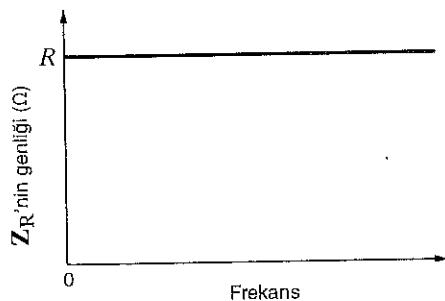
$$Z_L = j\omega L = \omega L/90^\circ$$

Şekil 12.1

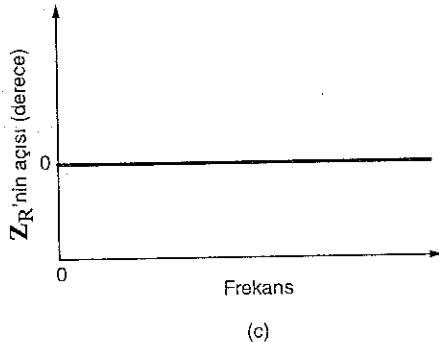
Bir direncin frekanstan bağımsız empedansı.



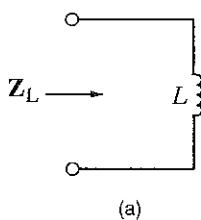
(a)



(b)



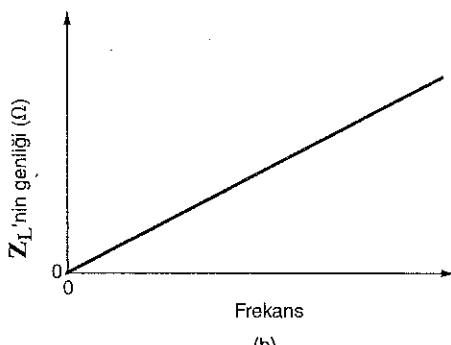
(c)



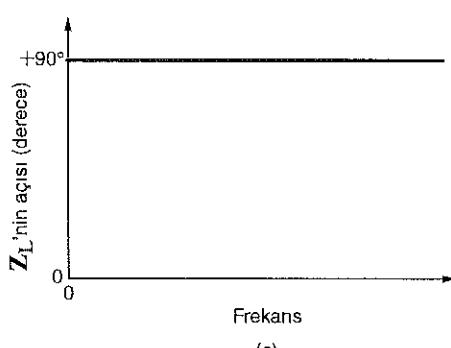
(a)

Şekil 12.2

Bir indüktörün empedansının frekansla değişimi.



(b)



(c)

Empedansın fazı 90° de sabit iken genliği frekansla doğru orantılıdır. Şekil 12.2b ve c, Z_L 'nın genlik ve fazının frekansla nasıl değiştiğini gösteren grafiklerdir. Dikkat ederseniz, düşük freksnlarda indüktörün empedansı oldukça düşüktür. DA çalışmada (0 Hz) Z_L 'nın değeri sıfırdır ve indüktör bu durumda kısa devredir. Diğer yandan, frekans arttıkça empedans yükselir.

Şimdi ise Şekil 12.3a'da verilen kapasitörü ele alalım. Empedans

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ$$

şeklindedir. Burada Şekil 12.2b ve c'de gösterildiği gibi empedansın fazı sabit iken, genlik frekans ile ters orantılıdır. Dikkat ederseniz, ω sıfıra yaklaşır iken empedans sonsuza gitmekte ve eleman açık devre haline gelmekte, ω sonsuza giderken ise empedans sıfıra yaklaşmaktadır.

Şimdi ise daha karmaşık bir devreyi, Şekil 14a'da gösterilen *RLC* devresini, ele alalım. Eşdeğer empedans

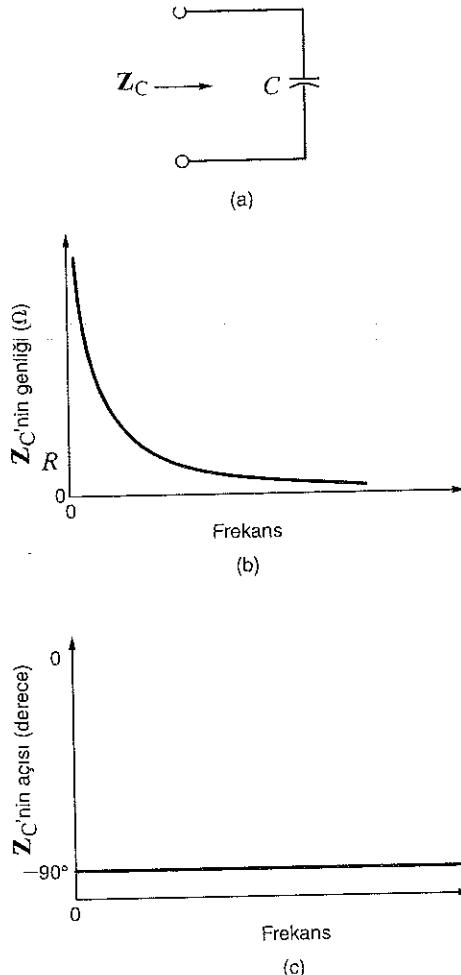
$$Z_{eq} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_{eq} = \frac{(j\omega)^2 LC + j\omega RC + 1}{j\omega C}$$

şeklindedir.

Şekil 12.3

Bir kapasitörün empedansının frekansla değişimi.



Bu fonksiyonun faz ve genlik diyagramları Şekil 12.4b ve c'de gösterilmektedir. Dikkat ederseniz düşük frekanslarda kapasitör açık devre olarak davranışır ve dolayısı ile bu aralıkta empedans oldukça yüksektir. Yüksek frekanslarda ise kapasitör oldukça önemsiz bir etkiye sahip olup toplam empedans, empedansı frekans ile artan induktör tarafından belirlenir.

Devreler daha karmaşık hâle geldikçe denklemler de daha karmaşık olmaktadır. Bu denklemleri basitleştirmek adına $j\omega = s$ değişimini yapalım. (Bu değişim aslında oldukça önemli bir anlama sahiptir ve bu hususu daha sonraki bölümlerde açıklayacağız.) Bu değişim sonucunda Z_{eq} için verilen ifade

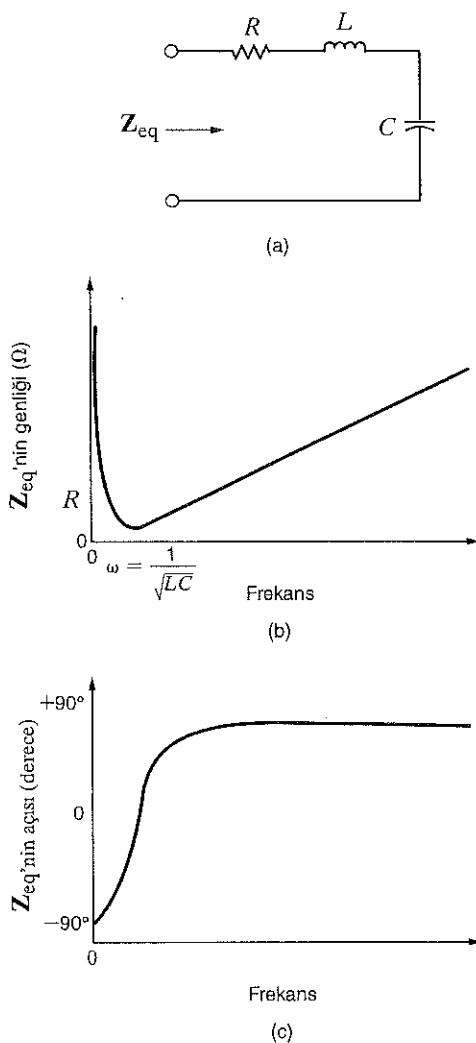
$$Z_{eq} = \frac{s^2 LC + sRC + 1}{sC}$$

şekline gelir.

Eğer şu ana kadar ele aldığımız dört devreyi tekrar gözden geçirirsek her durumda empedansın aşağıda gösterildiği gibi s değişkenine bağlı iki polinomun oranı şeklinde olduğunu görürüz:

$$Z(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad 12.1$$

Burada $N(s)$ ve $D(s)$ sırası ile m . ve n . dereceden polinomlardır. Eş. (12.1)'in en önemli özelliği bu denklemin sadece empedans için değil fakat bir devredeki tüm gerilim, akım, iletkenlik ve kazanç için de geçerli olmasıdır. Tek kısıtlama tüm devre elementlerinin (yani direnç, kapasitör, induktör ve bağımlı kaynakların) değerlerinin gerçek sayı olmasının gereklisidir.



Şekil 12.4

Bir seri RLC devresinin empedansının frekansla değişimi.

Şimdi bir seri RLC devresindeki bir elemanın üzerindeki gerilimin frekansa bağlı olarak değişimini ele alalım.

Şekil 12.5a'da verilen devreyi ele alalım. Çıkış geriliminin frekansa bağlı olarak nasıl değiştigini 0-1 kHz aralığında inceleyelim.

ÖRNEK

12.1

Gerilim bölüşüm ilkesini kullanarak çıkışı

$$V_o = \left(\frac{R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \right) V_s$$

şeklinde veya

$$V_o = \left(\frac{j\omega CR}{(j\omega)^2 LC + j\omega CR + 1} \right) V_s$$

şeklinde ifade edebiliriz. Elemanların değerlerini yerine koyarak

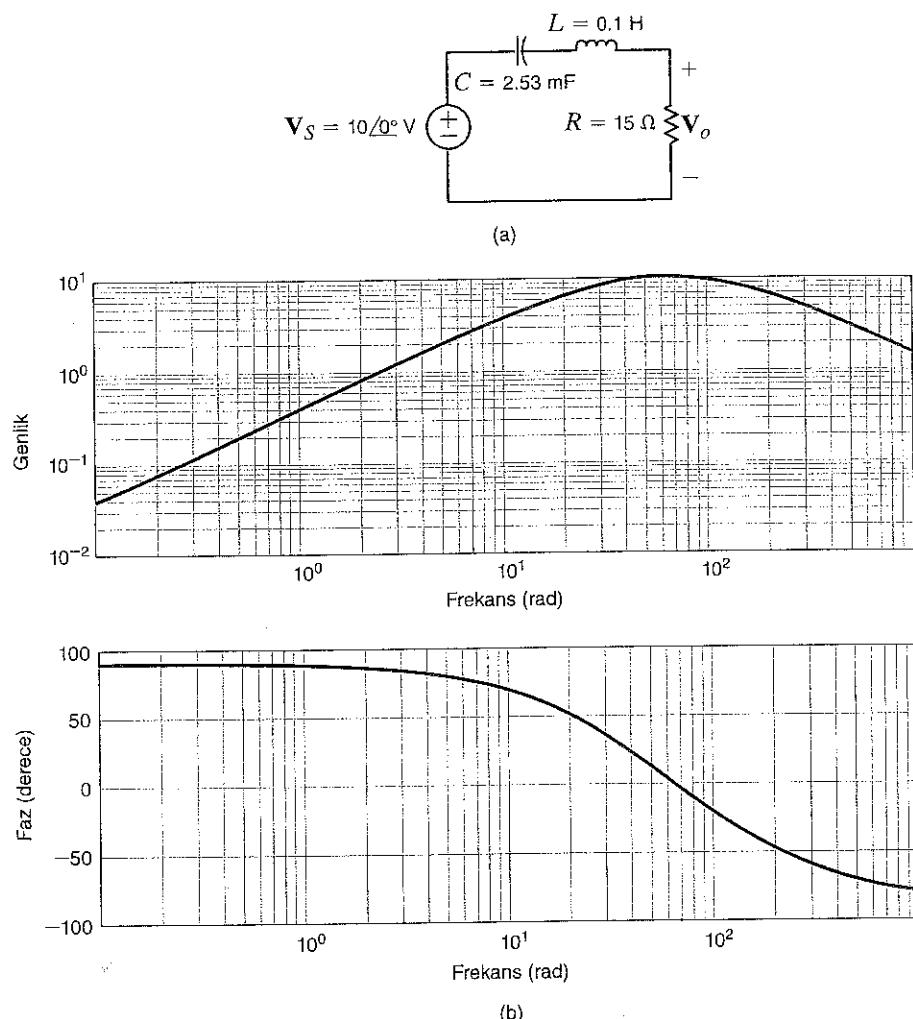
$$V_o = \left(\frac{(j\omega)(37.95 \times 10^{-3})}{(j\omega)^2(2.53 \times 10^{-4}) + j\omega(37.95 \times 10^{-3}) + 1} \right) 10 \angle 0^\circ$$

elde edilir.

ÇÖZÜM

Şekil 12.5

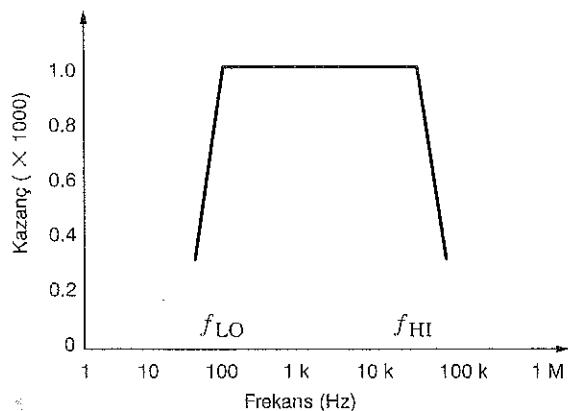
(a) Devre ve (b) devrenin frekans tepkisi.



Genlik ve faz karakteristiği yarı-logaritmik (yarı-log) diyagramlarla gösterilir. Bu diyagramlarda frekans ekseni logaritmik ölçekli olarak verilir. V_o fonksiyonu için çizim Şekil 12.b'de verilmiştir.

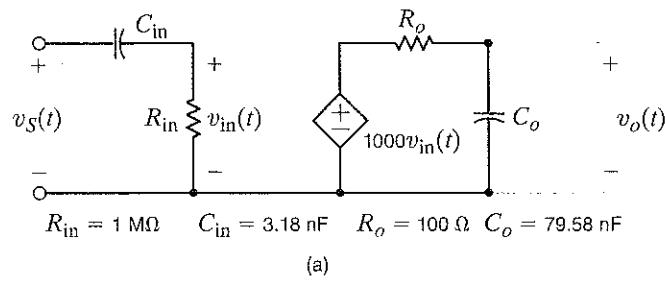
İlerleyen kısımlarda yarı-log çizim kullanımının frekans tepkisi ile ilgili bilgi almak için oldukça faydalı olduğunu göstereceğiz.

Değişken frekans tepkisi analizi ve karakteristiği için bir giriş uygulaması olarak stereo yükselteci ele alalım. Öncelikle yükseltecin çalışacağı frekans aralığına dikkat etmeli ve ne tür bir işlem yapılacağına karar vermemiyiz. Yükseltecin frekans aralığı, insan kulağının frekans aralığı olan 50 Hz ile 15,000 Hz aralığından daha büyük olmalıdır. Dolayısı ile tipik bir stereo yükselteç 50 Hz ile 20,000 Hz gibi bir frekans aralığında çalışacak şekilde tasarlanır. Ayrıca, yükseltce giren işaretin asına uygunluğunu da korumak istiyoruz. Böylece çıkış işaretti, giriş işaretti ile aynı şeke sahip ancak, belirli bir katsayı ile yükseltilmiş olmalıdır. Bu durum kazancın 50 Hz-20,000 Hz frekans aralığında frekanstan bağımsız olmasını gerektirir. 1000 kat kuvvetlendirmenin yapıldığı ideal durum için bu gereksinim Şekil 12.6'da gösterilmiştir. Şekilde orta bant bölgesi f_{LO} ve f_{HI} frekans değerleri ile sınırlanan ve

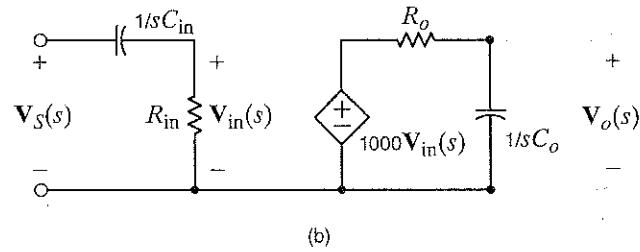


Şekil 12.6

Yükselticin frekans tepkisi gereksinimi



(a)



(b)

Şekil 12.7

Yükseltic için eşdeğer devre

kazancın sabit olduğu bölge olarak tanımlanmıştır. Dikkat ederseniz frekans ekseni logaritmiktir ve dolayısı ile frekans tepkisi yarı-log diyagram ile gösterilmiştir.

Şekil 12.6'da grafiksel olarak verilmiş olan yükseltic için bir devre modeli Şekil 12.7a'da ve bu devrenin frekans bölgesi eşdeğeri ise Şekil 12.7b'de verilmiştir.

Eğer giriş işareti sabit frekanslı bir sinüzoidal olur ise

$$G_v(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_S(j\omega)}$$

kazancını bulmak için frekans bölgesi analizini kullanabiliriz. Bu ifade, $s = j\omega$ değişimi ile

$$G_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_S(s)}$$

formunda ifade edilebilir. Gerilim bölüşüm kuralı kullanılarak kazanç

$$G_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_S(s)} = \frac{V_{in}(s)}{V_S(s)} \frac{V_o(s)}{V_{in}(s)} = \left[\frac{R_{in}}{R_{in} + 1/sC_{in}} \right] (1000) \left[\frac{1/sC_o}{R_o + 1/sC_o} \right]$$

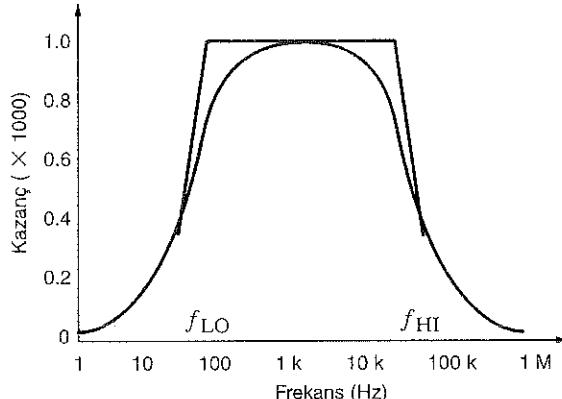
veya

$$G_v(s) = \left[\frac{sC_{in}R_{in}}{1 + sC_{in}R_{in}} \right] (1000) \left[\frac{1}{1 + sC_oR_o} \right]$$

şeklinde ifade edilir.

Şekil 12.8

Yükseltecin kazancının frekansa göre değişiminin tam ve yaklaşık grafikleri.



Şekil 12.7'de verilen eleman değerlerini kullanarak

$$G_v(s) = \left[\frac{s}{s + 100\pi} \right] (1000) \left[\frac{40,000\pi}{s + 40,000\pi} \right]$$

elde edilir. Burada 100π ve $40,000\pi$ sırası ile 50 Hz ve $20,000$ Hz'in radyan karşılıklarıdır. $s = j\omega$ olduğundan devrenin fonksiyonu da karmaşıktır. Bu fonksiyonun tam çizimi Şekil 12.8'de, daha önce Şekil 12.6'da verilen çizim üzerine yerleştirilmiş olarak verilmektedir. Gerçek çizimin, f_{LO} ve f_{HI} noktalarında yumuşak bir geçiş yapmasının dışında her iki çizim oldukça büyük bir uyum göstermektedir.

Şimdi $G_v(s)$ için elde ettigimiz ifadeyi, Şekil 12.8'de verilen çizime göre, daha yakından ele alalım. Varsayıyalım ki f orta bant frekans aralığındadır. Yani

$$f_{LO} \ll f \ll f_{HI}$$

veya

$$100\pi \ll |s| \ll 40,000\pi$$

Bu şart altında devre fonksiyonu

$$G_v(s) \approx \left[\frac{s}{s} \right] (1000) \left[\frac{1}{1+0} \right]$$

veya

$$G_v(s) = 1000$$

olur. Dolayısı ile orta bant bölgesinde kazanç sabittir. Ancak, giriş işaretinin frekansı f_{LO} frekansına doğru azaldıkça $|s|$ değeri de 100π değeri ile kıyaslanabilir seviyeye gelir ve

$$G_v(s) \approx \left[\frac{s}{s + 100\pi} \right] (1000)$$

olur. $R_{in}C_{in} = 1/100\pi$ olduğundan C_{in} düşük frekanslarda kazançta bir düşmeye neden olur. Aynı şekilde, frekans f_{HI} değerine yaklaşduğunda C_o değerinden dolayı kazançta düşme olur.

Bu yükseltçeği ile frekans bağımlı devre kavramı ile tanışık ve devrelerin davranışının frekansla değişmesinin nedeninin devredeki reaktif elemanlar olduğunu görmüş olduk.

DEVRE FONKSİYONLARI Önceki alt bölümde $G_v(s)$ gerilim kazancı kavramını vermiştim. Aslında bu terim $H(s)$ ile gösterilen ve bir tepkinin girişe oranını tanımlayan çeşitli devre fonksiyonlarından sadece biridir. Devrenin bir noktasına uygulanan bir işaretle devrenin başka bir noktasında verilen bir tepkiyi tanımladığından devre fonksiyonu, aynı zamanda transfer fonksiyonu olarak da adlandırılır. Dahası transfer fonksiyonu sadece gerilim oranları ile sınırlı değildir. Elektrik devrelerinde giriş ve çıkışlar gerilim veya akımlar şeklinde olabildiğinden Çizelge 12.1'de gösterildiği gibi dört olası devre fonksiyonu vardır.

Transfer fonksiyonlarının dışında bir de bir devredeki iki uç arasındaki empedansa veya admitansa eşit olan sürme noktası fonksiyonları vardır. Örneğin, bir devrenin giriş empedansı bir sürme noktası fonksiyonudur.

ÇİZELGE 12.1 Devre transfer fonksiyonları

GİRİŞ	ÇIKIŞ	TRANSFER FONKSİYONU	SEMBOL
Gerilim	Gerilim	Gerilim kazancı	$G_v(s)$
Akım	Gerilim	Aktarım empedansı	$Z(s)$
Akım	Akım	Akım kazancı	$G_i(s)$
Gerilim	Akım	Aktarım iletkenliği	$Y(s)$

Şekil 12.9'da gösterilen devrenin $[I_2(s)/V_1(s)]$ aktarım iletkenliğini (transadmittansı) ve gerilim kazancını bulalım.

ÖRNEK

12.2

Devre için göz denklemleri

$$(R_1 + sL)I_1(s) - sLI_2(s) = V_1(s)$$

$$-sLI_1(s) + \left(R_2 + sL + \frac{1}{sC} \right) I_2(s) = 0$$

$$V_2(s) = I_2(s)R_2$$

ÇÖZÜM

şeklindedir. Bu denklemleri $I_2(s)$ için çözersek

$$I_2(s) = \frac{sLV_1(s)}{(R_1 + sL)(R_2 + sL + 1/sC) - s^2L^2}$$

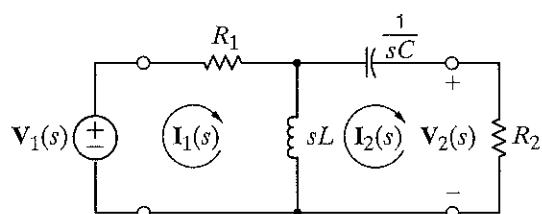
elde edilir. Bundan dolayı $[I_2(s)/V_1(s)]$ transfer fonksiyonu

$$Y_T(s) = \frac{I_2(s)}{V_1(s)} = \frac{LCs^2}{(R_1 + R_2)LCs^2 + (L + R_1R_2C)s + R_1}$$

ve gerilim kazancı

$$G_v(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{LCR_2s^2}{(R_1 + R_2)LCs^2 + (L + R_1R_2C)s + R_1}$$

olur.



Şekil 12.9

Örnek 12.2'de
kullanılan devre.

KUTUPLAR VE SIFIRLAR Daha önce belirttiğimiz gibi bir devre fonksiyonu s 'nin polinomlarının oranı şeklinde ifade edilebilir. Dahası devre elemanlarının ve bağımlı kaynakların değeri gerçek değerler olduğundan her iki polinomun katsayıları da gerçek olur. Bundan dolayı bir devrenin fonksiyonunu

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_ms^m + a_{m-1}s^{m-1} + \dots + a_1s + a_0}{b_ns^n + b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + b_0} \quad 12.2$$

formunda ifade edebiliriz. Burada $N(s)$ m dereceli pay polinomu iken $D(s)$ n dereceli payda polinomudur. Eş. (12.2) ayrıca

$$H(s) = \frac{K_0(s - z_1)(s - z_2) \cdots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)} \quad 12.3$$

formunda da ifade edilebilir.

Burada K_0 bir sabit, z_1, \dots, z_m $N(s)$ polinomunun kökleri ve p_1, \dots, p_n $D(s)$ polinomunun kökleridir. Dikkat ederseniz $s = z_1$ veya z_2, \dots, z_m olur ise $H(s)$ sıfır olur ve bundan dolayı z_1, \dots, z_m değerleri transfer fonksiyonunun sıfırları olarak adlandırılır. Benzer şekilde eğer $s = p_1$ ya da p_2, \dots, p_n ise bu durumda $H(s)$ sonsuz olur bundan dolayı p_1, \dots, p_n değerleri fonksiyonun kutupları olarak adlandırılır. Sıfır ve kutup değerleri karmaşık sayı olabilir. Ancak, kökler karmaşık sayı ise, polinom katsayıları gerçel olduğundan, köklerin karmaşık eşlenik sayılar olması gerekmektedir. Bir devre fonksiyonunun Eş. (12.3) ile ifade edilen gösterimi oldukça önemlidir ve genellikle doğrusal zamanla değişmeyen sistem gösterimde bu yapı kullanılır. Bu gösterimin önemi, sistem dinamiklerinin, sistem kutuplarının incelemesi ile belirlenebilmesinden kaynaklanır.

Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E12.1 Şekil 12.7b'de gösterilen yükselteç için $V_s(s)$ 'nin sürme noktası empedansını bulunuz.

YANIT:

$$\begin{aligned} Z(s) &= R_{in} + \frac{1}{sC_{in}} \\ &= \left[1 + \left(\frac{100\pi}{s} \right) \right] M\Omega. \end{aligned}$$

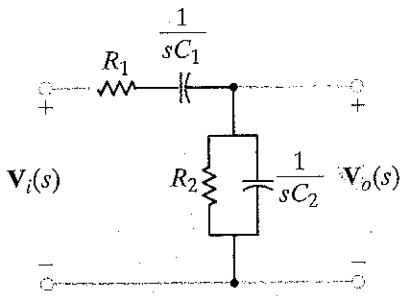
E12.2 Şekil 12.7'de verilen yükselteç devresi için K_0 değerini ve hertz cinsinden sıfır-kutup konumlarını bulunuz.

YANIT: $z_1 = 0$ Hz (DA),
 $p_1 = -50$ Hz,
 $p_2 = -20,000$ Hz,
 $K_0 = (4 \times 10^7) \pi$.

E12.3 Şekil E12.3'te verilen devrede $V_o(s)/V_i(s)$ gerilim transfer fonksiyonunu s 'nin bir fonksiyonu olarak belirleyiniz.

YANIT:

$$R_1 C_2 \left[s^2 + \frac{C_1 R_2 + C_2 R_2 + C_1 R_1}{R_1 R_2 C_1 C_2} s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \right]$$



Şekil E12.3

12.2

Sinüzoidal Frekans Analizi

Her ne kadar bir devre genellikle sabit bir frekansta çalışıyor olsa da (örneğin bir elektrik şebekesinde olduğu gibi) genellikle bir devrenin davranışını frekansın fonksiyonu olarak incelemek isteriz. Sinüzoidal kararlı hâl analizinde devre fonksiyonu

$$H(j\omega) = M(\omega)e^{j\phi(\omega)}$$

12.4

şeklinde ifade edilir. Burada $M(\omega) = |H(j\omega)|$ ve $\phi(\omega)$ fazdır. Genlik ve faz karakteristikleri olarak bilinen bu iki fonksiyonun çizimi, devrenin tepkisinin giriş frekansı ω 'ya bağlı olarak nasıl değiştiğini gösterir. Bu aşamada, ilgilendiğimiz bir frekans aralığında, transfer fonksiyonunun değişik frekanslardaki değerine bakarak frekans düzletmi analizi gerçekleştirmenin yöntemini göstereceğiz.

BODE DİYAGRAMI KULLANARAK FREKANS TEKPİSİNİN İNCELENMESİ Eğer devre karakteristikleri yarı-log (yani y-ekseni normal, x-ekseni ise logaritmik) ölçekte gösterilirse elde edilen grafikler BODE DİYAGRAMLARI (Hendrik W. Bode'nin anısına) olarak adlandırılır.

Bu grafikle, süzgeçler, akort devreleri, yükselticiler gibi frekans bağımlı sistemlerin hem tasarımını ve hem de analizinde kullanılan oldukça güçlü bir araçtır. Bode diyagramını kullanırken $M(\omega)$ değerini ω değerine karşı çizmek yerine $20 \log_{10} M(\omega)$ değeri, $\log_{10} (\omega)$ değerine karşı çizilir. Böylece, nokta nokta çizerek karakteristiği elde etmek yerine, belli bölgelerde geçerli sabit eğimli doğru parçaları çizilip birleştirilerek işlem çok daha kolaylaştırılmış olur. Genlik çiziminde y-ekseni desibel (dB)'dır. Bu birim aslında güçlerin oranını ölçmek için kullanılır. Yani

$$\text{Decibel Sayısı} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} \quad 12.5$$

Eşit değerli iki direnç tarafından harcanan güçler için

$$\begin{aligned} \text{Decibel sayısı} &= 10 \log_{10} \frac{|V_2|^2/R}{|V_1|^2/R} = 10 \log_{10} \frac{|I_2|^2 R}{|I_1|^2 R} \\ &= 20 \log_{10} \frac{|V_2|}{|V_1|} = 20 \log_{10} \frac{|I_2|}{|I_1|} \end{aligned} \quad 12.6$$

olur. dB terimi o kadar popüler hâle geldi ki, bu terim günümüzde Eş. 12.6'da gösterildiği gibi empedansı hiç dikkate alınmadan gerilim ve akım oranı için de kullanılmaktadır. Sintüzoidal kararlı durum analizi durumunda Eş. 12.3'te verilen $H(j\omega)$ genel olarak

$$H(j\omega) = \frac{K_0(j\omega)^{+N}(1 + j\omega\tau_1)[1 + 2\zeta_3(j\omega\tau_3) + (j\omega\tau_3)^2]\cdots}{(1 + j\omega\tau_a)[1 + 2\zeta_b(j\omega\tau_b) + (j\omega\tau_b)^2]\cdots} \quad 12.7$$

birimde ifade edilir. Dikkat ederseniz bu denklem aşağıdaki tipik bileşenlere sahiptir.

1. Frekans bağımlı bir bileşen $K_0 > 0$
2. $j\omega$ şeklindeki kutup ve sıfırlar. Yani sıfırlar için $(j\omega)^{+N}$ ve kutuplar için $(j\omega)^{-N}$
3. $(1 + j\omega\tau)$ şeklindeki kutup ve sıfırlar
4. $1 + 2\zeta(j\omega\tau) + (j\omega\tau)^2$ şeklindeki karesel (kuadratik) kutup ve sıfırlar

Eş. 12.7'de verilen $H(j\omega)$ fonksiyonun genliğinin logaritması alındığında

$$\begin{aligned} 20 \log_{10}|H(j\omega)| &= 20 \log_{10} K_0 \pm 20N \log_{10}|j\omega| \\ &\quad + 20 \log_{10}|1 + j\omega\tau_1| \\ &\quad + 20 \log_{10}|1 + 2\zeta_3(j\omega\tau_3) + (j\omega\tau_3)^2| \\ &\quad + \cdots - 20 \log_{10}|1 + j\omega\tau_a| \\ &\quad - 20 \log_{10}|1 + 2\zeta_b(j\omega\tau_b) + (j\omega\tau_b)^2|\cdots \end{aligned} \quad 12.8$$

elde edilir. Burada bir veya daha fazla terimin çarpımlarının logaritmasının, her bir terimin logaritmasının toplamına eşit olacağı, iki terimin bölümlerinin logaritmasının ise her bir terimin logaritmalarının farkına eşit olacağı bilgisini ve $\log_{10} A^n = n \log_{10} A$ eşitliğini kullandık.

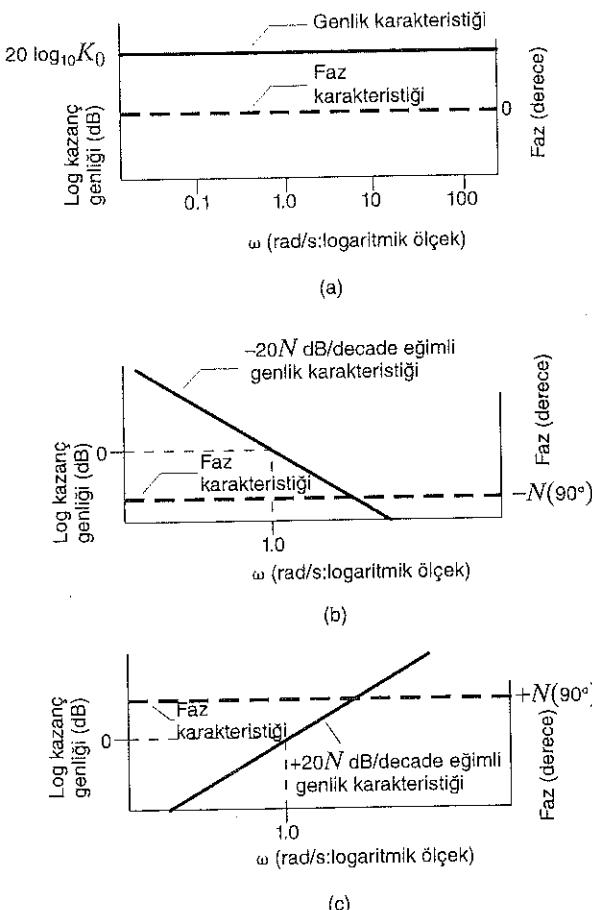
$H(j\omega)$ fonksiyonunun faz açısı ise,

$$\begin{aligned} \angle H(j\omega) &= 0 \pm N(90^\circ) + \tan^{-1} \omega\tau_1 + \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_3 \omega \tau_3}{1 - \omega^2 \tau_3^2} \right) \\ &\quad + \cdots - \tan^{-1} \omega\tau_a - \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_b \omega \tau_b}{1 - \omega^2 \tau_b^2} \right)\cdots \end{aligned} \quad 12.9$$

şeklinde verilir.

Şekil 12.10

Sabit bir terim ve orijindeki kutup ve sıfır durumları için genlik ve faz karakteristikleri.

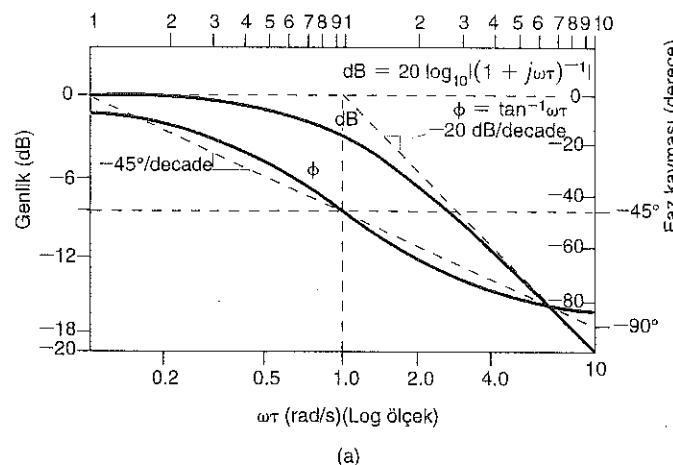


Eş. (12.8) ve (12.9)'un işaret ettiği gibi, her bir terimi aynı grafik üzerinde ayrı ayrı çizip daha sonra toplam karakteristiği elde etmek için bunları toplayabiliriz. Şimdi bazı terimleri ayrı ayrı inceleyelim ve bunların Bode diyagramlarını hızlıca elde etmemizi sağlayacak bir yöntem gösterelim.

Sabit Terim $20 \log_{10} K_0$ terimi Şekil 12.10a'da gösterildiği gibi sıfır faz kaymasına sahip sabit bir genlik gösterir.

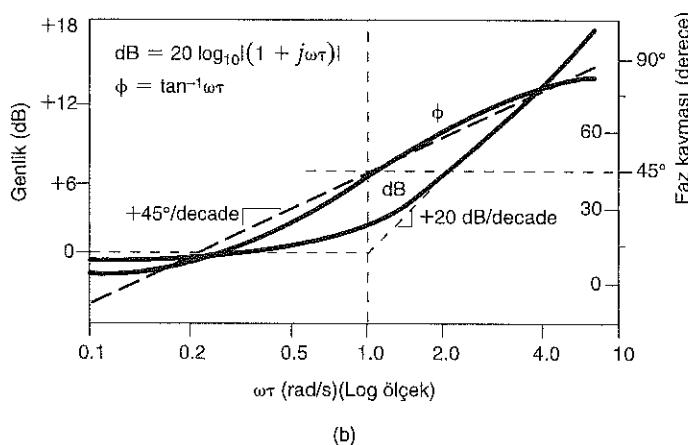
Orijinde Bulunan Kutup ve Sıfırlar Orijinde bulunan kutup ve sıfırlar $(j\omega)^{\pm N}$ formundadır ve burada + sıfırlar için ve - kutuplar için kullanılır. Bu fonksiyonun genliği $\pm 20N \log_{10}\omega$ olur ki bu yarı-logaritmik ölçekte $\pm 20N$ dB/decade eğimine sahip bir doğrudur, yani frekans her 10 katına çıktığında genlik 20N decibel'lik bir değişim gösterir. Bu fonksiyonun fazı ise $\pm N(90^\circ)$ değerinde sabittir. Orijindeki sıfır ve kutupların genlik ve faz karakteristikleri sırası ile Şekil 12.10b ve c'de gösterilmiştir. (Not: Türkçe'de "decibel" sözcüğü "desibel" ve "decade" sözcüğü "dekat" olarak okunabilir.)

Basit Kutup ve Sıfırlar Devre transfer fonksiyonunda $(1 + j\omega\tau)$ yapısında basit bir kutup veya sıfır var ise doğrusallaştırma yaklaşımı kullanılabilir. $\omega\tau \ll$ olduğunda $(1 + j\omega\tau) \approx 1$ olur ve bundan dolayı $20 \log_{10}|1 + j\omega\tau| = 20 \log_{10}1 = 0$ dB olur. Benzer şekilde $\omega\tau \gg 1$ ise $(1 + j\omega\tau) \approx j\omega\tau$ olduğundan $20 \log_{10}|1 + j\omega\tau| \approx 20 \log_{10}\omega\tau$ olur. Dolayısı ile $\omega\tau \ll 1$ için tepki 0 dB'dir. $\omega\tau \gg 1$ için ise tepki orijinde bulunan basit kutup veya sıfırın gibi bir eğime sahip olur. $\omega\tau \ll 1$ ve $\omega\tau \gg 1$ için elde edilen iki asimptotun kesim noktası $\omega\tau = 1$ veya $\omega = 1/\tau$ 'dur ki bu nokta *kırılma* veya *kesim noktası* olarak adlandırılır. $\omega = 1/\tau$ olan kesim frekansında, $20 \log_{10}|1 + j1| = 20 \log_{10}(2)^{1/2} = 3$ dB olur, yani, kesim frekansında gerçek değer asimptottan 3dB kadar sapma gösterir.



Şekil 12.11

(a) Basit bir kutup ve (b) basit bir sıfır için genlik ve faz çizimleri.



Ayrıca kesim frekansının yarısında ve iki katında bu kaymanın 1 dB olduğu gösterilebilir. Basit bir kutup veya sıfır için ilgili faz açısı $\phi = \tan^{-1}\omega\tau$ olur ki bu arktanjant eğrisidir. Bundan dolayı kesim frekansında açı kayması 45° iken kesim frekansının yarısında 26.6° , kesim frekansının iki katında 63.4° olur. Bu formdaki bir kutup için gerçek genlik diyagramı Şekil 12.11a'da gösterilmektedir. Bir sıfır için Şekil 12.11b'de gösterildiği gibi $\omega\tau \gg 1$ olduğunda genlik ve asimptot pozitif eğime sahiptir ve faz eğrisi 0° 'den $+90^\circ$ 'ye doğru ilerler. Eğer $(1 + j\omega\tau)^N$ formunda birden fazla kutup ve sıfır mevcut ise yüksek frekanslı asimptotun eğimi N ile çarpılır. Bu durumda gerçek eğri ile asimptotun kesim frekansındaki sapma $3N$ dB olur. Faz eğrisi 0° 'den $N(90^\circ)$ 'ye ilerler ve kesim frekansındaki değeri $N(45^\circ)$ olur.

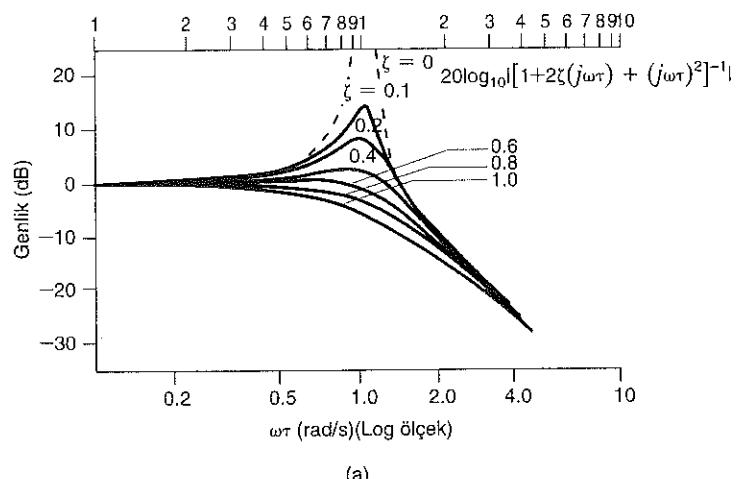
Karesel Kutup ve Sıfırlar Karesel kutup ve sıfırlar $1 + 2\xi(j\omega\tau) + (j\omega\tau)^2$ yapısındadır. Bu terim sadece ω 'nın değil, aynı zamanda boyutsuz bir terim olan ve *sönüüm katsayıısı* olarak isimlendirilen ξ 'nin de fonksiyonudur. Eğer $\xi > 1$ ise kökler gerçel ve birbirinden farklı, $\xi = 1$ ise kökler gerçel ve birbirine eşit olur. Bu iki durum önceki bölümlerde zaten ele alınmıştır. Eğer $\xi < 1$ ise kökler karmaşık eslenik sayılar şeklinde ve bu durum birazdan ele alınacaktır. Basit sıfır ve kutuplar için izlediğimiz yoldan giderek $\omega\tau \ll 1$ için karesel ifadenin logartimik genliğinin 0 olduğunu görürüz. $\omega\tau \gg 1$ için ise

$$20 \log_{10}|1 - (\omega\tau)^2 + 2j\xi(\omega\tau)| \approx 20 \log_{10}|(\omega\tau)^2| = 40 \log_{10}|\omega\tau|$$

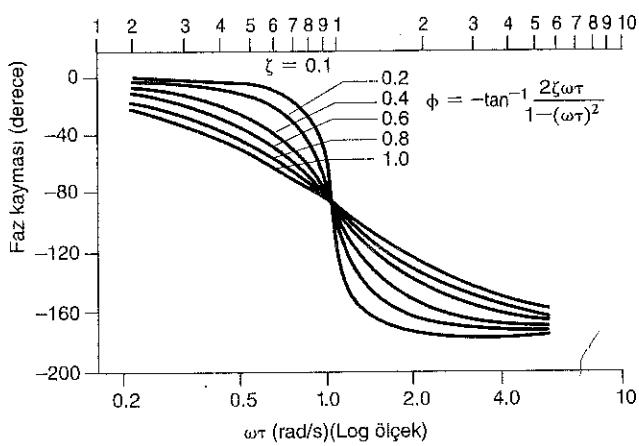
olur. Dolayısıyla $\omega\tau \gg 1$ olduğunda logartimik genlik eğrisinin eğimi karesel sıfır için $+40$ dB/decade, karesel kutup için -40 dB/decade olur. Bu iki üç durum arasında ($\omega\tau \ll 1$ ve $\omega\tau \gg 1$) ise fonksiyonun davranışını söñüm katsayıısı ξ 'ye bağımlılık gösterir.

Şekil 12.12

Karesel kutupların genlik ve faz karakteristikleri.



(a)



(b)

Şekil 12.12a'da karesel bir kutbun logaritmik genlik eğrisinin değişimi, sönüm katsayısının fonksiyonu olarak gösterilmiştir. Karesel ifade için faz kayması $\tan^{-1} 2\zeta\omega\tau/[1 - (\omega\tau)^2]$ biçiminde ifade edilebilir. Bu ifadenin çizimini Şekil 12.12b'de gösterilmiştir. Bu durumda fazın, $\omega\tau \ll 1$ için 0° 'den, $\omega\tau \gg 1$ için -180° 'ye bir değişim gösterdiğine dikkat ediniz. Karesel sıfırlar için genlik ve faz eğrileri ise bunun tersidir. Yani logaritmik genlik eğrisi $\omega\tau \gg 1$ için +40 dB/decade eğime sahiptir ve faz eğrisi ise $\omega\tau \ll 1$ için 0° ve $\omega\tau \gg 1$ için $+180^\circ$ olur.

ÖRNEK 12.3

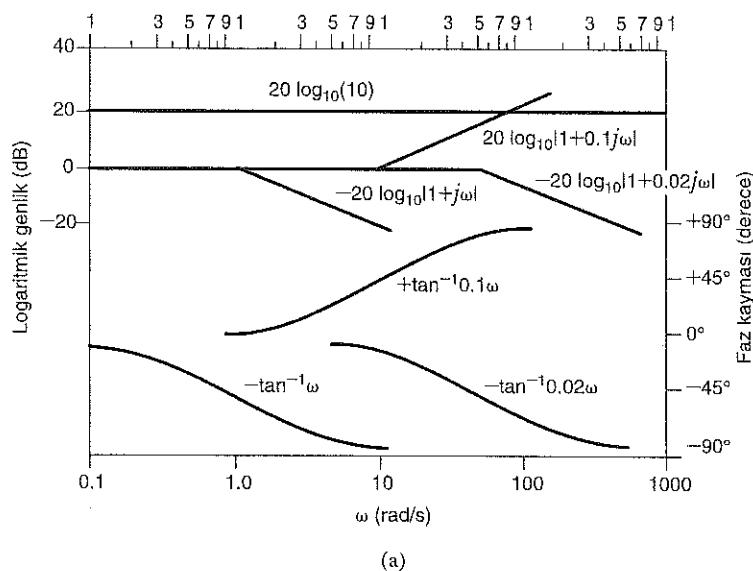
$G_v(j\omega) = \frac{10(0.1j\omega + 1)}{(j\omega + 1)(0.02j\omega + 1)}$ transfer fonksiyonu için genlik ve faz eğrilerini oluşturmak istiyoruz.

ÇÖZÜM

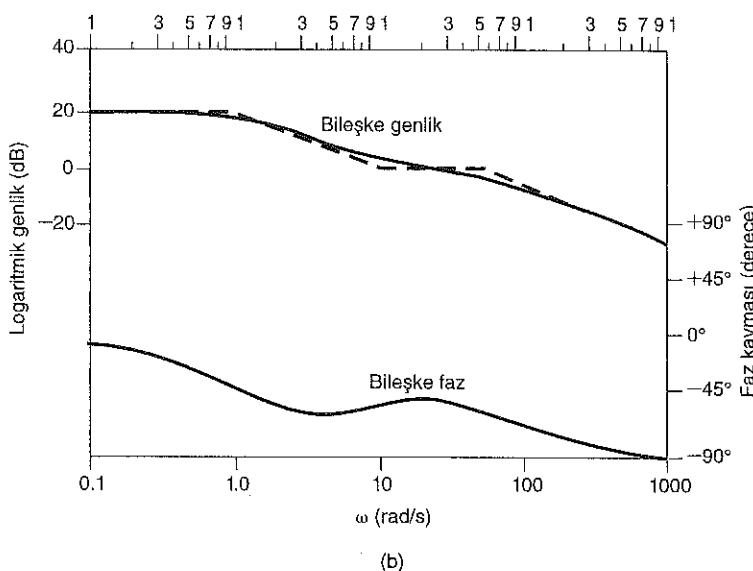
Dikkat ederseniz bu fonksiyon, tüm terimler $(j\omega\tau + 1)$ biçiminde olduğundan, standart yapıdadır. Bileşik genlik ve faz karakteristiklerini belirleyebilmek için her bir asimptotik terim için ayrı ayrı çizim yapacağız ve Eş. (12.8) ve Eş. (12.9)'da belirtildiği gibi bunları birbirine ekleyeceğiz. İlk önce genlik çizimini ele alalım. $K_0 = 10$ olduğundan $20 \log_{10} 10 = 20$ dB olur ki Şekil 12.13a'da gösterildiği gibi bu frekanstan bağımsız sabit bir terimdir.

Transfer fonksiyonunun sıfır terimi $+20 \log_{10}|1 + 0.1j\omega|$ yapısındaki bir terim ile katkıda bulunur. Bu terimin $0.1\omega \ll 1$ için değeri 0 dB, $0.1\omega \gg 1$ için eğimi $+20\text{dB/decade}$ ve kesim frekansı $\omega = 10 \text{ rad/s'}$ dir. Kutupların kesim frekansları ise, $\omega = 1$ ve $\omega = 50 \text{ rad/s'}$ dir. $\omega = 1 \text{ rad/s}$ kesim frekansına sahip kutuptan gelen katkı $-20 \log_{10}|1 + j\omega|$ biçimindedir. Bu kutup için genlik $\omega \ll 1$ için 0 dB değerine, $\omega \gg 1$ için -20 dB/decade eğimine sahiptir. Kesim frekansı $\omega = 50 \text{ rad/s}$ olan kutup için de benzer gözlem yapılır. Tüm bu faktörler Şekil 12.13b'de ayrı ayrı çizilmiştir.

Şimdi de faz eğrilerini tek tek ele alalım. K_0 terimi ω 'nın bir fonksiyonu değildir ve dolayısı ile transfer fonksiyonunun fazına bir katkıda bulunmaz. Sıfırın faz eğrisi $+\tan^{-1}0.1\omega$ dir ki bu $0.1\omega \ll 1$ için 0°dan başlayıp $0.1\omega \gg 1$ için $+90^\circ$ ye kadar değişim gösteren ve kesim frekansında $+45^\circ$ olan arktanjant eğrisidir. İki kutup için ise faz eğrisi $-\tan^{-1}\omega$ ve $-\tan^{-1}0.02\omega$ şeklindedir. $-\tan^{-1}\omega$ terimi $\omega \ll 1$ için 0, $\omega \gg 1$ için -90° ve $\omega = 1 \text{ rad/s}$ kesim frekansında -45° olur. Diğer kutubun faz eğrisi ise, benzer bir yöntem ile çizilebilir. Tüm faz eğrileri ayrı ayrı Şekil 12.13a'da çizilmiştir.



(a)

**Şekil 12.13**

- (a) Örnek 13.3'te verilen transfer fonksiyonunun sıfır ve kutuplarının genlik ve faz bileşenleri.
- (b) Örnek 12.3'te verilen transfer fonksiyonu için Bode diyagramı.

Eş. (12.8) ve (12.9)'da ifade edildiği gibi transfer fonksiyonunun tam genlik ve faz değişimi terimlerin tek tek toplamı ile elde edilir. Bileşke eğri Şekil 12.13b'de verilmiştir. Dikkat ederseniz gerçek genlik eğrisi (sürekli çizgi ile gösterilmiştir) doğrular birleştirilerek elde edilen grafikten (kesikli çizgi), kesim frekanslarında 3dB ve kesim frekansının yarısında ve iki katı frekans değerlerinde ise 1dB sapma göstermektedir.

ÖRNEK

12.4

Aşağıdaki transfer fonksiyonunun Bode diyagramını çizelim:

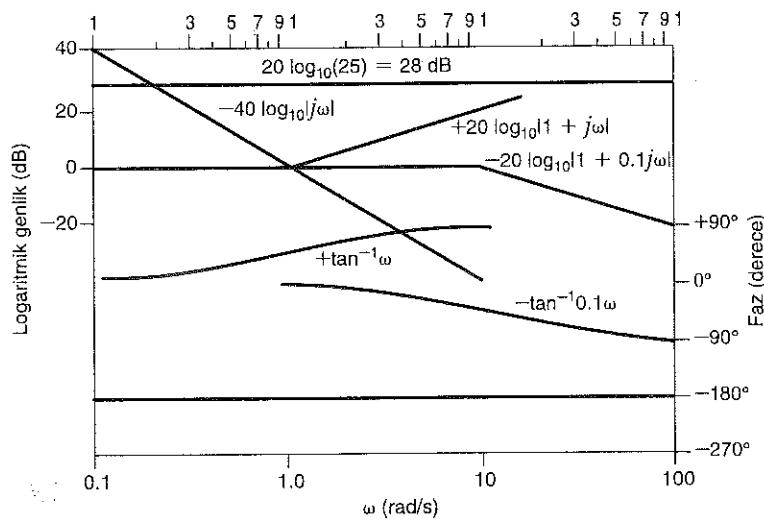
$$G_b(j\omega) = \frac{25(j\omega + 1)}{(j\omega)^2(0.1j\omega + 1)}$$

ÇÖZÜM Önceki çözümde olduğu gibi tüm terimlerin genlik ve faz eğrileri ayrı ayrı Şekil 12.14a'a çizilmiştir. -40 dB/decade eğimli doğru, orijindeki çift katlı kutup tarafından üretilmiştir.

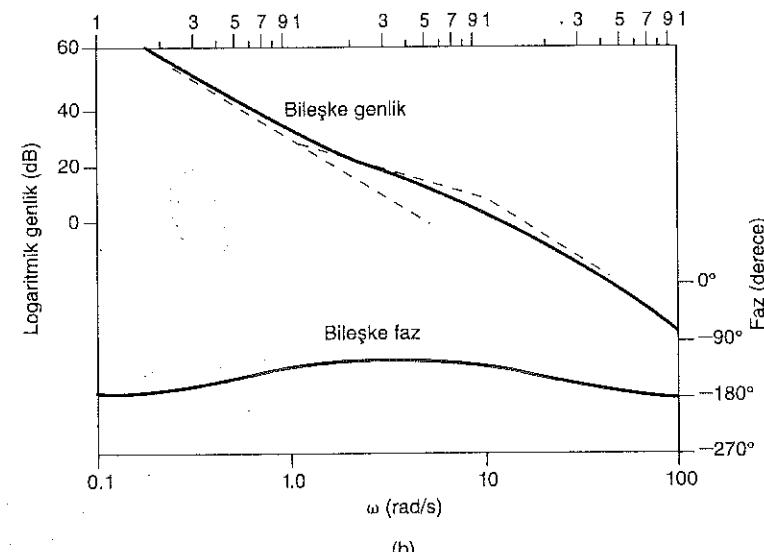
Şekil 12.14

(a) Örnek 12.4'te verilen transfer fonksiyonunun kutup ve sıfırlarının genlik ve faz bileşenleri.

(b) Örnek 12.4'te verilen transfer fonksiyonun Bode diyagramı.



(a)



(b)

Bu doğru $-40 \log_{10} \omega$ teriminin ω 'ya göre değişimini göstermekte olup $\omega = 1$ rad/s değerinde 0 dB noktasından geçer. Çift katlı kutup için faz açısı tüm frekanslarda -1800° dir. Diğer terimler ise Örnek 12.3'te olduğu gibi çizilmiştir.

Bileşke Bode diyagramının çizimi Şekil 12.14b'de gösterilmiştir. Burada da bileşke çizim daha önce yapıldığı gibi Şekil 12.14a'daki her bir çizimin birbirine eklenmesi ile elde edilmişdir. $\omega \ll 1$ olduğu frekanslar için genlik eğrisinin eğiminin -40 dB/decade olduğuna dikkat ediniz. Fonksiyonun sıfırı için kesim frekansı olan $\omega = 1$ rad/s değerinde genlik eğrisinin eğimi -20 dB/decade değerine düşer. Kutbun kesim frekansı olan $\omega = 10$ rad/s değerinde genlik eğrisinin eğimi tekrar -40 dB/decade değerine döner.

Bileşik faz eğrisi orijindeki çift katlı kutup dolayısı ile -180° değerinden başlar. Karşılaşılan ilk kesim frekansı bir sıfıra ait olduğundan faz eğrisi bu noktada -90° değerine doğru kayar. Ancak, bileşik faz -90° değerine ulaşmadan $\omega = 10$ rad/s kesim frekansına sahip kutup, faz eğrisini tekrar -180° değerine doğru geri kaydırır.

Örnek 12.4 $K_0/(j\omega)^N$ teriminin doğrudan çizimini mümkün kılan bir yöntemi göstermektedir. Bu yapıdaki terimler için, başlangıçtaki $-20N$ dB/decade değerindeki eğim 0 dB eksemini $(K_0)^{1/N}$ rad/s değerinde keser. Yani $-20 \log_{10}|K_0/(j\omega)^N| = 0$ dB ifadesi $K_0/(j\omega)^N = 1$ olduğu anlamına gelir ve dolayısı ile $\omega = (K_0)^{1/N}$ rad/s olur. Dikkat ederseniz Örnek 12.4'teki genlik eğrisinin uzantısı 0-dB ekseni $\omega = (25)^{1/2} = 5$ rad/s değerinde keser.

Benzer şekilde $K_0/(j\omega)^N$ yapısındaki terimler için, başlangıçtaki $+20N$ dB/decade değerindeki eğim, 0 dB ekseni $\omega = (1/K_0)^{1/N}$ rad/s değerinde keser. Yani $+20 \log_{10}|K_0/(j\omega)^N| = 0$ dB ifadesi $K_0/(j\omega)^N = 1$ olduğunu gösterir ve dolayısı ile $\omega = (1/K_0)^{1/N}$ rad/s olur.

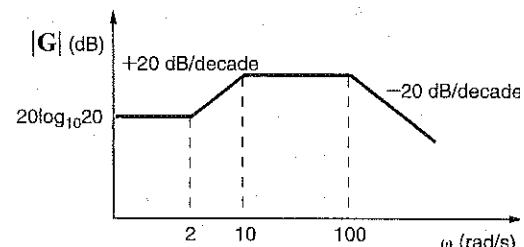
Yukarıda gösterdiğimiz kavramları kullanarak bir transfer fonksiyonunun logaritmik genlik karakteristiğini doğrudan tek bir adımda çizebiliriz.

Öğrendiklerinizi Sınayalım

$$\text{E12.4 } G(j\omega) = \frac{10^4(j\omega + 2)}{(j\omega + 10)(j\omega + 100)} \text{ transfer fonksiyonu için}$$

Bode grafiğinin genlik karakteristiğini çiziniz. Tüm kritik eğim ve noktaları işaretleyiniz.

YANIT:

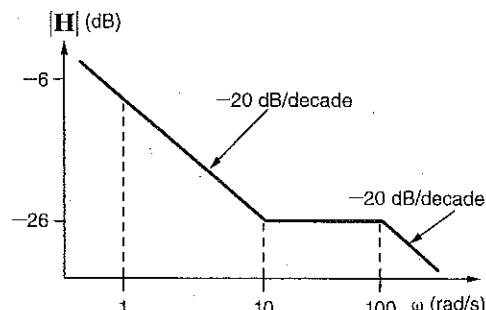


Şekil E12.4

$$\text{E12.5 } H(j\omega) = \frac{5(j\omega + 10)}{j\omega(j\omega + 100)} \text{ transfer fonksiyonu için Bode}$$

grafiğinin genlik karakteristiğini çiziniz.

YANIT:

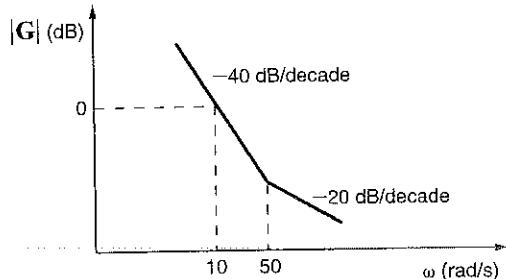


Şekil E12.5

E12.6 $G(j\omega) = \frac{100(0.02j\omega + 1)}{(j\omega)^2}$ transfer fonksiyonu için Bode

grafiğinin genlik karakteristiğini çiziniz. Tüm kritik eğim ve noktaları işaretleyiniz.

YANIT:

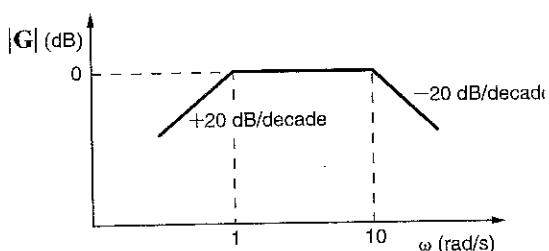


Şekil E12.6

E12.7 $G(j\omega) = \frac{10j\omega}{(j\omega + 1)(j\omega + 10)}$ transfer fonksiyonu için Bode

grafiğinin genlik karakteristiğini çiziniz.

YANIT:



Şekil E12.7

ÖRNEK

12.5

$G_v(j\omega) = \frac{25j\omega}{(j\omega + 0.5)[(j\omega)^2 + 4j\omega + 100]}$ transfer fonksiyonu için Bode diyagramını çizmek istiyoruz.

ÇÖZÜM Bu fonksiyonu standart yapıda ifade edersek

$$G_v(j\omega) = \frac{0.5j\omega}{(2j\omega + 1)[(\omega/10)^2 + j\omega/25 + 1]}$$

elde edilir. Bode diyagramı Şekil 12.15'te gösterilmiştir. $+20$ dB/decade değerindeki alçak frekans başlangıç eğimi orijindeki sıfırдан kaynaklanır ve bu eğim 0 dB eksenini $\omega = 1/K_0 = 2$ rad/s değerinde keser. $\omega = 0.5$ rad/s frekansında eğim, $\omega = 0.5$ rad/s frekan- sundaki kutbun varlığından dolayı, $+20$ dB/decade değerinden, 0 dB/decade değerine düşer. Karesel terim $\omega = 10$ rad/s (yani $\tau = 1/10$) değerinde bir merkez frekansa sahiptir. Dolayısı ile

$$2\zeta\tau = \frac{1}{25}$$

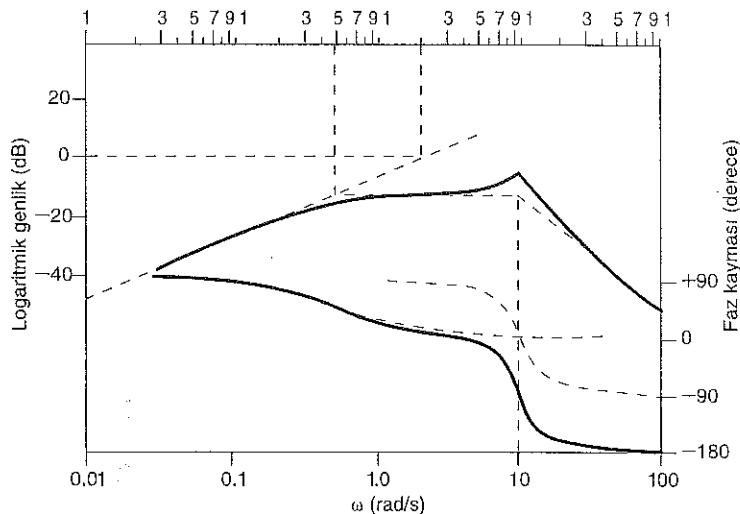
olduğundan

$$\tau = 0.1$$

ve dolayısıyla

$$\zeta = 0.2$$

elde edilir.



Şekil 12.15

Örnek 12.5'te kullanılan transfer fonksiyonu için Bode diyagramı.

Şekil 12.12a'daki $\zeta = 0.2$ sönümlü katsayılı eğri $\omega = 10$ rad/s merkez frekansında çizilerek transfer fonksiyonu için bileşke genlik eğrisinin çizimi tamamlanır.

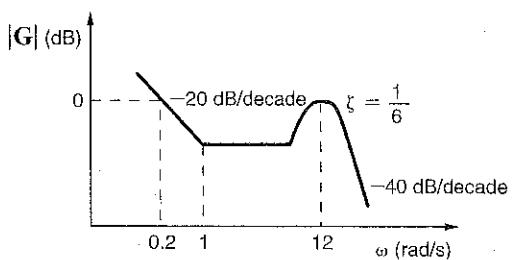
Başlangıçtaki düşük frekans eğimi orijindeki sıfırdan dolayı $+90^\circ$ olur. Bu eğri, basit kutbun faz eğrisi ve Şekil 12.12b'de karesel terim için tanımlanan faz eğrisi birleştirilerek toplam faz değişimi elde edilir.

Öğrendildiklerimizi Sinayalım

E12.8 Aşağıda verilen $G(j\omega)$ fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çizin ve tüm kritik eğim ve noktaları işaretleyiniz.

$$G(j\omega) = \frac{0.2(j\omega + 1)}{j\omega[(j\omega/12)^2 + j\omega/36 + 1]}$$

YANIT:



Şekil E12.8

BODE DİYAGRAMINDAN TRANSFER FONKSİYONUNU ELDE ETME Aşağıdaki örnek, transfer fonksiyonu elde etme sürecini göstermeye yardımcı olacaktır.

Şekil 12.16'da verilen genlik karakteristiğinin asimptotlarından hareket ile $G_v(j\omega)$ transfer fonksiyonunu elde etmek istiyoruz.

Başlangıç eğimi 0 dB/decade ve karakteristiğin seviyesi 20 dB olduğundan K_0 faktörü

ÖRNEK

ÇÖZÜM

12.6

$$20 \text{ dB} = 20 \log_{10} K_0$$

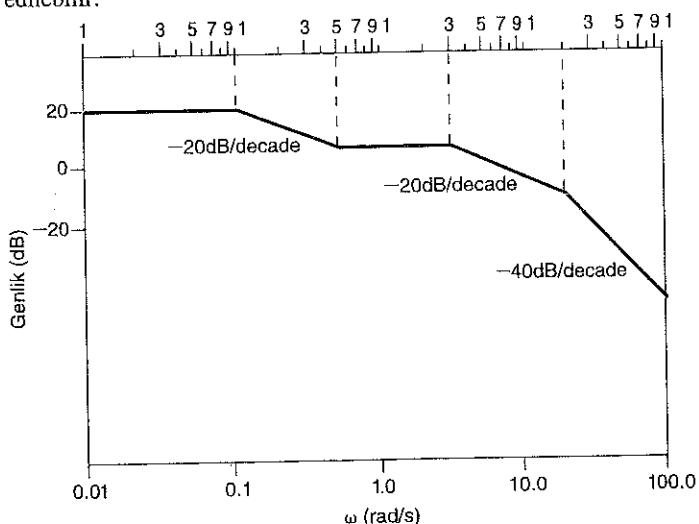
ifadesinden

$$K_0 = 10$$

olarak elde edilebilir.

Şekil 12.16

Örnek 12.6'da kullanılan sabit eğimli genlik grafiği.



$\omega = 0.1 \text{ rad/s}$ frekansında başlayan -20 dB/decade eğim, ilk kutbun, $\omega = 0.1 \text{ rad/s}$ frekansında olduğunu ve dolayısı ile paydadaki terimlerden birinin $(10j\omega + 1)$ olduğunu gösterir. $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$ frekansındaki $+20 \text{ dB/decade}'lik$ eğim değişimi $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$ kesim frekansına sahip bir sıfırın varlığını ve dolayısı ile payda $(2j\omega + 1)$ teriminin olduğuna işaret eder. $\omega = 2 \text{ rad/s}$ ve $\omega = 20 \text{ rad/s}$ frekanslarında iki ilave kutup mevcuttur. Dolayısı ile bileşik transfer fonksiyonu aşağıdaki şekildedir:

$$G_v(j\omega) = \frac{10(2j\omega + 1)}{(10j\omega + 1)(0.5j\omega + 1)(0.05j\omega + 1)}$$

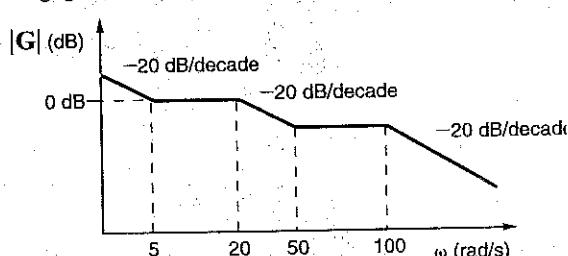
Bu çözümün her bir adımının devre tasarımında nasıl kullanılabileceğini düşününüz.

Öğrendiklerimizi Sınavalım

E12.9 Bir transfer fonksiyonunun, sabit eğimli parçalardan oluşturulan genlik karakteristiği Şekil E12.9'da gösterildiği gibi ise $G(j\omega)$ transfer fonksiyonunu belirtiniz.

YANIT:

$$G(j\omega) = \frac{5\left(\frac{j\omega}{5} + 1\right)\left(\frac{j\omega}{50} + 1\right)}{j\omega\left(\frac{j\omega}{20} + 1\right)\left(\frac{j\omega}{100} + 1\right)}$$

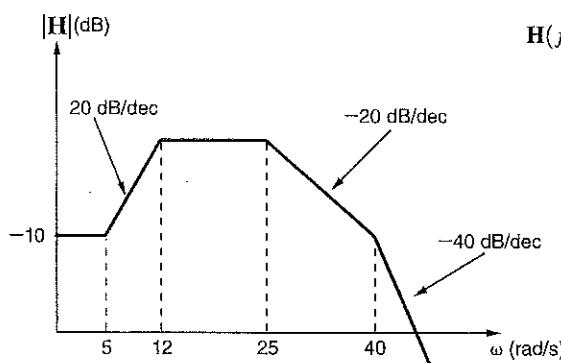


Şekil E12.9

E12.10 Genlik karakteristiği Şekil E12.10'da gösterildiği gibi ise $H(j\omega)$ fonksiyonunu bulunuz.

YANIT:

$$H(j\omega) = \frac{0.3162 \left(\frac{j\omega}{5} + 1 \right)}{\left(\frac{j\omega}{12} + 1 \right) \left(\frac{j\omega}{25} + 1 \right) \left(\frac{j\omega}{40} + 1 \right)}$$



Şekil E12.10

SERİ REZONANS Oldukça önemli bir frekans karakteristiğine sahip olan bir devre Şekil 12.17'de gösterilmektedir. Bu seri RLC devresi için giriş empedansı

$$Z(j\omega) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

12.3 Rezonans Devreleri

şeklindedir. Eğer

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

olar ise karmaşık terim sıfır olur. Bu denklemi sağlayan ω değeri

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

12.11

olar ve ω 'nın bu değerinde giriş empedansı

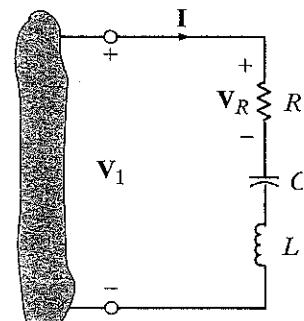
$$Z(j\omega_0) = R \quad 12.12$$

değerini alır. Devrenin empedansının tamamen omik olduğu bu ω_0 frekansı *rezonans frekansı* olarak adlandırılır ve devrenin bu frekansta *rezonansta olduğu* söylenir. Rezonans mühendislik tasarımda oldukça önemli bir unsurdur. Örneğin, bir otomobilin konum kontrolünü tasaranlayan mühendisler kontrol sisteminin frekansının, aracın kendi esneme (rezonans) frekansını uyarmadığına emin olmak zorundadırlar. Esneme frekansının uyarılması eğer kontrol edilmez ise aracın tamamen parçalanması ile sonuçlanabilecek bir gerinimin birikmesine neden olur.

Rezonans aynı zamanda üflemeli ve telli çalgıların zengin bir ses ve tona sahip olmasına da nedenidir.

Rezonans frekansında genlik ve akım aynı fazdadır ve dolayısı ile faz açısı sıfır ve güç faktörü bire eşittir. Rezonansta empedans minimumdur ve dolayısı ile akım, verilen gerilim için maksimum seviyesindedir. Şekil 12.18 seri RLC devresinin frekans tepkisini göstermektedir. Dikkat ederseniz düşük frekanslarda seri devrenin empedansında kapasitif terim baskındır. Yüksek frekanslarda ise empedans induktif terim tarafından belirlenir.

Resonans bir başka bakış açısı ile de - fazör gösterimi - ele alınabilir. Seri devrelerde akım tüm elemanlarda ortaktır. Dolayısı ile akım referans olarak kullanılır. Fazör gösterimi Şekil 12.19'da $\omega < \omega_0$, $\omega = \omega_0$, $\omega > \omega_0$ gibi üç farklı frekans için gösterilmiştir.



Şekil 12.17
Seri RLC devre

$\omega < \omega_0$ olduğunda $V_C > V_L$ olur, θ_Z negatiftir ve V_1 gerilimi akımın gerisindedir. Eğer $\omega = \omega_0$ ise $V_L = V_C$ olur, θ_Z sıfırdır ve V_1 akım ile aynı fazdadır. $\omega > \omega_0$ ise $V_L > V_C$ olur ve θ_Z pozitiftir. V_1 akımın önündedir.

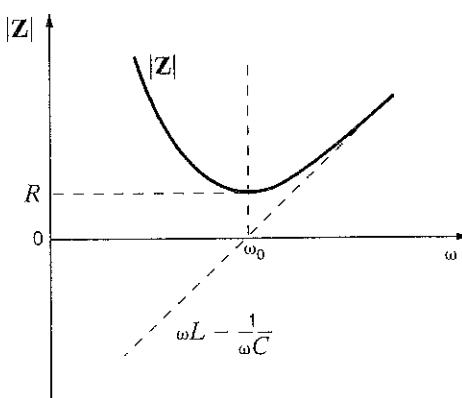
Kalite faktörü olarak bilinen ve Q ile gösterilen değişken seri RLC devresi için şu biçimde tanımlanır:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad 12.13$$

Q rezonans devrelerinde oldukça önemli bir çarpandır ve bu çarpanın kullanımı ilerleyen kısımlarda gösterilecektir.

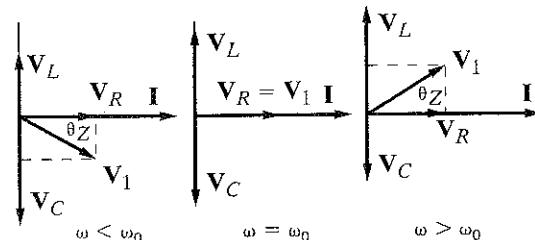
Şekil 12.18

Seri RLC devresinin frekans tepkisi.



Şekil 12.19

Seri RLC devresinin fazör gösterimi.



ÖRNEK

12.7

ÇÖZÜM Rezonans frekansı aşağıdaki ifadeden elde edilir:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(25)(10^{-3})(10)(10^{-6})}}$$

$$= 2000 \text{ rad/s}$$

Bu rezonans frekansında

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R} = 5/0^\circ \text{ A}$$

olur.

Dolayısı ile,

$$\mathbf{V}_R = (5 \angle 0^\circ)(2) = 10 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\mathbf{V}_L = j\omega_0 L I = 250 \angle 90^\circ \text{ V}$$

$$\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{I}}{j\omega_0 C} = 250 \angle -90^\circ \text{ V}$$

olur. İndüktör ve kapasitör üzerindeki gerilimin genliğinin, giriş gerilimine göre durumuna dikkat ediniz. Dahası bu gerilimlerin birbirine eşit ama 180° derece faz farkına sahip olduklarına dikkat ediniz. Dolayısı ile fazör gösterimi Şekil 12.19'da $\omega = \omega_0$ için gösterildiği gibidir. Eş. (12.13)'te elde edilen Q kalite faktörü

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{(2)(10^3)(25)(10^{-3})}{2} = 25$$

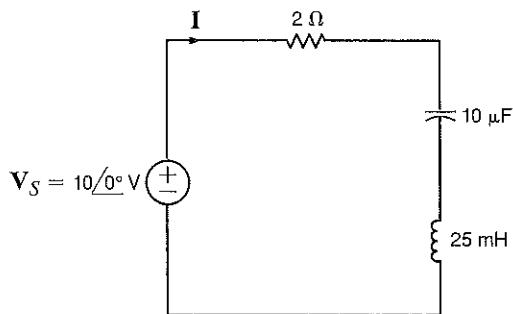
olur. İndüktör ve kapasitör üzerindeki gerilim Q cinsinden

$$|\mathbf{V}_L| = \omega_0 L |\mathbf{I}| = \frac{\omega_0 L}{R} |\mathbf{V}_S| = Q |\mathbf{V}_S|$$

ve

$$|\mathbf{V}_C| = \frac{|\mathbf{I}|}{\omega_0 C} = \frac{1}{\omega_0 C R} |\mathbf{V}_S| = Q |\mathbf{V}_S|$$

şeklinde yazılabilir. Bu analiz, verilen bir akım için indüktör ve kapasitör üzerinde, uygulanan geriliminin Q ile çarpımına eşit bir rezonans gerilim yükselmesi olduğunu göstermektedir.

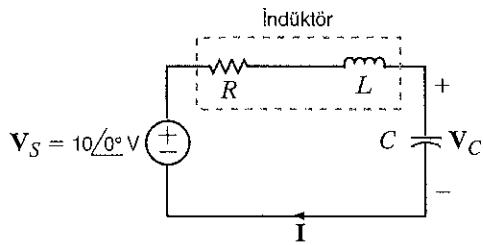


Şekil 12.20

Seri devreler.

Bir devre laboratuvarında, öğrencilerden 0.02H değerinde bir indüktör kullanarak $f = 1000\text{ Hz}$ freksansında rezonansa giren ve Q değeri 200 olan bir RLC devresi oluşturmaları istenir. Öğrencilerden biri devreyi Şekil 12.21'de gösterdiği gibi oluşturmuştur. Burada indüktörün iç direnci R ile gösterilmiştir.

Eğer rezonans oluşturmak için kullanılan kapasitör 300 V dayanma gerilimli yağ emdiyi bir kâğıt kapasitör ise devre parametrelerini bulalım ve kapasitörün bu şekilde seçilmiş olmasının etkilerini inceleyelim.



Şekil 12.21

RLC seri rezonans devresi

ÖRNEK

12.8

ÇÖZÜM

Öğrenci, 1000 Hz'de rezonans elde etmek için gerekli olan kapasitör değerini aşağıdaki ifadeden elde etmiştir:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Bu ifadeden

$$C = 1.27 \mu\text{F}$$

bulunur. Öğrenci 300 V'luk yağ emdirilmiş kâğıt kapasitör seçmiştir. Gerekli direnç değeri Q için verilen ifadeden hareket ile bulunur:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = 200$$

Bu durumda

$$R = 1.59 \Omega$$

olarak elde edilir. Rezonansta akım

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_s}{R}$$

veya

$$\mathbf{I} = 6.28 / 0^\circ \text{ A}$$

olacaktır. Ancak, öğrenci devreyi tamamladığında akımının sadece

$$\mathbf{I} \sim 1 / 0^\circ \text{ mA}$$

olduğunu görmüştür.

Bu ölçüm, açık bir şekilde kaynak tarafından görülen empedansın 1.59Ω yerine $10 \text{ k}\Omega$ direnç değerinde olduğunu gösterir ki bu oldukça büyük bir sapmadır. Seçilen kapasitörün problemin kaynağı olduğu düşüncesi ile öğrenci kapasitör geriliminin ne olması gerektiğini hesaplaşın. Tasarlandığı gibi olsa idi rezonansta

$$\mathbf{V}_c = \frac{\mathbf{V}_s}{R} \left(\frac{1}{j\omega C} \right) = Q \mathbf{V}_s$$

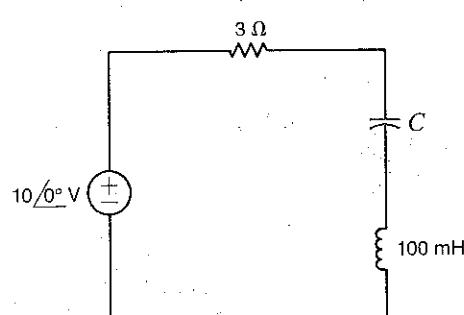
veya

$$\mathbf{V}_c = 2000 / -90^\circ \text{ V}$$

olurdu ki bu değer kapasitörün dayanma geriliminin 6 katı büyüklüğe sahiptir. Bu aşırı gerilim kapasitörü bozmuştur ve dolayısı ile devre düzgün çalışmamaktadır. Yeni bir kapasitör seçildiğinde ve kaynak gerilimi 10'da birine düşürüldüğünde devre tasarlandığı gibi yüksek bir Q devresi olarak çalışır.

Öğrendiklerimizi Sınavalım

E12.11 Şekil E12.11'de verilen devreyi 180° rad/s frekansında rezonansa sokacak C değerini **YANIT: $C = 3.09 \mu\text{F}$** bulunuz.



Şekil E12.11

E12.12 Şekil E12.12'de verilen devrenin Q değerini ve kapasitör üzerindeki gerilimin genliğini bulunuz.

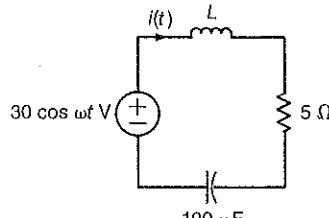
YANIT:

$$Q = 60, |V_C| = 600 \text{ V.}$$

E12.13 Şekil E12.13'te verilen devrenin rezonans frekansı 10.000 rad/s ise L değerini bulunuz. Ayrıca akımı rezonans frekansında, $\omega_0/3$ ve $3\omega_0$ frekanslarında hesaplayınız.

YANIT:

$$\begin{aligned} L &= 100 \mu\text{H}; 6 \cos 10,000t \text{ A}, \\ &5.294 \cos (3,333t + 28.07^\circ) \text{ A}, \\ &5.294 \cos (30,000t - 28.07^\circ) \text{ A}. \end{aligned}$$



Şekil E12.13

Şimdi Şekil 12.17'de verilen devrede V_R/V_1 oranı için Q , ω ve ω_0 cinsinden genel bir ifade geliştirelim. Eş. (12.10) ile verilen empedans kullanılarak admitans ifadesi elde edilebilir:

$$\begin{aligned} Y(j\omega) &= \frac{1}{R[1 + j(1/R)(\omega L - 1/\omega C)]} \\ &= \frac{1}{R[1 + j(\omega L/R - 1/\omega CR)]} \\ &= \frac{1}{R[1 + jQ(\omega L/RQ - 1/\omega CRQ)]} \end{aligned} \quad 12.14$$

Eş. (12.14), $Q = \omega_0 L / R = 1/\omega_0 C R$ olduğundan hareket ile

$$Y(j\omega) = \frac{1}{R[1 + jQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)]} \quad 12.15$$

formunu alır. $I = YV_1$ ve direnç üzerindeki gerilim $V_R = IR$ olduğundan bu durumda

$$\frac{V_R}{V_1} = G_v(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)} \quad 12.16$$

olur. Bu transfer fonksiyonunun genlik ve faz bileşenleri şu biçimindedir:

$$M(\omega) = \frac{1}{[1 + Q^2(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)^2]^{1/2}} \quad 12.17$$

ve

$$\phi(\omega) = -\tan^{-1} Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad 12.18$$

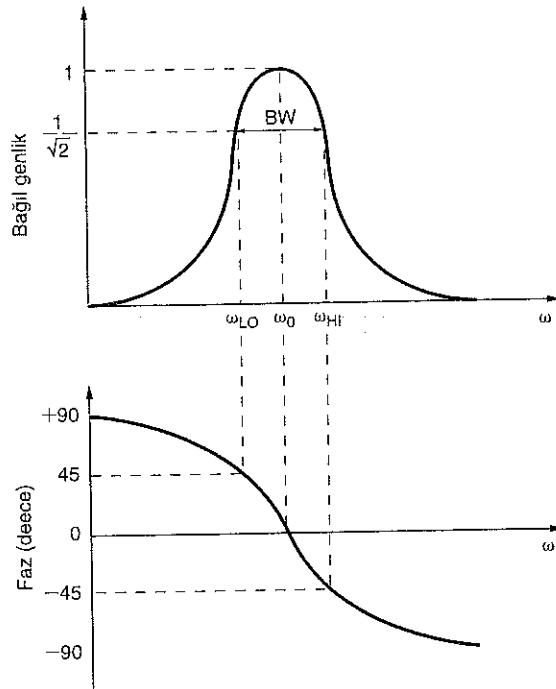
Bu fonksiyonlar için çizimler Şekil 12.22'de gösterilmiştir. Dikkat edilirse devre bir bant geçiren sütgeç yapısındadır. Bant genişliği yarım-güç frekansları arasındaki fark olarak tanımlanmıştır. Güç genliğinin karesi ile orantılı olduğundan, genlik değeri $M(\omega) = 1/\sqrt{2}$ alınarak yarım-güç frekansları elde edilebilir. Yani

$$\left| \frac{1}{1 + jQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Dolayısı ile,

Şekil 12.22

Eş. (12.17) ve (12.18) için genlik ve faz eğrileri.



$$Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = \pm 1 \quad 12.19$$

olur. Bu denklemi çözerek dört frekans değeri elde ederiz:

$$\omega = \pm \frac{\omega_0}{2Q} \pm \omega_0 \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} \quad 12.20$$

Sadece pozitif değerleri alarak

$$\begin{aligned} \omega_{LO} &= \omega_0 \left[-\frac{1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} \right] \\ \omega_{HI} &= \omega_0 \left[\frac{1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} \right] \end{aligned} \quad 12.21$$

[ipucu]

Yarım-güç frekansları ve bunların ω_0 ve Q terimlerine bağımlılıkları bu denklemlerde ifade edilmiştir.

[ipucu]

Bant genişliği, yarı-güç frekanslarının arasındaki farktır ve ω_0 ve Q terimlerinin bir fonksiyonudur.

elde edilir. Bu iki frekansın farkı Şekil 12.22'de gösterilen bandın genişliğini verir:

$$BW = \omega_{HI} - \omega_{LO} = \frac{\omega_0}{Q} \quad 12.22$$

Bu iki denklemi çarparak

$$\omega_0^2 = \omega_{LO}\omega_{HI} \quad 12.23$$

elde edilir ki bu sonuç rezonans frekansının, her iki yarı-güç frekansının geometrik ortalaması olduğunu gösterir. Yarım-güç frekanslarının, logaritmik genlik eğrisinin maksimum değerinin 3 dB düşüğü noktalar olduğunu hatırlayınız. Dolayısı ile 3-dB frekansları arasındaki fark, yani bant genişliği, genellikle 3-dB bant genişliği olarak bilinir.

Öğrendiklerimizi Sınavalım

E12.14 Şekil E12.11'de verilen devre için her iki yarı-güç frekanslarını ve devrenin bant genişliğini hesaplayınız.

YANIT:
 $L = 100 \mu\text{H}$; $6 \cos 10,000t \text{ A}$,
 $5.294 \cos (3,333t + 28.07^\circ) \text{ A}$,
 $5.294 \cos (30,000t - 28.07^\circ) \text{ A}$.

Eş. (12.13) Q 'nun R 'ye bağımlılığını göstermektedir. Yüksek Q 'lu bir seri devrede R küçük bir değere sahiptir.

Eş. (12.22) bant genişliğinin Q ile ters orantılı olduğunu göstermektedir. Bundan dolayı devrenin frekans seçiciliği Q değeri tarafından belirlenir. Yüksek Q değerli bir devre küçük bir bant genişliğine sahiptir ve dolayısı ile oldukça seçicidir. Q değerinin devrenin frekans seçiciliğini nasıl etkilediği Şekil 12.23'te grafiksel olarak gösterilmektedir. Dolayısı ile geniş bir frekans aralığına sahip bir işaret, yüksek Q 'lu bir devreden geçirilir ise, yalnızca devrenin bant genişliği içerisindeki frekans bileşenleri zayıflatılmayacaktır. Yani devre bir bant geçiren stügeç olarak davranışacaktır.

Q , seri rezonans devresinin enerji analizi ile ortaya konulabilecek, çok daha geniş bir anlamına sahiptir. Şekil 12.24'te gösterildiği gibi seri bir RLC devresini rezonans frekansında uyalalım. RLC devresinin empedansının rezonans frekansında sadece R 'ye eşit olduğunu hatırlayınız. Bundan dolayı, akım $i(t) = (V_m/R)\cos \omega_0 t \text{ A}$ olur. Kapasitör gerilimi

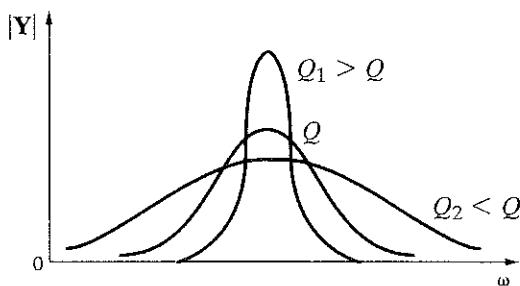
$$V_C = \frac{1}{j\omega_0 C} I = \frac{1}{j\omega_0 C} \frac{V_m}{R} / 0^\circ = \frac{V_m}{\omega_0 RC} / -90^\circ \quad 12.24$$

ve $v_C(t) = \frac{V_m}{\omega_0 RC} \cos(\omega_0 t - 90^\circ) = \frac{V_m}{\omega_0 RC} \sin \omega_0 t \text{ volt olur}$. Bölüm 6'dan hatırlarsanız bir induktörde depolanan enerji $(1/2)Li^2$ ve kapasitörde depolanan enerji $(1/2)Cv^2$ olur; Dolayısıyla induktör için

$$w_L(t) = \frac{1}{2} Li^2(t) = \frac{1}{2} L \left(\frac{V_m}{R} \cos \omega_0 t \right)^2 = \frac{V_m^2 L}{2R^2} \cos^2 \omega_0 t \text{ J} \quad 12.25$$

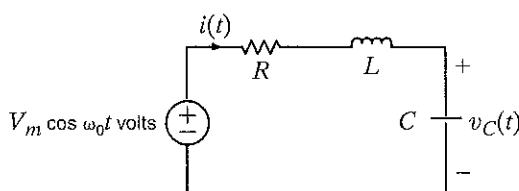
ve kapasitör için:

$$w_C(t) = \frac{1}{2} Cv_C^2(t) = \frac{1}{2} C \left(\frac{V_m}{\omega_0 RC} \sin \omega_0 t \right)^2 = \frac{V_m^2}{2\omega_0^2 R^2 C} \sin^2 \omega_0 t \text{ J} \quad 12.26$$



Şekil 12.23

Q 'nın bir fonksiyonu olarak devrenin frekans tepkisi.



Şekil 12.24

Rezonans frekansında uyarılan RLC seri devresi.

Rezonans frekansında $\omega_0^2 = 1/LC$ olur ve dolayısı ile kapasitörde depolanan enerji

$$w_C(t) = \frac{V_m^2}{2\left(\frac{1}{LC}\right)R^2} \sin^2 \omega_0 t = \frac{V_m^2 L}{2R^2} \sin^2 \omega_0 t \text{ J} \quad 12.27$$

şeklinde yazılabilir. Devrede depolanan toplam enerji $w_L(t) + w_C(t) = \frac{V_m^2 L}{2R^2} (\cos^2 \omega_0 t + \sin^2 \omega_0 t)$ olur. Trigonometriden $\cos^2 \omega_0 t + \sin^2 \omega_0 t = 1$ olduğunu biliyoruz. Dolayısı ile depolanan toplam enerji sabittir:

$$\frac{V_m^2 L}{2R^2} \text{ J}$$

Devrede depolanan enerjinin bir sabit olduğunu belirledikten sonra indüktör ve kapasitörde depolanan enerjiyi inceleyelim. Şekil 12.25'te her bir elemanda iki periyot içerisinde depollanmış enerjinin normalize değeri gösterilmektedir. Eş. (12.25) ve (12.27) normalize enerjiyi elde etmek için $\frac{V_m^2 L}{2R^2}$ değerine bölünmüştür. Devre rezonansta iken indüktörün

manyetik alan ile kapasitörün elektrik alanı arasında sürekli bir enerji alışverişi vardır. Bu enerji değişimi bir sarkacın hareketi gibidir. Indüktörde depolanan enerji bir maksimum değerden başlar, sıfır düşer ve daha sonra tekrar maksimum değerine döner. Kapasitörde depolanan enerji sıfır değerinden başlar, maksimum değere yükselir ve sonra tekrar sıfır düşer. Dikkat ederseniz indüktörde depolanan enerji maksimum değerinde iken kapasitörde depolanan enerji sıfır olur. İlk yarı döngüde, kapasitör, indüktörün verdiği enerjiyi hızla emer. İkinci yarı döngüde ise bunun tersi olur. Her bir elemanda depolanan enerji sürekli değişim gösterse de devrede depolanan enerji sabittir ve dolayısı ile zaman ile değişim göstermez.

Bir RLC devrede depolanan maksimum enerji $W_S = \frac{V_m^2 L}{2R^2}$, dir. Şimdi, bu seri rezonans devresinde her bir döngüde harcanan enerjiyi hesaplayalım. Bu enerji

$$W_D = \int_0^T p_R dt = \int_0^T i^2(t)R dt = \int_0^T \left(\frac{V_m}{R} \cos^2 \omega_0 t\right)^2 R dt = \frac{V_m^2 T}{2R} \quad 12.28$$

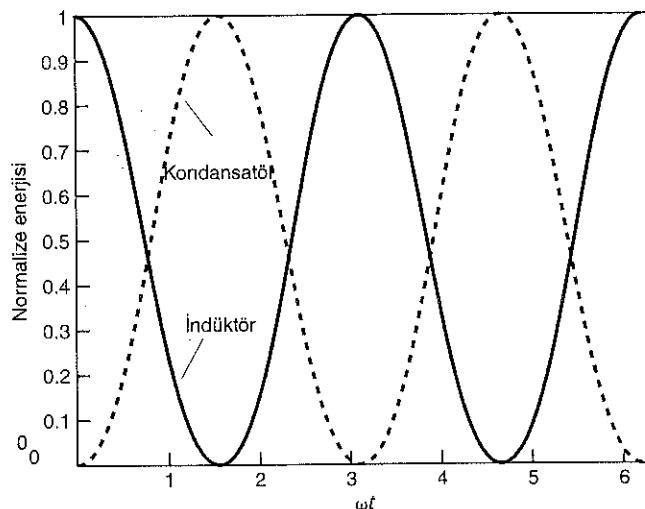
olur. W_S 'nin W_D 'ye oranı

$$\frac{W_S}{W_D} = \frac{\frac{V_m^2 L}{2R^2}}{\frac{V_m^2 T}{2R}} = \frac{L}{RT} = \frac{L}{R \frac{2\pi}{\omega_0}} = \frac{\omega_0 L}{R(2\pi)} \quad 12.29$$

şeklindedir.

Şekil 12.25

Bir rezonans devresinde enerji transferi.



Bu bölümün başlangıcında Q , $\omega_0 L / R$ olarak tanımlanmıştır. Dolayısı ile yukarıdaki denklem

$$Q = 2\pi \frac{W_S}{W_D} \quad 12.30$$

olarak yazılabilir. Bu Q ifadesinin önemi, onun akustik, elektrik ve mekanik sistemlere uygunlanabilirliğinden kaynaklanmaktadır. Dolayısı ile bu ifade Q için genellikle tanım ifadesi olarak kullanılır.

$R = 2 \Omega$, $L = 2 \text{ mH}$ ve $C = 5 \mu\text{F}$ değerine sahip bir seri devrede rezonans frekansını, kalite faktörünü ve devrenin bant genişliğini belirlemek istiyoruz. Sonra R değeri 2Ω değerinden 0.2Ω değerine düştüğünde Q değerindeki değişimini belirleyeceğiz.

ÖRNEK 12.9

Ek. (12.11)'i kullanarak

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{[(2)(10^{-3})(5)(10^{-6})]^{1/2}} \\ &= 10^4 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

elde edilir ve dolayısı ile rezonans frekansı $10^4 / 2\pi = 1592 \text{ Hz}$ olur.

Kalite faktörü

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{(10^4)(2)(10^{-3})}{2} \\ &= 10 \end{aligned}$$

ve bant genişliği

$$\begin{aligned} \text{BW} &= \frac{\omega_0}{Q} = \frac{10^4}{10} \\ &= 10^3 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

şeklindedir. Eğer R değeri $R = 0.2 \Omega$ olacak şekilde değişir ise Q 'nun yeni değeri 100 ve yeni bant genişliği 102 rad/s olur.

ÇÖZÜM

Öğrendiklerimiz Sınavımı

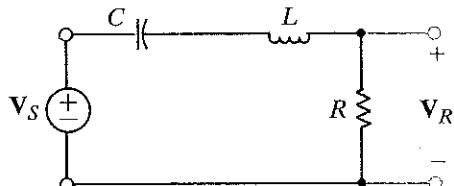
E12.15 Bir seri devre $R = 2 \Omega$, $L = 40 \text{ mH}$ ve $C = 100 \mu\text{F}$ elemanlarından oluşmaktadır. Bu devrenin bant genişliğini ve rezonans frekansını bulunuz.

YANIT: $\text{BW} = 50 \text{ rad/s}$;
 $\omega_0 = 500 \text{ rad/s}$.

E12.16 Bir RLC devresi aşağıdaki özelliklere sahiptir. $R = 4 \Omega$, $\omega_0 = 4000 \text{ rad/s}$ ve $\text{BW} = 100 \text{ rad/s}$. L ve C değerlerini belirleyiniz.

YANIT: $L = 40 \text{ mH}$;
 $C = 1.56 \mu\text{F}$.

Şekil 12.26'da gösterilen devrenin R , L ve C değerlerini öyle belirlemek istiyoruz ki devre 1000 rad/s rezonans frekansına ve 100 rad/s bant genişliğine sahip bir bant geçiren devre olarak çalışsin.



ÖRNEK 12.10

Şekil 12.26
Seri RLC devresi.

ÇÖZÜM

Devre için gerilim kazancı

$$G_v(j\omega) = \frac{(R/L)j\omega}{(j\omega)^2 + (R/L)j\omega + 1/LC}$$

şeklindedir. Dolayısı ile,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ve $\omega_0 = 10^3$ olduğundan

$$\frac{1}{LC} = 10^6$$

olur. Bant genişliği

$$BW = \frac{\omega_0}{Q}$$

olduğundan

$$Q = \frac{\omega_0}{BW} = \frac{1000}{100} = 10$$

elde edilir. Ancak,

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$

olduğundan,

$$\frac{1000L}{R} = 10$$

olarak bulunur. Dikkat ederseniz şu an bilinmeyen üç devre parametresi R , L ve C için, sadece iki denklem sahip duruyoruz. Bundan dolayı, $C = 1 \mu F$ seçilerek

$$L = \frac{1}{10^6 C} = 1 \text{ H}$$

ve

$$\frac{1000(1)}{R} = 10$$

$$R = 100 \Omega$$

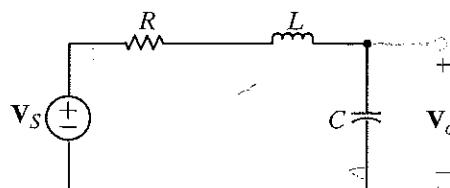
sonucunu elde ederiz. Dolayısı ise $R = 100 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$ ve $C = 1 \mu F$ parametreleri istenilen devre karakteristiklerini üretecektir.

12.7 ve 12.8 örneklerinde bir seri rezonans devresinde kapasitor ve induktör üzerindeki gerilimin oldukça yüksek olabileceğini gördük. Gerçekten de bu değer, kaynak geriliminin genliğinin Q katına eşittir. Bu durumu aklımızda tutarak Şekil 12.27'de gösterilen devreyi tekrar ele alalım. Bu devre için çıkış gerilimi şu biçimdedir:

$$V_o = \left(\frac{1/j\omega C}{R + j\omega L + 1/j\omega C} \right) V_s$$

Şekil 12.27

Seri rezonans devresi.



Bu ifade

$$\mathbf{V}_o = \frac{\mathbf{V}_s}{1 - \omega^2 LC + j\omega CR}$$

şeklinde yazılabilir. Bu gerilimin genliği

$$|\mathbf{V}_o| = \frac{|\mathbf{V}_s|}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2}} \quad 12.31$$

olarak ifade edilebilir. Yukarıdaki inceleme çerçevesinde, çıkış geriliminin maksimum değerinin ω_0 rezonans frekansında görüleceğini düşünülebilir. Bu kabullenin doğru olup olmadığını görelim. $|\mathbf{V}_o|$ değerinin maksimum olduğu frekans

$$\frac{d|\mathbf{V}_o|}{d\omega} = 0 \quad 12.32$$

koşulunu sağlayan sıfırdan farklı bir ω değeridir. Eğer yukarıdaki türev işlemini gerçekleştirir ve denklemi çözersek

$$\omega_{\max} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L}\right)^2} \quad 12.33$$

elde edilir. $\omega_0^2 = 1/LC$ ve $Q = \omega_0 L/R$ bağıntılarını kullanarak ω_{\max} için bulunan ifade

$$\begin{aligned} \omega_{\max} &= \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2} \\ &= \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \end{aligned} \quad 12.34$$

şeklinde gösterilebilir. Açıka görüleceği gibi $\omega_{\max} \neq \omega_0$. Ancak, eğer Q yüksek ise ω_{\max} , ω_0 değerine oldukça yaklaşır. Ayrıca eğer Eş. (12.34), Eş. (12.31) içine yerleştirilir ve $\omega_0^2 = 1/LCQ$ ve $\omega_0^2 C^2 R^2 = 1/Q^2$ bağıntıları kullanılır ise

$$|\mathbf{V}_o|_{\max} = \frac{Q|\mathbf{V}_s|}{\sqrt{1 - 1/4Q^2}} \quad 12.35$$

bulunur. Yine eğer devre yüksek bir Q değerine sahip ise $|\mathbf{V}_o|_{\max} \approx Q|\mathbf{V}_s|$ olduğu görülebilir.

Şekil 12.27'de verilen devrede eğer $L = 50$ mH ve $C = 5$ μ F ise $R = 50$ Ω ve $R = 1$ Ω için ω_0 ve ω_{\max} frekanslarını belirleyiniz.

ÖRNEK

12.11

Devre parametreleri

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(5)(10^{-2})(5)(10^{-6})}} \\ &= 2000 \text{ rad/s} \end{aligned} \quad \text{ÇÖZÜM}$$

değerini verir. Eğer $R = 50$ Ω ise bu durumda

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\omega_0 L}{R} \\ &= \frac{(2000)(0.05)}{50} \\ &= 2 \end{aligned}$$

olur.

ve

$$\begin{aligned}\omega_{\max} &= \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \\ &= 2000 \sqrt{1 - \frac{1}{8}} \\ &= 1871 \text{ rad/s}\end{aligned}$$

bulunur. Eğer $R = 1 \Omega$ ise $Q = 100$ ve $\omega_{\max} = 2000 \text{ rad/s}$ olur.

Devrenin transfer fonksiyonunun frekans tepkisini $R = 50 \Omega$ ve $R = 1 \Omega$ değerleri için çizebiliriz. Transfer fonksiyonu $R = 50 \Omega$ için

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{2.5 \times 10^{-7}(j\omega)^2 + 2.5 \times 10^{-4}(j\omega) + 1}$$

ve $R = 1 \Omega$ için

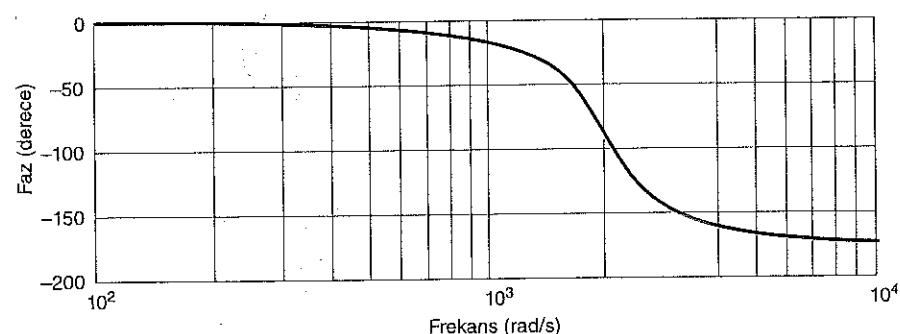
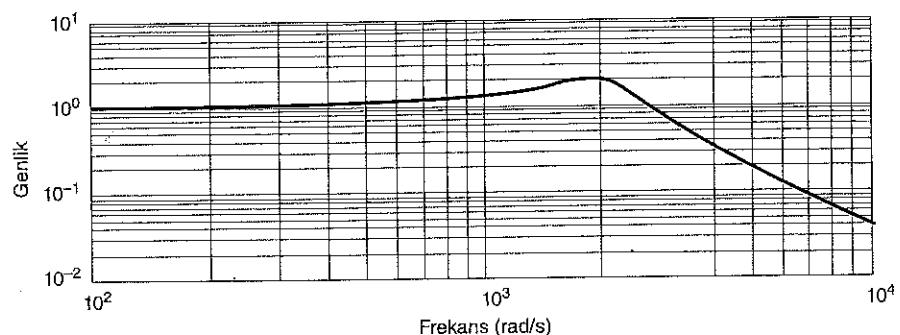
$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{2.5 \times 10^{-7}(j\omega)^2 + 5 \times 10^{-6}(j\omega) + 1}$$

olar. $R = 50 \Omega$ ve $R = 1 \Omega$ değerleri için devrenin genlik ve faz karakteristik Şekil 12.28a ve 12.28b'de gösterilmiştir.

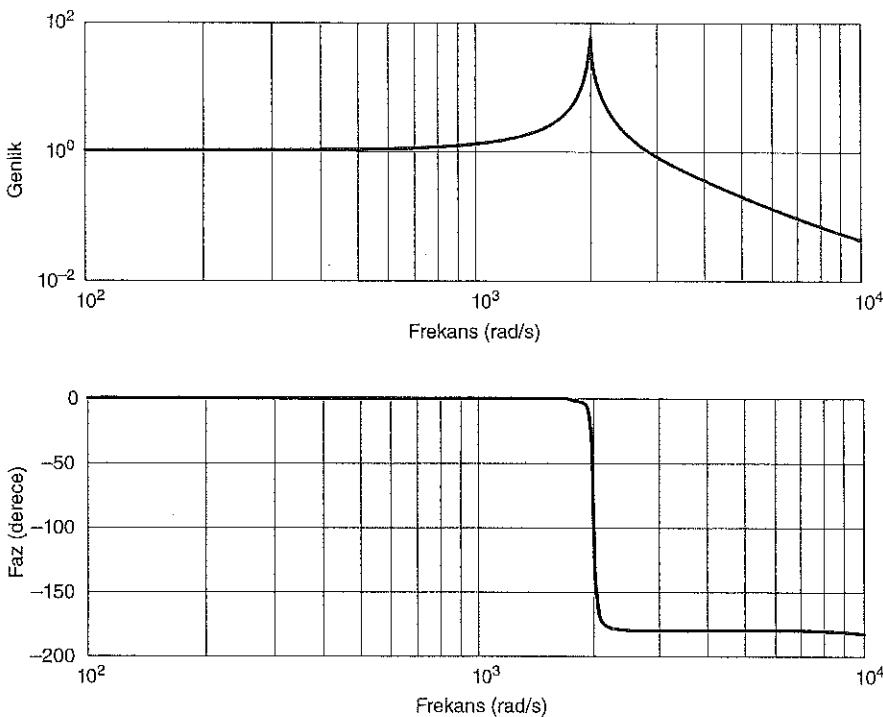
Dikkat ederseniz devrenin Q değeri küçük olduğunda frekans tepkisi seçicidir ve $\omega_0 \neq \omega_{\max}$ olur. Öte yandan Q büyük olduğunda frekans tepkisi çok seçicidir ve $\omega_0 \approx \omega_{\max}$ olur.

Şekil 12.28

Şekil 12.27'de verilen devre için (a) $R = 50 \Omega$ ve (b) $R = 1 \Omega$ için frekans tepkisi.



(a)



Şekil 12.28
(devam)

1 Temmuz 1940 yılında ABD'deki üçüncü en uzun köprü olan Takoma Narrow köprüsü Washington'da Puget Sound üzerinde trafiğe açıldı. 7 Kasım 1940'ta köprü 20. yüzyılda en çok bilinen yapısal hata sonucu çöktü. Köprünün çökmeden önce ileri – geri salınım yaparken görüntülenen resmi Şekil 12.29'da verilmektedir. Bu felaketi nitel olarak açıklayabilmek için inşaat mühendisleri ve yapı uzmanları seferber olmuş ve bunun için farklı açıklamalar öne sürülmüştür. Ancak, tüm açıklamalardaki ortak nokta, köprü üzerinde esen rüzgârin tüm yapının, köprünün parçalanmasıyla sonuçlanacak bir rezonansa girmesine neden olduğunuudur. Rüzgârın, köprünün doğal frekansına (0.2 Hz) yakın bir frekansta esmesi tüm yapıyı rezonansa sürükleyebilir. Dolayısı ile köprü ikinci dereceden bir sistem olarak modellenebilir. Köprünün dikey hareketini modelleyen bir RLC rezonans devresi tasarlayalım ve rüzgâr frekansının bu hareket üzerindeki etkisini inceleyelim.

Şekil 12.30'da gösterilen RLC devresi ikinci dereceden bir sistemdir. Burada $v_{in}(t)$ köprü yüzeyinin dikey sapmasına karşılık gelmektedir (1 volt = 1 foot). C , L , R_A ve R_B değerleri köprüden alınan veriden ve ölçek modellerinden aşağıdaki gibi elde edilebilir:

ÖRNEK
12.12

ÇÖZÜM

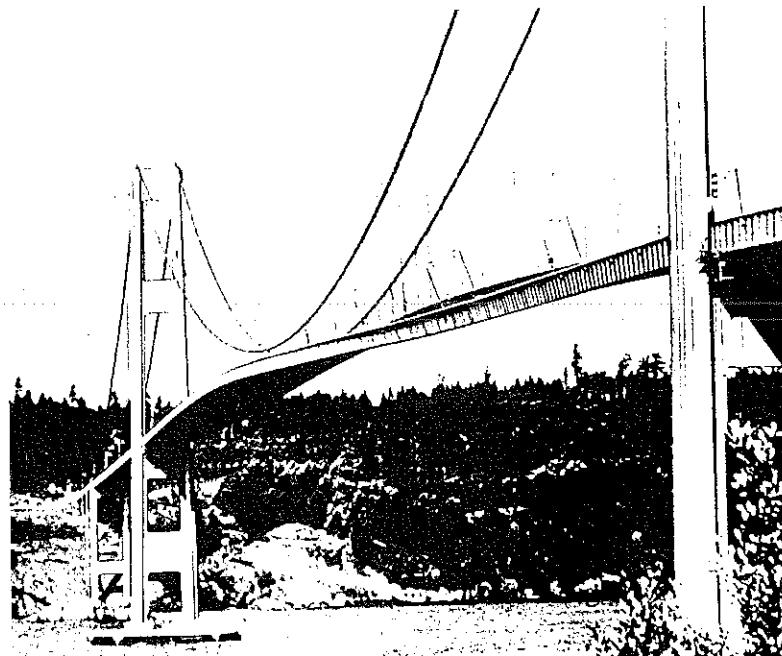
Çökme esnasında dikey sapma ≈ 4 feet

Çökme esnasında rüzgâr hızı ≈ 42 mil / saat (mph)

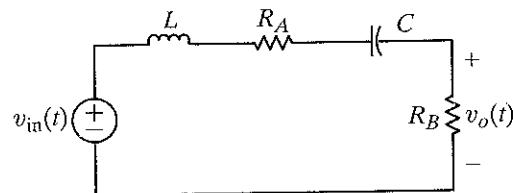
$$\text{Rezonans frekansı} = f_0 \approx 0.2 \text{ Hz}$$

Şekil 12.29

Tacoma Narrows köprüsü yıkılma anında.
(Washington Üniversitesi Kütüphaneleri, Özel koleksiyonlar, UW21413)

**Şekil 12.30**

Tacoma Narrows Köprü benzetimi için RLC rezonans devresi.



Çıktı gerilimi

$$V_o(j\omega) = \frac{j\omega \left(\frac{R_B}{L} \right) V_{in}(j\omega)}{-\omega^2 + j\omega \left(\frac{R_A + R_B}{L} \right) + \frac{1}{LC}}$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu ifadeden kolaylıkla aşağıdaki sonuçlar elde edilebilir:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi(0.2) \text{ rad/s}$$

$$2\zeta\omega_0 = \frac{R_A + R_B}{L}$$

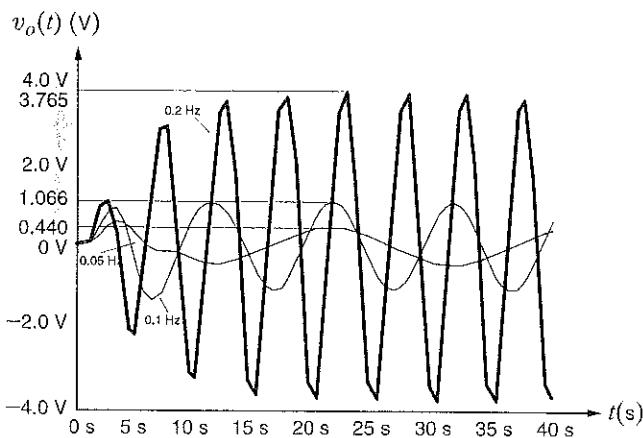
ve

$$\frac{V_o(j\omega_0)}{V_{in}(j\omega_0)} = \frac{R_B}{R_A + R_B} \approx \frac{4 \text{ feet}}{42 \text{ mph}}$$

$R_B = 1 \Omega$ ve $R_A = 9.5 \Omega$ şeklinde seçelim ζ değerine ilişkin bir bilgi olmadığı için, $L = 20 \text{ H}$ seçenek $\zeta = 0.209$ ve $Q = 2.39$ değerleri elde edilir ki bu değerler böylesi büyük yapı için makul görülmektedir. Yukarıda yapılan seçimler gözönüne alınarak gerekli kapasitor değeri $C = 31.66 \text{ mF}$ şeklinde olur. Bu devre değerleri kullanarak şimdi 42 mph hızındaki rüzgârı etkisinin benzetimini 0.05 Hz, 0.1 Hz ve 0.2 Hz frekanslarında AA analizi kullanarak gerçekleştirelim.

Sonuçlar Şekil 12.31'de gösterilmiştir. 0.05 Hz frekansında düşey sapma (1 ft/V) sadece 0.44 feet iken diğer yandan 0.1 Hz frekansında köprü yaklaşık 1.07 feet dalgalanma yapmaktadır. Son olarak 0.2 Hz'lik rezonans frekansında köprü 3.77 feet osilasyon yapmaktadır ki bu yıkıcı bir hatadır.

Aşında Tacoma Narrows köprüsü gibi oldukça karmaşık bir şeyi modellerken oldukça basit bir yaklaşım kullandık. Ancak, bu olayı Bölüm 14'te tekrar ele alacağız ve daha doğru bir model kullanarak inceleyeceğiz. (K. Y. Billah and R. H. Scalan, "Resonance, Tacoma Narrows Bridge Failure, and Undergraduate Physics Textbooks," American Journal of Physics, 1991, vol. 59, no. 2, pp. 118-124.).



Şekil 12.31

Tacoma Narrows Köprüsü için 0.05, 0.1 ve 0.2 frekanslarındaki rüzgâr ile simül edilmiş dikey sapma.

PARALEL REZONANS Şu ana kadar rezonans kavramını sunarken incelememizi seri rezonans devreleri ile kısıtladık. Tabii ki rezonans ve tüm ilgili kavramlar *RLC* elemanları paralel bağlandığında da geçerlidir. Gerçekten de paralel ve seri rezonans devreleri birçok benzerliğe sahiptir ve sadece birkaç farklılık gösterirler.

Şekil 12.32'de verilen devreyi ele alalım. \mathbf{I}_S kaynak akımı

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_S &= \mathbf{I}_G + \mathbf{I}_C + \mathbf{I}_L \\ &= \mathbf{V}_S G + j\omega C \mathbf{V}_S + \frac{\mathbf{V}_S}{j\omega L} \\ &= \mathbf{V}_S \left[G + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right]\end{aligned}$$

olarak ifade edilebilir. Devre rezonansta ise:

$$\mathbf{I}_S = G \mathbf{V}_S \quad 12.36$$

Paralel rezonans devreleri için giriş admintansı

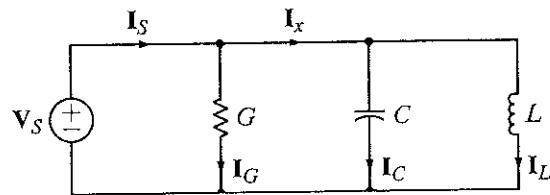
$$\mathbf{Y}(j\omega) = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \quad 12.37$$

ve paralel devrenin rezonanstanakı iletkenliği

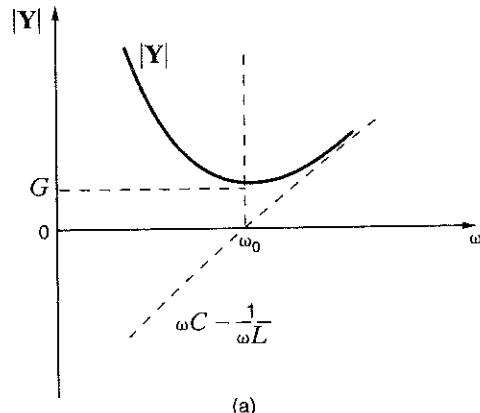
$$\mathbf{Y}(j\omega_0) = G \quad 12.38$$

olur. Yani tüm kaynak akımı direnç (veya G) üzerinden akacaktır. Bunun anlamı L veya C üzerinde bir akım olmadığı mudur? Kesinlikle hayır! \mathbf{I}_C ve \mathbf{I}_L genlik değerleri eşit fakat birbirlerine göre 180° faz farkına sahiptir. Bundan dolayı \mathbf{I}_x Şekil 12.32'de gösterildiği gibi sıfırdır. Ayrıca, eğer $G = 0$ ise kaynak akımı sıfır olur. Bu durumda meydana gelen aslında kapasitörün elektrik alanı ile induktörün manyetik alanı arasında enerji değişimidir. Birini yükseltirken diğeri azalmaktadır.

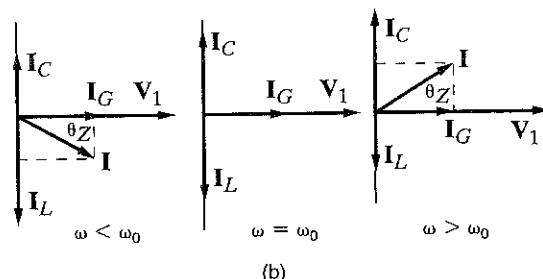
Şekil 12.32
Paralel RLC devresi.



Şekil 12.33
(a) admintansın frekansla
değişimi. (b) paralel rezonans
devresi için fazör
gösterimi.



(a)



(b)

Paralel rezonans devreleri için Şekil 12.32a'da verilen frekans tepkisinden aynı seri rezonans devrelerinde olduğu gibi, admitansın düşük frekanslarda induktif terim tarafından, yüksek frekanslarda ise kapasitif terim tarafından belirlendiğini görmekteyiz. Yine benzer şekilde paralel devreler için Şekil 12.32b'de verilen fazör diyagramı, seri devrelerin fazör diyagramları ile oldukça benzerlikler göstermektedir. $\omega < \omega_0$ için empedans faz açısı θ_Z pozitiftir ki bu, paralel devrelerde düşük frekanslarda induktörün baskın olduğunu gösterir. $\omega > \omega_0$ için ise θ_Z negatiftir ve kapasitör baskındır.

Rezonansın Şekil 12.22'deki genel tanımı paralel rezonans devresine uygulandığında ilginç bir sonuç elde edilir:

$$Q = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{1}{G\omega_0 L} = R\omega_0 C = \frac{\omega_0 C}{G} \quad 12.39$$

Bu sonuç seri rezonans devreleri için elde edilen Q ifadesinin tersidir. Ancak, paralel durumda RLC akımları içe seri durumlara benzer şekilde davranışından

$$|I_C| = Q|I_S \quad 12.40$$

ve

$|I_L| = Q|I_S$

olur.

Şekil 12.32'deki devre aşağıdaki parametrelere sahiptir:

$$\begin{aligned} V_s &= 120 / 0^\circ \text{ V}, & G &= 0.01 \text{ S}, \\ C &= 600 \mu\text{F} \quad \text{ve} & L &= 120 \text{ mH} \end{aligned}$$

Eğer kaynak devrenin rezonans frekansında bir frekansa sahip ise tüm kol akımlarını hesaplayınız.

Devre için rezonans frekansı

**ÖRNEK
12.13**

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(120)(10^{-3})(600)(10^{-6})}} \\ &= 117.85 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

olur. Bu frekansta

$$Y_C = j\omega_0 C = j7.07 \times 10^{-2} \text{ S}$$

ve

$$Y_L = -j\left(\frac{1}{\omega_0 L}\right) = -j7.07 \times 10^{-2} \text{ S}$$

şeklindedir. Kol akımları bu durumda

$$\begin{aligned} I_G &= GV_s = 1.2 / 0^\circ \text{ A} \\ I_C &= Y_C V_s = 8.49 / 90^\circ \text{ A} \\ I_L &= Y_L V_s = 8.49 / -90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} I_s &= I_G + I_C + I_L \\ &= I_G = 1.2 / 0^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

olur. Analizin ortaya koyduğu gibi, kaynak sadece direnç üzerindeki kayıpları karşılayacak kadar akım tıretir. Ayrıca, kaynak gerilimi ve akım aynı fazdadır ve bundan dolayı güç kat sayısı bire eşittir.

ÇÖZÜM

Şekil 12.34'te verilen paralel *RLC* devresini ele alarak

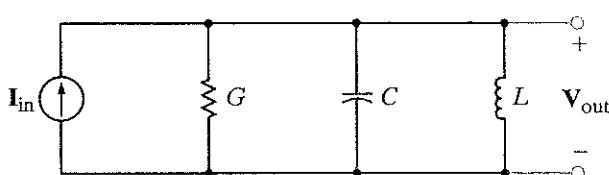
**ÖRNEK
12.14**

- V_{out}/I_{in} transfer fonksiyonu için rezonans frekansı, yarım-güç frekansı, bant genişliği ve kalite faktörü ifadelerini devre parametreleri R , L ve C cinsinden elde ediniz.
- a-şıkkında bulunan büyüklükleri $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 10 \text{ mH}$ ve $C = 100 \mu\text{F}$ için hesaplayınız.

- a. Çıkış gerilimi şu biçimde ifade edilebilir:

$$V_{out} = \frac{I_{in}}{Y_T}$$

ÇÖZÜM



Şekil 12.34
Örnek 12.14'te
kullanılan devre.

Dolayısı ile transfer fonksiyonunun genliği

$$\left| \frac{V_{out}}{I_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{(1/R^2) + (\omega C - 1/\omega L)^2}}$$

şeklinde ifade edilebilir. Transfer fonksiyonu rezonans frekansında maksimum değere sahiptir.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad 12.41$$

ve bu frekansta

$$\left| \frac{V_{out}}{I_{in}} \right|_{max} = R \quad 12.42$$

olur. Daha önce gösterildiği gibi, yarım-güç frekansında genlik maksimum değerinin $1/\sqrt{2}$ 'sine eşittir ve dolayısı ile yarım-güç frekansı

$$\frac{1}{\sqrt{(1/R^2) + (\omega C - 1/\omega L)^2}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

ifadesinden elde edilebilir. Bu denklemi çözerek ve sadece pozitif ω değerini alarak

$$\omega_{LO} = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\frac{1}{(2RC)^2} + \frac{1}{LC}} \quad 12.43$$

ve

$$\omega_{HI} = \frac{1}{2RC} + \sqrt{\frac{1}{(2RC)^2} + \frac{1}{LC}} \quad 12.44$$

elde edilir. Bu iki yarı-güç frekanslarını birbirinden çıkartarak bant genişliğini

$$\begin{aligned} BW &= \omega_{HI} - \omega_{LO} \\ &= \frac{1}{RC} \end{aligned} \quad 12.45$$

birimde elde edilir. Dolayısı ile kalite faktörü

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\omega_0}{BW} \\ &= \frac{RC}{\sqrt{LC}} \\ &= R \sqrt{\frac{C}{L}} \end{aligned} \quad 12.46$$

olur. Eş. (12.41), (12.45) ve (12.46) kullanılarak Eş. (12.43) ve (12.44)

$$\omega_{LO} = \omega_0 \left[\frac{-1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{(2Q)^2} + 1} \right] \quad 12.47$$

$$\omega_{HI} = \omega_0 \left[\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{(2Q)^2} + 1} \right] \quad 12.48$$

şeklinde yazılabilir.

b. Devre elemanları için verilen değerleri kullanarak

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(10^{-2})(10^{-4})}} = 10^3 \text{ rad/s}$$

bulunur.

Yarı-güç frekansları

$$\begin{aligned}\omega_{LO} &= \frac{-1}{(2)(10^3)(10^{-4})} + \sqrt{\frac{1}{[(2)(10^{-1})]^2} + 10^6} \\ &= 995 \text{ rad/s}\end{aligned}$$

ve

$$\omega_{HI} = 1005 \text{ rad/s}$$

olur. Bundan dolayı bant genişliği

$$\omega_{HI} = 1005 \text{ rad/s}$$

ve

$$\begin{aligned}Q &= 10^3 \sqrt{\frac{10^{-4}}{10^{-2}}} \\ &= 100\end{aligned}$$

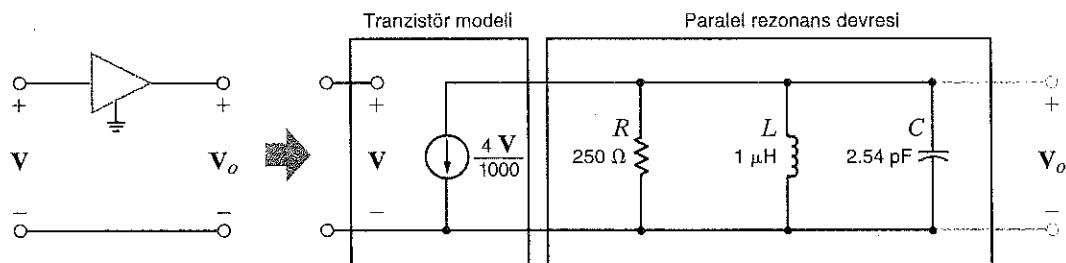
olur

WHEW ve WHAT ismindeki iki radyo istasyonu aynı bölgede yayın yapmaktadır; WHEW 100 MHz, WHAT ise 98 MHz frekansında yayın yapmaktadır. Alıcıda kullanılan tek katlı bir akortlu (belli bir frekansa ayarlanmış) yükselteç, Şekil 12.35'te gösterildiği gibi, tek bir istasyonu seçmek için kullanılabilir. Ancak, tek katlı akortlu yükselteç büyük bant genişliğinden dolayı zayıf bir seçiciliğe sahiptir. Tek katlı yükselticinin bant genişliğini düşürmek (yani kalite faktörünü yükseltmek) için tasarımcılar eş zamanlı ayarlama (synchronous tuning) olarak ifade edilen bir teknik kullanırlar. Bu süreçte birbirine özdeş akortlu yükselteçler ardarda olarak bağlanırlar. Bu çözümün etkisini gösterebilme amacı ile Şekil 12.35'te verilen yükselteç WHEW istasyonuna (100 MHz) ayarlandığında bir, iki, üç ve dört katlı yükselteçler için Bode diyagramını elde edelim.

Şekil 12.35'te verilen tek aşamalı yükselteç devreden dört adedi arka arkaya bağlayarak dört katlı eş zamanlı akortlu yükseltici oluşturabiliriz. Şimdi 90 MHz'den 110 MHz'e kadar frekans tepkisini çizersek Şekil 12.36'da verilen Bode diyagramını elde ederiz.

Şekil 12.36'dan devreleri art arda seri olarak bağladıkça gerçekten de merkez frekansının değişmediğini ancak bant genişliğinin düşüğünü görmekteyiz. Bunun bir sonucu olarak da kalite faktörü ve seçicilik artmaktadır. Dolayısı ile yeni devreler eklendikçe 98 MHz'deki (WHAT istasyonunu) kazanç düşecek ve bu istasyon "çekmeyecektir".

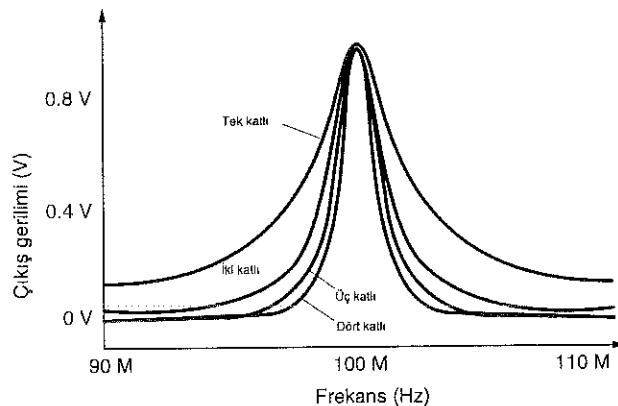
ÖRNEK 12.15



Şekil 12.35
Tek katlı akortlu yükselteç.

Şekil 12.36

Bir, iki, üç ve dört katlı akortlu yükselticeler için Bode diyagramı.



Öğrendiklerimizi Sınayalım

E12.17 Bir paralel RLC devresi $R = 2 \text{ k}\Omega$, $L = 20 \text{ mH}$ ve $C = 150 \mu\text{F}$ değerlerine sahiptir. Rezonans frekansı, Q ve devrenin bant genişliğini bulunuz.

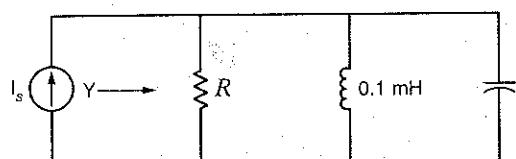
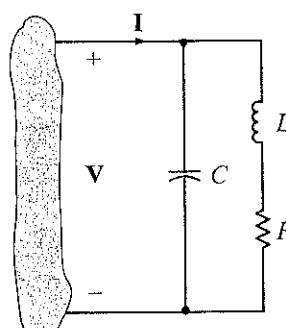
YANIT: $\omega_0 = 577 \text{ rad/s}$; $Q = 173$; ve $\text{BW} = 3.33 \text{ rad/s}$.

E12.18 Bir paralel RLC devresi $R = 6 \text{ k}\Omega$, $\text{BW} = 1000 \text{ rad/s}$ ve $Q = 120$ değerlerine sahiptir. L , C ve ω_0 değerlerini bulunuz.

YANIT: $L = 417.5 \mu\text{H}$; $C = 0.167 \mu\text{F}$; ve $\omega_0 = 119,760 \text{ rad/s}$.

E12.19 Şekil E12.19'da gösterilen paralel RLC rezonans devresi $12.000 \text{ rad/s}'lik$ bir rezonans frekansına ve rezonansta 5 mS admittans değerine sahiptir. R ve C değerlerini bulunuz.

YANIT: $R = 200 \Omega$, $C = 69.44 \text{ NF}$.

**Şekil E12.19****Şekil 12.37**

Pratik bir paralel rezonans devresi.

Genel olarak bir induktörün sargılarının direnci ihmal edilemez ve dolayısı ile daha gerçekçi bir paralel rezonans devresi Şekil 12.37'de gösterildiği gibidir. Bu devrenin giriş admittansı

$$\begin{aligned} Y(j\omega) &= j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} \\ &= j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \\ &= \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right) \end{aligned}$$

olur. Admittansın tamamen gerçek olduğu frekans şu biçimde bulunur:

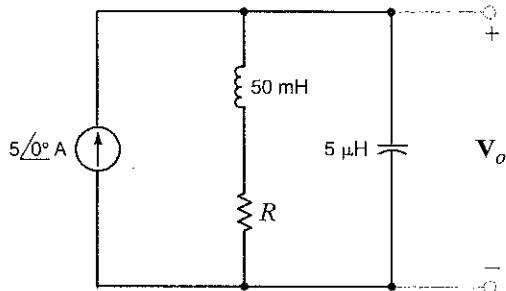
$$\omega_r C - \frac{\omega_r L}{R^2 + \omega_r^2 L^2} = 0$$

12.49

$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

Şekil 12.38'de gösterilen ve "tank devresi" olarak tanımlanan devrede $R = 50 \Omega$ ve $R = 5 \Omega$ için ω_0 ve ω_r değerlerini belirleyiniz.

**ÖRNEK
12.16**



Şekil 12.38
Örnek 12.16'da kullanılan tank devresi.

Devre parametrelerini kullanarak

$$\begin{aligned}\omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(0.05)(5)(10^{-6})}} \\ &= 2000 \text{ rad/s}\end{aligned}$$

$$f_0 = 318.3 \text{ Hz}$$

elde edilir. Eğer $R = 50 \Omega$ ise bu durumda:

$$\begin{aligned}\omega_r &= \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{(0.05)(5)(10^{-6})} - \left(\frac{50}{0.05}\right)^2} \\ &= 1732 \text{ rad/s}\end{aligned}$$

$$f_r = 275.7 \text{ Hz}$$

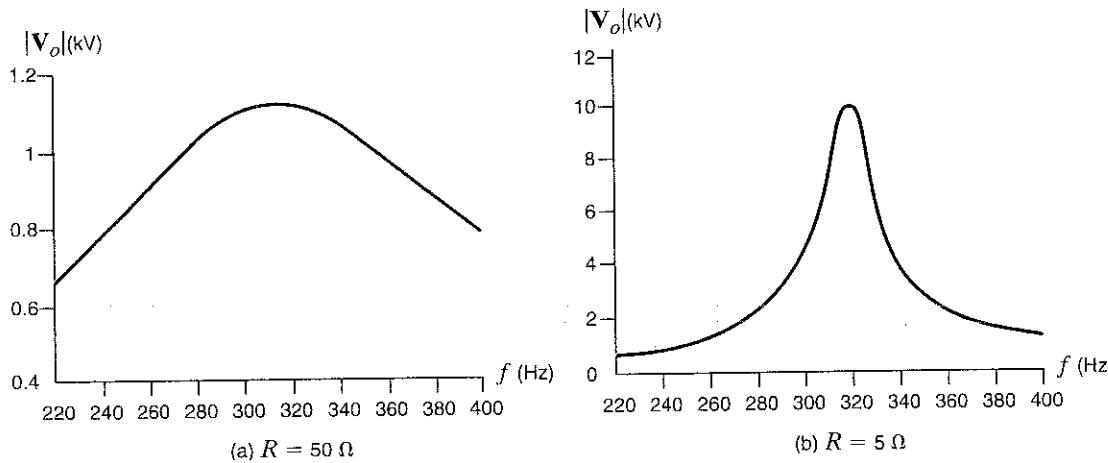
Eğer $R = 5 \Omega$ ise

$$\begin{aligned}\omega_r &= \sqrt{\frac{1}{(0.05)(5)(10^{-6})} - \left(\frac{5}{0.05}\right)^2} \\ &= 1997 \text{ rad/s}\end{aligned}$$

$$f_r = 317.9 \text{ Hz}$$

olur. Dikkat ederseniz R değeri sıfır yaklaştıkça ω_r değeri de ω_0 değerine yaklaşmaktadır. Bu durum $|V_o|$ geriliminin $R = 50 \Omega$ ve $R = 5 \Omega$ değerleri için frekansa bağlı değişimini gösterdiği Şekil 12.39a ve 12.39b'deki frekans tepkisi eğrilerinde de görülmektedir.

ÇÖZÜM

**Şekil 12.39**

Örnek 12.16 için frekans tepkisi eğrileri

Şimdi rezonans hakkında öğrendiklerimiz ile daha önce gördüğümüz Bode diyagramları arasında bir ilişki kuralım. Seri rezonans devresi için admitans

$$\begin{aligned} Y(j\omega) &= \frac{1}{R + j\omega L + 1/j\omega C} \\ &= \frac{j\omega C}{(j\omega)^2 LC + j\omega CR + 1} \end{aligned} \quad 12.50$$

şeklindedir. Karesel terim için standart form

$$(j\omega\tau)^2 + 2\xi\omega\tau j + 1$$

şeklindedir ki burada $\tau = 1/\omega_0$ olduğundan karesel terim

$$\frac{(j\omega)^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi\omega}{\omega_0} j + 1 \quad 12.51$$

olarak yazılabilir. Şimdi karesel terimin bu ifadesini $Y(j\omega)$ 'nın paydası ile karşılaştırırsak

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\frac{2\xi}{\omega_0} = CR$$

olduğunu buluruz ve dolayısı ile

$$\xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

olur. Ancak, Eş. (12.13)'ten

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

ve

$$Q = \frac{1}{2\xi} \quad 12.52$$

bulunur. Bu denklemin önemini vurgulamak için $Y(j\omega)$ fonksiyonu için Bode diyagramını ele alalım. Çizimimiz orijindeki sıfırdan dolayı +20 dB/decade değerinde bir başlangıç eğimine sahiptir. Eğer $\xi > 1$ ise paydadaki karesel terimden gelen kutuplar frekans tepkisini Şekil 12.12a'da gösterildiği gibi aşağıya doğru sürüklər ve yüksek frekanslarda bileşik

karakteristiğin eğimi -20 dB/decade olur. Eğer $0 < \zeta < 1$ ise frekans tepkisi Şekil 12.12a'da gösterildiği gibi bir zirve yapar ve bu zirvenin keskinliği ζ tarafından belirlenir. Eğer ζ oldukça küçük ise frekans tepkisinin zirvesi oldukça dar, devrenin Q 'değeri ise oldukça yüksek olduğundan devre giriş işaretlerini süzmeye oldukça seçici davranış olacaktır. Eş. (12.52) ve Şekil 12.23 devrenin frekans tepkisi Q ve ζ arasındaki ilişkiyi göstermektedir.

Kitap boyunca, ele alınan kavramları açıklamak amacı ile birçok örnek kullandık. Çoğu durumda kullanılan parametre değerleri, sunumu basitleştirmeye yarasalar bile, gerçekçi olmaktan uzaktı. Bu alt bölümde daha gerçekçi devreler elde edebilmek için ölçeklemeyi nasıl yapacağımızı göstereceğiz.

Devreyi ölçeklemenin iki yolu vardır: *genlik veya empedans ölçekleme ve frekans ölçekleme*. Bir devrede genlik ölçeklemeyi gerçekleştirmek için her bir elemanın empedansını bir K_M terimi ile çarparız. Bundan dolayı R direnci $K_M R$ olur. İndüktörün $j\omega L$ empedansının K_M ile çarpılması sonucu yeni bir $K_M L$ indüktörü ve kapasitörün $1/j\omega C$ empedansının K_M ile çarpılması sonucu yeni bir C/K_M kapasitörlü oluşur. Kısaca, genlik ölçeklemeyi şu biçimde gösterebiliriz:

$$\begin{aligned} R' &\rightarrow K_M R \\ L' &\rightarrow K_M L \\ C' &\rightarrow \frac{C}{K_M} \end{aligned} \quad 12.53$$

Yeni devrenin rezonans frekansını hesaplayalım:

$$\omega_0' = \frac{1}{\sqrt{L' C'}} = \frac{1}{\sqrt{K_M L C / K_M}} = \omega_0$$

Gördüğü gibi rezonans frekansı değişmemiştir. O hâlde kalite faktörünün yeni değeri

$$Q' = \frac{\omega_0 L'}{R'} = \frac{\omega_0 K_M L}{K_M R} = Q$$

olur. Yani kalite faktörü de değişmemiştir. Gördüğü gibi, genlik ölçekleme sonucunda rezonans frekansı, kalite faktörü ve dolayısı ile bant genişliği değişmemektedir.

Frekans ölçekte mede, ölçekte mede faktörü K_F 'dır. Direnç frekansa bağlı değildir ve dolayısı ile bu ölçekte mede sonucunda değişmez. ω_1' ölçulenmiş frekansında, aynı empedansa sahip olan yeni indüktör L' aşağıdaki denklemleri sağlamalıdır:

$$j\omega_1 L = j\omega_1' L'$$

Burada: $\omega_1' = K_F \omega_1$. Bundan dolayı,

$$j\omega_1 L = jK_F \omega_1 L'$$

Dolayısı ile yeni indüktör değeri

$$L' = \frac{L}{K_F}$$

olur. Benzer argümanı kullanarak

$$C' = \frac{C}{K_F}$$

bulunur. Bundan dolayı K_F ile frekans ölçekte mede,

$$\begin{aligned} R' &\rightarrow R \\ L' &\rightarrow \frac{L}{K_F} \\ C' &\rightarrow \frac{C}{K_F} \end{aligned} \quad 12.54$$

12.4

Ölçekleme

[ipucu]

Genlik veya empedans ölçekleme

[ipucu]

Frekans Ölçekleme

Dikkat ederseniz

$$\omega'_0 = \frac{1}{\sqrt{(L/K_F)(C/K_F)}} = K_F \omega_0$$

ve

$$Q' = \frac{K_F \omega_0 L}{R K_F} = Q$$

ve dolayısı ile,

$$\text{BW}' = K_F(\text{BW})$$

olur. Yani, rezonans frekansı ve bant genişliği frekans ölçekleme sonucunda değişmektedir.

ÖRNEK 12.17

Eğer Şekil 12.37'de devre parametrelerinin değerleri $R = 2 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$ ve $C = 1/2 \text{ F}$ ise devrenin $K_M = 10^2$ ile genlik ölçeklemesi sonrasında ve $K_F = 10^2$ ile frekans ölçeklemesi sonrasında eleman değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM Genlik ölçeklendirme

$$R' = 2K_M = 200 \Omega$$

$$L' = (1)K_M = 100 \text{ mH}$$

$$C' = \frac{1}{2} \frac{1}{K_M} = \frac{1}{200} \text{ F}$$

değerlerini üretir.

Bu değerlere frekans ölçekleme uygulanır ise son değerler

$$R'' = 200 \Omega$$

$$L'' = \frac{100}{K_F} = 100 \mu\text{H}$$

$$C'' = \frac{1}{200} \frac{1}{K_F} = 0.005 \mu\text{F}$$

olur.

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E12.20 Bir RLC devresi $R = 10 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$, ve $C = 2 \text{ F}$ değerlerine sahiptir. Eğer devre 100 çarpanı ile genlik ölçeklemesine ve 10,000 çarpanı ile frekans ölçeklemesine tabii tutulur ise **YANIT:** $R = 1 \text{ k}\Omega$; $L = 10 \text{ mH}$; $C = 2 \mu\text{F}$. devre elemanlarının değerlerini belirtiniz.

12.5

Süzgeç Devreleri

PASİF SÜZGEÇLER Bir süzgeç devresi genellikle belirli bir frekans aralığındaki işaretleri geçirmek, bu aralık dışında kalan işaretleri ise sökümlendirmek için tasarlanır. En yaygın süzgeçler, alçak frekans bileşenlerini geçiren, yüksek frekans bileşenlerini yok eden *alçak geçiren süzgeç*; yüksek frekansları geçirip alçak frekansları durdurulan *yüksek geçiren süzgeç*; belirli bir frekans bandını geçirip bu bandın dışındaki frekansları yok eden *bant geçiren süzgeç* ve sadece belirli bir bandı durdurup diğer tüm frekans bileşenlerini geçirmek için tasarlanmış *bantdurduran süzgeç*tir.

Bir alçak geçiren süzgeç için ideal frekans karakteristiği Şekil 12.40a'da gösterilmiştir. Ayrıca tipik, yani fiziksel olarak gerçekleştirilebilecek karakteristik de gösterilmiştir. Ideal durumda alçak geçiren süzgeçin belirli bir ω_0 frekansına kadar tüm alçak frekansları geçirmesini ve bunun üzerindeki frekansları geçirmemesini isteriz. Ancak, doğrusal devre elemanları ile böyle bir süzgeç gerçekleştirmek mümkün değildir. Bundan dolayı laboratuvara gerçekleştirebileceğimiz ancak, ideal süzgeç karakteristiğine sahip olmayan süzgeçleri kullanmaya razı olmalıyız.

Basit bir alçak geçiren süzgeç Şekil 12.40b'de gösterilmektedir. Bu devre için gerilim kazancı

$$G_v(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad 12.55$$

olur. Bu ifade

$$G_v(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \quad 12.56$$

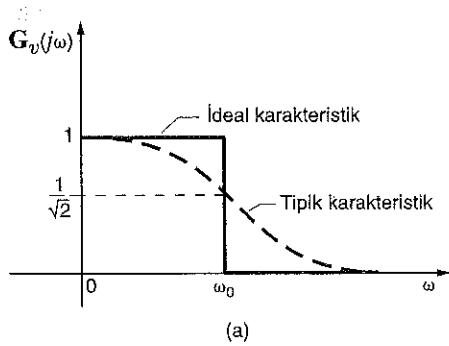
şeklinde yazılabilir. Burada $\tau = RC$ zaman sabitidir. Genlik karakteristiği

$$M(\omega) = \frac{1}{[1 + (\omega\tau)^2]^{1/2}} \quad 12.57$$

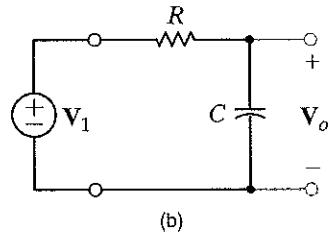
ve faz karakteristiği

$$\phi(\omega) = -\tan^{-1}\omega\tau \quad 12.58$$

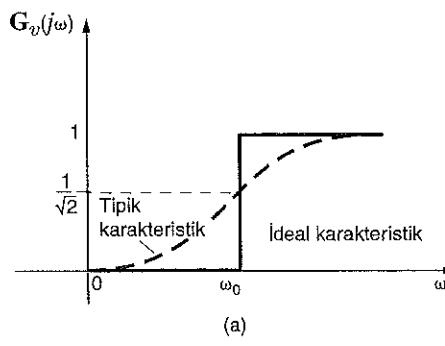
şeklinde elde edilir.



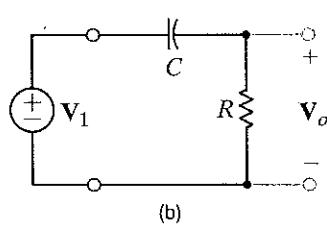
(a)



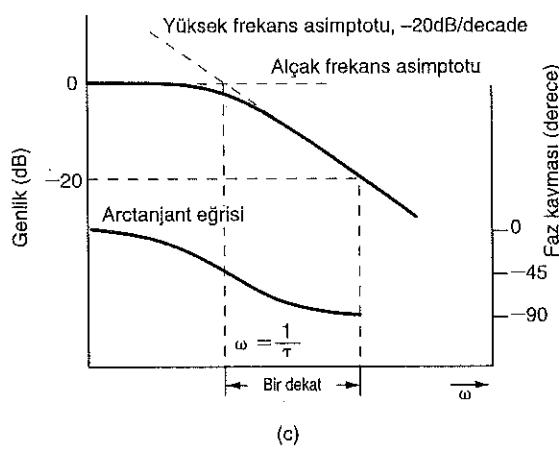
(b)



(a)



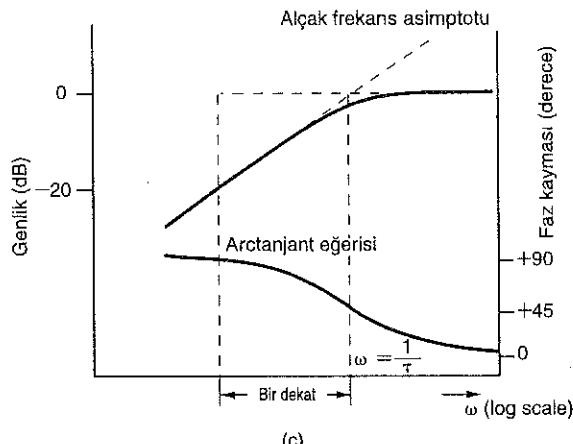
(b)



(c)

Şekil 12.40

Alçak geçiren süzgeç ve frekans karakteristiği.



(c)

Şekil 12.41

Yüksek geçiren süzgeç ve frekans karakteristiği.

Dikkat ederseniz $\omega = \frac{1}{\tau}$ kesim frekansında genlik

$$M\left(\omega = \frac{1}{\tau}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad 12.59$$

olur. Kesim frekansı aynı zamanda yarı-güç frekansı olarak adlandırılır. Bu isim, akım veya gerilimin maksimum değerlerinin $1/\sqrt{2}$ 'sına düşmeleri durumunda gerilim veya akımın karesi ile doğru orantılı olan gücün, maksimum değerinin yarısına düşeceği gerçeğinden hareket ile verilmiştir. Alçak geçen süzgeç için desibel cinsinden genlik ve faz eğrileri Şekil 12.40c'de gösterilmiştir. Dikkat ederseniz genlik eğrisi alçak frekanslar için düz bir hat iken yüksek frekanslar için aşağıya düşmektedir. Faz ise, alçak frekanslarda 0° den başlayarak yüksek frekanslarda -90° ye doğru kaymaktadır.

İdeal yüksek geçen süzgeç frekans karakteristiği ve doğrusal devre bileşenleri ile gerçekleştirilebilecek tipik karakteristik Şekil 14.41a'da birlikte gösterilmektedir. İdeal olarak yüksek geçen süzgeç belirli bir ω_0 frekansının üzerindeki tüm frekansları geçirir iken bu değerin altındaki hiçbir frekans geçirilmmez.

Basit bir yüksek geçen devre Şekil 12.41b'de gösterilmektedir. Bu Şekil 12.40b'de gösterilen devrenin aynısıdır. Tek fark çıkışın direnç üzerinden alınmış olmasıdır. Gerilim kazancı, bu devre için

$$G_v(j\omega) = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau} \quad 12.60$$

şeklindedir. Burada $\tau = RC$ 'dir. Bu fonksiyonun genliği

$$M(\omega) = \frac{\omega\tau}{[1 + (\omega\tau)^2]^{1/2}} \quad 12.61$$

ve fazı

$$\phi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \omega\tau \quad 12.62$$

şeklindedir. Yarı-güç frekansı $\omega = 1/\tau$ ve bu frekanstaki faz açısı 45° dir.

Yüksek geçen süzgeç için genlik ve faz eğrileri Şekil 12.41c'de gösterilmektedir. Düşük frekanslarda genlik eğrisi Eş. (12.61)'in payındaki $\omega\tau$ teriminden dolayı $+20$ dB/decade'lik bir eğime sahiptir. Daha sonra kesim frekansında bu eğri düzleşmeye başlar. Faz eğrisi Eş. (12.62)'den elde edilmiştir.

Bant geçen ve bant durdurulan süzgeçler için ideal ve tipik genlik karakteristikleri Şekil 12.42a ve 12.42b'de gösterilmektedir. Her bir süzgeçin tipik karakteristiklerini gerçekleştirilebilecek basit devreler Şekil 12.42c ve 12.42d'de bir arada verilmiştir. ω_0 geçirme ve durdurma bantlarının merkezidir ve maksimum ve minimum genlikler bu frekansta görülür. ω_{LO} ve ω_{HI} alt ve üst kesim frekansları veya kısaca *kesim frekanslarıdır* ki genlik bu frekanslarda maksimum değerinin $1/\sqrt{2}$ 'sına eşittir. Geçirme ve durdurma bantlarının genişliği *bant genişliği* olarak adlandırılır ve

$$BW = \omega_{HI} - \omega_{LO} \quad 12.63$$

şeklinde tanımlanır. Bu kavramları daha iyi ele almak için bir bant geçen süzgeci inceleyelim. Gerilim transfer fonksiyonu

$$G_v(j\omega) = \frac{R}{R + j(\omega L - 1/\omega C)}$$

ve dolayısı ile genlik karakteristiği

$$M(\omega) = \frac{RC\omega}{\sqrt{(RC\omega)^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}}$$

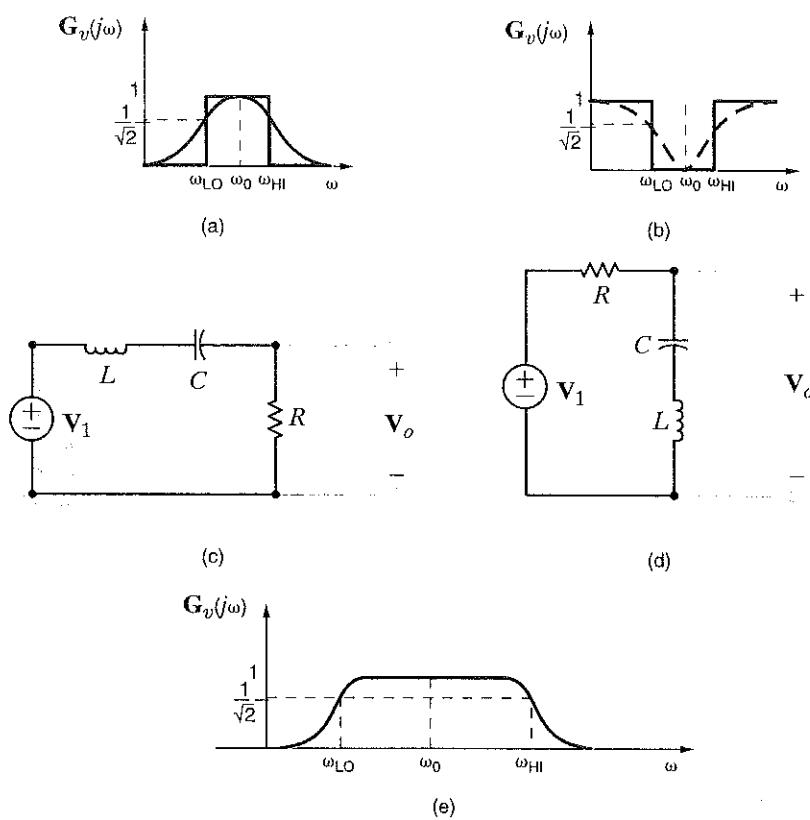
olur. Alçak frekanslarda

$$M(\omega) \approx \frac{RC\omega}{1} \approx 0$$

iken yüksek frekanslarda

$$M(\omega) \approx \frac{RC\omega}{\omega^2 LC} \approx \frac{R}{\omega L} \approx 0$$

olacaktır.



Şekil 12.42

Bant geçiren ve bant durdururan süzgeçler ve karakteristikleri.

Bandın ortasındaki bir frekansta $(RC\omega)^2 \gg (\omega^2 LC - 1)^2$ olacağından $M(\omega) \approx 1$ olur. Bundan dolayı bu süzgeçin frekans karakteristiği Şekil 12.42e'de gösterildiği gibidir. Merkez frekansı $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ olur. Alt kesim frekansında

$$\omega^2 LC - 1 = -RC\omega$$

veya

$$\omega^2 + \frac{R\omega}{L} - \omega_0^2 = 0$$

olur. Bu denklemden ω_{LO} frekansı

$$\omega_{LO} = \frac{-(R/L) + \sqrt{(R/L)^2 + 4\omega_0^2}}{2}$$

olarak bulunur. Üst kesim frekansında

$$\omega^2 LC - 1 = +RC\omega$$

veya

$$\omega^2 - \frac{R}{L}\omega - \omega_0^2 = 0$$

olur. Bu denklemden ω_{HI} frekansı

$$\omega_{HI} = \frac{+(R/L) + \sqrt{(R/L)^2 + 4\omega_0^2}}{2}$$

olarak bulunur. Dolayısı ile bant genişliği

$$BW = \omega_{HI} - \omega_{LO} = \frac{R}{L}$$

olur.

ÖRNEK
12.18

Şekil 12.43'te verilen frekansa bağımlı devreyi ele alalım. Devre parametreleri $L = 159 \mu\text{H}$, $C = 159 \mu\text{F}$ ve $R = 10 \Omega$ şeklinde verilmiş ise bu tek devrenin alçak geçiren, yüksek geçiren ve bant geçiren bir süzgeç oluşturmak için kullanabileceğini gösteriniz.

ÇÖZÜM V_R/V_s gerilim kazancı gerilim bölüşüm yöntemi ile

$$\begin{aligned}\frac{\text{V}_R}{\text{V}_s} &= \frac{R}{j\omega L + R + 1/(j\omega C)} = \frac{j\omega \left(\frac{R}{L}\right)}{(j\omega)^2 + j\omega \left(\frac{R}{L}\right) + \frac{1}{LC}} \\ &= \frac{(62.9 \times 10^3)j\omega}{-\omega^2 + (62.9 \times 10^3)j\omega + 39.6 \times 10^6}\end{aligned}$$

şeklinde bulunur ki bu bir bant geçiren süzgeçin transfer fonksiyonudur. Rezonans frekansında $\omega^2 = 1/LC$ olduğundan

$$\frac{\text{V}_R}{\text{V}_s} = 1$$

elde edilir. Şimdi V_L/V_s kazancını ele alalım.

$$\begin{aligned}\frac{\text{V}_L}{\text{V}_s} &= \frac{j\omega L}{j\omega L + R + 1/(j\omega C)} = \frac{-\omega^2}{(j\omega)^2 + j\omega \left(\frac{R}{L}\right) + \frac{1}{LC}} \\ &= \frac{-\omega^2}{-\omega^2 + (62.9 \times 10^3)j\omega + 39.6 \times 10^6}\end{aligned}$$

Bu ifade ikinci mertebeden yüksek geçiren süzgeç transfer fonksiyonudur. Rezonans frekansında bu ifade

$$\frac{\text{V}_L}{\text{V}_s} = \frac{j\omega L}{R} = jQ = j0.1$$

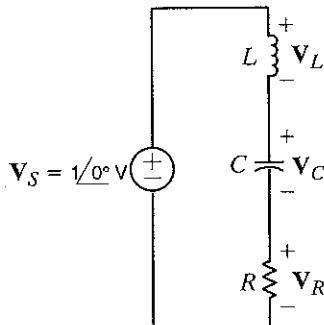
olur. Benzer şekilde V_C/V_s kazancı incelendiğinde

$$\begin{aligned}\frac{\text{V}_C}{\text{V}_s} &= \frac{1/(j\omega C)}{j\omega L + R + 1/(j\omega C)} = \frac{\frac{1}{LC}}{(j\omega)^2 + j\omega \left(\frac{R}{L}\right) + \frac{1}{LC}} \\ &= \frac{39.6 \times 10^6}{-\omega^2 + (62.9 \times 10^3)j\omega + 39.6 \times 10^6}\end{aligned}$$

elde edilir ki bu ifade de ikinci mertebeden alçak geçiren süzgeçin transfer fonksiyonudur. Rezonans frekansında

$$\frac{\text{V}_C}{\text{V}_s} = \frac{1}{j\omega CR} = -jQ = -j0.1$$

olur.



Şekil 12.43

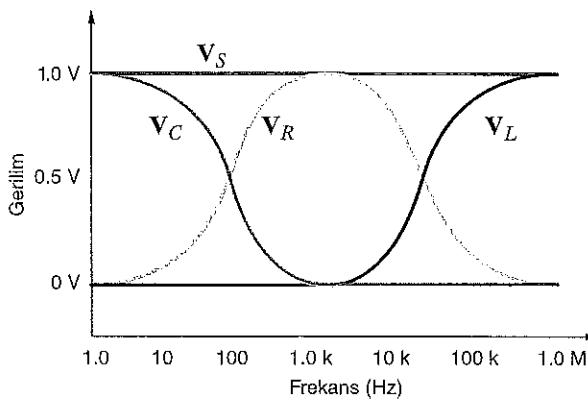
Örnek 12.18'de
kullanılan devre.

Dolayısıyla bu tek devre çıkışın nereden alındığına bağlı olarak üç farklı süzgeç oluşturmaktadır. Bu durum Şekil 12.44'te her üç gerilim için çizilmiş olan Bode diyagramlarından görülebilir. Bu çizimde V_s 'nin değeri $1/0^\circ$ V olarak alınmıştır.

Kirchhoff Gerilim Yasası'nın her zaman sağlanması gerektiğini biliyoruz. Bode diyagramına dikkat edilir ise her frekans için, $V_R + V_C + V_L$ toplamlarının V_s gerilimine eşit olduğunu görürüz! Şimdi V_R , V_L ve V_C gerilimlerini toplayarak KGY'yi gösterelim:

$$V_L + V_R + V_C = \frac{\left((j\omega)^2 + j\omega \left(\frac{R}{L} \right) + \frac{1}{\sqrt{LC}} \right) V_s}{\left((j\omega)^2 + j\omega \left(\frac{R}{L} \right) + \frac{1}{\sqrt{LC}} \right)} = V_s$$

Böylece V_s direnç, kapasitor ve induktör arasında frekansa bağımlı olarak paylaşılmış olsa da bu üç gerilimin toplamı her zaman V_s gerilimini verecektir.



Şekil 12.44

Şekil 12.43'te verilen devrenin Bode diyagramı.

Bir telefon haberleşme sistemi yakında bulunan bir elektrik dağıtım hattından kaynaklanan 60 Hz'lik girişimden etkilenmektedir. 60 Hz'lik girişimi yok etmek için Şekil 12.45'te verilen devreyi kullanarak bir bantdurduran süzgeç tasarlayalım.

ÖRNEK
12.19

R_{eq} direnci LC paralel devre parçasının sağında bulunan telefon sisteminin eşdeğer direncini temsil etsin. LC paralel devre parçasının eşdeğer impedansı ise

$$Z = (j\omega L) // (1/j\omega C) = \frac{(L/C)}{j\omega L + 1/(j\omega C)}$$

olar. Şimdi gerilim transfer fonksiyonu hesaplanır ise

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + Z} = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + \frac{(L/C)}{j\omega L + 1/(j\omega C)}}$$

elde edilir ki bu ifade

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{(j\omega)^2 + \frac{1}{LC}}{(j\omega)^2 + \left(\frac{j\omega}{R_{eq}C} \right) + \frac{1}{LC}}$$

şeklinde yazılabilir.

CÖZÜM

Dikkat ederseniz rezonans frekansında pay ve dolayısı ile V_o sıfır olur. Biz rezonansın 60 Hz'de oluşmasını istiyoruz. Dolayısı ile

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi(60) = 120\pi$$

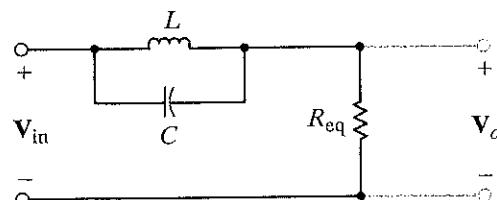
olur. Eğer $C = 100 \mu F$ seçilir ise gerekli olan L induktans değeri 70.3 mH bulunur ki bu iki değer de makul değerlerdir. Süzgecin etkinliğini gösterebilmek için 60 Hz'lik bir sinüzoidal ile 1000 Hz'lik bir sinüzoidalın toplamından oluşan bir giriş işaretini göz önüne alalım. Yani

$$v_{in}(t) = 1 \sin[(2\pi)60t] + 0.2 \sin[(2\pi)1000t]$$

Şekil 12.46'da hem giriş ve hem de çıkış gerilimleri çizilmiştir. Dikkat edilir ise 60 Hz'lik girişim, arzu edildiği gibi, çıkış işaretine yansımamıştır.

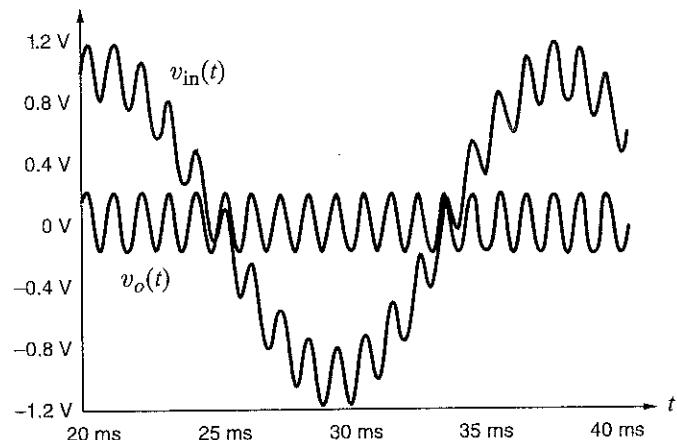
Şekil 12.45

Örnek 12.19'da kullanılan devre.



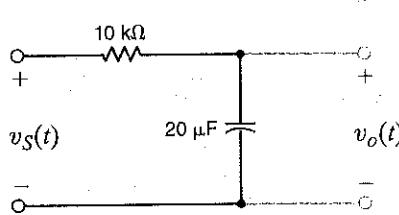
Şekil 12.46

Şekil 12.45'te verilen devrenin geçici durum analizi.

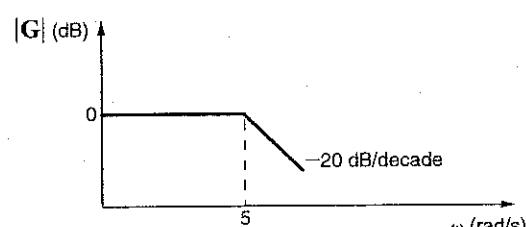


Öğrendiklerimizi Sunayalım

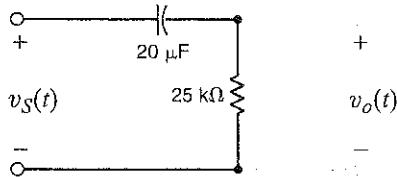
E12.21 Şekil E12.21'de verilen süzgeç devresinde $|G_o(j\omega)|$ için **YANIT:**
Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.



Şekil E12.21

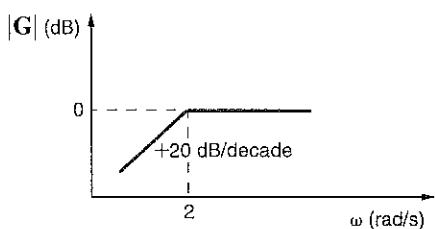


E12.22 Şekil E12.22'de verilen süzgeç devrede $G_v(j\omega)$ için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.

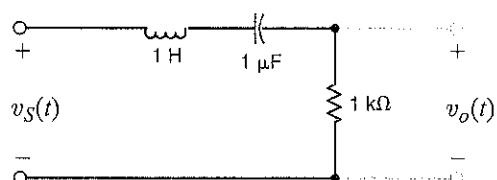


Şekil E12.22

YANIT:

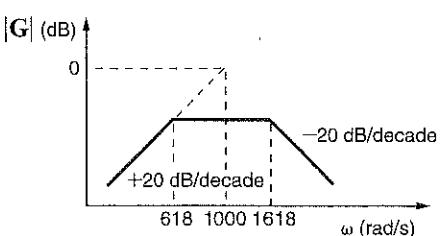


E12.23 Şekil E12.23'te bir bant geçiren süzgeç devresi gösterilmektedir. Bu devrede $G_v(j\omega)$ için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.

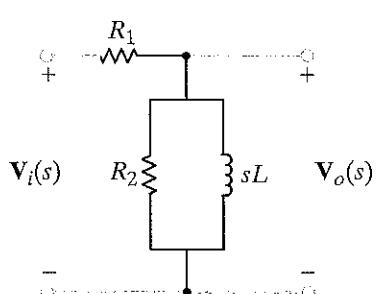


Şekil E12.23

YANIT:



E12.24 Şekil E12.24'te gösterilen devrenin ne tip bir süzgeç olduğunu belirleyiniz.



Şekil E12.24

YANIT:

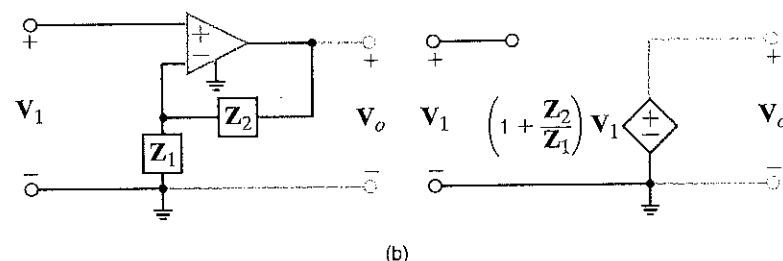
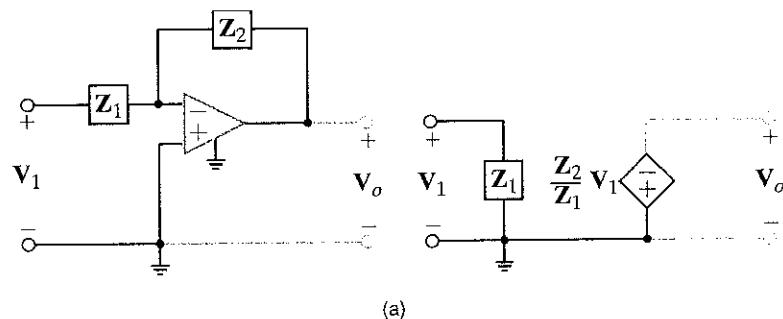
$$\frac{s \left(\frac{L}{R_1} \right)}{s \left[\frac{(R_1 + R_2)L}{R_1 R_2} \right]} + 1; \text{ Bu bir yüksek geçiren süzgeçtir.}$$

AKTİF SÜZGEÇLER Bir önceki bölümde dört temel süzgeç yapısının (alçak geçiren, yüksek geçiren, bant geçiren ve bant durdurucu) basit pasif devre elemanları kullanılarak gerçekleştirilebileceğini gördük. Ancak, pasif süzgeçlerin temel bazı sakıncaları vardır. En belirgin sakınca, tamamen pasif elemanlardan oluşan devrenin işaret enerji ekleymemesinden dolayı, devrenin kazancının 1'den büyük olamamasıdır. Diğer bir sakınca ise, birçok devre topolojisinde induktör kullanılmasının gerekliliğidir. Indüktörler genellikle pahalıdır ve istenilen değerde hazır bulunmaz. Ayrıca toroid, bobin, E-çekirdekli gibi çok farklı yapımlarda olabilen induktörlerin baskı devre makineleri tarafından monte edilesi kolay değildir. Öte yandan doğrusal geri beslemeli devrelerde işlemsel yükselteçleri direnç ve kondansatörlerle birlikte kullanarak tüm süzgeç yapıları elde edilebilir.

Bölüm 4'te elde edilen işlemsel yükselteç eşdeğer devresi, dirençler yerine empedanslar yerleştirilerek sinüzoidal kalıcı durumda da kullanılırabilir. Temel evirici ve evirici olmayan işlemsel yükselteç devreleri için eşdeğer devreler sırası ile Şekil 12.47a ve 12.47b'de gösterilmektedir. Z_1 ve Z_2 empedanslarının uygun seçimi ile istenilen süzgeç karakteristikleri elde edilebilir.

Şekil 12.47

(a) Eviren, (b) evirmeyen işlemsel yükselteç devrelerinin eşdeğer devreleri

**ÖRNEK**

Şekil 12.48'de verilen devrenin süzgeç karakteristiğini belirleyiniz.

12.20

ÇÖZÜM Şekil 12.47'den empedanslar

$$Z_1 = R_1$$

ve

$$Z_2 = \frac{R_2/j\omega C}{R_2 + 1/j\omega C} = \frac{R_2}{j\omega R_2 C + 1}$$

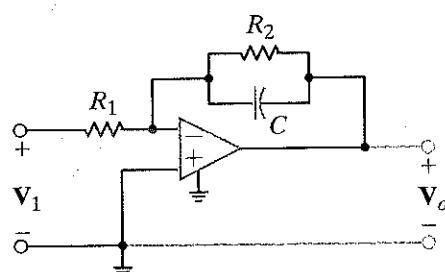
şeklinde elde edilir. Bundan dolayı devrenin gerilim kazancı

$$G_v(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{-R_2/R_1}{j\omega R_2 C + 1}$$

olarak bulunur. Dikkat ederseniz bu bir alçak geçiren süzgeç karakteristiğidir.

Şekil 12.48

İşlemsel yükselteçli bir devre.



Şekil 12.49'a'da verilen devrenin genlik karakteristiğinin Şekil 12.49b'de verildiği gibi olduğunu gösterelim.

ÖRNEK

12.21

Bu devreyi Şekil 12.47b'de verilen devre ile karşılaştırdığımızda

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C_1}$$

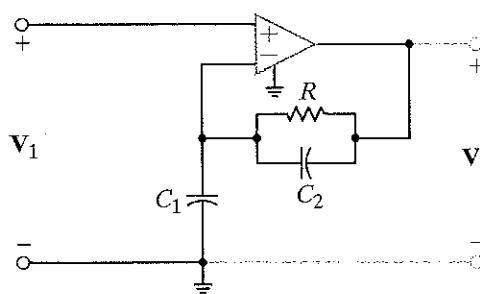
ve

$$Z_2 = \frac{R}{j\omega RC_2 + 1}$$

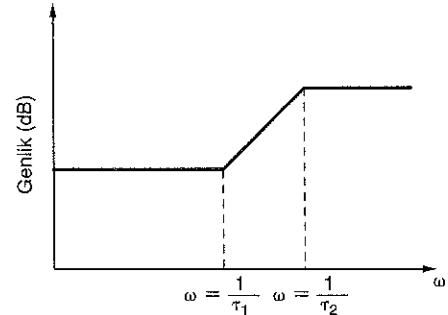
olduğunu görürüz. Dolayısı ile devrenin gerilim kazancı frekansın bir fonksiyonu olarak

$$\begin{aligned} G_v(j\omega) &= \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = 1 + \frac{R/(j\omega RC_2 + 1)}{1/j\omega C_1} \\ &= \frac{j\omega(RC_1 + RC_2) + 1}{j\omega RC_2 + 1} \\ &= \frac{j\omega\tau_1 + 1}{j\omega\tau_2 + 1} \end{aligned}$$

şeklinde verilir. Burada $\tau_1 = R(C_1 + C_2)$ ve $\tau_2 = RC_2$ 'dir. $\tau_1 > \tau_2$ olduğundan, genlik karakteristiği Şekil 12.49b'de gösterilen forma benzer olacaktır. Dikkat ederseniz alçak frekanslar I kazancına sahiptir ancak, yüksek frekanslar kuvvetlendirilmektedir. Kuvvetlendirmenin tam değeri devre elemanlarının seçimiine bağlıdır.



(a)



(b)

Şekil 12.49

İşlemsel yükselteçli devre ve bu devrenin genlik karakteristiği.

Bir alçak geçiren süzgeç, işlemsel yükselteçli bir alt devre ile birlikte Şekil 12.50'de gösterilmektedir. Bu süzgeçin frekans tepkisini 1-10,000 Hz frekans aralığı için çizmek istiyoruz.

ÖRNEK

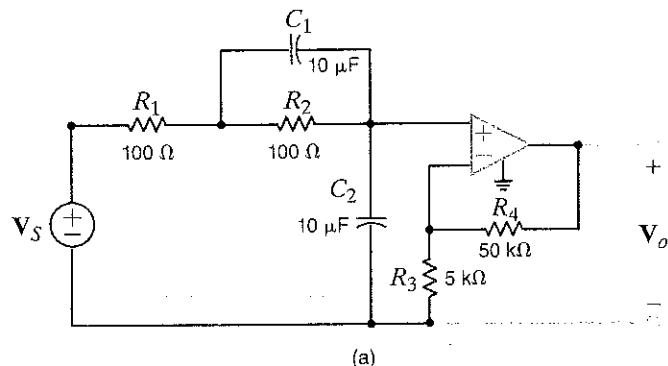
12.22

Frekans tepkisi grafiği Şekil 12.51'de gösterilmektedir. Bu tepki, herhangi bir yöntem ile belirlenebilir.

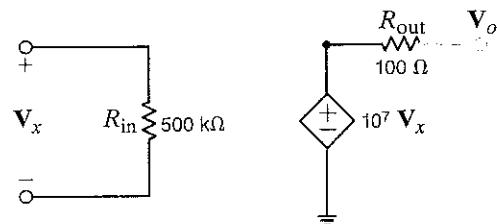
ÇÖZÜM

Şekil 12.50

Örnek 12.22'de kullanılan devre. (a) alçak geçiren süzgeç, (b) işlemsel yükselteç alt devresi.



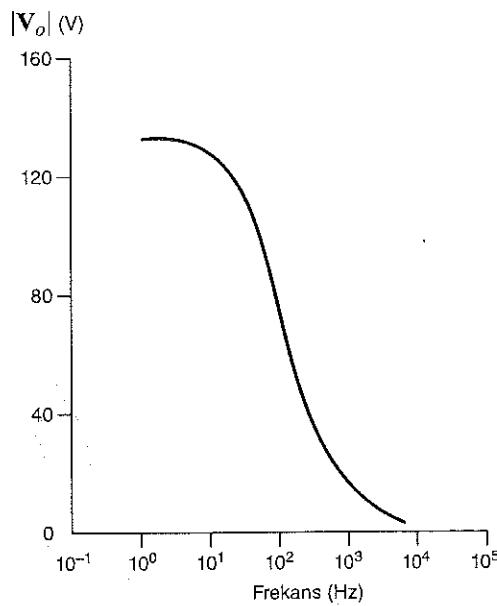
(a)



(b)

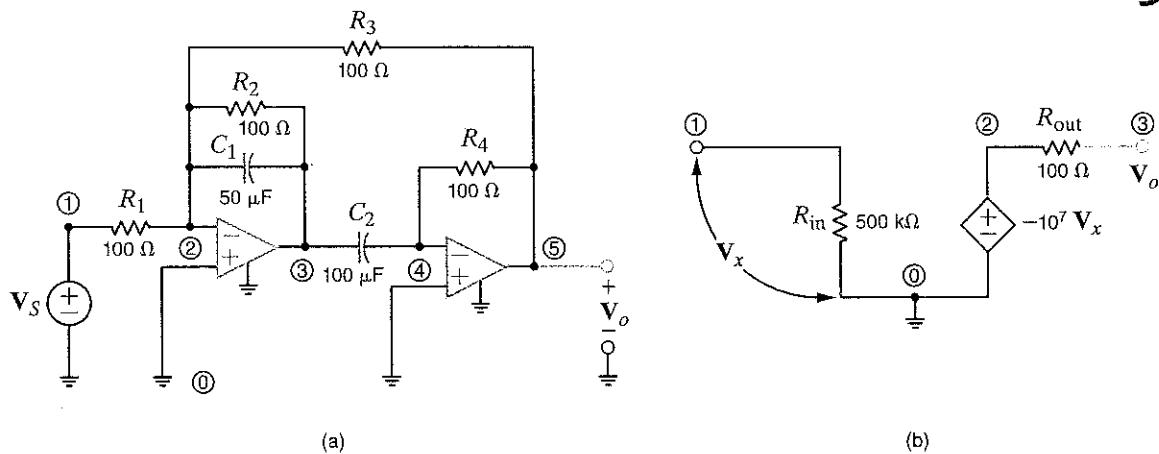
Şekil 12.51

Örnek 12.22'de verilen devre için frekans tepkisi eğrisi.



Bir yüksek geçirgen süzgeç Şekil 12.52'de işlemsel yükselteç alt devresi ile birlikte gösterilmektedir. Süzgecin frekans tepkisini 1-100 kHz frekans aralığında çizmek istiyoruz.

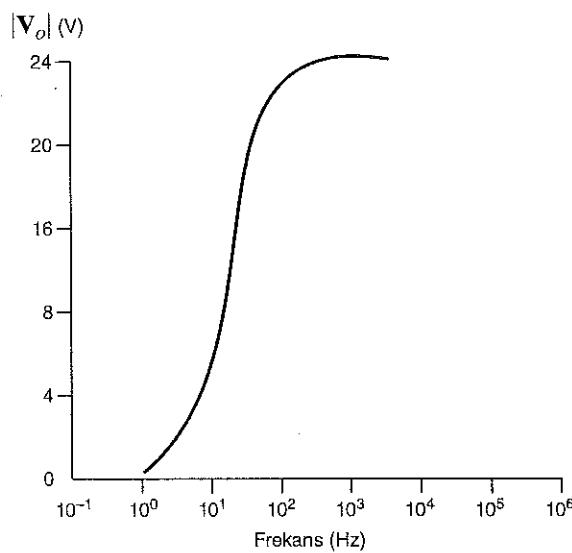
ÖRNEK

12.23**Şekil 12.52**

Örnek 12.23'te kullanılan devre. (a) Yüksek geçirgen süzgeç. (b) İşlemsel yükselteç alt devresi.

Yüksek geçirgen süzgeçin frekans tepkisi eğrisi Şekil 12.53'te gösterilmiştir.

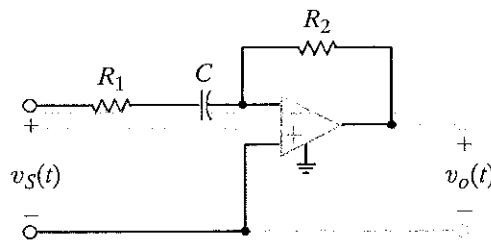
ÇÖZÜM

**Şekil 12.53**

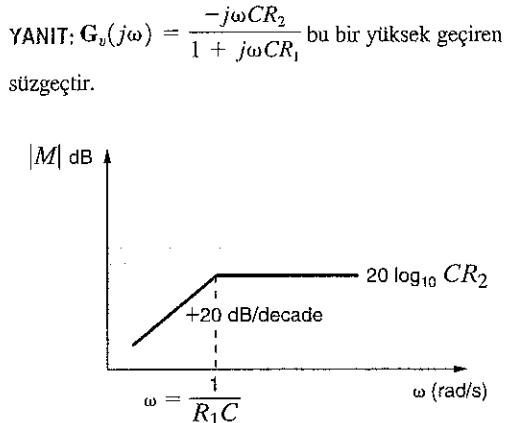
Örnek 12.23'te verilen devre için frekans tepkisi eğrisi.

“我就是想让你知道，你不是唯一一个被我爱着的人。”

E12.25 Şekil E12.25'te verilen süzgeç devresi için $G_v(j\omega)$ transfer fonksiyonunu elde ediniz. Bu fonksiyonun Bode diyagramının genlik karakteristiğinin çizin ve devrenin ne tür süzgeç olduğunu belirleyiniz.



Şekil E12.25



Bu noktaya kadar bu bölümde ele alınan tüm süzgeçler birinci mertebeden süzgeçlerdir. Yani diğer bir deyiş ile bunların hepsi tek bir kutup ve/veya sıfırı sahiptir. Birçok uygulamada, birinci mertebeden bir süzgeçin sunabileceğiinden daha yüksek bir frekans seçiciliğe sahip devre üretilmesi beklenir. Dolayısı ile bundan sonraki adım ikinci mertebeden süzgeçleri incelemek olacaktır. Birçok aktif süzgeç uygulaması için, eğer ikinci mertebeden daha yüksek bir mertebe istenir ise genellikle iki veya daha fazla aktif süzgeç alınır ve bunlar seri olarak yerleştirilir ki toplam tepki istenen yüksek mertebeden tepkiye denk olsun. Bunun böyle yapılması temel sebebi birinci ve ikinci mertebeden süzgeç yapılarının çok iyi anlaşılmış olması ve bu devrelerin tek bir işlemsel yükselteç ile kolayca gerçekleştirilebilmesidir.

Genel olarak ikinci mertebeden süzgeç yapılarında pay $s^2 + As + B$ yapısında karesel kutuplar içermektedir. Alçak geçen ve yüksek geçen süzgeçlerinin ikisi için de $B = \omega_c^2$ ve $A = 2\zeta\omega_c$ 'dir. Bu devreler için ω_c kesim frekansı ve ζ daha önce ele aldığımız sönümsüzlük katısıdır.

Bant geçenler için $B = \omega_0^2$ ve $A = \omega_0/Q$ olur ki burada ω_0 merkez frekansı ve Q devrenin kalite faktörüdür. Dikkat ederseniz $Q = 1/2\zeta$, Q değeri bu devrelerde seçiciliğin bir ölçütüdür. Bant genişliği daha önce ele aldığı gibi ω_0/Q olur.

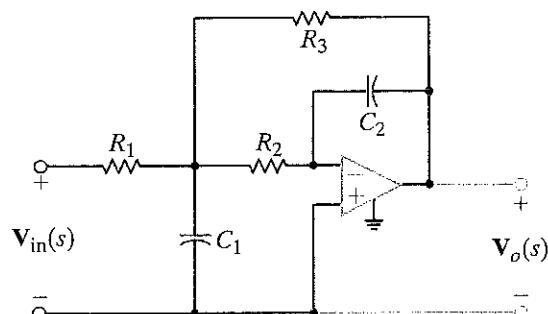
İkinci mertebeden aktif alçak geçiren sözgeçin transfer fonksiyonu genel olarak

$$\mathbf{H}(s) = \frac{H_0 \omega_c^2}{s^2 + 2\xi\omega_c s + \omega_c^2} \quad . \quad 12.64$$

formunda yazılır. Burada H_0 DA kazançtır. Bu tür karakteristiğe sahip bir devre Şekil 12.54'te verilmiştir ve aşağıdaki transfer fonksiyonuna sahiptir.

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_{in}(s)} = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{R_3 R_2 C_1 C_2}\right)}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_3 C_1}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad 12.65$$

Şekil 12.54



Şekil 12.54'te verilen devrede eğer $R_1 = R_2 = R_3 = 5 \text{ k}\Omega$ ve $C_1 = C_2 = 0.1 \mu\text{F}$ ise devre için sönüm katsayısı, kesim frekansı ve H_o DA kazancını bulunuz.

ÖRNEK

12.24

ÇÖZÜM

Eş. (12.64) ile (12.65)'i kıyaslaysak

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{R_3 R_2 C_1 C_2}}$$

$$2\zeta\omega_c = \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

bulunur ve bundan dolayı

$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \sqrt{R_2 R_3}$$

olur. Ayrıca,

$$H_o = -\frac{R_3}{R_1}$$

olduğunu görürüz. Verilen parametre değerlerini yukarıdaki denklemlerde yerine koyarsak

$$\omega_0 = 2000 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = 1.5$$

ve

$$H_o = -1$$

bulunur.

Örnek 12.24'te verilen devrede C_1 ve C_2 kapasitörlerinin değerlerini değiştirek, kesim frekansı ω_c 'yi 2000 rad/s'de sabit tutarken, 1.0, 0.75, 0.5 ve 0.25 sönüm katsayılarını elde etmek istiyoruz.

ÖRNEK

12.25

ÇÖZÜM

Örnek 12.24'te gösterildiği gibi kesim frekansı denkleminde kesim frekansı ω_c 2000 rad/s değerinde sabit tutulmak isteniyorsa C_1 ve C_2 değerlerinin çarpımı sabit olmalıdır. Eş. 12.24'te verilen kapasitor değerlerini kullanarak

$$C_1 C_2 = (10)^{-4}$$

veya

$$C_2 = \frac{(10)^{-14}}{C_1}$$

elde edilir. Bu ifadeyi sönüm katsayısi için verilen denklemde yerine koyarsak

$$\zeta = \frac{\sqrt{10^{-14}}}{\sqrt{C_1} \sqrt{C_1}} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \right] \sqrt{R_2 R_3}$$

$$= \frac{(0.15)(10^{-6})}{C_1}$$

veya

$$C_1 = \frac{(0.15)(10^{-6})}{\zeta}$$

elde edilir. Bundan dolayı $\zeta = 1.0, 0.75, 0.50$ ve 0.25 değerleri için C_1 'in alması gereken değerler sırası ile $0.15, 0.2, 0.3$ ve $0.6 \mu\text{F}$ olur. C_1 'in bu değerlerine karşılık C_2 değerleri sırası ile $67, 50, 33$ ve 17 nF olur.

Bu örnek süzgeçin kesim frekansını sabit tutarak istenilen geçici durum cevabı elde etmek için devre parametrelerini ayarlayabileceğimizi göstermiştir. Gerçekten de genel bir kural olarak devre parametrelerinin uygun şekilde ayarlanması ile özel karakteristiğe sahip süzgeçler tasarılayabiliriz.

ÖRNEK
12.26

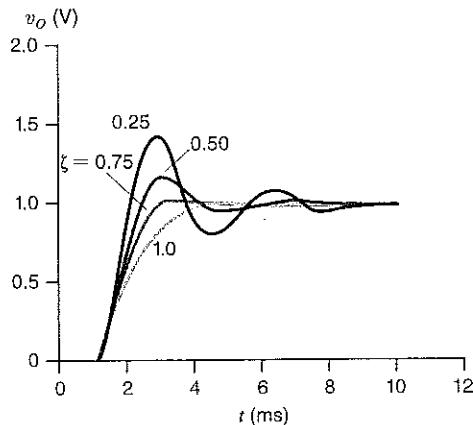
Şimdi Örnek 12.24'te oluşturulan devrenin geçici tepkisinin, sönüm katsayısı ζ azaldıkça artan bir aşırma ve salınıma sahip olduğunu göstereceğiz. Devrenin girişine -IV basamak fonksiyonu uygulayacak ve $R_i = \infty \Omega$, $R_o = 0 \Omega$ ve $A = 10^5$ olan bir işlemel yükselteç modeli kullanacağız.

ÇÖZÜM Dört farklı sönüm katsayıları için geçici tepki, ilgili kapasitörlerin değerleri ile birlikte uygun yöntemler kullanılarak hesaplanabilir.

Sonuç Şekil 12.55'te gösterilmiştir. Eğer bir basamak tepkisi hem de minimum aşım isteniyorsa $\zeta = 0.75$ değerinin iyi bir tasarım seçimi olabileceğini göstermektedir.

Şekil 12.55

Örnek 12.55'in geçici analizi.



Öğrendiklerimizi Binyayalım

E12.26 Eş. (12.65)'in Şekil 12.54'te verilen devrenin transfer fonksiyonu olduğunu gösteriniz.

İkinci mertebeden bant geçiren süzgeç için genel transfer fonksiyonu

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{sH_o}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad . \quad 12.66$$

şeklindedir. Daha önce ele alındığı gibi ω_0 bant geçiren karakteristığın merkez frekansıdır ve Q kalite faktörüdür. Hatırlarsanız, alçak geçiren süzgeç için H_o geçiş bandı veya DA kazanç idi. Bant geçiren süzgeç için ise kazanç ω_0 merkez frekansında maksimumdur. Bu maksimum kazancı bulmak için yukarıdaki denklemde $s = j\omega_0$ değişimini yaparak

$$\begin{aligned} \frac{V_o(j\omega_0)}{V_s(j\omega_0)} &= \frac{j\omega_0 H_o}{-\omega_0^2 + j\omega_0(\omega_0/Q) + \omega_0^2} \\ &= \frac{QH_o}{\omega_0} \end{aligned} \quad 12.67$$

elde edilir. Ayrıca, alt ve üst yarı-gülç frekansları arasındaki fark (yani $\omega_{HI} - \omega_{LO}$) tabii ki bant genişliğidir ve

$$\omega_{HI} - \omega_{LO} = BW = \frac{\omega_0}{Q} \quad 12.68$$

olur. Q devrenin frekans seçiciliğinin bir ölçütüdür ve denklemin işaret ettiği gibi Q arttıkça bant genişliği azalacaktır.

Bir bant geçiren süzgeçin işlemsel yükselteç uygulaması Şekil 12.56'da gösterilmektedir. Bu devre için transfer fonksiyonu

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{-\left(\frac{1}{R_1 C_1}\right)s}{s^2 + \left(\frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2}\right)s + \frac{1 + R_1/R_3}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad 12.69$$

şeklindedir. Bu ifadeyi bant geçiren süzgeç için verilen daha genel ifade ile karşılaştırır isek aşağıdaki tanımlar elde edilir:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \left(\frac{1 + R_1/R_3}{R_1 R_2 C_1 C_2} \right)^{1/2} \\ \frac{Q}{\omega_0} &= \frac{R_2 C_1 C_2}{C_1 + C_2} \\ \frac{Q}{\omega_0} \omega_0 &= \frac{R_2 C_1 C_2}{C_1 + C_2} \left(1 + R_1/R_3 \right)^{1/2} \end{aligned} \quad 12.70$$

Bu ifadeler daha da basitleştirilerek

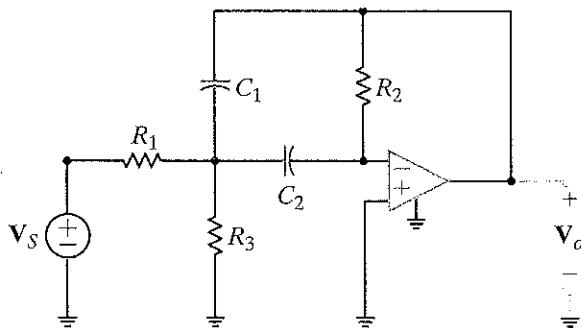
$$Q = \frac{(1 + R_1/R_3)^{1/2}}{1 + C_1/C_2} \left(\frac{R_2 C_1}{R_1 C_2} \right)^{1/2} \quad 12.71$$

$$BW = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \quad 12.72$$

ve

$$\left. \frac{V_o}{V_s} \right|_{\omega=\omega_0} = \frac{Q H_o}{\omega_0} = -\frac{R_2}{R_1} \left(\frac{1}{1 + C_1/C_2} \right) \quad 12.73$$

elde edilebilir.



Şekil 12.56
İkinci mertebeden bant
geçiren süzgeç.

$C_1 = C_2 = C$ koşulu altında Eş. (12.70) ve (12.73) için yeni ifadeler bulmak istiyoruz.

ÖRNEK

12.27

Yukarıdaki koşul altında denklemlerin

$$\omega_0 = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{1 + R_1/R_3}{R_1 R_2}}$$

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \sqrt{1 + \frac{R_1}{R_3}}$$

$$BW = \frac{2}{R_2 C}$$

ve

$$\left. \frac{V_o}{V_s} \right|_{\omega=\omega_0} = -\frac{R_2}{2R_1}$$

hâline dönüştüğünü görürüz.

ÇÖZÜM

ÖRNEK
12.28

Şekil 12.56'da gösterilen formda $BW = 2000 \text{ rad/s}$, $(V_o/V_s)(\omega_0) = -5$ ve $Q = 3$ olan bir bant geçiren süzgeç tasarlamak için Örnek 12.27'deki denklemeler kullanalım. $C = 0.1 \mu\text{F}$ değerini kullanın ve süzgeçin merkez frekansını belirleyiniz.

ÇÖZÜM Süzgeç denklemelerini kullanarak

$$BW = \frac{2}{R_2 C}$$

$$2000 = \frac{2}{R_2(10)^{-7}}$$

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{V_o}{V_s}(\omega_0) = -\frac{R_2}{2R_1}$$

$$-5 = -\frac{10,000}{2R_1}$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

ve

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \sqrt{1 + \frac{R_1}{R_3}}$$

$$3 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{10,000}{1000}} \sqrt{1 + \frac{1000}{R_3}}$$

veya

$$R_3 = 385 \Omega$$

elde edilir. Elde edilen $R = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 385 \Omega$ ve $C = 0.1 \mu\text{F}$ değerleri Şekil 12.56'da gösterilen bant geçiren süzgeçin tasarımı için gerekli tüm parametrelerdir. Süzgeçin merkez frekansı

$$\omega_0 = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{1 + R_1/R_3}{R_1 R_2}}$$

$$= \frac{1}{10^{-7}} \sqrt{\frac{1 + (1000/385)}{(1000)(10,000)}}$$

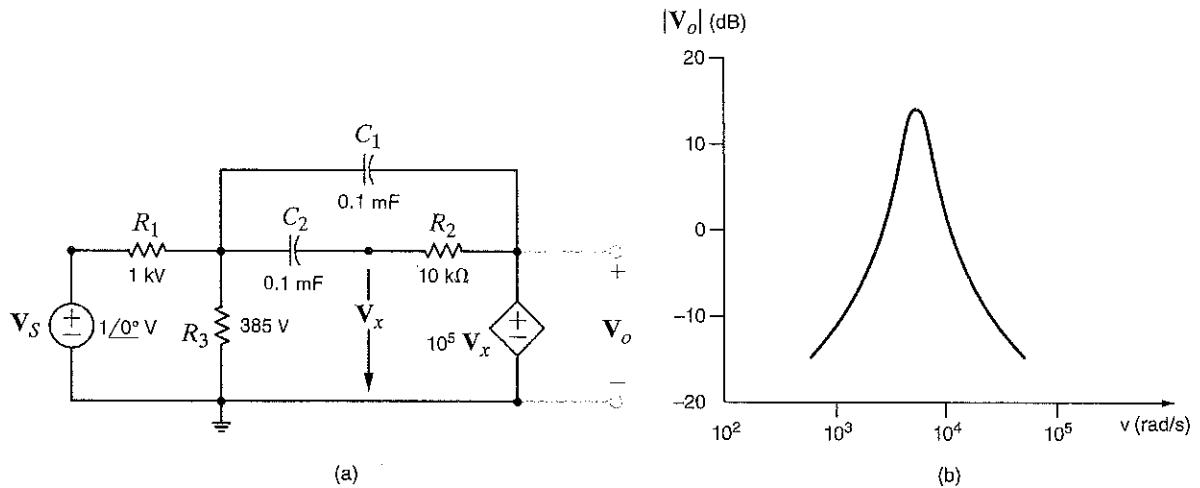
$$= 6000 \text{ rad/s}$$

olur.

ÖRNEK
12.29

Şekil 12.28'de verilen süzgeç için Bode diyagramını elde etmek istiyoruz. $R_i = \infty$, $R_o = 0$ ve $A = 10^5$ olacak şekilde işlemel yükselteç modelini kullanacağımız ve 600 – 60 kHz frekans aralığında çizim yapacağız.

ÇÖZÜM Bu devre için eşdeğer devre Şekil 12.57a'da gösterilmiştir. Bode diyagramı ise, Şekil 12.57b'de verilmiştir. Diyagramdan görülebileceği gibi merkez frekansı 6 krad/s ve $BW=2$ krad/s'dır.



Şekil 12.57

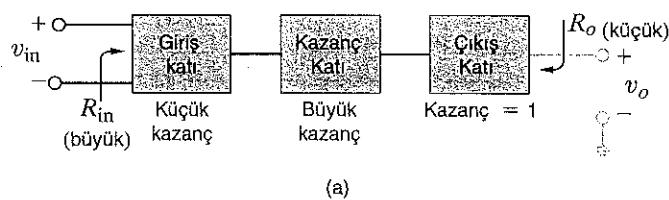
Örnek 12.59'da kullanılan şekiller: (a) bant geçiren devre eşdeğeri ve (b) Bode diyagramı.

Öğrendiklerimizi Sınayalım

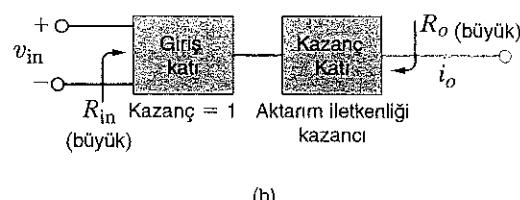
E12.27 Eş. (12.69)'un Şekil 12.56'da verilen bant geçiren süzgeçin transfer fonksiyonunu olduğunu gösteriniz.

İşlemsel yükselteçler geniş kabul görmüş ve birçok süzgeç uygulamasında oldukça faydalı olsalar da iç devre yapılarından kaynaklanan kısıtlamalar nedeniyle her zaman en iyi tercih olmazlar. Bu durum için verilebilecek iki örnek yüksek-frekanslı aktif süzgeçler ile düşük gerilimli (< 3 V) devrelerdir. Mobil iletişimim (cep telefonları, çağrı cihazları vb.) gelişimi sonucunda, bu tür uygulamalar yaygın kazanmıştır. Ancak, *operational transconductance amplifier* (*işlemsel aktarım iletkenliği yükselteci*) veya OTA olarak adlandırılan bir işlemsel yükselteç çeşidi vardır ki bunlar yukarıdaki senaryolarda mükemmel işlev görür. Böylece oldukça gelişmiş süzgeçler tek bir yonga üzerine uyarlanabilir. Bu kısımda OTA'nın temellerini anlatacağız ve analog çarpıcı, otomatik kazanç yükselteci ve yukarıda bahsi geçen süzgeç yapılarını da içeren uygulamalarını ele alacağız.

OTA'nın işlemsel yükseltece nazaran üstünlüğü Şekil 1.258'de gösterilen sekilden anlaşılabilir. Üç katlı işlemsel yükseltecin giriş katı büyük giriş direnci sağlar; $v_{in}(t)$ giriş



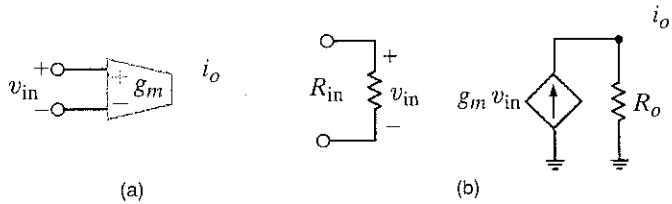
(a)



(b)

Şekil 12.58

İşlemsel yükselteç ve OTA'nın fizikalî yapısını gösteren çizimler: (a) işlemsel yükselteç (b) OTA.



Şekil 12.59

OTA: (a) şematik simbol, (b) basit modeli.

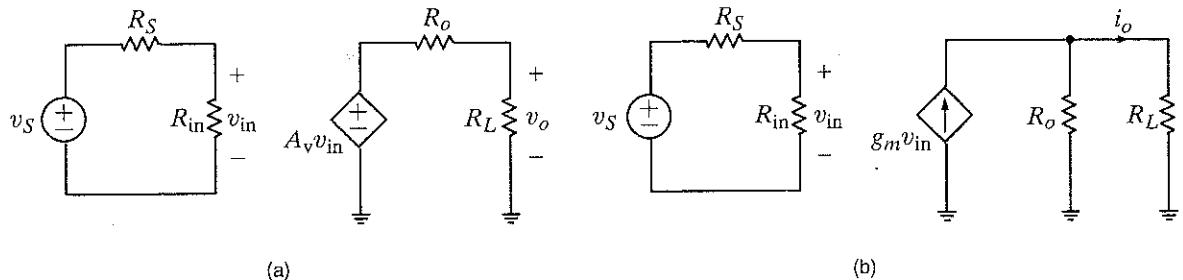
fark gerilimini (toprağa göre referans alınmış) tek yönlü gerilime dönüştür ve bir miktar kazanç sağlar. İşlemsel yükseltecin asıl kazancı ise kazanç katından gelir. Son olarak çıkış katı çok küçük bir gerilim kazancı sağlamasına rağmen düşük çıkış direnci sunar. Bu üç katmanlı model birçok işlemsel yükseltecin fiziksel tasarrumunu tam olarak görselleştirmektedir.

Şimdi, iki katmanlı OTA modelini ele alalım. İşlemsel yükseltekte olduğu gibi giriş katmanı büyük bir giriş direnci sağlar ancak, bu katmanın gerilim kazancı minimum değerdedir. İşlemsel yükseltecin tersine kazanç katı gerilim değil bir akım çıkışı üretir. Çıkış akım olduğundan, kazanç amper başına volt, yani aktarım iletkenliğidir (transconductance) ve birimi A/V veya siemens'tır. Çıkış katmanı olmadığından işlemsel yükseltece nazaran OTA daha küçük boyutludur, az enerji harcar ve yüksek değerli bir toplam çıkış direncine sahiptir. OTA'nın tüm kazancını tek bir katmana toparlamak iç tasarımını basitleştirmiştir ki böylece daha basit, hızlı ve küçük boyuttaki yükselteçler tek bir yonga üzerinde etkin bir şekilde çoğullanabilir. OTA için şematik simbol ve basit bir model sırası ile Şekil 12.59a ve 12.59b'de gösterilmiştir.

İşlemsel yükselteç ve OTA'nın performanslarını kıyaslamak için Şekil 12.60'da verilmiş olan devreyi ele alalım. İşlemsel yükselteç için toplam kazanç

$$A = \frac{v_o}{v_{in}} = \left[\frac{R_{in}}{R_s + R_{in}} \right] A_V \left[\frac{R_L}{R_L + R_o} \right] \quad 12.74$$

olur.



Şekil 12.60

(a) İşlemsel yükselteç ve (b) OTA'nın birbirlerine göre üstünlüklerini gösteren basit devreler.

İdeal durumda $R_{in} \rightarrow \infty$, $R_o \rightarrow 0$ ve çıkış gerilimi dış devre bileşenleri olan R_s ve R_L 'den bağımsızdır. OTA'nın toplam genel kazancı

$$G_m = \frac{i_o}{v_{in}} = \left[\frac{R_{in}}{R_s + R_{in}} \right] g_m \left[\frac{R_o}{R_L + R_o} \right] \quad 12.75$$

olarak verilir. İdeal bir OTA için, R_{in} ve $R_o \rightarrow \infty$, R_s ve R_L 'den bağımsız bir aktarım iletkenliği verir. OTA ve işlemsel yükselteç arasındaki benzerlik ve farklılıklar Çizelge 12.2'de sıralanmıştır.

ÇİZELGE 12.2 İdeal işlemsel yükselteç ve OTA özelliklerinin kıyaslanması

YÜKSELTEÇ TİPİ	İDEAL R_{in}	İDEAL R_o	İDEAL KAZANÇ	GİRİŞ AKIMI	GİRİŞ GERİLİMİ
Op-amp	∞	0	∞	0	0
OTA	∞	∞	g_m	0	sıfırdan farklı

İşlemsel yükselteçlerde olduğu gibi OTA da matematiksel devreler oluşturmak için kullanılabilir. Aktif süzgeçlerde yoğun olarak kullanılan üç OTA devresine göz atacağız: integratör, direnç benzetimci ve toplayıcı. Analizimizi basitleştirmek için sonsuz giriş ve çıkış direncine sahip ideal bir OTA kabulü yapacağız. Şekil 12.61'de gösterilen ve OTA aktif süzgeçlerinin kalbini oluşturan integratör şu şekilde analiz edilebilir:

$$i_o = g_m v_1 \quad v_o = \frac{1}{C} \int i_o dt \quad v_o = \frac{g_m}{C} \int v_1 dt \quad 12.76$$

veya frekans düzleminde,

$$I_O = g_m V_1 \quad V_O = \frac{I_O}{j\omega C} \quad V_O = \frac{g_m}{j\omega C} V_1 \quad 12.77$$

Entegre devre üretme açısından, dirençler (ki genellikle $> 10 \text{ k}\Omega$ gibi oldukça büyük değerli dirençler) fizikal olarak transistör gibi elemanlara nazaran çok yer kaplar. Ayrıca bu değerlerin doğru olarak üretilebilmesi zordur. Bu durum tasarımcıları OTA'ları dirençlerin benzetimi için kullanmaya yönledirmiştir. Böyle bir devre Şekil 12.62'de gösterilen topraklanmış dirençtir. Çizelge 12.2'de verilen ideal OTA denklemlerini kullanarak

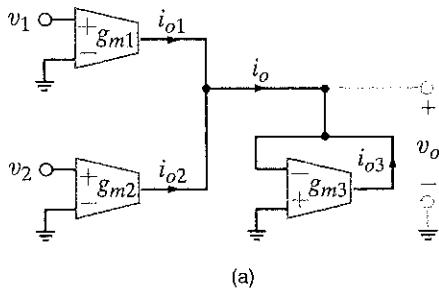
$$i_o = g_m(0 - v_{in}) = -g_m v_{in} \quad i_{in} = -i_o \quad R_{eq} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{1}{g_m} \quad 12.78$$

elde edilir.

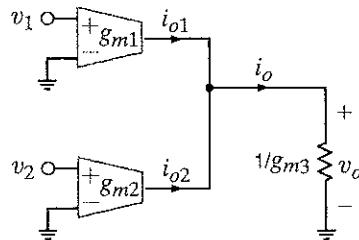
Basit bir toplayıcı devre Şekil 12.63'a'da gösterilmiştir. Burada OTA3 direnç benzetimcisidir. Eş. (12.78)'e dayanarak Şekil 12.63'b'de bir eşdeğer devre türetilmiştir. Bu devrenin analizi basittir:

$$i_{o1} = g_{m1} v_1 \quad i_{o2} = g_{m2} v_2 \quad i_o = i_{o1} + i_{o2} \quad v_o = \frac{i_o}{g_{m3}} = \frac{g_{m1}}{g_{m3}} v_1 + \frac{g_{m2}}{g_{m3}} v_2 \quad 12.79$$

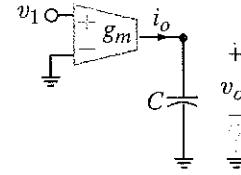
Bu noktada OTA'nın son bir önemli özelliğini gösterelim: programlanabilirlik. Aktarım iletkenliği g_m Şekil 12.64'a'da gösterildiği gibi, yükselteç kutuplama akımı olarak bilinen I_{ABC} akımı tarafından doğrusal olarak kontrol edilir. Maalesef I_{ABC} giriş'i yalnızca basit bir sematik simbol değildir. Aktarım iletkenliği g_m 'nin I_{ABC} akımına duyarlılığı tipik olarak 20 S/A'dır, fakat g_m 'nın değer aralığı ve maksimum değeri OTA tasarımasına bağlıdır. g_m 'nın maksimumu tipik olarak 10 mS ve aktarım iletkenliğinin değer aralığı, 10^3 ile 10^7 (veya 3-7 decade) arasındadır. Örneğin eğer g_m 'nın maksimumu 10 mS ve aktarım iletkenliğinin değer 4 decade ise bu durumda g_m 'nın minimum değeri 1 μS ve I_{ABC} akımının kullanılabilir aralığı 0.05 μA -0.5 mA olur idi.



(a)

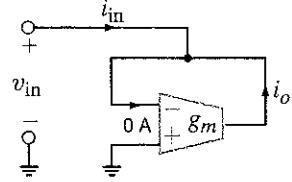


(b)



Şekil 12.61

OTA integratör.

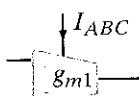


Şekil 12.62

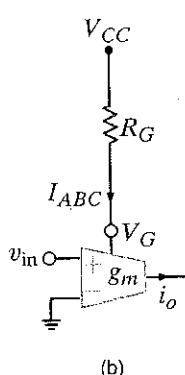
OTA direnç benzetimci.

Şekil 12.63

Bir OTA gerilim toplayıcı



(a)



(b)

Şekil 12.64b'de I_{ABC} 'nin ayarlanması için basit bir yöntem gösterilmektedir. Kazanç ayarlama direnci R_G I_{ABC} akımını sınırlar:

$$I_{ABC} = \frac{V_{CC} - V_G}{R_G} \quad 12.80$$

Burada V_{CC} pozitif besleme gerilimidir. Eğer V_G olarak etiketlendirilen uçtaki gerilim biliniyor ise, I_{ABC} R_G direnci kullanılarak belirlenebilirdi. Maalesef her bir üretici firma için bu değer farklıdır. Üreticiler OTA'larını, yükselteşlerin kullanım kılavuzlarında gösterilen, farklı V_G değerleri ile tasarlarmaktadır. Örneklerimizde V_G değerinin sıfır volt olduğu kabul edilecektir.

$$I_{ABC} = \frac{V_{CC}}{R_G} \quad 12.81$$

Şekil 12.64

Değiştirilmiş OTA şematik simbolü: (a) yükselteş giriş kutuplama akımı ve (b) I_{ABC} 'nin tek bir direnç ile ayarlanması.

ÖRNEK 12.30

İdeal bir OTA, maksimum 20 değerine sahip bir g_m - I_{ABC} duyarlılığı, 4 mS maksimum değerine sahip bir g_m ve 4 decade değerine sahip bir g_m aralığına sahiptir. Şekil 12.62'deki devreyi kullanarak verilen g_m ve I_{ABC} için 25 k Ω eşdeğer direnç üretiniz.

ÇÖZÜM Eş. (12.78)'den eşdeğer direnç $R_{eq} = 1/g_m = 25$ k Ω olur ve $g_m = 40 \mu\text{S}$ elde edilir. $g_m = 20I_{ABC}$ olduğundan gerekli yükselteş kutuplama akımı $I_{ABC} = 2 \mu\text{A}$ olur.

ÖRNEK 12.31

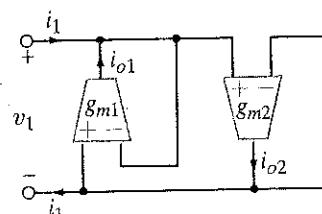
Şekil 12.65'te verilen devre değişken bir direnç görevi görebilir. İdeal bir OTA'da, $R_{eq} = v_1/i_1$ eşitliği için bir ifade bulunuz. Örnek 12.30'da tanımlanmış OTA'yı kullanarak 80 k Ω 'luk bir direnç oluşturunuz. 10 M Ω için işlemleri tekrarlayınız.

ÇÖZÜM OTA 1 için $i_{o1} = g_{m1}(-v_1)$ ve $i_1 = -i_{o1}$ olur. Böylece $R_{eq} = v_1/i_1 = 1/g_{m1}$ elde edilir. Aynı zamanda OTA 2 tarafından sağlanan ve $i_{o2} = g_{m2}(v_1)$ ve $i_{o2} = i_1$ olan dönüş akımını da göz önüne almamız gereklidir. Şimdi $R_{eq} = v_1/i_1 = 1/g_{m2}$ olur. Uygun bir çalışma için $g_{m1} = g_{m2}$ koşulu sağlanmalıdır.

$R_{eq} = 1/g_m = 80$ k Ω için $g_{m1} = g_{m2} = g_m = 12.5 \mu\text{S}$ elde edilir. $g_m = 20I_{ABC}$ olduğundan her iki OTA için gerekli kutuplama akımı $I_{ABC} = 0.625 \mu\text{A}$ olur. $R_{eq} = 1/g_m = 10$ M Ω için ise aktarım iletkenliği $g_m = 0.1 \mu\text{S}$ olur. Ancak, bu OTA'lar için minimum g_m değeri 0.4 μS olarak belirtilmiştir. Dolayısı ile daha uygun bir OTA veya daha iyi bir devre bulmalıyız.

Şekil 12.65

Değişken sahte direnç.



Şekil 12.63'te verilen toplayıcı ve Örnek 12.30'da belirtilen OTA kullanılarak aşağıdaki fonksiyonu üretiniz:

$$v_o = 10v_1 + 2v_2$$

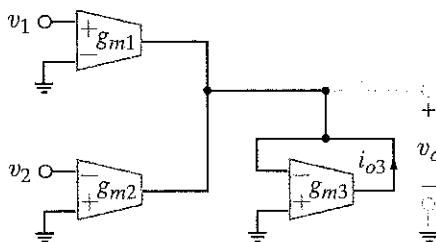
Yukarıdaki fonksiyonu bulmak için yaptığınız işlemleri

$$v_o = 10v_1 - 2v_2$$

fonksiyonunu elde etmek için tekrarlayınız.

Eş. (12.79)'u istenen fonksiyon ile karşılaştırıldığımızda $g_{m1}/g_{m3} = 10$ ve $g_{m2}/g_{m3} = 2$ olduğunu görürüz. Sadece iki denklem ve üç bilinmeyen ile çözüm elde etmek için g_m değerlerinden birini rasgele seçmemiyiz. $g_{m3} = 0.1 \text{ mS}$ seçerek $g_{m1} = 1 \text{ mS}$ ve $g_{m2} = 0.2 \text{ mS}$ elde edilir. Bunlara karşılık gelen kutuplama akımları $I_{ABC1} = 50 \mu\text{A}$, $I_{ABC2} = 10 \mu\text{A}$ ve $I_{ABC3} = 5 \mu\text{A}$ olur.

İkinci durum için, sadece Şekil 12.66'da gösterildiği gibi v_2 'nin işaretini tersleriz. Bu özellik OTA'nın işlemsel yükselticelere karşı bir başka üstünligidir. $g_{m3} = 0.1 \text{ mS}$ seçilerek birinci durumda kalan aynı kutuplama akımı elde edilir.



ÖRNEK 12.32

ÇÖZÜM

Şekil 12.66

Şekil 12.63'te verilen toplayıcı devredeki küçük bir değişiklik ile çıkartma devresi elde edilir.

OTA'nın kazancı I_{ABC} akımı ile kontrol edildiğinden çıkıştı iki gerilimin çarpımı olan analog bir çarpıcı tasaranamaz mı? Bu durum Şekil 12.67'de gösterilmiştir. Burada çıkış akımı

$$i_o = v_1 g_m = v_1 (20I_{ABC}) = 20v_1 \left[\frac{v_2}{R_G} \right] \quad 12.82$$

şeklinde ve çıkış gerilimi

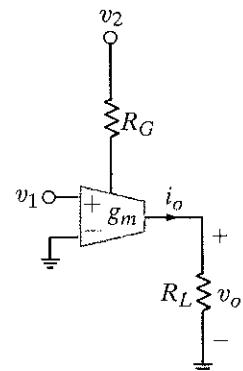
$$v_o = i_o R_L = 20 \left[\frac{R_L}{R_G} \right] v_1 v_2 \quad 12.83$$

şeklinde yazılabilir.

Yukarıdaki direnç oranı, çarpım işleminin kat sayısını olarak kullanıldı. Hem pozitif hem de negatif besleme gerilimleri kullanarak (V_{ce} ve V_{BE}) çarpıcının hem girişinde (v_1) hem de çıkışında (v_2) gerilimler pozitif veya negatif olabilir. Ancak, v_2 kutuplama akımı ucuna pozitif I_{ABC} sağlamalıdır. Dolayısı ile v_2 pozitif olmalıdır. Girişlerinden biri pozitif diğeri ise negatif olan bu tür çarpıcılar iki çeyrek bölge çarpıcıları denir. Eğer girişler aynı işaretre sahip olursa bu tip çarpıcıları dört çeyrek bölge çarpıcılar olarak adlandırırız.

Bir Pazar günü araba ile şehir dışına bir gezinti yapıp döndüğünüzü ve bu sırada arabanızın radyosunda dinlediğiniz FM istasyonuna ait verici antenlerinin yakınından geçtiğinizi varsayıyuz. Verici antenin yakınlarındayken radyonun anteninin daha güçlü bir sinyal aldığı açıklıktır. Buna karşın radyonun ses çıkıştı, sizin verici antene uzak veya yakın olmanıza bağlı olmadan, aynı kalmaktadır. Aracınız bunu nasıl başaramaktadır?

Elbette ki arabanız, verici antenlerin nerede olduğunu dair bir bilgiye sahip değildir. Fakat arabanın alıcı anteni ile hoparlör arasındaki güçlendirme, alınan işaret gücüne bağlı olarak kontrol edilmektedir –bu teknik otomatik kazanç kontrolü (OKK-automatic gain control: AGC) olarak adlandırılan bir tekniktir. Şekil 12.68'de verilen devre bunun OTA kullanılarak nasıl gerçekleştirilebileceğini göstermektedir. Burada önemli olan iki özellik vardır. İlk OTA 1'in kazancı kendi çıkışına bağımlıdır. v_0 geriliminde meydana gelen bir artış, kazançta azalmaya neden olmaktadır. Bu otomatik kazanç kontrolü olarak adlandırılır. İkincisi, g_{m1} v_0 geriliminin anlık değerinin değil genliğinin bir fonksiyonudur. Tepe değer algılayıcı olarak adlandırılan bir alt devre bu işlevi yerine getirir. Her ne kadar bu devrenin iç işleyişi şu an bizim ilgi alanımızın dışında olsa da devrenin bu uygulamada gerekliliğini görmek durumundayız.

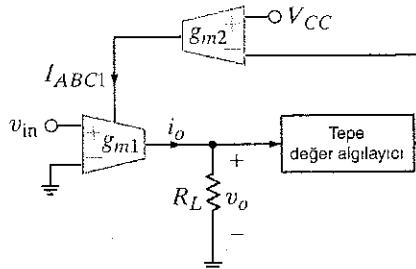


Şekil 12.67

İkinci çeyrek bölge analog çarpıcı.

Şekil 12.68

İki adet OTA kullanılarak gerçekleştirilen otomatik kontrol kazancına sahip yükselteç. Üçüncü bir OTA istenilir ise yük direnci oluşturmak için kullanılabilir.



OTA1 değişken kazanç sunarken OTA2 kazancı ayarlamak için kendisine bağlı bir çıkış gerilimi üretir:

$$v_o = i_o R_L = v_{in} g_{m1} R_L = v_{in} R_L (20 I_{ABC1}) = 20 v_{in} R_L g_{m2} (V_{CC} - |v_o|) = A v_{in} - B v_{in} |v_o| \quad 12.84$$

Gördüğü gibi çıkış gerilimi her ikisi de v_o ile orantılı olan iki terime sahiptir. Oran sabının v_o 'ya bağımlı olduğu terim, ikinci terimdir. Eş. (12.84)'ün çözümünde elde edilen v_o OKK'nın etkisini daha açık bir şekilde gösterir. (Bunu daha açık göstermek için mutlak değer işlemini ihmal ettik. Tepe değer algılayıcı tabii ki hâlen gereklidir.)

$$v_o = \frac{A v_{in}}{1 + B v_{in}} \quad 12.85$$

Eğer alınan işaret v_{in} küçük ise (yani vericiden uzak olduğumuzda) payda bire yaklaşır ve çıkış yaklaşık olarak $A V_{in}$ olur. Ancak, verici antene yaklaşır isek payda $B v_{in} \gg 1$ olana kadar artar. Bu durumda çıkış, temelde alınan işaretten bağımsız olacak şekilde, A/B oranına yaklaşır ve radyo çıkışını, verici antenden olan uzaklığa duyarlı değildir.

Şekil 12.61 ve 12.62'de verilen alt devreleri kullanarak OTA-C olarak adlandırılan ve sadece OTA ve kapasitör içeren aktif süzgeçler oluşturulabilir. Direncin olmaması, OTA-C süzgeçleri tek bir yonga veya monolitik uyardımlar için ideal kılmaktadır. Giriş olarak, Şekil 12.69'da verilen devreyi ele alalım. Ideal OTA'lar için transfer fonksiyonu şu şekilde belirlenir:

$$I_{o1} = g_{m1} V_{il} \quad I_{o2} = -g_{m2} V_o \quad I_C = V_o(j\omega C) = I_{o1} + I_{o2} \quad V_o = \frac{I_{o1} + I_{o2}}{j\omega C} = \frac{g_{m1}}{j\omega C} V_{il} - \frac{g_{m2}}{j\omega C} V_o$$

Transfer fonksiyonunun çözümü

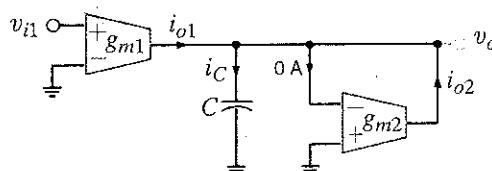
$$\frac{V_o}{V_{il}} = \frac{g_{m1}/g_{m2}}{\frac{j\omega C}{g_{m2}} + 1} \quad 12.86$$

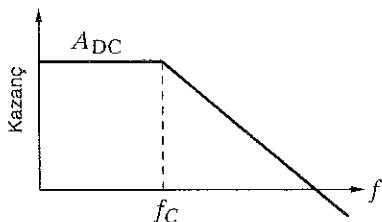
şeklinde alçak geçiren fonksiyon üretir. Eş. (12.86)'dan, devrenin Şekil 12.70'de verilen asimptotik Bode diyagramına sahip bir birinci mertebeden alçak geçiren süzgeç olduğu görülür. Kesim frekansı $f_C = g_{m2}/(2\pi C)$ ve DA kazancı $A_{DC} = g_{m1}/g_{m2}$ her ikisi de programlanabilir.

Monolitik OTA-C süzgeçlerde, kapasitörler ve OTA tek bir yonga üzerinde üretilebilir. Tipik OTA kapasitör değeri 1pF'dan 50pF'a kadar değişir.

Şekil 12.69

Basit bir birinci derece alçak geçiren OTA-C süzgeç.





Şekil 12.70

Birinci derece alçak geçiren süzgeç için Bode diyagramı.

Şekil 12.69'da gösterilen alçak geçiren süzgeç 25 pF değerli bir kapasitor ile 20 degerinde bir $g_m = I_{ABC}$ duyarlılığına, maksimum 1 mS g_m değerine ve 3 decades aralık değerinde sahip olan OTA'lar kullanılarak gerçekleştirılmıştır. Süzgeç transfer fonksiyonu için gerekli olan kutuplama akımlarını bulunuz.

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{\frac{4}{j\omega}}{\frac{2\pi(10^5)}{+1}}$$
12.87

Eş. (12.86)'yı elde edilmek istenen fonksiyon ile karşılaştığımızda $g_{m2}/C = (2\pi)10^5$ olur. C = 25 pF için $g_{m2} = 15.7 \mu S$ olur. $g_m = 20I_{ABC}$ olduğundan OTA2 için kutuplama akımı $I_{ABC2} = 0.785 \mu A$ olur. Son olarak $g_{m1}/g_{m2} = 4$ oranından $I_{ABC1} = 3.14 \mu A$ elde edilir.

ÇÖZÜM

ÖRNEK 12.33

Birçok OTA süzgeç topolojisi arasında en çok popüler olanı iki integral alıcılı biquad (çift, karesel) süzgeçtir. Burada *biquad* terimi "biquadratic" ifadesinin kısaltmasıdır ki bunun süzgeç terminolojisindeki anlamı süzgeç kazancının

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{A(j\omega)^2 + B(j\omega) + C}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_0}{Q}(j\omega) + \omega_0^2}$$
12.88

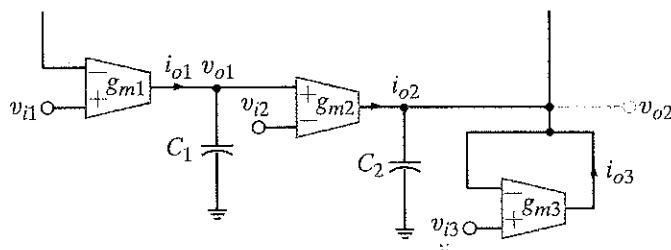
ifadesinde olduğu gibi, iki tane karesel fonksiyonun oranı olmasıdır.

A, B ve C değerleri uygun biçimde seçilerek Çizelge 12.3'te gösterildiği gibi alçak geçiren, bant geçiren ve yüksek geçiren fonksiyonlar oluşturulabilir. Şekil 12.71 Tow-Thomas süzgeci olarak bilinen iki integral alıcılı biquad süzgeci göstermektedir. OTA'ların ideal olduğu varsayımlı ile süzgeçin transfer fonksiyonu elde edilebilir. Integral alıcı olan OTA 1 için aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$\frac{V_{o1}}{V_{i1} - V_{o2}} = \frac{g_{m1}}{j\omega C_1}$$

ÇİZELGE 12.3 Bazı Tow-Thomas biquad süzgeçler

SÜZGEÇ TİPİ	A	B	C
Alçak geçiren	o	o	Sıfırdan farklı
Bant geçiren	o	Sıfırdan farklı	o
Yüksek geçiren	Sıfırdan farklı	o	o



Şekil 12.71

Tow-Thomas OTA-C biquad süzgeç.



OTA2'nın çıkış akımı ifadesi de şu biçimdedir:

$$I_{O2} = g_{m2}[V_{O1} - V_{i2}]$$

İkinci çıkış düğümünde KAY uygulanır ise

$$I_{O3} + I_{O2} = (j\omega C_2)V_{O2}$$

elde edilir ki burada

$$I_{O3} = [V_{i3} - V_{O2}]g_{m3}$$

yazılabilir. Eşitlikler çözültürse V_{O1} ve V_{O2} şu biçimde elde edilir:

$$V_{O1} = \frac{\left[\frac{j\omega C_2}{g_{m2}} + \frac{g_{m3}}{g_{m2}} \right] V_{i1} + V_{i2} - \left[\frac{g_{m3}}{g_{m2}} \right] V_{i3}}{\left[\frac{C_1 C_2}{g_{m1} g_{m2}} \right] (j\omega)^2 + \left[\frac{g_{m3} C_1}{g_{m2} g_{m1}} \right] (j\omega) + 1} \quad 12.89$$

ve

$$V_{O2} = \frac{V_{i1} - \left[\frac{j\omega C_1}{g_{m1}} \right] V_{i2} + \left[\frac{j\omega C_1 g_{m3}}{g_{m1} g_{m2}} \right] V_{i3}}{\left[\frac{C_1 C_2}{g_{m1} g_{m2}} \right] (j\omega)^2 + \left[\frac{g_{m3} C_1}{g_{m2} g_{m1}} \right] (j\omega) + 1}$$

Dikkat ederseniz, bu tek devre giriş işaretinin nereye uygulandığına bağlı olarak, hem alçak geçirilen ve hem de bant geçirilen sütgeç olarak uyarlanabilir. Çizelge 12.4 farklı olasılıkları listelemektedir. Eş. (12.88)'i (12.89) ile kıyasladığımızda ω_0 , Q ve bant genişliği için tasarım denklemlerinin

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g_{m1} g_{m2}}{C_1 C_2}} \quad \frac{\omega_0}{Q} = BW = \frac{g_{m3}}{C_2} \quad Q = \sqrt{\frac{g_{m1} g_{m2}}{g_{m3}^2}} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \quad 12.90$$

olacağını görebiliriz. Tom-Thomas bant geçirilen sütgeçini ele alalım. Eğer $g_{m1} = g_{m2} = g_m$ ve $C_1 = C_2 = C$ ise Eş. (12.90)'dan aşağıdaki ilişkiler kolaylıkla elde edilir:

$$\omega_0 = \frac{g_m}{C} = \frac{k}{C} I_{ABC} \quad \frac{\omega_0}{Q} = BW = \frac{g_{m3}}{C} = \frac{k}{C} I_{ABC3} \quad Q = \frac{g_m}{g_{m3}} = \frac{I_{ABC}}{I_{ABC3}} \quad 12.91$$

Burada k değeri, $g_m - I_{ABC}$ duyarlılığıdır. Eş. (12.91)'e bağlı olarak sütgeç karakteristğini istediğimiz gibi düzenleyebiliriz. Özellikle I_{ABC3} sabit tutulurken ile I_{ABC} ayarlanarak, bant genişliği etkilenmeden, merkez frekansı ve Q değeri istenildiği gibi belirlenebilir. I_{ABC3} değerini değiştirmek merkez frekansını değiştirmez; sadece bant genişliğini değiştirir. Son olarak, üç kutuplama akımının hepsi değiştirilirse, Q faktörü sabit tutulurken, merkez frekansı ve bant genişliği orantılı olarak değiştirilir.

ÇİZELGE 12.4 Şekil 12.72'de verilen Tow-Thomas biquad sütgeç için alçak geçirilen ve bant geçirilen yapıları

SÜTGEÇ TİPİ	GİRİŞ	ÇIKIŞ	İŞARET
Alçak geçirilen	v_{i2}	v_{o1}	Pozitif
	v_{i3}	v_{o1}	Negatif
	v_{i1}	v_{o2}	Pozitif
Bant geçirilen	v_{i2}	v_{o2}	Negatif
	v_{i3}	v_{o2}	Pozitif

ÖRNEK 12.34

Örnek 12.30'da verilen OTA özelliklerini ve 5-pF değerli bir kapasitor kullanılarak 6 MHz kesim frekansına, $Q = 5$ kalite faktörüne ve 1 DA kazancına sahip Tow-Thomas alçak geçirilen sütgeç tasarımlı yapınız.

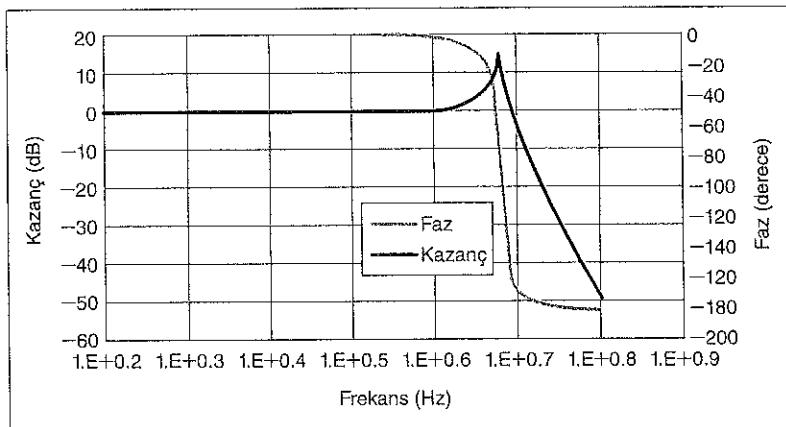
ÇÖZÜM $v_{i1} - v_{o2}$ giriş-çıkış çiftlerini, $g_{m1} = g_{m2} = g_m$ ve $C_1 = C_2$ alarak kullanmak, Eş. (12.91)'i kullanabilmemize imkân sağlar

$$g_m = \omega_0 C = (2\pi)(6 \times 10^6)(5 \times 10^{-12}) = 188.5 \mu S \quad g_{m3} = \frac{g_m}{Q} = 37.7 \mu S$$

Gerekli kutuplama akımları

$$I_{ABC1} = I_{ABC2} = \frac{g_m}{20} = 9.425 \mu A \quad I_{ABC3} = \frac{g_{m3}}{20} = 1.885 \mu A$$

olur. Şekil 12.72'de gösterilen Bode diyagramından kesim frekansının gerçekten de 6 MHz olduğunu görürüz.



Şekil 12.72

Örnek 12.74'te verilen Tow-Thomas alçak geçiren süzgecin Bode diyagramı.

12.6

Uygulama Örnekleri

Şekil 12.73a'da verilen AA-DA dönüştürücü el hesap makinalarında kullanılmak üzere tasarlanmıştır. İdeal durumda devre 120 Vrms sinüzoidal gerilimini 9 V DA gerilime dönüştürmelidir. Ancak, gerçekte çıkış

$$v_o(t) = 9 + 0.5 \sin 377t \text{ V}$$

olmaktadır. Çıkıştaki 60 Hz'lik bileşeni azaltmak için bir alçak geçiren süzgeç tasarlayalım.

Devrenin Thevenin eşdeğeri Şekil 12.73b'de gösterilmiştir. Şekil 12.73c'de gösterildiği gibi çıkış uçları arasına bir kapasitör bağlayarak çıkışta bir alçak geçiren süzgeç oluşturuz. Süzgeç eklenmiş dönüştürücünün transfer fonksiyonu

$$\frac{V_{OF}}{V_{Th}} = \frac{1}{1 + sR_{Th}C}$$

olur ki bu transfer fonksiyonu $f = 1/2\pi R_{Th}C$ frekansında bir kutbu sahiptir. 60 Hz'de daha büyük bir yayılma elde etmek için kutbu 6 Hz frekansına yerleştirirsek bu durumda denklem

$$\frac{1}{2\pi R_{Th}C} = 6$$

UYGULAMA ÖRNEĞİ 12.35

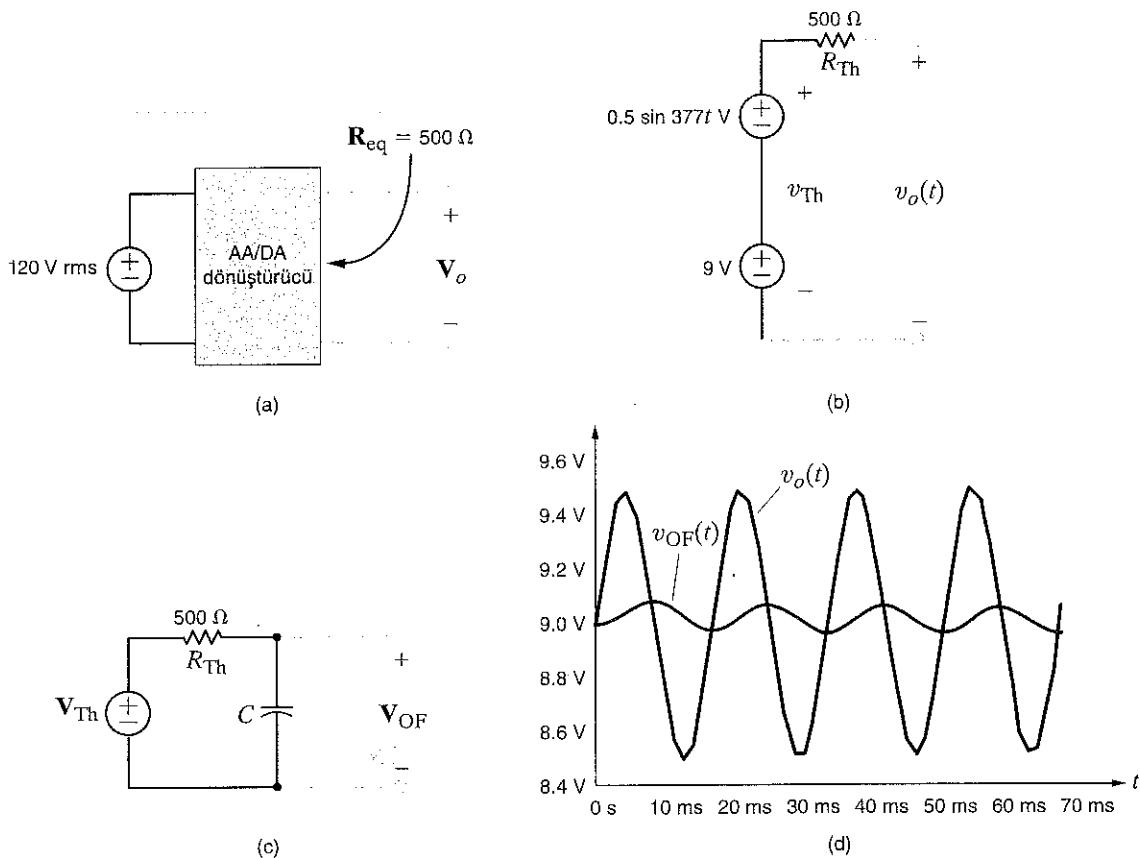
ÇÖZÜM

veya

$$C = 53.05 \mu\text{F}$$

olur. Dönüştürücünün performansını teyit etmek için geçici durum simülasyonu kullanılır.

Şekil 12.73d'de süzgeç olmadan $v_o(t)$ ve süzgeçli durumda $v_{OF}(t)$ çıkışları gösterilmektedir. Süzgeç, istenmeyen 60 Hz'lik bileşeni yaklaşık olarak 6 kat zayıflatmaktadır.



Şekil 12.73
AA/DA dönüştürücü için devreler ve çıkışlar.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 12.36

Bir FM radyo anteni yaklaşık 87.5 ile 108 MHz arasındaki FM bandındaki tüm istasyonların sinyallerini almaktadır. Radyo devresinin ilk olarak dinleyicinin dinlemek istediği istasyon dışındaki tüm istasyonların reddedecek ve daha sonra bu zayıf verici anten işaretini kuvvetlendirecek bir kapasiteye sahip olması gereklidir. Paralel rezonans devresi içeren ayarlı yükselteçler her iki görevi aynı anda yerine getirebilir.

Şekil 12.74'te verilen devre, ayırt direnç, kapasitör ve indüktörlerin kullanıldığı tek katlı akortlu bir transistörlü yükseltecin devre modelidir. $V_o(s)/V_A(s)$ transfer fonksiyonunu ve maksimum kazancın 91.1 MHz'de ortaya çıkması için gerekli C değerini bulalım. Burada $V_A(s)$ anten gerilimidir. Son olarak sonuçların benzetimini (simülasyonunu) gerçekleştirelim.

$V(s) = V_A(s)$ olduğundan transfer fonksiyonu

ÇÖZÜM

$$\frac{V_o(s)}{V_A(s)} = -\frac{4}{1000} \left[R//sL//\frac{1}{sC} \right]$$

$$\frac{V_o(s)}{V_A(s)} = -\frac{4}{1000} \left[\frac{s/C}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}} \right]$$

olur. Paralel rezonans devresi genellikle bir bant geçiren süzgeçtir. Maksimum kazanç f_0 merkez frekansında görülür. Bu durum paydadaki terimin minimum değerine karşılık gelir. Payda polinomu $D(s)$ 'yi ayrı ele alalım ve $s = j\omega$ yazalım. Bu durumda

$$D(j\omega) = \frac{R}{LC} - \omega^2 + \frac{j\omega}{C}$$

olur. Gerçel kısım sıfır olduğunda veya

$$\frac{1}{LC} - \omega_0^2 = 0$$

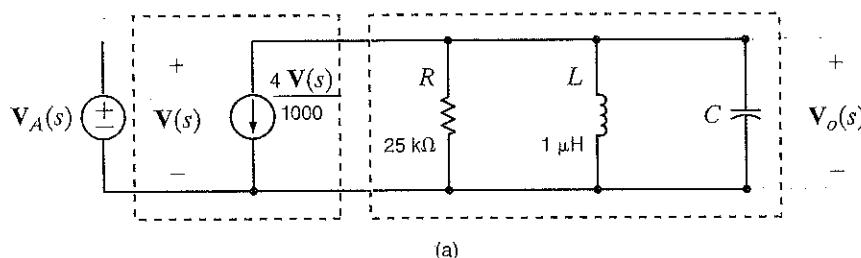
olduğunda ifade minimum değere sahip olur. Buradan merkez frekansı elde edilir:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Dolayısıyla 9.1 MHz'lik merkez frekansı için

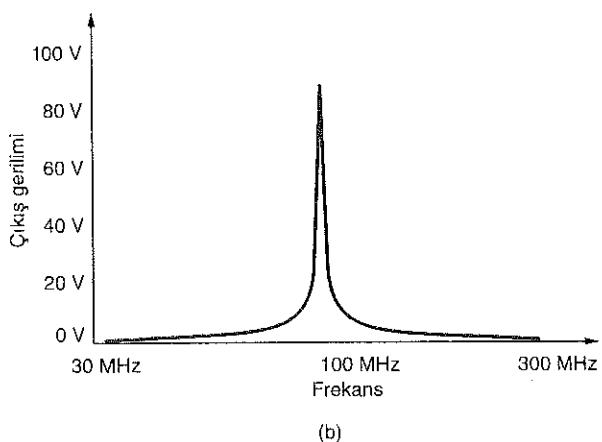
$$2\pi(91.1 \times 10^6) = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

olur.



Şekil 12.74

Paralel rezonanslı akortlu yükselticiler için devre şeması ve Bode diyagramı.



ve bunun için gerekli kapasitör değeri

$$C = 3.05 \text{ pF}$$

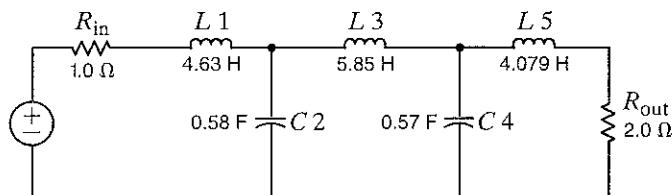
olur. Akortlu yükseltecin Bode diyagramında merkez frekansı 9.1 MHz'de olduğu için, Şekil 12.74b'de verildiği gibi, bu durum tasarımları doğrulamaktadır.

Şu ana kadar süzgeçler üzerine yapmış olduğumuz incelemelerin gösterdiği gibi, induktörler oldukça önemli bir role sahiptirler. Ancak, bu elemanlar, özellikle entegre devre yongaları ile kıyaslandığında normal olarak oldukça büyüklük ve ağırdırlar. Bundan dolayı devre tasarımcıları induktör kullanımı yerine işlemsel yükselteç ve OTA gibi elektronik elemanlar kullanırlar. Bu şekilde bir tasarım genellikle daha fazla bileşen kullanımını gerektirebilir ancak, tasarımın getirişi genellikle bu maliyete değer, çünkü dirençlerin, kapasitörlerin ve bu elektronik devre elemanlarının geniş-öçekli entegre devrelerde uyarlanması kolaydır.

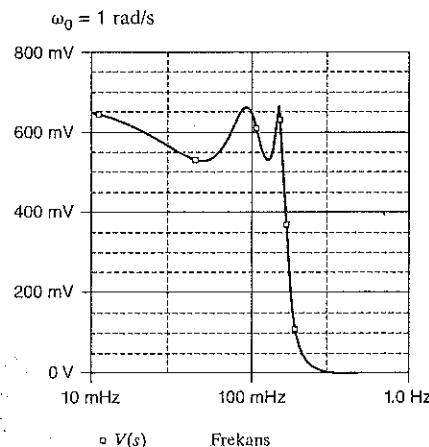
UYGULAMA ÖRNEĞİ 12.37

Şekil 12.75'te verilen merdiven devresini ele alalım. Bu devre aslında $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$ geçişme bandı frekansı olan 5. mertebeden bir Chebyshev alçak geçirgen süzgeç devresidir. Süzgeçin frekans tepkisi Şekil 12.76'da gösterilmektedir.

Şekil 12.75
Mertebeden alçak geçirgen Chebyshev süzgeci.

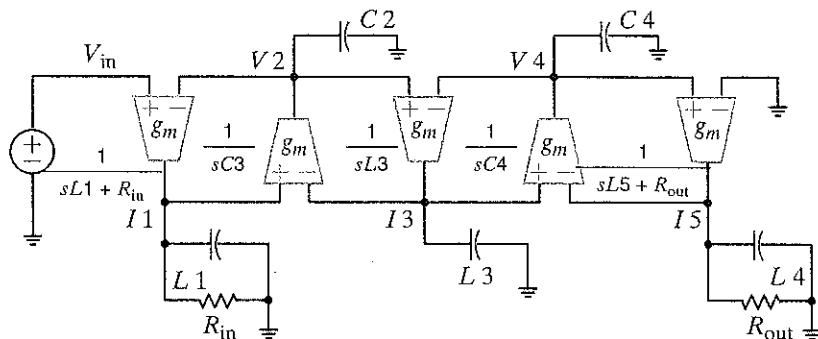


Şekil 12.76
Şekil 12.75'te gösterilen süzgeçin frekans tepkisi.



Dikkat ederseniz bu devre üç induktör içermektedir. Bundan dolayı bu devrenin bu üç elemanı içermeyen bir uyarlamasını elde etmeyi arzu ediyoruz. Bu devre OTA'lar kullanılarak yeniden tasarlanmıştır ve bu eşdeğer süzgeçin devre uyarlanması Şekil 12.77'de gösterilmiştir.

Süzgeçin $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$ frekansından 1 Mrad/s frekansına frekans ölçeklemesi ve giriş ve çıkış dirençlerinin 1Ω 'dan $1 \text{k}\Omega$ 'a genlik ölçeklemesinden sonra elde edilen eleman değerleri Çizelge 12.5'te gösterilmiştir. Dikkat ederseniz OTA uyarlamasında induktörler yerine kapasitörler kullanılmıştır ve buralar aynı sayısal değerlere sahiptirler. Ancak, birimler henry yerine faraddır.



ÇİZELGE 12.5 Örnek 12.37'de verilen süzgeç için değerler

LC PROTOTİPİ	OTA PROTOTİPİ	SON TASARIM
$R_{in} = 1 \Omega$	$R_{in} = 1 \Omega$	$R_{in} = 1 \text{ k}\Omega$
$L_1 = 4.626548 \text{ H}$	$L_1 = 4.626548 \text{ F}$	$L_1 = 4.626548 \text{ nF}$
$C_1 = 0.58354 \text{ F}$	$C_1 = 0.58354 \text{ F}$	$C_1 = 0.58354 \text{ nF}$
$L_3 = 5.850298 \text{ H}$	$L_3 = 5.850298 \text{ F}$	$L_3 = 5.850298 \text{ nF}$
$L_4 = 0.569797 \text{ F}$	$L_4 = 0.569797 \text{ F}$	$L_4 = 0.569797 \text{ nF}$
$L_5 = 4.078996 \text{ H}$	$L_5 = 4.078996 \text{ F}$	$L_5 = 4.078996 \text{ nF}$
$R_{out} = 2 \Omega$	$R_{out} = 2 \Omega$	$R_{out} = 2 \text{ k}\Omega$

Şekil 12.77

Şekil 12.75'te gösterilen 5. mertebeden alçak geçiren Chebyshev süzgeçin indüktör kullanmadan OTA'lar kullanılarak gerçekleştirilmesi.

Bu bölümde şu anda kadar bazı tasarım örnekleri sunduk. Bu kısmında pratik zenginlik sunacak ek örnekleri ele alacağız.

12.7

Tasarım Örnekleri

Kompakt disketler (CD compact disc) müzik kayıt ve dinleme için oldukça yaygın kullanılmaktadır. CD'ler bilgiyi sayısal olarak kaydedeler. Yani müzik belirli aralıklar ile örnekleştirilir ve örnekleşen değerler disk üzerine kaydedilir. Buradaki püf noktası, sürekli bir şekilde ses üretmeye imkân verecek şekilde çok hızlı örnekleme yapılmasıdır. Örnekleme hızı için endüstriyel standart 44.1 kHz'dır, yani 22.7 μs 'de bir örnek.

CD kaydında analog-sayısal dönüşüm esnasında kullanılan önemli bir kavram Nyquist ölübü olara adlandırılır. Bu ölçüte göre analog dönüşüm esnasında örnekleme frekansının yarısından (örneğimizde 22.05 kHz) daha büyük freksnlardaki sinyal bileşenleri tekrar üretilemez. Bundan dolayı, asılca daha uygun bir müzik elde etmek için herhangi bir örnekleme işleminden önce bu frekanstaki bileşenler süzülerek atılır.

Bu işlemi gerçekleştirmek için bir dizi alçak geçiren süzgeç tasarlayalım.

Bu süzgeç için DA'da (0 frekans) birim kazanç ve 22.05 kHz frekansında ise 20 dB'lık bir zayıflatma şeklinde tasarım isterleri olduğunu varsayıyalım. İlk olarak Şekil 12.78'de verilen basit bir RC süzgeç ele alalım.

Bu süzgeçin transfer fonksiyonu kolaylıkla

$$G_{pl}(s) = \frac{V_{ol}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + sRC}$$

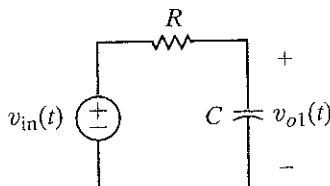
şeklinde bulunur. Tek kutuplu transfer fonksiyonu 20 dB/decade'lik bir zayıflatma sağladığından 22.05 kHz'de -20 dB'lık bir zayıflatma elde etmek için kutup frekansının bu frekansın onda biri olması gereklidir.

TASARIM ÖRNEĞİ 12.38

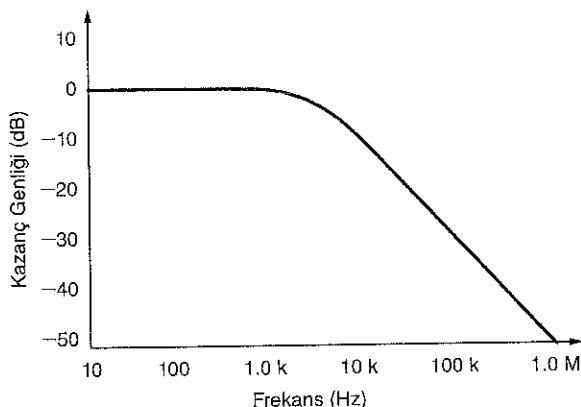
ÇÖZÜM

Şekil 12.78

Tek kutuplu alçak
geçiren sütgeç.

**Şekil 12.79**

Tek kutuplu alçak geçiren
sütgeç için Bode diyagramı.



Dolayısı ile,

$$f_p = \frac{1}{2\pi RC} = 2.205 \text{ kHz}$$

olur. $C = 1 \text{ nF}$ olacak şekilde rasgele seçilir ise, R için elde edilecek değer $72.18 \text{ k}\Omega$ olur ki bu değer mantıklı bir değerdir. $G_{v1}(s)$ 'nın Bode diyagramı Şekil 12.79'da verilmiştir. İstenen tüm özellikler sağlanmıştır. Ancak, bu arada duyulabilir frekans banda da ciddi zayıflamalar gerçekleşmiştir. Bu istenmeyen bir durumdur.

Daha gelişmiş bir sütgeç Şekil 12.80'de gösterilmiştir. Bu sütgeç, birim kazançlı bir tampon ile ayrılmış özdeş sütgeç katmanlarına sahip, iki katmanlı bir alçak geçiren sütgeçtir.

İşlemsel yükseltecin varlığı, katmanları birbirinden bağımsız olarak ayrı ayrı ele alamamızı imkân verir. Böylece transfer fonksiyonu

$$G_{v2}(s) = \frac{V_{o2}}{V_{in}} = \frac{1}{[1 + sRC]^2}$$

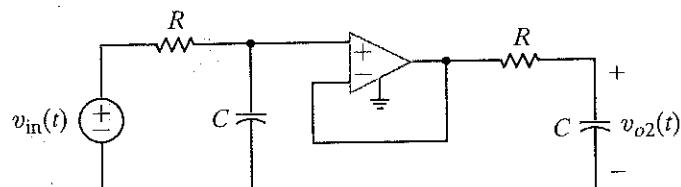
olur. 22.05 kHz frekansında, kazancın 0.1 (20 dB zayıflatma) olacağını bildiğimizden dolayı, gerekli olan kutup frekanslarını bulmak için $G_{v2}(s)$ denklemini kullanalım. $s = j\omega$ değişimi yaparak $G_{v2}(s)$ için genlik

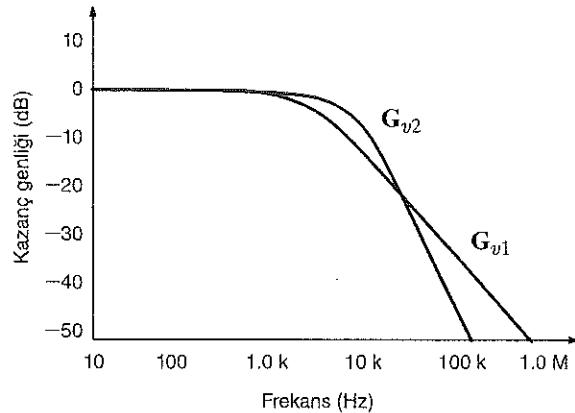
$$|G_{v2}| = \left\{ \frac{1}{1 + (22,050/f_p)^2} \right\} = 0.1$$

şeklinde ifade edilebilir ve kutup frekansı 7.35 kHz olarak bulunur. Buna karşılık gelen direnç değeri $25.65 \text{ k}\Omega$ dur. G_{v1} ve $G_{v2}(s)$ için Bode diyagramları Şekil 12.81'de verilmiştir. Dikkat ederseniz, iki katmanlı sütgeç müzik kaydının asılına daha uygun olmasını sağlayabilecek daha büyük bir bant genişliğine sahiptir.

Şekil 12.80

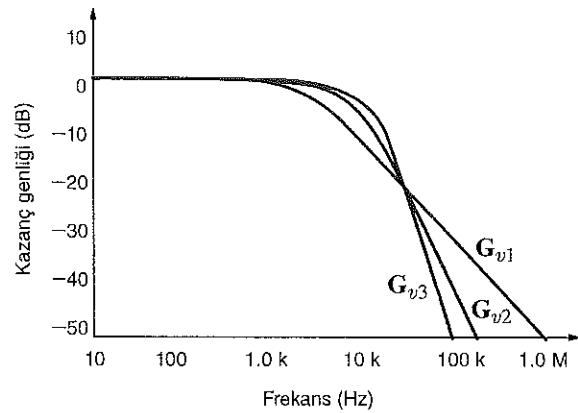
İki katmanlı, tamponlu
sütgeç.





Şekil 12.81

Tek ve iki katmanlı süzgeçler için Bode Diyagramları.



Şekil 12.82

Tek, iki ve dört katmanlı süzgeçler için Bode Diyagramları.

İki katmanlı süzgeci dört katmanlı süzgeç hâline getirerek bir başka iyileştirme daha yapalım. Yine 22.05 kHz'de genlik kazancı 0.1'dir ve

$$G_{v3} = \left\{ \frac{1}{[1 + (22,050/f_p)^2]^2} \right\} = 0.1$$

yazılabilir. Kutup frekansı 15 kHz'de oluşur ve gerekli direnç değeri 10.61 kΩ olur. Şekil 12.82 tüm Bode diyagramlarını göstermektedir. Tabii ki en büyük bant genişliğine sahip olduğu için dört katmanlı süzgeç en iyi seçim olacaktır (dört katlı olmasından kaynaklanan ek aktif ve pasif devre elemanlarından dolayı oluşan maliyet hariç).

Şekil 12.83a'da verilen devre çentik (notch) süzgeç olarak isimlendirilir. Şekil 12.83b'de verilen Bode diyagramından süzgecin f_n çentik frekansında transfer fonksiyon kazancının sıfır olduğu, bu frekansın altı ve üstündeki değerlerde ise birim kazanca sahip olduğu görülür. Bir kasetçalarda gözüken 60 Hz'lık rahatsız edici vizültüyü yok etmek için bir çentik süzgeç tasarlayalım ve Bode diyagramını çizelim.

Şekil 12.83c süzgeç uyarlanmasıının blok diyagramını göstermektedir. Kasetçalar çıkışını, hem istenen müzik işaretini ve hem de istenmeyen vizültüyü içermektedir. Süzgeçlendikten sonra V_{amp} gerilimi, 60 Hz'lık bileşen içermeyecektir ve 60 Hz civarında bir zayıflatma olacaklardır. Şekil 12.83d'de blok diyagramının, hem kaset bölümünün Thevenin eşdeğerini hem de güç yükseltecinin eşdeğer direncini içeren eşdeğer devresi gösterilmektedir. Gerilim bölüşüm işlemi uygulayarak transfer fonksiyonunu

$$\frac{V_{amp}}{V_{tape}} = \frac{R_{amp}}{R_{amp} + R_{tape} + \left(sL // \frac{1}{Cs} \right)}$$

olarak buluruz. Bazı düzenlemelerden sonra transfer fonksiyonu

$$\frac{V_{amp}}{V_{tape}} = \frac{R_{amp}}{R_{amp} + R_{tape}} \left[\frac{s^2 LC + 1}{s^2 LC + s \left(\frac{L}{R_{tape} + R_{amp}} \right) + 1} \right]$$

olarak yazılabılır.

TASARIM ÖRNEĞİ 12.39

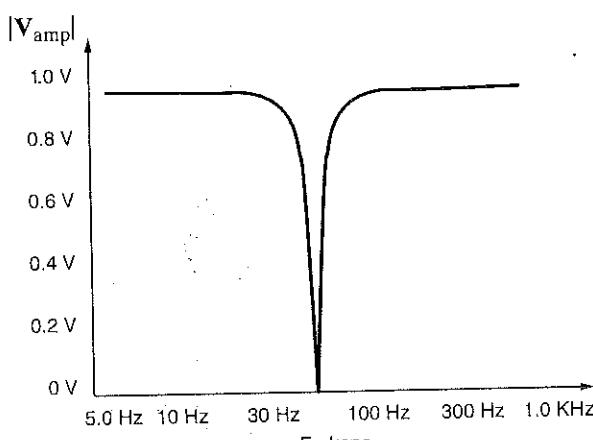
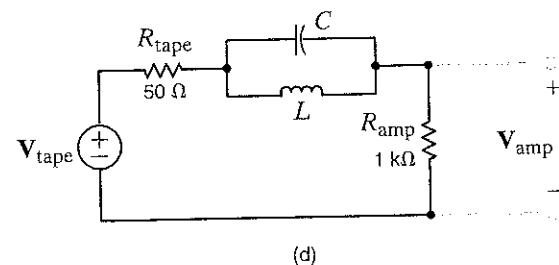
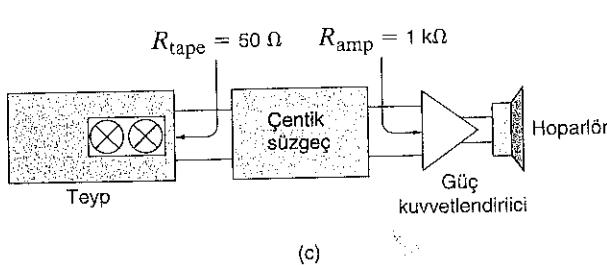
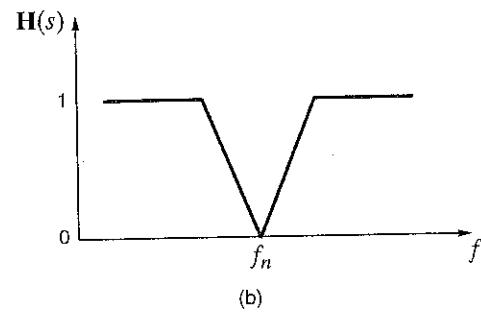
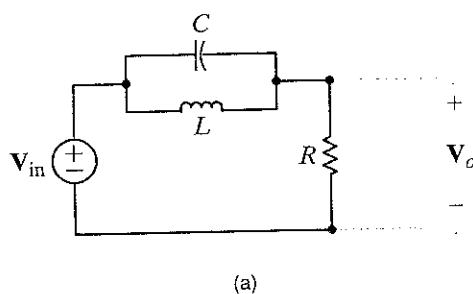
ÇÖZÜM

Transfer fonksiyonunun iki kutup ve iki sıfır içerdigi görülmektedir. $s = j\omega$ alarak, ω_z sıfır frekansları

$$\omega_z = \pm \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

şeklinde bulunur. Tabii ki sıfır frekanslarının 60 Hz'de olmasını istiyoruz. Bunun için $C = 10 \mu\text{F}$ ve dolayısı ile $L = 0.704 \text{ H}$ olacak şekilde serbestçe seçilebilir.

Şekil 12.83e'de Bode diyagramları, 60 Hz frekansında hiçbir aktarımın olmadığını açık olarak teyit etmektedir.



Şekil 12.83

60 Hz çentik süzgeç için devreler ve Bode Diyagramları.

Elektronik mühendisliğinde hızla büyüyen bir alan, hem sayısal ve hem de analog devrelerde daha büyük sistemler oluşturmak için bir araya getiren karışık mod devrelerdir. Bu devrelerde kilit eleman analog-sayısal dönüştürücüler veya kısaca ADC'dir. Bunlar analog gerilimi "ölçer" ve bunu bir sayısal gösterime dönüştürürler. Eğer bu dönüştürüler yeteri kadar hızlı yapılabilir ise, sonuç Şekil 12.84a'de gösterildiği gibi bir veri nokta dizisi olur. Bu noktaları birleştirmek, $v_A(t)$ analog işaretini ortaya çıkaracaktır. Ancak, Şekil 12.84b'de gösterildiği gibi, maalesef, daha yüksek frekanslı işaretler de tamamen aynı veri noktalarına sahip olabilir. Bu olay frekansta örtüşme –aliasing– olarak bilinir ve Şekil 12.84c'de gösterildiği gibi ADC öncesinde örtüşme önleyici süzgeç olarak bilinen alçak geçiren süzgeçler kullanılarak bu olayın oluşması önlenebilir. Genel olarak, süzgeçin yarı-güç frekansı, dönüşümü yapılacak işaretin frekansından daha yüksek ancak, bastırılması istenilen işaretten ise daha düşük olmalıdır.

100 Hz yarı-güç frekansına sahip, ancak 60 Hz'lik işareti elde etmemize müsaade edecek, bir örtüşme önleyici süzgeç tasarlamak istiyoruz. Tasarımda ADC'nin sonsuz bir giriş direncine sahip olduğunu varsayacağız.

ADC'nin sonsuz bir giriş direncine sahip olduğunu kabul ederek süzgeç için transfer fonksiyonunun oldukça basit bir formda olduğunu göreceğiz.

TASARIM ÖRNEĞİ 12.40

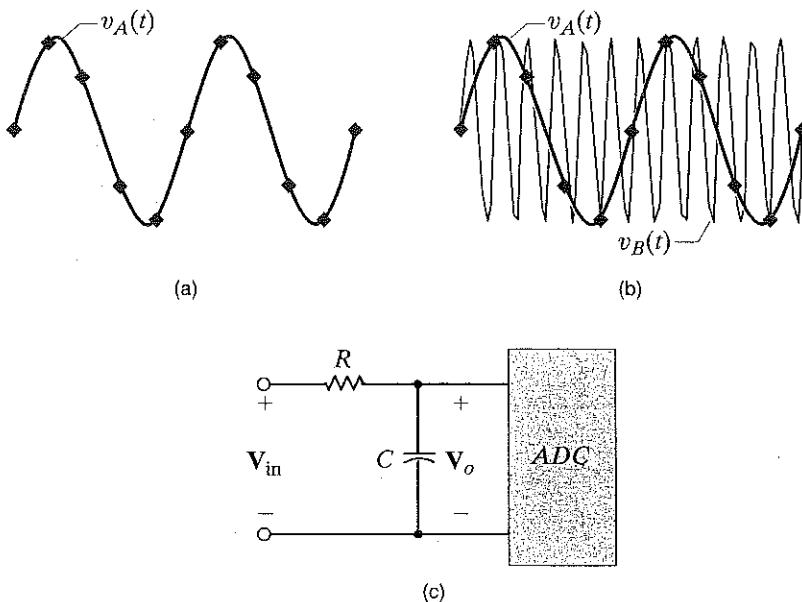
ÇÖZÜM

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Yarı güç frekansı

$$f_p = \frac{1}{2\pi RC} = 100 \text{ Hz}$$

olur. Eğer C rasgele olarak 100 nF seçilir ise, ki bu kapasitör boyut olarak dirençten bir miktar küçük ancak ADC entegre devreden büyüktür, aranan direnç değeri 15.9 kΩ olur.



Şekil 12.84

Şekil 12.84 ADC devresinin kısa bir açıklaması: (a) ADC örnekleri alınan dalga formunda veri noktaları gibidir. (b) Yüksek frekanslı işaretler de aynı veri noktalarına sahip olabilir. Örneklemeden sonra v_B(t) sanki daha düşük frekansa ötelemişdir ki bu, frekansta örtüşme –aliasing– olarak adlandırılır. (c) çözüm: bir örtüşme önleyici alçak geçiren süzgeç

TASARIM ÖRNEĞİ 12.41

Şekil 12.85'te gösterilen devre sadece ses işaretlerinin alçak frekans bileşenlerini, Şekil 12.85b'de verilen Bode diyagramında gösterildiği gibi, kuvvetlendiren ucuz bir "bass güçlendirici" yükselteçtir. Anahtar açık iken gerçeli V_o/V_{in} transfer fonksiyonunu elde etmek ve sonra bu transfer fonksiyonundan ve Şekil 12.85b'den R_1 ve R_2 için uygun değerleri seçmek istiyoruz. f_p için elde edilen değer nedir?

ÇÖZÜM

Anahtar açık iken, transfer fonksiyonunu yazmak için, klasik evitmeyen işlemel yükseleç yapısı ifadesini kullanabiliriz.

$$\frac{V_o}{V_{in}} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}$$

Burada $Z_1 = R_1$ ve $Z_2 = R_2$, R_2 ve $1/j\omega C$ 'nin paralel kombinasyonudur. Z_2

$$Z_2 = R_2 // \frac{1}{j\omega C} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$$

ve transfer fonksiyonu

$$\frac{V_o}{V_{in}} = 1 + \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}}{R_1} = \frac{R_1 + R_2 + j\omega R_1 R_2 C}{R_1(1 + j\omega R_2 C)} = \left[\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right] \left[\frac{1 + j\omega R_p C}{1 + j\omega R_2 C} \right] \quad 12.92$$

şeklinde yazılabilir. Burada $R_p = R_1//R_2$ olur. Devre $1/R_p C$ frekansında bir sıfır ve $1/R_2 C$ frekansında bir kutbu sahiptir. R_p direnci, R_2 'den küçük olmak zorunda olduğundan sıfır frekansı kutup frekansından daha büyüktür ve Şekil 12.85b'de verilen çizim bu anlamda uygundur.

Şimdi de devre elemanlarının değerlerini belirleyelim. DA'da ($\omega = 0$) kazanç 6 dB yani 2 kat olmalıdır:

$$\frac{V_o}{V_{in}}(j0) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 2$$

Eş. (12.92)'den

$$\frac{1}{R_p C} = 2\pi(500) \Rightarrow R_p = \frac{1}{1000\pi C} = 3.18 \text{ k}\Omega$$

bulunur. Böylece $R_1 = R_2$ ve $R_p = R_1/2$ olur. Şekil 12.85b'den sıfırın frekansı 500 Hz'dır ve bu bilgiyi kullanarak R_p

$$\frac{1}{R_p C} = 2\pi(500) \Rightarrow R_p = \frac{1}{1000\pi C} = 3.18 \text{ k}\Omega$$

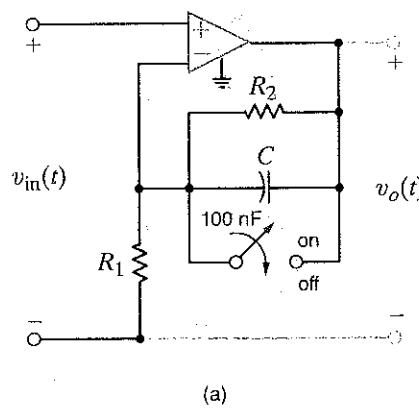
şeklinde elde edilir. Tabii ki $R_1 = R_2 = 2R_p = 6.37 \text{ k}\Omega$ olur: Son olarak kutup frekansı

$$\frac{1}{2\pi R_2 C} = 250 \text{ Hz}$$

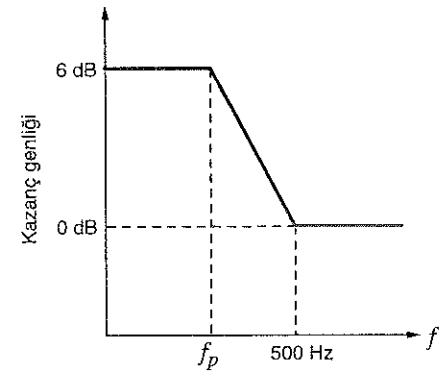
şeklinde hesaplanır.

Şekil 12.85

Bir "bass güçlendirici" devre (a) ve devrenin Bode genlik diyagramı çizimi (b).



(a)



(b)

Bir müzik meraklısı, müzik setinin Şekil 12.86a'da gösterildiği gibi yüksek frekans tepkisinin kısıtlı olduğunu keşfeder. Nerede ise uykuları kaçacak şekilde endişelenerek, Şekil 12.86b'de gösterilen frekans tepkisine sahip, "üç kat yükseltmen" bir devreyi teyp ile ana yükselticə arasına yerleştirmeye karar verir. Teybin çıkışını bir yükseltice verme düşüncesi, 20 kHz frekansa kadar "düz" bir frekans tepkisi üretmeliidir. Şekil 12.86c'de verilen devre bu müzik meraklısının tasarımındır. Devrenin frekans tepkisinin istenilen formda olduğunu gösteriniz ve bu devrenin arzu edildiği şekilde çalışabilmesi için gerekli olan R_1 ve R_2 değerlerini belirleyiniz.

Devrenin evirmeyen kazanç konfigürasyonuna sahip olduğunu fark ederek transfer fonksiyonu ÇÖZÜM

$$\frac{V_o}{V_{in}} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \quad 12.93$$

şeklinde yazılır. Burada Z_2 , R_2 direncine eşittir. Z_1 ise R_1 ve $1/j\omega C$ 'nin seri eşdeğeridir. Bu değerleri Eş. (12.93)'te yerine koyarak

$$\frac{V_o}{V_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1 + j\omega C(R_1 + R_2)}{1 + j\omega CR_1}$$

elde edilir. Kutup frekansı 20 kHz civarında olacağından

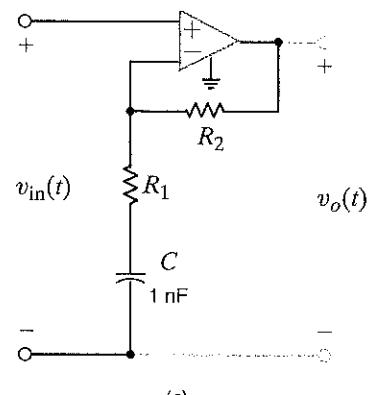
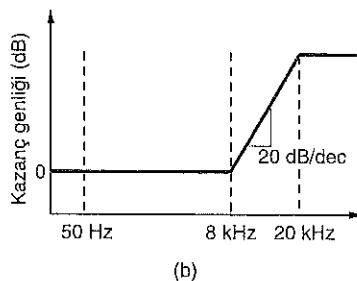
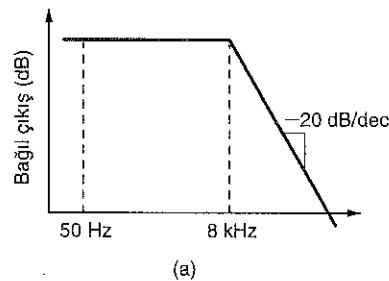
$$f_p = 2 \times 10^4 = \frac{1}{2\pi CR_1} \Rightarrow R_1 = 7.96 \text{ k}\Omega$$

olur. Sıfır frekansı 8 kHz'dır ve bundan dolayı

$$f_z = 8 \times 10^3 = \frac{1}{2\pi C(R_1 + R_2)} \Rightarrow R_1 + R_2 = 19.9 \text{ k}\Omega$$

bulunur. Dolayısı ile R_2 12.0 kΩ olur.

TASARIM ÖRNEKLERİ 12.42



Şekil 12.86

Hatalı müzik setinin düzeltilmesi. (a) Orijinal frekans tepkisi, (b) düzeltici frekans tepkisi, (c) devre gerçekleştirmesi.

ÖZET

- Dört tip devre ve transfer fonksiyonu vardır:

 1. $Z(j\omega)$: giriş geriliminin giriş akımına oranı
 2. $Y(j\omega)$: çıkış akımının giriş gerilimine oranı
 3. $G_v(j\omega)$: çıkış geriliminin giriş gerilimine oranı
 4. $G_i(j\omega)$: çıkış akımının giriş akımına oranı

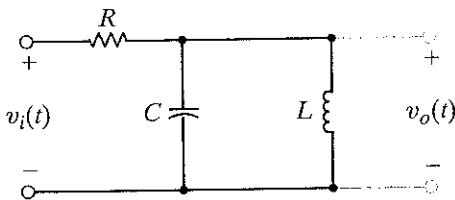
- Sürücü nokta fonksiyonları bir çift uç arasında tanımlı empedans veya admittansdır; örneğin, devrenin giriş empedansı gibi.
 - Devre fonksiyonu
- $$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$
- formunda tanımlandığında

$N(s)$ 'in kökleri $H(s)$ 'nin sıfır olmasına neden olur ve bunlar, fonksiyonun sıfırları olarak tanımlanır. $D(s)$ 'in kökleri ise $H(s)$ 'in sonsuz büyük olmasına neden olur ve bunlar da fonksiyonun kutupları olarak tanımlanır.

- Bode diyagramları transfer fonksiyonunun genlik ve fazının, freksansın bir fonksiyonu olarak, yarı-logaritmik çizimleridir. Hızlı bir şekilde genlik karakteristğini çizmek için doğru parçaları yaklaşımı kullanılabilir. Gerekli olduğunda gerçek karakteristik ile doğru parçası yaklaşımı arasındaki hata hesaplanabilir.
- $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ifadesi ile verilen çinlama (rezonans) frekansı seri RLC devresinin veya paralel RLC admitansının tamamen gerçek olduğu frekansa karşılık gelir.
- Kalite faktörü, rezonans tepesinin dikliğinin bir ölçütüdür. Yüksek Q değerleri keskin, dik tepe oluşturur.

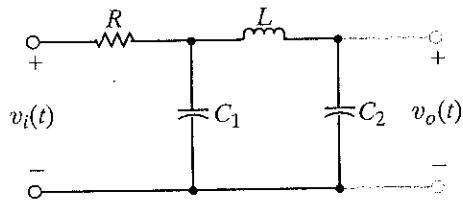
PROBLEMLER

- 12.1** Şekil P12.1'de gösterilen devrede devrenin giriş uçlarında sürme noktası empedansını s 'nin bir fonksiyonu olarak ifade ediniz.



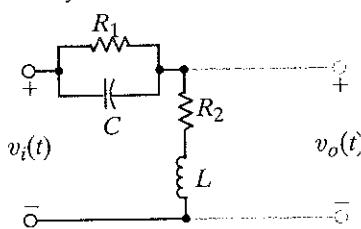
Şekil P12.1

- 12.2** Şekil P12.2'de gösterilen devrede devrenin giriş uçlarında sürme noktası empedansını s 'nin bir fonksiyonu olarak ifade ediniz.



Şekil P12.2

- 12.3** Şekil P12.3'te gösterilen devrede $V_o(s)/V_i(s)$ gerilim transfer fonksiyonunu s 'nin bir fonksiyonu olarak bulunuz.



Şekil P12.3

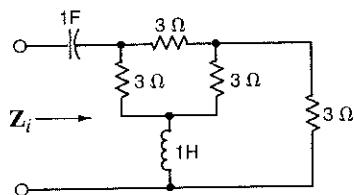
Seri RLC devreleri için $Q = (1/R)\sqrt{L/C}$ paralel RLC devreleri için $Q = R\sqrt{C/L}$ olarak tanımlanmaktadır.

- Yarı-güç, kesme veya kesim frekansları genlik karakteristiginin Bode diyagramında maksimum değerin $1/\sqrt{2}$ sine düşdüğü frekanstır.
- Pasif devre elemanları için parametre değerleri hem genlik ve hem de frekans için ölçeklendirilebilir.
- Alçak geçiren, yüksek geçiren, bant geçiren ve bant durdurucu süzgeçler, yaygın olan dört tip süzgeçtir.
- Bant geçiren veya bant durdurucu süzgeçler için bant genişliği yarı-güç frekansları arasındaki farktır:

$$BW = \omega_{HI} - \omega_{LO}$$

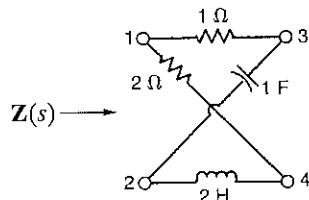
Seri RLC devreleri için $BW = R/L$, paralel RLC devreleri için ise $BW = 1/RC$ olur.

- 12.4** Şekil P12.4'te gösterilen devrede devrenin giriş uçlarında sürme noktası empedansını s 'nin bir fonksiyonu olarak ifade ediniz.



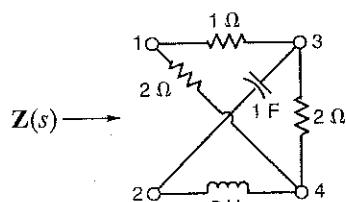
Şekil P12.4

- 12.5** Şekil P12.5'te gösterilen devrede, devrenin 1-2 uçlarında sürme noktası empedansını s 'nin bir fonksiyonu olarak (a) eğer 3-4 uçları açık ise (b) eğer 3-4 uçları kısır devre ise ifade ediniz.



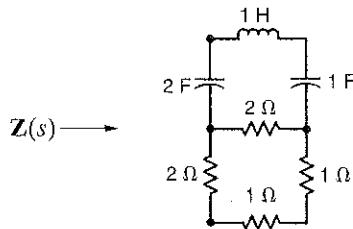
Şekil P12.5

- 12.6** Şekil P12.6'da gösterilen 3-4 uçları arasında 2Ω 'luk bir direnç bağlandığı durum için, Problem 12.5'i tekrar çözünüz.



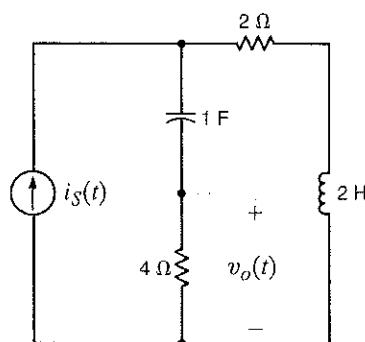
Şekil P12.6

- 12.7 Şekil P12.7'de gösterilen devrede devrenin giriş uçlarında sürme noktası empedansı s 'nin bir fonksiyonu olarak ifade ediniz.



Şekil P12.7

- 12.8 Şekil P12.8'de gösterilen devre için $V_o(s)/V_s(s)$ transfer empedansını bulunuz.



Şekil P12.8

$$12.9 H(j\omega) = \frac{j\omega 4 + 1}{j\omega 20 + 1} \text{ devre fonksiyonu için Bode diyagramını çiziniz.}$$

$$12.10 H(j\omega) = \frac{j\omega}{(j\omega + 1)(0.1j\omega + 1)} \text{ devre fonksiyonu için Bode diyagramını çiziniz.}$$

$$12.11 H(j\omega) = \frac{100(j\omega)}{(j\omega + 1)(j\omega + 10)(j\omega + 50)} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

$$12.12 H(j\omega) = \frac{10j\omega + 1}{j\omega(0.01j\omega + 1)} \text{ devre fonksiyonu için Bode diyagramını çiziniz.}$$

$$12.13 H(j\omega) = \frac{20(0.1j\omega + 1)}{j\omega(j\omega + 1)(0.01j\omega + 1)} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

$$12.14 H(j\omega) = \frac{100}{(j\omega)^2(j\omega 2 + 1)} \text{ devre fonksiyonu için Bode diyagramını çiziniz.}$$

$$12.15 G(j\omega) = \frac{400(j\omega + 2)(j\omega + 50)}{-\omega^2(j\omega + 100)^2} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

$$12.16 G(j\omega) = \frac{10j\omega}{(j\omega + 1)(j\omega + 10)^2} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

$$12.17 G(j\omega) = \frac{-\omega^2 10^4}{(j\omega + 1)^2(j\omega + 10)(j\omega + 100)^2} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

$$12.18 G(j\omega) = \frac{-\omega^2}{(j\omega + 1)^3} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

$$12.19 H(j\omega) = \frac{+6.4}{(j\omega + 1)(-\omega^2 + 8j\omega + 16)} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

$$12.20 H(j\omega) = \frac{10j\omega + 1}{(j\omega + 1)(0.1j\omega + 1)} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

$$12.21 H(j\omega) = \frac{10(5j\omega + 1)}{(100j\omega + 1)(0.02j\omega + 1)} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

$$12.22 H(j\omega) = \frac{0.1(2j\omega + 1)}{j\omega(0.1j\omega + 1)(0.01j\omega + 1)} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

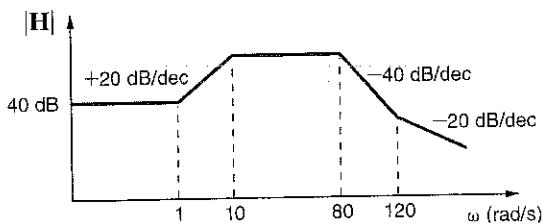
$$12.23 H(j\omega) = \frac{0.5(10j\omega + 1)(j\omega + 1)}{j\omega(0.1j\omega + 1)(0.01j\omega + 1)^2} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

$$12.24 H(j\omega) = \frac{250(j\omega + 10)}{(j\omega)^2(j\omega + 100)^2} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

$$12.25 G(j\omega) = \frac{10(j\omega + 2)(j\omega + 100)}{j\omega(-\omega^2 + 4j\omega + 100)} \text{ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.}$$

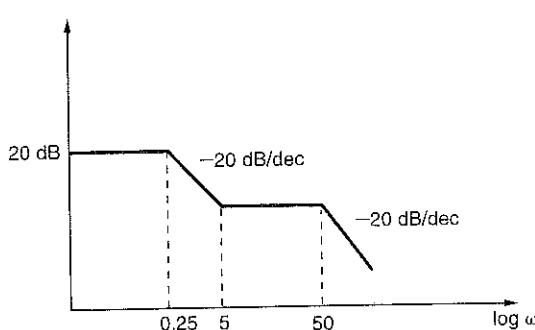
12.26 $H(j\omega) = \frac{+6.4(j\omega)}{(j\omega + 1)(-\omega^2 + 8j\omega + 64)}$ transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz.

12.27 Eğer genlik karakteristiği Şekil P12.27'de verildiği gibi ise $H(j\omega)$ fonksiyonunu bulunuz.



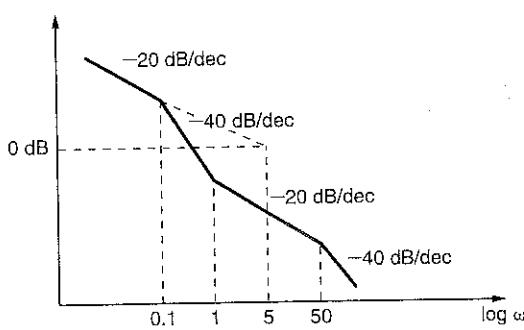
Şekil P12.27

12.28 $H(j\omega)$ fonksiyonunu Şekil P12.28'de verilen genlik karakteristiğinden hareket ile bulunuz.



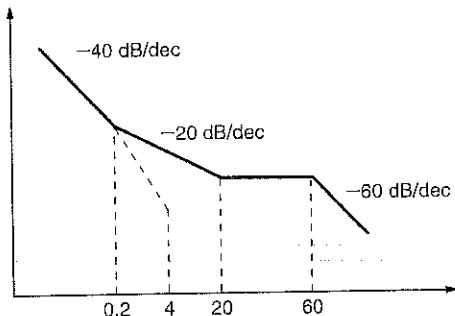
Şekil P12.28

12.29 $H(j\omega)$ fonksiyonunu Şekil P12.29'de verilen Bode diyagramının genlik karakteristiğinden hareket ile bulunuz..



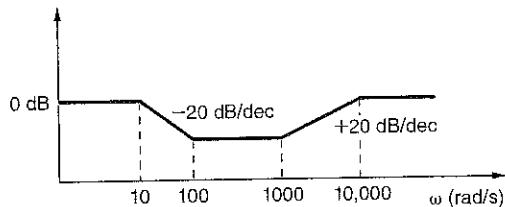
Şekil P12.29

12.30 Şekil P12.30'de verilen Bode diyagramının genlik karakteristiğinden $H(j\omega)$ fonksiyonunu bulunuz.



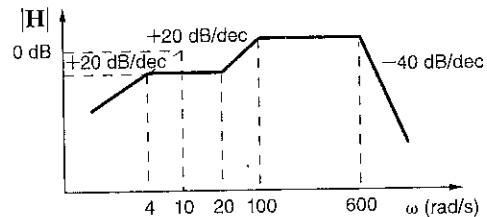
Şekil P12.30

12.31 Bir bant eleme süzgecinin genlik karakteristiği Şekil P12.31'de verilmiştir. $H(j\omega)$ fonksiyonunu belirleyiniz.



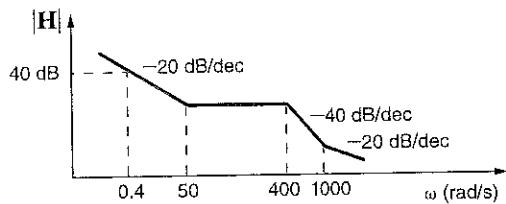
Şekil P12.31

12.32 Genlik karakteristiği Şekil P12.32'de verildiği gibi ise $H(j\omega)$ fonksiyonunu bulunuz.



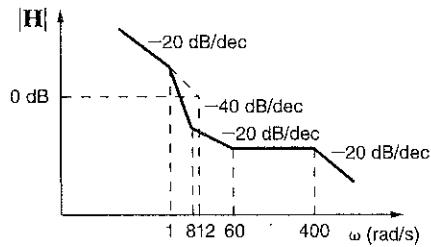
Şekil P12.32

12.33 Genlik karakteristiği Şekil P12.33'te gösterildiği gibi ise $H(j\omega)$ fonksiyonunu bulunuz.



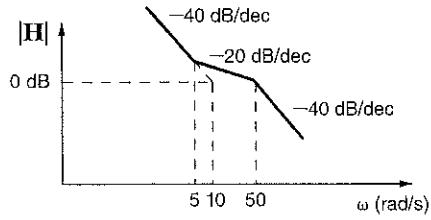
Şekil P12.33

- 12.34** Genlik karakteristiği Şekil P12.34'te gösterildiği gibi ise $H(j\omega)$ fonksiyonunu bulunuz.



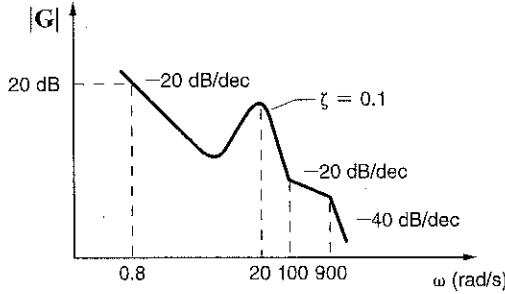
Şekil P12.34

- 12.35** Genlik karakteristiği Şekil P12.35'te gösterildiği gibi ise $H(j\omega)$ fonksiyonunu belirleyiniz.



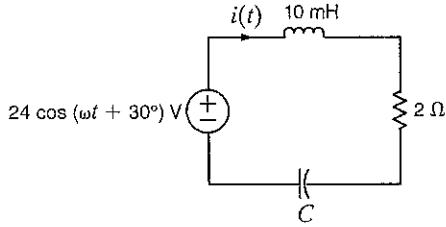
Şekil P12.35

- 12.36** Genlik karakteristiği Şekil P12.36'da gösterildiği gibi ise $G(j\omega)$ fonksiyonunu bulunuz.



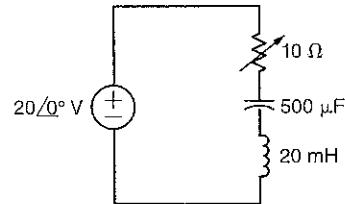
Şekil P12.36

- 12.37** Şekil P12.37'de verilen seri RLC devresi değişken frekanslı bir kaynak tarafından sürülmektedir. Eğer devrenin rezonans frekansı $\omega_0 = 1600$ rad/s olarak seçilmiş ise C değerini bulunuz. Ayrıca rezonansta, $\omega_0/4$ ve $4\omega_0$ frekanslarında akımı hesaplayınız.



Şekil P12.37

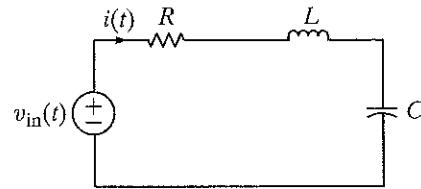
- 12.38** Şekil 12.38'de verilen devrede devrenin bant genişliğini yarıya düşürebilmek için değişken dirençte gerekli değişim miktarını bulunuz. Yeni bant genişliği nedir?



Şekil P12.38

- 12.39** Seri bir RLC devresi 1000 rad/s frekansında rezonans-tadır. Eğer $C = 20\mu\text{F}$ ve rezonansta empedans 2.4Ω ise L değerini, devrenin bant genişliğini ve Q faktörünü hesaplayınız.

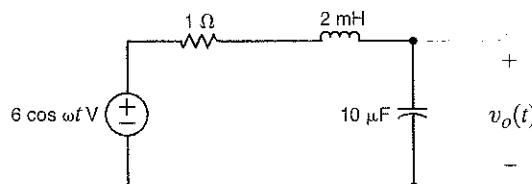
- 12.40** Şekil P12.40 verilen RLC seri devresinde (a) I/V_{in} transfer fonksiyonu için yarı-güç frekansı, rezonans frekansı, bant genişliği ve kalite faktörünü R , L ve C cinsinden ifade ediniz. $R = 10 \Omega$, $L = 50 \text{ mH}$ ve $C = 10 \mu\text{F}$ ise a şıklındaki büyüklükleri hesaplayınız.



Şekil P12.40

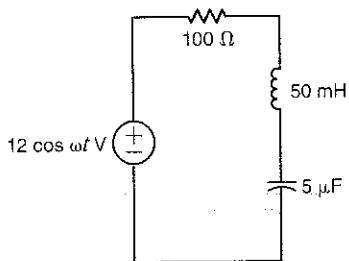
- 12.41** Seri bir rezonans devresi Q için 120 ve rezonans frekansı için 10,000 rad/s değerlerine sahiptir. Devrenin yarı-güç frekansını ve bant genişliğini hesaplayınız.

- 12.42** Şekil P12.42'de verilen devrede ω_0 , Q , ω_{\max} ve $|V_o|_{\max}$ değerlerini bulunuz.



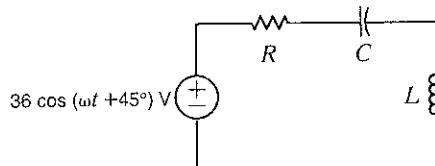
Şekil P12.42

- 12.43** Değişken frekanslı bir gerilim kaynağı Şekil P12.43'te verilen devreyi sürmektedir. Rezonans frekansını, Q değerini, bant genişliğini ve rezonansta devre tarafından harcanan ortalama gücü belirleyiniz.



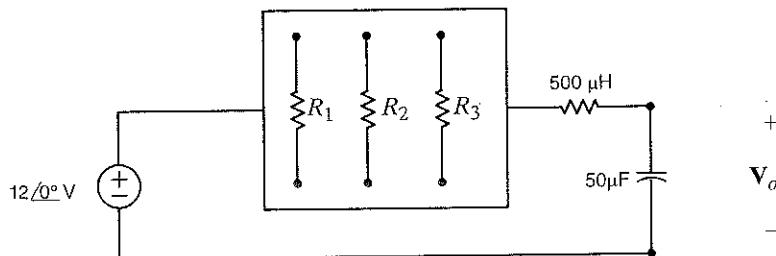
Şekil P12.43

- 12.44** Şekil P12.44'te verilen devrede indüktör değeri 10 mH'dır ve devre değişken frekanslı bir kaynak tarafından sürülmektedir. Eğer rezonansta akım genliği 12 A, $\omega_0 = 1000$ rad/s ve $L = 10$ mH ise C , Q ve devrenin bant genişliğini bulunuz.



Şekil P12.44

- 12.45** Şekil P12.45'te verilen devre 200 Hz'de çalışmaktadır. V_o çıkış gerilimini maksimize edecek şekilde direnç bankasının nasıl bağlanması gerektiğini ve maksimum gerilim değerini belirleyiniz. ($R_1 = 12 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$).



Şekil P12.45

- 12.46** Bir RLC devresi bir sinyal üretici tarafından sürülmektedir. Devrenin rezonans frekansının 1600 rad/s olduğu ve bu frekansta işaret üretici tarafından görülen direncin 5Ω olduğu biliniyor. Eğer $C = 20 \mu F$ ise L , Q ve bant genişliğini bulunuz.

- 12.47** Bir paralel RLC rezonans devresi 200Ω dirence sahiptir. Eğer bant genişliği 80 rad/s ve alt yarı-güç frekansı 800 rad/s ise L ve C parametrelerinin değerini bulunuz.

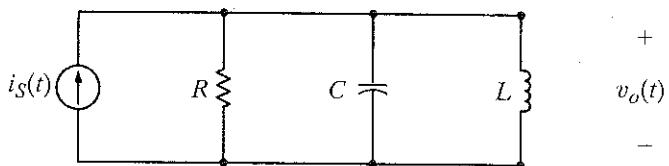
- 12.48** $20,000$ rad/s rezonans frekansına sahip bir paralel RLC rezonans devresi rezonansta 1 mS admittansı sahiptir. Eğer devrenin kapasitesi $2 \mu F$, ise R ve L değerlerini bulunuz.

- 12.49** 2-A'lık değişken akım kaynağı ile sürülen bir RLC devresi şu değerlere sahiptir: $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 100 \text{ mH}$ ve $C = 10 \mu F$. Devrenin bant genişliğini, yarı-güç frekanslarını ve yarı-güç frekanslarında devrenin uçları arasındaki gerilimi bulunuz.

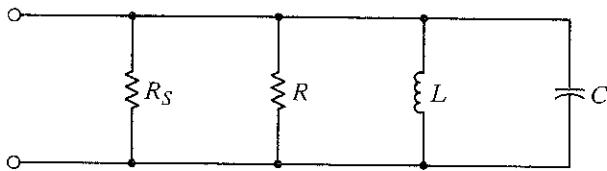
- 12.50** 2-A'lık değişken akım kaynağı ile sürülen bir RLC devresi şu değerlere sahiptir: $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 400 \text{ mH}$ ve $C = 10 \mu F$. Devrenin bant genişliğini, yarı-güç frekanslarını ve yarı-güç frekanslarında devrenin uçları arasındaki gerilimi bulunuz.

- 12.51** Aşağıdaki özelliklere sahip bir paralel rezonans devresinin parametrelerini belirleyiniz: $\omega_0 = 2 \text{ Mrad/s}$, $BW = 20 \text{ rad/s}$ ve rezonans frekansında 2000Ω empedans.

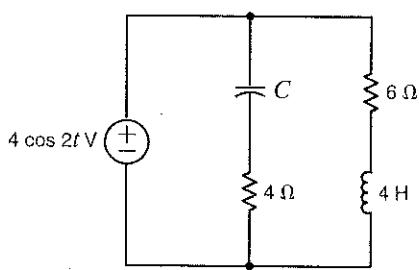
- 12.52** Şekil P12.52'de verilen devrede kaynak $i_s(t) = \cos 1000t + \cos 1500t$ A, $R = 200 \Omega$ ve $C = 500 \mu\text{F}$ olarak verilmiştir. Eğer $\omega_0 = 1000$ rad/s ise L , Q ve BW değerlerini bulunuz. $v_o(t)$ çıkış gerilimini hesaplayınız ve çıkış geriliminin iki giriş frekansındaki genliklerini değerlendiriniz.

**Şekil P12.52**

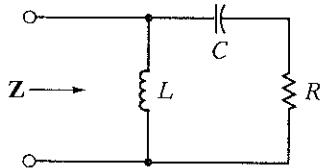
- 12.53** P12.53'te verilen devreyi ele alalım. Eğer $R = 1 \text{k}\Omega$, $L = 20 \text{ mH}$, $C = 50 \mu\text{F}$ ve $R_S = \infty$ ise ω_0 rezonans frekansını, devrenin Q değerini ve bant genişliğini bulunuz. 10Ω 'luk bir R_S direncinin hesaplanan değerler üzerinde nasıl bir etkisi olur?

**Şekil P12.53**

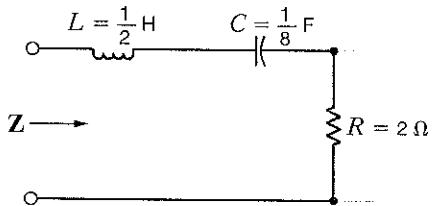
- 12.54** Şekil P12.54'te verilen devrede devrenin rezonansta olabilmesi için C değerini belirleyiniz.

**Şekil P12.54**

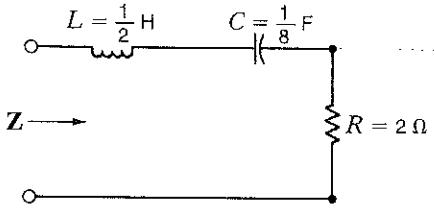
- 12.55** Şekil P12.55'te verilen devrede empedansın sıfırdan farklı rezonans frekansı için denklemini belirleyiniz.

**Şekil P12.55**

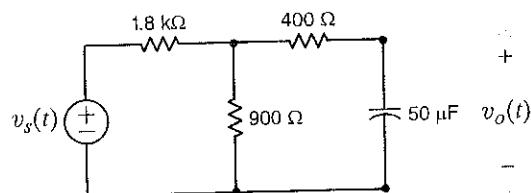
- 12.56** Eğer $\omega_{\text{new}} = 10^4 \omega_{\text{old}}$ olur ise Şekil P12.56'daki devrenin yeni parametrelerini belirtiyiniz.

**Şekil P12.56**

- 12.57** Eğer $Z_{\text{new}} = 10^4 Z_{\text{old}}$ olur ise bu durumda devrenin yeni parametrelerini belirtiyiniz.

**Şekil P12.57**

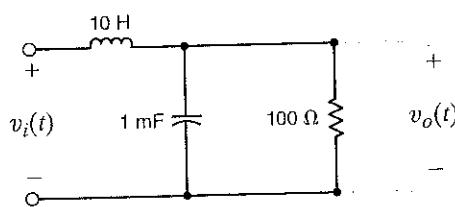
- 12.58** Şekil P12.58'de verilen devrenin transfer fonksiyonu için Bode diyagramının genlik karakteristiğini çiziniz. Bu devre ne tip bir süzgeçtir?

**Şekil P12.58**

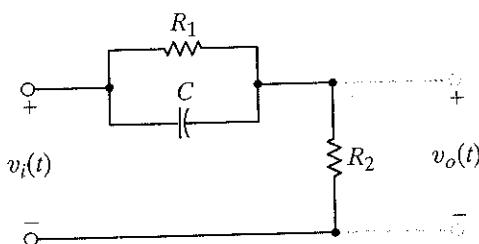
- 12.59** Şekil P12.59'da verilen devre için

$$G_v(j\omega) = \frac{V_o}{V_i}(j\omega)$$

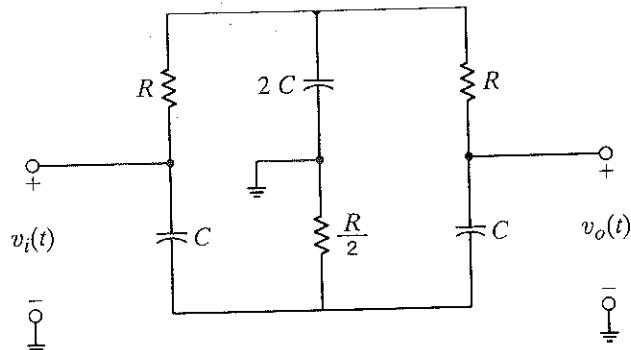
transfer fonksiyonunun genlik karakteristiğini çiziniz. Süzgeç tipini belirleyiniz.

**Şekil P12.59**

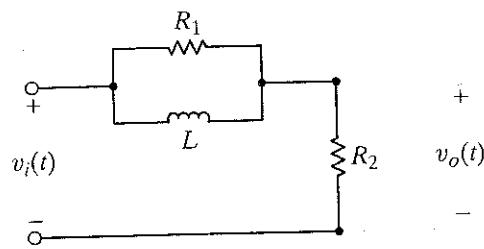
- 12.60** Şekil P12.60'da verilen devrenin, gerilim transfer fonksyonunu bularak ne tip bir süzgeç olduğunu belirleyiniz.

**Şekil P12.60**

- 12.64** Şekil P12.64'te verilen devre bir T-çentik süzgecidir. Bu süzgecin Örnek 12.36'da verilen süzgece göre, büyük ve ağır indüktöre sahip olmaması gibi üstünlükleri vardır. Bu süzgeç için transfer fonksiyonunu belirleyiniz ve $C = 100 \text{ nF}$ ve $R = 1590 \Omega$ değerlerindeki devre elemanları ile çalışmanızı doğrulayınız.

**Şekil P12.64**

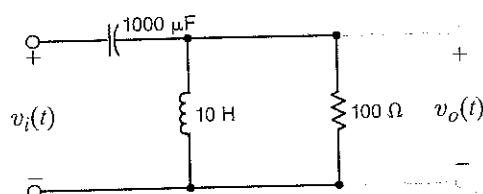
- 12.61** Şekil P12.61'da verilen devrenin, gerilim transfer fonksyonunu bularak ne tip bir süzgeç olduğunu belirleyiniz.

**Şekil P12.61**

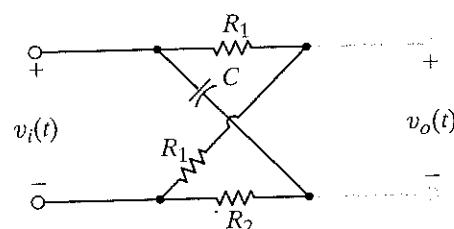
- 12.62** Şekil P12.62'da verilen devre için

$$G_v(j\omega) = \frac{V_o}{V_i}(j\omega)$$

transfer fonksiyonunun genlik karakteristiğini çiziniz. Süzgeç tipini belirleyiniz.

**Şekil P12.62**

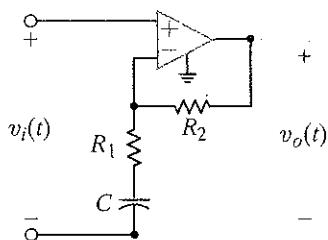
- 12.63** Şekil P12.63'da verilen devrenin, gerilim transfer fonksyonunu bularak ne tip bir süzgeç olduğunu belirleyiniz.

**Figure P12.63**

12.65 Şekil P12.65'te verilen devrede

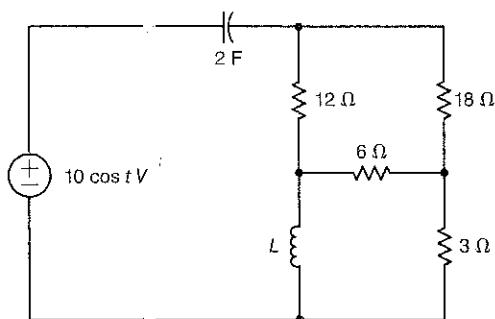
$$\frac{V_o(j\omega)}{V_i}$$

transfer fonksiyonunu bulun ve devrenin ne tip bir süzgeci temsil ettiğini belirleyiniz.



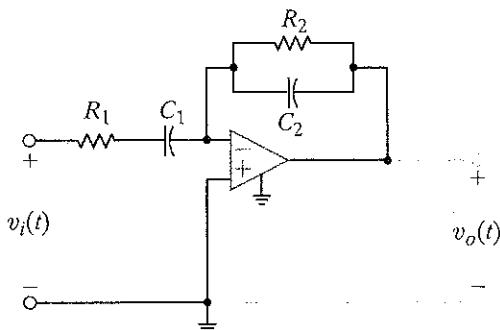
Şekil P12.65

12.66 Şekil P12.66'da verilen devreyi rezonansa götürecek olan L değerini belirleyiniz.



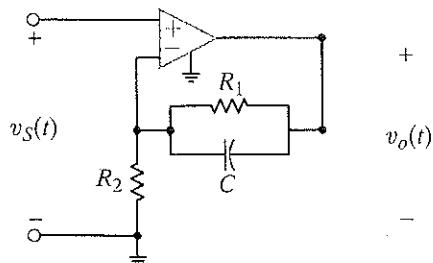
Şekil P12.66

12.67 Şekil P12.67'de verilen devre için gerilim transfer fonksiyonunu ve genlik karakteristiğini bulun ve süzgeç özelliklerini belirleyiniz.



Şekil P12.67

12.68 Problem 12.67'yi Şekil P12.68'de verilen devre için tekrarlayınız.



Şekil P12.68

12.69 1 mS aktarım iletkenliğine sahip bir OTA'ya ihtiyaç bulunmaktadır. 5-V'luk bir güç kaynağı mevcuttur ve g_m 'nin I_{ABC} 'ye duyarlılığı 20'dir.

- (a) I_{ABC} ve g_m 'nın değerlerinin ne olmasını önerirsiniz?
- (b) Eğer R_G % 5'lük bir toleransa sahip ise g_m 'nın olası değer aralığı ne olur?

12.70 Problem 12.69'da tanımlanan OTA ve 5-V'luk kaynak 2.5 mS aktarım iletkenliği elde etmek için kullanılacaktır.

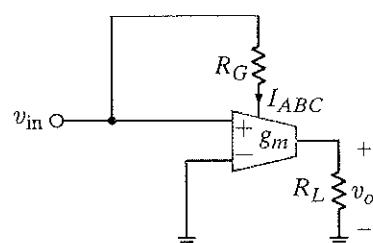
- (a) Gerekli olan direnç değeri nedir?
- (b) Eğer yükseltecin giriş gerilimi $v_{in}(t) = 1.5 \cos(\omega t)$ V ise çıkış akım fonksiyonu ne olur?

12.71 Belirli bir OTA 6 decade'lık bir aralıktaki maksimum 5 mS aktarım iletkenliğine sahiptir.

- (a) Aktarım iletkenliği için minimum nedir?
- (b) I_{ABC} 'nın sınırları nedir?
- (c) I_{ABC} 'yı ayarlamak için 5-V'luk güç kaynağı ve bir direnç kullanılır ise direncin değer aralığı ne olur ve dirence ne kadar güç harcanır?

12.72 Bir sinüzoidal işaretin frekansını iki katına çıkartmak için bir devreye gereksinim vardır.

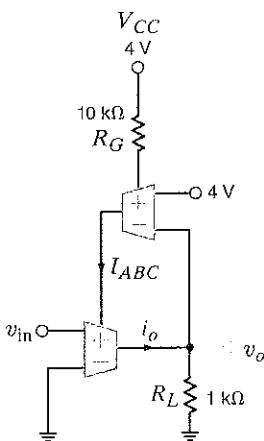
- (a) Eğer $v_{in}(t) = 1 \sin(\omega t)$ V ise Şekil P12.72'de verilen çarpıcı devrenin çıkışında 2ω frekansa sahip bir sinüzoidal içereceğini gösteriniz.
- (b) İki kat frekanslı sinüzoidal işaretin genliğini 1 V yapmak istiyoruz. Eğer aktarım iletkenliği 10 μ S ve 10 mS arasında sınırlanmış ise R_G ve R_L değerlerini bulunuz.



Şekil P12.72

12.73 Şekil P12.73'te verilen otomatik kazanç kontrol devresi i_o/v_{in} aktarım iletkenliğini sınırlamak için kullanılmaktadır.

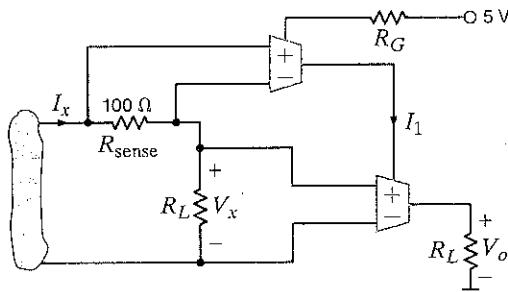
- v_o için v_{in} , R_G ve R_L cinsinden bir ifade bulunuz.
- $v_{in} = 0$ iken ve v_{in} sonsuza yaklaşırken, i_o/v_{in} asimptotik aktarım iletkenliğini R_G ve R_L cinsinden ifade edin. Devre diyagramında verilen R_G ve R_L değerleri için asimptotik aktarım iletkenliğinin değeri nedir?
- (b) şıkkında elde etmiş olduğunuz cevabın sonuçları nelerdir?
- Eğer v_{in} düzgün bir çalışma için V_{ce} 'den büyük olmasa gerekiyor ise çalışan bir devre için minimum aktarım iletkenliği nedir?



Şekil P12.73

12.74 Şekil P12.74'te V_x bir DA gerilimidir. Devre bir wattmetre olarak tasarlanmıştır ve çıkış gerilimi R_L tarafından harcanan güçle eşittir..

- $g_m = I_{ABC}$ duyarlılığı 20 S/A'dır. $I_x/I_1 = 10^4$ olacak şekilde R_G değerini bulunuz.
- R_L üzerinde harcanan 1W'a karşılık çıkışta V_o 1V olacak şekilde R_L 'yi seçin.



Şekil P12.74

12.75 Kesim frekansları 15 ve 16 kHz olacak şekilde alçak geçiren süzgeç tasarlanyınız.

12.76 Bir direnç ve bir kapasitor kullanarak girişe 159 Hz'de 6 V uygulandığında çıkışta 159 Hz'de 4.24 V tıretecek bir alçak geçiren süzgeç tasarlanyınız.

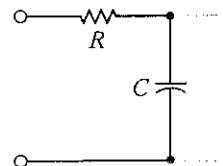
12.77 Yarı-güç frekansları 159 ve 161 kHz olan bir yüksek geçiren süzgeç tasarlanyınız.

12.78 Alt kesim frekansı 4535 Hz ve üst kesim frekansı 5335 Hz olan bir bant geçiren süzgeç tasarlanyınız.

12.79 Şekil P12.67'da verilen devre ile merkez frekans kazancı -5 , $\omega_0 = 50$ krad/s ve $BW = 10$ krad/s olan ikinci mertebeden bir bant geçiren süzgeç tasarlanyınız. $C_1 = C_2 = C$ ve $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ olsun. Bu devrenin Q değeri nedir? Bu süzgeç için Bode diyagramını çiziniz. Çözümünüzde ideal işlemsel yükselteç modeli kullanınız.

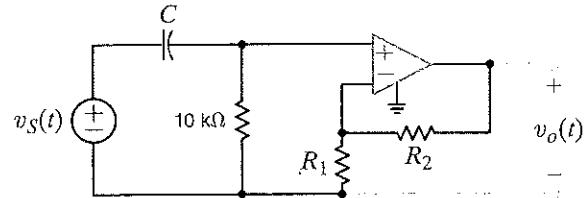
12.80 Örnek 12.39'a atıfta bulunarak şebeke geriliminin 50 Hz olduğu Avrupa'da kullanılan teypler için çentik süzgeç tasarlanyınız.

12.81 Bir mühendis Şekil P12.81'de gösterilen devreyi yüksek frekanslı gürültülerini elemek için önermektedir. 23.16 kHz frekansında 3-dB'lik bir gerilim düşümü elde etmek için gerekli olan kapasitor ve direnç değerlerini belirleyiniz.



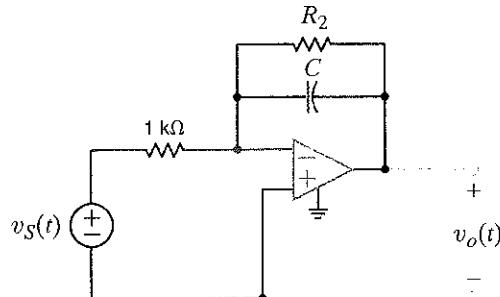
Şekil P12.81

12.82 Şekil P12.82'de verilen yüksek geçiren süzgeç için $H_0 = 5$ ve $f_c = 3$ kHz olacak şekilde, C , R_1 ve R_2 değerlerini belirleyiniz.



Şekil P12.82

12.83 Şekil P12.84'te gösterilen ikinci mertebeden alçak geçiren süzgeç için $H_0 = -7$ ve $f_c = 10$ kHz olacak şekilde R_2 ve C değerini belirleyiniz.

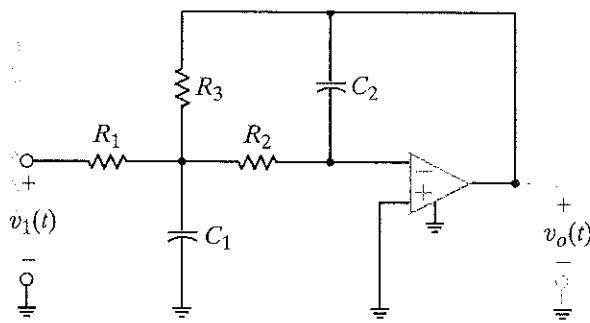


Şekil P12.83

12.84 Şekil P12.84'te gösterilen ikinci mertebeden alçak geçiren süzgeç

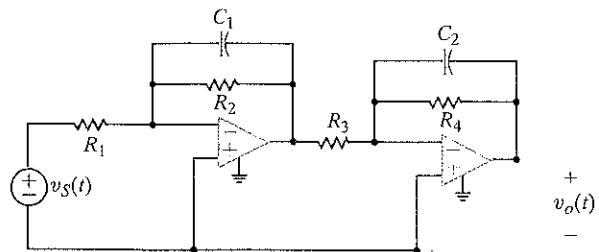
$$\frac{V_o(s)}{V_i} = \frac{\frac{-R_3}{R_1} \left(\frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2} \right)}{s^2 + \frac{s}{C_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

şeklinde bir transfer fonksiyonuna sahiptir. $C_1 = C_2 = 10 \text{ nF}$ ve $f_c = 500 \text{ Hz}$ kabul ederek $H_o = -10$ ve $f_c = 500 \text{ Hz}$ olacak şekilde bir süzgeç tasarılayınız.



Şekil P12.84

12.85 Şekil P12.85'te gösterilen ikinci-derece alçak geçiren süzgeç kullanılarak $H_o = 100$ ve $f_c = 5 \text{ kHz}$ olacak şekilde bir süzgeç tasarılayın. $R_1 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ ve $R_2 = R_4$ ve $C_1 = C_2$ olarak alınır. $R_i = \infty$, $R_0 = 0$ ve $A = (2)10^5$ değerlerine sahip bir işlemsel yükselteç modeli kullanınız.

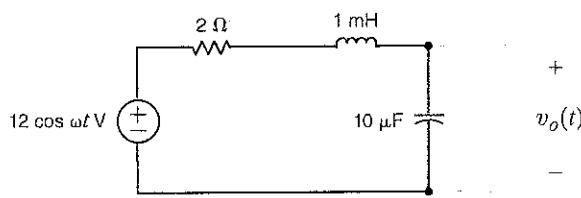


Şekil P12.85

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

12ÇSS-1 Şekil 12ÇSS-1'deki devre rezonanstayken V_o gerilimini bulunuz.

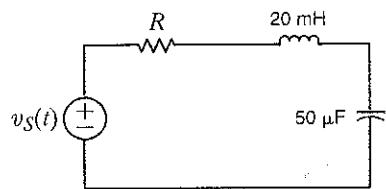
- a. $60 \angle -90^\circ$ V
- b. $35 \angle 60^\circ$ V
- c. $40 \angle -60^\circ$ V
- d. $30 \angle 45^\circ$ V



Şekil 12ÇSS-1

12ÇSS-2 Şekil 12ÇSS-2'deki devrenin rezonans frekansı cıvapındaki bant genişliğinin 200 rad/s ise R değeri ne olmalıdır?

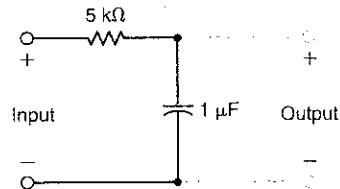
- a. 8Ω
- b. 2Ω
- c. 4Ω
- d. 6Ω



Şekil 12ÇSS-2

12ÇSS-3 Şekil 12ÇSS-3'deki alçak geçiren süzgeç devresinde çıkış geriliminin değerinin DA'daki veya alçak frekanslardaki değerden 3 dB aşağıda olduğu frekansı belirleyiniz.

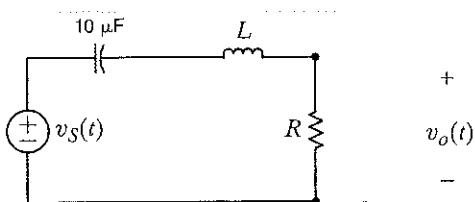
- a. 26 Hz
- b. 60 Hz
- c. 47 Hz
- d. 32 Hz



Şekil 12ÇSS-3

12ÇSS-4 Şekil 12ÇSS-4'teki bant geçiren süzgeçin rezonans frekansının 1000 rad/s ve bant genişliğinin 100 rad/s olabilmesi için gerekli R değeri bulunuz.

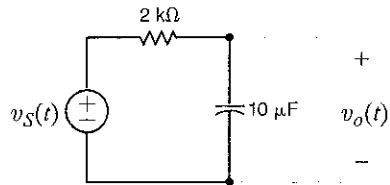
- a. 2Ω
- b. 10Ω
- c. 6Ω
- d. 5Ω



Şekil 12ÇSS-4

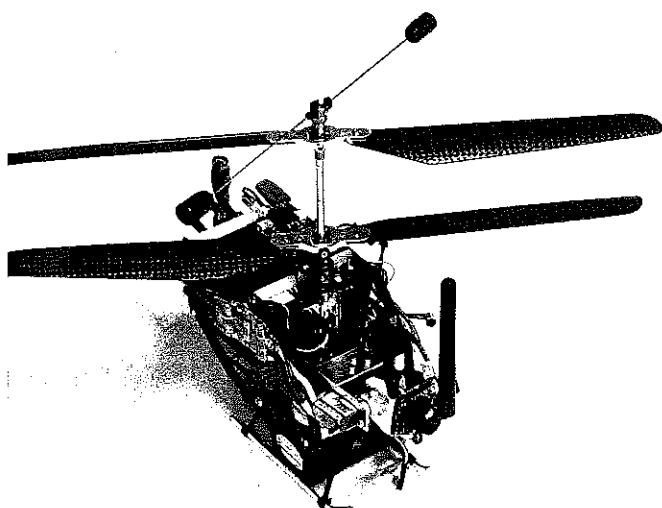
12ÇSS-5 Şekil 12ÇSS-5'te verilen devrede kaynak frekansı 8 Hz ise yarı güç frekansını bulunuz.

- a. 8 Hz
- b. 2 Hz
- c. 12 Hz
- d. 4 Hz



Şekil 12ÇSS-5

LAPLACE DÖNÜŞÜMÜ



BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI

- Elektrik devrelerinde yaygın olarak kullanılan sinyallerin Laplace dönüşümlerini belirleyebilmek
- Kısmi kesirlere ayırma yöntemi ile nasıl ters Laplace dönüşümü gerçekleştirileceğini öğrenmek
- Evrişim (konvolusyon) kavramı ile tanışmak
- İlk değer ve son değer teoremlerini uygulayabilmeyi öğrenmek
- Devrelerinin geçici durum analizi için Laplace dönüşümünün nasıl kullanılacağını öğrenmek

Lin Chi Mak ve the UNSW MAVSTAR 2009 takımının izni ile

Mikro Hava Robotları ve Küçük İHA'lar Oyuncak boyunda, ama oyuncaktan öte, küçük, güçlü İHA –İnsansız Hava Aracı veya mikro hava robotları– askeri görevlerde, orman yangınlarına karşı mücadelede veya terörist saldırısının önlenmesinde kullanılmaktadır. İHA'lar farklı formlarda ortaya çıkabilir: minyatür bir helikopter, robot kuş veya Wasp mikro-hava aracı gibi. Bazıları konum için bir GPS, kararlı bir uçuş için mikroişlemci ve bir renkli kamera taşıır. Kullanımda olan 5000 adetin üzerinde İHA'lar arasında, "Raven"ler Amerikan ordusunda kullanılan en popüler küçük İHA'lardır. Önceleri bir çanta büyüklüğünde, ağır kontrol birimlerine ihtiyaç duyulur iken,

günümüzde bu araçlar bir iPhone ile kontrol edilebilmektedir. Japonya'da geliştirilen ve zaman zaman bir kuş, bir arı veya iri bir sıvırısına olarak tanımlanan 8 gram ağırlığındaki Mikro Uçan Robot, iki rotoru ve dengeleme ünitelerini kontrol eden dört mikro eyleyici tarafından sürülmektedir. Bu mini İHA'lardan oluşan bir sürü, uçan bir ağ oluşturacak biçimde bir araya gelerek hortumların izlenmesi, tehlikeli kimyasal bulutların tespit edilmesi gibi, insanlar için oldukça zor görevleri yerine getirebilirler.

Bu mikro-hava robotlarının dinamik davranışları, zaman düzleminde veya frekans tanım bölgesinde geçerli modeller arasında geçişler yapılarak incelenir. Bu bölümde,

Laplace dönüşümünün temel işlemelerini; Laplace dönüşüm çiftlerini ve özelliklerini, zaman düzleminde evrişim ile ilişkisini, sunacağız. Diferansiyel denklemler derslerinde kullandığınız bu dönüşümlerin şimdi devre analizine nasıl

uygulanacağını göreceğiz. Bu teknikler devre gerilim ve akımlarını bulmakta ve tasarım ve işletimi gerçekten zor olan çok karmaşıktır –herhangi bir büyülüükteki robotların analizinde oldukça faydalıdır.

13.1

Tanıtım

$t < 0$ için $f(t) = 0$ özelliğine sahip olduğu kabul edilen, bir $f(t)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathbf{F}(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt \quad 13.1$$

ifadesi ile tanımlanır. Burada s karmaşık frekanstır ve

$$s = \sigma + j\omega \quad 13.2$$

olarak tanımlanmıştır. Dikkat ederseniz, Laplace dönüşümü çift taraflı ($-\infty < t < \infty$) olan Fourier dönüşümünün (bkz. Bölüm 15) aksine, tek taraflıdır ($0 \leq t < \infty$). Laplace dönüşümü kullanılarak yapılacak devre analizinde, $t \geq 0$ zaman aralığını dikkate alacağız. Devrenin $t = 0$ anından önceki işleyişi, başlangıç koşulları ile tanımlanır. Bundan dolayı, analizimiz $t \geq 0$ zaman aralığında devrenin işleyişini tanımlayacaktır.

Bir $f(t)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümüne sahip olabilmesi için, σ 'nın bazı gerçek değerleri için

$$\int_0^\infty e^{-\sigma t} |f(t)| dt < \infty \quad 13.3$$

şartının sağlanması gereklidir. Fourier dönüşümüne sahip olmasalar bile, yakınsama faktörü $e^{-\sigma t}$ sayesinde, bazı önemli fonksiyonların Laplace dönüşümü mevcuttur. Devrelere uyguladığımız tüm giriş sinyallerinin Laplace dönüşümleri vardır. Laplace dönüşümü olmayan (örneğin e^t) gibi fonksiyonların devre analizi açısından bir önemi yoktur.

Ters Fourier dönüşümüne benzer şekilde, ters Laplace dönüşümü

$$\mathcal{L}^{-1}[\mathbf{F}(s)] = f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma_1 - j\infty}^{\sigma_1 + j\infty} \mathbf{F}(s)e^{st} ds \quad 13.4$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada σ_1 gerçek bir değerdir ve Eş. (13.3)'te $\sigma_1 > \sigma$ şeklidendir.

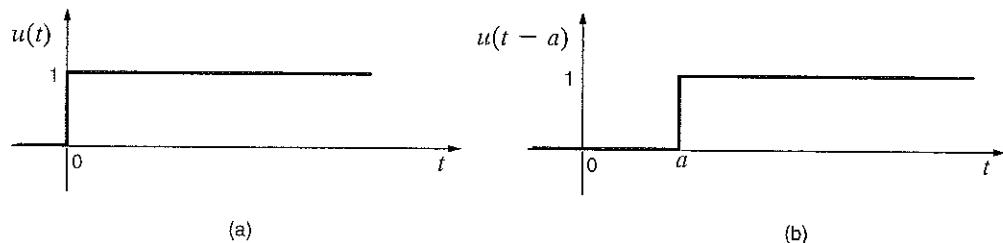
Bu integralin hesaplanması karmaşık değişkenler teorisini ilgilendirdiğinden bu integralin doğrudan kullanılmadan kaçınacağız. Bu durumda karmaşık frekans düzleminde sahip olduğumuz çözümü geriye zaman düzlemine nasıl dönüştüreceğiz? Laplace dönüşümü tek olma özelliğine sahiptir: ani verilen bir $f(t)$ için, tek bir $F(s)$ vardır. Diğer bir deyiş ile $f_1(t)$ ve $f_2(t)$ gibi iki farklı fonksiyon aynı $F(s)$ 'ye sahip olamaz. Dolayısı ile bizim yaklaşımıız, Eş. (13.1)'i kullanarak, elektrik devrelerinde sıkılık ile kullanılan bazı fonksiyonların Laplace dönüşümlerini hesaplamak ve bunları dönüşüm çiftleri olarak bir çizelge hâline getirmek olacaktır. Karmaşık frekans düzleminde elde ettigimiz çözümleri, kısmi kesirlere açılım tekniği yardımıyla çok sayıda basit terimin toplamı biçiminde ifade edeceğiz ve daha sonra çizelgemizden yararlanarak her bir terimin ters dönüşümünü yani zamana bağlı ifadesini bulacağız.

Devre analizinde iki tekil fonksiyon oldukça önemlidir: (1) bölüm 7'de tartışılan birim basamak fonksiyonu $u(t)$ ve (2) birim dürtü veya delta fonksiyonu $\delta(t)$. Bu fonksiyonlar *tekil (singularity) fonksiyonlar* olarak adlandırılır. Çünkü bu fonksiyonlar ya her yerde sonlu bir değere sahip değildir ya da her yerde sonlu bir türeve sahip değildirler. Bu fonksiyonlar devre analizinde kullandığımız sinyaller için matematiksel model olarak kullanılır.

Şekil 13.1a'da gösterilen bitim basamak fonksiyonu Bölüm 7.2'de

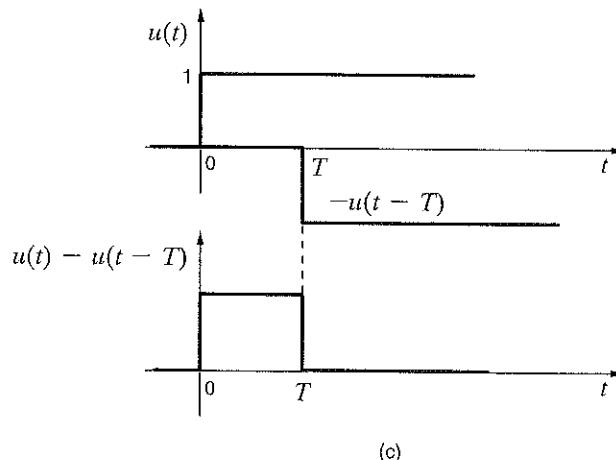
$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Bu fonksiyonun fiziksel karşılığının $t = 0$ anında bir anahtarın kapatılması ve 1 V'luk bir gerilim kaynağının veya 1 A'lık bir akım kaynağının devreye bağlanması olarak verildiğini hatırlayın. Aşağıdaki örnek, birim basamak fonksiyonunun Laplace dönüşümünün nasıl hesaplandığını göstermektedir:



(a)

(b)



(c)

Şekil 13.1
Birim basamak
fonksiyonunun gösterimi.

Şekil 13.1'de verilen dalga şekillerinin Laplace dönüşümlerini bulalım.

Şekil 13.1a'da verilen birim basamak fonksiyonunun Laplace dönüşümü

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(s) &= \int_0^{\infty} u(t)e^{-st} dt \\ &= \int_0^{\infty} 1 e^{-st} dt \end{aligned}$$

ÖRNEK

13.1

ÇÖZÜM

$$= -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^\infty$$

$$= \frac{1}{s} \quad \sigma > 0$$

olur. Bundan dolayı,

$$\mathcal{L}[u(t)] = \mathbf{F}(s) = \frac{1}{s}$$

olur. Şekil 13.1b'de gösterilen zamanda ötelemiş birim basamak fonksiyonunun Laplace dönüşümü ise

$$\mathbf{F}(s) = \int_0^\infty u(t-a)e^{-st} dt$$

olur. Dikkat ederseniz

$$u(t-a) = \begin{cases} 1 & a < t < \infty \\ 0 & t \leq a \end{cases}$$

şeklindedir. Dolayısı ile,

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(s) &= \int_a^\infty e^{-st} dt \\ &= \frac{e^{-as}}{s} \quad \sigma > 0 \end{aligned}$$

olur.

Son olarak Şekil 13.1c'de verilen darbe fonksiyonunun Laplace dönüşümü

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(s) &= \int_0^\infty [u(t) - u(t-T)]e^{-st} dt \\ &= \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \quad \sigma > 0 \end{aligned}$$

şeklinde bulunur.

Birim dürtü fonksiyonu ise, Şekil 13.2a'da gösterilen darbe fonksiyonunun $a \rightarrow 0$ iken limit durumu olarak gösterilebilir. Fonksiyon aşağıdaki ifadeler yardımı ile tanımlanmıştır:

$$\delta(t-t_0) = 0 \quad t \neq t_0$$

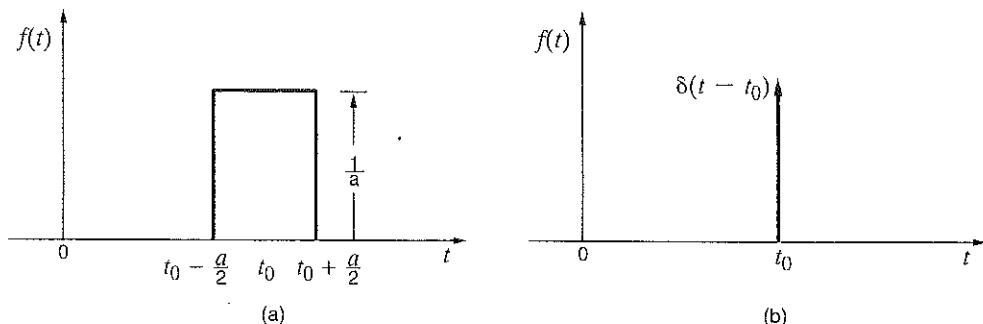
$$\int_{t_0-\varepsilon}^{t_0+\varepsilon} \delta(t-t_0) dt = 1 \quad \varepsilon > 0$$

Birim dürtü $t=0$ hariç, her yerde sıfırdır. Fonksiyon $t=0$ 'da ise tanımsızdır ancak birim alana sahiptir (bazen bu değer işaretin gücü (strength) olarak da ifade edilir). Birim dürtü fonksiyonu Şekil 13.2b'de gösterildiği gibi temsil edilir.

Birim dürtü fonksiyonunun önemli özelliklerinden birisi *örnekleme özelliği* olarak ifade edilir ve sonlu bir t_0 ve t_0 yanında sürekli herhangi bir $f(t)$ fonksiyonu için aşağıdaki integral ile tanımlanır:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t) \delta(t-t_0) dt = \begin{cases} f(t_0) & t_1 < t_0 < t_2 \\ 0 & t_0 < t_1, t_0 > t_2 \end{cases}$$

Dikkat ederseniz burada birim dürtü fonksiyonu, bir $f(t)$ fonksiyonunu t_0 anında örneklemektedir.



Birim dürtü fonksiyonunu tanımladığımıza göre, şimdi aşağıdaki soruyu yanıtlayalım: Neden birim dürtü fonksiyonunu ele alıyoruz? Fiziksel sistemlerde, sıfır genişliğe ve sonsuz genliğe sahip bir gerilim veya akım sinyali üretmemeyiz. Ancak biz mühendisler için, birim dürtü fonksiyonu fiziksel süreçleri modellemek için kullanılabilen uygun bir matematiksel araçtır. Örneğin, yıldırım kısa süreli bir olaydır. Eğer yıldırım düşen bir sistemi inceleyeceğiz isek yıldırım düşmesini bir dürtü fonksiyonu ile modellerebiliriz. Bir başka örnek olarak, bir zaman sinyalini bilgisayarda kullanılabilecek sayısal değerlere çeviren bir analog-sayısal dönüştürücünün (ADC) kullanıldığı, örneklemme süreci ele alınabilir. Yukarıda ele alınan birim dürtü fonksiyonunun örneklemme özelliği, örneklemme süreçlerinin modellenmesi için oldukça faydalıdır.

Bir dürtü fonksiyonunun Laplace dönüşümünü elde edelim.

Dürtü fonksiyonunun Laplace dönüşümü

ÖRNEK

13.2

çÖZÜM

şeklindedir. Delta fonksiyonunun örneklemme özelliği kullanılarak

$$\mathcal{L}[\delta(t - t_0)] = e^{-t_0 s}$$

sonucu elde edilir. $t_0 \rightarrow 0$ limit durumunda $e^{-t_0 s} \rightarrow 1$ ve dolayısı ile

$$\mathcal{L}[\delta(t)] = F(s) = 1$$

olar.

Şimdi, devre analizinde oldukça faydalı olan bazı temel dönüşüm çiftlerinin elde edilmesini göstereceğiz.

13.3

Dönüşüm Çiftleri

$f(t) = t$ nin Laplace dönüşümünü bulalım.

ÖRNEK

13.3

$f(t) = t$ nin Laplace dönüşümünü

çÖZÜM

$$F(s) = \int_0^\infty t e^{-st} dt$$

şeklindedir. İntegrali hesaplamak için kısmi integrasyon yöntemini kullanabiliriz.

$$u = t \text{ ve } dv = e^{-st} dt$$

olsun. Bu durumda

$$du = dt \text{ ve } v = \int e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st}$$

olar.

[ipucu]

$$t \leftrightarrow \frac{1}{s^2}$$

Dolayısı ile

olur.

$$\begin{aligned}\mathbf{F}(s) &= \frac{-t}{s} e^{-st} \Big|_0^\infty + \int_0^\infty \frac{e^{-st}}{s} dt \\ &= \frac{1}{s^2} \quad \sigma > 0\end{aligned}$$

ÖRNEK

Kosinüs fonksiyonunun Laplace dönüşümünü bulalım.

13.4

ÇÖZÜM Kosinüs fonksiyonu için Laplace dönüşümünü

$$\begin{aligned}\mathbf{F}(s) &= \int_0^\infty \cos \omega t e^{-st} dt \\ &= \int_0^\infty \frac{e^{+j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} e^{-st} dt \\ &= \int_0^\infty \frac{e^{-(s-j\omega)t} + e^{-(s+j\omega)t}}{2} dt \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{s-j\omega} + \frac{1}{s+j\omega} \right) \quad \sigma > 0 \\ &= \frac{s}{s^2 + \omega^2}\end{aligned}$$

[ipucu]

$$\cos \omega t \leftrightarrow \frac{s}{s^2 + \omega^2}$$

Yaygın olarak kullanılan bazı Laplace dönüşüm çiftleri Çizelge 13.1'de verilmiştir.

Dönüşüm çiftlerini biliyorsak, Eş. (13.1) ve (13.4)'e gerek duymadan, zaman tanım bölgesi ile karmaşık frekans tanım bölgesinde gidip gelebiliriz.

ÇİZELGE 13.1 Yaygın olarak kullanılan bazı Laplace dönüşüm çiftleri

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{s}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
t	$\frac{1}{s^2}$
$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$\frac{t^n e^{-at}}{n!}$	$\frac{1}{(s+a)^{n+1}}$
$\sin bt$	$\frac{b}{s^2 + b^2}$
$\cos bt$	$\frac{s}{s^2 + b^2}$
$e^{-at} \sin bt$	$\frac{b}{(s+a)^2 + b^2}$
$e^{-at} \cos bt$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + b^2}$

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E13.1 Eğer $f(t) = e^{-at}$ ise $F(s) = 1/(s + a)$ olduğunu gösteriniz.

E13.2 Eğer $f(t) = \sin \omega t$ ise $F(s) = \omega/(s^2 + \omega^2)$ olduğunu gösteriniz.

Laplace dönüşümünün bazı önemli özellikleri birkaç teoremlerle tanımlanabilir. İlk olarak bu teoremlerden bazılarını ele alacağız, bu teoremlerin kısa bir listesini vereceğiz ve son olarak bunların faydalarını birkaç örnek ile göstereceğiz.

Zaman-ölçekleme teoremi

$$\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right) \quad a > 0 \quad 13.5$$

ilişkisini ifade eder. $f(at)$ 'nin Laplace dönüşümü

$$\mathcal{L}[f(at)] = \int_0^\infty f(at)e^{-st} dt$$

şeklindedir. Şimdi $\lambda = at$ ve $d\lambda = a dt$ olsun. Bu durumda

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[f(at)] &= \int_0^\infty f(\lambda)e^{-(\lambda/a)s} \frac{d\lambda}{a} \\ &= \frac{1}{a} \int_0^\infty f(\lambda)e^{-(s/a)\lambda} d\lambda \\ &= \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right) \quad a > 0 \end{aligned}$$

olur.

Zamanda öteleme teoremi

$$\mathcal{L}[f(t - t_0)u(t - t_0)] = e^{-t_0 s} F(s) \quad t_0 \geq 0 \quad 13.6$$

ilişkisini ifade eder. Bu teorem aşağıda verildiği gibi ispatlanabilir:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[f(t - t_0)u(t - t_0)] &= \int_0^\infty f(t - t_0)u(t - t_0)e^{-st} dt \\ &= \int_{t_0}^\infty f(t - t_0)e^{-st} dt \end{aligned}$$

Eğer $\lambda = t - t_0$ ise $d\lambda = dt$ olur. Bu durumda

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[f(t - t_0)u(t - t_0)] &= \int_0^\infty f(\lambda)e^{-s(\lambda+t_0)} d\lambda \\ &= e^{-t_0 s} \int_0^\infty f(\lambda)e^{-s\lambda} d\lambda \\ &= e^{-t_0 s} F(s) \quad t_0 \geq 0 \end{aligned}$$

olur.

Frekans öteleme veya modülasyon teoremi

$$\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] = F(s + a) \quad 13.7$$

ilişkisini ifade eder.

13.4

Dönüştürmen Özellikleri

Tanım gereği

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] &= \int_0^\infty e^{-at}f(t)e^{-st} dt \\ &= \int_0^\infty f(t)e^{-(s+a)t} dt \\ &= \mathbf{F}(s+a)\end{aligned}$$

olur.

Ele aldığımız bu üç teorem, önemli birkaç özellik ile birlikte Çizelge 13.2'de özetlenmiştir. Şimdi bu özelliklerin nasıl kullanılabileceğini gösterecek birkaç basit örnek ele alalım.

ÇİZELGE 13.2 Laplace dönüşümünün bazı önemli özellikleri

OZELLIK NOSU	$f(t)$	$\mathbf{F}(s)$
1. Genlik ölçekleme	$Af(t)$	$A\mathbf{F}(s)$
2. Toplama/Çıkartma	$f_1(t) \pm f_2(t)$	$\mathbf{F}_1(s) \pm \mathbf{F}_2(s)$
3. Zaman ölçekleme	$f(at)$	$\frac{1}{a}\mathbf{F}\left(\frac{s}{a}\right), a > 0$
4. Zaman öteleme	$f(t - t_0)u(t - t_0), t_0 \geq 0$ $f(t)u(t - t_0)$	$e^{-t_0 s} \mathbf{F}(s)$ $e^{-t_0 s} \mathcal{L}[f(t + t_0)]$
5. Frekans öteleme	$e^{-at}f(t)$	$\mathbf{F}(s + a)$
6. Türev	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$s^n \mathbf{F}(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \cdots - s^0 f^{n-1}(0)$
7. t ile çarpım	$tf(t)$	$-\frac{d\mathbf{F}(s)}{ds}$
8. t ile bölüm	$\frac{f(t)}{t}$	$(-1)^n \frac{d^n \mathbf{F}(s)}{ds^n}$
9. İntegral	$\int_0^t f(\lambda) d\lambda$	$\frac{1}{s} \mathbf{F}(s)$
10. Evişim (Konvolusyon)	$\int_0^t f_1(\lambda)f_2(t - \lambda) d\lambda$	$\mathbf{F}_1(s)\mathbf{F}_2(s)$

ÖRNEK

$\cos \omega t$ fonksiyonunun Laplace dönüşümünü kullanarak $e^{-at} \cos \omega t$ ifadesinin Laplace dönüşümünü bulunuz.

13.5

ÇÖZÜM

$\cos \omega t$ fonksiyonunun Laplace dönüşümünü

$$\mathcal{L}[\cos \omega t] = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$$

şeklinde olduğundan 5 nolu özelliği kullanarak

$$\mathcal{L}[e^{-at} \cos \omega t] = \frac{s + a}{(s + a)^2 + \omega^2}$$

8 nolu özelliği ispat edelim.

Eğer $f(t) = te^{-at}$ ise bu durumda

$$F(\lambda) = \frac{1}{(\lambda + a)^2}$$

Dolayısı ile

$$\int_s^\infty F(\lambda) d\lambda = \int_s^\infty \frac{1}{(\lambda + a)^2} d\lambda = \frac{-1}{\lambda + a} \Big|_s^\infty = \frac{1}{s + a}$$

ve bundan dolayı

$$f_l(t) = \frac{f(t)}{t} = \frac{te^{-at}}{t} = e^{-at} \quad \text{and} \quad F_l(s) = \frac{1}{s + a}$$

ÖRNEK

13.6

ÇÖZÜM

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) + \int_0^t y(\lambda)e^{-2(t-\lambda)} d\lambda = 10u(t) \quad y(0) = 0$$

denklemini çözmek için Laplace dönüşümünü kullanalım.

6 ve 10 nolu özellikleri kullanarak

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} sY(s) + 2Y(s) + \frac{Y(s)}{s+2} &= \frac{10}{s} \\ Y(s)\left(s+2+\frac{1}{s+2}\right) &= \frac{10}{s} \\ Y(s) &= \frac{10(s+2)}{s(s^2+4s+5)} \end{aligned}$$

elde edilir. Bu doğrusal, sabit katsayılı entegro-diferansiyel denklemin s -düzleminde çözümlüdür. Ne var ki biz zaman düzleminde $y(t)$ çözümünü elde etmek istiyoruz. $y(t)$ ters-dönüştürüm uygulanarak elde edilebilir. Bu bir sonraki alt bölümün konusudur ve çözüm Örnek 13.9'da sunulmuştur.

Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E13.3 $f(t) = \frac{1}{2}(t - 4e^{-2t})$ ise $F(s)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$F(s) = \frac{1}{2s^2} - \frac{2}{s+2}.$$

E13.4 $f(t) = te^{-(t-1)}u(t-1) - e^{-(t-1)}u(t-1)$ ise $F(s)$ 'yi zamanda öteleme özelliğini kullanarak bulunuz.

YANIT:

$$F(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2},$$

E13.5 $f(t) = e^{-4t}(t - e^{-t})$ ise 2 nolu özelliği kullanarak $F(s)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$F(s) = \frac{1}{(s+4)^2} - \frac{1}{s+5}.$$

13.5

Ters Dönüşümü Hesaplamak

Bu konuya başlarken devre analizinde Laplace dönüşümünü uygulamasında izleyeceğimiz yöntemin genel hatlarını çizelim. İlk olarak, problemi zaman düzleminde, karmaşık frekans düzlemine taşıyacağımız (yani s -düzleme). Daha sonra devre denklemini karmaşık düzlemede cebirsel olarak çözeceğiz. Daha sonra çözümü s -düzlemden geriye, zaman düzleme taşıyacağımız. Bu alt bölümde, bu en son işlemi ele alacağız.

Devre denklemleri karmaşık düzlemede cebirsel olarak çözüldüğünde, aşağıdaki yapıda s 'ye bağlı bir polinom elde edilir.

$$\mathbf{F}(s) = \frac{\mathbf{P}(s)}{\mathbf{Q}(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \cdots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \cdots + b_1 s + b_0} \quad 13.8$$

$\mathbf{P}(s)$ polinomunun kökleri (yani $-z_1, -z_2, \dots, -z_m$) $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonunun sıfırları olarak adlandırılır çünkü fonksiyon bu değerlerde $\mathbf{F}(s) = 0$ olur. Benzer bir şekilde $\mathbf{Q}(s)$ polinomunun kökleri (yani $-p_1, -p_2, \dots, -p_n$) $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonunun kutupları olarak adlandırılır, çünkü $\mathbf{F}(s)$ bu değerlerde sonsuz olur.

Eğer $\mathbf{F}(s)$, s 'nin uygun bir rasyonel polinom ise $n > m$ şeklindedir. Ancak, durum bu şekilde değil ise $\mathbf{P}(s), \mathbf{Q}(s)$ 'ye bölünerek bir bölüm ve kalan elde edilir. Yani:

$$\frac{\mathbf{P}(s)}{\mathbf{Q}(s)} = C_{m-n} s^{m-n} + \cdots + C_2 s^2 + C_1 s + C_0 + \frac{\mathbf{P}_1(s)}{\mathbf{Q}(s)} \quad 13.9$$

Bu işlemin sonucunda $\mathbf{P}_1(s)/\mathbf{Q}(s)$, s 'nin uygun bir rasyonel polinomu hâline gelir. Şimdi $\mathbf{Q}(s)$ 'nin köklerinin alabileceği şekilleri inceleyelim.

1. Eğer kökler basit ise $\mathbf{P}_1(s)/\mathbf{Q}(s)$ kısmi kesirler yapısında ifade edilebilir

$$\frac{\mathbf{P}_1(s)}{\mathbf{Q}(s)} = \frac{K_1}{s + p_1} + \frac{K_2}{s + p_2} + \cdots + \frac{K_n}{s + p_n} \quad 13.10$$

2. Eğer $\mathbf{Q}(s)$ basit karmaşık köklere sahip ise bu kökler karmaşık eşlenik çiftler halinde olur ve $\mathbf{P}_1(s)/\mathbf{Q}(s)$ 'nın kısmi kesirler açılımı aşağıdaki yapıda olur:

$$\frac{\mathbf{P}_1(s)}{\mathbf{Q}_1(s)(s + \alpha - j\beta)(s + \alpha + j\beta)} = \frac{K_1}{s + \alpha - j\beta} + \frac{K_1^*}{s + \alpha + j\beta} + \cdots \quad 13.11$$

Burada $\mathbf{Q}(s) = \mathbf{Q}_1(s)(s + \alpha - j\beta)(s + \alpha + j\beta)$ olup K_1^* , K_1 'in karmaşık eşeniğidir.

3. Eğer $\mathbf{Q}(s)$, r katlı bir köke sahip ise her bir katlı kök için kısmi kesirler

$$\frac{\mathbf{P}_1(s)}{\mathbf{Q}_1(s)(s + p_1)^r} = \frac{K_{11}}{(s + p_1)} + \frac{K_{12}}{(s + p_1)^2} + \cdots + \frac{K_{1r}}{(s + p_1)^r} + \cdots \quad 13.12$$

yapısında olacaktır. Kısımlı kesirlerde ayırmaya şu açıdan önemlidir: Eğer $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonu bu şekilde kısımlı kesirlerde yani bileşenlerine ayrırlabilir ise, daha sonra her bir terimin ters Laplace dönüşümü, bilinen ve çizelgede verilen dönüşüm çiftleri kullanılarak elde edilebilir. Daha sonra bu ters Laplace dönüşümlerinin toplamı, aranan zaman fonksiyonu $f(t) = \mathcal{L}^{-1}[\mathbf{F}(s)]$ 'yi verecektir.

BASIT KÖKLER $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonunun tüm köklerinin basit kökler olduğunu varsayıyalım. Bu durumda $\mathbf{F}(s)$ 'nın kısımlı kesir açılımı

$$\mathbf{F}(s) = \frac{\mathbf{P}(s)}{\mathbf{Q}(s)} = \frac{K_1}{s + p_1} + \frac{K_2}{s + p_2} + \cdots + \frac{K_n}{s + p_n} \quad 13.13$$

şeklinde olur.

Daha sonra K_i sabitleri, denklemin her iki tarafını $(s + p_i)$ ile çarpıp $s = -p_i$ değeri için fonksiyonun değerinin bulunması ile elde edilebilir. Yani

$$\left. \frac{(s + p_i)\mathbf{P}(s)}{\mathbf{Q}(s)} \right|_{s=-p_i} = 0 + \cdots + 0 + K_i + 0 + \cdots + 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad 13.14$$

Tüm K_i terimleri elde edildikten sonra, $f(t) = \mathcal{L}^{-1}[\mathbf{F}(s)]$ zaman fonksiyonu, Laplace dönüşüm çiftleri kullanılarak

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+a}\right] = e^{-at} \quad 13.15$$

büçümde elde edilir.

$$\mathbf{F}(s) = \frac{12(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+4)(s+5)} \text{ verilmiş ise}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[\mathbf{F}(s)] \text{ fonksiyonunu bulalım.}$$

ÖRNEK 13.8

$\mathbf{F}(s)$ kısmi kesirlerle ifade edilir ise

$$\frac{12(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+4)(s+5)} = \frac{K_0}{s} + \frac{K_1}{s+2} + \frac{K_2}{s+4} + \frac{K_3}{s+5}$$

elde edilir. K_0 katsayısını bulmak için eşitliğin her iki tarafı s ile çarplıarak

$$\frac{12(s+1)(s+3)}{(s+2)(s+4)(s+5)} = K_0 + \frac{K_1 s}{s+2} + \frac{K_2 s}{s+4} + \frac{K_3 s}{s+5}$$

fonksiyonu elde edilir. Bu denklemin $s = 0$ için değerini bulur isek

$$\frac{(12)(1)(3)}{(2)(4)(5)} = K_0 + 0 + 0 + 0$$

veya

$$K_0 = \frac{36}{40}$$

olur. Benzer şekilde

$$(s+2)\mathbf{F}(s) \Big|_{s=-2} = \frac{12(s+1)(s+3)}{s(s+4)(s+5)} \Big|_{s=-2} = K_1$$

veya

$$K_1 = 1$$

olur. Aynı yöntemi izleyerek $K_2 = \frac{36}{8}$ ve $K_3 = -\frac{32}{5}$ bulunur. Dolayısı ile $\mathbf{F}(s)$

$$\mathbf{F}(s) = \frac{36/40}{s} + \frac{1}{s+2} + \frac{36/8}{s+4} - \frac{32/5}{s+5}$$

şeklinde yazılabilir. Daha sonra $f(t) = \mathcal{L}^{-1}[\mathbf{F}(s)]$

$$f(t) = \left(\frac{36}{40} + 1e^{-2t} + \frac{36}{8}e^{-4t} - \frac{32}{5}e^{-5t} \right) u(t)$$

büçümde elde edilir.

DÖNÜŞÜM ÜZERİNE UYGULAMA

E13.6 $F(s) = 10(s+6)/(s+1)(s+3)$ ise $f(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$f(t) = (25e^{-t} - 15e^{-3t})u(t).$$

E13.7 $F(s) = 12(s+2)/s(s+1)$ ise $f(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$f(t) = (24 - 12e^{-t})u(t).$$

E13.8 $F(s) = \frac{s^2 + 5s + 1}{s(s+1)(s+4)}$ ise $f(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$f(t) = (0.25 + e^{-t} - 0.25e^{-4t})u(t).$$

KARMAŞIK EŞLENİK KÖKLER $F(s)$ 'nin bir çift karmaşık eşlenik köke sahip olduğunu varsayıyalım. $F(s)$ 'nin kısmi kesirlere ayrılması

$$F(s) = \frac{P_1(s)}{Q_1(s)(s+\alpha-j\beta)(s+\alpha+j\beta)} = \frac{K_1}{s+\alpha-j\beta} + \frac{K_1^*}{s+\alpha+j\beta} + \dots \quad 13.16$$

şeklinde yapılabilir. K_1 sabiti basit köklerde kullandığımız yöntem izlenerek belirlenebilir. Yani

$$(s+\alpha-j\beta)F(s) \Big|_{s=-\alpha+j\beta} = K_1 \quad 13.17$$

Bu durumda K_1 genellikle $|K_1|/\theta$ formunda ifade edilebilecek karmaşık bir sayı olur. Dolayısı ile $K_1^* = |K_1|/-\theta$ olur. Böylece kısmi kesirlere ayırtırma

$$\begin{aligned} F(s) &= \frac{|K_1|/\theta}{s+\alpha-j\beta} + \frac{|K_1|/-\theta}{s+\alpha+j\beta} + \dots \\ &= \frac{|K_1|e^{j\theta}}{s+\alpha-j\beta} + \frac{|K_1|e^{-j\theta}}{s+\alpha+j\beta} + \dots \end{aligned} \quad 13.18$$

[ipucu]

formunda ifade edilebilir. Dolayısı ile buna karşılık gelen zaman fonksiyonu

$$\begin{aligned} f(t) &= \mathcal{L}^{-1}[F(s)] = |K_1|e^{j\theta}e^{-(\alpha-j\beta)t} + |K_1|e^{-j\theta}e^{-(\alpha+j\beta)t} + \dots \\ &= |K_1|e^{-\omega t} [e^{j(\beta t+\theta)} + e^{-j(\beta t+\theta)}] + \dots \\ &= 2|K_1|e^{-\omega t} \cos(\beta t + \theta) + \dots \end{aligned} \quad 13.19$$

Hatırlatma

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

olduğunu hatırlayınız.

formunda olur,

ÖRNEK 13.9

$Y(s) = \frac{10(s+2)}{s(s^2+4s+5)}$ fonksiyonu için $y(t)$ zaman fonksiyonunu bulalım.

ÇÖZÜM Verilen fonksiyonu kısmi kesirler şeklinde ifade eder isek

$$\begin{aligned} \frac{10(s+2)}{s(s+2-j1)(s+2+j1)} \\ &= \frac{K_0}{s} + \frac{K_1}{s+2-j1} + \frac{K_1^*}{s+2+j1} \\ \frac{10(s+2)}{s^2+4s+5} \Big|_{s=0} &= K_0 \\ 4 &= K_0 \end{aligned}$$

olur.

Benzer şekilde:

$$\frac{10(s+2)}{s(s+2+j1)} \Big|_{s=-2+j1} = K_1$$

Dolayısı ile

$$2.236 / 153.43^\circ = K_1^*$$

$\mathbf{Y}(s)$ 'nin kısmi kesirler formu

$$\mathbf{Y}(s) = \frac{4}{s} + \frac{2.236 / -153.43^\circ}{s+2-j1} + \frac{2.236 / 153.43^\circ}{s+2+j1}$$

olar ki bu durumda zaman fonksiyonu

$$y(t) = [4 + 4.472e^{-2t} \cos(t - 153.43^\circ)]u(t)$$

şeklinde elde edilir.

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E13.9 $\mathbf{F}(s) = s/(s^2 + 4s + 8)$ ise $f(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$f(t) = 1.41e^{-2t} \cos(2t + 45^\circ)u(t).$$

E13.10 $\mathbf{F}(s) = \frac{4(s+3)}{(s+1)(s^2+2s+5)}$ ise $f(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$f(t) = (2e^{-t} + 2\sqrt{2}e^{-t}\cos(2t - 135^\circ))u(t).$$

KATLI KÖKLER $\mathbf{F}(s)$ 'nin katlı köklere sahip olduğunu varsayılmı. Bu durumda $\mathbf{F}(s)$)

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(s) &= \frac{\mathbf{P}_1(s)}{\mathbf{Q}_1(s)(s+p_1)^r} \\ &= \frac{K_{11}}{s+p_1} + \frac{K_{12}}{(s+p_1)^2} + \dots + \frac{K_{1r}}{(s+p_1)^r} + \dots \end{aligned} \quad 13.20$$

şeklindeki kısmi kesirler formunda yazılabılır. Basit kutuplar için kullandığımız yaklaşımı kullanarak, K_{1r} ,

$$(s+p_1)^r \mathbf{F}(s) \Big|_{s=-p_1} = K_{1r} \quad 13.21$$

şeklinde bulunabilir. K_{1r-1} 'i bulabilmek için, K_{1r} 'yi hesaplarken yaptığımız gibi, $\mathbf{F}(s)(s+p_1)^r$ ile çarpılır, ancak, denklemi $s = -p_1$ 'de değerlendirirmeden önce, s 'ye göre türevi alınır. Bu işlemin sonucunda, K_{1r-1} 'in elde edileceği, Eş. (13.20)'nin her iki tarafını $(s+p_1)^r$ ile çarparak ve daha sonra s 'ye göre türevini alarak gösterilebilir. Şimdi denklemi $s = -p_1$ için değerlendirirken, eşitliğin sağ tarafında sadece K_{1r-1} terimi kalır ve böylece

$$\frac{d}{ds} [(s+p_1)^r \mathbf{F}(s)] \Big|_{s=-p_1} = K_{1r-1} \quad 13.22$$

olur. K_{1r-2} 'de benzer şekilde elde edilir. Bu durumda denklem

$$\frac{d^2}{ds^2} [(s+p_1)^r \mathbf{F}(s)] \Big|_{s=-p_1} = (2!)K_{1r-2} \quad 13.23$$

olur.

Bu durumda genel ifade

$$K_{ij} = \frac{1}{(r-j)!} \left. \frac{d^{r-j}}{ds^{r-j}} [(s+p_1)^r \mathbf{F}(s)] \right|_{s=-p_1} \quad 13.24$$

şeklinde verilebilir. Bu prosedürü bir örnek ile gösterelim.

**ÖRNEK
13.10**

Aşağıdaki $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonu verilmiş ise buna karşılık gelen zaman fonksiyonu $f(t) = \mathcal{L}^{-1}[\mathbf{F}(s)]$ 'yi belirleyelim.

$$\mathbf{F}(s) = \frac{10(s+3)}{(s+1)^3(s+2)}$$

ÇÖZÜM $\mathbf{F}(s)$ 'yi kısmi kesirler formunda ifade eder isek:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(s) &= \frac{10(s+3)}{(s+1)^3(s+2)} \\ &= \frac{K_{11}}{s+1} + \frac{K_{12}}{(s+1)^2} + \frac{K_{13}}{(s+1)^3} + \frac{K_2}{s+2} \end{aligned}$$

Bu durumda

$$(s+1)^3 \mathbf{F}(s) \Big|_{s=-1} = K_{13}$$

$$20 = K_{13}$$

olur. Aşağıdaki denklem ile K_{12}

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} [(s+1)^3 \mathbf{F}(s)] \Big|_{s=-1} &= K_{12} \\ \frac{-10}{(s+2)^2} \Big|_{s=-1} &= -10 = K_{12} \end{aligned}$$

ve benzer şekilde K_{11}

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{ds^2} [(s+1)^3 \mathbf{F}(s)] \Big|_{s=-1} &= 2K_{11} \\ \frac{20}{(s+2)^3} \Big|_{s=-1} &= 20 = 2K_{11} \end{aligned}$$

bulunur. Dolayısı ile

$$10 = K_{11}$$

olur. Aynı şekilde:

$$\begin{aligned} (s+2) \mathbf{F}(s) \Big|_{s=-2} &= K_2 \\ -10 &= K_2 \end{aligned}$$

Dolayısı ile $\mathbf{F}(s)$

$$\mathbf{F}(s) = \frac{10}{s+1} - \frac{10}{(s+1)^2} + \frac{20}{(s+1)^3} - \frac{10}{s+2}$$

şeklinde ifade edilebilir. Şimdi dönüştüm çiftleri kullanılarak

$$\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{(s+a)^{n+1}} \right] = \frac{t^n}{n!} e^{-at}$$

bulunur ve böylece

$$f(t) = (10e^{-t} - 10te^{-t} + 10t^2e^{-t} - 10e^{-2t})u(t)$$

olur.

Öğrendildiklerinizi Sınavalım

E13.11 $F(s) = s/(s + 1)^2$ ise $f(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$f(t) = (e^{-t} - te^{-t})u(t).$$

E13.12 $F(s) = (s + 2)/s^2(s + 1)$ ise $f(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$f(t) = (-1 + 2t + e^{-t})u(t).$$

E13.13 $F(s) = \frac{100}{s^3(s + 5)}$ ise $f(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$f(t) = (0.8 - 4t + 10t^2 - 0.8e^{-5t})u(t).$$

Bölüm 7'de ikinci mertebeden geçici devreler için karakteristik denklemleri ele almış idik. Bizim devremiz için $Q(s) = 0$ polinomu karakteristik denklemidir. Karakteristik denklemin kökleri, ki bunlar $F(s)$ 'nın kutupları olarak da isimlendirilir, devremiz için zaman tepkisini belirler. Eğer $Q(s) = 0$ basit bir kutbu sahip ise bu durumda zaman tepkisi zayıflayan üstel fonksiyonlar ile karakterize edilir. Katlı kökler, e^{-at} , te^{-at} ve t^2e^{-at} gibi zayıflayan üsteller içerecek bir zaman tepkisi üretir. Basit karmaşık eşlenik kökler için zaman tepkisi, genliği zaman ile üstel olarak azalan bir sinüzoidalıdır. Dikkat edilir ise, tüm bu zaman tepkileri zamana bağlı olarak sıfır gitmektedir. Devre tepkisinin $3e^{2t}$ gibi bir terim içerdiğini varsayıyalım. Bu fonksiyon çizilir ise $t > 0$ için fonksiyonun sonsuz olarak büyüdüğü görülür. Hâli ile eğer devremiz bu tip bir tepki ile karakterize edilmiş olsa idi, devre gözlerimizin önünde kendini yok edeceğinden, bir koruyucu gözlüğe ihtiyacımız olacaktı!

Daha önceden Eş. (13.8)'de $F(s)$, iki polinomun oranı olarak tanımlanmıştır. Varsayıyalım ki bu denklemde $m = n$ olsun. Bu durumda Eş. (13.9)'da sadece C_0 sıfırdan farklı olur. $P_1(s)/Q(s)$ üzerinde kismi kesirlerine ayırma işlemi uyguladığımızı ve açılımdaki her bir terim için zaman tepkisini belirlemek amacıyla Laplace dönüşüm çizelgesini kullandığımızı hatırlayınız. Şimdi bu sabit C_0 ile ne yapacağız? Çizelge 13.1'de verilen dönüşüm çiftlerine bakarak birim dürtü fonksiyonunun Laplace dönüşümünün bir sabit olduğunu fark ederiz. Sonuç olarak, devremizin tepkisi birim dürtü fonksiyonu içerecektir. Daha önce işaret edildiği gibi, birim dürtü fonksiyonu fizikseldir ve gerçekleştiremez. Dolayısı ile fizikseld sistemler için $m < n$ olmalıdır.

Evrişim oldukça önemli bir kavramdır ve devre ve sistem analizinde oldukça geniş bir uygulama alanu vardır. İlk olarak evrişim integrali ile Laplace transformu arasındaki ilişkiyi vereceğiz. Daha sonra evrişim integralinin devre analizinde uygulanma şekli ele alınacaktır.

Çizelge 13.2'de verilen 10 nolu özellik aşağıdaki ilişkiyi belirtir
Eğer

$$f(t) = f_1(t) \otimes f_2(t) = \int_0^t f_1(t-\lambda) f_2(\lambda) d\lambda = \int_0^t f_1(\lambda) f_2(t-\lambda) d\lambda \quad 13.25$$

ise

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s), \mathcal{L}[f_1(t)] = F_1(s) \text{ ve } \mathcal{L}[f_2(t)] = F_2(s)$$

olar ve bu durumda

$$F(s) = F_1(s)F_2(s) \quad 13.26$$

Çalışmamızı aşağıdaki tanım ile başlayalım:

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^\infty \left[\int_0^t f_1(t-\lambda) f_2(\lambda) d\lambda \right] e^{-st} dt$$

13.6

Evrişim
Integrali

Şimdi fonksiyonu, parantez içindeki integrallerde $u(t - \lambda)$ birim basamak fonksiyonu kullanarak, uygun bir formata dönüştürelim. Bunu yapabiliriz çünkü:

$$u(t - \lambda) = \begin{cases} 1 & \text{for } \lambda < t \\ 0 & \text{for } \lambda > t \end{cases} \quad 13.27$$

Eş. (13.27)'deki ilk koşul, birim basamak fonksiyonunun eklenmesinin integral sınırları üzerinde bir etki oluşturmayacağını garanti eder. İkinci koşul ise, integralin üst sınırını ∞ değerinden t değerine değiştirmemize imkân verir. Dolayısı ile,

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^\infty \left[\int_0^\infty f_1(t - \lambda)u(t - \lambda)f_2(\lambda)d\lambda \right] e^{-st} dt$$

olur ki bu ifade

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^\infty f_2(\lambda) \left[\int_0^\infty f_1(t - \lambda)u(t - \lambda)e^{-st} dt \right] d\lambda$$

şeklinde yazılabilir. Dikkat ederseniz parantez içindeki integraller, Eş. (13.6)'da verilmiş olan zaman öteleme teoremidir. Bundan dolayı, denklem

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[f(t)] &= \int_0^\infty f_2(\lambda) \mathbf{F}_1(s) e^{-s\lambda} d\lambda \\ &= \mathbf{F}_1(s) \int_0^\infty f_2(\lambda) e^{-s\lambda} d\lambda \\ &= \mathbf{F}_1(s) \mathbf{F}_2(s) \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Dikkat ederseniz zaman düzleminde evrişim, frekans düzleminde çarpıma karşılık gelmektedir.

Şimdi, ters Laplace dönüşümünün değerlendirmesinde, bu özelliğin kullanımını ele alalım.

ÖRNEK

13.11

Bir devre için transfer fonksiyonu

$$\mathbf{H}(s) = \frac{\mathbf{V}_o(s)}{\mathbf{V}_s(s)} = \frac{10}{s + 5}$$

İfadesi ile verilmektedir. Giriş bitim basamak fonksiyonudur: $\mathbf{V}_s(s) = \frac{1}{s} \cdot v_o(t)$ çıkış gerilimini belirlemek için evrişimi kullanalım.

ÇÖZÜM $\mathbf{H}(s) = \frac{10}{(s + 5)}$ olduğundan, $h(t) = 10e^{-5t}$ olur ve bundan dolayı

$$\begin{aligned} v_o(t) &= \int_0^t 10u(\lambda)e^{-5(t-\lambda)} d\lambda \\ &= 10e^{-5t} \int_0^t e^{5\lambda} d\lambda \\ &= \frac{10e^{-5t}}{5} [e^{5t} - 1] \\ &= 2[1 - e^{-5t}]u(t) V \end{aligned}$$

sonucu elde edilir.

Karşılaştırma yapmak amacıyla $v_o(t)$ ifadesini, kısmi kesirlere ayırma yöntemini kullanarak $\mathbf{H}(s)$ ve $\mathbf{V}_s(s)$ den hareket ile hesaplayalım. $\mathbf{V}_o(s)$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_o(s) &= \mathbf{H}(s)\mathbf{V}_s(s) \\ &= \frac{10}{s(s+5)} = \frac{K_0}{s} + \frac{K_1}{s+5}\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Sabitler $K_0 = 2$ ve $K_1 = -2$ olarak elde edilir. Bundan dolayı,

$$\mathbf{V}_o(s) = \frac{2}{s} - \frac{2}{s+5}$$

ve dolayısı ile

$$v_o(t) = 2[1 - e^{-5t}]u(t) \text{ V}$$

olur.

Ters Laplace dönüşümü elde etmek için evrişimi kullanabiliyoruz bunun basit örneğimizde bile kötü bir yöntem olduğu görülmektedir. Eğer $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonu çok karmaşık ise karşımıza çıkan matematik oldukça kullanışız bir hâl olacaktır. Buna rağmen, evrişim oldukça güçlü ve faydalı bir araçtır. Örneğin, eğer bir devrenin dürtü tepkisini biliyorsak devrenin sadece laboratuvara deneyel bir eğri olarak elde edilebilecek bir girişe karşı üreteceği tepkiyi evrişim yardımıyla belirleyebiliriz. Dolayısı ile evrişim bize analitik olarak yazılamayan ve sadece bilgisayarlarla benzetimi (simülasyon) yapılabilen girişlere karşı devre tepkisini bulma imkanı verir. Ayrıca, evrişimi tamamen bilinmez olan bir devreyi modellemek ve bu modeli kullanarak bazı girişlere karşı devrenin tepkisini belirlemek için de kullanabiliyoruz.

Evrishimin gücünü göstermek amacıyla Şekil 13.3'te bir blok olarak gösterilen bir doğrusal bant geçiren süzgeç "kapalı kutusu" için model oluşturacağız. Süzgeci oluşturan devre hakkında hiçbir bilgiye sahip değiliz; ne bir devre diyagramı, ne eleman listesi ve ne de bunların değerleri. Sonuç olarak, bizim modelimiz sadece bazı ölçümlere dayanmak zorundadır. Evrişim ve Laplace dönüşümüne dair bilgimizi kullanarak, uygun ölçüm tekniklerini, elde edilecek modeli ve sonra da simülasyonlarda modeli nasıl kullanabileceğimizi tartışalım.

ÖRNEK 13.12



Şekil 13.3
Bantgeçiren süzgeç için kavramsal diyagram.

Süzgeç doğrusal olduğu için $v_o(t)$

ÇÖZÜM

$$v_o(t) = h(t) \otimes v_{in}(t) \quad 13.28$$

şeklinde yazılabilir. Dolayısı ile süzgeç için bizim modelimiz $h(t)$ olacaktır. $h(t)$ 'yi belirlemek için bazı $v_{in}(t)$ girişleri uygulayarak $v_o(t)$ çıkışını ölçmek ve uygun matematiksel işlemleri gerçekleştirmek durumundayız. $v_{in}(t)$ için belirgin bir tercih, $\delta(t)$ dürtü fonksiyonudur. Dolayısı ile $\mathbf{V}_{in}(s) = 1$ olur ki bu durumda çıkış, istenen model, yani $h(t)$ olacaktır:

$$v_o(t) = h(t)$$

Ancak, sonsuz genlik ve sıfır genişliğe sahip uygun bir dürtünün laboratuvara üretimi kolay değildir. Fakat, örneğin 10 $u(t)$ gibi, bir birim basamak fonksiyonu uygulamak çok daha kolay ve yaygındır. Bu durumda $\mathbf{V}_{in}(s) = 10/s$ olur ve çıkış s -düzleminde

$$\mathbf{V}_o(s) = \mathbf{H}(s) \left[\frac{10}{s} \right]$$

şeklinde ifade edilir. Buradan

$$\mathbf{H}(s) = \left[\frac{s}{10} \right] \mathbf{V}_o(s)$$

elde edilir. s ile çarpım zaman düzleminde türeve karşılık geldiğinden $h(t)$ için

$$h(t) = \left[\frac{1}{10} \right] \frac{dv_o(t)}{dt} \quad 13.29$$

ifadesini elde ederiz. Böylece $h(t)$ süzgeçin birim basamak girişe tepkisinin türevinden elde edilebilir!

Laboratuvara, 10 $u(t)$ girişi devreye uygulandı ve çıkış sayısal osiloskop ile ölçüldü. 50 μ s aralıklar ile 0-50 ms zaman aralığında zaman ve $v_o(t)$ verileri toplandı. Bu 1000 adet örnek veriye karşılık gelir. Sayısal osiloskop veriyi metin formatına dönüştürüp verinin işlenebileceği bir bilgisayara aktardı. [Bu, bizim Eş. (13.29)'da verilen türevi hesaplayabileceğimiz anlamına gelir]. Sonuçlar Çizelge 13.3'te verilmiştir. Çizelgede ikinci ve üçüncü sütunlar ilk birkaç veri için, sırası ile geçen zamanı ve çıkış gerilimini göstermektedir. $h(t)$ 'yi üretebilmek için aşağıdaki basit algoritma kullanılarak türev değeri elde edildi:

$$\frac{dv_o(t)}{dt} \approx \frac{\Delta V_o}{\Delta t} = \frac{V_o[(n+1)T_S] - V_o[nT_S]}{T_S}$$

Burada T_S örneklemme zamanı ve n örnek numarasıdır. $h(t)$ için elde edilen sonuçlar çizelgede dördüncü sütunda gösterilmektedir. Bu noktada, $h(t)$ veri noktaları çizelgesi olarak elimizde mevcuttur ve dolayısıyla süzgeç modellenmiştir.

ÇİZELGE 13.3 Adım tepkisinin ilk beş veri örneği ve $h(t)$ 'nin hesaplanmış değerleri

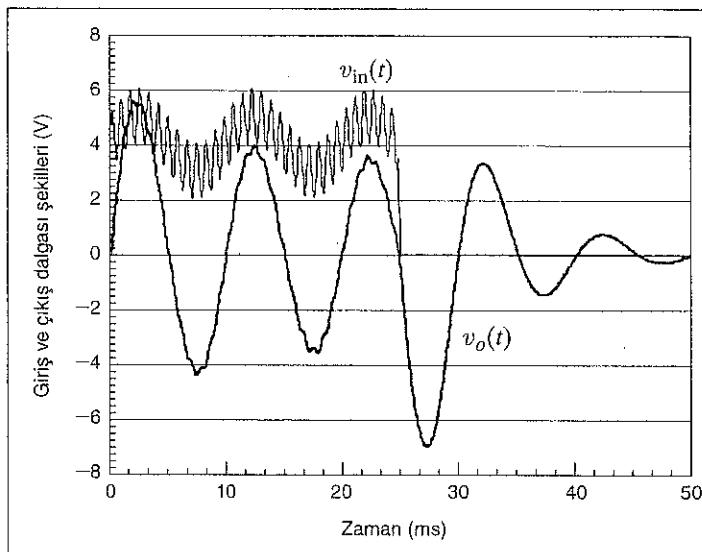
N	ZAMAN (s)	BASAMAK TEPKİSİ (V)	$h(t)$
0	0.00E+00	0.00E+00	3.02E+02
1	5.00E-05	1.51E-01	8.98E+02
2	1.00E-04	6.00E-01	9.72E+02
3	1.50E-04	1.09E+00	9.56E+02
4	2.00E-04	1.56E+00	9.38E+02

Modelimizi test etmek için $v_{in}(t)$ girişinin aşağıda verildiği gibi bir DA bileşen ve sinüzoidal bileşenler içerdigini varsayıyalım.

$$v_{in}(t) = \begin{cases} 1 \sin[(2\pi)100t] + 1 \sin[(2\pi)1234t] + 4 & 0 \leq t < 25 \text{ ms} \\ 0 & t \geq 25 \text{ ms} \end{cases} \quad 13.30$$

Süzgeç nasıl davranışacaktır? Çıkış gerilimi nasıl bir şeke sahip olacaktır? Bunları yanıtlamak için $h(t)$ ile $v_{in}(t)$ evrişimini gerçekleştirelim. Her 50 μ s'de Eş. (13.30) hesaplanarak $v_{in}(t)$ için bir veri dosyası oluşturulabilir. Bu evrişim uygun herhangi bir hesaplama yöntemi kullanılarak gerçekleştirilebilir.

Elde edilen $v_{in}(t)$ ve $v_o(t)$ Şekil 13.14'te verilmiştir. Çıkış dalga şekeının incelenmesi, $v_{in}(t)$ 'nın 100 Hz'lik bileşeninin güçlendirildiğini, buna karşın 1234 Hz'lik bileşen ile DA bileşenin zayıflatıldığını ortaya çıkartmaktadır. Yani $v_o(t)$ yaklaşık olarak 3V'luk bir genlik değerine ve sıfır yakını bir ortalama değere sahiptir. Gerçekten de devre bir bant geçiren süzgeç gibi davranmaktadır. Bu dalga şekelarının ölçülmeyeğini, bunların elde ettigimiz $h(t)$ modelinden hareket ile bulduğumuz benzetim sonuçları olduğunu hatırlatmak isteriz.



Şekil 13.4

Giriş ve çıkış dalga şekilleri bant geçiren sızgıcın davranışını ortaya koymaktadır; özellikle zayıflatılmış bir DA ve yüksek frekanslı bileşen.

13.7

İlk Değer ve Son Değer Teoremi

Bir devre tepkisinin zaman düzleminde ilk değeri ve son değerini, fonksiyonun s -düzlemindeki Laplace dönüşümünden hareket ile ters dönüşüm uygulamadan, hesaplamak istiyoruz. Eğer $f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$ fonksiyonunu belirleyebilirsek ilk değeri $f(0)$ fonksiyonunu $t \rightarrow 0$ için değerlendirecek ve son değeri ise $f(t)$ 'yi $t \rightarrow \infty$ için değerlendirecek bulabiliriz. Ancak, ters dönüşüm uygulamaya ihtiyaç hissetmeden, ilk ve son değerleri doğrudan $F(s)$ 'den hesaplayabilmek çok daha uygun olabilirdi. İlk ve son değer teoremleri bizim bunu gerçekleştirmemize imkân sağlar.

İlk değer teoremi, $f(t)$ ve bunun ilk türevinin Laplace dönüşümü var ise

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) \quad 13.31$$

olduğunu ifade eder. Bu teoremin ispatı, $df(t)/dt$ fonksiyonunun Laplace dönüşümünü ile elde edilir. Yani

$$\int_0^\infty \frac{df(t)}{dt} e^{-st} dt = sF(s) - f(0)$$

Eşitliğin her iki tarafının da $s \rightarrow \infty$ için limit durumu ele alınır ise

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \int_0^\infty \frac{df(t)}{dt} e^{-st} dt = \lim_{s \rightarrow \infty} [sF(s) - f(0)]$$

ve

$$\int_0^\infty \frac{df(t)}{dt} \lim_{s \rightarrow \infty} e^{-st} dt = 0$$

olduğundan

$$f(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

olur ki bu ifade

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

şeklinde verilir.

Son değer teoremi ise $f(t)$ ve bunun ilk türevinin Laplace dönüşümü varsa ve $f(\infty)$ mevcut ise

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s\mathbf{F}(s) \quad 13.32$$

olduğunu ifade eder. İkinci gereksinim ($f(\infty)$ 'un mevcut olması) $\mathbf{F}(s)$ 'nin kutuplarının gerçek kısmının negatif olmasını gerektirir. $s = 0$ 'da basit bir kök olabilir.

Bu teoremin ispatında da $df(t)/dt$ fonksiyonunun Laplace dönüşümünden yararlanır. Yani

$$\int_0^\infty \frac{df(t)}{dt} e^{-st} dt = s\mathbf{F}(s) - f(0)$$

$s \rightarrow 0$ için her iki tarafın limit durumu ele alınır ise:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \int_0^\infty \frac{df(t)}{dt} e^{-st} dt = \lim_{s \rightarrow 0} [s\mathbf{F}(s) - f(0)]$$

Bundan dolayı,

$$\int_0^\infty \frac{df(t)}{dt} dt = \lim_{s \rightarrow 0} [s\mathbf{F}(s) - f(0)]$$

ve

$$f(\infty) - f(0) = \lim_{s \rightarrow 0} s\mathbf{F}(s) - f(0)$$

ve dolayısı ile

$$f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s\mathbf{F}(s)$$

olar.

ÖRNEK 13.13

$\mathbf{F}(s) = \frac{10(s+1)}{s(s^2 + 2s + 2)}$ fonksiyonunun ve bu fonksiyonun zaman düzlemini karşılığı olan

$f(t) = 5 + 5\sqrt{2} e^{-t} \cos(t - 135^\circ) u(t)$ ifadesinin ilk ve son değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM İlk değer teoremini uygulayarak

$$\begin{aligned} f(0) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s\mathbf{F}(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{10(s+1)}{s^2 + 2s + 2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

elde edilir. $\mathbf{F}(s)$ 'nin kutupları $s = 0$ ve $s = -1 \pm j1$ 'dir. Dolayısı ile son-değer teoremi uygulanabilir ve

$$\begin{aligned} f(\infty) &= \lim_{s \rightarrow 0} s\mathbf{F}(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{10(s+1)}{s^2 + 2s + 2} \\ &= 5 \end{aligned}$$

bulunur. Dikkat ederseniz bu değerler doğrudan zaman fonksiyonu $f(t)$ 'den de elde edilebilir.

Laplace dönüşümünün güçünü ve kullanışlığını farklı devre analizi problemlerini ele alarak Bölüm 14'te göstereceğiz. Bu bölümde ise konuya bir giriş olarak bu bölümde ele alınan tekniklerin devre problemlerinin çözümünde devreyi tanımlayan diferansiyel denklemler aracılığı ile nasıl kullanılabileceğini göstereceğiz.

13.8

Uygulama Örneği

Şekil 13.5a'da verilen devreyi ele alalım. Devrenin $t = 0$ öncesi kararlı durumda olduğunu varsayıyalım. $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulalım.

$t = 0$ öncesi kararlı durumda, DA için induktör kısa devre, kapasitor ise açık devre olarak davranışından, devre Şekil 13.5b'de gösterildiği gibi olacaktır. Şekil 13.5b'den $i(0) = 4$ A ve $v_C(0) = 4$ V olduğu görülebilir. $t > 0$ için KGY denklemi şu biçimdedir:

$$12u(t) = 2i(t) + \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{0.1} \int_0^t i(x) dx + v_C(0)$$

Örnek 13.1'in sonucundan ve 7 ile 10 nolu özelliklerden hareketle dönüşümü yapılan ifade

$$\frac{12}{s} = 2\mathbf{I}(s) + s\mathbf{I}(s) - i(0) + \frac{10}{s}\mathbf{I}(s) + \frac{v_C(0)}{s}$$

formuna gelir. Başlangıç koşullarını kullanarak denklemin

$$\frac{12}{s} = \mathbf{I}(s) \left(2 + s + \frac{10}{s} \right) - 4 + \frac{4}{s}$$

veya

$$\mathbf{I}(s) = \frac{4(s+2)}{s^2 + 2s + 10} = \frac{4(s+2)}{(s+1-j3)(s+1+j3)}$$

ve daha sonra

$$K_1 = \left. \frac{4(s+2)}{s+1+j3} \right|_{s=-1+j3}$$

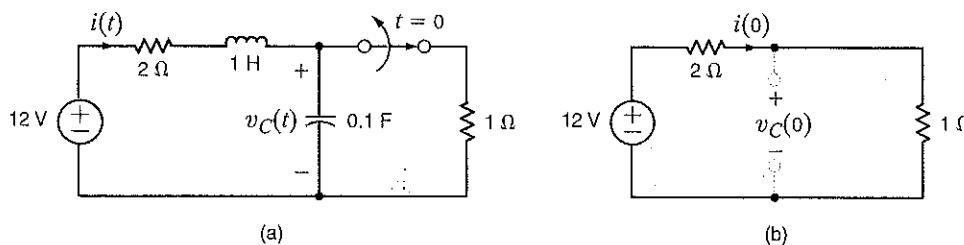
$$= 2.11 / -18.4^\circ$$

olduğunu görürüz. Dolayısı ile

$$i(t) = 2(2.11)e^{-t} \cos(3t - 18.4^\circ)u(t) \text{ A}$$

olur. Dikkat ederseniz bulunan bu ifade $i(0) = 4$ A olan başlangıç şartını sağlar.

Bu bölümün girişinde, Laplace dönüşümün bir devre için hem doğal ve hem de zorlanmış tepkileri uretebileceğini ifade etmiştık. Bizim çözümümüz sadece bir tek terim içermektedir. Bu zorlanmış tepki midir yoksa doğal tepki midir? Zorlanmış tepkinin her zaman için devreyi zorlayan fonksiyonla, yani kaynak ile, aynı formda olacağını hatırlayın. Bizim ele aldığımız bu problemden kaynak, DA gerilim kaynağıdır. Dolayısı ile zorlanan tepki bir sabit olmalıdır. Gerçekten de devremiz için zorlanmış tepki sıfırdır (yani bir sabittir) ve doğal tepki sönümeli bir kosinus fonksiyonudur. Sıfır olan zorlanmış tepkinin bir anlamı var mıdır? Tabii ki. Eğer devremize bakar isek kapasitorun, kaynak gerilimine kadar dolmamış olduğunu görürüz. Kapasitor kaynak gerilim seviyesine kadar dolduğunda akım sıfır olacaktır.



Şekil 13.5
Örnek 13.14'te
kullanılan devre.

Öğrencimizin Çözümleri ve Yanıtları

E13.14 Eğer $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$ olmak üzere $F(s) = \frac{(s+1)^2}{s(s+2)(s^2+2s+2)}$ şeklinde verilmiş ise $f(t)$ fonksiyonun başlangıç ve son değerlerini bulunuz.

YANIT:

$$f(0) = 0 \text{ ve } f(\infty) = \frac{1}{4}.$$

E13.15 Eğer $F(s) = \frac{8s^2 - 20s + 500}{s(s^2 + 4s + 50)}$ şeklinde verilmiş ise $f(t)$ fonksiyonun başlangıç ve son değerlerini bulunuz.

YANIT:

$$f(0) = 8; f(\infty) = 10.$$

E13.16 Eğer $\frac{dy}{dt} + 4y(t) + 4 \int_0^t y(x)dx = 10u(t)$, $y(0) = 10$ ise, Laplace dönüşümünü kullanarak $y(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$y(t) = (10e^{-2t} - 10te^{-2t}) u(t).$$

Problem Çözme Stratejisi

Laplace Dönüşümü ve Geçici Devreler

Adım 1. Bir anahtar kapatılmadan önce devrenin kalıcı duruma ulaştığını varsayalım. Kapasitörleri açık devre, induktörleri kısa devre yaparak $t = 0^-$ için geçerli devreyi çiziniz. Devre denklemlerini çözerek başlangıç koşullarını elde edin; yani kapasitörler üzerindeki gerilimi ve induktör üzerinden akan akımı bulunuz. $v_C(0-) = v_C(0+) = v_C(0)$ ve $i_L(0-) = i_L(0+) = i_L(0)$ olduğunu hatırlayınız.

Adım 2. $t > 0$ için geçerli olan devreyi çizin. Devre analizi tekniklerini kullanarak devrenin davranışını belirleyen diferansiyel veya entegro-diferansiyel denklemleri belirleyiniz.

Adım 3. Laplace dönüşümünü kullanarak elde edilen bu diferansiyel/entegro-diferansiyel denklemleri cebirsel ifadelere dönüştürünüz.

Adım 4. Bu cebirsel ifadeyi elde etmek istediğimiz değişkenin çözümü için kullanınız. Sonucunuz s karmaşık değişkenine bağlı polinomların oranı biçiminde olacaktır.

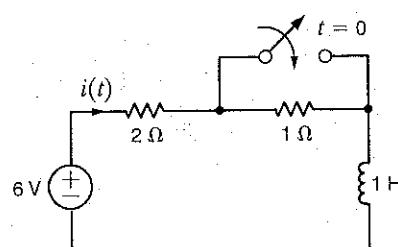
Adım 5. Zaman düzleminde devre tepkisini elde etmek için ters Laplace dönüşümü uygulayınız.

Öğrendiklerimizi Sınavlara

E13.17 Şekil E13.17'de verilen devrenin, $t = 0$ öncesi kalıcı durumda olduğunu varsayılmış, $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulunuz.

YANIT:

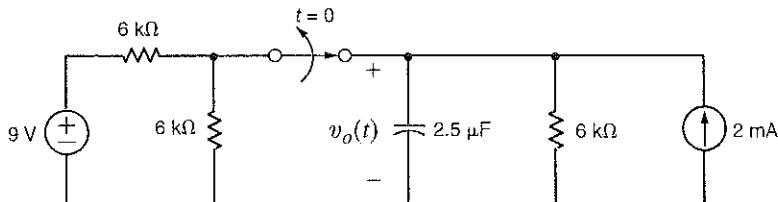
$$i(t) = (3 - e^{-2t})u(t) \text{ A.}$$

**Şekil E13.17**

- E13.18** Şekil E13.18'de verilen devrede anahtar $t = 0$ anında açılmaktadır. Laplace dönüşümünü kullanarak $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulunuz.

YANIT:

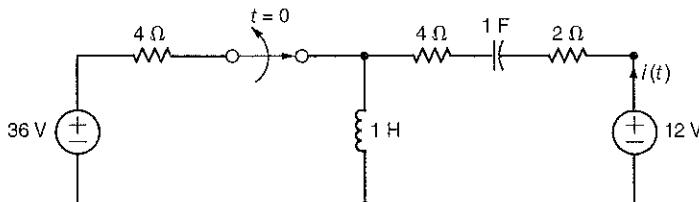
$$v_o(t) = (12 - 5e^{-66.67t}) u(t) \text{ V.}$$

**Şekil E13.18**

- E13.19** Şekil E13.19'de verilen devrede anahtar $t = 0$ anında açılmaktadır. Laplace dönüşümü kullanarak $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulunuz.

YANIT:

$$i(t) = (-0.274e^{-0.172t} + 9.274e^{-5.828t}) u(t) \text{ A.}$$

**Şekil E13.19**

ÖZET

- Laplace dönüşümünü uygulayarak, zaman düzlemindeki entegro-diferansiyel denklemleri s-düzlemindeki cebirsel ifadelere dönüştürürüz. Bu yeni denklemler başlangıç koşullarını da içinde barındırır. Bilinmeyenler s-düzleminde çözüldükten sonra sonuçlar geriye zaman düzlemine çevrilir.
- Laplace dönüşümü:

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

- Çizelge 13.1'de verilen Laplace dönüşüm çiftleri, zaman düzleminden frekans düzleme ve frekans düzleminden zaman düzlemine geçişlerde kullanılır.

- Laplace dönüşümünü ve ters dönüşümünü gerçekleştirken Çizelge 13.2'de verilen Laplace dönüşüm özelliklerinden yararlanılır.
- Bir fonksiyonun s-düzleminde kısmi kesirlerine ayırtılması, fonksiyon zaman düzleme dönüştürülmesinde, Çizelge 13.1'deki dönüşüm çiftlerini ve Çizelge 13.2'de verilen özelliklerini kullanma imkânı sunar.
- Zaman düzleminde iki fonksiyonun evrişimi s-düzleminde iki fonksiyonun basit çarpımına karşılık gelir.
- Bir zaman düzlemi fonksiyonun ilk ve son değerleri, fonksiyon frekans düzlemindeki Laplace dönüşümünden elde edilebilir.

PROBLEMLER

- 13.1** Aşağıdaki eşitliklerin doğruluğunu gösteriniz.

$$(a) \mathcal{L}[e^{-at}] = \frac{1}{s + a}$$

$$(b) \mathcal{L}[\sin \omega t] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$(c) \mathcal{L}[t] = \frac{1}{s^2}$$

- 13.2** Eğer $f(t) = a + a^2t + ae^{-at} + a^2 \cos at$ ise $\mathcal{L}[f(t)]$ 'yi bulunuz.

- 13.3** Eğer $f(t) = e^{-at} \sin \omega t u(t-1)$ ise $F(s)$ 'yi bulunuz.

- 13.4** $f(t) = te^{-at} u(t-4)$ ise $F(s)$ 'yi bulunuz.

- 13.5** $f(t) = [t-1 + e^{-(t-1)}] u(t-1)$ ise zaman öteleme özelliğini kullanarak $\mathcal{L}[f(t)]$ 'yi bulunuz.

- 13.6** $f(t) = te^{-(t-a)} u(t-a) - e^{-t} u(t-a)$ ise $F(s)$ 'yi bulunuz.

- 13.7** $f(t) = [e^{-(t-2)} - e^{-2(t-2)}] u(t-2)$ ise zaman öteleme özelliğini kullanarak $\mathcal{L}[f(t)]$ 'yi bulunuz.

13.8 $f(t) = te^{-at}u(t - 1)$ ise $\mathcal{L}[f(t)]$ 'yi bulmak için 7 nolu özelligi kullanınız.

13.9 $f(t) = e^{-at}\delta(t - 1)$ ise $\mathcal{L}[f(t)]$ 'yi bulmak için 5 nolu özelligi kullanınız.

13.10 $f(t) = te^{-t}\cos(\omega t)(a^2 + 1)$ ise $\mathbf{F}(s)$ 'yi bulun.

13.11 $f(t) = e^{-at}\delta(t - 1)$ fonksyonunun Laplace dönüşümünü bulunuz.

13.12 $f(t) = t \cos \omega t u(t - 1)$ ise $\mathbf{F}(s)$ 'yi bulunuz.

13.13 $f(t) = t \sin(\omega t)u(t - 1)$ ise $\mathbf{F}(s)$ 'yi bulunuz.

13.14 $f(t) = d/dt(te^{-st} \sin 5t)$ ise $\mathbf{F}(s)$ 'yi bulunuz.

13.15 $f(t) = d/dt(e^{-st} \cos 2t)$ ise $\mathbf{F}(s)$ 'yi bulunuz.

13.16 Aşağıda verilen $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonları için $f(t)$ 'leri belirleyiniz.

(a) $\mathbf{F}(s) = \frac{s + 1}{(s + 2)(s + 6)}$

(b) $\mathbf{F}(s) = \frac{24}{(s + 2)(s + 3)}$

(c) $\mathbf{F}(s) = \frac{4}{(s + 3)(s + 4)}$

(d) $\mathbf{F}(s) = \frac{10s}{(s + 1)(s + 6)}$

13.17 Aşağıda verilen $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonları için $f(t)$ 'leri belirleyiniz.

(a) $\mathbf{F}(s) = \frac{s + 10}{(s + 4)(s + 6)}$

(b) $\mathbf{F}(s) = \frac{24}{(s + 2)(s + 8)}$

13.18 Aşağıda verilen $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonları için $f(t)$ 'leri belirleyiniz.

(a) $\mathbf{F}(s) = \frac{s + 1}{s(s + 2)(s + 3)}$

(b) $\mathbf{F}(s) = \frac{s^2 + s + 1}{s(s + 1)(s + 2)}$

13.19 Aşağıda verilen $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonları için $f(t)$ 'leri belirleyiniz.

(a) $\mathbf{F}(s) = \frac{s^2 + 7s + 12}{(s + 2)(s + 4)(s + 6)}$

(b) $\mathbf{F}(s) = \frac{(s + 3)(s + 6)}{s(s^2 + 10s + 24)}$

(c) $\mathbf{F}(s) = \frac{s^2 + 5s + 12}{(s + 2)(s + 4)(s + 6)}$

(d) $\mathbf{F}(s) = \frac{(s + 3)(s + 6)}{s(s^2 + 8s + 12)}$

13.20 Aşağıda verilen $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonları için $f(t)$ 'leri belirleyiniz.

(a) $\mathbf{F}(s) = \frac{s^2 + 4s + 8}{(s + 1)(s + 4)^2}$

(b) $\mathbf{F}(s) = \frac{s + 4}{s^2}$

13.21 Aşağıda verilen $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonları için $f(t)$ 'leri belirleyiniz.

(a) $\mathbf{F}(s) = \frac{s + 4}{(s + 2)^2}$

(b) $\mathbf{F}(s) = \frac{s + 6}{s(s + 1)^2}$

13.22 Aşağıda verilen $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonları için $f(t)$ 'leri belirleyiniz.

(a) $\mathbf{F}(s) = \frac{s + 3}{s(s + 2)^2}$

(b) $\mathbf{F}(s) = \frac{s + 6}{s(s + 2)^2}$

13.23 Aşağıda verilen $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonlarının her biri için ters Laplace dönüşümlerini bulunuz.

(a) $\mathbf{F}(s) = \frac{s + 6}{s^2(s + 2)}$

(b) $\mathbf{F}(s) = \frac{s + 3}{(s + 1)^2(s + 3)}$

13.24 Aşağıda verilen $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonları için $f(t)$ 'yi bulunuz.

(a) $\mathbf{F}(s) = \frac{s + 8}{s^2(s + 4)}$

(b) $\mathbf{F}(s) = \frac{1}{s^2(s + 1)^2}$

13.25 Aşağıda verilen $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonlarının her biri için ters Laplace dönüşümlerini bulunuz.

(a) $\mathbf{F}(s) = \frac{10(s + 1)}{s^2 + 2s + 2}$

(b) $\mathbf{F}(s) = \frac{s + 1}{s(s^2 + 4s + 5)}$

13.26 Aşağıda verilen $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonları için $f(t)$ 'yi bulunuz.

(a) $\mathbf{F}(s) = \frac{s(s + 6)}{(s + 3)(s^2 + 6s + 18)}$

(b) $\mathbf{F}(s) = \frac{(s + 4)(s + 8)}{s(s^2 + 4s + 8)}$

13.27 Aşağıda verilen $\mathbf{F}(s)$ fonksiyonları için $f(t)$ 'yi bulunuz.

(a) $\mathbf{F}(s) = \frac{10}{s^2 + 2s + 2}$

(b) $\mathbf{F}(s) = \frac{10(s + 2)}{s^2 + 4s + 5}$

13.28 Aşağıda verilen $F(s)$ fonksiyonları için $f(t)'$ yi bulunuz.

$$(a) F(s) = \frac{s(s+6)}{(s+3)(s^2+6s+18)}$$

$$(b) F(s) = \frac{(s+4)(s+8)}{s(s^2+8s+32)}$$

13.29 Aşağıda verilen $F(s)$ fonksiyonları için $f(t)'$ yi bulunuz.

$$(a) F(s) = \frac{(s+1)(s+3)}{(s+2)(s^2+2s+2)}$$

$$(b) F(s) = \frac{(s+2)^2}{s^2+4s+5}$$

13.30 Aşağıda verilen $F(s)$ fonksiyonları için $f(t)'$ yi bulunuz.

$$(a) F(s) = \frac{6s+12}{(s^2+4s+5)(s^2+4s+8)}$$

$$(b) F(s) = \frac{s(s+2)}{s^2+2s+2}$$

13.31 Aşağıda verilen fonksiyonların ters Laplace dönüşümletini elde ediniz.

$$(a) F(s) = \frac{e^{-s}}{s+1}$$

$$(b) F(s) = \frac{1-e^{-2s}}{s}$$

$$(c) F(s) = \frac{1-e^{-s}}{s+2}$$

13.32 Eğer $F(s)$ aşağıdaki fonksiyonlar olarak verilmiş ise $f(t)'$ yi bulunuz:

$$(a) F(s) = \frac{2(s+1)e^{-s}}{(s+2)(s+4)}$$

$$(b) F(s) = \frac{10(s+2)e^{-2s}}{(s+1)(s+4)}$$

$$(c) F(s) = \frac{se^{-s}}{(s+4)(s+8)}$$

13.39 Aşağıdaki entegro-diferansiyel denklemleri Laplace dönüşümü kullanarak çözünüz.

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) + \int_0^t y(\lambda) d\lambda = 1 - e^{-2t}, \quad y(0) = 0, \quad t > 0$$

13.40 $y(t)'$ 'yi bulmak için Laplace dönüşümünü kullanınız.

$$\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) + 2 \int_0^t y(x) dx = u(t), \quad y(0) = 0, \quad t > 0.$$

13.41 Aşağıdaki entegro-diferansiyel denklemi Laplace dönüşümü kullanarak çözünüz.

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) + \int_0^t y(\lambda) e^{-2(t-\lambda)} d\lambda = 4u(t), \\ y(0) = 1, \quad t > 0$$

13.33 Aşağıda verilen fonksiyonların ters Laplace dönüşümünü bulunuz.

$$(a) F(s) = \frac{(s+2)e^{-s}}{s(s+2)}$$

$$(b) F(s) = \frac{e^{-10s}}{(s+2)(s+3)}$$

$$(c) F(s) = \frac{(s^2+2s+1)e^{-2s}}{s(s+1)(s+2)}$$

$$(d) F(s) = \frac{(s+1)e^{-4s}}{s^2(s+2)}$$

13.34 Eğer $F(s)$ aşağıdaki fonksiyon ile verilmiş ise $f(t)'$ yi bulunuz:

$$F(s) = \frac{(s+1)e^{-s}}{s(s+2)(s^2+2s+2)}$$

13.35 Aşağıda verilen fonksiyonunun ters Laplace dönüşümünü bulunuz.

$$F(s) = \frac{10s(s+2)e^{-4s}}{(s+1)^2(s^2+2s+2)}$$

13.36 Eğer $F(s)$ aşağıdaki fonksiyon ile verilmiş ise $f(t)'$ yi bulunuz.

$$F(s) = \frac{s^2 e^{-2s}}{(s^2+1)(s+1)(s^2+2s-2)}$$

13.37 Aşağıdaki diferansiyel denklemleri Laplace dönüşümü ile çözünüz.

$$(a) \frac{dx(t)}{dt} + 4x(t) = e^{-2t}, \quad x(0) = 1$$

$$(b) \frac{dx(t)}{dt} + 6x(t) = 4u(t), \quad x(0) = 2$$

13.38 Aşağıdaki diferansiyel denklemleri Laplace dönüşümü ile çözünüz.

$$(a) \frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{2dy(t)}{dt} + y(t) = e^{-2t}, \quad y(0) = y'(0) = 0$$

$$(b) \frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{4y(t)}{dt} + 4y(t) = u(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

13.42 Eğer $F(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$ ise $f(t)'$ yi evrişim ile bulunuz.

13.43 Eğer $F(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)^2}$ ise $f(t)'$ yi evrişim ile bulunuz.

13.44 Eğer $F(s)$

(a) $F(s) = \frac{1}{(s+1)(s+4)}$

(b) $F(s) = \frac{10}{(s+1)(s+3)^2}$

şeklinde verilmiş ise evrişimi kullanarak $f(t)$ 'yi bulunuz.**13.45** Eğer $F(s)$

(a) $F(s) = \frac{2(s+2)}{s(s+1)}$

(b) $F(s) = \frac{2(s^2 + 2s + 6)}{(s+1)(s+2)(s+3)}$

(c) $F(s) = \frac{2s^2}{(s+1)(s^2 + 2s + 2)}$

ifadeleri ile verilmiş ise $f(t)$ 'nin ilk ve son değerlerini belirleyiniz.**13.46** $F(s)$ aşağıda verilmiş ise, $f(t)$ zaman fonksiyonun ilk ve son değerlerini bulunuz.

(a) $F(s) = \frac{10(s+2)}{(s+1)(s+3)}$

(b) $F(s) = \frac{s^2 + 2s + 4}{(s+6)(s^3 + 4s^2 + 8s + 10)}$

(c) $F(s) = \frac{2s}{s^2 + 2s + 2}$

13.47 Eğer

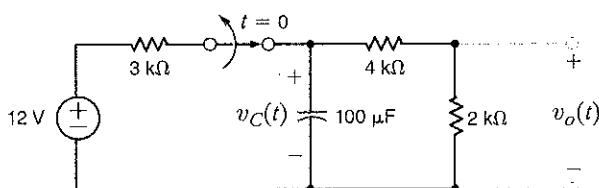
(a) $F(s) = \frac{10(s+1)}{(s+2)(s-3)}$

(b) $F(s) = \frac{10}{s^2 + 4}$

olarak verilmiş ise $f(t)$ zaman fonksiyonlarının son değerlerini bulunuz.**13.48** Eğer

(a) $F(s) = \frac{10(s+6)}{(s+2)(s+3)}$

(b) $F(s) = \frac{2}{s^2 + 4s + 8}$

olarak verilmiş ise $f(t)$ zaman fonksiyonlarının son değerlerini bulunuz.**13.53** Şekil P13.53'te verilen devrede anahtar $t = 0$ anında açılmaktadır. $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulmak için Laplace dönüşümünü kullanınız.**Şekil P13.53****13.49** $F(s)$ aşağıda verilmiş ise, $f(t)$ zaman fonksiyonun ilk ve son değerlerini bulunuz.

(a) $F(s) = \frac{10(s+2)}{(s+1)(s+4)}$

(b) $F(s) = \frac{s^2 + 2s + 2}{(s+6)(s^3 + 4s^2 + 8s + 4)}$

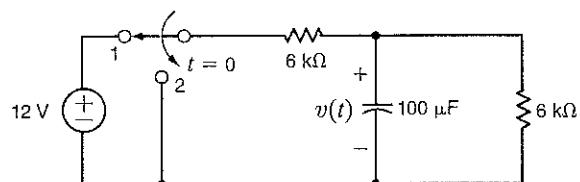
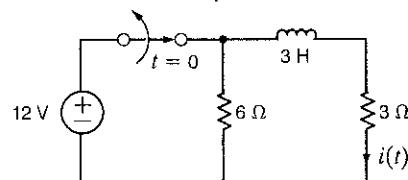
(c) $F(s) = \frac{2s}{s^2 + 2s + 3}$

13.50 $F(s)$ aşağıdaki gibi verilmiş ise, $f(t)$ zaman fonksiyonun ilk ve son değerlerini bulunuz.

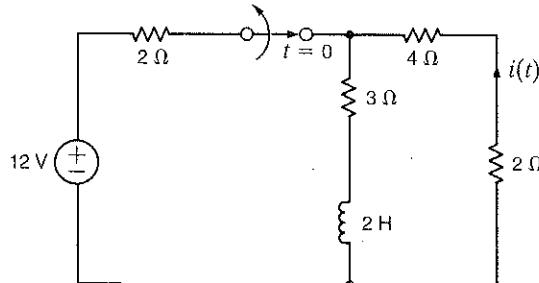
(a) $F(s) = \frac{2(s+2)}{s(s+1)}$

(b) $F(s) = \frac{2(s^2 + 2s + 6)}{(s+1)(s+2)(s+3)}$

(c) $F(s) = \frac{2s^2}{(s+1)(s^2 + 2s + 2)}$

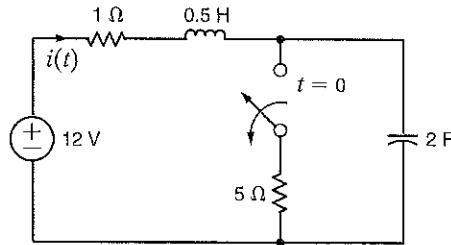
13.51 Şekil P13.51'de verilen devrede, $t = 0$ anında anahtar 1 konumundan, 2 konumuna hareket etmektedir. $t > 0$ için $v(t)$ gerilimini bulmak amacıyla Laplace dönüşümünü kullanınız.**Şekil P13.51****13.52** Şekil P13.52'de verilen devrede, $t = 0$ anında anahtar açılmışmaktadır. $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulmak için Laplace dönüşümünü kullanınız.**Şekil P13.52**

- 13.54** Şekil P13.54'te verilen devrede, anahtar $t=0$ anında açılmaktadır. $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulmak için Laplace dönüşümünü kullanınız.



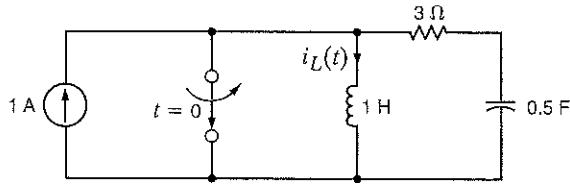
Şekil P13.54

- 13.55** Şekil P13.55'te verilen devrede anahtar uzun süre kapalı kalmıyor ve daha sonra $t = 0$ anında açılıyor. $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulmak için Laplace dönüşümünü kullanınız.



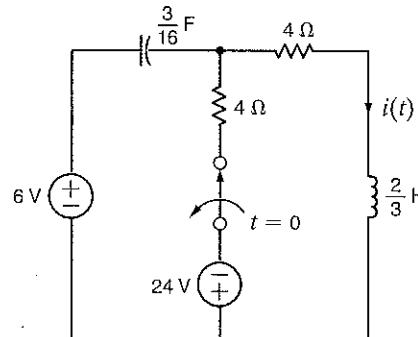
Şekil P13.55

- 13.56** Şekil P13.56'de verilen devrede, $t=0$ anında anahtar açılmaktadır. $t > 0$ için $i_L(t)$ akımını bulmak için Laplace dönüşümünü kullanınız.



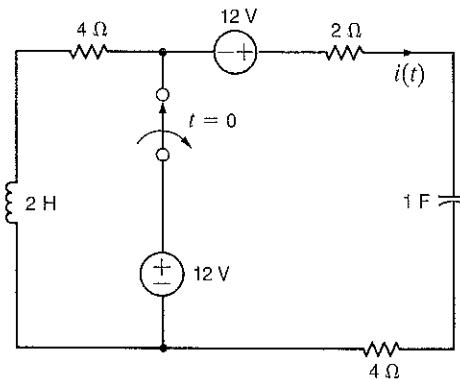
Şekil P13.56

- 13.57** Şekil P13.57'de verilen devrede anahtar uzun süre kapalı kalmıyor ve daha sonra $t = 0$ anında açılıyor. $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulmak için Laplace dönüşümünü kullanınız.



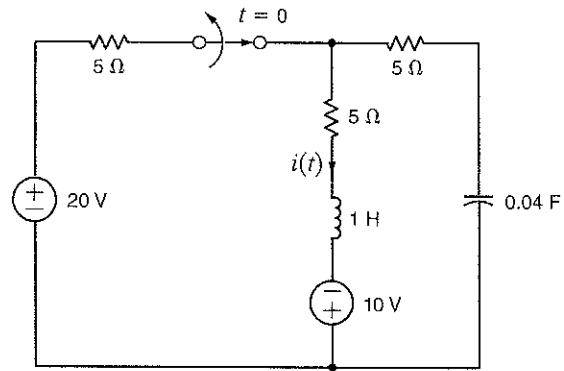
Şekil P13.57

- 13.58** Şekil P13.58'de verilen devrede anahtar uzun süre kapalı kalmıyor ve daha sonra $t = 0$ anında açılıyor. $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulmak için Laplace dönüşümünü kullanınız.



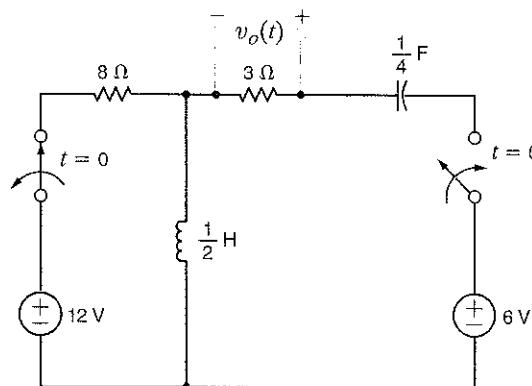
Şekil P13.58

- 13.59** Şekil P13.59'de verilen devrede anahtar uzun süre kapalı kalmıyor ve daha sonra $t = 0$ anında açılıyor. $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulmak için Laplace dönüşümünü kullanınız.



Şekil P13.59

- 13.60** Şekil P13.60'de verilen devrede anahtar hareketleri $t = 0$ anında gerçekleşiyor. $t > 0$ için $i(t)$ akımını bulmak için Laplace dönüşümünü kullanınız.



Şekil P13.60

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR**13ÇSS-1** Bir devrenin çıkış fonksiyonu Laplace dönüşümü ile

$$V_o(s) = \frac{12}{s(s^2 + 3s + 2)}$$

şeklinde ifade ediliyor. $v_o(t)$ çıkışını zamanın bir fonksiyonu olarak bulunuz.

- a. $\left[12 + 3e^{-2t} + 4e^{-t} \right] u(t)V$
- b. $\left[2 + 4e^{2t} + 8e^t \right] u(t)V$
- c. $\left[6 + 6e^{-2t} - 12e^{-t} \right] u(t)V$
- d. $\left[3 + 2e^{2t} - 6e^t \right] u(t)V$

13ÇSS-2 Bir devrenin çıkış geriliminin Laplace dönüşümü

$$V_o(s) = \frac{120}{s(s+10)(s+20)}$$

şeklinde ifade ediliyor. $v_o(t)$ çıkışını $t = 100$ ms'de belirleyiniz.

- a. 0.64 V
- b. 0.45 V
- c. 0.33 V
- d. 0.24 V

13ÇSS-3 Bir devrenin çıkış geriliminin Laplace dönüşümü

$$V_o(s) = \frac{12(s+2)}{s(s+1)(s+3)(s+4)}$$

formunda ifade ediliyor. $v_o(t)$ çıkışının son değerini yani $t \rightarrow \infty$ 'daki değerini belitleyiniz.

- a. 6 V
- b. 2 V
- c. 12 V
- d. 4 V

13ÇSS-4 Bir devrenin çıkışı

$$V_o(s) = \frac{2s}{(s+1)^2(s+4)}$$

şeklinde ifade ediliyor. Devre çıkışını zamanın bir fonksiyonu olarak bulunuz.

- a. $\left[-\frac{8}{9}e^{-4t} + \frac{8}{9}e^{-t} - \frac{2}{3}te^{-t} \right] u(t)V$
- b. $\left[\frac{3}{4}e^{4t} - \frac{2}{3}te^{-t} + \frac{1}{3}te^t \right] u(t)V$
- c. $\left[\frac{2}{3}e^{-4t} + \frac{1}{4}te^{-t} - \frac{1}{3}e^{-t} \right] u(t)V$
- d. $\left[\frac{1}{2}e^{-4t} - \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}te^{-t} \right] u(t)V$

13ÇSS-5 Laplace dönüşümünü kullanarak aşağıdaki diferansiyel denklemi çözünüz:

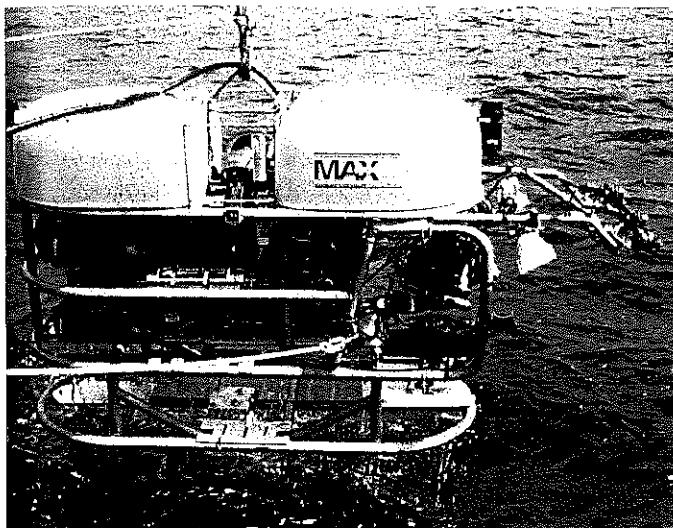
$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 6 \frac{dx(t)}{dt} + 8x(t) = 2e^{-3t}$$

$$x(0) = 0 \text{ ve } \frac{dx(0)}{dt} = 0$$

- a. $\left[2e^{-2t} + e^{-4t} - 3e^{-3t} \right] u(t)$
- b. $\left[3e^{2t} + e^{-4t} + e^{3t} \right] u(t)$
- c. $\left[e^{-2t} + e^{-4t} - 2e^{-3t} \right] u(t)$
- d. $\left[4e^{2t} - e^{4t} - 2e^{3t} \right] u(t)$

BÖLÜM

LAPLACE DÖNÜŞÜMÜNÜN DEVRE ANALİZİNE UYGULANMASI



OAR / Ulusal Denizaltı Araştırma Programı (NURO);
Connecticut Üniversitesi izni ile

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI:

- Temel devre elementlerinin s-düzlemindeki, başlangıç koşullarını da içeren göstergelerini öğrenmek
- Bir elektrik devresinin s-düzlemi devresini oluşturabilmek
- Bir s-düzlemi devresindeki gerilim ve/veya akımları çözmek için devre analiz tekniklerini uygulayabilmek ve zaman düzleminde gerilim ve/veya akımları bulmada ters Laplace dönüşümünün nasıl kullanıldığını bilmek
- Bir s-düzlemi devresinin transfer fonksiyonunun nasıl elde edileceğini bilmek
- Bir transfer fonksiyonu kullanarak bir devrenin birim basamak ve dürtü fonksiyonlarına tepkisini hesaplayabilmek
- Bir transfer fonksiyonu kullanarak bir devrenin sinüzoidal bir kaynağa kalıcı durum tepkisinin nasıl hesaplanacağını bilmek

Denizaltı Robotik Araçlar Robotlar, dünyada hiçbir insanın erişemediği yerleri –denizlerin en derinlerini– keşfederler. Verimli itki sistemleri ile çalışan denizaltı robotik araçları okyanus derinliklerinde tamirat yapar ve okyanus bilimciler için bilgi toplarlar. Mürettebatlı gemiler için uygun olmayan ortamlarda bu denizaltı araçları, çevreye petrol fişkirtan bir boru deliğini kapatmaya, okyanus altındaki egzotik bitki örtüsünü incelemeye veya volkanik sıcak bölgelerin jeolojik haritmasını çıkartmaya çalışır. Denizaltı robotik araçlar batık Titanik'in güvertelerini ya da kuzeybatı Pasifik'in açıklarında yüzeyden 3 milden daha fazla derindeki deniz yüzeyini dolaşarak, başka yolla yapılması çok zor olabilecek, yüksek-çözünlü oşinografik yüzey taramalarını gerçekleştirir.

Denizaltı robotik teknolojisindeki ilerlemeler hayret verici olmuştur. 83 kilogramlık bir denizaltı Solo-Trec robot, farklı okyanus derinlikleri arasındaki suların sıcaklıklarının arasındaki farktan elde edilen enerjiyle çalışır. Solo-Trec, tamamen okyanusun ışıl enerjisi ile enerjilendirilen ilk denizaltı robot aracıdır.

Bu bölümde, Laplace dönüşümlerini kullanarak devrelerin dinamik modellerini çalışmaya devam edeceğiz. Denizaltı robotik araçların tasarımında kullanılan dinamik modeller de bu dinamik modellere benzer. Yalnızca, elektrik devrelerindeki değişkenler elektriksel gerilim ve akımlarken, robotik araçlarda değişkenler mekanik konum ve hızdır. Devre modelerinin geçici durum analizi, başlangıç koşullarını da (ya kondansatör

gerilimleri ya da induktör akımları) içeren bir Laplace dönüşüm çizelgesini kullanarak kolayca yapılabilir. Robotik araç dinamikleri ise, blok diyagramları ile ifade edilirler. Blok diyagramları, her biri bir kazanç ifadesi içeren blokların birleşmesinden oluşur. Bu modelin geçici durum analizinde, konum

ve hız değişkenlerinin başlangıç koşulları dörtlü girişler olarak bloklara uygulanır. Başlangıç koşul işlemleri Laplace dönüşüm analiz yöntemi içerisinde doğrudan yer alındından bu durum, devrelerin veya robot dinamik modellerinin analizinde büyük kolaylık sağlar.

14.1

Laplace Devre Çözümleri

Devre analizinde Laplace dönüşümünün faydasını göstermek için Şekil 14.1'de gösterilen seri RL devresini göz önüne alalım. Özellikle $i(t)$ akımını bulalım.

Kirchhoff gerilim yasasını kullanarak zaman-düzlemi diferansiyel denklemini yazabiliriz:

$$v_s(t) = L\left(\frac{di(t)}{dt}\right) + Ri(t)$$

Bu denklemin homojen bölümü şu biçimdedir:

$$L\left(\frac{di(t)}{dt}\right) + Ri(t) = 0 \quad 14.1$$

Hojojen denklemin çözümü ise şu biçimdedir:

$$i_C(t) = K_C e^{-\alpha t}$$

Bu $i_C(t)$ çözümü diferansiyel denkleme yerine konursa

$$R - \alpha L = 0$$

veya

$$\alpha = \frac{R}{L} = 1000$$

elde edilir. Özel çözüm, $v_s(t)$ zorlayan fonksiyonu ile aynı yapıda olur:

$$i_p(t) = K_p$$

$i_p(t)$ asıl diferansiyel denkleme yerine konursa

$$1 = RK_p$$

ifadesi elde edilir. Buradan da:

$$K_p = 1/R = 1/100$$

Tam çözüm $i_p(t)$ ve $i_C(t)$ 'nin toplamıdır:

$$i(t) = K_p + K_C e^{-\alpha t} = \frac{1}{100} + K_C e^{-100t}$$

K_C 'yi bulmak için belli bir andaki akımın değerini kullanmalıyız. $t < 0$ için, birim basamak fonksiyonu sıfırdır ve akım da sıfırdır. $t = 0'$ da birim basamak bir'e gider. Ancak, induktör akımının anı olarak değişimine izin vermediğinden akımın değeri sıfırda kalır. Bu yüzden, $t = 0'$ da

$$i(0) = 0 = K_p + K_C$$

veya

$$K_C = -K_p = -\frac{1}{100}$$

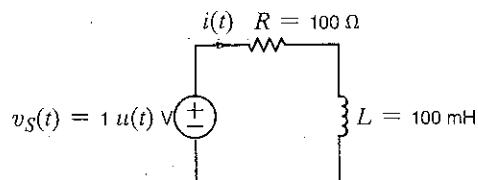
yazabılır. Böylece, akım

$$i(t) = 10(1 - e^{-100t})u(t) \text{ mA}$$

olur. Şimdi aynı probleme farklı bir yoldan yaklaşalım. Çizelge 13.2'yi kullanarak Eş. (14.1)'in her iki tarafının Laplace dönüşümü alalım:

Şekil 14.1

Seri RL devresi.



$$\mathcal{L}[v_s(t)] = V_s(s) = L[sI(s) - i(0)] + RI(s)$$

İndüktörün başlangıç değeri $i = 0$ olduğundan dolayı, bu denklem

$$\mathcal{L}[v_s(t)] = V_s(s) = L[sI(s)] + RI(s)$$

şeklini alır. Şimdi devre zaman-düzleminde diferansiyel bir denklem ile değil s -düzleminde cebirsel bir denklem ile temsil edilmektedir. $I(s)$ için çözümü,

$$I(s) = \frac{V_s(s)}{sL + R} = \frac{1}{s[sL + R]}$$

şeklinde yazabiliriz. Ters Laplace dönüşümünü kullanarak $i(t)$ 'yi buluruz. İlk olarak $I(s)$ 'yi kısmi çarpımların bir toplamı olarak ifade edelim:

$$I(s) = \frac{1/L}{s\left[s + \frac{R}{L}\right]} = \frac{1}{sR} - \frac{1}{R\left[s + \frac{R}{L}\right]}$$

Bu ifadenin ters dönüşümü kolayca elde edilebilir:

$$i(t) = \frac{1}{R}(1 - e^{-Rt/L})$$

Şekil 14.1'deki devre elemanlarının değerlerini kullanarak

$$i(t) = 10(1 - e^{-1000t})u(t) \text{ mA}$$

elde edilir. Bu akım, diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak elde edilen sonuçla tamamen aynıdır. Laplace dönüşüm yaklaşımını kullanarak bulunan sonucun bir adımda tam sonucu verdiğine dikkat ediniz.

Laplace dönüşüm yaklaşımının diferansiyel bir denkemin cebirsel bir denkleme dönüştürülmesi için kullanabileceğini gösterdik. Direnç, kondansatör ve indüktörün gerilim-akım bağıntıları sadece sabitleri, türevleri ve integralleri kapsadığından dolayı herhangi bir devreyi s -düzleminde gösterebilir ve çözebiliriz.

Önceden kullanılan Laplace dönüşüm tekniği, devre elemanlarının üç karakteristiklerinin s -düzleminde cebirsel denklemlerle ifade edilebildiğini gösterdi. Direnç, kondansatör ve indüktör için bu karakteristikleri inceleyelim.

Zaman düzleminde bir direnç için gerilim-akım bağıntısı şu biçimdedir:

$$v(t) = Ri(t) \quad 14.2$$

Laplace dönüşümünü kullanarak s -düzleminde bu bağıntının

$$V(s) = RI(s) \quad 14.3$$

olduğunu buluruz. Dolayısıyla bu elemanın zaman-düzleme ve karmaşık frekans-düzleme gösterimleri Şekil 14.2a'da gösterildiği gibi olur.

Bir kondansatörün zaman-düzlem bağıntıları şu biçimdedir:

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(x) dx + v(0) \quad 14.4$$

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad 14.5$$

Kondansatörün s -düzlemi denklemi şu biçimde elde edilir:

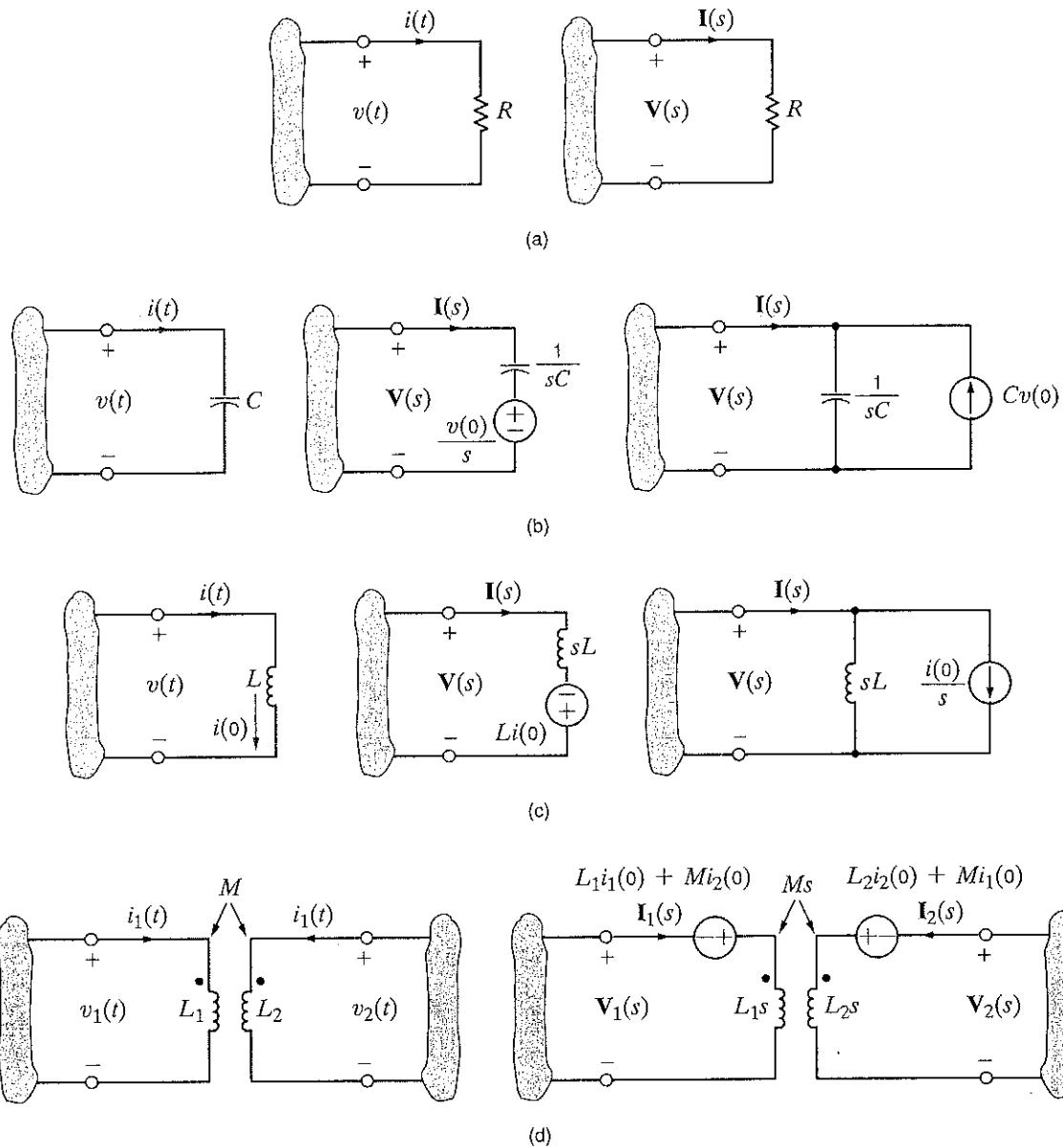
$$V(s) = \frac{I(s)}{sC} + \frac{v(0)}{s} \quad 14.6$$

$$I(s) = sCV(s) - Cv(0) \quad 14.7$$

Dolayısıyla bu elemanın s -düzlemi gösterimi Şekil 14.2b'de gösterildiği gibi olur.

14.2

Devre Eleman Modelleri

**Şekil 14.2**

Devre elemanlarının zaman-düzlemi ve s -düzlemi gösterimleri.

İndüktör için gerilim-akım bağıntısı şu biçimdedir:

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad 14.8$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v(x) dx + i(0) \quad 14.9$$

s -düzlemindeki bağıntı ise şöyle elde edilir:

$$V(s) = sLI(s) - Li(0) \quad 14.10$$

$$I(s) = \frac{V(s)}{sL} + \frac{i(0)}{s} \quad 14.11$$

Bu elemanın s -düzlemi gösterimi Şekil 14.2c'de verilmiştir.

Şekil 14.2d'de gösterilen bağımlı indüktörlerin gerilim-akım bağıntılarını

$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt} \quad 14.12$$

$$v_2(t) = L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$

olarak buluruz. s -düzlemindeki bağıntılar ise şu biçimdedir:

$$V_1(s) = L_1 s I_1(s) - L_1 i_1(0) + M s I_2(s) - M i_2(0) \quad 14.13$$

$$V_2(s) = L_2 s I_2(s) - L_2 i_2(0) + M s I_1(s) - M i_1(0)$$

Bağımlı ve bağımsız gerilim ve akım kaynakları da kendi dönüşümleri ile gösterilebilir;

$$\begin{aligned} V_1(s) &= \mathcal{L}[v_1(t)] \\ I_2(s) &= \mathcal{L}[i_2(t)] \end{aligned} \quad 14.14$$

ve eğer $v_1(t) = A i_2(t)$ ise (akım bağımlı gerilim kaynağı) o zaman:

$$V_1(s) = A I_2(s) \quad 14.15$$

Dönüştürülmüş devredeki gerilim kaynakları ve akım kaynakları, kondansatörün ve indüktörün başlangıç koşullarının bir sonucudur. Bu kaynakların yönlerine dikkat ediniz. Başlangıç akımının yönü veya başlangıç geriliminin polaritesi ters çevrilirse başlangıç koşullarından dolayı oluşan dönüştürülmüş devredeki kaynaklar da ters çevrilir.

Problem-Gözümlü Stratejisi

- Adım 1.** Kondansatör gerilimlerinin ve indüktör akımlarının başlangıç değerlerini hesaplayınız. Bunun için tüm kondansatörleri açık devre ve tüm indüktörleri kısa devre yaparak $t < 0$ için geçerli eşdeğer devreyi elde etmeniz gereklidir.
- Adım 2.** Tüm devre elemanlarının s -düzlemi gösterimlerini yerine koyarak bir s -düzlemi devresi çiziniz. Tüm kondansatör ve indüktörlerin başlangıç koşullarını (sıfır değilse) yerine koyduğunuzdan emin olunuz.
- Adım 3.** Uygun gerilim ve/veya akımları bulmak için kitapta verilen devre analiz tekniklerini kullanınız. Gerilim ve/veya akımlar s 'ye bağlı polinomların bir oranı ile tanımlanacaktır.
- Adım 4.** Gerilim ve/veya akımları tekrar zaman düzlemine dönüştürmek için ters Laplace dönüşümünü yapınız.

s-Düzlemi Devreleri

Şimdi devre elemanlarının s -düzlemi gösterimlerini biliyoruz. Dönüştürülmüş bir devreyi kullanarak devreleri analiz etme aşamasına geldik.

14.3

Analiz
Teknikleri

Şekil 14.3a'da verilen devrenin s -düzlemi eşdeğer devresini çizelim ve hem s ve hem de zaman düzlemlerinde çıkış gerilimini hesaplayalım.

s -düzlemi devresi Şekil 14.3b'de gösterilmiştir. Çıkış gerilimini

ÖRNEK

14.1

ÇÖZÜM

$$V_o(s) = \left[R // \frac{1}{sC} \right] I_s(s)$$

şeklinde veya

$$\mathbf{V}_o(s) = \left[\frac{1/C}{s + (1/RC)} \right] \mathbf{I}_S(s)$$

şeklinde yazabiliriz. Eleman değerlerini yerine koyarsak $\mathbf{V}_o(s)$:

$$\mathbf{V}_o(s) = \left(\frac{40,000}{s + 4} \right) \left(\frac{0.003}{s + 1} \right) = \frac{120}{(s + 4)(s + 1)}$$

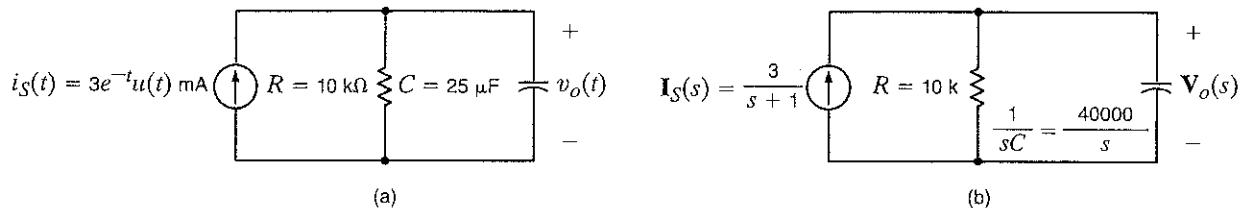
olur. $\mathbf{V}_o(s)$ 'yi kısmi kesirlere ayırsak;

Şekil 14.3
RC paralel devresinin zaman-düzlemi ve s-düzlemi gösterimleri.

$$\mathbf{V}_o(s) = \frac{120}{(s + 4)(s + 1)} = \frac{40}{s + 1} - \frac{40}{s + 4}$$

Ters Laplace dönüşümünün yapılması ile zaman-düzlemi ifadesi elde edilecektir;

$$v_o(t) = 40[e^{-t} - e^{-4t}]u(t) \text{ V}$$



Basit bir devrenin çözümünden Laplace dönüşümünün kullanımını gösterdik. Şimdi daha genel durumu göz önüne alalım. Şekil 14.2'de başlangıç koşulları mevcutken kondansatör ve induktör için iki model gösterdiğimizizi not ediniz. Şimdi devrenin hem düğüm ve hem de çevre denklemlerini çıkarmak için bu modelleri kullanacağımız bir örneği göz önüne alalım.

ÖRNEK 14.2

ÇÖZÜM

Şekil 14.4'a daki devrenin *s*-düzlemindeki göz denklemlerini ve Şekil 14.4b'deki devrenin *s*-düzlemindeki düğüm denklemlerini yazmak istiyoruz.

Şekil 14.4'a daki devrenin dönüştürülmüş devresi Şekil 14.4c'de gösterilmiştir. Bu devrenin göz denklemleri şu biçimdedir:

$$\begin{aligned} & \left(R_1 + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2} + sL_1 \right) \mathbf{I}_1(s) - \left(\frac{1}{sC_2} + sL_1 \right) \mathbf{I}_2(s) \\ &= \mathbf{V}_A(s) - \frac{v_1(0)}{s} + \frac{v_2(0)}{s} - L_1 i_1(0) \\ & - \left(\frac{1}{sC_2} + sL_1 \right) \mathbf{I}_1(s) + \left(\frac{1}{sC_2} + sL_1 + sL_2 + R_2 \right) \mathbf{I}_2(s) \\ &= L_1 i_1(0) - \frac{v_2(0)}{s} - L_2 i_2(0) + \mathbf{V}_B(s) \end{aligned}$$

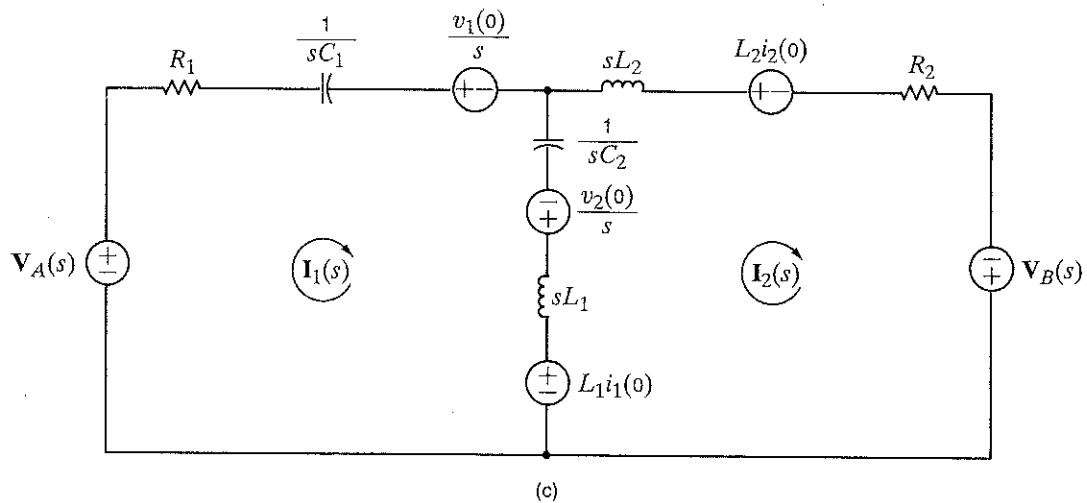
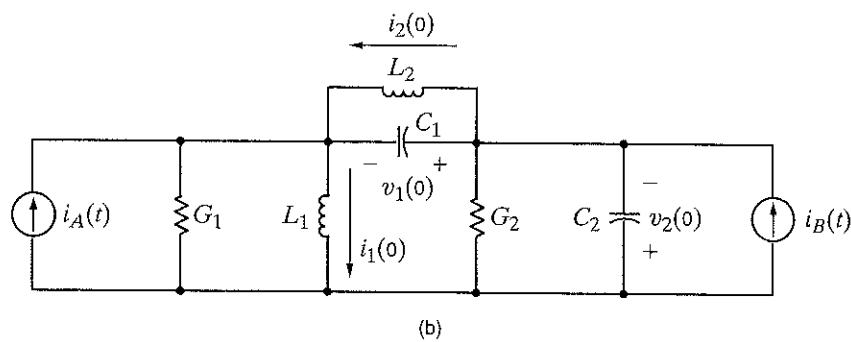
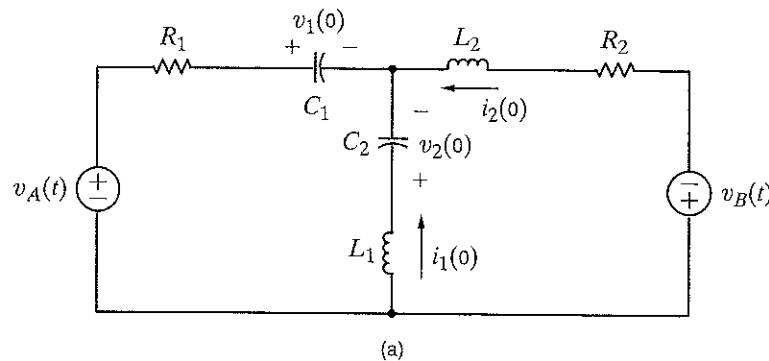
[ipucu]

Denklemlerin DA analizinde kullanılan aynı düzene izlediğini not ediniz.

Şekil 14.4b'deki devrenin dönüştürülmüş devresi Şekil 14.4d'de gösterilmiştir. Bu devrenin düğüm denklemleri şu biçimdedir:

$$\begin{aligned} & \left(G_1 + \frac{1}{sL_1} + sC_1 + \frac{1}{sL_2} \right) \mathbf{V}_1(s) - \left(\frac{1}{sL_2} + sC_1 \right) \mathbf{V}_2(s) \\ &= \mathbf{I}_A(s) - \frac{i_1(0)}{s} + \frac{i_2(0)}{s} - C_1 v_1(0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\left(\frac{1}{sL_2} + sC_1\right)V_1(s) + \left(\frac{1}{sL_2} + sC_1 + G_2 + sC_2\right)V_2(s) \\
 & = C_1v_1(0) - \frac{i_2(0)}{s} - C_2v_2(0) + I_B(s)
 \end{aligned}$$

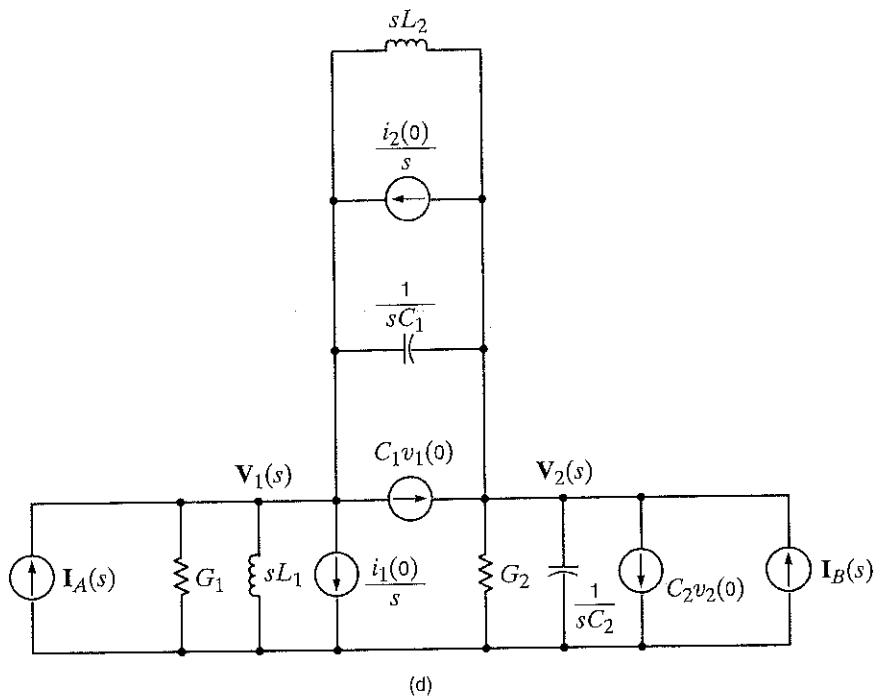


Şekil 14.4

Örnek 14.2'de kullanılan devreler.

Şekil 14.4

(devamı)



Örnek 14.2'de, başlangıç koşulları mevcutken induktör ve kondansatör devre elemanlarının iki s -düzlemi gösteriminin kullanıldığı durumu açıklamaya çalıştık. Aşağıdaki örnekte, dönüştürülmüş devrenin tam tepkisini elde etmek için belli sayıda analiz tekniklerinin kullanımını açıklayacağız. Analiz edilen devreler özellikle, Laplace dönüşümünün çeşitli pasif ve aktif elemanlı devrelere uygulamasını göstermek için seçilmiştir.

ÖRNEK**14.3****ÇÖZÜM**

Bu kitapta önceden verilen analiz tekniklerini gözden geçirmek amacıyla, bu problemi düşüm analizi, göz analizi, superpozisyon, kaynak değişimi, Thevenin teoremi ve Norton teoremini kullanarak çözeceğiz.

Dönüştürülmüş devre Şekil 14.5b'de gösterilmiştir. Düşüm analizini uygularken, $\mathbf{V}_1(s)$ ve $\mathbf{V}_0(s)$ olarak etiketlendirilen düğümlerin KAY denklemlerini yazmak yerine, sadece bir düşümü ($\mathbf{V}_1(s)$) kullanacağız ve ikincisini bulmak için ise gerilim bölme işlemini uygulayacağız.

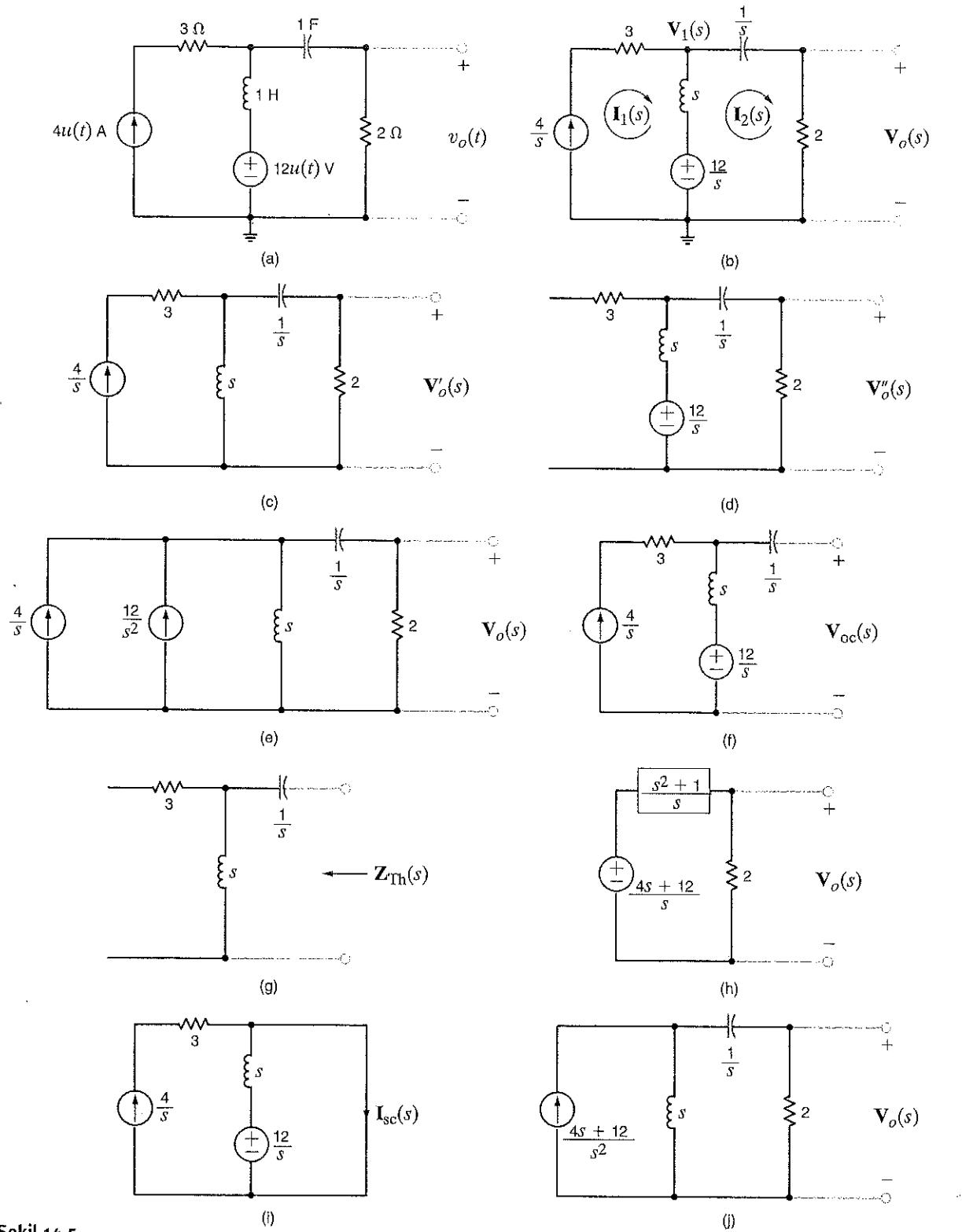
$\mathbf{V}_1(s)$ olarak etiketlendirilen düşümdeki KAY

$$-\frac{4}{s} + \frac{\mathbf{V}_1(s) - \frac{12}{s}}{s} + \frac{\mathbf{V}_1(s)}{\frac{1}{s} + 2} = 0$$

şeklinde olur. $\mathbf{V}_1(s)$ 'yi çözersek

$$\mathbf{V}_1(s) = \frac{4(s+3)(2s+1)}{s(s^2+2s+1)}$$

buluruz.



Şekil 14.5

Örnek 14.3'te kullanılan devreler.

Gerilim bölme işlemini uygulayarak,

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_o(s) &= \mathbf{V}_i(s) \left[\frac{2}{\frac{1}{s} + 2} \right] = \mathbf{V}_i(s) \left(\frac{2s}{2s + 1} \right) \\ &= \frac{8(s + 3)}{(s + 1)^2} \end{aligned}$$

elde edilir. $\mathbf{I}_i(s)$ akım kaynağından aktığından göz analizinde sağ taraftaki çevre için KGY denklemini yazmak yeterlidir:

$$\frac{12}{s} - [\mathbf{I}_2(s) - \mathbf{I}_i(s)]s - \frac{\mathbf{I}_2(s)}{s} - 2\mathbf{I}_2(s) = 0$$

Bununla birlikte, $\mathbf{I}_i(s) = 4/s$ 'dir ve dolayısıyla:

$$\mathbf{I}_2(s) = \frac{4(s + 3)}{(s + 1)^2}$$

Bu yüzden,

$$\mathbf{V}_o(s) = \frac{8(s + 3)}{(s + 1)^2}$$

$3-\Omega$ 'luk direnç denklemlerimizde hiç kullanılmadı. Dahası, diğer analizlerimizde de kullanılmayacaktır. Neden?

Süperpozisyonu kullanırken Şekil 14.5c'de gösterildiği gibi ilk olarak akım kaynağının tek başına olduğunu göz önüne alacağız. Akım bölme işlemini uygulayarak

$$\begin{aligned} \mathbf{V}'_o(s) &= \left[\frac{\frac{4}{s}(s)}{s + \frac{1}{s} + 2} \right] (2) \\ &= \frac{8s}{s^2 + 2s + 1} \end{aligned}$$

elde ederiz. Şekil 14.5d'de gösterildiği gibi gerilim kaynağının yalnız başına olduğu durum için,

$$\begin{aligned} \mathbf{V}''_o(s) &= \left[\frac{\frac{12}{s}}{s + \frac{1}{s} + 2} \right] (2) \\ &= \frac{24}{s^2 + 2s + 1} \end{aligned}$$

elde ederiz. Böylece,

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_o(s) &= \mathbf{V}'_o(s) + \mathbf{V}''_o(s) \\ &= \frac{8(s + 3)}{(s + 1)^2} \end{aligned}$$

Kaynak değişimini uygularken Şekil 14.5e'de gösterildiği gibi gerilim kaynağını ve seri indüktörü, paralel indüktörlü akım kaynağına dönüştürüruz. Akım kaynakları toplanarak ve akım bölme işlemi uygulanarak

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_o(s) &= \left(\frac{12}{s^2} + \frac{4}{s} \right) \left[\frac{s}{s + \frac{1}{s} + 2} \right] (2) \\ &= \frac{\left(\frac{12}{s} + 4 \right) (2)}{s + \frac{1}{s} + 2} \end{aligned}$$

sonucu elde edilir.

$$V_o(s) = \frac{8(s+3)}{(s+1)^2}$$

Thevenin teoremini uygulamak için ilk olarak Şekil 14.5f'de gösterilen $V_{oc}(s)$ açık-devre gerilimini buluruz.

$$\begin{aligned} V_{oc}(s) &= \left(\frac{4}{s}\right)(s) + \frac{12}{s} \\ &= \frac{4s+12}{s} \end{aligned}$$

Şekil 14.5g'den türetilen Thevenin eşdeğer empedansı şu biçimdedir:

$$\begin{aligned} Z_{Th}(s) &= \frac{1}{s} + s \\ &= \frac{s^2 + 1}{s} \end{aligned}$$

Şimdi, Thevenin eşdeğer devresini yükle bağlayarak Şekil 14.5h'de gösterilen devre elde edilir. Daha sonra, gerilim bölme işlemini uygulayarak

$$\begin{aligned} V_o(s) &= \frac{4s+12}{s} \left[\frac{2}{\frac{s^2+1}{s} + 2} \right] \\ &= \frac{8(s+3)}{(s+1)^2} \end{aligned}$$

elde ederiz.

Norton teoremini uygularken basit olsun diye devreyi ilk gözün sağ tarafından böleriz. Bu durumda, kısa-devre akımı Şekil 14.5i'deki devreden elde edilir, yani,

$$\begin{aligned} I_{sc}(s) &= \frac{12}{s} + \frac{4}{s} \\ &= \frac{4s+12}{s^2} \end{aligned}$$

Norton teoreminin bu uygulamasındaki Thevenin eşdeğer empedansı $Z_{Th}(s) = s'$ dir. Orijinal devrenin kalan kısmına Norton eşdeğer devresini bağlayarak Şekil 14.5j'deki devre elde edilir. O hâlde:

$$\begin{aligned} V_o(s) &= \frac{4s+12}{s^2} \left[\frac{s}{s + \frac{1}{s} + 2} \right] (2) \\ &= \frac{8(s+3)}{(s+1)^2} \end{aligned}$$

Sonuçta şimdi, $V_o(s)$ $v_o(t)$ 'ye dönüştürülebilir. $V_o(s)$

$$V_o(s) = \frac{8(s+3)}{(s+1)^2} = \frac{K_{11}}{(s+1)^2} + \frac{K_{12}}{s+1}$$

olarak yazılabilir. Sabitleri değerlendirek

$$\begin{aligned} 8(s+3)|_{s=-1} &= K_{11} \\ 16 &= K_{11} \end{aligned}$$

ve

$$\frac{d}{ds} [8(s+3)] \Big|_{s=-1} = K_{12}$$

$$8 = K_{12}$$

elde ederiz. Dolayısıyla:

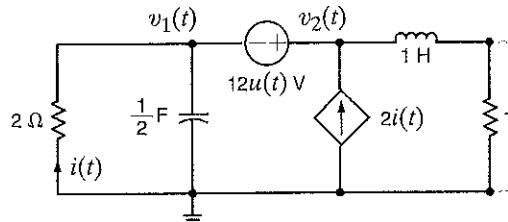
$$v_o(t) = (16te^{-t} + 8e^{-t})u(t) \text{ V}$$

ÖRNEK

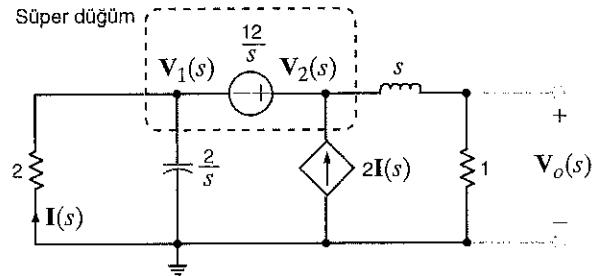
14.4 ÇÖZÜM

Şekil 14.6a'daki devreyi göz önüne alınız. Çıkış gerilimi $v_o(t)$ 'yi bulmak istiyoruz.

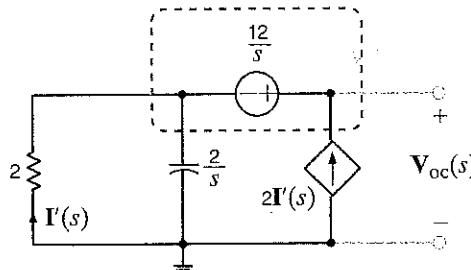
Probleme girişirken iki şeyi not etmeliyiz. İlk olarak, $12 u(t)$ 'lik kaynak $v_1(t)$ ile $v_2(t)$ arasında bağlandığından dolayı bir süper düğüm sahibiz. İkinci olarak, $v_2(t)$ biliniyorsa, $v_0(t)$ gerilim bölme işlemi ile kolayca elde edilebilir. Dolayısıyla çözümü elde etmek için gerilim bölme işlemi ile birlikte döküm analizini kullanacağız. Daha sonra karşılaştırma yapmak için Thevenin teoremini kullanarak $v_0(t)$ 'yi bulacağız.



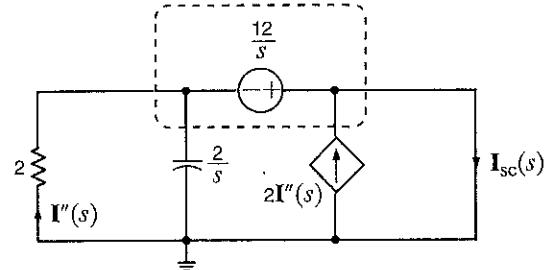
(a)



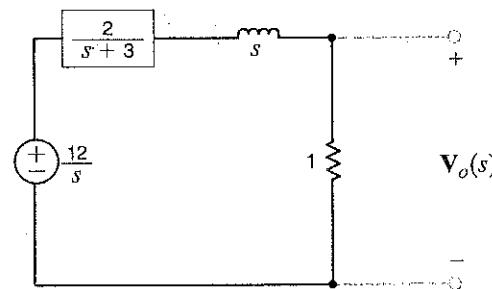
(b)



(c)



(d)



(e)

Şekil 14.6

Örnek 14.4'te kullanılan devreler.

Dönüştürülmüş devre Şekil 14.6b'de gösterilmiştir. Süper düğüm için KAY denklemi şu biçimdedir:

$$\frac{V_i(s)}{2} + V_i(s) \frac{s}{2} - 2I(s) + \frac{V_2(s)}{s+1} = 0$$

Bununla birlikte,

$$I(s) = -\frac{V_i(s)}{2}$$

ve

$$V_i(s) = V_2(s) - \frac{12}{s}$$

yazılabilir. Son iki denklemi ilk denklemde yerine koyarak

$$\left[V_2(s) - \frac{12}{s} \right] \frac{s+3}{2} + \frac{V_2(s)}{s+1} = 0$$

veya

$$V_2(s) = \frac{12(s+1)(s+3)}{s(s^2+4s+5)}$$

elde edilir. Gerilim bölme işlemini uygulayarak,

$$\begin{aligned} V_o(s) &= V_2(s) \frac{1}{s+1} \\ &= \frac{12(s+3)}{s(s^2+4s+5)} \end{aligned}$$

elde ederiz.

Thevenin teoremini uygulamak için Şekil 14.6c'de gösterildiği gibi devreyi bağımlı akım kaynağının sağ tarafından böleriz. Süper düğüm için KAY denklemi şu biçimdedir:

$$\frac{V_{oc}(s) - \frac{12}{s}}{2} + \frac{V_{oc}(s) - \frac{12}{s}}{\frac{2}{s}} - 2I'(s) = 0$$

Burada:

$$I'(s) = -\left(\frac{V_{oc}(s) - \frac{12}{s}}{2} \right)$$

Bu denklemler $V_{oc}(s)$ 'yi bulmak için çözülürse

$$V_{oc}(s) = \frac{12}{s}$$

elde edilir. Kısa-devre akımı Şekil 14.6d'deki devreden

$$\begin{aligned} I_{sc}(s) &= 2I''(s) + \frac{\frac{12}{s}}{(2)\left(\frac{2}{s}\right)} \\ &= \frac{2}{2 + \frac{2}{s}} \end{aligned}$$

olarak çıkarılır. Burada:

$$I''(s) = \frac{\frac{12}{s}}{2}$$

Bu denklemler $I_{sc}(s)$ 'yi bulmak için çözülürse:

$$I_{sc}(s) = \frac{6(s+3)}{s}$$

[ipucu]

Süper düğümden çıkan akımları toplama.

O hâlde Thevenin eşdeğer empedansı şu biçimdedir:

$$\begin{aligned} Z_{Th}(s) &= \frac{V_{oc}(s)}{I_{sc}(s)} \\ &= \frac{\frac{12}{s}}{\frac{s}{6(s+3)}} \\ &= \frac{2}{s+3} \end{aligned}$$

Şimdi Thevenin eşdeğer devresini orijinal devrenin kalan kısmına bağlarsak Şekil 14.6e'de gösterilen devreyi elde ederiz. Gerilim bölüşümü ilkesini uygulayarak

$$\begin{aligned} V_{oc}(s) &= \frac{1}{\frac{2}{s+3} + s + 1} \left(\frac{12}{s} \right) \\ &= \frac{12(s+3)}{s(s^2 + 4s + 5)} \end{aligned}$$

veya

$$V_{oc}(s) = \frac{12(s+3)}{s(s+2-j1)(s+2+j1)}$$

bulunur. Ters dönüşümü elde etmek için fonksiyon

$$\frac{12(s+3)}{s(s+2-j1)(s+2+j1)} = \frac{K_0}{s} + \frac{K_1}{s+2-j1} + \frac{K_1^*}{s+2+j1}$$

biçiminde yazılır. Sabitleri değerlendirerek

$$\begin{aligned} \frac{12(s+3)}{s^2 + 4s + 5} \Big|_{s=0} &= K_0 \\ \frac{36}{5} &= K_0 \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} \frac{12(s+3)}{s(s+2+j1)} \Big|_{s=-2+j1} &= K_1 \\ 3.79 / 161.57^\circ &= K_1 \end{aligned}$$

elde ederiz. Dolayısıyla:

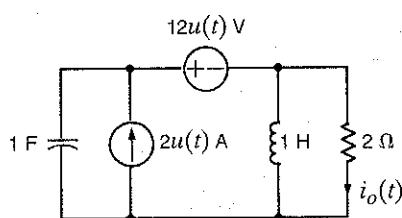
$$v_o(t) = [7.2 + 7.58e^{-2t} \cos(t + 161.57^\circ)]u(t) \text{ V}$$

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E14.1 Düğüm denklemelerini kullanarak Şekil E14.1'deki devrede $i_o(t)$ 'yı bulunuz.

YANIT:

$$i_o(t) = 6.53e^{-t/4} \cos[(\sqrt{15}/4)t - 156.72^\circ]u(t) \text{ A.}$$

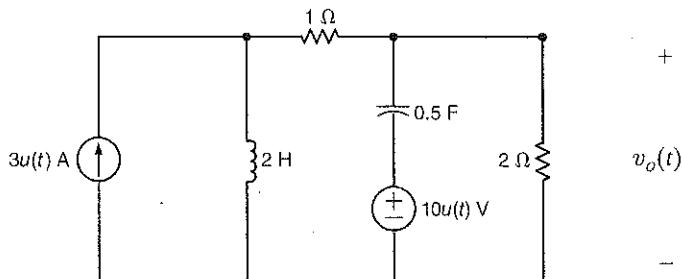


Şekil E14.1

E14.2 Düğüm analizini kullanarak $t > 0$ için Şekil E14.2'de $v_o(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$v_o(t) = (10.64e^{-0.75t} \cos(0.97t - 19.84^\circ))u(t) \text{ V.}$$



Sekil E14.2

E14.3 Çevre denklemlerini kullanarak Şekil E14.3'teki devrede $v_o(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$v_o(t) = (4 - 8.93e^{-3.73t} + 4.93e^{-0.27t})u(t) \text{ V.}$$

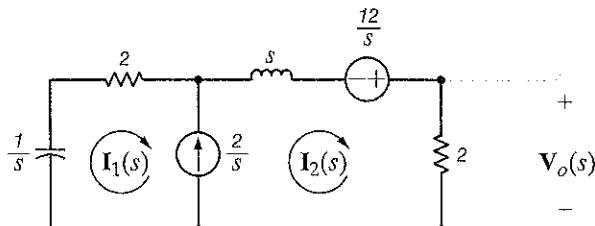


Figure E14.3

E14.4 Göz analizini kullanarak $t > 0$ için Şekil E14.2'de $v_o(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$v_o(t) = (10.64e^{-0.75t} \cos(0.97t - 19.84^\circ))u(t) \text{ V.}$$

E14.5 Şekil E14.2'de $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.

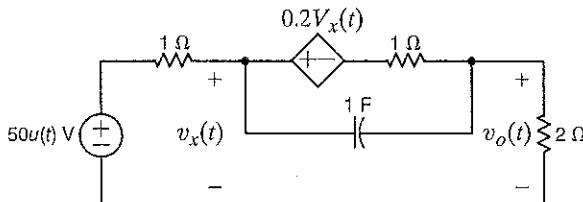
YANIT:

$$v_o(t) = (10.64e^{-0.75t} \cos(0.97t - 19.84^\circ))u(t) \text{ V.}$$

E14.6 Şekil E14.6'da $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.

YANIT:

$$v_o(t) = (21.5 + 12.29e^{-1.267t})u(t) \text{ V.}$$



Sekil E14.6

Simdi devrelerin geçici durum analizinde Laplace dönüşümünün nasıl kullanıldığını göstereceğiz. Bölüm 7'de göz önüne alınan devrelere benzer devreleri analiz edeceğiz. İlk olarak devredeki kondansatör ve induktörlerin başlangıç koşullarını belirlemeye çalışacağız ve daha sonra bu bölümün başında belirtilmiş olan eleman modellerini devre analiz teknikleri ile birlikte kullanarak çözümü bulacağız. Sıradaki örnek bu yaklaşımı açıklamaktadır.

ÖRNEK

Şekil 14.7a'da gösterilen devrenin $t > 0$ için çıkış gerilimini bulalım.

14.5

ÇÖZÜM

$t = 0$ 'da kondansatör uçlarındaki başlangıç gerilimi 1 V'tur ve indüktörden akan başlangıç akımı 1 A'dır. $t > 0$ için devre başlangıç koşulları ile birlikte Şekil 14.7b'de gösterilmiştir. Dönüştürülmüş devre Şekil 14.7c'de gösterilmiştir.

Dönüştürülmüş devrenin göz denklemleri

$$(s+1)\mathbf{I}_1(s) - s\mathbf{I}_2(s) = \frac{4}{s} + 1$$

$$-s\mathbf{I}_1(s) + \left(s + \frac{2}{s} + 1\right)\mathbf{I}_2(s) = \frac{-1}{s} - 1$$

şeklinde olur ve bu denklemler matris formda

$$\begin{bmatrix} s+1 & -s \\ -s & \frac{s^2+s+2}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1(s) \\ \mathbf{I}_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s+4}{s} \\ \frac{-(s+1)}{s} \end{bmatrix}$$

şeklinde yazılabilir. Akımları çözersek

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_1(s) \\ \mathbf{I}_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s+1 & -s \\ -s & \frac{s^2+s+2}{s} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{s+4}{s} \\ \frac{-(s+1)}{s} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{s}{2s^2+3s+2} \begin{bmatrix} \frac{s^2+s+2}{s} & s \\ s & s+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{s+4}{s} \\ \frac{-(s+1)}{s} \end{bmatrix}$$

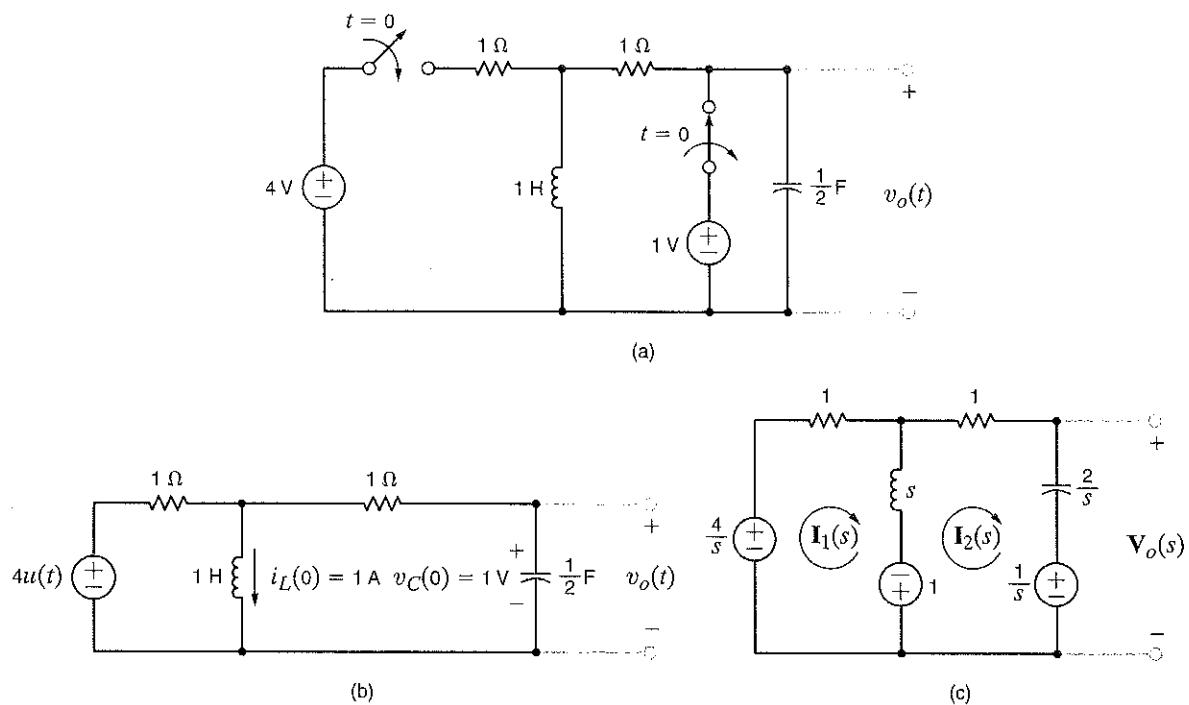
$$= \begin{bmatrix} \frac{4s^2+6s+8}{s(2s^2+3s+2)} \\ \frac{2s-1}{2s^2+3s+2} \end{bmatrix}$$

elde ederiz. Daha sonra çıkış gerilimi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_o(s) &= \frac{2}{s}\mathbf{I}_2(s) + \frac{1}{s} \\ &= \frac{2}{s} \left(\frac{2s-1}{2s^2+3s+2} \right) + \frac{1}{s} \\ &= \frac{s+\frac{7}{2}}{s^2+\frac{3}{2}s+1} \end{aligned}$$

Bu fonksiyon, kısmi kesirlere ayrıstırılarak aşağıdaki şekilde yazılabılır.

$$\frac{s+\frac{7}{2}}{s^2+\frac{3}{2}s+1} = \frac{K_1}{s+\frac{3}{4}-j(\sqrt{7}/4)} + \frac{K_1^*}{s+\frac{3}{4}+j(\sqrt{7}/4)}$$

**Şekil 14.7**

Örnek 14.5'te kullanılan devreler.

Sabitleri değerlendirderek

$$\left. \frac{s + \frac{7}{2}}{s + \frac{3}{4} + j(\sqrt{7}/4)} \right|_{s=-(3/4)+j(\sqrt{7}/4)} = K_1$$

$$2.14 / -76.5^\circ = K_1$$

elde ederiz. Dolayısıyla:

$$v_o(t) = \left[4.29 e^{-(3/4)t} \cos\left(\frac{\sqrt{7}}{4}t - 76.5^\circ\right) \right] u(t) \text{ V}$$

Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E14.7 Laplace dönüşümlerini kullanarak E7.3'ü çözünüz.

YANIT:
 $i_1(t) = (1e^{-9t})u(t) \text{ A.}$

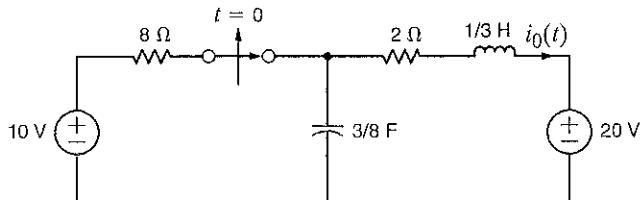
E14.8 Laplace dönüşümlerini kullanarak E7.6'yi çözünüz.

YANIT:
 $v_o(t) = \left(6 - \frac{10}{3}e^{-2t} \right) u(t) \text{ V.}$

E14.9 Şekil E14.9'da $t > 0$ için $i_0(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$i_0(t) = (-2e^{-2t} + e^{-4t})u(t) \text{ A.}$$

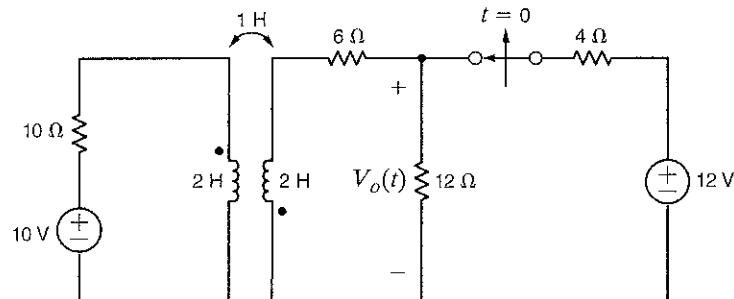


Şekil E14.9

E14.10 Şekil E14.10'da $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$v_o(t) = (-2.93e^{-4.13t} - 9.07e^{-14.54t})u(t) \text{ V.}$$

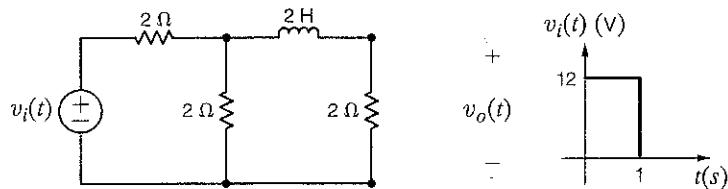


Şekil E14.10

E14.11 Şekil E14.11'deki devrenin giriş gerilimi çizimde verilmişdir. Çıkış gerilimi $v_o(t)$ 'yi bulunuz.

YANIT:

$$v_o(t) = [(4 - 4e^{-1.5t})u(t) - (4 - 4e^{-1.5(t-1)})u(t-1)] \text{ V.}$$



Şekil E14.11

14.4

Transfer Fonksiyonu

Bölüm 12'de devre kavramını veya transfer fonksiyonunu tanıttık. Transfer fonksiyonu temel olarak bazı değişkenlerinin bazı giriş değişkenlerine oranından başka bir şey değildir. Eğer her iki değişken gerilim ise transfer fonksiyonu gerilim kazancıdır. Eğer değişkenler akım ise transfer fonksiyonu akım kazancıdır. Eğer değişkenin biri gerilim diğeri akım ise transfer fonksiyonu aktarım (transfer) admitansı veya empedansı olur.

Transfer fonksiyonunu çıkarırken tüm başlangıç koşulları sıfır ayarlanır. İlave olarak, bir devrede çıkış birden fazla giriş kaynağının üretilirse süperpozisyon teknigi kullanılarak her bir kaynak için ayrı bir transfer fonksiyonu elde edilir.

Bu kavramı daha biçimsel bir şekilde göstermek için, doğrusal bir devrenin giriş/çıkış bağıntısının aşağıdaki gibi olduğunu varsayıyalım:

$$\begin{aligned} b_n \frac{d^n y_o(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} y_o(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + b_1 \frac{dy_o(t)}{dt} + b_0 y_o(t) \\ = a_m \frac{d^m x_i(t)}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} x_i(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + a_1 \frac{dx_i(t)}{dt} + a_0 x_i(t) \end{aligned}$$

Eğer tüm başlangıç koşulları sıfır ise, denklemi dönüştürmek

$$(b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \cdots + b_1 s + b_0) Y_o(s) = (a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \cdots + a_1 s + a_0) X_i(s)$$

veya

$$\frac{Y_o(s)}{X_i(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \cdots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \cdots + b_1 s + b_0}$$

olur. $Y_o(s)$ 'nin $X_i(s)$ 'ye oranı $H(s)$ olarak gösterdiğimiz *transfer veya devre fonksiyonu* olarak adlandırılır; yani,

$$\frac{Y_o(s)}{X_i(s)} = H(s)$$

veya

$$Y_o(s) = H(s) X_i(s) \quad 14.16$$

Bu denklem, $Y(s)$ çıkış tepkisinin, devre fonksiyonu ile $X_i(s)$ girişinin çarpımına eşit olduğunu gösterir. $x_i(t) = \delta(t)$ ise $X_i(s) = 1$ olur ve dolayısıyla dürtü tepkisi, devre fonksiyonunun ters Laplace dönüşümüne eşit olur. Bu çok önemli bir kavramdır. Bir devrenin dürtü tepkisini biliyoruz, Eş. (14.16)'yi kullanarak başka fonksiyonlara karşı devre tepkisini kolayca bulabiliriz.

Bu noktada, hem birinci mertebeden ve hem de ikinci mertebeden devrelerin doğal tepkisi kısaca incelemek aydınlatıcı olacaktır. Sadece tek bir enerji depolayıcı elemanın mevcut olduğu durumda bir devrenin doğal tepkisinin daima aşağıdaki formda olduğunu Bölüm 7'de göstermiştık;

$$x(t) = X_0 e^{-t/\tau}$$

Burada $x(t)$, $v(t)$ veya $i(t)$ olabilir; X_0 , $x(t)$ 'nın başlangıç koşulu ve τ devrenin zaman sabitidir. Ayrıca, ikinci mertebeden bir devrenin doğal tepkisinin *karakteristik denklemi* kökleri ile belirlendiğini de bulmuştuk. Karakteristik denklemin yapısı aşağıda bir kez daha gösterilmektedir:

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$$

Burada ζ *söñüm oranı*'dır ve ω_0 *söñumsüz doğal frekans*'tir. Bu iki önemli parametre; ζ ve ω_0 , tepkiyi belirler bu değişkenlerin değerlerine bağlı olarak üç farklı durumla karşılaşabiliriz.

DURUM 1, $\zeta > 1$: AŞIRI SÖNÜMLÜ DEVRE Karakteristik denklemin kökleri $s_1, s_2 = -\zeta\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1}$ dir ve bu yüzden devrenin tepkisi aşağıdaki yapıda olur

$$x(t) = K_1 e^{-(\zeta\omega_0 + \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1})t} + K_2 e^{-(\zeta\omega_0 - \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1})t}$$

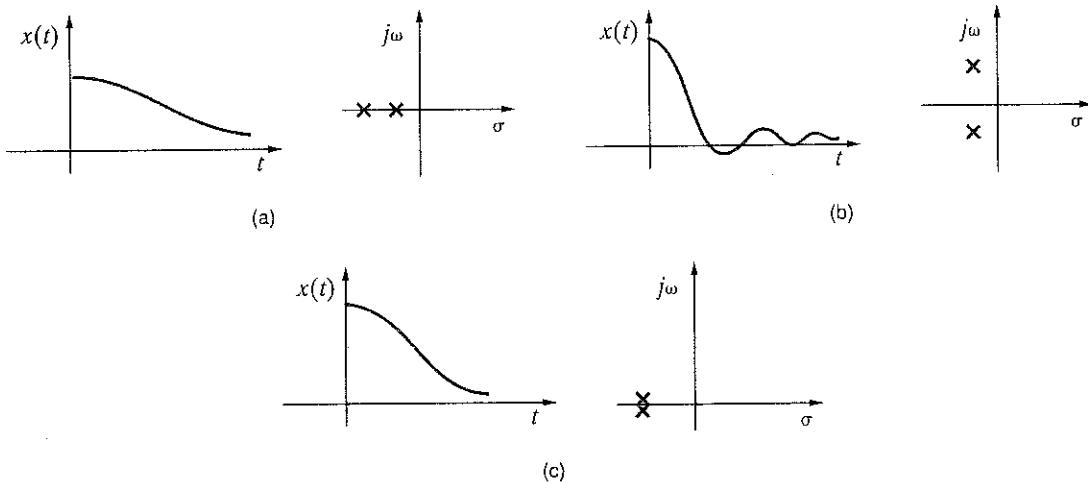
DURUM 2, $\zeta < 1$: EKSİK SÖNÜMLÜ DEVRE Karakteristik denklemin kökleri

$s_1, s_2 = -\zeta\omega_0 \pm j\omega_0\sqrt{1 - \zeta^2}$ dir ve bu yüzden devrenin tepkisi aşağıdaki yapıda olur:

$$x(t) = K e^{-\zeta\omega_0 t} \cos(\omega_0\sqrt{1 - \zeta^2}t + \phi)$$

DURUM 3, $\zeta = 1$: KRİTİK SÖNÜMLÜ DEVRE Karakteristik denklemin kökleri $s_1, s_2 = -\omega_0$ 'dir ve böylece, tepki aşağıdaki yapıda olur:

$$x(t) = K_1 t e^{-\omega_0 t} + K_2 e^{-\omega_0 t}$$

**Şekil 14.8**

İkinci mertebeden bir devrenin Üç farklı durum için kutup konumları ve doğal tepkisi: (a) aşırı sönümülü, (b) eksik sönümülü ve (c) kritik sönümülü.

Karakteristik denklemin, transfer fonksiyonu $H(s)$ 'nin paydası olduğunu ve devrenin doğal tepkisinin şeklini devrenin kutuplarının, yani bu denklem köklerinin, belirlediğini bir kez daha belirtelim.

Grafiksel formda devrenin kutup ve sıfırlarını görüntülemenin uygun bir yolu kutup-sıfır çizimini kullanmaktır. Bir fonksiyonun kutup-sıfır çizimi genellikle karmaşık düzlem veya s -düzlemi olarak adlandırılan çizimleri kullanarak başabilir. Karmaşık düzlemede yatay eksen σ ve düşey eksen $j\omega$ 'dır. Sıfırlar 0'lar ile ve kutuplar \times' ler ile gösterilir. Her ne kadar yalnızca devre fonksiyonu veya tepki fonksiyonu tarafından belirlenen sayıda kutup ve sıfır durumu ile ilgileniyor olsak da rasyonel bir fonksiyonun aynı sayıda kutup ve sıfırlara sahip olması gerektiğini vurgulamamız gereklidir. Bu yüzden, eğer $n > m$ ise sonsuzdaki bir noktada $n-m$ sıfır vardır ve eğer $n < m$ ise sonsuzdaki bir noktada $m-n$ kutup vardır. Bir sistem mühendisi bir devre veya sistemin kutup-sıfır çizimini kolayca inceleyerek devre veya sistem hakkında çok şey söyleyebilir.

Bir devrenin kutup konumlarının doğal tepkiyi (başlangıç koşullarından kaynaklanan tepki) nasıl etkilediğini, üç farklı durum için (aşırı sönümülü, eksik sönümülü ve kritik sönümülü) Şekil 14.8'de göstermiştim. Devre kutuplarının birbirinden farklı iki gerçek değer alması durumunda tepkinin yavaş olduğunu ve bu yüzden, $x(t)$ 'nın sıfıra ulaşmasının uzun zaman aldığına dikkat ediniz. Eğer devre kutupları karmaşık eşlenik ise tepki hızlıdır; bununla birlikte, tepki aşırımlıdır ve bir süre sonra söner. Aşırı sönümülü ve eksik sönümülü durumlar arasındaki ayırm çizgisi köklerin gerçek ve eşit olduğu kritik sönümülü durumdur. Bu durumda geçici durum tepkisi aşım olmaksızın en kısa sürede söner.

ÖRNEK**14.6****ÇÖZÜM**

Bir devrenin dürtü tepkisi $h(t) = e^{-t}$ ise, $v_i(t) = 10e^{-2t}u(t)$ V giriş gerilimine $v_o(t)$ tepkisini bulalım.

Önce değişkenleri dönüştürelim:

$$H(s) = \frac{1}{s + 1}$$

$$V_i(s) = \frac{10}{s + 2}$$

Dolayısıyla:

$$V_o(s) = H(s)V_i(s)$$

$$= \frac{10}{(s + 1)(s + 2)}$$

Tepki ters dönüşümle elde edilir:

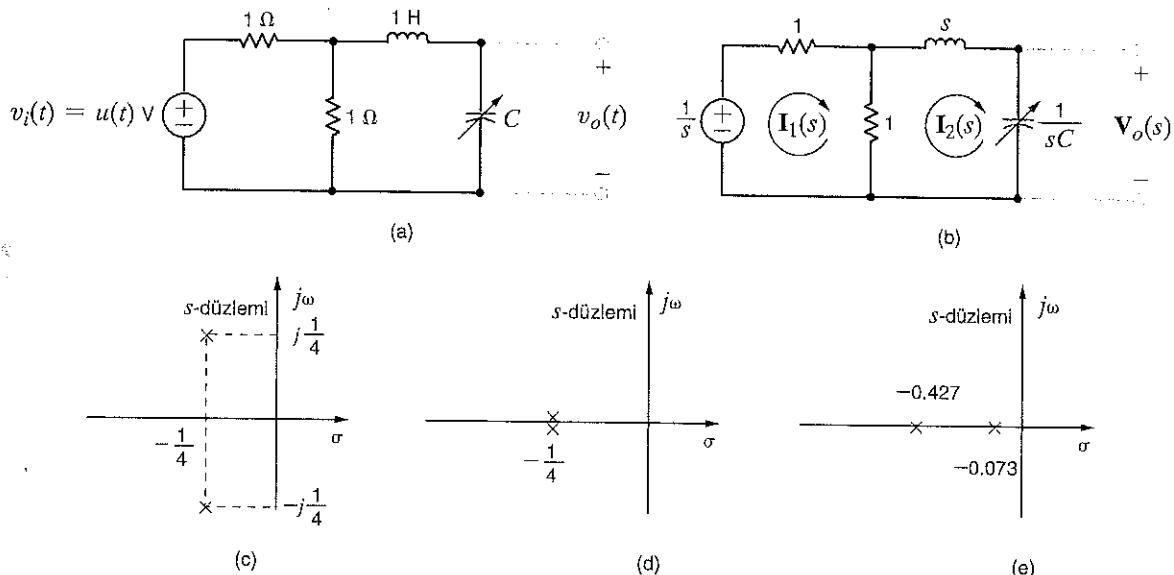
$$v_o(t) = 10(e^{-t} - e^{-2t})u(t) \text{ V}$$

Bir sistemin dinamik özellikleri sistemin kutupları ile belirlenir. Bu nedenle, transfer fonksiyonu mühendisler için çok önemlidir. Mühendis, transfer fonksiyonunu inceleyerek sistemin çalışması hakkında önemli miktarda bilgi edinebilir.

Şekil 14.9a'daki devrenin $V_o(s)/V_i(s)$ transfer fonksiyonunu çıkaralım.

ÖRNEK

14.7



Şekil 14.9

Örnek 14.7'de kullanılan kutup-sıfır çizimleri ve devreleri.

Çıkış değişkenimiz değişken bir kondansatörün uçlarındaki gerilimdir ve giriş gerilimi birim basamaktır. Dönüşürlümüş devre Şekil 14.9b'de gösterilmiştir. Devrenin göz denklemleri ve çıkış denklemi aşağıda verilmektedir:

$$\begin{aligned} 2I_1(s) - I_2(s) &= V_i(s) \\ -I_1(s) + \left(s + \frac{1}{sC} + 1\right)I_2(s) &= 0 \end{aligned}$$

ÖRNEK

Bu denklemlerden transfer fonksiyonunu

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1/2C}{s^2 + \frac{1}{2}s + 1/C}$$

olarak buluruz. Transfer fonksiyonu kondansatörün değerine bağlı olduğundan dolayı transfer fonksiyonunu ve çıkış tepkisini kondansatörün üç farklı değeri için inceleyelim.

a. $C = 8 F$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{16}}{\left(s^2 + \frac{1}{2}s + \frac{1}{8}\right)} = \frac{\frac{1}{16}}{\left(s + \frac{1}{4} - j\frac{1}{4}\right)\left(s + \frac{1}{4} + j\frac{1}{4}\right)}$$

Çıkış tepkisi şu biçimdedir.

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{16}}{s\left(s + \frac{1}{4} - j\frac{1}{4}\right)\left(s + \frac{1}{4} + j\frac{1}{4}\right)}$$

Bölüm 7'de açıklandığı gibi, karakteristik denklemin kökleri, yani kutuplar, Şekil 14.9c'de gösterildiği gibi karmaşık eşleniktir; bu yüzden çıkış tepkisi eksik sönümlü olacaktır. Zamanın bir fonksiyonu olarak çıkış tepkisi şu biçimdedir:

$$v_o(t) = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-t/4} \cos\left(\frac{t}{4} + 135^\circ\right) \right] u(t) \text{ V}$$

Tepkinin ikinci terimi geçici bir bileşendir. Zaman büyüdükle bu terimin değeri ihmal edilebilecek kadar küçülür ve çıkış $1/2$ V değerine oturur. Büyük zaman değerleri için girişin bir DA kaynağına benzemesinden, induktörün kısa devre gibi, kondansatörün ise açık devre gibi davranışlarından ve dirençlerin bir gerilim bölgüsü oluşturmasından dolayı bu durum doğrudan devrenin kendisinden de görülebilir.

b. $C = 16 F$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{32}}{s^2 + \frac{1}{2}s + \frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{32}}{\left(s + \frac{1}{4}\right)^2}$$

Bu değer için çıkış tepkisi şu biçimdedir:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{32}}{s\left(s + \frac{1}{4}\right)^2}$$

Transfer fonksiyonunun kutupları Şekil 14.9d'de gösterildiği gibi birbirine eşit iki gerçek değerdir. Dolayısıyla çıkış tepkisi kritik sönümlü olacaktır.

$$v_o(t) = \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{t}{8} + \frac{1}{2} \right) e^{-t/4} \right] u(t) \text{ V}$$

olar.

c. $C = 32 F$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{64}}{s^2 + \frac{1}{2}s + \frac{1}{32}} = \frac{\frac{1}{64}}{(s + 0.427)(s + 0.073)}$$

Bu değer için çıkış tepkisi şu biçimdedir:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{64}}{s(s + 0.427)(s + 0.073)}$$

Transfer fonksiyonunun kutupları Şekil 14.9e'de gösterildiği gibi birbirinden farklı iki gerçek değerdir. Bu yüzden çıkış tepkisi aşırı sönümlü olacaktır. Zamanın bir fonksiyonu olarak tepki şu biçimdedir:

$$v_o(t) = (0.5 + 0.103e^{-0.427t} - 0.603e^{-0.073t}) u(t) \text{ V}$$

Devre parametreleri için seçilen değerler çok pratik olmasa da Bölüm 12'de özetlendiği gibi hem genlik ve hem de frekans ölçüği buraya da uygulanabilir.

Sekil 14.10a'daki devre için (a) transfer fonksiyonunu, (b) devrenin sahip olduğu sönüm tipini ve (c) birim basamak tepkisini hesaplayalım.

ÖRNEK

14.8

İşlemsel yükseltecin giriş uçlarındaki gerilim sıfırdır ve bu yüzden Sekil 14.10b'de $V_1(s)$ olarak etiketlendirilen düğümündeki KAY aşağıdaki denklemi verir:

$$\frac{V_s(s) - V_1(s)}{1} = sV_1(s) + \frac{V_1(s) - V_o(s)}{1} + \frac{V_1(s)}{1}$$

Op-amp'in negatif giriş ucundaki akım sıfır olduğundan dolayı KAY

$$sV_o(s) = -\frac{V_1(s)}{1}$$

denklemi gerekir. İki denklem birleştirilirse aşağıdaki transfer fonksiyonu elde edilir:

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{-1}{s^2 + 3s + 1}$$

Bu denklem aşağıdaki formda ifade edilebilir:

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{-1}{(s + 2.62)(s + 0.38)}$$

Kökler gerçek olduğundan ve eşit olmadığından dolayı devrenin basamak tepkisi aşırı sönümlü olacaktır. Basamak tepkisi şu biçimdedir:

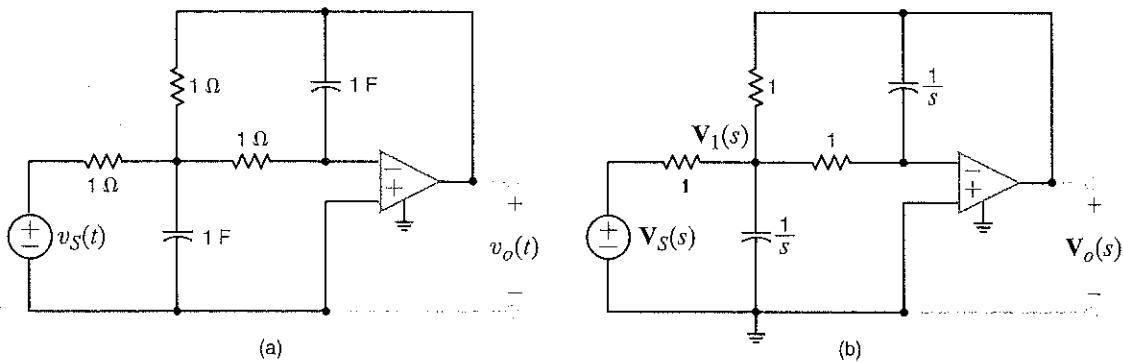
$$\begin{aligned} V_o(s) &= \frac{-1}{s(s + 2.62)(s + 0.38)} \\ &= \frac{-1}{s} + \frac{-0.17}{s + 2.62} + \frac{1.17}{s + 0.38} \end{aligned}$$

Dolayısıyla:

$$v_o(t) = (-1 - 0.17e^{-2.62t} + 1.17e^{-0.38t})u(t) \text{ V}$$

Şekil 14.10

Örnek 14.8'de kullanılan devreler.



Öğrendiklerimizi Sınayalım

E14.12 Bir devrenin birim dörtü tepkisi $10/9(e^{-t} - e^{-10t})$ olarak biliniyorsa birim basamak tepkisini belirleyiniz.

YANIT:

$$x(t) = \left(1 - \frac{10}{9}e^{-t} + \frac{1}{9}e^{-10t}\right)u(t).$$

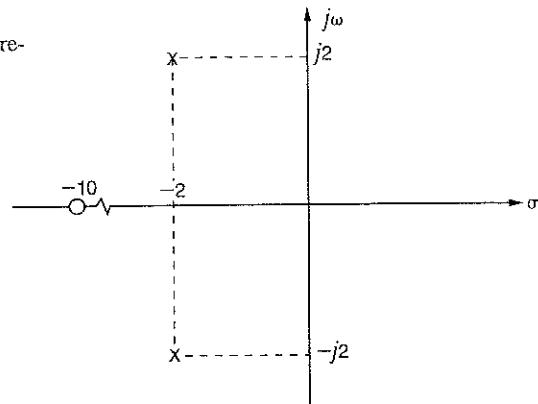
E14.13 Bir devrenin transfer fonksiyonu şu biçimdedir:

$$H(s) = \frac{s + 10}{s^2 + 4s + 8}$$

$H(s)$ 'nin kutup-sıfır çizimini, devrenin sahip olduğu sönümlü tipini ve devrenin birim basamak tepkisini belirleyiniz.

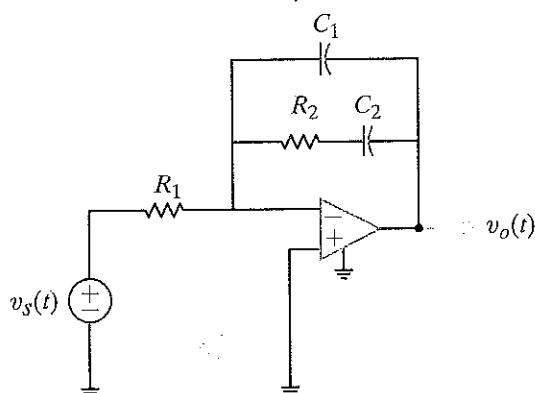
YANIT: Devre eksik sönümlüdür;

$$x(t) = \left[\frac{10}{8} + 1.46e^{-2t} \cos(2t - 210.96^\circ) \right] u(t).$$



Şekil E14.13

E14.14 Şekil E14.14'teki devrenin transfer fonksiyonunu bulunuz..



Şekil E14.14

$$\text{YANIT: } -\frac{1}{R_1 C_1} \frac{s + \frac{1}{R_2 C_2}}{s + \frac{C_1 + C_2}{R_2 C_1 C_2}}.$$

Önceki tartışmamızı hatırlarsak, ikinci mertebeden bir devre eksik sönümlü ise devrenin karakteristik denklemi aşağıdaki formda

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$$

ve devrenin kutupları (denklemin kökleri) aşağıdaki şekilde olur:

$$s_1, s_2 = -\zeta\omega_0 \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$$

s_1 ve s_2 kökleri s -düzleminde çizildiğinde genellikle Şekil 14.11'de gösterildiği gibi görünür. Burada

ζ = sönümlü oranı

ω_0 = sönümsüz doğal frekans

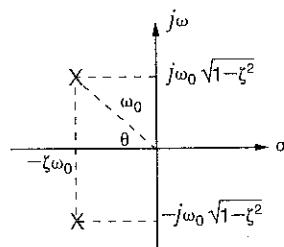
ve Şekil 14.11'de gösterildiği gibi,

$$\zeta = \cos \theta$$

şöyledir. θ , kutupların s -düzlemindeki açısıdır. ω_0 , doğal frekansdır. ω_0 ve ζ değerleri, devrenin sönümlü tipini belirler. θ de ise devrenin geçici durum tepkisini belirler.

Şekil 14.11

İkinci mertebeden eksik sönümlü bir devrenin kutup yerleri.



Şekil 14.12'de gösterilen ikinci mertebeden seri RLC devresinin kutuplarının s-düzlemindeki konumunun geçici durum tepkisi üzerindeki etkisini inceleyelim.

ÖRNEK

14.9

Gerilim kazancı transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$G_v(s) = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + s\left(\frac{R}{L}\right) + \frac{1}{LC}} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Bu analizde $\xi = 0.25, 0.50, 0.75$ ve 1.0 için $\omega_0 = 2000$ rad/s alacağız. Önceki denklemden

$$LC = \frac{1}{\omega_0^2} = 2.5 \times 10^{-7}$$

olduğunu görürüz ve dolayısıyla:

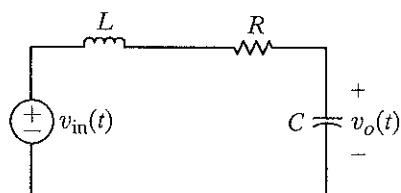
$$R = 2\xi \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Keyfi olarak $L = 10$ mH alırsak bu durumda $C = 25$ μ F olur. $\xi = 0.25, 0.50, 0.75$ ve 1.0 için de sırasıyla $R = 10 \Omega, 20 \Omega, 30 \Omega$ ve 40Ω olur. ξ değerleri değişikçe devre de eksik sökümlüden kritik sökümlüye doğru değişir. Eksik sökümlü sistemler için kutuplar karmaşık olduğundan dolayı, Çizelge 14.1'de $G_v(s)$ kutuplarının hem gerçek ve sanal bileşenleri hem de genliği önceden listelenen ξ değerlerine karşılık verilmiştir.

Şekil 14.13, ξ 'nin her bir değeri için kutup-sıfır diyagramlarını göstermektedir. İlk olarak kutupların hepsinin bir çember üzerinde olduğunu dikkat ediniz. Dolayısıyla kutup genlikleri sabittir ve bu Çizelge 14.1 ile tutarlıdır. İkinci olarak, ξ azaldıkça kutbu sanal kısmı artarken gerçek kısmı azalır. Gerçekte, ξ sıfıra giderken kutuplar sanal olur.

Dört R değeri için birim basamak ile uyarma durumunun benzetimi Şekil 14.14'te gösterilmiştir. ξ azaldıkça çıkış gerilimindeki aşının arttığını görmekteyiz. Bundan başka, devre kritik sökümlüken ($\xi = 1$), hiç aşım yoktur. Çoğu uygulamalarda aşırı aşım arzu edilmez. Bu durumu düzeltmek için söküm oranı ξ artırılmalıdır. Bu devre için bu duruma direnç değeri artırılarak ulaşılabilir.

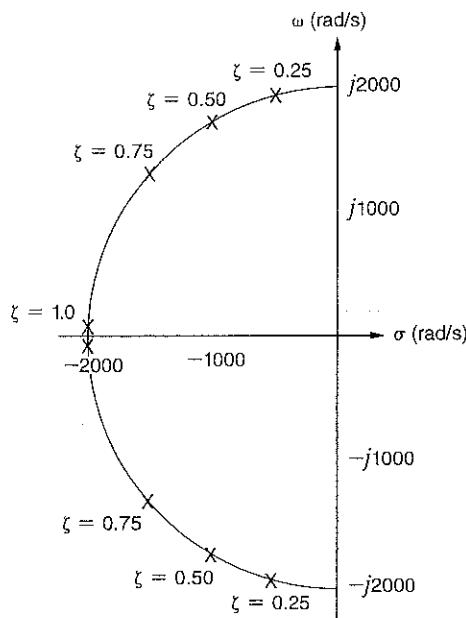
ÇÖZÜM



Şekil 14.12
Seri RLC devresi.

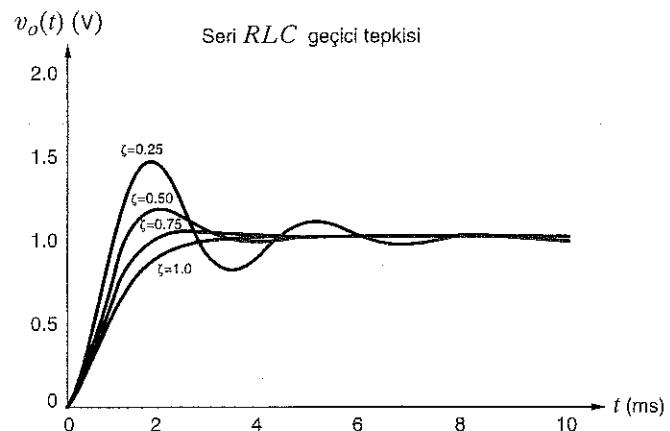
TABLO 14.1 $\xi = 0.25$ 'ten 1.0 'a kadar olan değerler için kutup konumları

SÖKÜM ORANI	GERÇEL	SANAL	GENLİK
1.00	2000.0	0.0	2000.0
0.75	1500.0	1322.9	2000.0
0.50	1000.0	1732.1	2000.0
0.25	500.0	1936.5	2000.0



Şekil 14.13

$\zeta = 0.25$ 'ten 1.0'a kadar olan değerleri için kutup-sıfır diyagramları.



Şekil 14.14

$\zeta = 0.25$ 'ten 1.0'a kadar olan değerleri için geçici durum çıkış tepkisi.

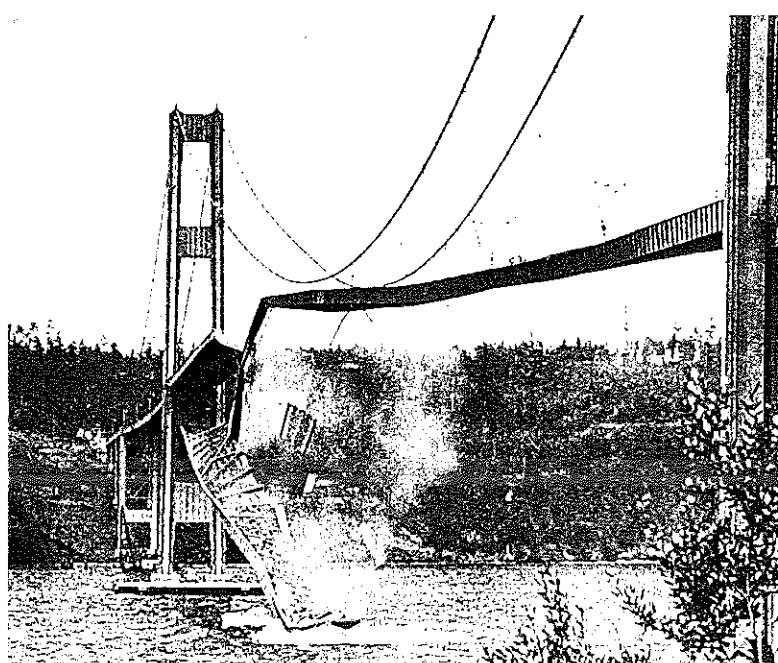
ÖRNEK 14.10

Örnek 12.12'de incelenen Tacoma Narrows Köprüsü felaketine yeniden dönelim. Köprünün çökerken çekilmiş bir fotoğrafı Şekil 14.15'te gösterilmektedir.

Bölüm 12'de köprünün yok olmasına, köprünün rezonans frekansına yakın bir frekansa olan (0.2 Hz) ileri geri rüzgar titreşimlerinin neden olduğunu varsayıdık. 0.2 Hz'de rezonans yapan ve köprünün dikey hareketi ile orantılı bir çıkış gerilimine sahip

Şekil 14.15

7 Kasım 1940'da yıkılan Tacoma Narrow Köprüsü (Özel Koleksiyon Bölümü, Washington Üniversitesi Kütüphanesi, UW21413. Farguharson tarafından çekilen fotoğraf).



olan Şekil 12.30'daki gibi bir RLC devresi oluşturabileceğimizi bulduk. Bu tür kuvvetli bir rezonans Tacoma Narrows'ta hiç olmamıştı. Gerçek suçu çok aşırı rüzgâr dalgaları değil köprünün kendisiydi. Bu durum "American Journal of Physics" dergisinin Cilt 59, No.2, Sayfa 118-124'te yayınlanan "Resonance, Tacoma Narrows Bridge Failure, and Undergraduate Physics Textbooks" başlıklı makalenin yazarları K. Y. Billah ve R. H. Scalan tarafından ayrıntılıyla açıklanmıştır. Bu makalede yazarlar, rüzgâr hızındaki değişimlerin, rezonans davranışını modelleyen ikinci mertebeden diferansiyel denklemi katsayılarını etkilediğini tespit ettiler. Özellikle, sönüüm oranı, ζ rüzgâr hızına bağlıydı ve kabaca aşağıdaki şekilde verilir:

$$\zeta = 0.00460 - 0.00013U \quad 14.17$$

Burada U mph (mil/saat) olarak rüzgâr hızıdır. Şekil 14.16'da gösterildiği gibi 35 mph (daha sonra açıklayacağımız bir nokta) üzerindeki hızlarda ζ negatif olur. Bundan başka, Billah ve Scalan Şekil 12.29'dan kolayca görülebileceği ve aşağıdaki diferansiyel denklem ile tanımlanmış gibi köprüün burulma modunda salındığını yazdı:

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_0 \frac{d\theta(t)}{dt} + \omega_0^2\theta(t) = 0$$

veya

$$\ddot{\theta} + 2\zeta\omega_0\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0 \quad 14.18$$

Burada $\theta(t)$ derece cinsinden burulma açısıdır ve rüzgâr hızı, Eş. (14.17)'de ζ cinsinden kapalı bir formda ifade edilir. Billah ve Scalan ya köprü bölgesinde doğrudan gözleme dayalı ya da daha sonra yapılan ölçekli model üzerindeki deneyler sonucunda aşağıdaki verileri vermiştir:

Yıkılma anundaki rüzgâr hızı ≈ 42 mph

Yıkılma anındaki burulma $\approx \pm 12^\circ$

Yıkılma süresi ≈ 45 dakika

$\theta(0)$ başlangıç koşulunu kullanarak burulma salınımlarını incelemeye başlayacağız ve köprü salınımlarının zaman içinde artacağını mı yoksa azalacağını mı göreceğiz. Şimdi gerçek Tacoma Narrows felaketinin benzetimini yapacak olan bir devre tasarlayalım.

İlk olarak, Eş.(14.18)'de $\ddot{\theta}(t)$ 'yi çekelim:

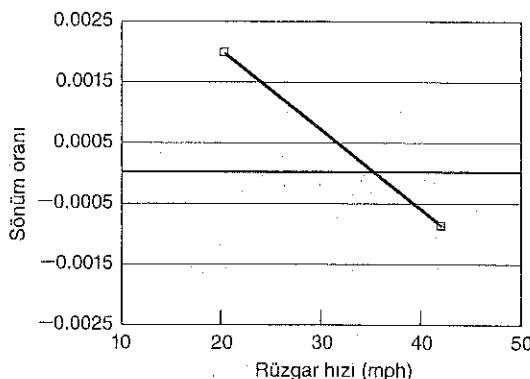
ÇÖZÜM

$$\ddot{\theta} = -2\zeta\omega_0\dot{\theta} - \omega_0^2\theta$$

$$\ddot{\theta} = -2(2\pi)(0.2)(0.0046 - 0.00013U)\dot{\theta} - [2(2\pi)(0.2)]^2\theta \quad 14.19$$

veya

$$\ddot{\theta} = -(0.01156 - 0.00033U)\dot{\theta} - 1.579\theta$$

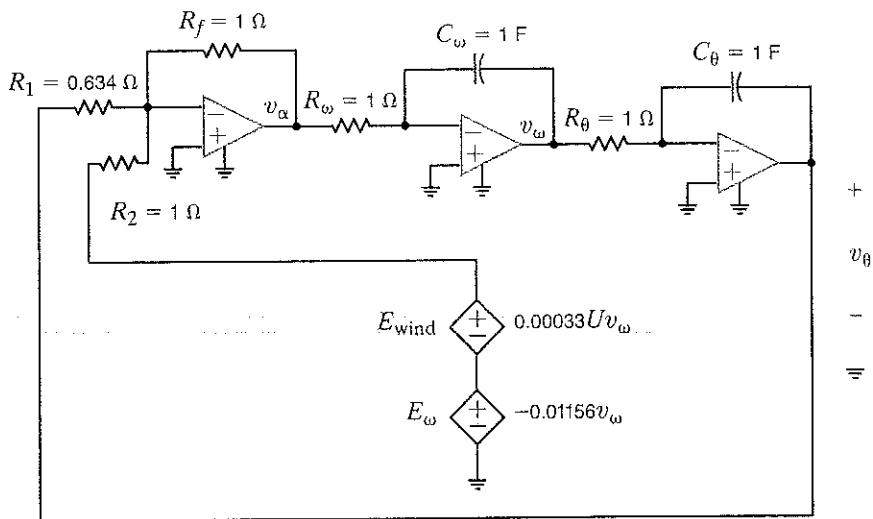


Şekil 14.16

Tacoma Narrows
Köprüsü'nün ikinci
mertebeden burulma
modeli için sönüüm oranının
ruzgâr hızına göre grafiği.

Şekil 14.17

Tacoma Narrows Köprüsü benzetimlerinin devre diyagramı.



Şimdi bu denklemi $\ddot{\theta}(t)$ ile orantılı bir gerilim üretmek için modellemek istiyoruz. Şekil 14.17'de gösterilen op-amp integratör devresini kullanarak bunu başarabiliriz.

Devrenin çalışması belki en iyi şekilde v_α gerilimini $\ddot{\theta}(t)$ ile orantılı olacak şekilde yaparak anlaşılabılır; burada 1 V, 1 derece/s²'yı temsil etmektedir. Böylece, ilk integratörün çıkışı, v_α

$$v_\alpha = -\frac{1}{R_\omega C_\omega} \int v_\alpha dt$$

olmalıdır veya, $R_\omega = 1 \Omega$ ve $C_\omega = 1 F$ olduğundan dolayı,

$$v_\alpha = - \int v_\alpha dt$$

olar. Dolayısıyla $v_\omega, -\ddot{\theta}(t)$ ile orantılıdır ve 1 V, -1 derece/s'ye eşit olur. Benzer olarak, ikinci integratörün çıkışı

$$v_\theta = - \int v_\omega dt$$

olmalıdır. Burada $v_\theta(t), \theta(t)$ ile orantıldır ve 1 V, 1 dereceye eşittir. Integratörlerin çıkışları daha sonra toplayıcı op-amp'ın girişine geri besleme olarak giriş yapar. Bağımlı kaynaklar, E_ω ve $E_{rüzgar}$ 'ın, Eş.(14.17)'deki $\dot{\theta}(t)$ 'nin katsayısını yeniden oluşturduğunu not ediniz; yani,

$$2\zeta\omega_0 = (2)(0.2)(2\pi)\zeta = 0.01156 - 0.00033U$$

Değişik rüzgar hızlarının benzetimini yapmak için sadece $E_{rüzgar}$ 'ın kazanç faktörünü değiştirmeye gereksinimi duyarız. Sonuçta, $v_\theta(t)$ 'yi bulmak için devreyi çözebiliriz:

$$v_\alpha(t) = -\left(\frac{R_f}{R_2}\right)(E_\omega - E_{wind}) - \left(\frac{R_f}{R_1}\right)v_\theta$$

Bu denklem Eş.(14.19)'a benzer olur eğer

$$\frac{R_f}{R_1} = \omega_0^2 = [2\pi(0.2)]^2 = 1.579$$

ve

$$\frac{R_f}{R_2} [E_\omega - E_{wind}] = 2\zeta\omega_0$$

veya

$$\frac{R_f}{R_2} = 1$$

Böylece, $R_f = R_2 = 1 \Omega$ ve $R_i = 0.634 \Omega$ ise devre köprünün burulma hareketinin benzetimini yapacaktır. $\theta(0)$ başlangıç koşulunu kullanarak burulma salınımlarını inceleyeceğiz ve köprü salınımlarının zaman içinde artacağını mı yoksa azalacağını mı göreceğiz.

İlk benzetim 20 mph'lik bir rüzgâr hızı ve bir derecelik burulma için olacaktır. Karşılık gelen çıkış gerilimi Şekil 14.18'de gösterilmiştir. Köprü, 0,2 Hz'lik bir frekansta burulur ve salınımlar üstel olarak azalır. Bu azalma yıkıcı olmayan durumu temsil eder.

Şekil 14.19, 35 mph'lik rüzgâr ve 1 derecelik başlangıç koşulu için çıkış gerilimini göstermektedir. Salınımların ne azaldığını ne de arttığını not ediniz. Bu durum sönümlorun sıfır olduğunu göstermektedir.

Son olarak, 42 mph'lik bir rüzgâr hızında ve 1 derecelik başlangıç burulmasındaki benzetim Şekil 14.20'de gösterilmiştir. Burulma, 45 dakikaya kadar kötü ve sonrasında daha da kötü olmaktadır, köprü Billah ve Scalan tarafından çökmenin rapor edildiği değerlerle örtüşmekte yani ± 12.5 derece burulmaktadır.

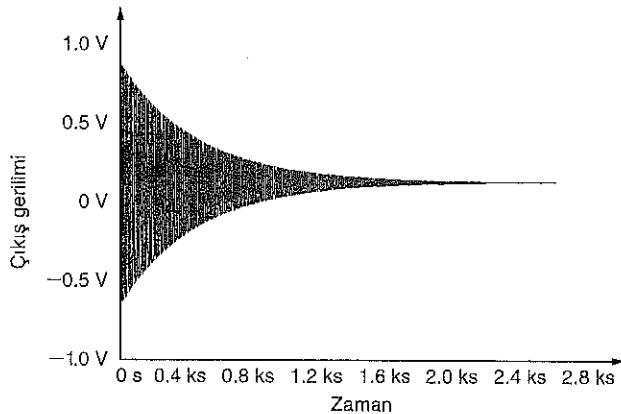
Sönümlorun rüzgâr hızına olan bağlılığını, sistem kutuplarının rüzgâr ile nasıl değiştiğini araştırarak da gösterilebilir. Sistemin karakteristik denklemi

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$$

veya

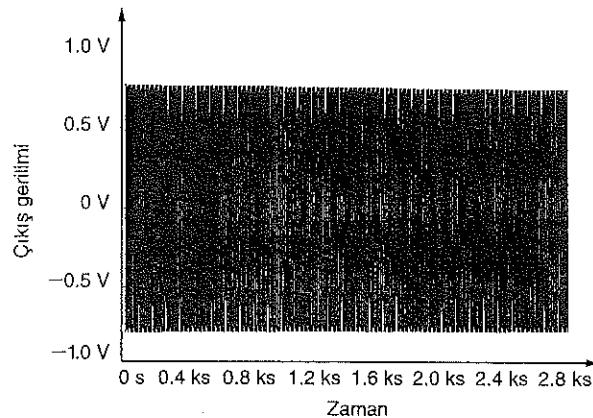
$$s^2 + (0.01156 - 0.00033U)s + 1.579 = 0$$

birimde yazılabilir. Karakteristik denklemin kökleri kutup konumlarını verir. Şekil 14.21, 20, 35 ve 42 mph'lik rüzgâr hızlarında sistem kutuplarını gösterir. Şekil 14.18'de 20 mph'de kararlı durumun gösterildiğini ve kutupların s-düzleminin sol yarısında olduğunu not ediniz. 35 mph'de ($\zeta = 0$) kutuplar $j\omega$ ekseni üzerinde ve Şekil 14.19'da gösterildiği gibi sistem salınımdadır. Son olarak, 42 mph'de kutupların s-düzleminin sağ yarısında olduğunu görmekteyiz ve bunun kararsız bir durum olduğunu Şekil 14.20'den biliyoruz. Kutup yeri ve geçici durum tepkisi arasındaki bu ilişki tüm sistemler için doğrudur –sağ yarım düzlemdeki kutuplar kararsız sistemleri doğurur.



Şekil 14.18

Bir derecelik burulma başlangıç koşulunda ve 20-mph rüzgâr hızında Tacoma Narrows Köprüsü'nün benzetimi.

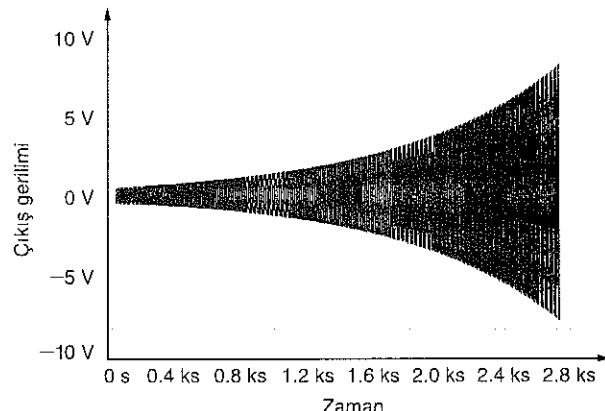


Şekil 14.19

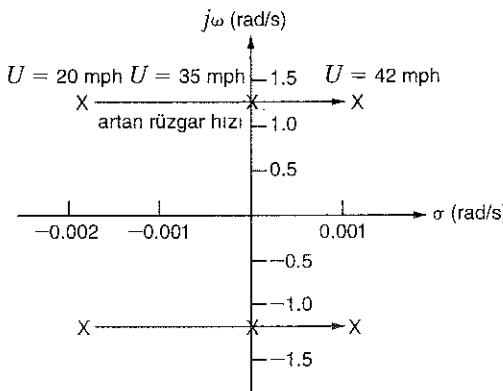
Bir derecelik başlangıç burulmasında ve 35-mph rüzgâr hızında Tacoma Narrows Köprüsü'nün benzetimi.

Şekil 14.20

Bir derecelik başlangıç burulmasında ve 42 mph rüzgâr hızında Tacoma Narrows Köprüsü'nün benzetimi.

**Şekil 14.21**

20, 35, ve 42 mph rüzgâr hızlarında Tacoma Narrows Köprüsü'nün ikinci mertebeden modeli için kutup-sıfır çizimi.



14.5

Kutup-Sıfır Çizimi/Bode Çizimi Bağlantısı

Bölüm 12'de sinüzoidal frekans tepkisi konusunda bir analiz aracı olarak Bode çizimini göstermiştık. Şimdi s -düzlemi kutup-sıfır çizimi ile Bode çizimi arasındaki ilişkiyi inceleyelim. Bir örnek olarak Şekil 14.22'de gösterilen yüksek geçiren RLC süzgecinin transfer fonksiyonunu göz önüne alımyız.

Transfer fonksiyonu şu biçimdedir:

$$G_v(s) = \frac{sL}{sL + R + \frac{1}{sC}} = \frac{s^2}{s^2 + s\left(\frac{R}{L}\right) + \frac{1}{LC}}$$

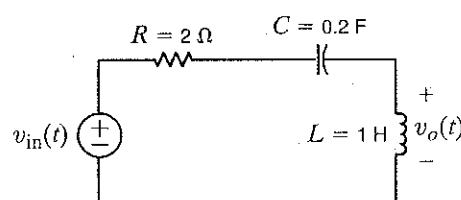
Eleman değerlerini vererek, transfer fonksiyonunu

$$G_v(s) = \frac{s^2}{s^2 + 2s + 5} = \frac{s^2}{(s + 1 + j2)(s + 1 - j2)}$$

olarak buluruz. Transfer fonksiyonunun orijinde ($s = 0$) iki sıfır ve $s = -1 \pm j2$ şeklinde iki karmaşık-eslenik kutbu sahip olduğunu görmekteyiz. Bu fonksiyonun standart kutup-sıfır çizimi Şekil 14.23a'da gösterilmiştir. $G_v(s)$ genliğinin üç-boyutlu bir s -düzlemi çizimi Şekil 14.23b'de gösterilmiştir. $s = 0$ iken $G_v(s) = 0$ ve $s = -1 \pm j2$ iken fonksiyonun sonsuz olduğuna dikkat ediniz.

Şekil 14.22

Yüksek geçiren RLC süzgeci.

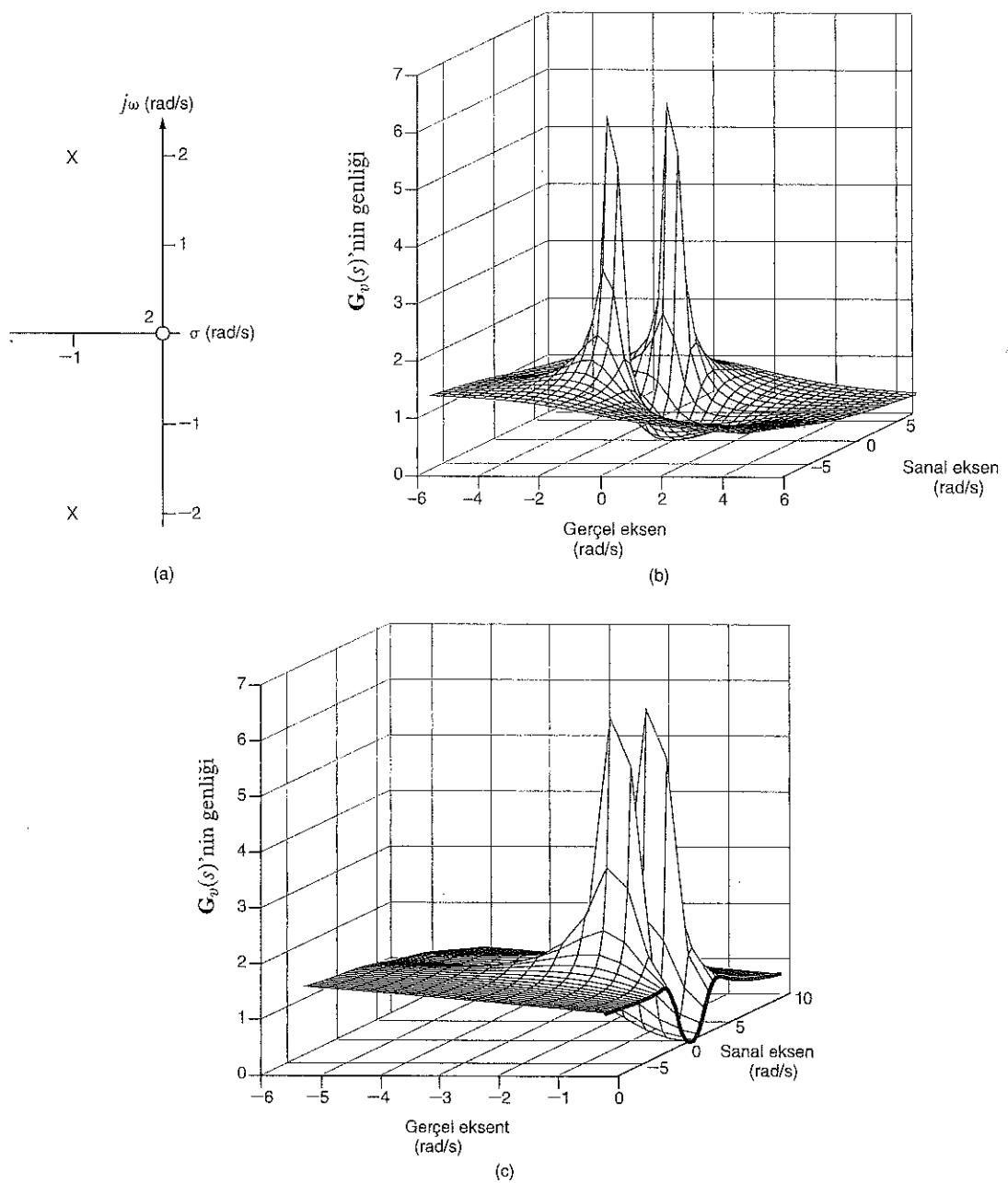


Bir transfer fonksiyonu genliğinin Bode çiziminin gerçekte, kazanç genliğinin frekansa göre bir çizimi olduğunu hatırlayınız. $s = j\omega$ ile tanımlanan frekans düzlemi, s -düzleminin, s 'nin gerçel kısmı olan σ 'yı sıfır yaparak elde edilen $j\omega$ eksene karşılık gelir. Dolayısıyla, frekans düzlemleri Şekil 14.23c'deki tiç-boyutlu çizimde gösterildiği gibi doğrudan ω 'nın sıfır olduğu s -düzleminin kalan parçasına karşılık gelir.

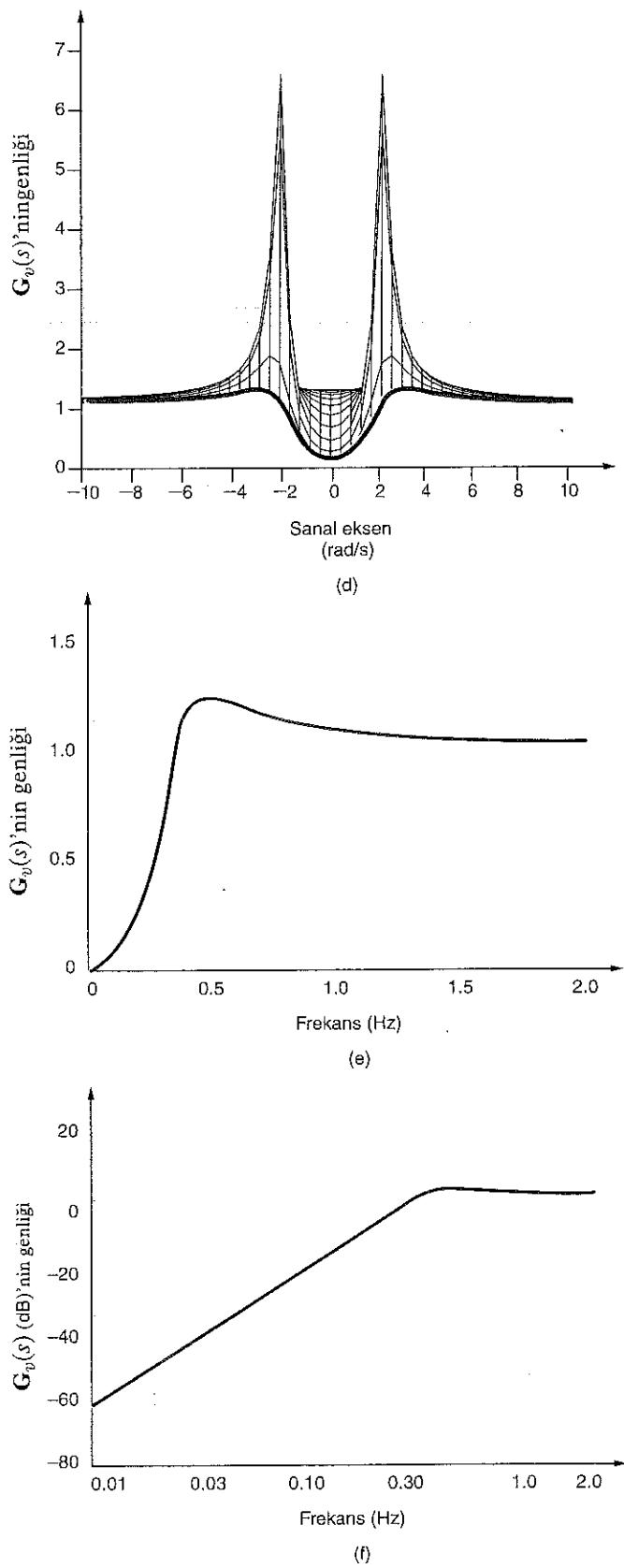
İlk olarak, Şekil 14.23d'de gösterildiği gibi gerçel eksen sayfaya dikey olacak şekilde Şekil 14.23c'yi döndürerek Bode çizimini geliştirelim. Transfer fonksiyonunun maksimum değerinin, karmaşık kutup frekanslarının genliği olan $\omega = \sqrt{5} = 2.24$ rad/s'de olduğunu not ediniz. Ülave olarak, gerçel eksen etrafındaki kutup simetrisi kolayca görünür olmuşdur. Bu simetrinin bir sonucu olarak, kaybın olmadığı bilgisile analizimizi $j\omega$ 'nın pozitif değerlerine sınırlayabiliriz. Bu çizim Şekil 14.23e'de $\omega \geq 0$ için gösterilmiştir. Burada frekans rad/s'den ziyade Hz olarak çizilmiştir. Son olarak, transfer fonksiyonunun genliğini dB'ye dönüştürerek ve frekans için log eksen kullanarak, Şekil 14.23f'deki Bode çizimini elde ederiz.

Şekil 14.23

Kutup-sıfır çizimi/Bode çizimi bağlantısını açıklamak için kullanılan şeiller.



Şekil 14.23
(devamı)



Bölüm 14.3'te bir devrenin tam tepkisini belirlerken Laplace dönüşüm tekniğinin gücünü değişik örnekler kullanarak gösterdik. Bu tam tepki, $t \rightarrow \infty$ iken yok olan geçici terimler ve her zaman mevcut olan kalıcı durum terimlerinden oluşur. Şimdi bir devrenin kalıcı durum tepkisinin doğrudan belirlendiği bir yöntemi inceleyelim. Devre tepkisinin

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{H}(s)\mathbf{X}(s) \quad 14.20$$

olarak yazılabildiği önceki örneği hatırlayınız. Burada $\mathbf{Y}(s)$ çıkış veya tepkidir, $\mathbf{X}(s)$ giriş veya zorlayan fonksiyon, ve $\mathbf{H}(s)$ devre fonksiyonu veya Bölüm 12.1'de tanımlanan transfer fonksiyonudur. $\mathbf{Y}(s)$ tepkisinin geçici durum kısmı $\mathbf{H}(s)$ 'nin kutuplarından, tepkinin kalıcı durum kısmı ise giriş veya zorlayan fonksiyonun kutuplarından kaynaklanır.

Bölüm 8.2'de özetlendiği gibi bir devrenin sinüzoidal tepkisine paralel olarak, zorlayan fonksiyonun aşağıdaki formda olduğunu varsayıyoruz:

$$x(t) = X_M e^{j\omega_0 t} \quad 14.21$$

Euler özdeşliği ile

$$x(t) = X_M \cos \omega_0 t + j X_M \sin \omega_0 t \quad 14.22$$

olarak yazılabilir. Es. (14.21)'in Laplace dönüşümü

$$\mathbf{X}(s) = \frac{X_M}{s - j\omega_0} \quad 14.23$$

olduğundan:

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{H}(s) \left(\frac{X_M}{s - j\omega_0} \right) \quad 14.24$$

Bu noktada $\mathbf{H}(s)$ 'nin $(s - j\omega_0)$ yapısında herhangi bir kutbu sahip olmadığını kabul ederiz. Bununla birlikte, bu durum varsa, kalıcı durum tepkisini tanımlamada zorlukla karşılaşırız.

Es. (14.24)'ün kısmi kesirlerle ayrılması

$$\mathbf{Y}(s) = \frac{X_M \mathbf{H}(j\omega_0)}{s - j\omega_0} + \mathbf{H}(s) \text{ kutuplarından kaynaklanan terimler} \quad 14.25$$

sonucunu verir. $\mathbf{H}(j\omega_0), j\omega_0$ 'ın bir fonksiyonudur ve genlik ve faza sahip karmaşık bir nicelik olduğundan dolayı eşittir işaretinin sağındaki ilk terim

$$\mathbf{Y}(s) = \frac{X_M |\mathbf{H}(j\omega_0)| e^{j\phi(j\omega_0)}}{s - j\omega_0} + \dots \quad 14.26$$

şeklinde ifade edilebilir.

Es. (14.26)'nın ters dönüşümünü alarak,

$$\begin{aligned} y(t) &= X_M |\mathbf{H}(j\omega_0)| e^{j\omega_0 t} e^{j\phi(j\omega_0)} + \dots \\ &= X_M |\mathbf{H}(j\omega_0)| e^{j(\omega_0 t + \phi(j\omega_0))} + \dots \end{aligned} \quad 14.27$$

elde ederiz ve böylece kalıcı durum tepkisi şu biçimde olur:

$$y_{ss}(t) = X_M |\mathbf{H}(j\omega_0)| e^{j(\omega_0 t + \phi(j\omega_0))} \quad 14.28$$

Gerçek zorlayan fonksiyon, $X_M e^{j\omega_0 t}$ 'nin gerçek kısmı olan $X_M \cos \omega_0 t$ olduğundan dolayı, kalıcı durum tepkisi de Es. (14.28)'in gerçek kısmı olur:

$$y_{ss}(t) = X_M |\mathbf{H}(j\omega_0)| \cos [\omega_0 t + \phi(j\omega_0)] \quad 14.29$$

Genel olarak, zorlayan fonksiyon bir θ faz açısına sahip olabilir. Bu durumda, θ basitçe $\phi(j\omega_0)$ 'a eklenir ve tepkinin nihai fazı $\phi(j\omega_0) + \theta$ olur.

14.6

Kalıcı Durum Tepkisi

[ipucu]

Kalıcı durumda geçici durum terimleri kaybolur.

ÖRNEK**14.5**

ÇÖZÜM Önceden gösterildiği gibi, bu problem düğüm denklemi, göz denklemi, kaynak dönüştümü ve Thevenin teoremi gibi değişik teknikler kullanılarak çözülebilirdi. Çözüm elde etmek için düğüm denklemelerini uygulayacağız. Elemanların empedans değerlerini kullanarak dönüştürülen devre Şekil 14.24b'de gösterilmiştir. Bu devrenin düğüm denklemi şu biçimdedir:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{s} + \frac{s}{2}\right) V_i(s) - \left(\frac{s}{2}\right) V_o(s) &= \frac{1}{2} V_i(s) \\ -\left(\frac{s}{2}\right) V_i(s) + \left(\frac{s}{2} + 1\right) V_o(s) &= 0 \end{aligned}$$

Bu denklem $V_o(s)$ 'yi bulmak için çözüldüğünde

$$V_o(s) = \frac{s^2}{3s^2 + 4s + 4} V_i(s)$$

sonucu elde edilir. Bu denklemin Eş. (14.20) formunda olduğunu not ediniz. Burada $\mathbf{H}(s)$ şu biçimdedir:

$$\mathbf{H}(s) = \frac{s^2}{3s^2 + 4s + 4}$$

Zorlayan fonksiyon $10 \cos 2t u(t)$ olduğundan dolayı bu durumda $V_M = 10$ ve $\omega_o = 2$ olur. Böylece:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(j2) &= \frac{(j2)^2}{3(j2)^2 + 4(j2) + 4} \\ &= 0.354 / 45^\circ \end{aligned}$$

Bu yüzden,

$$|\mathbf{H}(j2)| = 0.354$$

$$\phi(j2) = 45^\circ$$

ve dolayısıyla kalıcı durum tepkisi:

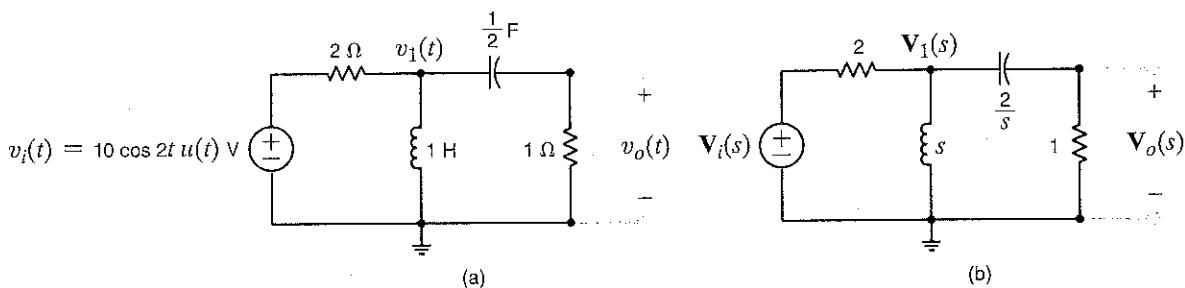
$$\begin{aligned} v_{oss}(t) &= V_M |\mathbf{H}(j2)| \cos[2t + \phi(j2)] \\ &= 3.54 \cos(2t + 45^\circ) \text{ V} \end{aligned}$$

Tam (geçici artı kalıcı durum) tepki aşağıdaki ifadeden elde edilebilir:

$$\begin{aligned} V_o(s) &= \frac{s^2}{3s^2 + 4s + 4} V_i(s) \\ &= \frac{s^2}{3s^2 + 4s + 4} \left(\frac{10s}{s^2 + 4}\right) \\ &= \frac{10s^3}{(s^2 + 4)(3s^2 + 4s + 4)} \end{aligned}$$

Şekil 14.24

Örnek 14.11'de kullanılan devreler.



Bölüm 13'teki teknikleri kullanarak bu fonksiyonun ters Laplace dönüşümünü yaparsak

$$v_o(t) = 3.54 \cos(2t + 45^\circ) + 1.44e^{-(2/3)t} \cos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}t - 55^\circ\right) \text{ V}$$

elde ederiz. $t \rightarrow \infty$ 'a giderken ikinci terimin sıfır yaklaşlığını not ediniz ve böylece kalıcı durum tepkisi bir fazör analizi kullanarak kolayca doğrulanabilen

$$v_{oss}(t) = 3.54 \cos(2t + 45^\circ) \text{ V}$$

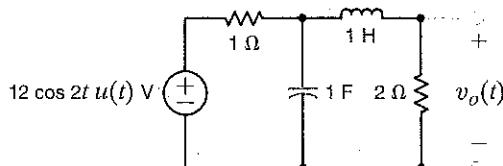
yapısında olur.

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E14.15 Devredeki başlangıç koşulu sıfırken $t > 0$ için Şekil E14.15'teki devrede $v_{oss}(t)$ kalıcı durum gerilimini bulunuz.

YANIT:

$$v_{oss}(t) = 3.95 \cos(2t - 99.46^\circ) \text{ V.}$$

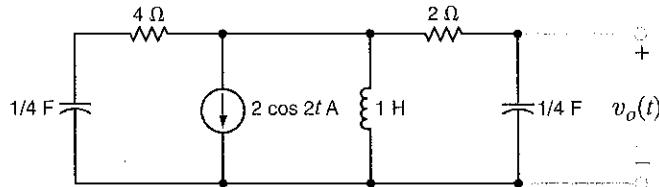


Şekil E14.15

E14.16 Şekil E14.16'da $v_{oss}(t)$ kalıcı durum tepkisini bulunuz.

YANIT:

$$v_{oss}(t) = 2.98 \cos(2t + 153.43^\circ) \text{ V.}$$



Şekil E14.16

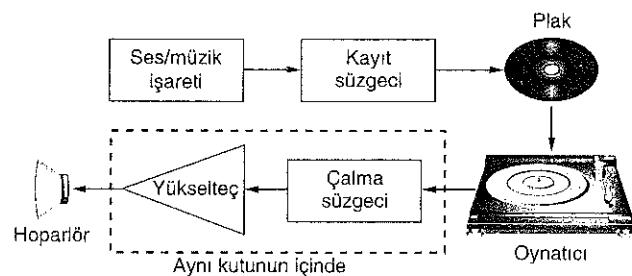
14.7

Uygulama
Örnekleri

Amerika Kayıt Endüstrisi Birliği (RIAA), plak kayıtlarının kalitesini iyileştirmek için standartize edilmiş kayıt ve çalma süzgeçleri kullanır. Bu işlem Şekil 14.25'te gösterilmiştir. Kayıt süresi boyunca, ses veya müzik işaret, bas içeriğini azaltan kayıt süzgescinden geçirilir. Bu süzülmüş işaret daha sonra plaka kaydedilir. Kaydedilen işaretin çalınması sırasında ise gramofonun ıgnesi kayıtlı mesajı algılar ve süzgeçten geçirilmiş işaret yeniden ürettir. Bu işaret çalma süzgescine gönderilir. Çalma süzgescinin amacı bas içeriğini öne çıkartmak ve orijinal ses/müzik işaretini yeniden oluşturmakta. Daha sonra, yeniden oluşturulan işaret kuvvetlendirilebilir ve hoparlörlere gönderilebilir.

UYGULAMA
ÖRNEĞİ 14.12

Şekil 14.25
Plak kayıt ve çalma
sisteminin blok
diyagramı.



Kaydetme ve çalma süzgeçlerinin kutup-sıfır diyagramlarını inceleyelim.

ÇÖZÜM Kayıt süzgecinin transfer fonksiyonu şu biçimdedir:

$$G_{vR}(s) = \frac{K(1 + s\tau_{z1})(1 + s\tau_{z2})}{1 + s\tau_p}$$

Burada, zaman sabitleri $\tau_{z1} = 75 \mu\text{s}$, $\tau_{z2} = 3180 \mu\text{s}$ ve $\tau_p = 318 \mu\text{s}$; K sabiti de $G_{vR}(s)$ 'nin 1000 Hz'de 1 genliğine sahip olması için seçilen bir sabittir. Radyan/saniye cinsinden kutup ve sıfır frekansları şu biçimde elde edilir:

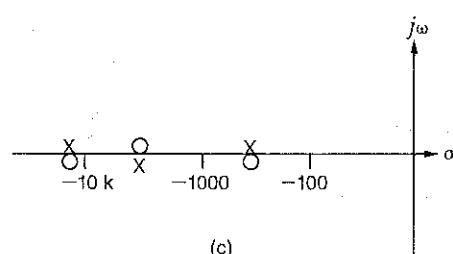
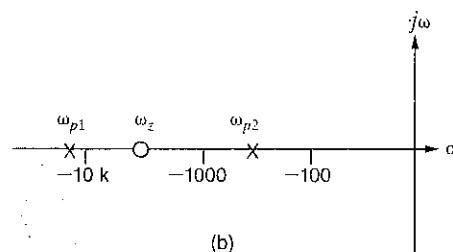
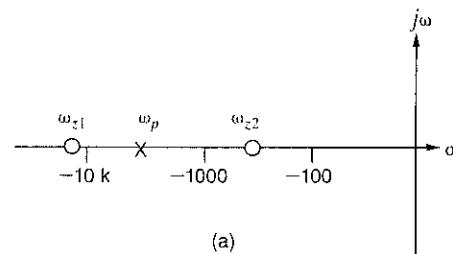
$$\omega_{z1} = 1/\tau_{z1} = 13.33 \text{ krad/s}$$

$$\omega_{z2} = 1/\tau_{z2} = 313.46 \text{ rad/s}$$

$$\omega_p = 1/\tau_p = 3.14 \text{ krad/s}$$

Şekil 14.26a kayıt süzgecinin kutup-sıfır diyagramını gösterir.

Şekil 14.26
RIAA müzik çalar
süzgeçlerinin kutup-sıfır
diyagramları.



Çalma süzgecinin transfer fonksiyonu kayıt transfer fonksiyonunun tersidir.

$$G_{vp}(s) = \frac{1}{G_{vR}(s)} = \frac{A_o(1 + s\tau_z)}{(1 + s\tau_{p1})(1 + s\tau_{p2})}$$

Burada zaman sabitleri şimdî $\tau_{p1} = 75 \mu s$, $\tau_{p2} = 3180 \mu s$ ve $\tau_z = 318 \mu s$ ve $A_o = 1/K$ 'dır. Radyan/saniye cinsinden kutup ve sıfır frekansları şu biçimdedir:

$$\omega_{p1} = 1/\tau_{z1} = 13.33 \text{ krad/s}$$

$$\omega_{p2} = 1/\tau_{z2} = 313.46 \text{ rad/s}$$

$$\omega_z = 1/\tau_p = 3.14 \text{ krad/s}$$

Bu değerler Şekil 14.26b'deki kutup-sıfır diyagramlarını verit. Ses/müzik işaretini yükseltece gitmeden önce her iki süzgeçten de geçer. s -düzleminde, bu durum $V_o(s)$ 'yi hem $G_{vR}(s)$ ve hem de $G_{vp}(s)$ ile çarpmaya eşdeğerdir. Kutup-sıfır diyagramında, Şekil 14.26c'de gösterildiği gibi, iki süzgeçin kutup-sıfır diyagramlarını kolayca üst üste bindirebiliriz. Her bir kutup frekansında bir sıfır ve her sıfır frekansında bir kutup olduğunu not ediniz. Kutup-sıfır çiftleri kutupların ve sıfırların bulunmadığı bir kutup-sıfır diyagramı oluşturacak şekilde birbirini yok eder. Bu etki matematiksel olarak da görülebilir. İki transfer fonksiyonu, $G_{vR}(s)$ ve $G_{vp}(s)$ çarpılırsa sonuç s 'den bağımsız bir değer olur. Böylece, orijinal ses/müzik işaretini yeniden oluşturulur ve asla uygunluk korunur.

14.8

Tasarım Örnekleri

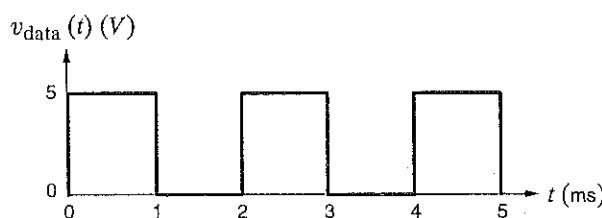
Büyük bir bilgisayar ağında, iki bilgisayar tek bir kablodan 1000 bits/s hızında sayısal veri transfer etmektedirler. Şekil 14.27'deki v_{data} gerilim dalga şekli, "yüksek" ve "alçak" değerler arasında değişen bitlerin olası bir sırasını göstermektedir. Ortamda veriyi bozan 100 kHz'lık bir gürültü kaynağı (628 krad/s) mevcuttur.

Yüksek-frekanslı gürültüyü veri dalga şeklini bozmadan süzmek gerekmektedir. Veri yoluna, veri ve gürültü işaretinin içinden geçeceği, Şekil 14.28'deki ikinci mertebeden alçak geçiren aktif süzgeci yerlestirelim.

Süzgeçin transfer fonksiyonu şu biçimdedir:

ÇÖZÜM

$$G_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_{data}(s)} = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}\right)}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_3 C_1}\right) + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

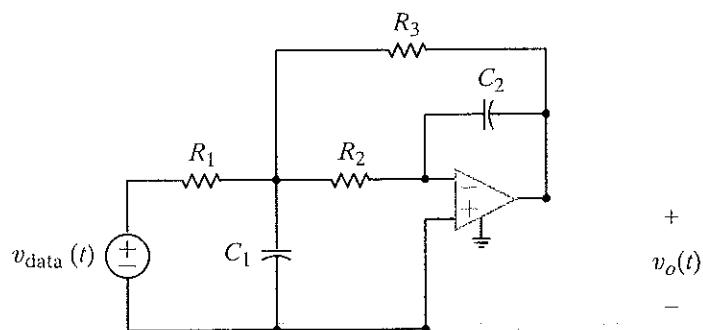


Şekil 14.27

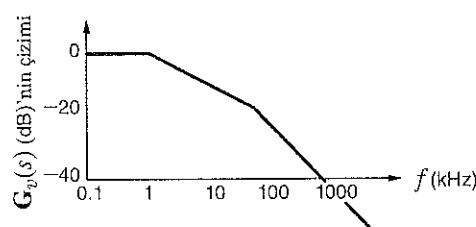
1000 bit/s'lik sayısal veri dalga şekli.

Şekil 14.28

İkinci mertebeden alçak
geçiren süzgeç.

**Şekil 14.29**

İkinci mertebeden alçak
geçiren bir süzgeçin
Bode çizimi.



İşimizi kolaylaştırmak için, $R_1 = R_2 = R_3 = R$ seçelim. Bölüm 12'deki incelemelerimizden, ikinci mertebeden bir sistemin karakteristik denkleminin

$$s^2 + 2s\zeta\omega_0 + \omega_0^2 = 0$$

şeklinde ifade edilebildiğini biliyoruz. Önceki iki denklemi karşılaştırarak

$$\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$$

$$2\zeta\omega_0 = \frac{3}{RC_1}$$

buluruz ve bu yüzden,

$$\zeta = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

olur. Süzgeçin kutupları şu biçimdedir:

$$s_1, s_2 = -\zeta\omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

100 kHz'lık gürültüyü elimine etmek için, en azından bir kutup, Şekil 14.29'daki Bode çiziminde gösterildiği gibi 100 kHz'in oldukça altında olmalıdır. Bir kutbu 100 kHz'in oldukça altına yerleştirsek 100 kHz'de süzgeçin kazancı efektif olarak gürültülü süzecek şekilde oldukça küçük olacaktır.

Keyfi olarak $\omega_0 = 25$ krad/s ve $\zeta = 2$ olan aşırı sönümlü bir sistemi seçecek elde edilen süzgeç de $s_1 = -6.7$ krad/s ve $s_2 = -93.3$ krad/s değerlerinde kutuplara sahip ve aşırı sönümlü olur. Süzgeçin kutup-sıfır diyagramı Şekil 14.30'da gösterilmiştir.

$R = 40$ k Ω alırsak o zaman

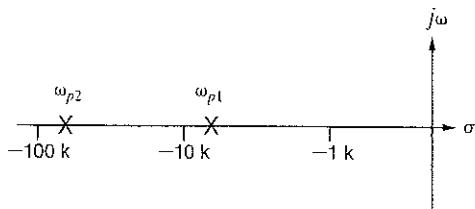
$$\omega_0 = 25,000 = \frac{1}{40,000\sqrt{C_1 C_2}}$$

veya

$$C_1 C_2 = 10^{-18}$$

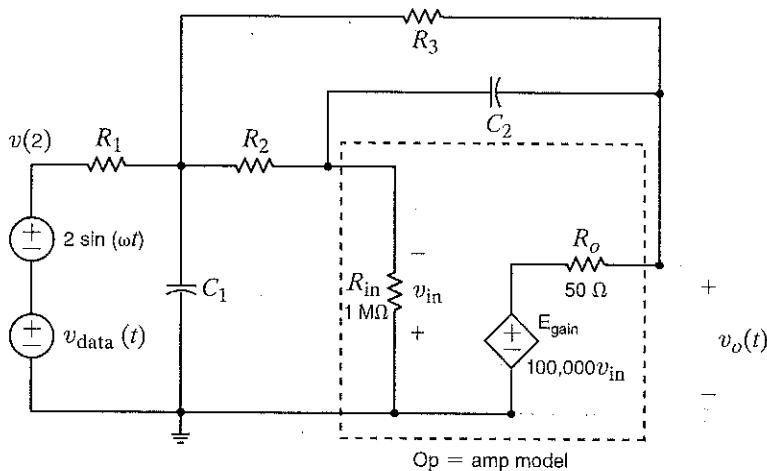
$$\zeta = 2 = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

yazabilirim.



Şekil 14.30

Alçak geçiren süzgecin kutup-sıfır diyagramı.



Şekil 14.31

İkinci mertebeden süzgecin devresi.

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{16}{9}$$

olarak ifade edilebilir. C_1 ve C_2 şu biçimde elde edilir:

$$C_1 = 0.75 \text{ nF}$$

$$C_2 = 1.33 \text{ nF}$$

Süzgecin benzetimini yapmak için kullanılan devre Şekil 14.31'de gösterilmiştir. Sinüzoidal kaynak 100 kHz'lık bir frekansa sahiptir ve gürültü kaynağını temsил etmek için kullanılır.

Süzgecin 2 ms için giriş ve çıkış geriliminin çizimleri Şekil 14.32'de gösterilmiştir. Çıkışın gerçekte 100 kHz'lık gürültünün çok azını içerdigine dikkat ediniz. Veri işaretinin hızlı yükselişi ve düşüşü de çıkış geriliminde daha yavaş olur. Bu yavaş tepkiye rağmen çıkış gerilimi 1000-bit/s'lik transfer oranına ayak uyduracak kadar hızlıdır.

Şekil 14.33'te gösterildiği gibi, veri transfer oranını 1000'den 25000 bit/s'ye artıralım. Toplam giriş ve çıkış işaretleri 200 μs için Şekil 14.34'te çizilmiştir. Şimdi çıkış girişe ayak uyduramaz ve veri bilgisi kaybolur. Bunun nedenini araştıralım. Süzgecin s_1 ve s_2 kutuplarına sahip ikinci mertebeden bir süzgeç olduğunu biliyoruz. Veri girişini 5 V'luk adım fonksiyonu olarak temsil edersek çıkış gerilimi,

$$V_o(s) = G_v(s) \left(\frac{5}{s} \right) = \frac{K}{(s + s_1)(s + s_2)} \left(\frac{5}{s} \right)$$

olur. Burada K bir sabittir. Süzgeç aşırı sönümlü olduğundan dolayı, s_1 ve s_2 gerçel ve pozitiftir. $V_o(s)$ 'nin kısmi kesirlere ayrılması

$$V_o(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{(s + s_1)} + \frac{K_3}{(s + s_2)}$$

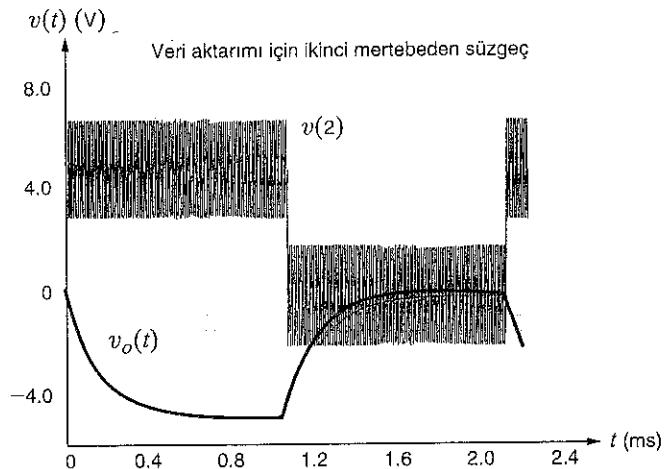
şeklinde olur ve zaman-düzlemi ifadesi

$$v_o(t) = [K_1 + K_2 e^{-s_1 t} + K_3 e^{-s_2 t}] u(t) \text{ V}$$

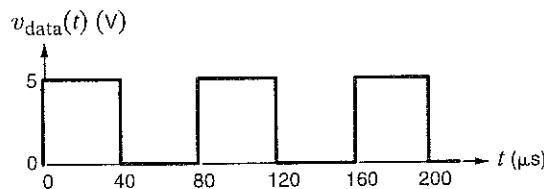
ile sonuçlanır.

Şekil 14.32

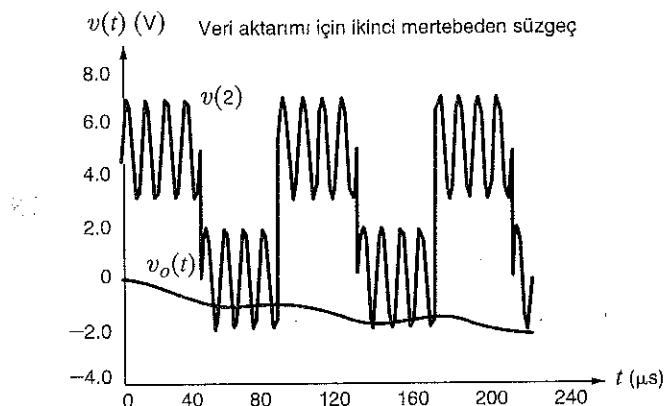
Düğüm 2 ve $v_o(t)$ 'nin benzetimle elde edilen çıkışı.

**Şekil 14.33**

25000 bit/s'lik sayısal veri dalgası şekli.

**Şekil 14.34**

25000-bit/s'lik veri transfer hızında düğüm 2 ve $v_o(t)$ 'nin benzetimle elde edilen çıkışı.



Burada K_1 , K_2 ve K_3 gerçek sabitlerdir. Üstel zaman sabitleri kutup frekanslarının tersidir.

$$\tau_1 = \frac{1}{s_1} = \frac{1}{6.7k} = 149 \mu s$$

$$\tau_2 = \frac{1}{s_2} = \frac{1}{93.3k} = 10.7 \mu s$$

Üsteller sürekli duruma kabaca 5τ 'da ulaştığından dolayı τ_2 ile ilişkili üstel değişim 50 μs boyunca çıkış etkiler ve τ_1 üstel terimi yaklaşık 750 μs'den sonra sürekli duruma ulaşır. Şekil 14.33'ten 25000-bit/s'lik veri transfer hızında her bir bitin (bir "yüksek" veya "alçak" gerilim değeri) 40-μs'lik zaman aralığını aldığına göründüğü. Bu yüzden, s_1 ile ilişkili üstel ve dolayısıyla $v_o(t)$, bir sonraki bit iletildikten hafif kalıcı durum koşulundan uzaktır. Kısaca, s_1 çok küçüktür.

Kutup frekanslarını artırarak ve sönümü $\zeta = 1$ kritik sönüm haline getirerek bu durumun bir çaresine bakalım. $\omega_0 = 125$ krad/s seçenek kutuplar $s_1 = s_2 = -125$ krad/s veya 19.9 kHz'de olacak ve her ikisi de süzmek istediğimiz 100-kHz'lik gürültünün altında kalacaktır. Şekil 14.35 önceki yerlerinden sol tarafta doğru kaymış v_{data} darbe trenine daha hızlı bir tepki vereceğini urządduğumuz yeni kutup yerlerini göstermektedir.

Şimdi ω_0 ve ζ 'nin ifadeleri

$$\omega_0 = 125,000 = \frac{1}{40,000\sqrt{C_1 C_2}}$$

veya

$$C_1 C_2 = 4 \times 10^{-20}$$

birimde yazılabilir. Ayrıca

$$\zeta = 1 = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

olup bu denklem aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

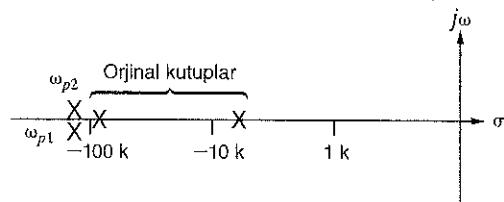
$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{4}{9}$$

C_1 ve C_2 şu biçimde elde edilir:

$$C_1 = 300 \text{ pF}$$

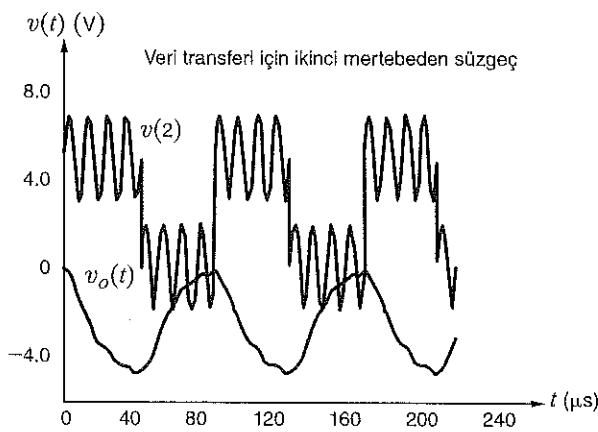
$$C_2 = 133.3 \text{ pF}$$

Bu yeni kondansatör değerlerini kullanarak yapılan benzetim Şekil 14.36'da gösterilen giriş-cıkış verilerini üretir. Şimdi çıkış gerilimi tam olarak v_{data} 'nın bir sonraki geçişini yapmasından önce "yüksek" ve "alçak" değerlerine ulaşırken 100-kHz'lik gürültü halen oldukça azdır.



Şekil 14.35

Hem orijinal ve hem de kritik sönülü sistemler için kutup-sıfır diyagramı.



Şekil 14.36

Kritik sönülü sistem için düşüm 2 ve $v_o(t)$ 'nın benzetimle elde edilen değişimler.

**TASARIM
ÖRNEĞİ 14.14**

Şekil 14.37'deki devre bir alçak-geçiren süzgeçtir. Bu süzgeci devreye bağladığımızda çıkışının darbelere tepkisinin çok fazla salınım yaptığını bulduk. Bu süzgeci kritik sönümlü yapacak şekilde değiştirmek istiyoruz.

ÇÖZÜM İlk olarak, mevcut transfer fonksiyonu $H(s)$ 'yi belirlemeliyiz:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_s} = \frac{\frac{R}{1+sRC}}{\frac{R}{1+sRC} + sL} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}} \quad 14.30$$

Burada $\frac{R}{1+sRC}$ terimi direnç ve kondansatörün paralel eşdeğer empedansıdır.

Elemanlarındaki değerlerini yerine koyarsak transfer fonksiyonu

$$H(s) = \frac{10^{10}}{s^2 + (5 \times 10^4)s + 10^{10}} \quad 14.31$$

olur ve rezonans frekansı ve sönümlü oranı

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^5 \text{ rad/s} \text{ ve } 2\zeta\omega_0 = \frac{1}{RC} \Rightarrow \zeta = \frac{5 \times 10^4}{2\omega_0} = \frac{5 \times 10^4}{2 \times 10^5} = 0.25 \quad 14.32$$

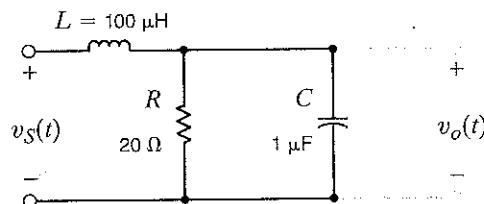
olur. Devre gerçekte sönümsüzdür. Eş. (14.32)'den, sönümlü oranını 4 çarpanı ile çarpıp 1.0'a yükseltmek için R 'nin aynı çarpana bölünüp 5 Ω 'a düşürülmesi gerektiğini bularız. Bu durum Şekil 14.38'de gösterildiği gibi R 'ye paralel olarak bir R_x direnci ekleyerek sağlanabilir. İhtiyaç duyulan direnç değeri, Eş. (14.33)'ten R_x 'i çekerek elde edilebilir:

$$R_{eq} = 5 = \frac{RR_x}{R + R_x} = \frac{20R_x}{20 + R_x} \quad 14.33$$

Çözüm, $R_x = 6.67 \Omega$ 'dur.

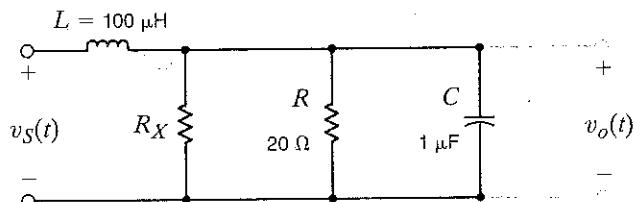
Şekil 14.37

İkinci mertebeden bir alçak-geçiren süzgeç.



Şekil 14.38

Devrenin sönümlü oranını değiştirmek için bir direnç eklenmesi.



Şekil 14.39'daki devre Wein köprü salingacı olarak adlandırılır. Çıkışı, frekansı ayarlanabilen bir sinüs dalgasıdır. 10 kHz'lık bir salınım frekansı için bu devreyi tasarlayalım.

TASARIM ÖRNEĞİ 14.15

Bu devre iki nedenden dolayı tuhaf görünmektedir. İlkisi, giriş işaretini yoktur! İkincisi, çıkış ucunun evirici olmayan giriş ucuna geri bağlılığı bir op-amp devresi daha önce görmemiştik. Bununla birlikte, op-amp düzgün çalışıyorsa, giriş akımlarının sıfır ve iki giriş ucu arasındaki gerilim farkının sıfır olduğunu biliyoruz. Op-amp'in çıkışından her bir girişine doğru iki transfer fonksiyonu yazmak için bu kısıtlamaları uygulayacağız. İlk transfer fonksiyonu

$$H_{\text{neg}}(s) = \frac{V_{\text{neg}}}{V_o} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad 14.34$$

olarak ikinci transfer fonksiyonu

$$H_{\text{pos}}(s) = \frac{V_{\text{pos}}}{V_o} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad 14.35$$

olarak tanımlanır. Burada Z_1 paralel $R-C$ devresi ve Z_2 seri $R-C$ devresidir. Dolayısıyla:

$$Z_1 = \frac{R/sC}{(1/sC) + R} = \frac{R}{1 + sRC} \quad \text{ve} \quad Z_2 = R + \frac{1}{sC} = \frac{1 + sRC}{sC} \quad 14.36$$

Eş. (14.36)'yı (14.35)'te yerine koyarak

$$H_{\text{pos}}(s) = \frac{V_{\text{pos}}}{V_o} = \frac{\frac{R}{1 + sRC}}{\frac{R}{1 + sRC} + \frac{1 + sRC}{sC}} = \frac{sRC}{s^2(RC)^2 + 3sRC + 1} \quad 14.37$$

sonucu elde edilir. Op-amp girişlerindeki gerilim sıfır olduğundan dolayı, $V_{\text{neg}} = V_{\text{pos}}$ olur ve dolayısıyla $H_{\text{pos}}(s) = H_{\text{neg}}(s)$ olur. Eş. (14.34)'teki $H_{\text{neg}}(s)$ 'nin sadece dirençlerin bir oranını olduğunu ve bu yüzden gerçek olduğuna dikkat ediniz. Op-amp, $H_{\text{pos}}(s)$ için aynı şeyin salınım frekansında gerçekleşmesini zorlar! Şimdi Eş. (14.37)'ye bakınız. Denklemin payı tamamen sanaldır. Eğer $H_{\text{pos}}(s)$ gerçek olacaksa payda da tamamen sanal olmalıdır. Sonuç şu biçimdedir:

$$(j\omega)^2(RC)^2 + 1 = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi RC}$$

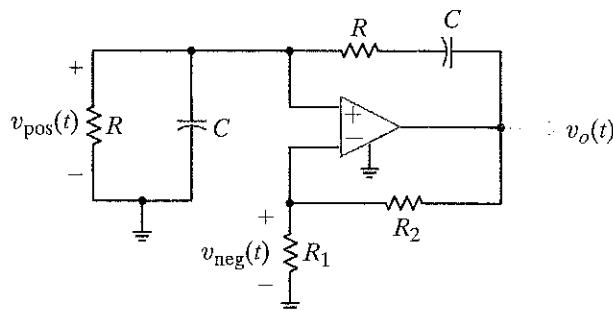
Keyfi olarak $C = 10 \text{ nF}$ seçersek

$$R = \frac{1}{2\pi C f} = \frac{1}{2\pi(10^{-8})(10^4)} = 1.59 \text{ k}\Omega$$

buluruz. Hâlen R_1 ve R_2 'nın değerlerini belirlememiz gereklidir. $H_{\text{pos}}(s) = H_{\text{neg}}(s)$ gerektiğini bir kez daha inceleyiniz. 10 kHz'de, $H_{\text{pos}}(s)$

$$H_{\text{pos}}(s) = \frac{sRC}{s^2(RC)^2 + 3sRC + 1} = \frac{sRC}{3sRC} = \frac{1}{3}$$

olur.



Şekil 14.39

Klasik Wein köprü osilatörü.

Aynı şey $\mathbf{H}_{\text{neg}}(s)$ için de doğru olmalıdır:

$$\mathbf{H}_{\text{neg}}(s) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{3}$$

Tek olası çözüm $R_2 = 2R_1$ 'dır. Keyfi olarak $R_1 = R = 1.59 \text{ k}\Omega$ seçerek, $R_2 = 3.18 \text{ k}\Omega$ buluruz.

Kurulan devrede $\mathbf{H}_{\text{pos}}(s)$, $\mathbf{H}_{\text{neg}}(s)$ 'ye eşit olmazsa ne olur? Eğer $\mathbf{H}_{\text{neg}}(s)$ daha büyükse salınımlar sonecektir. Fakat $\mathbf{H}_{\text{pos}}(s)$ daha büyükse salınımlar, op-amp çıkışı güç kaynağı sınırlına ulaşıcaya kadar büyüyecektir. Bu noktada, çıkış bir sinüzotinden ziyade daha çok kare dalga olur. 10 kHz'de $\mathbf{H}_{\text{pos}}(s)$ ve $\mathbf{H}_{\text{neg}}(s)$ 'nin tam olarak aynı olmasını sağlamak fiziksel açıdan mümkün olmadığından dolayı mühendisler genellikle R_2 'yi sıcaklık artışı ile direnci azalan, doğrusal olmayan bir direnç ile değiştirir. Bu şekilde, çıkış salınımları büyümeye başladığında, doğrusal olmayan dirençte daha fazla güç harcanır ve direncin değeri azalır. Dirençteki bu azalış $\mathbf{H}_{\text{neg}}(s)$ 'yi artıracak ve osilatörü dengeli çalışma noktasına geri getirecektir.

ÖZET

- Devre elemanlarının s -düzlemi modellerinin kullanımını diferansiyel denklemlerden ziyade cebirsel denklemlerle onları tanımlamamıza müsaade eder.
- Devre teoremlerini de içeren tüm DA analiz teknikleri, s -düzleminde de uygulanabilir. s -düzlemi çözümü elde edildikten sonra bir zaman düzlemi çözümü elde etmek için ters dönüşüm kullanılır.
- Devrenin karakteristik denkleminin kökleri (yani kutupları) devrenin tepki tipini belirler. s -düzleminin sol yarısındaki köklerin çizimi devrenin davranışını hakkında önemli bilgiler verir. Kutup-sıfır çizimi ve bode çizimi arasındaki ilişki ise daha da ayrıntılı bilgi sağlar.
- Bir devrenin transfer (devre) fonksiyonu

$$\mathbf{H}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{X}(s)}$$

olarak ifade edilir. Burada $\mathbf{Y}(s)$ devre tepkisi ve $\mathbf{X}(s)$ zorlayan giriş fonksiyonudur. Eğer transfer fonksiyonu biliniyorsa çıkış tepkisi basitçe $\mathbf{H}(s) \mathbf{X}(s)$ çarpımı ile verilir. $\mathbf{X}(s) = 1$

olacak şekilde giriş bir dörtü fonksiyon ise, dörtü tepki devre fonksiyonunun ters Laplace dönüşümüne eşit olur.

- L ve C depolama elemanlarının DA özellikleri, başlangıç ve sonuç koşullarını elde etmek için kullanılabilir. Başlangıç koşullarına s -düzlemi modelinin bir parçası olarak gerek duyulur. Son değerler ise, genellikle çözümü doğrulamada faydalı olur.
- Devre tepkisinin Laplace dönüşüm çözümü, $t \rightarrow \infty$ 'da yok olan geçici terimlerden ve her zaman var olan kalıcı durum terimlerinden oluşur.
- Devre tepkisi

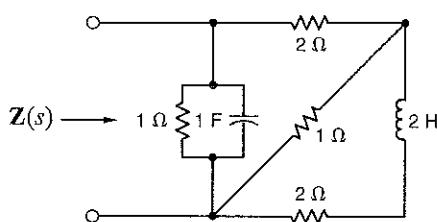
$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{H}(s)\mathbf{X}(s)$$

olarak ifade edilebilir.

- $\mathbf{Y}(s)$ tepkisinin geçici parçasını $\mathbf{H}(s)$ 'nın kutupları, tepkinin kalıcı durum parçasını ise $\mathbf{X}(s)$ zorlayan fonksiyonun kutupları belirler.

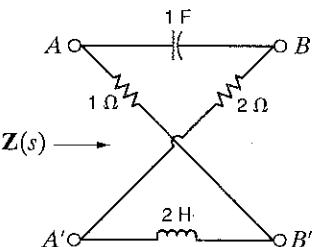
PROBLEMLER

- 14.1 Şekil P14.1'deki devrenin giriş empedansı $Z(s)$ 'yi bulunuz.



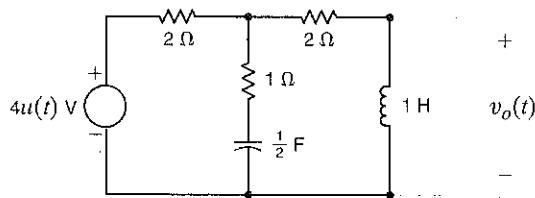
Şekil P14.1

- 14.2 Şekil P14.2'deki devrenin giriş empedansı $Z(s)$ 'yi (a) $B-B'$ uçları açık devre iken (b) $B-B'$ uçları kısa devre iken bulunuz.



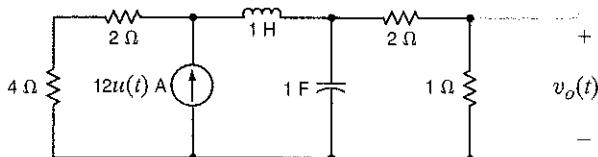
Şekil P14.2

14.3 Şekil P14.3'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



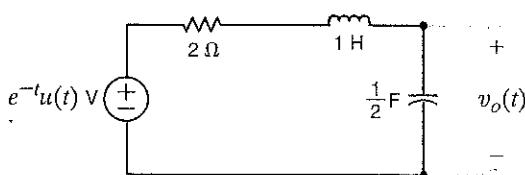
Şekil P14.3

14.4 Şekil P14.4'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



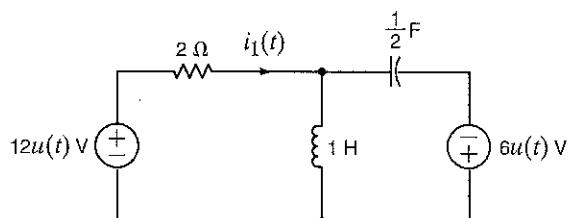
Sekil P14.4

14.5 Düğüm denklemlerini kullanarak Şekil P14.5'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz..



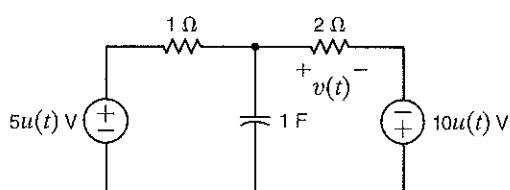
Sekil P14.5

14.6 Şekil P14.6'da gösterilen devrede $t > 0$ durumunda $i_1(t)$ 'yi bulmak için Laplace dönüşümünü ve düşüm analizini kullanınız. Sıfır başlangıç koşullarını varsayıınız.



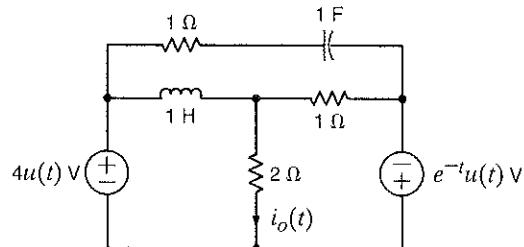
Şekil P14.6

14.7 Şekil P14.7'de gösterilen devrede $t > 0$ durumunda $v(t)$ 'yi bulmak için Laplace dönüşümünü kullanınız. Sıfır başlangıç koşullarını varsayıınız.



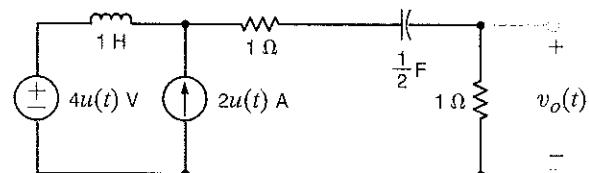
Şekil P14.7

14.8 Şekil P14.8'de gösterilen devre için, $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



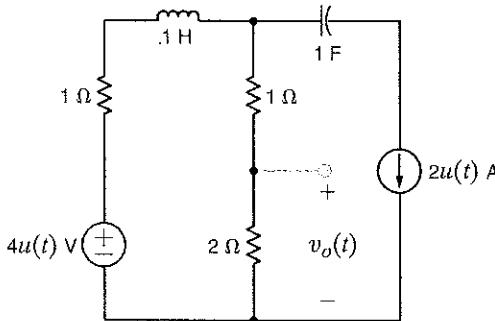
Sekil P14.8

14.9 Şekil P14.9'da gösterilen devre için, $t > 0$ durumunda
düğüm denklemlerini kullanarak $v_o(t)$ 'yi bulunuz..



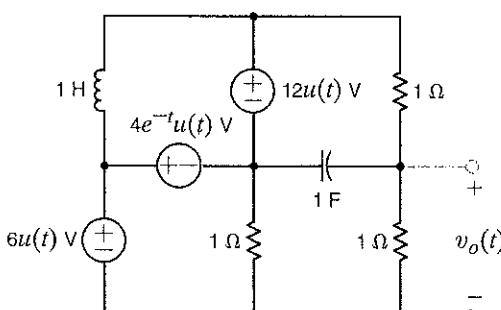
Sekil P14.9

14.10 $t > 0$ durumunda Şekil P14.10'daki devrede $v_o(t)$ 'yi bulmak için düğüm analizini kullanınız.



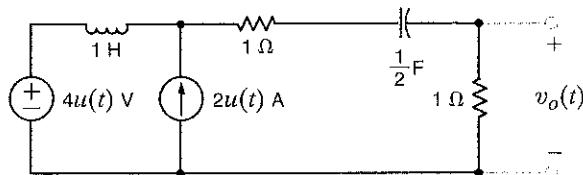
Sekil P14.10

14.11 Düğüm analizini kullanarak Şekil P14.11'de gösterilen devrede $t > 0$ durumu için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



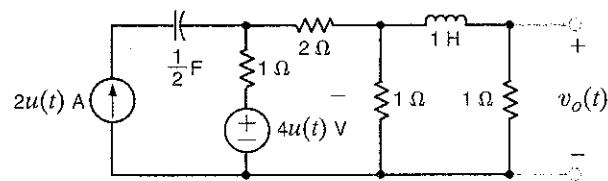
Sekil P14.11

- 14.12** Şekil P14.12'de gösterilen devre için, $t > 0$ durumunda çevre denklemelerini kullanarak $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



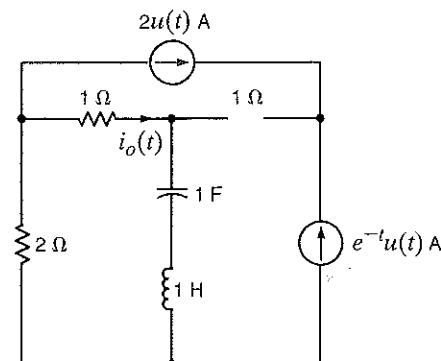
Şekil P14.12

- 14.13** Şekil P14.13'te gösterilen devre için, $t > 0$ durumunda göz denklemelerini kullanarak $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



Şekil P14.13

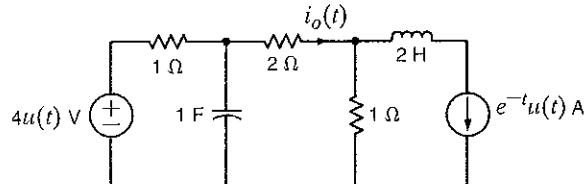
- 14.14** Şekil P14.14'te gösterilen devrede $t > 0$ durumunda $i_o(t)$ 'yi bulmak için çevre denklemelerini kullanınız.



Şekil P14.14

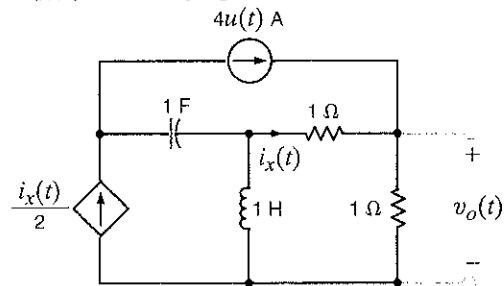
- 14.15** Şekil P14.15'te verilen devrede göz denklemelerini kullanarak $i_o(t)$ 'yi bulunuz.

- 14.16** Şekil P14.16'da verilen devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için göz analizini kullanınız.



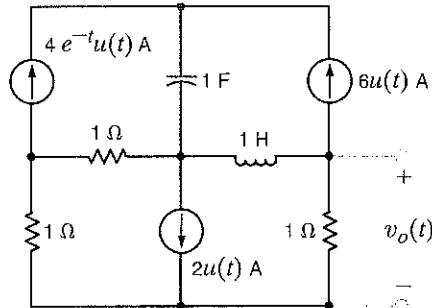
Şekil P14.15

- 14.16** Şekil P14.16'da verilen devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için göz analizini kullanınız.



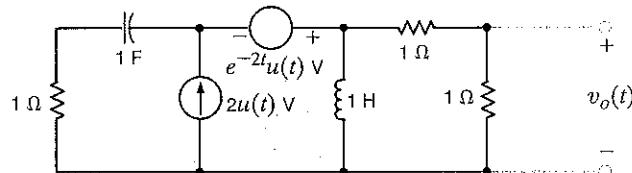
Şekil P14.16

- 14.17** Şekil P14.17'deki devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için çevre analizini kullanınız.



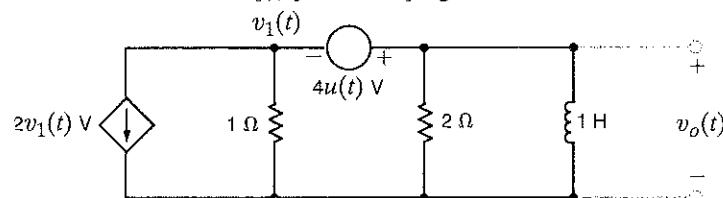
Şekil P14.17

- 14.18** Şekil P14.18'deki devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için göz analizini kullanınız.



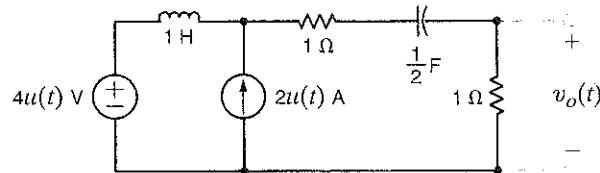
Şekil P14.18

- 14.19** Şekil P14.19'daki devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için göz analizini kullanınız.



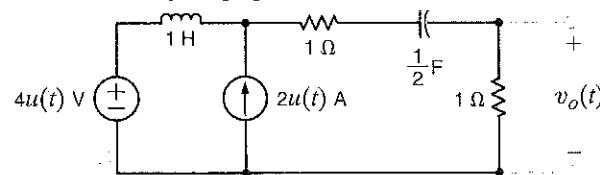
Şekil P14.19

- 14.20** Şekil P14.20'de gösterilen devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için süperpozisyonu kullanınız.



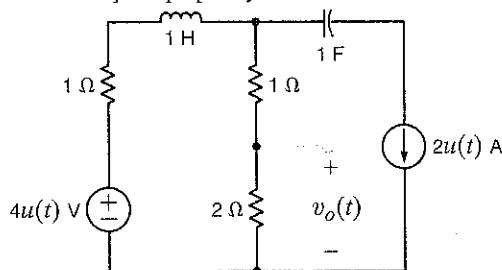
Şekil P14.20

- 14.21** Şekil P14.21'deki devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için süperpozisyonu kullanınız.



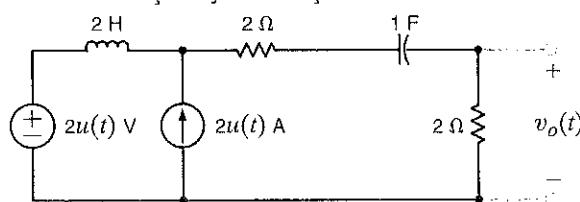
Şekil P14.21

- 14.22** Şekil P14.22'deki devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için süperpozisyonu kullanınız.



Şekil P14.22

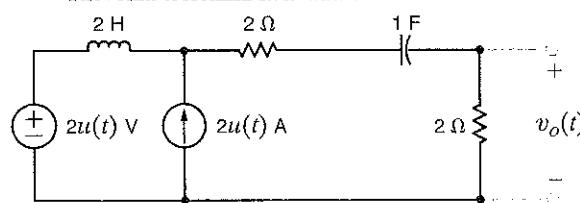
- 14.23** Şekil P14.23'teki devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için kaynak dönüşümünü kullanınız.



Şekil P14.23

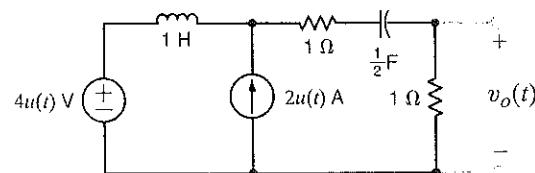
- 14.24** Problem 14.21'i çözmek için kaynak dönüşümünü kullanınız.

- 14.25** Şekil P14.25'te $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



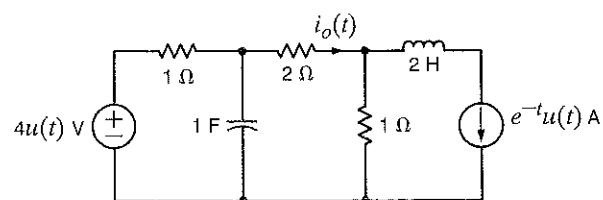
Şekil P14.25

- 14.26** Şekil P14.26'da $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



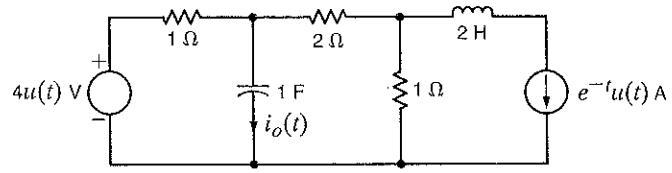
Şekil P14.26

- 14.27** Şekil P14.27'de $t > 0$ durumunda $i_o(t)$ 'yi bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



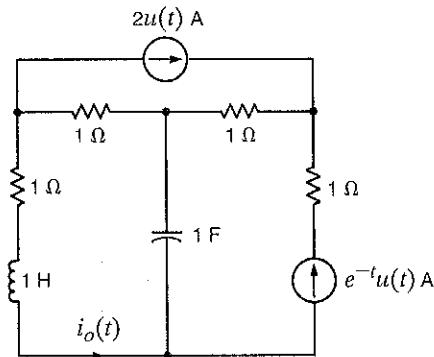
Şekil P14.27

- 14.28** Şekil P14.28'de $t > 0$ durumunda $i_o(t)$ 'yi bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



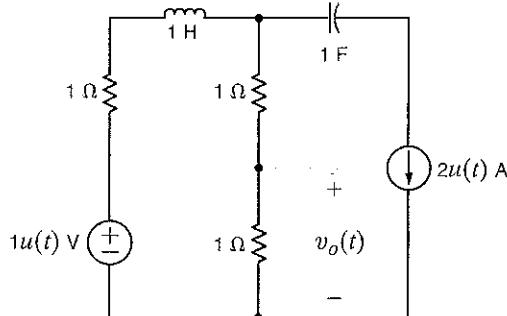
Şekil P14.28

- 14.29** Şekil P14.29'da gösterilen devrede $t > 0$ durumunda $i_o(t)$ 'yi belirlemek için Thevenin teoremini kullanınız.



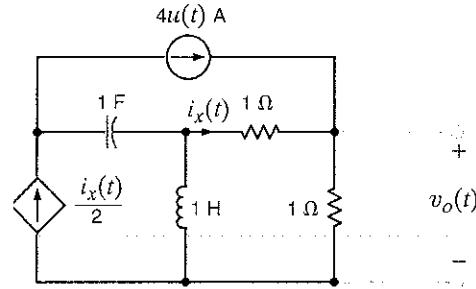
Şekil P14.29

- 14.30** Şekil P14.30'daki devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



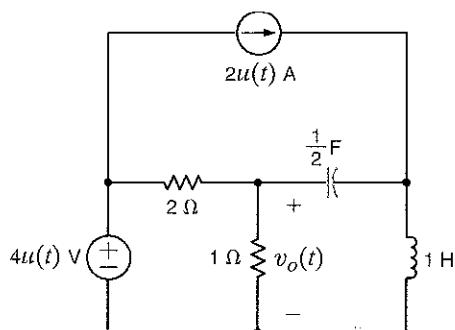
Şekil P14.30

- 14.33** Şekil P14.33'teki devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



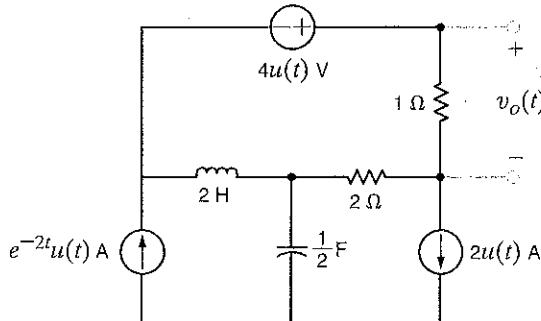
Şekil P14.33

- 14.31** Thevenin teoremini kullanarak Şekil P14.31'deki devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



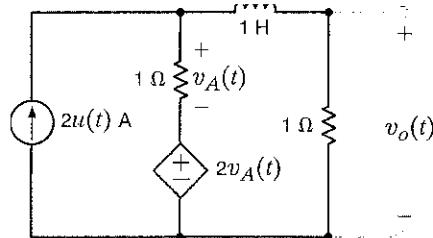
Şekil P14.31

- 14.32** Şekil P14.32'deki devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



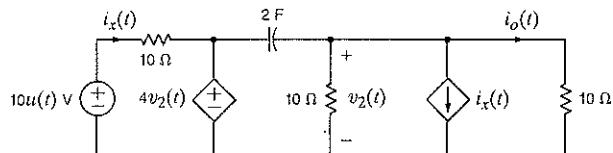
Şekil P14.32

- 14.34** Şekil P14.34'te gösterilen devrede $t > 0$ durumunda $v_o(t)$ 'yi bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



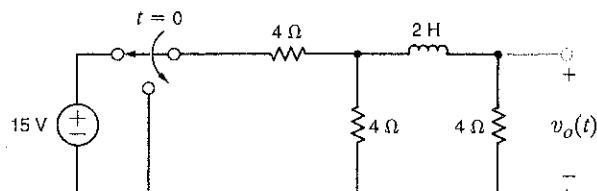
Şekil P14.34

- 14.35** Şekil P14.35'te gösterilen devrede $t > 0$ durumunda $i_o(t)$ 'yi bulmak için Thevenin teoremini kullanınız.



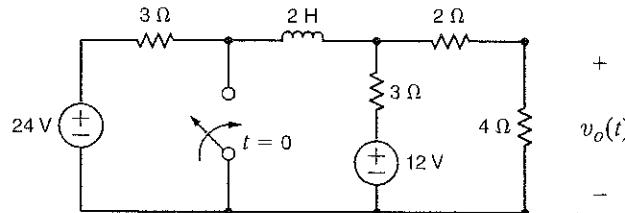
Şekil P14.35

- 14.36** Şekil P14.36'da gösterilen devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz. Devrenin kalıcı duruma $t = 0^-$ da ulaştığını varsayıınız.



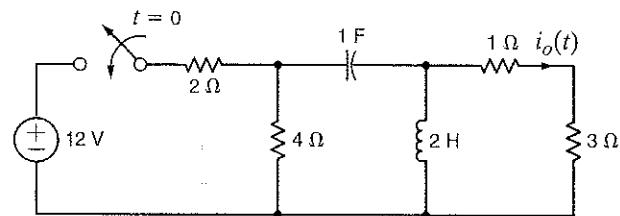
Şekil P14.36

14.37 Şek.P14.37'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



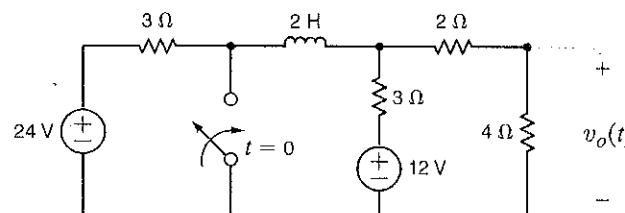
Şekil P14.37

14.38 Şek.P14.38'de gösterilen devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ 'yi bulunuz.



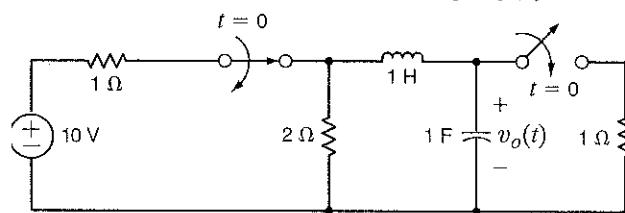
Şekil P14.38

14.39 Şek.P14.39'daki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



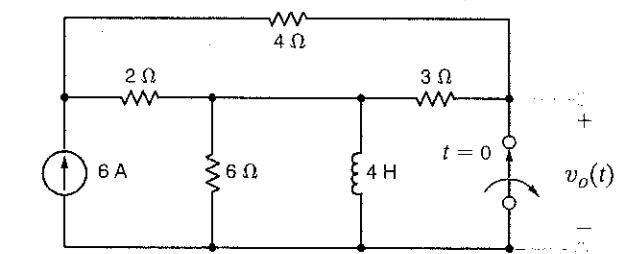
Şekil P14.39

14.40 Şek.P14.40'da gösterilen devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



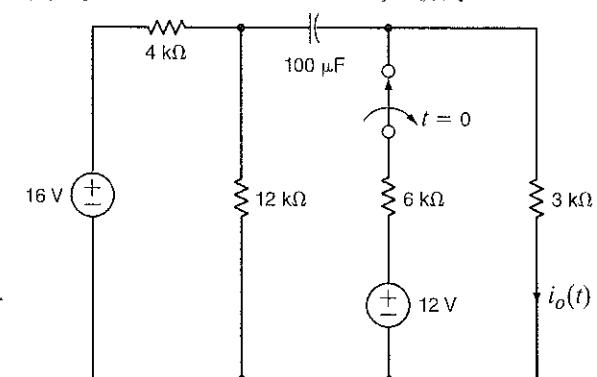
Şekil P14.40

14.41 Şek.P14.41'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



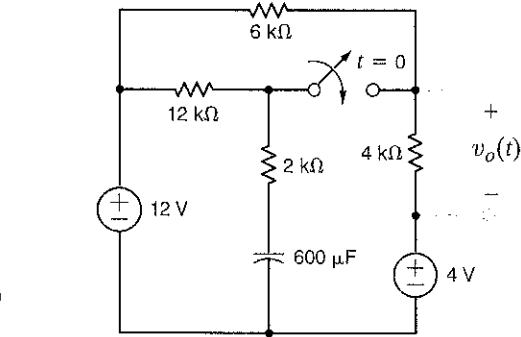
Şekil P14.41

14.42 Şek.P14.42'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ 'yi bulunuz.



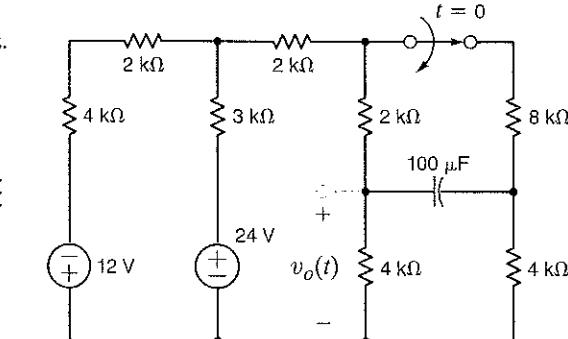
Şekil P14.42

14.43 Şek.P14.43'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



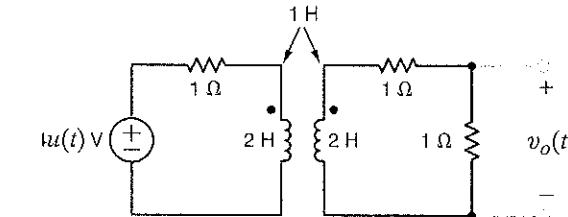
Şekil P14.43

14.44 Şek.P14.44'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



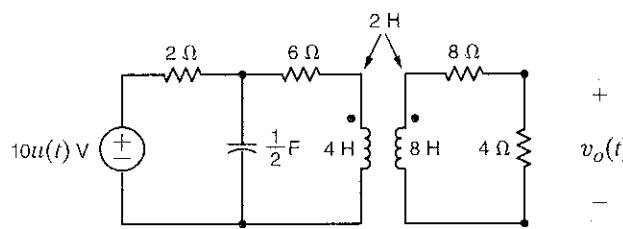
Şekil P14.44

14.45 Şek.P14.45'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



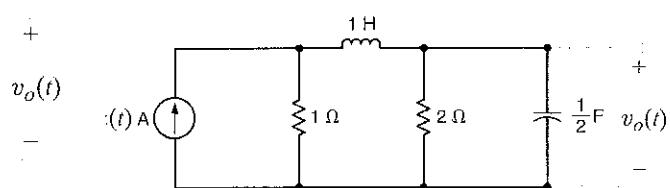
Şekil P14.45

14.46 Şek.P14.46'daki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



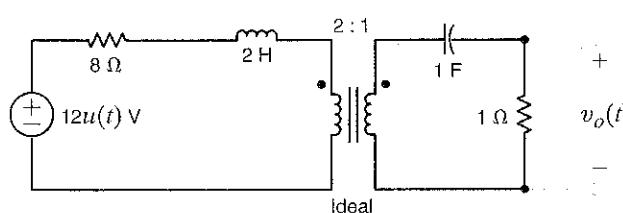
Şekil P14.46

14.50 Şekil P14.50'de verilen devrenin, $t \rightarrow \infty$ 'a giderken çıkış gerilim değerini belirleyiniz.



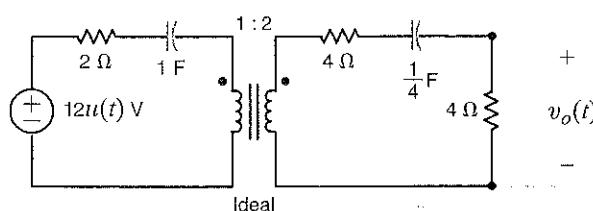
Şekil P14.50

14.47 Şek.P14.47'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



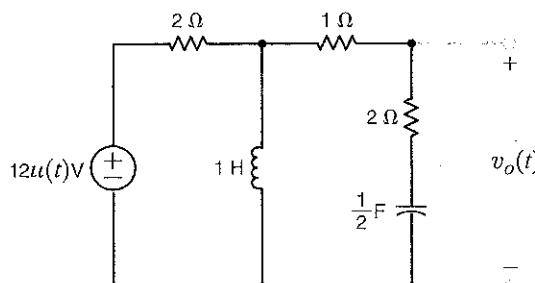
Şekil P14.47

14.48 Şek.P14.48'deki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



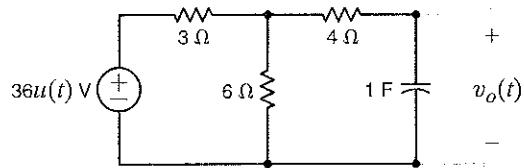
Şekil P14.48

14.49 Şekil P14.49'da gösterilen devre için $t \rightarrow \infty$ 'a giderken çıkış geriliminin değerini belirleyiniz.



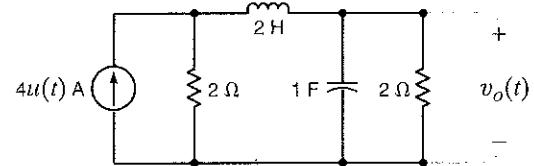
Şekil P14.49

14.51 Şekil P14.51'deki devrede $v_o(t)$ geriliminin başlangıç ve son değerini belirleyiniz.



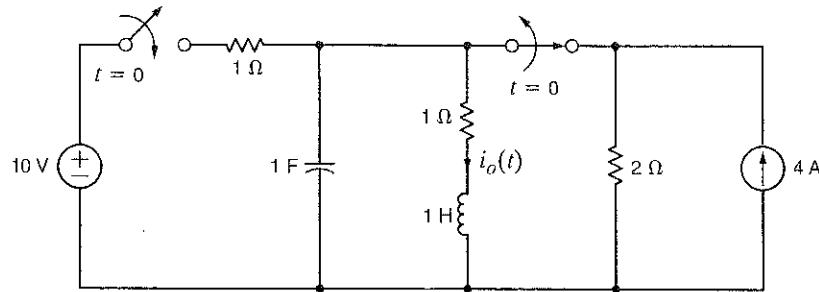
Şekil P14.51

14.52 Şekil P14.52'deki devrede $v_o(t)$ geriliminin başlangıç ve son değerini belirleyiniz.



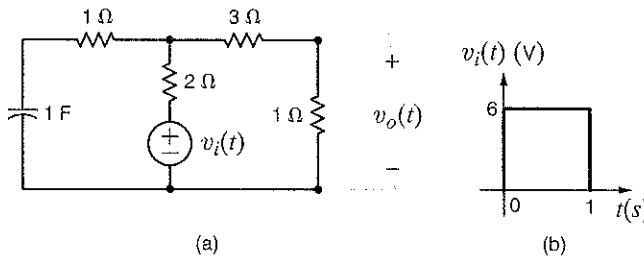
Şekil P14.52

14.53 Şekil P14.53'teki devrede $i_o(t)$ akımının başlangıç ve son değerini bulunuz.



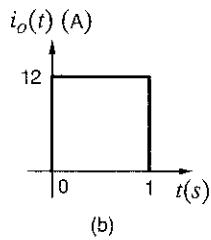
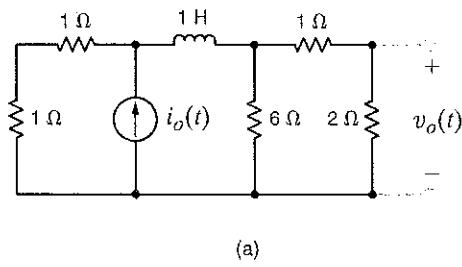
Şekil P14.53

14.54 Girişin Şekil P14.54b'deki kaynak tarafından sağlanması durumunda Şekil P14.54a'daki devrede $v_o(t)$ çıkış gerilimini belirleyiniz.



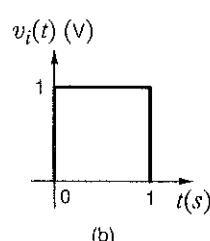
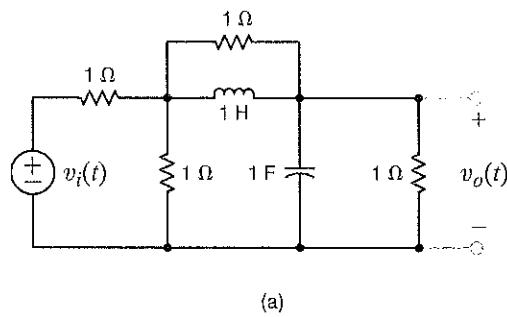
Şekil P14.54

14.55 Girişin Şekil P14.55b'de gösterilen dalga şekli ile temsil edilmesi durumunda Şek.P14.55a'da gösterilen devrenin $t > 0$ için $v_o(t)$ çıkış gerilimini bulunuz.



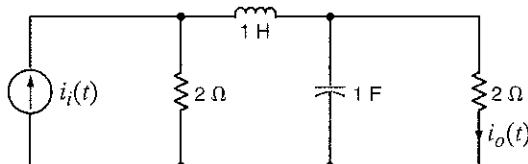
Şekil P14.55

14.56 Girişin Şekil P14.56b'de tanımlanan kaynak tarafından sağlanması durumu için Şek.P14.56a'da gösterilen devrenin $v_o(t)$ çıkış gerilimini belirleyiniz.



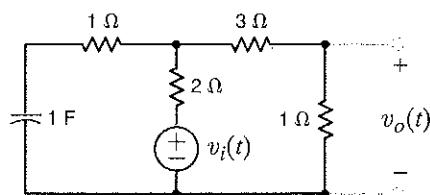
Şekil P14.56

- 14.57 Şekil P14.57'de gösterilen devrenin $I_o(s)/I_i(s)$ transfer fonksiyonunu belirleyiniz.



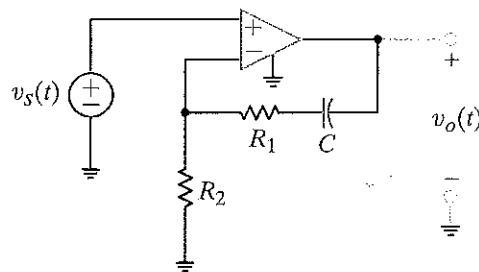
Şekil P14.57

- 14.58 Şekil P14.58'de gösterilen devrenin $V_o(s)/V_i(s)$ transfer fonksiyonunu bulunuz.



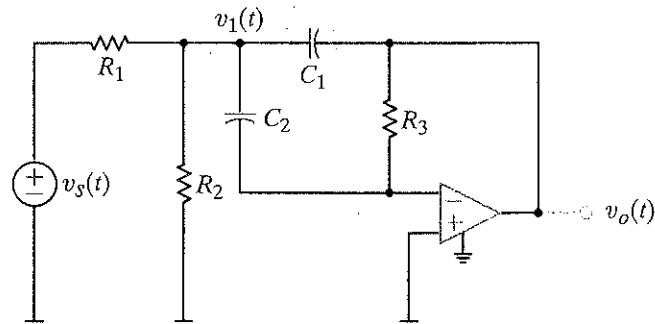
Şekil P14.58

- 14.59 Şekil P14.59'da gösterilen devrenin transfer fonksiyonunu bulunuz.



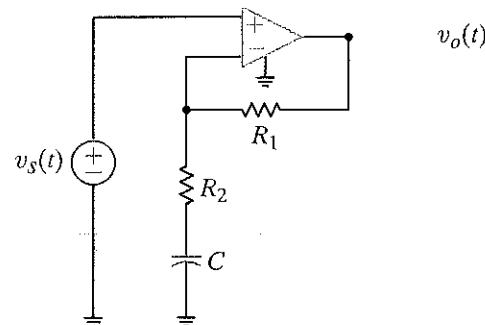
Şekil P14.59

- 14.62 Şekil P14.62'deki devrenin transfer fonksiyonunu bulunuz.



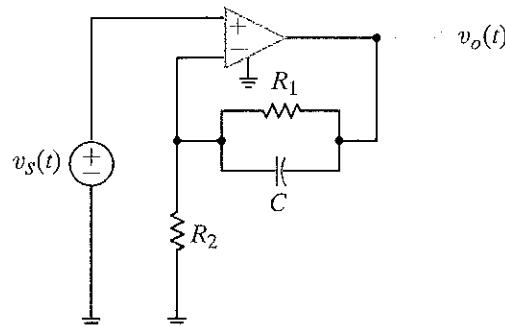
Şekil P14.62

- 14.60 Şekil P14.60'da gösterilen devrenin transfer fonksiyonunu bulunuz.



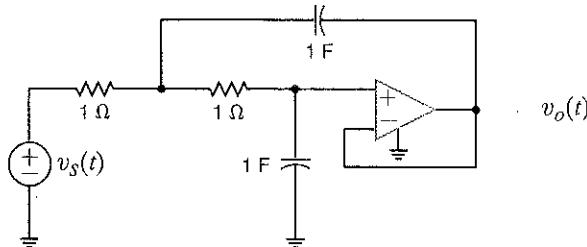
Şekil P14.60

- 14.61 Şekil P14.61'deki devrenin transfer fonksiyonunu bulunuz.



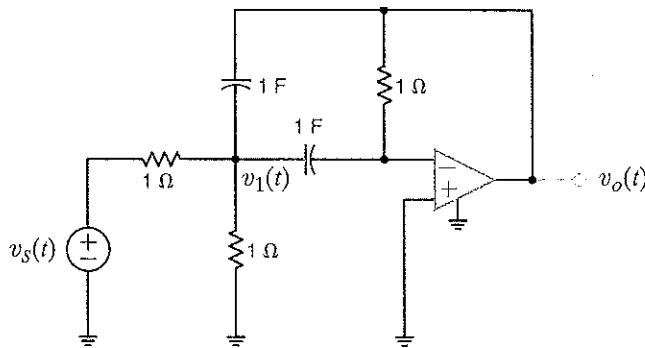
Şekil P14.61

- 14.63** Şekil P14.63'teki devrenin transfer fonksiyonunu bulunuz. Devreye bir basamak fonksiyonu uygulanırsa tepki, aşırı sökümlü mü, eksik sökümlü mü yoksa kritik sökümlü mü olacaktır?



Şekil P14.63

- 14.64** Şekil P14.64'te gösterilen devrenin transfer fonksiyonunu belirleyiniz. Eğer devreye basamak fonksiyonu uygulanırsa bu durumda devre ne tip bir sökümlü gösterecektir?



Şekil P14.64

- 14.65** Birim basamak girişine devrenin gerilim tepkisi

$$V_o(s) = \frac{2(s+1)}{s(s^2 + 10s + 25)}$$

şeklindedir. Tepki aşırı sökümlü müdür?

- 14.66** Devrenin transfer fonksiyonu aşağıdaki ifade ile verilmiştir.

$$G(s) = \frac{100s}{s^2 + 13s + 40}$$

Devrenin göstereceği sökümlü oranını, sökümsüz doğal frekanstı ve tepki tipini belirleyiniz.

- 14.67** Devrenin transfer fonksiyonu aşağıdaki ifade ile verilmiştir.

$$G(s) = \frac{100s}{s^2 + 22s + 40}$$

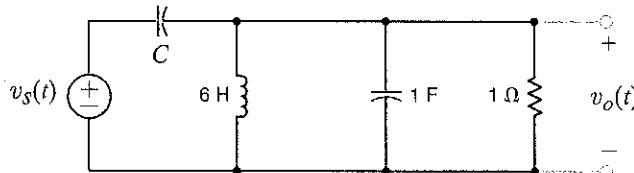
Devrenin göstereceği sökümlü oranını, sökümsüz doğal frekanstı ve tepki tipini belirleyiniz.

- 14.68** Birim basamak girişine bir devrenin gerilim tepkisi

$$V_o(s) = \frac{10}{s(s^2 + 8s + 18)}$$

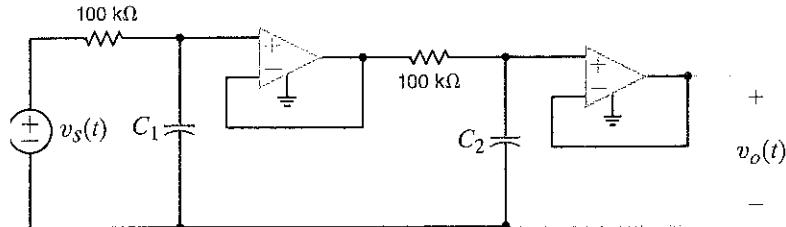
şeklindedir. Tepki kritik sökümlü müdür?

- 14.69** Şekil P14.69'daki devrede, kritik sökümlü için C 'nin değerini seçiniz.



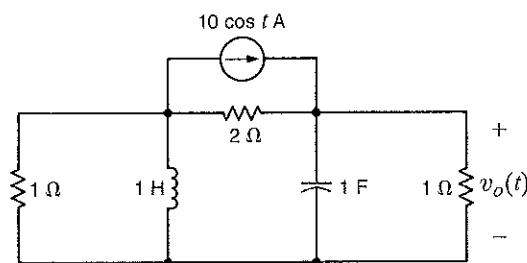
Şekil P14.69

- 14.70** Şekil P14.70'deki süzgeçte kutupları $s = -2$ ve $s = -5$ rad/s'ye yerleştirmek için C_1 ve C_2 değerlerini seçiniz.



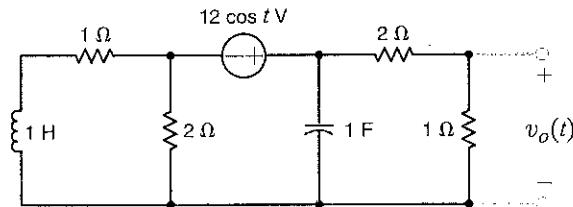
Şekil P14.70

- 14.71** Şekil P14.71'de gösterilen devrenin $v_o(t)$ kalıcı durum tepkisini bulunuz.



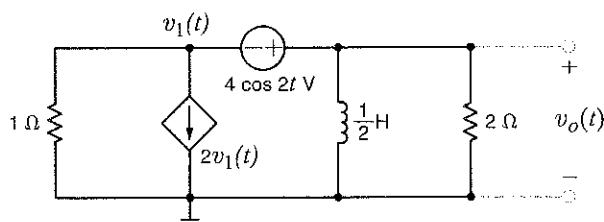
Şekil P14.71

- 14.72** Şekil P14.72'deki devrenin $v_o(t)$ kalıcı durum tepkisini bulunuz.



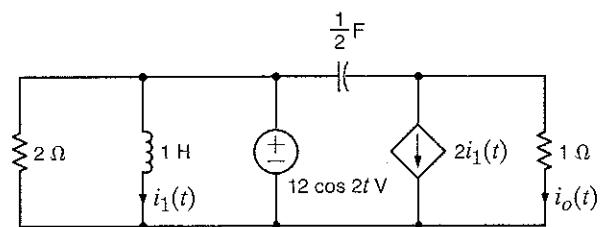
Şekil P14.72

- 14.73** Şekil P14.73'te gösterilen devrenin $v_o(t)$ kalıcı durum tepkisini belirleyiniz.



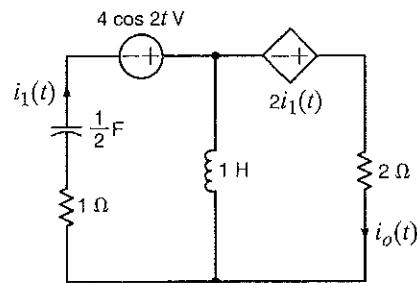
Şekil P14.73

- 14.74** Şekil P14.74'te gösterilen devrenin $i_o(t)$ kalıcı durum tepkisini belirleyiniz.



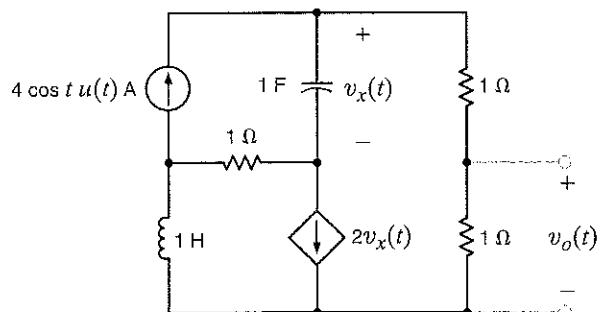
Şekil P14.74

- 14.75** Şekil P14.75'te gösterilen devrenin $i_o(t)$ kalıcı durum tepkisini belirleyiniz.



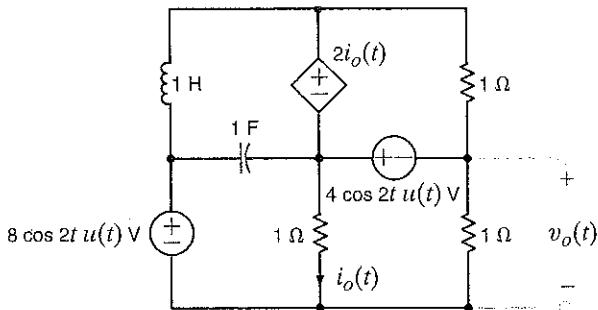
Şekil P14.75

- 14.76** Şekil P14.76'da gösterilen devrede, $t > 0$ için $v_o(t)$ kalıcı durum tepkisini bulunuz.



Şekil P14.76

14.77 Şekil P14.77'deki devrede, $t > 0$ için $v_o(t)$ kalıcı durum tepkisini bulunuz.



Şekil P14.77

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

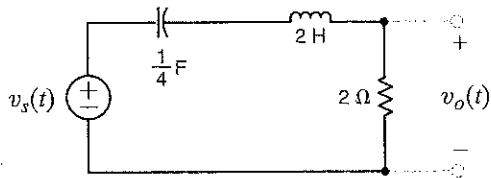
14ÇSS-1 Tek-gözülü ikinci mertebeden bir devre aşağıdaki diferansiyel denklemle tanımlanmaktadır:

$$2\frac{dv^2(t)}{dt^2} + 4\frac{dv(t)}{dt} + 4v(t) = 12u(t) \quad t > 0$$

Toplam (doğal artı zorlanılmış) tepkinin doğru formu aşağıdakilerden hangisidir?

- a. $v(t) = K_1 + K_2 e^{-t}$
- b. $v(t) = K_1 \cos t + K_2 \sin t$
- c. $v(t) = K_1 + K_2 t e^{-t}$
- d. $v(t) = K_1 + K_2 e^{-t} \cos t + K_3 e^{-t} \sin t$

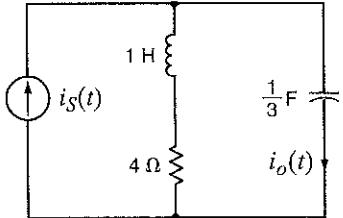
14ÇSS-2 Şekil 14ÇSS-2'deki devrede tüm başlangıç koşulları sıfırsa $V_o(s)/V_s(s)$ transfer fonksiyonunu bulunuz:



Şekil 14ÇSS-2

- a. $\frac{s+1}{s^2+4s+6}$
- b. $\frac{s}{s^2+2s+5}$
- c. $\frac{s}{s^2+s+2}$
- d. $\frac{s+2}{s^2+5s+8}$

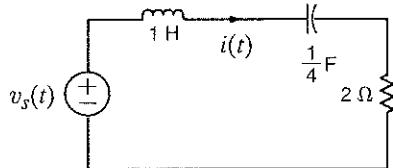
14ÇSS-3 Şekil 14ÇSS-3'teki devrede başlangıç koşulları sıfırdır. $I_o(s)/I_s(s)$ transfer fonksiyonunu bulunuz.



Şekil 14ÇSS-3

- a. $\frac{s(s+4)}{s^2+4s+3}$
- b. $\frac{s+2}{s^2+3s+1}$
- c. $\frac{s}{s^2+5s+7}$
- d. $\frac{s+3}{s^2+2s+10}$

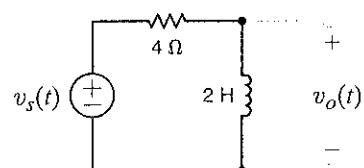
14ÇSSE-4 Şekil 14ÇSS-4'teki devrede $I_o(s)$ 'yi bulmak için Laplace dönüşümlerini kullanınız. $v_s(t) = 4 \cos t$ $u(t)$ ve başlangıç koşullarını sıfır varsayıınız.



Şekil 14ÇSSE-4

- a. $\frac{2s}{s^2 + 4s + 5}$
- b. $\frac{4s^2}{(s^2 + 1)(s^2 + 2s + 4)}$
- c. $\frac{2s^2}{s^2 + 7s + 9}$
- d. $\frac{4s}{(s^2 + 1)(s^2 + 3s + 5)}$

14ÇSSE-5 Şekil 14ÇSS-5'teki devrede indüktör akımının başlangıç değerini sıfır kabul ederek $V_o(s)/V_s(s)$ transfer fonksiyonunu bulunuz.



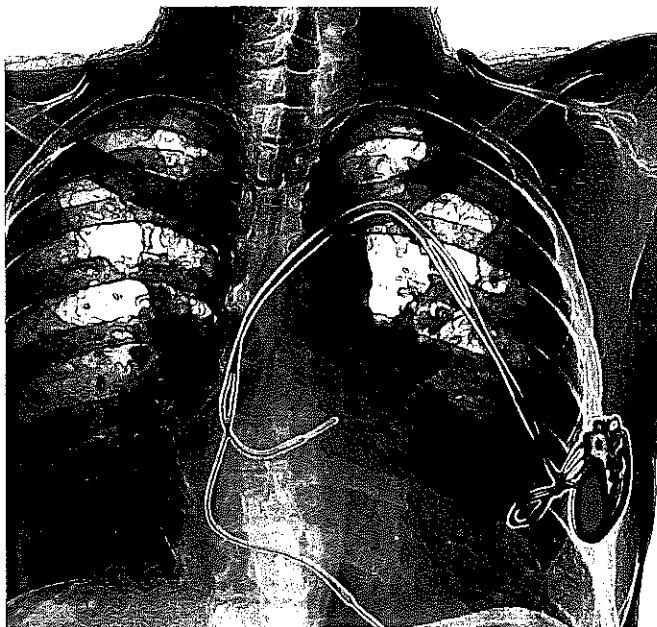
Şekil 14ÇSSE-5

- a. $\frac{s}{s^2 + 1}$
- b. $\frac{s^2}{2s + 5}$
- c. $\frac{s^2}{s + 8}$
- d. $\frac{s}{s + 2}$

BÖLÜM

15

FOURIER ANALİZ TEKNİKLERİ



Du Cane Tıbbi Görüntüleme Şti./Fotoğraf Araştırmacıları.

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI:

- Periyodik bir işaretin trigonometrik ve üstel Fourier serisini belirleyebilmek ve dalga şekli simetrisinin trigonometrik bir Fourier serisinin katsayıları üzerindeki etkisini anlayabilmek
- Periyodik bir gerilim veya akım işaretini ile uyarılan bir elektrik devresinin kalıcı durum tepkisini hesaplayabilmek
- Periyodik bir gerilim veya akım işaretini ile uyarılan bir elektrik devresinde ortalama gücün nasıl hesaplanacağını öğrenmek
- Elektrik devrelerinin analizinde yaygın olarak kullanılan işaretlerin Fourier dönüşüm çiftlerini belirleyebilmek ve bir elektrik devresinin tepkisini hesaplamak için Fourier dönüşümünü kullanabilmek
- Parseval teoremini uygulayabilmek

Kaşlar için Yapay Kalp Pilleri Mutluluğu elde etmek için Oz Büyücüsü'ndeki teneke adam sadece bir kaşbe ihtiyacı olduğunu düşünmekteydi –fakat sağlıklı bir kalbe. Kaşların çoğu sağlıklıdır ve doğal bir kalp piline sahiptir. Düzensiz kalp atışı veya kalp bloğu olanlar, yeterli bir kalp atış hızına sahip olmak için yapay kalp pillerine ihtiyaç duyabilir. Kalp atışını düzenleyen bu kalp pillerinde elektriksel dörtüler vermek amacıyla kalp kasına temas eden elektrotlar vardır. Bireysel hastalar için optimum hız denetim modu, haricî olarak bir mikrodenetleyici içine programlanabilir. Uyarıcı sinyaller ya kısa bir aralıkta periyodik dörtüler (kalp pili) ya

da şoklayarak kalbi kararlı duruma getiren ani darbeler şeklindedir (defibrilatör). Yapay kalp pili ve defibrilatör vücut içine yerleştirilebilen tek bir cihaz içine siğdirilabilir.

Kalp pilleri tek-odalı, çift-odalı veya hız-duyarlı olabilir. Tek-odalı ünitede kulakçık veya karınçık tek bir elektroda sahiptir; çift-odalı ünitelerde senkronizasyonu iyileştirmek için her odada elektrotlar vardır. Hız-duyarlı kalp pilinde, algılayıcılar vücut aktivitelerini algılar ve otomatik olarak kalp ritmini ayarlar. Kalp pili içerisinde bir lityum batarya, algılayıcı bir yükselteç, mantıksal devreler ve elektrotlara ritim sinyali gönderen bir çıkış devresi bulunur.

Bu bölüm sizlere dinamik sistemlerde periyodik veya periyodik olmayan gerilim ve akımların tepkilerini bulmak için temel frekans teknikleri olan Fourier serisini ve Fourier dönüşümlerini sunmaktadır. Fourier serisi periyodik işaretleri tanımlar. Fourier serisinin üç formunu, simetri özelliklerini ve ana frekanstaki güç spektrumları ile harmoniklerini göz önüne alacağız. Fourier dönüşümleri periyodik olmayan iş-

aretleri tanımlar. Fourier dönüşümlerini, kaynak ve devrelerin zaman düzlemi gösterimlerine ilişkin Laplace dönüşümlerinin bir uzantısı olarak işleyeceğiz. Bozulmuş bir kalp atışını korumanı veya durmuş bir kalbi yeniden çalıştırmanın anahtarını, yaşayan bir kişiyle tümlüşük olan hassas bir organa, uygun periyodik veya periyodik olmayan gerilim göndermektir. Çok az sistemler bunun gibi dinamik veya önemlidir.

15.1

Fourier Serisi

Periyodik bir fonksiyon t 'nin her değeri için aşağıdaki bağıntıyı sağlayan fonksiyondur:

$$f(t) = f(t + nT_0), \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

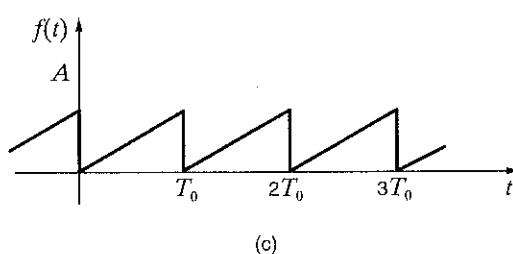
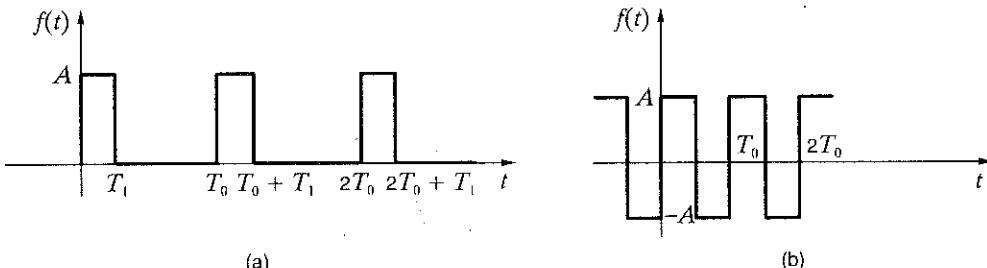
Burada T_0 periyottur. Önceki bölümlerde göstermiş olduğumuz gibi, sinyoidal fonksiyon çok önemli bir periyodik fonksiyondur. Bununla birlikte, diğer birçok periyodik fonksiyon da geniş uygulamalara sahiptir. Örneğin, laboratuvarlarda kullanılan sinyal üreteçleri, devreleri test etmede kullanılan ve sırasıyla Şekil 15.1a ve b'de gösterilen darbe dizisi ve kare dalga işaretler üretir. Diğer bir laboratuvar aleti osiloskop ve katot ışın tüp yüzeyinin karşısındaki elektron demetlerinin süpürülmesi Şekil 15.1c'de gösterilen üçgen bir işaret formu ile kontrol edilir.

Araştıracığımız teknikler Jean Baptiste Fourier'in çalışması üzerine dayanmaktadır. Analizimizi elektrik devrelerine sınırlandıracak olmamızla rağmen tekniklerin çok geniş kapsamındaki mühendislik problemlerine uygulanabilir olduğunu vurgulamak önemlidir. Gerçekte burada sunulacak tekniklere öncülük eden çalışma, Fourier'in ısı akışındaki çalışması olmuştur.

Fourier çalışmasında, bir $f(t)$ periyodik fonksiyonun sinyoidal fonksiyonların bir toplamı olarak ifade edilebildiğini göstermiştir. Ayrıca, bir periyodik fonksiyon doğrusal olarak bağımsız fonksiyonların bir toplamı olarak ifade edilirse toplamındaki her fonksiyon aynı periyoda sahip olacak şekilde periyodik olmalıdır. Dolayısıyla, $f(t)$ fonksiyonu aşağıdaki yapıda ifade edilebilir:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n) \quad 15.1$$

Şekil 15.1
Bazı yararlı periyodik işaretler.



Burada $\omega_0 = 2\pi/T_0$ olsun a_0 işaretin ortalama değeridir. Bu ifadeyi incelersek bu ifadenin T_0 periyoduna sahip periyodik tüm sinüzoidal dalga şekillerini içerdigini görürüz. Örneğin, $n = 1$ için, bir periyodun süresi T_0 saniyedir ve $D_1 \cos(\omega_0 t + \theta_1)$ ana bileşen olarak adlandırılır. $n = 2$ için, T_0 saniyesi içine 2 periyot siğar ve $D_2 \cos(2\omega_0 t + \theta_2)$ terimi ikinci harmonik olarak adlandırılır. Genel olarak, $n = k$ için, T_0 saniyesi içine k periyot siğar ve $D_k \cos(k\omega_0 t + \theta_k)$ terimi k . harmonik terimi olarak adlandırılır.

$\cos(n\omega_0 t + \theta_k)$ fonksiyonu Euler özdeşliğini kullanarak üstel formda veya Bölüm 8'de gösterildiği gibi $\cos n\omega_0 t$ formunda kosinus ve $\sin n\omega_0 t$ formunda sinüs terimlerinin bir toplamı olarak yazılabildiğinden dolayı Eş. (15.1)'deki seri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad 15.2$$

Zaman düzlemi ve frekans düzlemi arasında dönüşümü gerçel böltümlere uygulayarak $f(t)$ aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re}[(D_n / \theta_n) e^{jn\omega_0 t}] \quad 15.3$$

$$= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re}(2c_n e^{jn\omega_0 t}) \quad 15.4$$

$$= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re}[(a_n - jb_n) e^{jn\omega_0 t}] \quad 15.5$$

$$= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad 15.6$$

Bu denklemler Fourier serisini birkaç eşdeğer formda yazmamıza izin verir. n . harmonik fazör yapısında şu biçimde ifade edilebilir:

$$D_n / \theta_n = 2c_n = a_n - jb_n \quad 15.7$$

Biz sinüzoidal olmayan periyodik bir işareti, karmaşık üstel fonksiyonların toplamı olarak ifade edeceğiz. Euler özdeşliği sinüs ve kosinüslerin toplamına eşit olduğundan dolayı bu yaklaşımı kullanabilmektediyiz. Dolayısıyla böyle bir sistemin tepkisini belirlemek için (1) doğrusal sistemlerin superpozisyon özelliğini ve (2) zamanla değişmeyen doğrusal bir sistemin ω_0 frekanslı bir sinüzoidal girişe karşı kalıcı durum tepkisinin aynı frekanslı bir sinüzoidal fonksiyon olduğu bilgisini kullanacağız.

Sinüzoidal olmayan periyodik bir işaretin bir Fourier serisi ile temsil edilebildiği durumu açıklaymak için Şekil 15.2a'da gösterilen periyodik fonksiyonu göz önüne alınız. Orijinal fonksiyonu elde etmek için seride belirli sayıdaki terimleri kullanmanın etkisini Şekil 15.2b'de görebiliriz. Kullanılan terim sayısı artıkça serinin orijinal fonksiyona daha çok yaklaşmasına dikkat ediniz.

ÜSTEL FOURIER SERİSİ Fiziksel olarak gerçekleştirilebilir herhangi periyodik işaret $t_1 < t < t_1 + T_0$ aralığında üstel Fourier serisi ile temsil edilebilir:

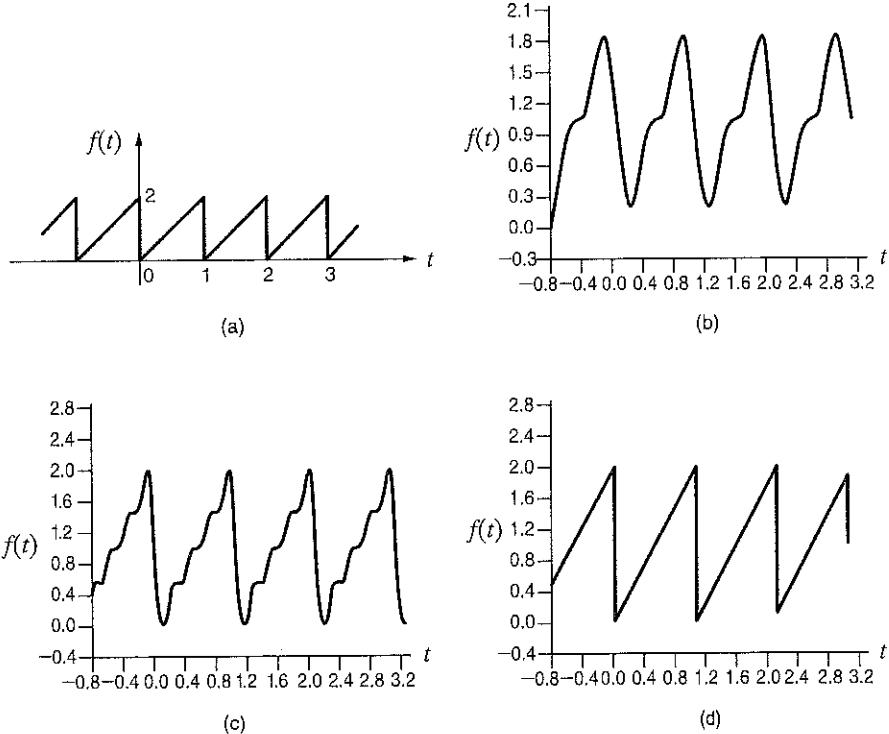
$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad 15.8$$

Burada c_n karmaşık (fazör) Fourier katsayılarıdır. Bu katsayılar aşağıdaki şekilde türetilir. Eş. (15.8)'in her iki tarafını $e^{-jk\omega_0 t}$ ile çarparak ve t_1 'den $t_1 + T_0$ 'a integral alarak aşağıdaki sonucu elde ederiz:

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt &= \int_{t_1}^{t_1+T_0} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \right) e^{-jk\omega_0 t} dt \\ &= c_k T_0 \end{aligned}$$

Şekil 15.2

Periyodik fonksiyon (a) ve onun belli bir sayıda Fourier serisi terimi ile gösterimi, (b) 2 terim, (c) 4 terim, (d) 100 terim.



Bu eşitliği türetirken aşağıdaki denklikten yararlanılır:

$$\int_{t_1}^{t_1+T_0} e^{i(n-k)\omega_0 t} dt = \begin{cases} 0 & n \neq k \\ T_0 & n = k \end{cases}$$

Fourier katsayıları aşağıdaki denklem ile tanımlanır:

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) e^{-j n \omega_0 t} dt \quad 15.9$$

Aşağıdaki örnek, periyodik bir işaretin üstel bir Fourier serisi ile nasıl ifade edilebileceğini açıklamaktadır.

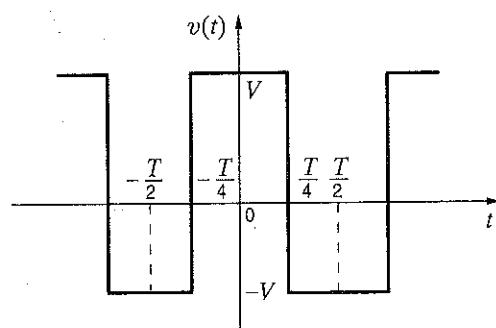
ÖRNEK

15.1

Şekil 15.3

Periyodik gerilim dalga şekli.

Şekil 15.3'te gösterilen periyodik gerilim dalga şeklinin üstel Fourier serisini belirlemek istiyoruz.



Fourier katsayıları, Es. (15.9) kullanılarak dalga şeklinin tam bir periyot boyunca integrali alınarak bulunabilir:

$$\begin{aligned}
 c_n &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{-T/4} -Ve^{-jn\omega_0 t} dt \\
 &\quad + \int_{-T/4}^{T/4} Ve^{-jn\omega_0 t} dt + \int_{T/4}^{T/2} -Ve^{-jn\omega_0 t} dt \\
 &= \frac{V}{jn\omega_0 T} \left[+e^{-jn\omega_0 t} \Big|_{-T/2}^{-T/4} - e^{-jn\omega_0 t} \Big|_{-T/4}^{T/4} + e^{-jn\omega_0 t} \Big|_{T/4}^{T/2} \right] \\
 &= \frac{V}{jn\omega_0 T} (2e^{jn\pi/2} - 2e^{-jn\pi/2} + e^{-j\pi} - e^{+j\pi}) \\
 &= \frac{V}{n\omega_0 T} \left[4 \sin \frac{n\pi}{2} - 2 \sin(n\pi) \right] \\
 &= 0 \quad n' nin çift değerleri için \\
 &= \frac{2V}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \quad n' nin tek değerleri için
 \end{aligned}$$

c_0 , dalga şeklinin ortalama değerine karşılık gelir. Bu terim c_n 'nin orijinal denklemini kullanarak hesaplanabilir. Bu yüzden:

$$\begin{aligned}
 c_0 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t) dt \\
 &= \frac{1}{T} \left[\int_{-\frac{T}{2}}^{-\frac{T}{4}} -V dt + \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} V dt + \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} -V dt \right] \\
 &= \frac{1}{T} \left[-\frac{VT}{4} + \frac{VT}{2} - \frac{VT}{4} \right] = 0
 \end{aligned}$$

Bundan dolayı:

$$v(t) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} \frac{2V}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} e^{jn\omega_0 t}$$

Bu denklem aşağıdaki gibi yazılabılır:

$$\begin{aligned}
 v(t) &= \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} \frac{2V}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} e^{jn\omega_0 t} + \sum_{\substack{n=-1 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} \frac{2V}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} e^{jn\omega_0 t} \\
 &= \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} \left(\frac{2V}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \right) e^{jn\omega_0 t} + \left(\frac{2V}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \right)^* e^{-jn\omega_0 t}
 \end{aligned}$$

Bir sayının karmaşık eşleniği ile toplanması o sayının greçel kısmının iki katına eşit olacağından dolayı, $v(t)$ aşağıdaki gibi yazılabılır:

$$v(t) = \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} 2 \operatorname{Re} \left(\frac{2V}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} e^{jn\omega_0 t} \right)$$

veya

$$v(t) = \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} \frac{4V}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \cos n\omega_0 t$$

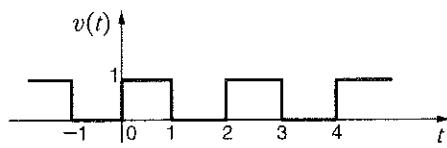
Bu sonucun aynısının $-T/4$ 'ten $+3T/4$ 'e kadar integral alınarak da elde edilebileceğini not ediniz.

ÜSTEL FOURIER SERİSİ

E15.1 Şekil E15.1'deki dalga şeklinin Fourier katsayılarını bulunuz.

YANIT:

$$c_n = \frac{1 - e^{-jn\pi}}{j2\pi n}; c_0 = \frac{1}{2}.$$

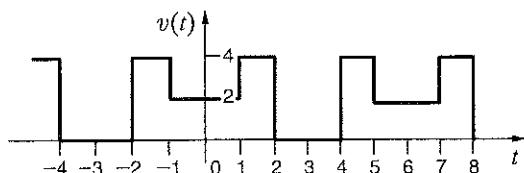


Şekil E15.1

E15.2 Şekil E15.2'deki dalga şeklinin Fourier katsayılarını bulunuz.

YANIT:

$$c_n = \frac{2}{n\pi} \left(2 \sin \frac{2\pi n}{3} - \sin \frac{n\pi}{3} \right); c_0 = 2.$$

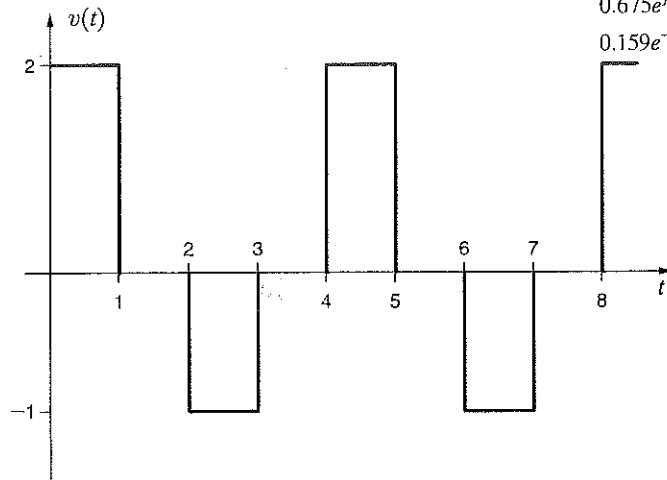


Şekil E15.2

E15.3 Şekil E15.3'te gösterilen dalga şeklinin üstel Fourier serisini bulunuz.

YANIT:

$$v(t) = \dots + 0.225e^{j135^\circ}e^{-j1.5\pi t} + 0.159e^{j90^\circ}e^{-j\pi t} + 0.675e^{j45^\circ}e^{-j0.5\pi t} + 0.25 + 0.675e^{-j45^\circ}e^{j0.5\pi t} + 0.159e^{-j90^\circ}e^{j\pi t} + 0.225e^{-j135^\circ}e^{j1.5\pi t} + \dots V.$$



Şekil E15.3

TRİGONOMETRİK FOURIER SERİSİ Fourier serisinin diğer bir şeklini inceleyelim.

$$2c_n = a_n - jb_n$$

15.10

olduğundan dolayı $2c_n$ niceliğini inceleyip gerçel ve sanal kısımlarına ayıracagız. Eş. (15.9)'u kullanarak

$$2c_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad 15.11$$

buluruz. Euler özdeşliğini kullanarak, bu denklemi aşağıdaki formda yazabiliriz:

$$2c_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) (\cos n\omega_0 t - j \sin n\omega_0 t) dt$$

$$= \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) \cos n\omega_0 t dt - j \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) \sin n\omega_0 t dt$$

Eş. (15.10)'dan aşağıdaki ifadeler elde edilebilir:

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) \cos n\omega_0 t \, dt \quad 15.12$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) \sin n\omega_0 t \, dt \quad 15.13$$

Bunlar Eş. (15.6)'da tanımlanan ve *trigonometrik Fourier serisi* olarak adlandırdığımız Fourier serisinin katsayılarıdır. Bu denklemler birçok kitapta kosinus ve sinüs fonksiyonlarının diklik özelliklerini kullanarak doğrudan türetilir. Şimdi c_n , a_n , b_n 'yi hesaplayabiliriz ve

$$2c_n = D_n / \theta_n \quad 15.14$$

olduğundan dolayı Eş. (15.1)'de tanımlanan *kosinus Fourier serisinin* katsayılarını türetebiliriz. Özellikle Fourier serisinin bu şekli, fonksiyonun her harmoniğini fazör olarak temsil etmemize olanak sağladığından dolayı faydalıdır.

Eş. (15.9)'dan, a_0 olarak yazılan, c_0 'nın

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) \, dt \quad 15.15$$

olarak yazılabeceğine dikkat ediniz. Bu değer, $f(t)$ işaretinin ortalama değeridir ve çoğunlukla doğrudan dalga şeklinde elde edilebilir.

SİMETRİ VE TRİGONOMETRİK FOURIER SERİSİ Bir işaret belli simetri özellikleri gösteriyorsa Fourier katsayılarının hesabını basitleştirmek için bu özelliklerin avantajlarından yararlanabiliz. Üç tip simetri vardır: (1) çift fonksiyon simetrisi, (2) tek fonksiyon simetrisi ve (3) yarımdalga simetrisi.

Çift Fonksiyon Simetrisi

Bir fonksiyon

$$f(t) = f(-t) \quad 15.16$$

özellikini sağlıyorsa bu fonksiyon çift fonksiyon olarak adlandırılır. Çift bir fonksiyon düşey eksene göre simetiktir ve bunun en iyi örneği $\cos n\omega_0 t$ fonksiyonudur. Şekil 15.3'teki dalga şeklinin de çift fonksiyon simetrisi gösterdiğine dikkat ediniz. Şimdi fonksiyonun Eş. (15.16)'daki ifadeyi sağlaması durumu için Fourier katsayılarının ifadelerinin nasıl olması gerektiğini belirleyelim.

Eş. (15.15)'te $t_1 = -T_0/2$ alırsak

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t) \, dt$$

elde ederiz. Bu da, aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^0 f(t) \, dt + \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \, dt$$

İlk integraldeki değişkeni değiştirirsek (yani $t = -x$ yazarsak) o zaman $f(-x) = f(x)$, $dt = -dx$ ve integralin sınırları $x = T_0/2$ 'den 0'a kadar olur. Bundan dolayı, önceki denklem

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T_0} \int_{T_0/2}^0 f(x)(-dx) + \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \, dt \\ &= \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(x) \, dx + \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \, dt \\ &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \, dt \end{aligned} \quad 15.17$$

şeklini alır. Diğer Fourier katsayıları benzer şekilde türetilir. a_n katsayısı

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^0 f(t) \cos n\omega_0 t dt + \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \cos n\omega_0 t dt$$

şeklinde yazılabilir. Eş. (15.17)'deki gibi değişken değişimini uygulayarak önceki denklemi aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T_0} \int_{T_0/2}^0 f(x) \cos(-n\omega_0 x)(-dx) + \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \cos n\omega_0 t dt \\ &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(x) \cos n\omega_0 x dx + \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \cos n\omega_0 t dt \\ a_n &= \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \cos n\omega_0 t dt \end{aligned} \quad 15.18$$

Bir kez daha, önceki işlemleri takip ederek, b_n katsayısı için aşağıdaki denklemi yazabiliriz:

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^0 f(t) \sin n\omega_0 t dt + \int_0^{T_0/2} f(t) \sin n\omega_0 t dt$$

Önceden uygulanan değişken değişimi

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T_0} \int_{T_0/2}^0 f(x) \sin(-n\omega_0 x)(-dx) + \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \sin n\omega_0 t dt \\ &= -\frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(x) \sin n\omega_0 x dx + \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \sin n\omega_0 t dt \\ b_n &= 0 \end{aligned} \quad 15.19$$

sonucunu verir.

Önceki analiz, çift periyodik bir fonksiyonun Fourier serisinin sadece sabit terimi ve kosisinus terimlerini içerdigini göstermektedir. Bu yüzden, $f(t)$ çift ise, $b_n = 0$ olur ve Eş. (15.10) ve (15.14)'ten, c_n gerçel ve θ_n ise 180° 'nin katları şeklinde olur.

Tek-Fonksiyon Simetrisi Bir fonksiyon

$$f(t) = -f(-t) \quad 15.20$$

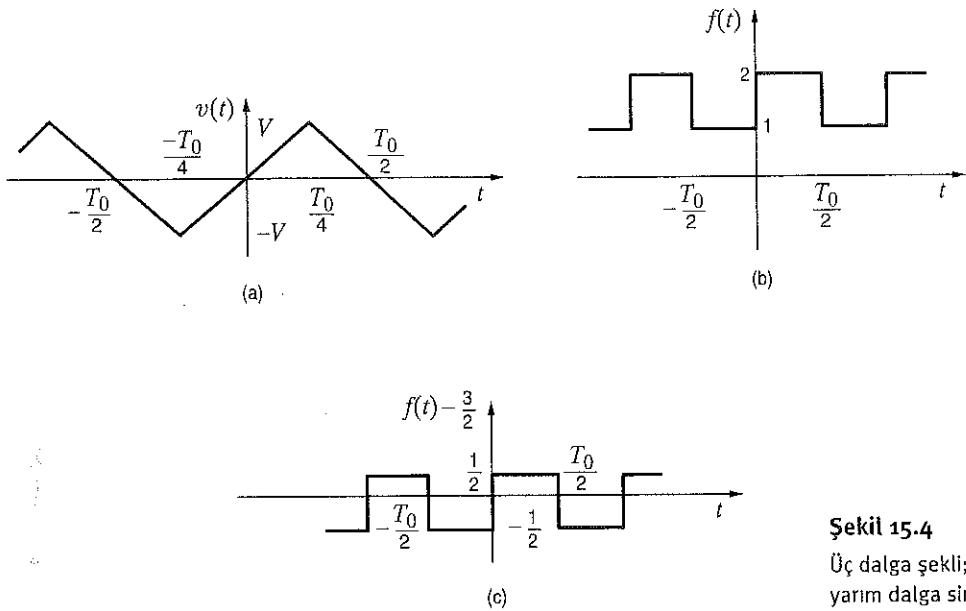
özellikini sağlıyorsa tek fonksiyon olarak adlandırılır. Tek fonksiyona bir örnek olarak $\sin n\omega_0 t$ 'yi verebiliriz. Diğer bir örnek Şekil 15.4'a daki dalga şeklidir. Eş. (15.17)'den (15.19)'a kadarki matematiksel işlemleri takip ederek tek bir fonksiyonun Fourier katsayılarının aşağıdaki şekilde olduğunu gösterebiliriz:

$$a_0 = 0 \quad 15.21$$

$$a_n = 0 \quad n > 0 \text{ için} \quad 15.22$$

$$b_n = \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \sin n\omega_0 t dt \quad 15.23$$

Bundan dolayı, $f(t)$ tek ise $a_n = 0$ olur ve Eş. (15.10) ve (15.14)'ten, c_n tamamen sanal ve θ_n ise 90° 'nin katları şeklinde olur.



Şekil 15.4
Üç dalga şekli; (a) ve (c)
yarımdalga simetrisine
sahiptir.

Yarım Dalga Simetrisi Bir fonksiyon

$$f(t) = -f\left(t - \frac{T_0}{2}\right) \quad 15.24$$

özelliğine sahipse fonksiyonun *yarımdalga simetrisine* sahip olduğu söylenir. Temel olarak bu denklem, her bir yarımden odun, komşu yarımden odun ters çevrilmiş bir versiyonu olduğunu belirtmektedir; yani, $-T_0/2$ 'den 0 'a kadar olan bir dalga şekli ters çevrilirse 0 'dan $T_0/2$ 'ye kadar olan dalga şekli ile aynı olur. Şekil 15.4a ve c'de gösterilen dalga şekilleri yarımdalga simetrisine sahiptir.

Bir kez daha, çift fonksiyon simetri denklemlerinin elde edilme sürecindeki $t = x + T_0/2$ değişken değişimini ve Eş. (15.24)'ü kullanan matematiksel işlemleri takip ederek Fourier katsayılarının ifadelerini türetebiliriz. Bu işlemlerin sonuçları aşağıdaki denklemlerde verilir:

$$a_0 = 0 \quad 15.25$$

$$a_n = b_n = 0 \quad n: \text{çift} \quad 15.26$$

$$a_n = \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \cos n\omega_0 t dt \quad n: \text{tek} \quad 15.27$$

$$b_n = \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \sin n\omega_0 t dt \quad n: \text{tek} \quad 15.28$$

Fourier serisi katsayılarını hesaplarken aşağıdaki denklemler sıkılıkla karşımıza çıkar:

$$\int \sin ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax$$

$$\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax$$

$$\int x \sin ax dx = \frac{1}{a^2} \sin ax - \frac{1}{a} x \cos ax$$

$$\int x \cos ax dx = \frac{1}{a^2} \cos ax + \frac{1}{a} x \sin ax$$

15.29

ÖRNEK**15.2**

Şekil 15.3'teki periyodik işaretin trigonometrik Fourier serisini bulmak istiyoruz.

ÇÖZÜM Dalga şekli çift fonksiyon simetrisi göstermektedir ve bu yüzden

$$a_0 = 0$$

$$b_n = 0 \quad n'ın tüm değerleri için$$

Dalga şekli yarımdalga simetrisi göstermektedir ve bu yüzden

$$a_n = 0 \quad n'ın çift değeri için$$

Böylece,

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{4}{T_0} \int_0^{T/2} f(t) \cos n\omega_0 t \, dt \quad n'ın tek değeri için \\ &= \frac{4}{T} \left(\int_0^{T/4} V \cos n\omega_0 t \, dt - \int_{T/4}^{T/2} V \cos n\omega_0 t \, dt \right) \\ &= \frac{4V}{n\omega_0 T} \left(\sin n\omega_0 t \Big|_0^{T/4} - \sin n\omega_0 t \Big|_{T/4}^{T/2} \right) \\ &= \frac{4V}{n\omega_0 T} \left(\sin \frac{n\pi}{2} - \sin n\pi + \sin \frac{n\pi}{2} \right) \\ &= \frac{8V}{n2\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \quad n'ın tek değeri için \\ &= \frac{4V}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \quad n'ın tek değeri için \end{aligned}$$

Okuyucu bu sonucu Örnek 15.1'de elde edilen sonuç ile karşılaştırmalıdır.

ÖRNEK**15.3**

Şekil 15.4a'da gösterilen dalga şeklinin trigonometrik Fourier serisi açılımını belirleyelim.

ÇÖZÜM Fonksiyon hem tek fonksiyon simetrisine hem de yarımdalga simetrisine sahiptir. Bu yüzden, b_n katsayısını sadece n 'nin tek değerleri için belirlemek gerekir.

$$v(t) = \begin{cases} \frac{4Vt}{T_0} & 0 \leq t \leq T_0/4 \\ 2V - \frac{4Vt}{T_0} & T_0/4 < t \leq T_0/2 \end{cases}$$

olduğunu not ediniz. Bu durumda b_n katsayıları şu biçimde olur:

$$b_n = \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/4} \frac{4Vt}{T_0} \sin n\omega_0 t \, dt + \frac{4}{T_0} \int_{T_0/4}^{T_0/2} \left(2V - \frac{4Vt}{T_0} \right) \sin n\omega_0 t \, dt$$

Bu integrallerin hesaplaması sıkıcıdır fakat kolaydır ve

$$b_n = \frac{8V}{n^2\pi^2} \sin \frac{n\pi}{2} \quad n'ın tek değerleri için$$

sonucuna ulaşılır. Böylece, Fourier serisinin açılımı şu biçimde olur:

$$v(t) = \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} \frac{8V}{n^2\pi^2} \sin \frac{n\pi}{2} \sin n\omega_0 t$$

Şekil 15.4b'de gösterilen dalga şéklinin trigonometrik Fourier serisi açılımını bulmak istiyoruz.

ÖRNEK

15.4

Bu dalga şéklinin $3/2$ 'lik bir ortalamaya sahip olduğuna dikkat ediniz. Bundan dolayı, $f(t)$ 'nin Fourier serisi açılımını belirlemek yerine, Şekil 15.4c'de gösterilen $f(t) - 3/2$ fonksiyonunun Fourier serisini bulacağız. Sonuncu dalga şéklü yarınlalga simetrisine sahiptir. Fonksiyon aynı zamanda tektir ve bu yüzden

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/2} \frac{1}{2} \sin n\omega_0 t \, dt \\ &= \frac{2}{T_0} \left(\frac{-1}{n\omega_0} \cos n\omega_0 t \Big|_0^{T_0/2} \right) \\ &= \frac{-2}{n\omega_0 T_0} (\cos n\pi - 1) \\ &= \frac{2}{n\pi} \quad n' nin tek değeri için \end{aligned}$$

yazılabilir. Bundan dolayı, $f(t) - 3/2$ için Fourier serisi açılımı

$$f(t) - \frac{3}{2} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin n\omega_0 t$$

veya

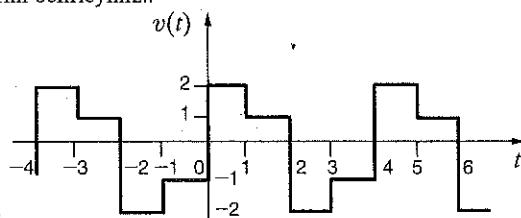
$$f(t) = \frac{3}{2} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin n\omega_0 t$$

olur.

Öğrendiklerinizi Sınavyalım

E15.4 Şekil E15.2 ve E15.4'teki dalga şéklilerinin sahip oldukları simetri tiplerini belirleyiniz..

YANIT: Şekil E15.2, çift simetri; Şekil E15.4, yarınlalga simetresi.



Şekil E15.4

E15.5 Şekil E15.2'deki gerilim dalga şéklinin trigonometrik Fourier serisini bulunuz.

YANIT:

$$v(t) = 2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \left(2 \sin \frac{2\pi n}{3} - \sin \frac{n\pi}{3} \right) \cos \frac{n\pi}{3} t.$$

E15.6 Şekil E15.4'teki gerilim dalga şéklinin trigonometrik Fourier serisini bulunuz.

YANIT:

$$\begin{aligned} v(t) &= \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n\pi}{2} t \\ &\quad + \frac{2}{n\pi} (2 - \cos n\pi) \sin \frac{n\pi}{2} t. \end{aligned}$$

E15.7 Şekil E15.3'te gösterilen dalga şéklinin trigonometrik Fourier serisini belirleyiniz.

YANIT:

$$\begin{aligned} v(t) &= 0.25 + 0.955 \cos (0.5\pi t) + 0.955 \sin (0.5\pi t) + \\ &\quad 0.318 \sin (\pi t) - 0.318 \cos (1.5\pi t) + 0.318 \sin (1.5\pi t) + \dots V. \end{aligned}$$

ZAMAN ÖTELEME Aşağıdaki denklem ile tanımlanan $f(t)$ periyodik dalga şeklinde zaman öteleme etkisini inceleyelim:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$f(t - t_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0(t-t_0)}$$

olduğuna dikkat ediniz.

$$f(t - t_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (c_n e^{-jn\omega_0 t_0}) e^{jn\omega_0 t} \quad 15.30$$

$e^{-jn\omega_0 t_0}$, bir faz kaymasına karşılık geldiğinden dolayı, zamanda ötelemiş fonksiyonun Fourier katsayıları, orijinal fonksiyonun Fourier katsayılarına eşit olur; ancak faz açıları, orijinal fonksiyonun Fourier bileşenlerinin faz açılarından frekansla doğru orantılı bir miktar kadar farklıdır. Bu yüzden, zaman düzlemindeki zaman kayması, frekans düzlemindeki faz kaymasına karşılık gelir.

ÖRNEK

15.5

ÇÖZÜM

Şekil 15.3'teki dalga şeklini zamanda çeyrek periyot kadar geciktirelim ve Fourier serisini hesaplayalım.

Şekil 15.3'teki $T_0/4$ kadar geciktirilmiş dalga şekli Şek.15.5'te gösterilmiştir. Zaman gecikmesi $T_0/4$ olduğundan dolayı:

$$n\omega_0 t_d = n \frac{2\pi}{T_0} \frac{T_0}{4} = n \frac{\pi}{2} = n 90^\circ$$

Bundan dolayı, Eş. (15.30)'u ve Örnek 15.1'deki sonucu kullanarak, zamanda kaydırılmış dalga şeklinin Fourier katsayıları

$$c_n = \frac{2V}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \quad \boxed{-n 90^\circ} \quad n'ın tek değerleri için$$

şeklinde olur ve bu yüzden:

$$v(t) = \sum_{n=1, \text{tek}}^{\infty} \frac{4V}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \cos(n\omega_0 t - n 90^\circ)$$

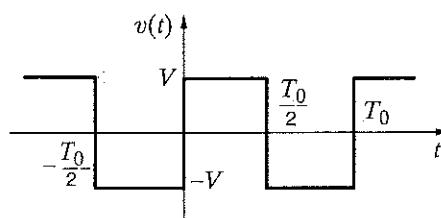
Şekil 15.5'teki zamanda ötelemiş dalga şeklinin Fourier katsayılarını hesaplarsak

$$\begin{aligned} c_n &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^0 -V e^{-jn\omega_0 t} dt + \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0/2} V e^{-jn\omega_0 t} dt \\ &= \frac{2V}{jn\pi} \quad n'ın tek değerleri için \end{aligned}$$

elde ederiz.

Şekil 15.5

Şekil 15.3'teki dalga şeklinin $T_0/4$ kadar zamanda ötelemiş hali.



Bu yüzden:

$$c_n = \frac{2V}{n\pi} / -90^\circ \quad n'ın tek değerleri için$$

n tek olduğundan dolayı bu ifadenin daha önceden elde edilen ifadeye eşdeğer olduğunu gösterebiliriz.

Genelde, aşağıdaki ifadeyi kullanarak faz kaymasını derece olarak hesaplayabiliriz:

$$\text{faz kayması (derece)} = \omega_0 t_d = (360^\circ) \frac{t_d}{T_0} \quad 15.31$$

Zaman kaymasının diğer bir ilginç yönünün ortaya çıkartılması için, $0 \leq t \leq T_0/2$ aralığında sıfır olmayan ve $T_0/2 < t \leq T_0$ aralığında sıfır olan bir $f_1(t)$ fonksiyonunu göz önüne alınır. Gösterim amaçlı olarak, $f_1(t)$ 'nin Şekil 15.6a'da gösterilen üçgen dalga olduğunu varsayıyalım. $f_1(t-T_0/2)$ fonksiyonu da Şekil 15.6b'de gösterilmiştir.

$$f(t) = f_1(t) - f_1\left(t - \frac{T_0}{2}\right) \quad 15.32$$

olarak tanımlanan $f(t)$ fonksiyonu Şekil 15.6c'de gösterilir. $f(t)$ 'nin yarım dalga simetrisine sahip olduğunu dikkat ediniz. İhale olarak

$$f_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{-jn\omega_0 t}$$

ise o zaman

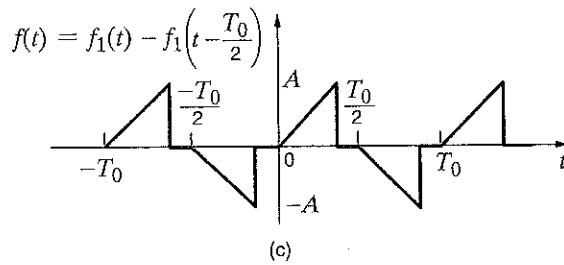
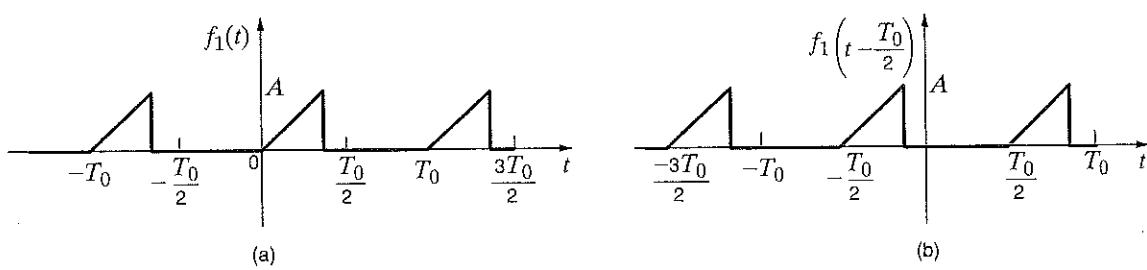
$$f(t) = f_1(t) - f_1\left(t - \frac{T_0}{2}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (1 - e^{-jn\pi}) e^{jn\omega_0 t}$$

$$= \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2c_n e^{jn\omega_0 t} & n'ın tek değerleri için \\ 0 & n'ın çift değerleri için \end{cases} \quad 15.33$$

olduğunu not ediniz.

Şekil 15.6

Yarım dalga simetrisinin üretimini gösteren dalga şekilleri.

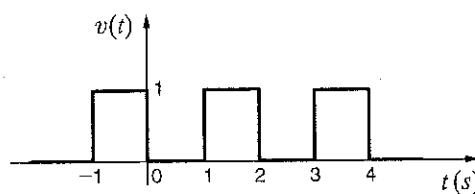


Bu yüzden, yarım dalga simetralı herhangi bir fonksiyonun Eş. (15.32)'deki formda ifade edilebildiğini görmekteyiz. Bu denklemde Fourier serisi, Eş. (15.33) ile tanımlanır ve c_n , $f_1(t)$ 'nın Fourier katsayısidır.

Öğrendiklerimizi Sınayalım

E15.8 Şekil E15.1'deki dalga şékli, zamanda 1 s geciktirilirse Şekil E15.8'deki dalga şéklini elde ederiz. Şekil E15.8'deki dalga şéklinin üstel Fourier katsayılarını hesaplayınız ve bu katsayıların, Şekil E15.1'deki dalga şéklindeki katsayılarından 180° lik bir açı kadar farklı olduğunu gösteriniz:

$$\text{YANIT: } c_0 = \frac{1}{2}; \\ c_n = -\left(\frac{1 - e^{-jn\pi}}{j2\pi n}\right).$$

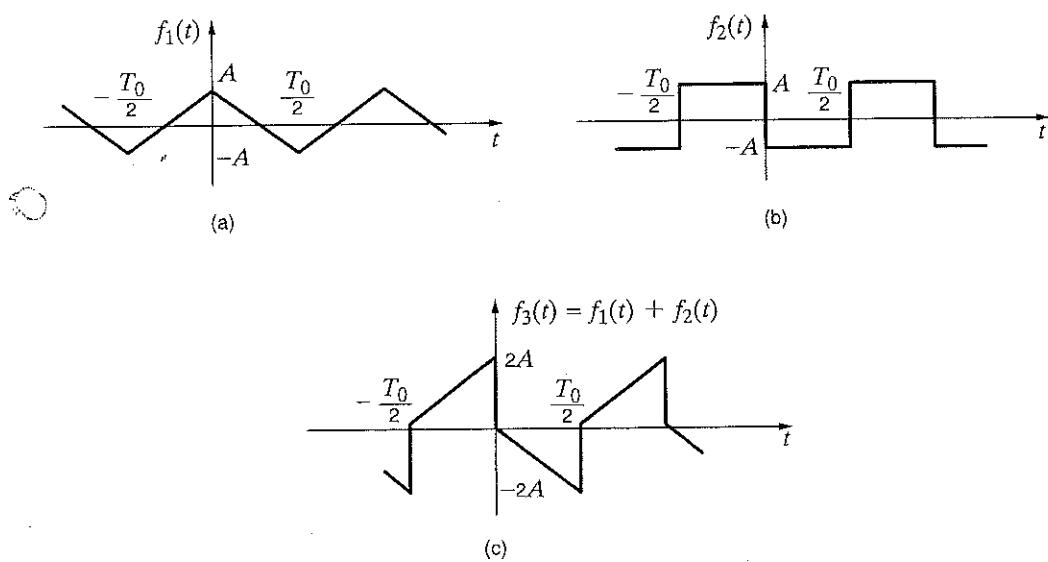


Şekil E15.8

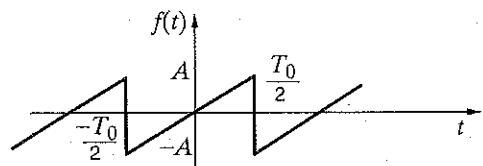
DALGA ŞEKLİ ÜRETİMİ Herhangi bir periyodik işaretin Fourier serisindeki harmoniklerin genliği, işaretin periyodundan bağımsızdır. Bu yüzden, çeşitli dalga şékklerinin denklemi, herhangi bir zaman bilgisi kullanmaksızın, çizelge şékkinde verilebilir. Çizelge 15.1'de çok rastlanan bir dizi periyodik dalganın Fourier serileri verilmektedir. Burada katsayıları basitleştirmek için simetri özelliklerinin avantajları kullanılmıştır. Bu dalga şékkleri kullanılarak diğer dalga şékkleri de üretilebilir. Bir dalganın seviyesi ortalama değer bilesenini değiştirek ayarlanabilir; zaman, harmoniklerin açısını ayarlayarak kaydırılabilir ve iki dalga şékk toplanarak üçüncü bir dalga şékk üretilib. Örneğin, Şekil 15.7c'deki dalga şékkini üretmek için Şekil 15.7a ve b'deki dalga şékkleri toplanabilir.

Şekil 15.7

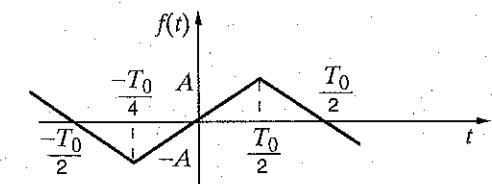
Dalga üretiminin örneği.



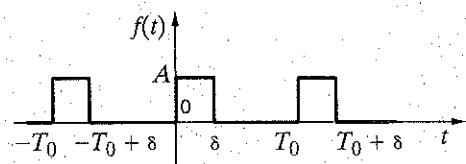
ÇİZELGE 15.1 Bazı yaygın dalga şekillерinin Fourier serisi



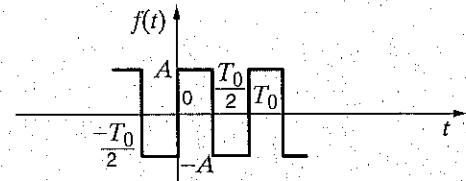
$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2A}{n\pi} \sin n\omega_0 t$$



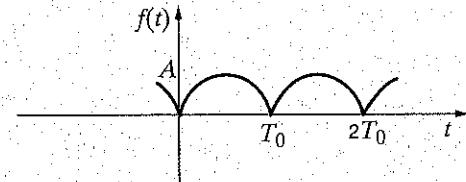
$$f(t) = \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} \frac{8A}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi}{2} \sin n\omega_0 t$$



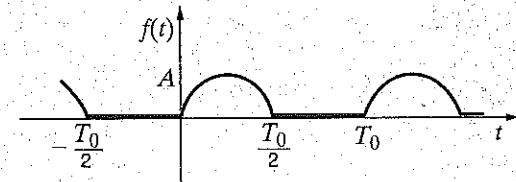
$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{A}{n\pi} \sin \frac{n\pi\delta}{T_0} e^{jn\omega_0[t-(\delta/2)]}$$



$$f(t) = \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} \frac{4A}{n\pi} \sin n\omega_0 t$$



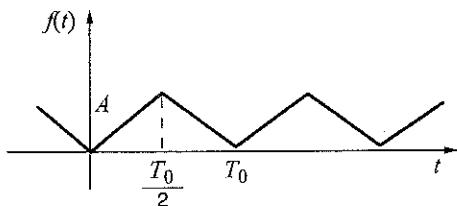
$$f(t) = \frac{2A}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4A}{\pi(1-4n^2)} \cos n\omega_0 t$$



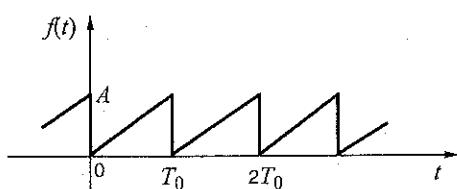
$$f(t) = \frac{A}{\pi} + \frac{A}{2} \sin \omega_0 t + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2A}{\pi(1-n^2)} \cos n\omega_0 t$$

(Sonraki sayfada devam ediyor)

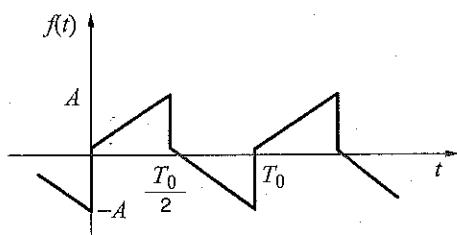
ÇİZELGE 15.1 (Devamı)



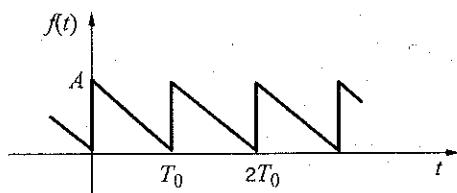
$$f(t) = \frac{A}{2} + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0 \\ n \text{ tek}}}^{\infty} \frac{-2A}{n^2 \pi^2} e^{jn\omega_0 t}$$



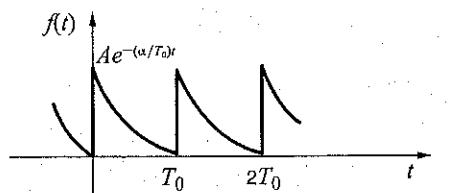
$$f(t) = \frac{A}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-A}{n\pi} \sin n\omega_0 t$$



$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{-4A}{\pi^2 n^2} \cos n\omega_0 t + \frac{2A}{\pi n} \sin n\omega_0 t \right]$$



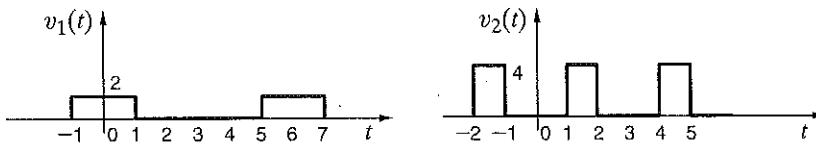
$$f(t) = \frac{A}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n} \sin n\omega_0 t$$



$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{A(1 - e^{-\alpha})}{\alpha + j2\pi n} e^{jn\omega_0 t}$$

Öğrencidilklerinizin Sınavı!

E15.9 Şekil E15.9'da iki periyodik dalga şekli gösterilmektedir. Her dalga şeklinin üstel Fourier serisini hesaplayınız ve daha sonra sonuçları toplayarak Şekil E15.2'deki dalga şeklinin Fourier serisini elde ediniz.



Şekil E15.9

YANIT:

$$v_1(t) = \frac{2}{3} + \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{3} e^{jn\omega_0 t},$$

$$v_2(t) = \frac{4}{3} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} -\frac{4}{n\pi} \left(\sin \frac{n\pi}{3} - \sin \frac{2n\pi}{3} \right) e^{jn\omega_0 t}.$$

FREKANS SPEKTRUMU Fourier serisi şeklinde ifade edilen $f(t)$ fonksiyonunun *frekans spektrumu*, harmoniklerin fazlarının frekansa göre çizimi olan *faz spektrumu* ve harmoniklerin genliklerinin frekansa göre çizimi olan *genlik spektrumu*'ndan oluşur. Frekans bileşenleri ayrık olduklarıdan dolayı, spektrumlar *çizgi spektrumları* olarak adlandırılır. Genlik ve faz spektrumlarının çizimleri Eş. (15.1), (15.3) ve (15.7)'den elde edilir ve belirli frekanslarda işaretin genlik ve fazını gösterir.

Şekil 15.7c'de gösterilen ve A değeri 5 olarak verilen üçgen-tipli dalga şeklinin Fourier serisi aşağıdaki denklem ile verilmektedir:

**ÖRNEK
15.6**

$$v(t) = \sum_{n=1, n \text{ tek}}^{\infty} \left(\frac{20}{n\pi} \sin n\omega_0 t - \frac{40}{n^2\pi^2} \cos n\omega_0 t \right)$$

Bu işaretin genlik ve faz spektrumlarının ilk dört terimini çizmek istiyoruz.

$D_n/\theta_n = a_n - jb_n$ olduğundan dolayı bu işaretin ilk dört terimi şu biçimde olur:

ÇÖZÜM

$$D_1/\theta_1 = -\frac{40}{\pi^2} - j \frac{20}{\pi} = 7.5/-122^\circ$$

$$D_3/\theta_3 = -\frac{40}{9\pi^2} - j \frac{20}{3\pi} = 2.2/-102^\circ$$

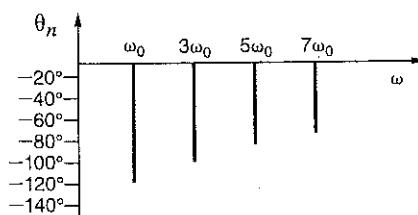
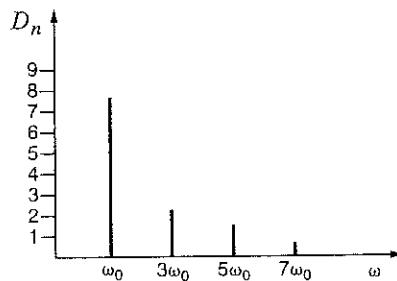
$$D_5/\theta_5 = -\frac{40}{25\pi^2} - j \frac{20}{5\pi} = 1.3/-97^\circ$$

$$D_7/\theta_7 = -\frac{40}{49\pi^2} - j \frac{20}{7\pi} = 0.91/-95^\circ$$

Bu yüzden, genlik ve fazın ω 'ya göre çizimleri Şekil 15.8'de gösterildiği gibi olur.

Şekil 15.8

Genlik ve faz
spektrumları.



Öğrendiklerimizi Sınavalım

E15.10 Şekil E15.10'daki dalga şékinin trigonometrik Fourier serisini bulunuz ve bu işaretin genlik ve faz spektrumlarının ilk dört terimini çiziniz.

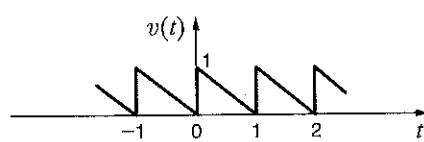
YANIT: $a_0 = 1/2$;

$$D_1 = -j(1/\pi);$$

$$D_2 = -j(1/2\pi);$$

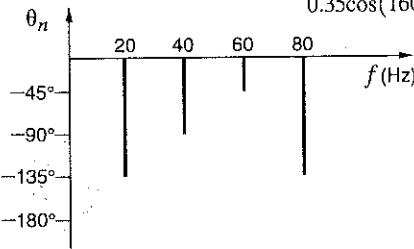
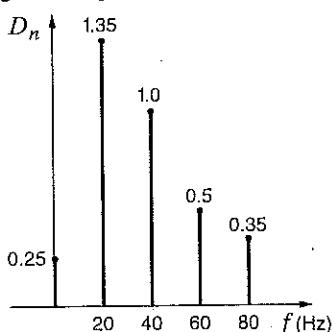
$$D_3 = -j(1/3\pi);$$

$$D_4 = -j(1/4\pi).$$

**Şekil E15.10**

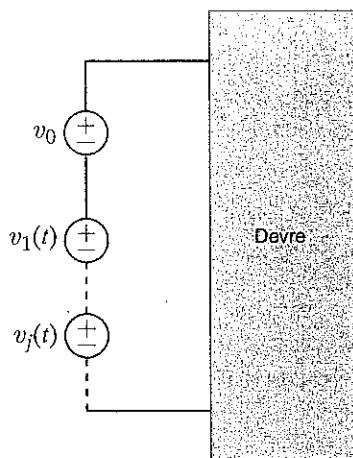
E15.11 Periyodik bir fonksiyonun ayrık çizgi spektrumu Şekil E15.11'de gösterilmiştir. $f(t)$ 'nin ifadesini bulunuz.

YANIT: $f(t) = 0.25 + 1.35 \cos(40\pi t - 135^\circ) + \cos(80\pi t - 90^\circ) + 0.5 \cos(120\pi t - 45^\circ) + 0.35 \cos(160\pi t - 90^\circ)$.

**Şekil E15.11**

DEVRENİN KALICI DURUM TEPKİSİ Bir devrenin girişine uygulanan periyodik bir işarete karşı herhangi bir noktadaki kalıcı durum gerilim ve akım tepkisi aşağıdaki şekilde bulunabilir. İlk olarak, periyodik zorlayan fonksiyonunu (giriş) Fourier serisi ile gösteririz. Bu fonksiyon bir gerilim ise, giriş aşağıdaki formda ifade edilebilir:

$$v(t) = v_0 + v_1(t) + v_2(t) + \dots$$

**Şekil 15.9**

Girişine periyodik gerilim uygulanan bir devre.

Bu durum Şekil 15.9'da gösterildiği gibi zaman düzleminde temsil edilebilir. Her kaynak kendi genliğine ve frekansına sahiptir. Sonra, girişin Fourier serisinin her bir bileşeninden dolayı oluşan tepkiyi belirleriz; yani, fazör analizini kullanarak her bir kaynaktan dolayı oluşan devre tepkisini frekans düzleminde belirleriz. Daha sonra, frekans düzlemindeki her bir tepki zaman düzlemine dönüştürülür. Son olarak, her bir kaynaktan dolayı oluşan zaman düzlemi çözümelerini süperpozisyon ilkesini kullanarak toplarız ve devrenin toplam *kalıcı durum* tepkisinin Fourier serisini elde ederiz.

ORTALAMA GÜÇ Doğrusal bir devrenin sinüzoidal olmayan periyodik bir sinyal ile beslenmesi durumunda devredeki gerilim ve akımların aşağıdaki yapıda olduğunu göstermiş狄:

$$v(t) = V_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cos(n\omega_0 t - \theta_{v_n})$$

ve

$$i(t) = I_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos(n\omega_0 t - \theta_{i_n})$$

Pasif işaretleme yöntemini uygularsak ve her bir eleman uçlarındaki gerilim ve içinden geçen akımın bir önceki denklemler ile verildiğini varsayırsak o zaman Eş. (9.6)'dan gücünü bulabiliriz:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t)i(t) dt \end{aligned} \tag{15.34}$$

Integralin iki sonsuz serinin çarpımından oluştuğuna dikkat ediniz. Bununla birlikte, ortalama güçün belirlenmesi gerçekte görüldüğünden daha kolaydır. İlk olarak, $V_{DC} I_{DC}$ çarpımının bir periyot boyunca integralinin alınıp periyoda bölünmesinden kolayca $V_{DC} I_{DC}$ 'nin elde edildiğini not ediniz. İkinci olarak, V_{DC} ve herhangi bir harmonik akımının çarpımının veya I_{DC} ile herhangi bir harmonik geriliminin çarpımının bir periyot boyunca integrali sıfır olmaktadır. Üçüncü olarak, gerilim ve akımın herhangi iki farklı harmoniğinin çarpımının bir periyot boyunca integrali sıfır olur. Son olarak, sıfır olmayan terimler sadece, aynı frekanslı gerilim ve akımların çarpımlarının sonucudur. Böylece, Eş. (9.6)'yı takip eden matematiksel işlemleri kullanarak:

$$P = V_{DC} I_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_n I_n}{2} \cos(\theta_{v_n} - \theta_{i_n}) \tag{15.35}$$

buluruz.

ÖRNEK

Giriş gerilimi $v(t)$ 'nin aşağıdaki ifadeye sahip olması durumunda Şekil 15.10'daki $v_o(t)$ kalıcı durum gerilimini bulmak istiyoruz.

15.7

COZUM

Bu kaynağın sabit terime sahip olmadığına dikkat ediniz ve bu yüzden DA değeri sıfırdır. Bu işaretin ilk dört teriminin genlik ve fazı Örnek 15.6'da verilmiştir ve dolayısıyla $v(t)$ işaretin aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} v(t) = & 7.5 \cos(2t - 122^\circ) + 2.2 \cos(6t - 102^\circ) \\ & + 1.3 \cos(10t - 97^\circ) + 0.91 \cos(14t - 95^\circ) + \dots \end{aligned}$$

Devreden

$$\begin{aligned} I &= \frac{V}{2 + \frac{2/j\omega}{2 + 1/j\omega}} = \frac{V(1 + 2j\omega)}{4 + 4j\omega} \\ I_t &= \frac{I(1/j\omega)}{2 + 1/j\omega} = \frac{I}{1 + 2j\omega} \\ V_o &= (1)I_t = 1 \cdot \frac{V(1 + 2j\omega)}{4 + 4j\omega} \cdot \frac{1}{1 + 2j\omega} = \frac{V}{4 + 4j\omega} \end{aligned}$$

olduğunu bularız. Bu yüzden, $\omega_0 = 2$ olduğundan dolayı,

$$V_o(n) = \frac{V(n)}{4 + j8n}$$

Giriş kaynağının bileşenlerinden dolayı çıkışta oluşan bileşenler

$$V_o(\omega_0) = \frac{7.5 / -122^\circ}{4 + j8} = 0.84 / -185.4^\circ \text{ V}$$

$$V_o(3\omega_0) = \frac{2.2 / -102^\circ}{4 + j24} = 0.09 / -182.5^\circ \text{ V}$$

$$V_o(5\omega_0) = \frac{1.3 / -97^\circ}{4 + j40} = 0.03 / -181.3^\circ \text{ V}$$

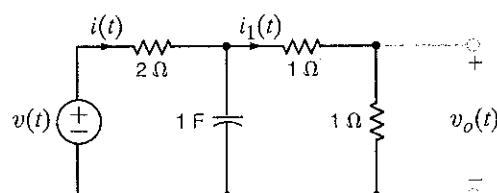
$$V_o(7\omega_0) = \frac{0.91 / -95^\circ}{4 + j56} = 0.016 / -181^\circ \text{ V}$$

şeklinde olur. Böylece, $v_o(t)$ kalıcı durum çıkış gerilimi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} v_o(t) = & 0.84 \cos(2t - 185.4^\circ) + 0.09 \cos(6t - 182.5^\circ) \\ & + 0.03 \cos(10t - 181.3^\circ) + 0.016 \cos(14t - 181^\circ) + \dots \text{ V} \end{aligned}$$

Şekil 15.10

Örnek 15.7'de kullanılan RC devresi.



Şekil 15.11'deki devrede, $v(t) = 42 + 16 \cos(377t + 30^\circ) + 12 \cos(754t - 20^\circ)$ V biçiminde tanımlanmıştır. $i(t)$ akımını hesaplamak ve devre tarafından çekilen ortalama gücü bulmak istiyoruz.

**ÖRNEK
15.8**

Doğru akımda kondansatör açık devre olarak davranış ve bu yüzden $I_{DC} = 0$ 'dır. $\omega = 377$ rad/s'de

$$\frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j(377)(100)(10)^{-6}} = -j26.53 \Omega$$

$$j\omega L = j(377)(20)10^{-3} = j7.54 \Omega$$

Dolayısıyla:

$$I_{377} = \frac{16 \angle 30^\circ}{16 + j7.54 - j26.53} = 0.64 \angle 79.88^\circ A$$

$\omega = 754$ rad/s'de

$$\frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j(754)(100)(10)^{-6}} = -j13.26 \Omega$$

$$j\omega L = j(754)(20)10^{-3} = j15.08 \Omega$$

Dolayısıyla:

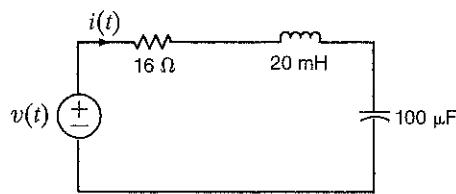
$$I_{754} = \frac{12 \angle 20^\circ}{16 + j15.08 - j13.26} = 0.75 \angle -26.49^\circ A$$

Bu yüzden, $i(t)$ akımı

$$i(t) = 0.64 \cos(377t + 79.88^\circ) + 0.75 \cos(754t - 26.49^\circ) A$$

olur ve devre tarafından çekilen ortalama güç şu biçimde hesaplanır:

$$\begin{aligned} P &= (42)(0) + \frac{(16)(0.64)}{2} \cos(30^\circ - 79.88^\circ) \\ &\quad + \frac{(12)(0.75)}{2} \cos(-20^\circ + 26.49^\circ) \\ &= 7.77 W \end{aligned}$$



Şekil 15.11
Örnek 15.8'de
kullanılan devre.

Periyodik Giriş Fonksiyonlarına Karşı Kalıcı Durum Tepkisi

Periyodik Giriş Fonksiyonlarına

Karşı Kalıcı Durum Tepkisi

- Adım 1.** Periyodik fonksiyonun Fourier serisini bulunuz ve fonksiyonu sinüzoidal fonksiyonların bir toplamı olarak ifade ediniz.
- Adım 2.** Devrede her bir sinüzoidal fonksiyonun tek başına yaratacağı tepkiyi fazör analizi yardımıyla bulunuz.
- Adım 3.** Toplam kalıcı durum devre tepkisini belirlemek için, süperpozisyon ilkesini kullanarak, her bir kaynağın tek başına bulunması durumunda elde edilen zaman düzlemini çözümlerini toplayınız.
- Adım 4.** Bir devre elemanında harcanan gücü hesaplamak istiyorsanız her bir kaynağın tek başına bulunması durumu için o elemanda harcanan ortalama gücü bulunuz ve sonra bunları toplayarak girişteki periyodik fonksiyon uygulandığında harcanan toplam gücü bulunuz.

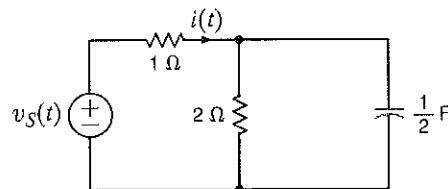
E15.12 Giriş gerilimi $v_s(t)$

E15.12 Giriş gerilimi $v_s(t)$

$$v_s(t) = \frac{20}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-40}{\pi(4n^2 - 1)} \cos 2nt \text{ V}$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-40}{\pi(4n^2 - 1)} \frac{1}{A_n} \cos(2nt - \theta_n) \text{ A.}$$

ifadesi ile verilirse $i(t)$ kalıcı durum akımının ifadesini bulunuz.



Şekil E15.12

YANIT: $i(t) = 2,12$

E15.13 Bir devrenin giriş uçlarındaki, $v(t)$ gerilimi ve $i(t)$ akımı aşağıdaki ifadelerle verilmektedir:

$$v(t) = 64 + 36 \cos(377t + 60^\circ) - 24 \cos(754t + 102^\circ) \text{ V}$$

$$i(t) = 1.8 \cos(377t + 45^\circ) + 1.2 \cos(754t + 100^\circ) \text{ A}$$

Devre tarafından çekilen ortalama gücü bulunuz.

YANIT:

$$P_{ave} = 16.91 \text{ W.}$$

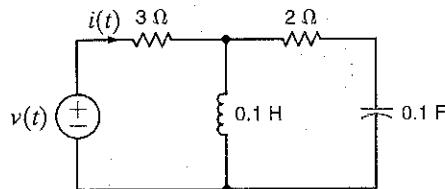
E15.14 Giriş gerilimi

$$v(t) = \frac{30}{\pi} + 15 \sin 10t + \sum_{n \text{ even}} \frac{60}{\pi(1 - n^2)} \cos 10nt \text{ V.}$$

YANIT:

$$i(t) = 3.18 + 4.12 \cos(10t + 106^\circ) + 1.45 \cos(20t + 166^\circ) \text{ A.}$$

ile verilirse Şekil E15.14'teki $i(t)$ kalıcı durum akımını bulunuz.

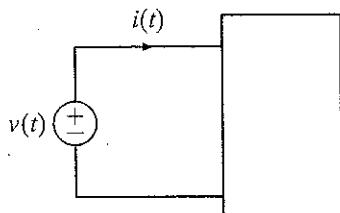


Şekil E15.14

E15.15 $v(t) = 20 + 5 \cos 377t + 3.5 \cos(754t - 20^\circ)$ V and
 $i(t) = 1.2 \cos(377t - 30^\circ) + 0.8 \cos(754t + 45^\circ)$ A

YANIT: $P = 3.19$ W.

ise Şekil E15.15'teki devre tarafından çekilen ortalama gücü bulunuz.



Şekil E15.15

Bu bölümün bir önceki kısmında, üstel Fourier serisinin her zaman periyodik bir işareti temsil etmek için kullanılabildiği gösterilmiştir. Şimdi tüm zaman değerlerinde aperiodik (periyodik olmayan) bir işareti temsil etmek için kullanacağımız bir teknigi ele alacağız.

Aperiodik bir $f(t)$ işaretinin Şekil 15.12a'da gösterildiği gibi olduğunu varsayıy়iz. Şimdi $-T/2$ 'den $T/2$ 'ye kadar olan aralıkta $f(t)$ ile aynı fakat T periyotlu periyodik olan yeni bir $f_p(t)$ işaretini Şekil 15.12b'de gösterildiği gibi oluşturalım. $f_p(t)$ periyodik olduğundan dolayı üstel bir Fourier serisi ile $-\infty$ 'dan ∞ 'a kadar olan aralıkta temsil edilebilir:

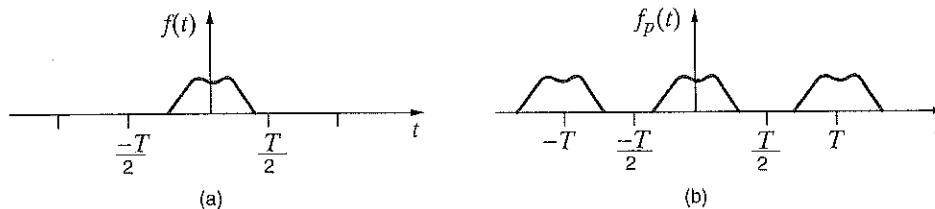
$$f_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad 15.36$$

Burada

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f_p(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad 15.37$$

ve

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad 15.38$$



15.2

Fourier Dönüşümü

Şekil 15.12
Aperiodik ve periyodik işaretler.

Bu noktada, $f_p(t)$ fonksiyonunun sınırını $T \rightarrow \infty$ olarak alırsak Şekil 15.12b'deki periyodik işaret Şekil 15.12a'daki aperiodik işareteye yaklaşır; yani, Şekil 15.12b'deki $-T$ ve $+T$ değerlerinin arasına ortalanan tekrarlamalı işaret sonsuza kaydırılır.

Periyodik işaretin çizgi spektrumunun yer aldığı harmonik frekanslar ($n\omega_0$) arasındaki artımsal boşluk

$$\Delta\omega = (n+1)\omega_0 - n\omega_0 = \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad 15.39$$

olarak hesaplanır. $T \rightarrow \infty$ iken, $f_p(t)$ 'nın frekans spektrumundaki çizgileri birbirlerine daha da yaklaşır; $\Delta\omega$, $d\omega$ diferansiyeline yaklaşırken $n\omega_0$, ω 'nın herhangi bir değerini alır. Bu koşullar altında çizgi spektrumu sürekli bir spektrum hâline gelir. Eş. (15.37)'de $T \rightarrow \infty$ için $c_n \rightarrow 0$ olduğundan dolayı,

$$c_n T = \int_{-T/2}^{T/2} f_p(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

çarpımını inceleyelim.

$T \rightarrow \infty$ sınır durumu için

$$\lim_{T \rightarrow \infty} (\mathbf{c}_n T) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} f_p(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

eşitliği, önceki anlatımımızın ışığında aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} (\mathbf{c}_n T) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-jn\omega t} dt$$

Bundan sonra $\mathbf{F}(\omega)$ olarak göstereceğimiz bu integral, $f(t)$ 'nin Fourier dönüşümüdür ve dolayısıyla:

$$\mathbf{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad 15.40$$

Benzer olarak, $f_p(t)$ aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} f_p(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{c}_n e^{jn\omega_0 t} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\mathbf{c}_n T) e^{jn\omega_0 t} \frac{1}{T} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\mathbf{c}_n T) e^{jn\omega_0 t} \frac{\Delta\omega}{2\pi} \end{aligned}$$

$T \rightarrow \infty$ sınır durumu için fonksiyon şu biçimde yazılabilir:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad 15.41$$

Eş. (15.40) ve (15.41), *Fourier dönüşüm çifti* olarak adlandırılır. $\mathbf{F}(\omega)$, $f(t)$ 'nin Fourier dönüşümü olduğundan dolayı $f(t)$, $\mathbf{F}(\omega)$ 'nın ters Fourier dönüşümü olur ve aşağıdaki formda ifade edilirler:

$$\mathbf{F}(\omega) = \mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad 15.42$$

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}[\mathbf{F}(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad 15.43$$

BAZI ÖNEMLİ DÖNÜŞÜM ÇİFTLERİ Birçok önemli Fourier dönüşüm çifti vardır. Aşağıda bunların birkaçını türettik ve en yaygın olanlarının bir kısmını da çizelge hâlinde listeledik.

ÖRNEK

Şekil 15.13a'da gösterilen gerilim darbesinin Fourier dönüşümünü çıkarmak istiyoruz.

15.9 ÇÖZÜM

Eş. (15.42)'yi kullanarak Fourier dönüşümü ifadesini yazalım:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\omega) &= \int_{-\delta/2}^{\delta/2} V e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{V}{-j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_{-\delta/2}^{\delta/2} \\ &= V \frac{e^{-j\omega\delta/2} - e^{+j\omega\delta/2}}{-j\omega} \\ &= V\delta \frac{\sin(\omega\delta/2)}{\omega\delta/2} \end{aligned}$$

Böylece, fonksiyonun Fourier dönüşümü

$$f(t) = \begin{cases} 0 & -\infty < t \leq -\frac{\delta}{2} \\ V & -\frac{\delta}{2} < t \leq \frac{\delta}{2} \\ 0 & \frac{\delta}{2} < t < \infty \end{cases}$$

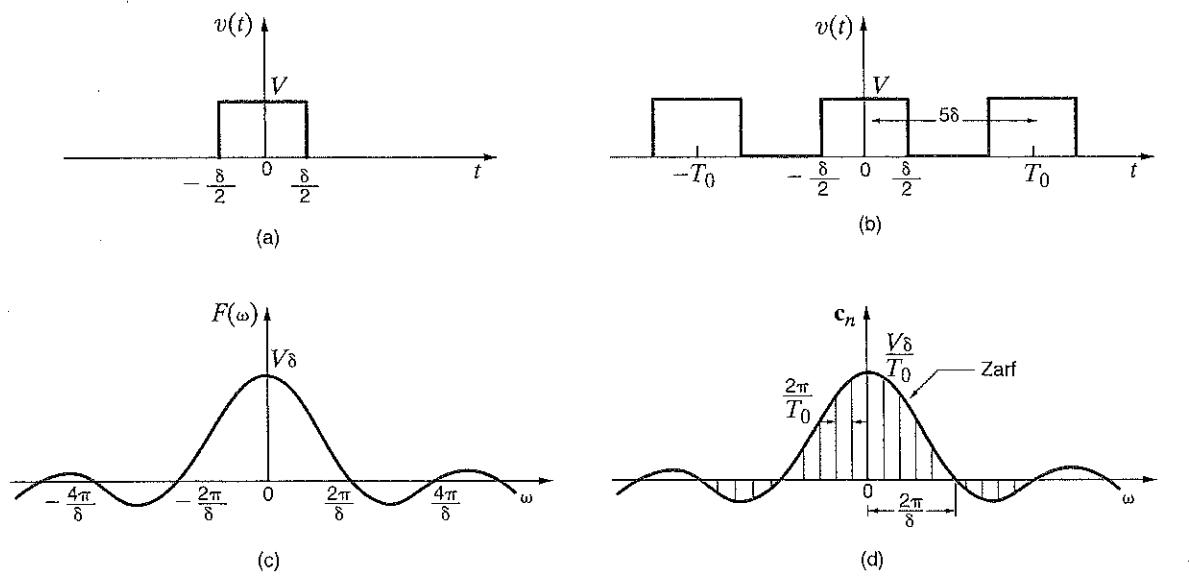
$$F(\omega) = V\delta \frac{\sin(\omega\delta/2)}{\omega\delta/2}$$

olur. Bu fonksiyonun bir çizimi Şekil 15.13c'de gösterilmiştir. Bu örneği daha yakından irdeleyelim. Şimdi Şekil 15.13b'de gösterilen darbe dizisini göz önüne alınır. Önceden açıklanan tekniği kullanarak bu dalganın Fourier katsayılarını aşağıdaki şekilde gösterebiliriz:

$$c_n = \frac{V\delta}{T_0} \frac{\sin(n\omega_0\delta/2)}{n\omega_0\delta/2}$$

$T_0 = 5\delta$ için çizgi spektrumu Şekil 15.13d'de gösterilmektedir.

Bu örnekteki denklemler ve şekiller, $T_0 \omega$ 'a yaklaşıkça ve periyodik fonksiyon aperiodiklikçe, ayrık spektrumda çizgilerin yoğunlaştığını (sıklaştığını), genliğin küçüldüğünü ve genlik spektrumunun, çizgi spektrumundan sürekli spektruma dönüştüğünü göstermektedir. Ayrık spektrum zarfının sürekli durum zarfıyla aynı biçimde sahip olduğu na dikkat ediniz. Fourier serisi, işaretin genliğini ve fazını belli frekanslarda gösterdiğinde dolayı Fourier dönüşümü de bir işaretin frekans içeriğini belirler.



Şekil 15.13

Darbeler ve spektrumları.

ÖRNEK

 $\delta(t)$ birim dürtü fonksiyonunun Fourier dönüşümünü bulunuz.**15.10**

COZUM

 $\delta(t - a)$ birim dürtü fonksiyonunun Fourier dönüşümü şu biçimdedir:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - a) e^{-j\omega t} dt$$

Birim dürtünün örneklemeye özelliğini kullanarak

$$F(\omega) = e^{-j\omega a}$$

buluruz. $a = 0$ ise,

$$F(\omega) = 1$$

olur. $f(t) = \delta(t)$ durumunda $F(\omega)$, tüm frekanslar için sabittir. Bu durum daha sonra göreceğimiz önemli bir özelliktir.

ÖRNEK

 $f(t) = e^{j\omega_0 t}$ fonksiyonunun Fourier dönüşümünü bulmak istiyoruz.**15.11**

COZUM

Bu durumda, $F(\omega) = 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$ ise

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 2\pi\delta(\omega - \omega_0) e^{j\omega t} d\omega \\ &= e^{j\omega_0 t} \end{aligned}$$

olduğuna dikkat ediniz. Bu yüzden, $f(t) = e^{j\omega_0 t}$ ve $F(\omega) = 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$ Fourier dönüşüm çiftini temsil eder.

BİRKAC KULLANILI FOURIER DÖNÜŞÜM ÇİFTİ

E15.16 $f(t) = \sin \omega_0 t$ ise $F(\omega)$ 'yı bulunuz.

YANIT:

$$F(\omega) = \pi j[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)].$$

Birkaç kullanılan Fourier dönüşüm çifti Çizelge 15.2'de gösterilmiştir.

ÇİZELGE 15.2 Fourier dönüşüm çiftleri

$f(t)$	$F(\omega)$
$\delta(t - a)$	$e^{-j\omega a}$
A	$2\pi A\delta(\omega)$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$
$\cos \omega_0 t$	$\pi\delta(\omega - \omega_0) + \pi\delta(\omega + \omega_0)$
$\sin \omega_0 t$	$j\pi\delta(\omega + \omega_0) - j\pi\delta(\omega - \omega_0)$
$e^{-at} u(t), a > 0$	$\frac{1}{a + j\omega}$
$e^{-at}, a > 0$	$\frac{2a}{a^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \cos \omega_0 t u(t), a > 0$	$\frac{j\omega + a}{(j\omega + a)^2 + \omega_0^2}$
$e^{-at} \sin \omega_0 t u(t), a > 0$	$\frac{\omega_0}{(j\omega + a)^2 + \omega_0^2}$

FOURIER DÖNÜŞÜMÜNÜN BAZI ÖZELLİKLERİ Aşağıdaki denklem ile tanımlanan Fourier dönüşümü

$$\mathcal{F}(ω) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-jωt} dt$$

birkaç önemli özelliğe sahiptir. Bu özelliklerin kısa bir listesi Çizelge 15.3'te verilmiştir.

Bu özelliklerin ispatları genelde kolaydır; bununla birlikte bir örnekk olarak zaman evrişim özelliğini göstereceğiz.

$$\mathcal{F}[f_1(t)] = \mathbf{F}_1(\omega) \text{ ve } \mathcal{F}[f_2(t)] = \mathbf{F}_2(\omega) \text{ ise}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\left[\int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(t-x) dx\right] &= \int_{t=-\infty}^{\infty} \int_{x=-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(t-x) dx e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{x=-\infty}^{\infty} f_1(x) \int_{t=-\infty}^{\infty} f_2(t-x) e^{-j\omega t} dt dx \end{aligned}$$

olur. Şimdi $u = t - x$ alırsak:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\left[\int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(t-x) dx\right] &= \int_{x=-\infty}^{\infty} f_1(x) \int_{u=-\infty}^{\infty} f_2(u) e^{-j\omega(u+x)} du dx \\ &= \int_{x=-\infty}^{\infty} f_1(x) e^{-j\omega x} \int_{u=-\infty}^{\infty} f_2(u) e^{-j\omega u} du dx \\ &= \mathbf{F}_1(\omega) \mathbf{F}_2(\omega) \end{aligned} \quad 15.44$$

Fourier dönüşümünün zaman evrişim özelliğini çok dikkatli olarak not etmeliyiz. Şekil 15.14'ü referans olarak bu özellik; $\mathbf{V}_i(\omega) = \mathcal{F}[v_i(t)]$, $\mathbf{H}(\omega) = \mathcal{F}[h(t)]$ ve $\mathbf{V}_o(\omega) = \mathcal{F}[v_o(t)]$ ise bu durumda:

$$\mathbf{V}_o(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \mathbf{V}_i(\omega) \quad 15.45$$

olduğunu vurgulamaktadır.

ÇİZELGE 15.3 Fourier dönüşümünün özellikleri

f(t)	F(ω)	ÖZELLİK
$Af(t)$	$A\mathbf{F}(\omega)$	Doğrusallık
$f_1(t) \pm f_2(t)$	$\mathbf{F}_1(\omega) \pm \mathbf{F}_2(\omega)$	
$f(at)$	$\frac{1}{a} \mathbf{F}\left(\frac{\omega}{a}\right), a > 0$	Zaman ölçekleme
$f(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0} \mathbf{F}(\omega)$	Zaman öteleme
$e^{j\omega t_0} f(t)$	$\mathbf{F}(\omega - \omega_0)$	Modülasyon
$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$(j\omega)^n \mathbf{F}(\omega)$	
$t^n f(t)$	$(j)^n \frac{d^n \mathbf{F}(\omega)}{d\omega^n}$	Türev
$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(t-x) dx$	$\mathbf{F}_1(\omega) \mathbf{F}_2(\omega)$	
$f_1(t) f_2(t)$	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}_1(x) \mathbf{F}_2(\omega - x) dx$	Evrilim

Şekil 15.14

Zaman evrişim
özellikinin gösterimi.



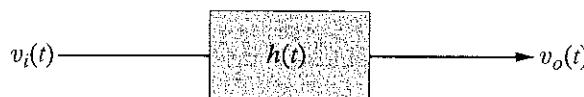
Burada $\mathbf{V}_i(\omega)$ giriş işaretini temsil etmektedir, $\mathbf{H}(\omega)$ devrenin transfer fonksiyonudur ve $\mathbf{V}_o(\omega)$ çıkış işaretini temsil etmektedir. Eş. (15.45), devrenin başlangıç koşullarının sıfır olduğunu varsaymaktadır.

Öğrendiklerimizi Sınavyalım

E15.17 $v_i(t) = e^{-t} m(t)$ V, devrenin dörtü tepkisi $h(t) = e^{-2t} u(t)$ ve tüm başlangıç koşulları sıfır ise, Şekil E15.17'deki $v_o(t)$ çıkışını bulunuz.

YANIT:

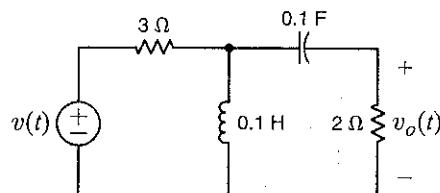
$$v_o(t) = (e^{-t} - e^{-2t})u(t)$$
 V.

**Şekil E15.17**

E15.18 $v(t) = 15 \cos 10t$ V ise Şekil E15.18'deki $v_o(t)$ 'yi bulmak için dönüşüm tekniğini kullanınız.

YANIT:

$$v_o(t) = 4.12 \cos(10t + 74^\circ)$$
 V.

**Şekil E15.18**

PARSEVAL TEOREMİ Parseval teoreminin matematiksel ifadesi şu biçimdedir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{F}(\omega)|^2 d\omega \quad 15.46$$

Bu bağıntı aşağıdaki gibi kolayca türetilabilir:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}(\omega) e^{j\omega t} d\omega dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j(-\omega)t} dt d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \mathbf{F}(\omega) \mathbf{F}(-\omega) d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \mathbf{F}(\omega) \mathbf{F}^*(\omega) d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} |\mathbf{F}(\omega)|^2 d\omega \end{aligned}$$

$f(t)$ 'nin 1 Ω 'luk bir dirençteki akımı temsil ettiğini varsayıduğumuzda Parseval teoreminin önemi görülebilir. Bu durumda $f^2(t)$ gücü temsil eder ve gücün zaman üzerinden integrali enerji olur. Eş. (15.46), 1 Ω üzerindeki bu enerjiyi veya normalize edilmiş enerjiyi zaman düzlemini veya frekans düzleminde hesaplayabileceğimizi göstermektedir.

Döntüşüm tekniğini kullanarak, (a) $v_i(t) = 5e^{-2t}u(t)$ V ve (b) $v_i(t) = 5\cos 2t$ V olması durumları için Şekil 15.15'teki $v_o(t)$ 'yi bulmak istiyoruz.

ÖRNEK

15.12

a. Bu durumda, $v_i(t) = 5e^{-2t}u(t)$ V olduğundan dolayı,

$$V_i(\omega) = \frac{5}{2 + j\omega} V$$

Devrenin $H(\omega)$ fonksiyonu ise

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \frac{R}{R + j\omega L} \\ &= \frac{10}{10 + j\omega} \end{aligned}$$

olur. Eş. (15.45)'ten:

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} V_o(\omega) &= H(\omega)V_i(\omega) \\ &= \frac{50}{(2 + j\omega)(10 + j\omega)} \\ &= \frac{50}{8} \left(\frac{1}{2 + j\omega} - \frac{1}{10 + j\omega} \right) \end{aligned}$$

Böylece, Çizelge 15.2'den

$$v_o(t) = 6.25[e^{-2t}u(t) - e^{-10t}u(t)] V$$

b. Bu durumda, $v_i(t) = 5\cos 2t$ V olduğundan dolayı:

$$V_i(\omega) = 5\pi\delta(\omega - 2) + 5\pi\delta(\omega + 2) V$$

Frekans düzlemindeki çıkış gerilimi şu biçimde bulunur:

$$V_o(\omega) = \frac{50\pi[\delta(\omega - 2) + \delta(\omega + 2)]}{(10 + j\omega)}$$

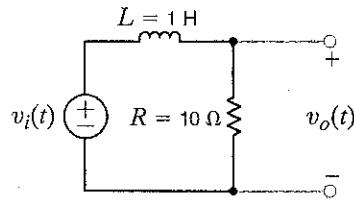
Ters Fourier dönüşümünün kullanımı bize

$$v_o(t) = \mathcal{F}^{-1}[V_o(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 50\pi \frac{\delta(\omega - 2) + \delta(\omega + 2)}{10 + j\omega} e^{j\omega t} d\omega$$

sonucunu verir. Birim dürtü fonksiyonunun örneklemme özelliğini kullanarak

$$\begin{aligned} v_o(t) &= 25 \left(\frac{e^{j2t}}{10 + j2} + \frac{e^{-j2t}}{10 - j2} \right) \\ &= 25 \left(\frac{e^{j2t}}{10.2e^{j11.31^\circ}} + \frac{e^{-j2t}}{10.2e^{-j11.31^\circ}} \right) \\ &= 4.90 \cos(2t - 11.31^\circ) V \end{aligned}$$

elde ederiz. Bu sonuç fazör analizini kullanarak kolayca kontrol edilebilir.

**Şekil 15.15**Basit RL devresi.

15.3

Uygulama Örnekleri

UYGULAMA ÖRNEĞİ 15.13

Şekil 15.16a'daki devreyi göz önüne alınız. Bu devre Bölüm 12'de gösterildiği gibi basit bir alçak geçiren süzgeci temsil etmektedir. Çıkış işaretinin frekans karakteristiklerini ve devrenin giriş ve çıkışındaki 1Ω veya normalize edilmiş enerji arasındaki ilişkiyi inceleyerek devrenin giriş işaretini üzerindeki etkisini açıklamak istiyoruz.

ÇÖZÜM Devrenin transfer fonksiyonu:

$$H(\omega) = \frac{1/RC}{1/RC + j\omega} = \frac{5}{5 + j\omega} = \frac{1}{1 + 0.2j\omega}$$

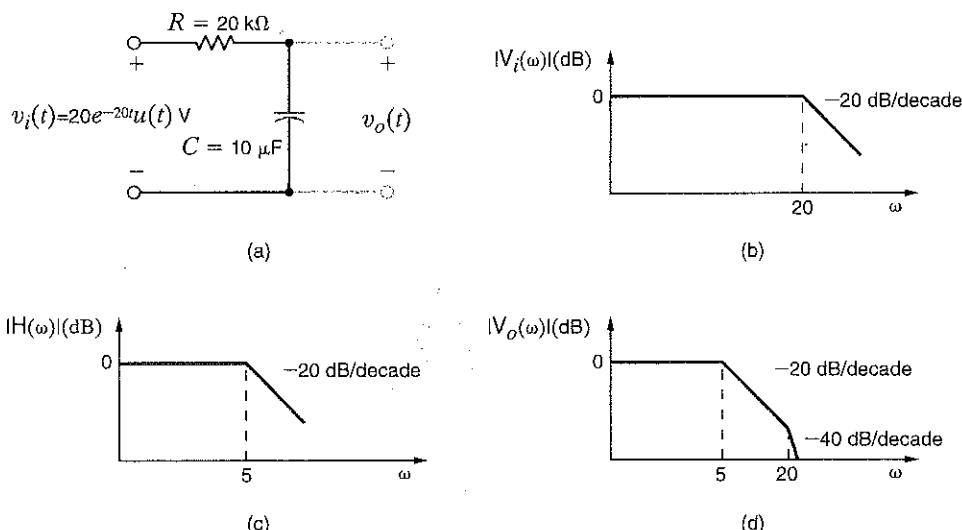
Giriş işaretinin Fourier dönüşümü:

$$V_i(\omega) = \frac{20}{20 + j\omega} = \frac{1}{1 + 0.05j\omega}$$

Daha sonra, Eş. (15.45)'i kullanarak çıkışın Fourier dönüşümü

$$V_o(\omega) = \frac{1}{(1 + 0.2j\omega)(1 + 0.05j\omega)}$$

şeklinde olur. Bölüm 12'deki teknikleri kullanarak, bu fonksiyonlar için düz-çizgi şeklindeki log-genlik çizimi (frekans karakteristiği) Şekil 15.16b-d'de gösterilmiştir. Alçak geçiren süzgecin giriş işaretindeki alçak frekansları geçirdiğine fakat yüksek frekansları zayıflatığına dikkat ediniz.



Şekil 15.16

Alçak geçiren süzgeç, frekans karakteristiği ve çıkış spektrumları. Süzgeç girişindeki normalize edilmiş enerji.

Süzgeç girişindeki normalize enerji şu biçimdedir:

$$\begin{aligned} W_i &= \int_0^\infty (20e^{-20t})^2 dt \\ &= \frac{400}{-40} e^{-40t} \Big|_0^\infty \\ &= 10 \text{ J} \end{aligned}$$

Süzgeç çıkışındaki normalize edilmiş enerji Parseval teoremi kullanılarak hesaplanabilir:

$$V_o(\omega) = \frac{100}{(5 + j\omega)(20 + j\omega)}$$

ve

$$|V_o(\omega)|^2 = \frac{10^4}{(\omega^2 + 25)(\omega^2 + 400)}$$

olduğundan dolayı $|V_o(\omega)|^2$ çift bir fonksiyondur ve bu yüzden:

$$W_o = 2 \left(\frac{1}{2\pi} \right) \int_0^\infty \frac{10^4 d\omega}{(\omega^2 + 25)(\omega^2 + 400)}$$

Bununla birlikte aşağıdaki gerçeği kullanabiliriz:

$$\frac{10^4}{(\omega^2 + 25)(\omega^2 + 400)} = \frac{10^4/375}{\omega^2 + 25} - \frac{10^4/375}{\omega^2 + 400}$$

O zaman:

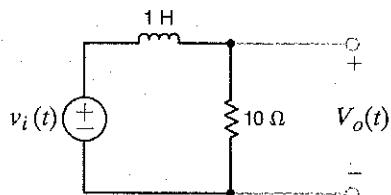
$$\begin{aligned} W_o &= \frac{1}{\pi} \left(\int_0^\infty \frac{10^4/375}{\omega^2 + 25} d\omega - \int_0^\infty \frac{10^4/375}{\omega^2 + 400} d\omega \right) \\ &= \frac{10^4}{375} \left(\frac{1}{\pi} \right) \left[\frac{1}{5} \left(\frac{\pi}{2} \right) - \frac{1}{20} \left(\frac{\pi}{2} \right) \right] \\ &= 2.0 \text{ J} \end{aligned}$$

Üzereندiklerinizizi Gündayyalımıza

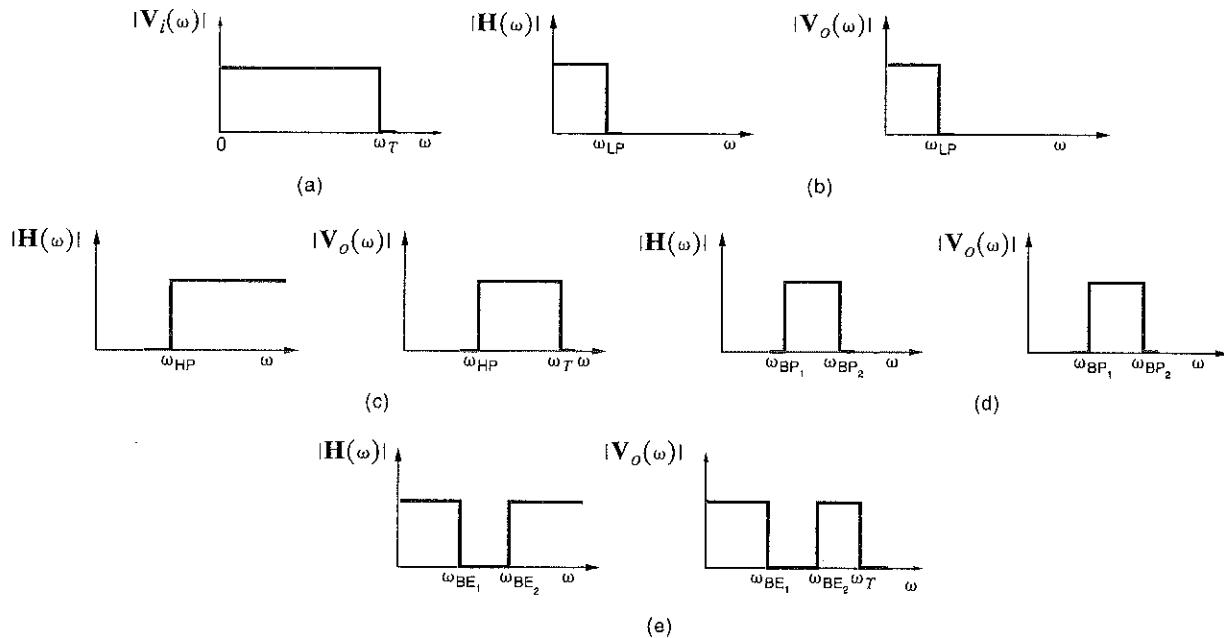
E15.19 Zaman düzlemi ve frekans düzlemi yaklaşımlarının her ikisini de kullanarak $v_i(t) = e^{-2t}$ $u(t)$ V işaretinin 1Ω üzerindeki toplam enerji miktarını hesaplayınız. **YANIT:** $W = 0.25 \text{ J}$.

E15.20 0'dan 1 rad/s'ye kadar olan frekans aralığında $v_i(t) = e^{-2t}$ $u(t)$ V işaretinin 1Ω üzerindeki toplam enerji miktarını hesaplayınız. **YANIT:** $W = 0.07 \text{ J}$.

E15.21 Eğer $v_i(t) = 5e^{-2t}$ $u(t)$ V ise Şekil E15.21'deki $v_o(t)$ çıkışının 1Ω üzerindeki toplam enerji miktarını belirleyiniz. **YANIT:** $W = 5.21 \text{ J}$.



Şekil E15.21

**Şekil 15.17**

İdeal alçak geçiren, yüksek geçiren, bant geçiren ve bant durduran süzgeçlerin giriş ve çıkışlarının frekans spektrumları.

Örnek 15.13, $\mathbf{H}(\omega)$ 'nın giriş işaretinin frekans spektrumu üzerindeki etkisini göstermektedir. Genelde, $\mathbf{H}(\omega)$, bazı durumlarda bu spektrumu biçimlendirmek için seçilebilir. Bu etkinin bir gösterimi olarak, Şekil 15.17'de gösterilen *ideal* frekans spektrumlarını göz önüne alınız. Şekil 15.17a ideal bir giriş genlik spektrumu olan $|V_i(\omega)|$ 'yi göstermektedir. Aralarındaki ilişki Eş. (15.45) ile verilen $|\mathbf{H}(\omega)|$ ve çıkış genlik spektrumu $|V_o(\omega)|$, ideal alçak geçiren, yüksek geçiren, bant geçiren ve bant durduran süzgeçler için sırasıyla Şekil 15.17b-e'de gösterilmiştir.

Zaman düzlemi ya da frekans düzlemi yaklaşımlarını kullanarak bir işaretin toplam enerji içeriğini Parseval teoremini kullanarak hesaplayabileceğimize dikkat ediniz. Bununla birlikte, bir işaretin belli bir frekans bandındaki enerji içeriğini belirlememizle izin verdiğinden dolayı frekans düzlemi yaklaşımı daha esnektir.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 15.14

AM (genlik modülasyonu) radyoda, iki önemli dalga şekli vardır: Bunlar, $s(t)$ işaretini ve taşıyıcıdır. Ses, müzik ve bunlara benzer iletmek istediğimiz bilgilerin hepsi esasında taşıyıcı ile taşınan işaret dalga şéklinin içinde bulunur. Bu yüzden, $s(t)$ 'nın Fourier dönüşümü yaklaşık 50 Hz'den 20,000 Hz'e kadar olan frekansları içerir. $c(t)$ taşıyıcısı, $s(t)$ 'deki frekanslardan çok daha büyük bir frekansta salınım yapan bir sinyoittır. Örneğin, Amerikan Federal İletişim Komisyonu (FCC) kuralları ve düzenlemeleri AM radyo istasyonu taşıyıcı frekansları için 540 kHz'den 1.7 MHz'e kadarlık bir frekans aralığını tahrîs etmiştir. 540 kHz'lık olası en düşük taşıyıcı frekansı bile $s(t)$ 'deki ses frekanslarından çok daha büyuktur. Gerçekte, bir istasyon çağrı harflerini ve frekanslarını bildirirken FCC'nin o istasyona tahrîs ettiği taşıyıcı frekansını size söylemektedir!

Basit durumlarda, $s(t)$ işaretin aşağıdaki formda bir gerilim üretmek için modifiye edilir:

$$v(t) = [A + s(t)] \cos(\omega_c t)$$

Burada A sabittir ve ω_c (rad/s) taşıyıcı frekansıdır. Bünyesinde "kodlanmış" işaretin barındıran bu $v(t)$ gerilimi, antene gönderilir ve antenden yayılanır. Dinleyicilerin radyoları da bu $v(t)$ dalga şékinin zayıf bir kopyasını alırlar.

Aşağıda verilen $s(t)$ için $s(t)$ ve $v(t)$ 'nin her ikisinin Fourier dönüşümünün genliğini çizelim:

$$s(t) = \cos(2\pi f_a t)$$

Burada f_a 1000 Hz'dir, taşıyıcı frekansı 900 kHz'dir ve A sabiti bire eşittir.

ÇÖZÜM

$s(t)$ 'nin Fourier dönüşümü

$$S(\omega) = \mathcal{F}[\cos(\omega_a t)] = \pi\delta(\omega - \omega_a) + \pi\delta(\omega + \omega_a)$$

şeklinde olur ve Şekil 15.18'de gösterilmektedir.

$v(t)$ gerilimi aşağıdaki formda ifade edilebilir:

$$v(t) = [1 + s(t)] \cos(\omega_c t) = \cos(\omega_c t) + s(t) \cos(\omega_c t)$$

Taşıyıcının Fourier dönüşümünü yazalım:

$$\mathcal{F}[\cos(\omega_c t)] = \pi\delta(\omega - \omega_c) + \pi\delta(\omega + \omega_c)$$

$s(t) \cos(\omega_c t)$ terimi aşağıdaki gibi yazılabılır:

$$s(t) \cos(\omega_c t) = s(t) \left\{ \frac{e^{j\omega_c t} + e^{-j\omega_c t}}{2} \right\}$$

Çizelge 15.3'te verilen modülasyon özelliğini kullanarak $s(t) \cos(\omega_c t)$ 'nin Fourier dönüşümü aşağıda gibi ifade edebiliriz:

$$\mathcal{F}[s(t) \cos(\omega_c t)] = \frac{1}{2} \{ S(\omega - \omega_c) + S(\omega + \omega_c) \}$$

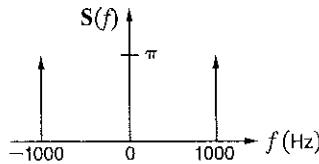
$S(\omega)$ 'yı yerine yazarak

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[s(t) \cos(\omega_c t)] &= \mathcal{F}[\cos(\omega_a t) \cos(\omega_c t)] \\ &= \frac{\pi}{2} \{ \delta(\omega - \omega_a - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_a - \omega_c) \\ &\quad + \delta(\omega - \omega_a + \omega_c) + \delta(\omega + \omega_a + \omega_c) \} \end{aligned}$$

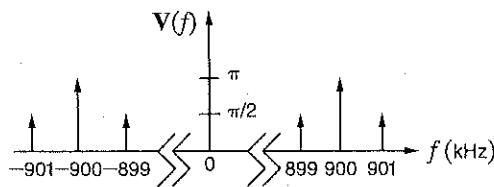
buluruz. Son olarak, $v(t)$ 'nın Fourier dönüşümü

$$\begin{aligned} V(\omega) &= \frac{\pi}{2} \{ 2\delta(\omega - \omega_c) + 2\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_a - \omega_c) \\ &\quad + \delta(\omega + \omega_a - \omega_c) + \delta(\omega - \omega_a + \omega_c) + \delta(\omega + \omega_a + \omega_c) \} \end{aligned}$$

şeklinde olur ve Şekil 15.19'da gösterilir. $S(\omega)$ 'nın, taşıyıcı frekans merkezde olacak biçimde yerleştiğine dikkat ediniz. Bu durum modülasyonun etkisidir.



Şekil 15.18
 $s(t)$ 'nin Fourier dönüşümünün genliğinin frekansa göre değişimi.



Şekil 15.19
İletilen dalga şéki $v(t)$ 'nin Fourier dönüşümünün genliğinin frekansa göre değişimi.

UYGULAMA ÖRNEĞİ 15.15

Harmonikler bir güç dağıtım sistemi için çok zararlı olabilir. Örneğin, Şekil 15.20'de gösterilen sistemi göz önüne alınır. Bu sistemde hat üzerinde harmonik akımlar yaratan doğrusal olmayan üç fazlı bir yük gösterilmektedir. Her bir harmoniye karşılık gelen akımların genlikleri Çizelge 15.4'te verilmektedir. Her bir hattın direnci 0.2Ω ise sisteme toplam güç kaybı ne kadar olur? İlave olarak, harmoniklerin neden olduğu güç kaybı ne kadardır?

CÖZÜM Herhangi bir frekanstaki tek bir hattın güç kaybı şu biçimdedir:

$$P_{\text{line}} = \frac{I_{\text{line}}^2}{2} R_{\text{line}}$$

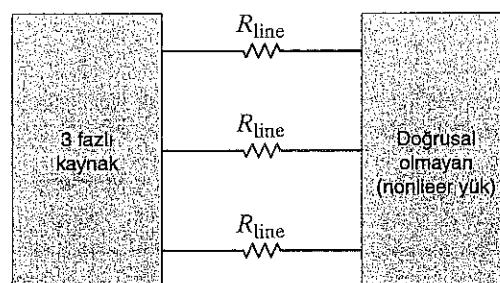
Bu denklemi kullanarak, ana harmonik ve her bir harmonik frekansı için tek bir hattaki güç kaybını hesaplayabiliriz. Bu hesaplamların sonuçları Çizelge 15.5'te gösterilmiştir. Her bir hattaki güç kaybı Çizelge 15.5'te her bir frekans için verilen güçlerin toplamına eşittir. Sistemimiz üç-fazlı olduğu için hatlarda kaybolan toplam güç aşağıdaki şekilde kolayca bulunur:

$$P_{\text{total}} = 3[1000 + 0.5 + 90 + 0.1 + 10] = 3301.8 \text{ W}$$

Harmoniklerin 301.8 W'tan veya toplam kaybolan gücün % 9.14'ünden sorumlu olduğuna dikkat ediniz.

Şekil 15.20

Doğrusal olmayan bir yükle bağlı üç-fazlı bir dağıtım sisteminin basit bir modeli.



ÇİZELGE 15.4 Doğrusal olmayan bir yükün hat akımı harmonik içeriği

HARMONİK	GENLİK (A)
Ana	100
1	5
2	30
3	1
4	10

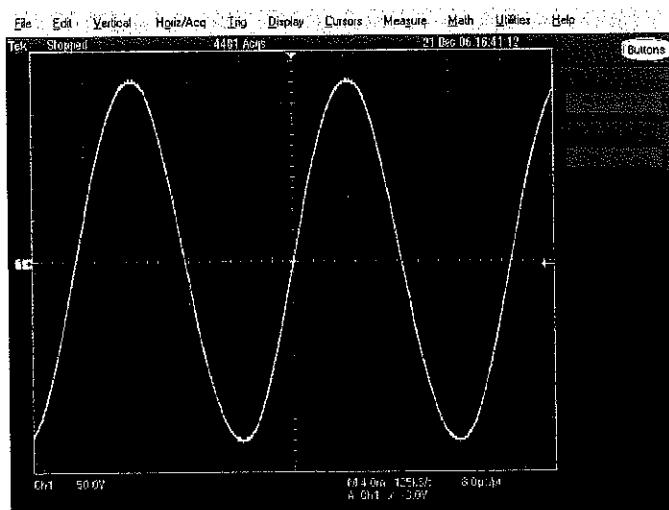
ÇİZELGE 15.5 Hattın ana ve her bir harmonik frekansındaki güç kaybı

HARMONİK	P (W)
Ana	1000
1	0.5
2	90
3	0.1
4	10

Piller, güneş panelleri ve yakıt hücreleri gibi elektrik kaynakları, bir DA çıkışı üretirler. AA bir gerilime ihtiyaç duyan bir elektrik yükü, DA gerilimini AA gerilimine dönüştüren ve evirici olarak adlandırılan bir cihaz kullanarak bir DA kaynağından beslenebilir. Eviriciler tek fazlı veya üç fazlı AA gerilimler üretebilir. Tek fazlı eviriciler çoğunlukla saf (veya gerçek) sinüs dalga eviriciler veya modifiye edilmiş sinüs dalga eviriciler olarak sınıflandırılırlar. Saf bir sinüs dalga evitcinin çıkışı Şekil 15.21'de gösterilmiştir. Bu dalga şekli Bölüm 8'de anlatılmıştır ve $v(t) = 170 \sin 377t$ volt ile tanımlanabilir. Şekil 15.22'de ise modifiye edilmiş sinüs dalga evitcinin çıkış gerilimi gösterilmektedir. Bu dalga şeklinin sinüs dalgadan ziyade daha çok kare dalga olduğuna dikkat ediniz.

Şekil 15.23'teki çizimi kullanarak modifiye edilmiş sinüs dalga evirici çıkış geriliminin Fourier bileşenlerini belirleyelim. Bu dalga şeklinin, $T/4$ 'e ortalanmış t_8 genişliğinde pozitif bir darbeden ve $3T/4$ 'e ortalanmış aynı genişlikteki negatif bir darbeden oluştuğuna dikkat ediniz. Bu dalga şeklini yakından incelersek işaretin yarınlalga simetrisi tek bir fonksiyon olduğunu görürüz. Bu yüzden:

$$\begin{aligned}a_0 &= 0 \\a_n &= 0 \text{ } n' \text{nin tüm değerleri için} \\b_n &= 0 \text{ } n' \text{nin çift değerleri için}\end{aligned}$$



UYGULAMA ÖRNEĞİ 15.16

Şekil 15.21

Saf bir sinüs dalga evitcinin çıkış gerilimi.

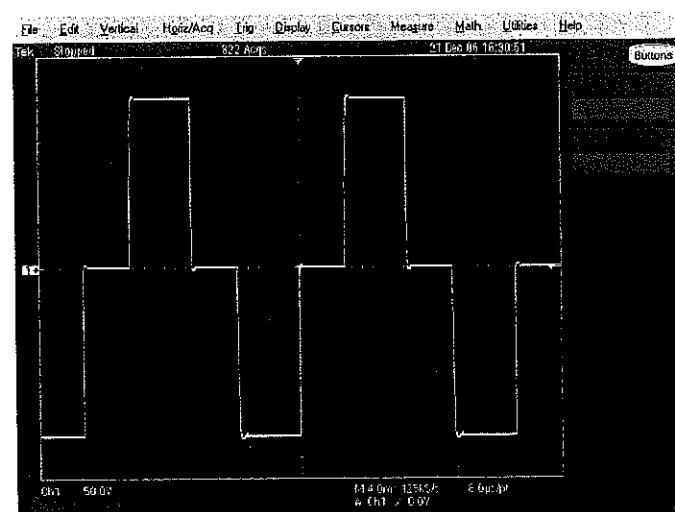
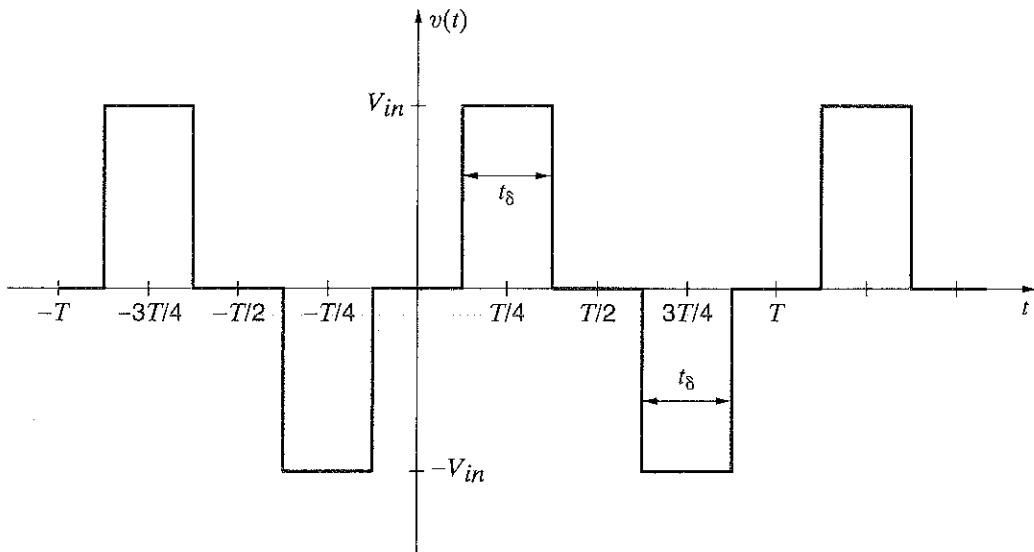


Figure 15.22

Modifiye edilmiş bir sinüs dalga evitcinin çıkış gerilimi.

**Şekil 15.23**

Modifiye edilmiş sinüs dalga eviricinin çıkış geriliminin Fourier bileşenlerini bulmak için dalga şekli.

Aşağıdaki formülü kullanarak n 'nin tek değerleri için b_n 'yi bulabiliriz:

$$b_n = \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \sin n\omega_0 t \, dt$$

İşaret, 0'dan $T/2$ 'ye kadar olan aralık boyunca $t = T/4 - \delta/2$ ile $t = T/4 + \delta/2$ arasında V_{in} , diğer yerlerde ise sıfır değerine sahiptir. Bu yüzden:

$$b_n = \frac{4}{T} \int_{T/4-\delta/2}^{T/4+\delta/2} V_{in} \sin n\omega_0 t \, dt$$

$$b_n = \frac{4V_{in}}{T} \int_{T/4-\delta/2}^{T/4+\delta/2} \sin n\omega_0 t \, dt$$

Bunun integrali

$$b_n = \frac{4V_{in}}{n\omega_0 T} \left[-\cos n\omega_0 t \right]_{T/4-\delta/2}^{T/4+\delta/2}$$

sonucunu verir. $\omega_0 T = 2\pi$ kullanılarak

$$b_n = \frac{2V_{in}}{\pi} \left[-\cos \left(\frac{n\omega_0 T}{4} + \frac{n\omega_0 t_\delta}{2} \right) + \cos \left(\frac{n\omega_0 T}{4} - \frac{n\omega_0 t_\delta}{2} \right) \right]$$

sonucu üretilir.

Parantez içindeki ifade $-\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$ 'dır. Uygun trigonometrik tanımları kullanarak

$$\begin{aligned} -\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) &= -\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ -\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) &= 2 \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

elde edilir.

n 'nin tek değerleri için geçerli olan b_n 'nin ifadesi aşağıdaki şekilde olur:

$$b_n = \frac{4V_{in}}{n\pi} \left[\sin \left(\frac{n\omega_0 T}{4} \right) \sin \left(\frac{n\omega_0 t_\delta}{2} \right) \right]$$

$\omega_0 t_\delta = \delta$ tanımını yapalım ve yine $\omega_0 T = 2\pi$ eşitliğinden faydalanalım:

$$b_n = \frac{4V_{in}}{n\pi} \left[\sin \left(\frac{n\pi}{2} \right) \sin \left(\frac{n\delta}{2} \right) \right]$$

Bu ifadeyi kullanarak aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$b_1 = \frac{4V_{in}}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \frac{4V_{in}}{\pi} \sin\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

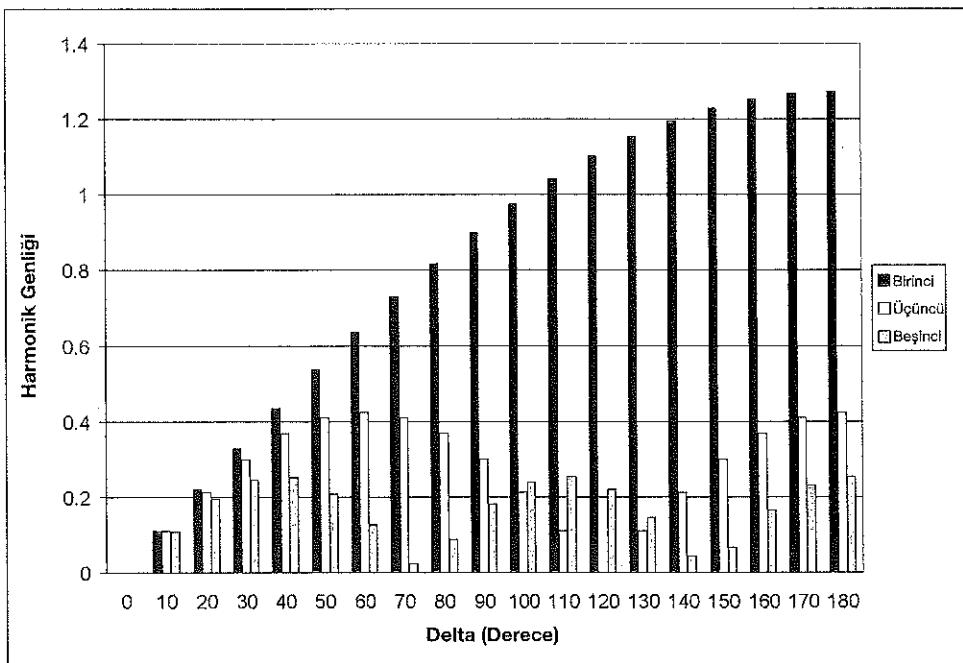
$$b_3 = \frac{4V_{in}}{3\pi} \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{3\delta}{2}\right) = -\frac{4V_{in}}{3\pi} \sin\left(\frac{3\delta}{2}\right)$$

$$b_5 = \frac{4V_{in}}{5\pi} \sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{5\delta}{2}\right) = \frac{4V_{in}}{5\pi} \sin\left(\frac{5\delta}{2}\right)$$

Şimdi Şekil 15.24'te gösterildiği gibi $V_{in} = 1$ V ve δ 'nın 0° ile 180° arasındaki değerleri için b_1 , b_3 ve b_5 'in mutlak değerlerini çizelim. Birinci veya ana harmoniğin katsayısı b_1 , $\delta = 0^\circ$ de sıfırdır ve $\delta = 180^\circ$ de $4/\pi = 1.273$ 'luk bir maksimum değere ulaşır. Bu çizimden, Üçüncü harmoniğin mutlak değerinin $\delta = 120^\circ$ de sıfır olduğu görülmektedir. b_3 'ün ifadesi $\delta = 120^\circ$ de sıfır değerine sahip olan $\sin(3\delta/2)$ terimini içerir. $\delta = 72^\circ$ sefersek beşinci harmoniğin genliği sıfır olacaktır. Bu örnek, uygun bir δ açısının seçimiyle Fourier serisindeki bir harmoniğin çıkış geriliminden elementin mümkün olduğunu göstermektedir.

Şekil 15.24

Harmonik genliğinin δ açısına göre çizimi.



15.4

Tasarım Örnekleri

Birbirine yakın iki AM istasyonu $f_l = 900$ kHz ve $f_l = 960$ kHz taşıyıcı frekanslarında yayın yapmaktadır.

TASARIM ÖRNEĞİ 15.17

Analizi basitleştirmek için $s_1(t)$ ve $s_2(t)$ bilgi işaretlerinin aynı olduğunu varsayacağız. Bu durumda $S_1(\omega)$ ve $S_2(\omega)$ Fourier dönüşümleri de aynıdır ve Şekil 15.25'te bu dönüşümlerin nasıl görünebilecekleri kabaca gösterilmiştir.

Yayınlanan dalga şekilleri şu biçimdedir:

$$v_1(t) = [1 + s_1(t)] \cos(\omega_1 t)$$

ve

$$v_2(t) = [1 + s_2(t)] \cos(\omega_2 t)$$

Civardaki bir anten her iki yayını da "alacaktır". Antende $v_1(t)$ ve $v_2(t)$ 'nin eşit şiddete sahip olduğunu varsayıarak, alınan gerilim

$$v_r(t) = K[v_1(t) + v_2(t)]$$

birimde yazılabilir. Burada K , değeri 1'den çok daha küçük olan bir sabittir. (Tipik anten gerilimleri μV ile mV 'lar mertebesindedir). $v_r(t)$ 'nin Fourier dönüşümünün bir taslaç çizimi Şekil 15.26'da gösterilmiştir.

$v_r(t)$ 'nin yükselteç ve şifre çözme (decoding) devresine girmesinden önce, belli bir istasyonu seçmek için bir istasyon tarayıcı (tuner – akord devresi) yapmalıyız. İstasyon tarayıcımız olarak görev yapacak ve değişken bir kondansatör içeren bir RLC bant geçiren süzgeç tasarlayalım. Böyle bir devre Şekil 15.27'de gösterilmiştir.

ÇÖZÜM Transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi kolayca bulunur:

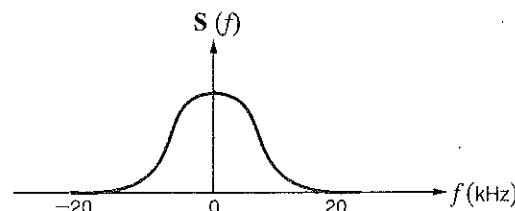
$$G_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_r(s)} = \frac{s\left(\frac{R}{L}\right)}{s^2 + s\left(\frac{R}{L}\right) + \frac{1}{LC}}$$

Bölüm 12'de gösterildiği gibi, merkez frekansı ve bant genişliği hertz cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

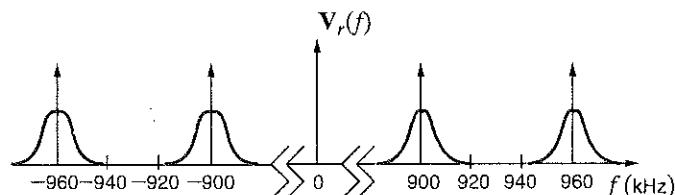
Şekil 15.25

Gelişti güzel bir AM Fourier dönüşümünün taslaç çizimi.



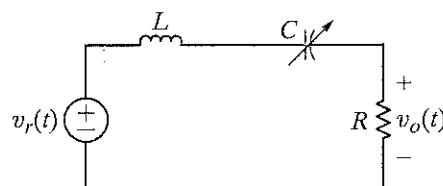
Şekil 15.26

$v_r(t)$ anten dalga şeklinin Fourier dönüşümü.



Şekil 15.27

RLC bant-geçiren süzgeç-istasyon tarayıcı devre.



ve

$$BW = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L}$$

İki taşıyıcı frekans arasında sadece 60 kHz olduğundan dolayı süzgeçin bant genişliği 60 kHz'den az olmalıdır. Keyfi olarak bant genişliğini 10 kHz ve R' yi 10Ω seçelim. Bu seçimleri yaptıktan sonra tasarım problemimiz L ve C 'nin son değerlerinin belirlenmesine dönüşmüştür. Bant genişliği ifadesinden:

$$L = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{BW}$$

veya

$$L = 159.2 \mu H$$

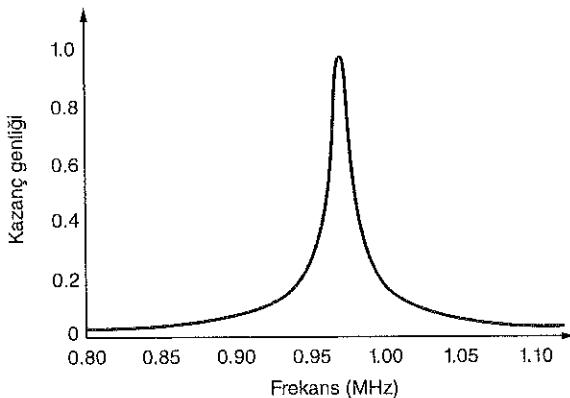
Merkez frekansını 900 kHz'e yerleştirecek, C 'yi aşağıdaki gibi buluruz:

$$C = \frac{1}{L[2\pi f_o]^2}$$

veya

$$C = 196.4 \text{ pF}$$

İstasyonu 960 kHz'e ayarlamak için C 'yi 172.6 pF'a ayarlamamız gereklidir. Bu işlem bant genişliğini değiştirmez. 960 kHz'e ayarlanan $G_o(s)$ genliğinin Bode çizimi Şekil 15.28'de gösterilmiştir. Her ne kadar zayıflatılmış olsa da 900 kHz'deki yayının tamamen elenemediğine dikkat ediniz. Bu bir problem oluşturursa ya R ve/veya L ile bant genişliğini daraltabiliriz ya da daha karmaşık bir istasyon tarayıcı süzgeci tasarlayabiliriz.



Şekil 15.28

Şekil 15.27'deki RLC istasyon tarayıcı (akort) devresinin Bode çizimi.

Eş. (15.47) ile verilen işaret 1 kHz, 10 kHz ve 100 kHz frekanslı üç bileşen içermektedir. İletilmek istenen işaret 10 kHz frekanslı olup, diğer iki frekans gürültü (istenmeyen) işaretlerinin frekanslarıdır. Denklemden, asıl işaretin genliğinin gürültü bileşen genliklerinin sadece $1/10$ 'u kadar olduğunu görmekteyiz. İşaret genliğinin gürültü bileşen genliklerinin 100 katı olmasını sağlayacak bir bant geçiren süzgeç tasarlamak için Şekil 15.29'daki devreyi kullanalım. İşlemsel yükselteçlerin ideal olduğunu varsayınız.

$$v_s(t) = 0.1 \sin[(2\pi)10^3 t] + 0.01 \sin[(2\pi)10^4 t] + 0.1 \sin[(2\pi)10^5 t] \text{ V} \quad 15.47$$

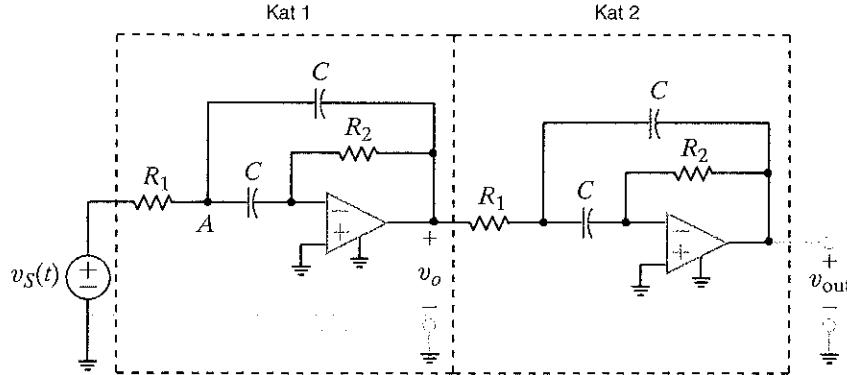
Şekil 15.29'daki bant geçiren süzgeçin birbirinin aynı iki kaskat yapidan oluştuğuna dikkat ediniz. Toplam kazanç aşağıdaki gibi olduğundan dolayı sadece tek bir katın kazancı olan $A_1(j\omega)$ 'yı belirlememiz gerekmektedir:

$$A(j\omega) = A_1(j\omega)A_2(j\omega) = [A_1(j\omega)]^2$$

TASARIM ÖRNEĞİ 15.18

ÇÖZÜM

Şekil 15.29
İki katlı dördüncü
mertebeden bant
geçiren süzgeç.



Birinci op-amp'ın evren girişine KAY'yi uygularsak

$$V_A j\omega C = \frac{-V_o}{R_2}$$

veya

$$V_A = \frac{-V_o}{j\omega C R_2}$$

15.48

elde ederiz. A noktasında KAY'yi kullanarak

$$\frac{V_s - V_A}{R_1} = (V_A - V_o)j\omega C + V_A j\omega C$$

sonucu elde edilir. Her iki tarafı R_1 ile çarparak ve terimleri toplayarak

$$V_s = V_A [2j\omega C R_1 + 1] - V_o j\omega C R_1$$

sonucu elde edilir. Eş. (15.48)'i yukarıdaki denklemde yerine koyarak ve $A_1(j\omega) = V_o / V_s$ kazancını çekerek

$$A_1(j\omega) = \frac{V_o}{V_s} = \frac{-j\omega C R_2}{-\omega^2 C^2 R_1 R_2 + j\omega 2 C R_1 + 1}$$

sonucu elde edilir. Son olarak, kazanç ifadesini aşağıdaki yapıda düzenleriz:

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{-\left[\frac{1}{CR_1}\right]j\omega}{-\omega^2 + \left[\frac{2}{CR_2}\right]j\omega + \frac{1}{C^2 R_1 R_2}} \quad 15.49$$

Bu da aşağıdaki ifade ile verilen bant geçiren bir süzgeçin genel formuna benzer.

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{A_o \left[\frac{\omega_0}{Q} \right] j\omega}{-\omega^2 + \left[\frac{\omega_0}{Q} \right] j\omega + \omega_0^2} \quad 15.50$$

Eş. (15.49) ve (15.50)'yi karşılaştırarak

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{C\sqrt{R_1 R_2}} & \frac{\omega_0}{Q} &= \frac{2}{CR_2} \\ Q &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} & A_o &= \frac{-R_2}{2R_1} \end{aligned} \quad 15.51$$

olduğunu buluruz.

Süzgeçin performansını belirlemek için iki gereksinim vardır. Öncelikle süzgeç girişinde verilen işaret ve gürültü genlikleri için, çıkıştaki işaretin gürültüye oranı istenen değerde

olmalıdır yani merkez frekanstaki kazanç olan A_o 'ın 1 kHz ve 100 kHz'deki kazançlara oranı 1000/1 olmalıdır. Bant geçiren süzgeçin kazancı, log ekseni üzerindeki merkez frekansına göre simetrik olduğundan dolayı 1 kHz ve 100 kHz'deki kazançlar aynı olacaktır. Bu yüzden, sadece 1 kHz'deki kazanca odaklanacağız. Eş. (15.50)'den ω_o ve $\omega_o/10$ 'daki tek katın kazancı

$$\begin{aligned} \frac{A(\omega_0)}{A(\omega_0/10)} &= \frac{-A_o}{\frac{-A_o \omega_0^2}{10Q}} \\ &= \frac{\left| \omega_0^2 - \frac{\omega_0^2}{100} + j \frac{\omega_0^2}{10Q} \right|}{\left| \omega_0^2 - \frac{\omega_0^2}{100} + j \frac{\omega_0^2}{10Q} \right|} = \sqrt{1000} \end{aligned}$$

olur. Basitlik adına, $\omega_o^2 \gg \omega_0^2/100$ olduğunu kabul edeceğiz. Q değerini ifade eden çekerek

$$\sqrt{100Q^2 + 1} = \sqrt{1000}$$

elde edilir. Eş.(15.51)'i kullanarak

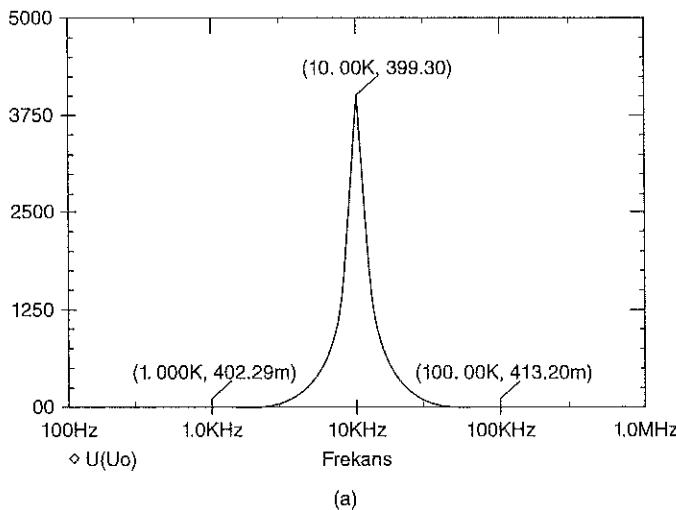
$$Q \approx \sqrt{10} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

bulunur. Dolayısıyla, kazanç gereksinimi nedeniyle, R_2 , 40 R_1 'e eşit olmalıdır. Keyfi olarak $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ seçerek $R_2 = 40 \text{ k}\Omega$ olur. İkinci gereksinim $\omega_o/2\pi$ 'nin 10 kHz'e eşit olmasıdır. Eş. (15.51)'den ve direnç değerlerimizden

$$\omega_0 = (2\pi)10^4 = \frac{1}{C\sqrt{R_1 R_2}} = \frac{1}{10^3 \sqrt{40C}}$$

elde ederiz. Bu da $C = 2.5 \text{ nF}$ değerini verir.

Tasarlanan sistemin Bode çizimi Şekil 15.30a'da gösterilmiştir. Burada merkez frekansı 10 kHz; 10 kHz'deki kazanç kabaca 400 ve 1 kHz ve 100 kHz'deki kazançlar 0.4'tür (1000/1 oranı). Geçici durum analizinden elde edilen 10 kHz'lık çıkış gerilimi Şekil 15.30b'de 10 periyot için gösterilmiştir. Beklendiği gibi, dalga şekli 10 kHz'de çok az bozulmaya sahip 4 V'luk bir sinüs dalgasıdır.

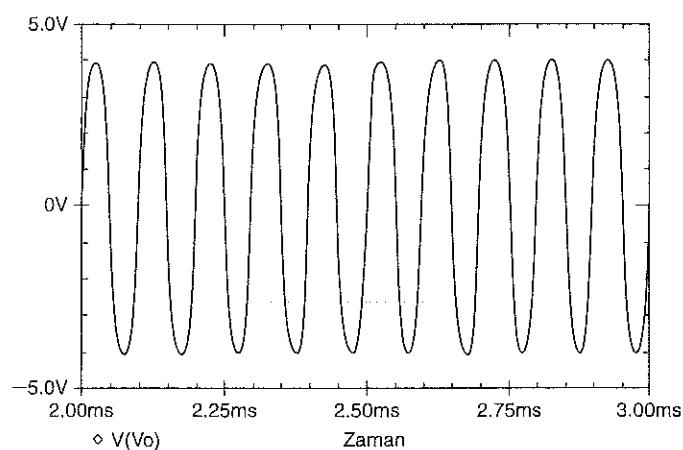


Şekil 15.30

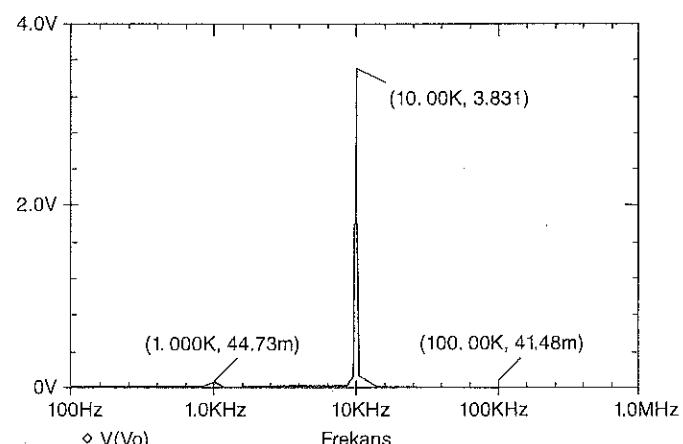
(a) Frekans analizinden elde edilen sonuçlar işaretin gürültüye göre güçlendirildiğini göstermektedir. (b) geçici durum benzetim sonuçları ve (c) buna karşılık gelen FFT.

Şekil 15.30

(devamı)



(b)



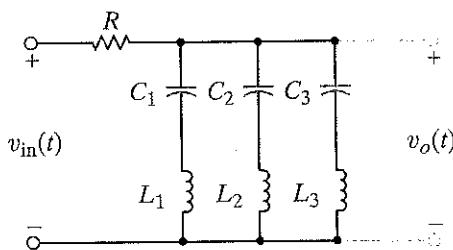
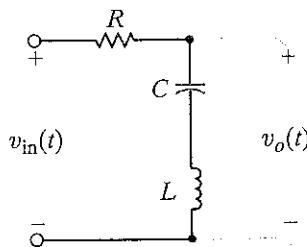
(c)

Çıktının Fourier bileşenleri Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) ile elde edilir. Şekil 15.30c'de gösterilen çizimdeki sonuçlardan, işaret genliğinin gürültü bileşenleri genliklerinden 1000 kez daha uzun olduğunu görmekteyiz. Şekil 15.30c'deki sonuçlar, 5 ms'lık bir geçici durum benzetiminin (yani, 10 kHz'de 50 periyot) sonuçlarına FFT uygulanarak elde edilmiştir. Genelde, geçici durum analizi ne kadar çok periyot üzerinden yapılrsa FFT'nin frekans çözünürlüğü de o kadar daha iyi olur. Benzetimde ± 15 V'luk beslemeli ve 10^6 ltк kazançlı op-amplar kullanılmıştır.

TASARIM ÖRNEĞİ 15.19

Şekil 15.31'de gösterilen devre bir çentik süzgecidir. Süzgecin rezonans frekansında, $L-C$ seri devresi sıfır efektif empedansa sahiptir ve sonuç olarak, bu frekansta herhangi bir işaret kısa devre edilmektedir. Bu nedenden dolayı süzgeç çoğunuşluğa bir tuzak olarak adlandırılır.

Aşağıdaki senaryoyu göz önüne alınız. 1 kHz'de çalışan bir sistem, önetimsiz bir kısım ikinci ve üçüncü harmoniklerle birlikte 10 kHz'lık ana frekansta bir gürültü kapsamıştır. Verilen bu bilgiye dayanarak gürültüyü ve onun harmoniklerini eleyecek bir süzgeç tasarlamak istiyoruz.



Tuzağın püf noktası $L\text{-}C$ seri kolunun rezonans frekansını, elemek istediğimiz frekansa ayarlamaktır. 10 kHz, 20 kHz ve 30 kHz'lık üç frekansı yok etmek istediğimizden dolayı Şekil 15.32'de gösterildiği gibi basitçe üç farklı $L\text{-}C$ kolu kullanacağız ve bir tuzak oluşturmak için L_1C_1 10 kHz'e, L_2C_2 20 kHz'e ve L_3C_3 30 kHz'e ayarlanacaktır. Keyfi olarak tüm induktörlerin değerini 10 μH seçelim ve kondansatörlerin değerini hesapyalım:

$$C_1 = \frac{1}{(2\pi)^2 f^2 L} = \frac{1}{(2\pi)^2 (10^8)(10^{-5})} = 25.3 \mu\text{F}$$

$$C_2 = \frac{1}{(2\pi)^2 (4 \times 10^8)(10^{-5})} = 6.34 \mu\text{F}$$

$$C_3 = \frac{1}{(2\pi)^2 (9 \times 10^8)(10^{-5})} = 2.81 \mu\text{F}$$

Şekil 15.32'de gösterilen üç tane tuzak, gürültüyü ve onun harmoniklerini elemektedir.

Şekil 15.31

Seri bir $L\text{-}C$ kolundan faydalananarak oluşturulan bir çentik veya tuzak süzgeci.

Şekil 15.32

Üç farklı frekans bileşenini yok etmek için genişletilmiş çentik süzgeci.

ÇÖZÜM

ÖZET

- Periyodik fonksiyonun ne demek olduğu, onların Fourier serisi ile gösterimi ve Fourier serisinin bazı faydalı özellikleri aşağıda özetlenmiştir.

■ Periyodik fonksiyon

$f(t) = f(t + nT_0)$, $n = 1, 2, 3, \dots$ Burada T_0 periyottur.

■ Bir periyodik fonksiyonun üstel Fourier serisi

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}, \quad c_n = \frac{1}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

■ Bir periyodik fonksiyonun trigonometrik Fourier serisi

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t)$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) \cos n\omega_0 t dt,$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) \sin n\omega_0 t dt,$$

ve

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) dt$$

■ Çift simetrisi bir periyodik fonksiyon

$$f(t) = f(-t)$$

$$a_n = \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \cos n\omega_0 t dt,$$

$$b_n = 0,$$

ve

$$a_0 = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) dt$$

■ Tek simetrisi bir periyodik fonksiyon

$$f(t) = -f(-t)$$

$$a_n = 0, \quad b_n = \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \sin n\omega_0 t dt \text{ ve } a_0 = 0$$

■ Yarım dalga simetrisi bir periyodik fonksiyon

$$f(t) = -f(t - T_0/2)$$

$$a_n = b_n = 0, \quad n'ın çift değeri için$$

$$a_n = \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \cos n\omega_0 t dt \quad n'ın tek değeri için$$

$$b_n = \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/2} f(t) \sin n\omega_0 t dt \quad n'ın tek değeri için \text{ ve } a_0 = 0$$

■ Bir periyodik fonksiyonun zamanda ötelemenmesi

$$f(t - t_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (c_n e^{-jn\omega_0 t_0}) e^{jn\omega_0 t}$$

■ Bir periyodik fonksiyonun frekans spektrumu

Bir Fourier serisi, çizgi spektrumları olarak adlandırılan ayrık frekans bileşenleri içerir.

■ Giriş uygulanan periyodik bir fonksiyona karşı kalıcı durum tepkisi Periyodik fonksiyon girişü bir Fourier serisi olarak ifade edilir ve serideki her bir bileşenin tepkisini belirlemek için fazor analizi kullanılır. Her bileşen zaman düzleme dönüştürülür ve toplam çıkışı belirlemek için süperpozisyon kullanılır.

Fourier dönüşümü, özellikleri ve devre analizinde kullanımı aşağıda özetlenmiştir.

■ Bir periyodik fonksiyonun Fourier dönüşümü

$$\mathbf{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \text{ ve } f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

■ Fourier dönüşüm çiftleri ve özellikleri

Çizelge 15.2'deki Fourier dönüşüm çiftleri ve Çizelge 15.3'teki özellikler, zaman düzleme fonksiyonlarını frekans düzleme veya bunun tersine dönüştürmek için birlikte kullanılabilir.

■ Bir işaretin enerji içeriğini belirlemek için Parseval teoremi

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{F}(\omega)|^2 d\omega$$

■ Devrenin periyodik olmayan bir girişe tepkisi

Periyodik olmayan bir $x(t)$ girişi de frekans düzleme ($X(\omega)$) dönüştürülebilir. Daha sonra $H(\omega)$ devre transfer fonksiyonunu kullanarak çıkış $\mathbf{Y}(\omega) = H(\omega) X(\omega)$ şeklinde hesaplanabilir. $y(t)$, $\mathbf{Y}(\omega)$ 'nın zaman düzleme dönüştürülmesiyle elde edilebilir.

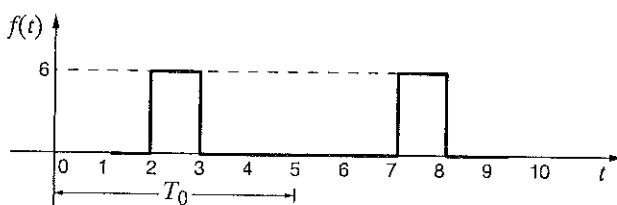
PROBLEMLER

15.1 Şekil P15.1'de gösterilen periyodik darbe treninin üstel Fourier serisini bulunuz.



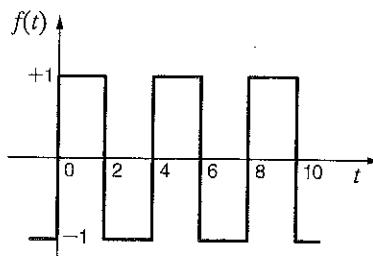
Şekil P15.1

15.2 Şekil P15.2'de gösterilen periyodik işaretin üstel Fourier serisini bulunuz.



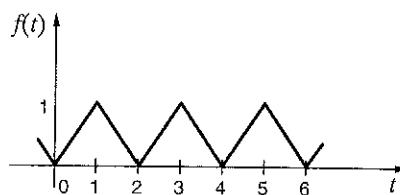
Şekil P15.2

15.3 Şekil P15.3'te gösterilen işaretin üstel Fourier serisini bulunuz.



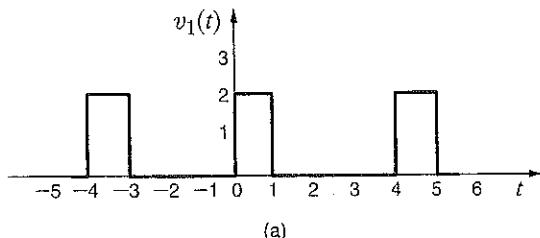
Şekil P15.3

15.4 Şekil P15.4'te gösterilen işaretin üstel Fourier serisini bulunuz.

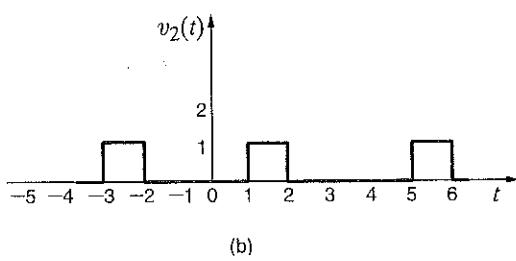


Şekil P15.4

- 15.5** Şekil P15.5'teki iki dalga şéklinin toplamı olan dalga şéklinin üstel Fourier serisini, iki dalganın üstel Fourier serisini hesaplayıp toplayarak bulunuz.



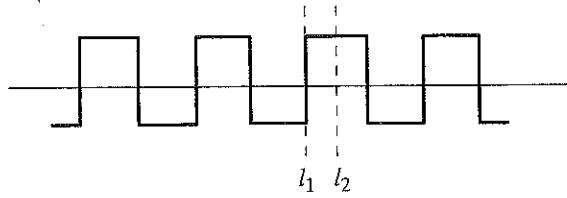
(a)



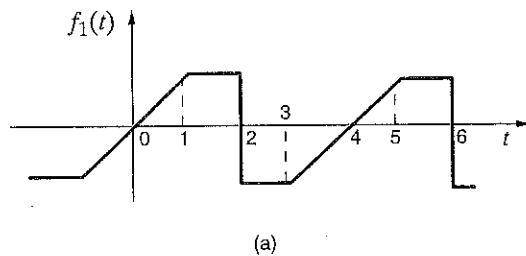
(b)

Şekil P15.5

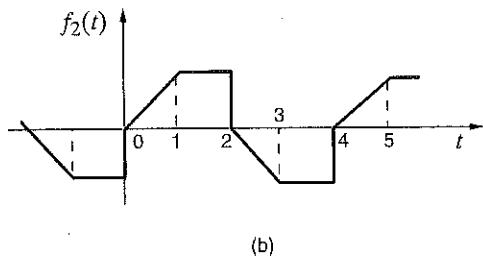
- 15.6** Şekil P15.6'da verilen dalga şéklinin orijini (a) l_1 ve (b) l_2 'de seçilirse ortaya çıkan simetri tipini belirleyiniz.

**Şekil P15.6**

- 15.7** Şekil P15.7'deki iki dalga şéklü hangi tip simetrlere sahiptir?



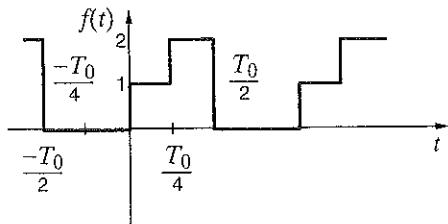
(a)



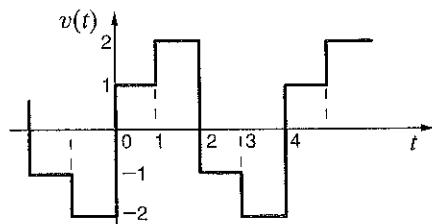
(b)

Şekil P15.7

- 15.8** Şekil P15.8'de gösterilen periyodik dalga şéklinin trigonometrik Fourier serisini bulunuz.

**Şekil P15.8**

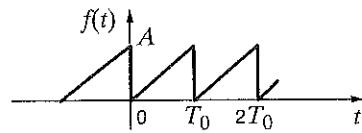
- 15.9** Şekil P15.9'da gösterilen periyodik dalga şéklinin trigonometrik Fourier serisini bulunuz.

**Şekil P15.9**

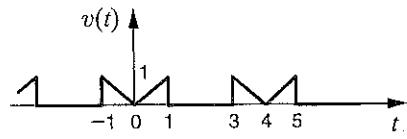
- 15.10** Şekil P15.10'da verilen dalga şéklü için

$$f(t) = \frac{A}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-A}{n\pi} \sin \frac{2n\pi}{T_0} t$$

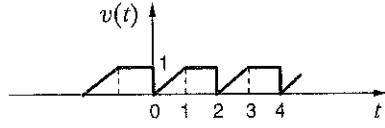
olduğunu gösteriniz.

**Şekil P15.10**

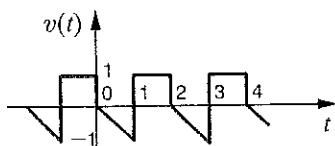
- 15.11** Şekil P15.11'deki dalga şéklinin trigonometrik Fourier serisi katsayılarını bulunuz.

**Şekil P15.11**

- 15.12** Şekil P15.12'deki dalga şéklinin trigonometrik Fourier serisi katsayılarını bulunuz.

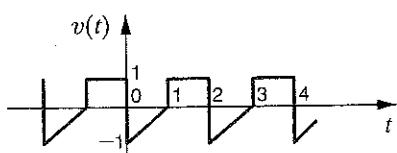
**Şekil P15.12**

- 15.13** Şekil P15.13'teki dalga şeklinin trigonometrik Fourier serisi katsayılarını bulunuz.



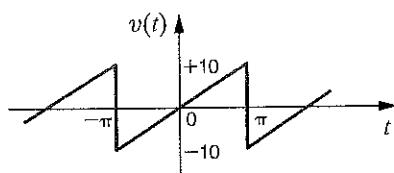
Şekil P15.13

- 15.14** Şekil P15.14'teki dalga şeklinin trigonometrik Fourier serisi katsayılarını bulunuz.



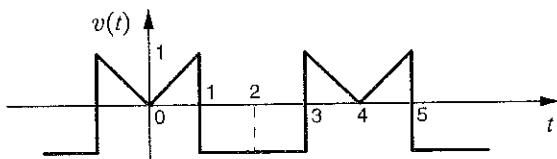
Şekil P15.14

- 15.15** Şekil P15.15'te gösterilen dalga şeklinin trigonometrik Fourier serisini türetiniz.



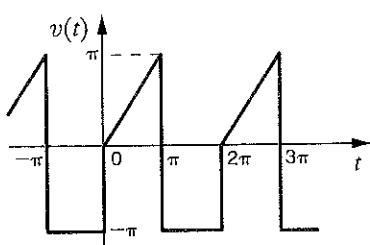
Şekil P15.15

- 15.16** Şekil P15.16'daki dalga şeklinin trigonometrik Fourier serisi katsayılarını bulunuz.



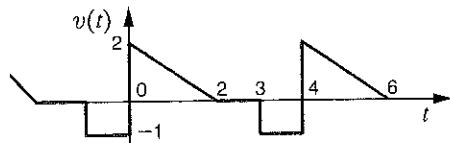
Şekil P15.16

- 15.17** Şekil P15.17'de gösterilen dalga şeklinin trigonometrik Fourier serisini bulunuz.



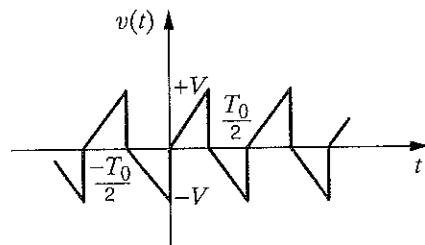
Şekil P15.17

- 15.18** Şekil P15.18'deki dalga şeklinin trigonometrik Fourier serisi katsayılarını bulunuz.



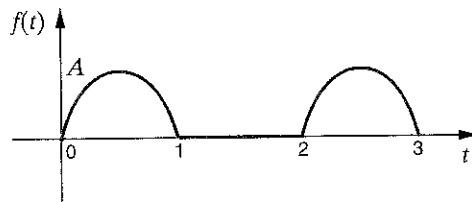
Şekil P15.18

- 15.19** Şekil P15.19'da gösterilen fonksiyonun trigonometrik Fourier serisini türetiniz.



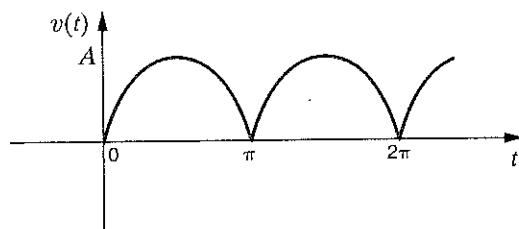
Şekil P15.19

- 15.20** Şekil P15.20'de gösterilen dalga şeklinin trigonometrik Fourier serisini türetiniz.



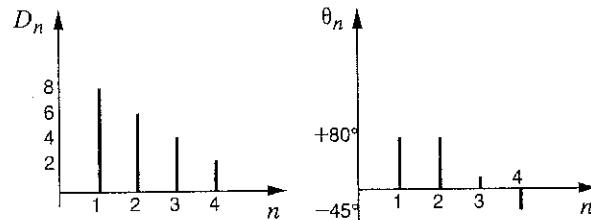
Şekil P15.20

- 15.21** Şekil P15.21'de gösterilen $v(t) = A|\sin t|$ fonksiyonun trigonometrik Fourier serisini türetiniz.



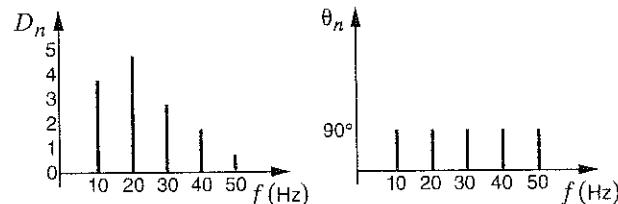
Şekil P15.21

- 15.22** Sadece birkaç terime sahip olan periyodik bir $v(t)$ fonksiyonun genlik ve faz spektrumları Şekil P15.22'de gösterilmiştir. $T_0 = 0.1$ s olması durumu için $v(t)$ 'nın ifadesini belirleyiniz.



Şekil P15.22

- 15.23** Periyodik bir $f(t)$ fonksiyonunun ayrık çizgi spektrumu Şekil P15.23'te gösterilmektedir. $f(t)$ 'nin ifadesini belirleyiniz.

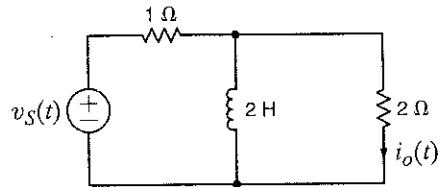


Şekil P15.23

- 15.24** Aşağıdaki işaretin genlik ve faz spektrumlarının ilk dört terimini çiziniz:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \cos n\omega_0 t + \frac{6}{n\pi} \sin n\omega_0 t$$

- 15.25** Giriş geriliminin Problem 15.15'te gösterilen dalga şekli ile tamamlanması durumunda Şekil P15.25'te gösterilen devrede $i_o(t)$ akımının kalıcı durum tepkisini belirleyiniz.



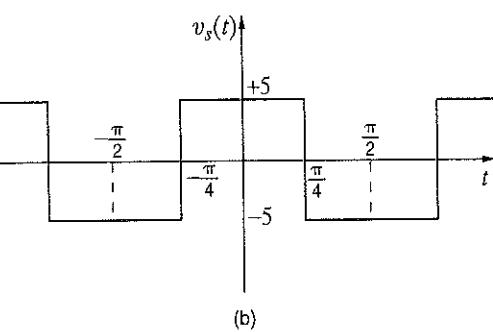
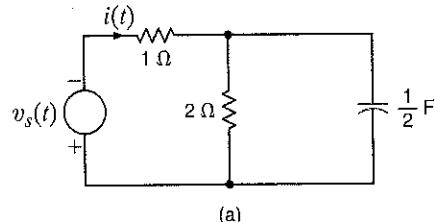
Şekil P15.25

- 15.26** Problem 15.25'teki giriş gerilimi

$$v_s(t) = 1 - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin 0.2\pi nt \text{ V}$$

ise $i_o(t)$ kalıcı durum akımının ifadesini bulunuz.

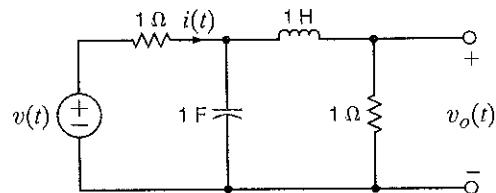
- 15.27** Giriş gerilimi P15.27b'de gösterildiği gibi ise Şekil P15.25a'daki devrenin $i(t)$ kalıcı durum akımını bulunuz.



Şekil P15.27

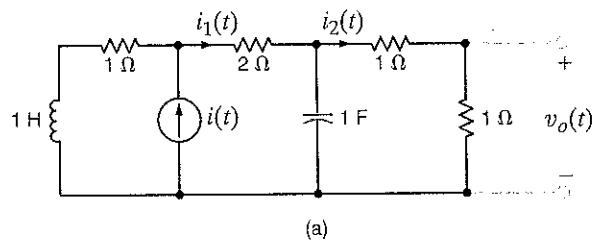
- 15.28** Aşağıda verilen periyodik giriş gerilimi için Şekil P15.28'deki $v_o(t)$ kalıcı durum geriliminin ilk üç terimi ni belirleyiniz:

$$v(t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} (\cos n\pi - 1) \sin nt \text{ V}$$

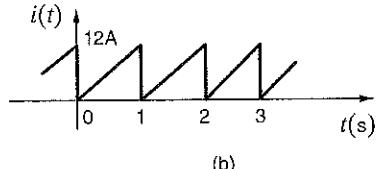


Şekil P15.28

- 15.29** Şekil P15.29b'de verilen giriş akımı için Şekil P15.29a'daki devrede $v_o(t)$ kalıcı durum gerilimini belirleyiniz.

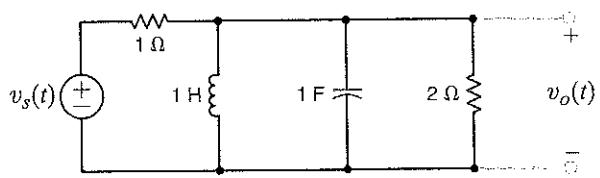


(a)

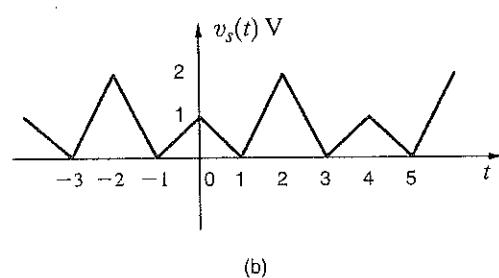


Şekil P15.29

- 15.30** Şekil P15.30b'de gösterilen giriş akımı için Şekil P15.30a'da gösterilen devrede $v_o(t)$ kalıcı durum gerilimini belirleyiniz.

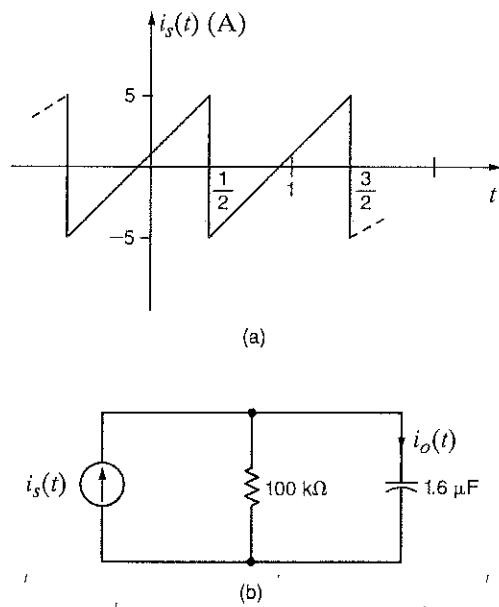


(a)



Şekil P15.30

- 15.31** Şekil P15.31a'da gösterilen $i_s(t)$ akımı Şekil P15.31b'de gösterilen devreye uygulanmaktadır. İlk dört harmoniği kullanarak $i_o(t)$ kalıcı durum akımının ifadesini belirleyiniz.

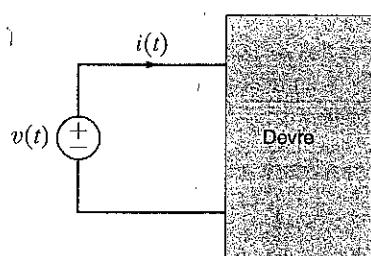


Şekil P15.31

- 15.32** Eğer
 $v(t) = 12 + 6 \cos(377t - 10^\circ) + 4 \cos(754t - 60^\circ) \text{ V}$
 $i(t) = 0.2 + 0.4 \cos(377t - 150^\circ)$

$$-0.2 \cos(754t - 80^\circ) + 0.1 \cos(1131t - 60^\circ) \text{ A}$$

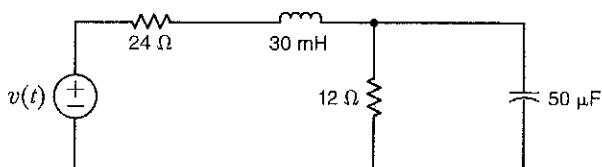
ise Şekil P15.32'deki devre tarafından çekilen ortalama gücü bulunuz.



Şekil P15.32

- 15.33** Eğer
 $v(t) = 60 + 36 \cos(377t + 45^\circ)$
 $+ 24 \cos(754t - 60^\circ) \text{ V}$

ise Şekil P15.33'teki devre tarafından çekilen ortalama gücü bulunuz.

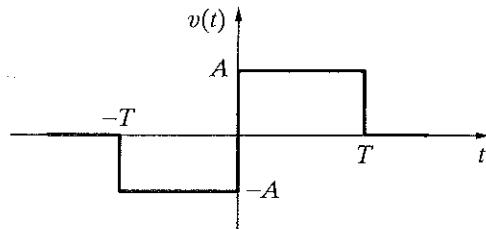


Şekil P15.33

- 15.34** Eğer
 $v(t) = 50 + 25 \cos(377t + 45^\circ)$
 $+ 12.5 \cos(754t - 45^\circ) \text{ V}$

ise Şekil P15.33 verilen devredeki 12 Ω'luk dirençte harcanan ortalama gücü bulunuz.

- 15.35** Şekil P15.35'te gösterilen dalga şéklinin Fourier dönüşümünü belirleyiniz.



Şekil P15.35

- 15.36** Aşağıdaki fonksiyonların Fourier dönüşümlerini türetiniz:

- (a) $f(t) = e^{-2t} \cos 4tu(t)$
(b) $f(t) = e^{-2t} \sin 4tu(t)$

- 15.37**

$$\mathcal{F}[f_1(t)f_2(t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}_1(x)\mathbf{F}_2(\omega - x)dx$$

olduğunu gösteriniz.

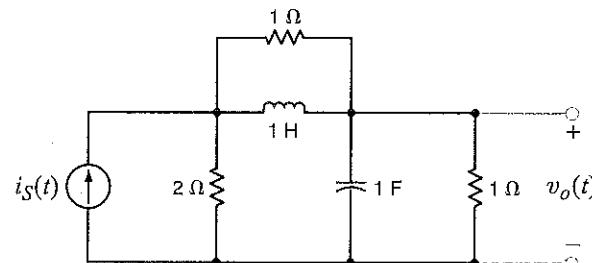
- 15.38** Aşağıdaki fonksiyonun Fourier dönüşümünü bulunuz.

$$f(t) = 12e^{-2|t|} \cos 4t$$

- 15.39** Eğer (a) $i(t) = 4(e^{-t} - e^{-2t})u(t)$ A ve (b)
 $i(t) = 12 \cos 4t$ A ise dönüşüm tekniğini kullanarak Şekil P15.29a'daki devrede $v_o(t)$ 'yi bulunuz.

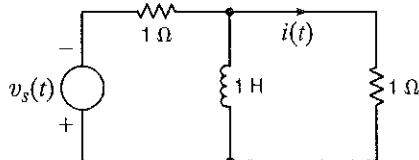
- 15.40** Bir devrenin giriş işareti $v_i(t) = e^{-3t}u(t)$ V'tur. Devrenin transfer fonksiyonu $H(j\omega) = 1/(j\omega + 4)$ 'tur. Başlangıç koşullarının sıfır olması durumunda devrenin çıkışı $v_o(t)$ 'yi bulunuz.

- 15.41** Giriş işareti $i_s(t) = (e^{-2t} + \cos t)u(t)$ A ise Fourier dönüşümünü kullanarak Şekil P15.41'de gösterilen devredeki $v_o(t)$ 'yi bulunuz.



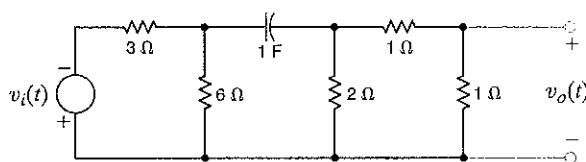
Şekil P15.41

- 15.42** $v_i(t) = 2e^{-t} u(t)$ V ise Şekil P15.42'deki devrede $i(t)$ 'yi bulmak için Fourier dönüşümünü kullanınız.



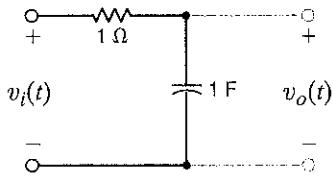
Şekil P15.42

- 15.43** Eğer (a) $v_i(t) = 4e^{-t} u(t)$ V ve (b) $v_i(t) = 4(e^{-2t} + 2e^{-2t})u(t)$ V ise Şekil P15.43'teki devrede $v_o(t)$ 'yi bulmak için dönüşüm tekniğini kullanınız.



Şekil P15.43

- 15.44** Şekil P15.44'teki devrenin giriş işaretini $v_i(t) = 10e^{-5t}u(t)$ V'tur. $v_o(t)$ çıkışının toplam 1 Ω enerji içeriğini belirleyiniz.

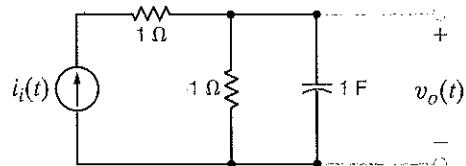


Şekil P15.44

- 15.45** $\omega = 2$ ile $\omega = 4$ rad/s arasındaki frekanslar için Şekil P15.44'teki $v_o(t)$ işaretinin 1 Ω enerji içeriğini belirleyiniz.

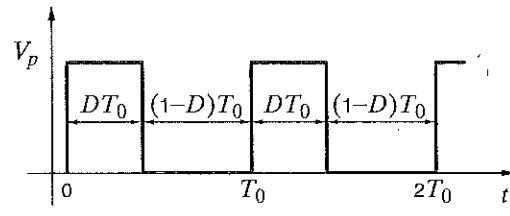
- 15.46** $\omega = 0$ ile $\omega = 1$ rad/s arasındaki frekanslar için Şekil P15.44'teki $v_o(t)$ işaretinin 1 Ω enerji içeriğini belirleyiniz.

- 15.47** Bir $i_L(t) = 2e^{-4t} u(t)$ A giriş fonksiyonu için Şekil P15.47'deki devrenin giriş ve çıkışındaki 1 Ω enerjisini karşılaştırın.



Şekil P15.47

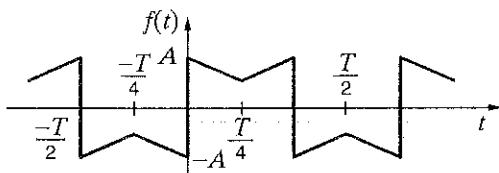
- 15.48** Şekil P15.48'de gösterilen dalga şekli görev (doluluk) oranı olarak adlandırılan kavramı açıklamaktadır. D , darbe tarafından işgal edilen sürenin toplam periyoda oranını göstermektedir. Bu dalga şeclinin ortalama değerini belirleyiniz.



Şekil P15.48

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

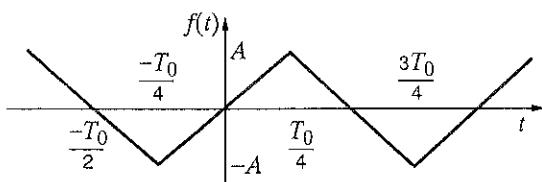
15ÇSS-1 Şekil 15ÇSS-1'de verilen dalga şeklinde, trigonometrik Fourier katsayıları a_n 'nin sıfır değerine mi yoksa sıfırdan farklı bir değere mi sahip olduğunu gerekçesiyle belirleyiniz.



Şekil 15ÇSS-1

- Yarım dalga simetrisinden dolayı n 'nin çift değerleri için $a_n = 0$
- Tek simetriden dolayı n 'nin tüm değerleri için $a_n = 0$
- n 'nin tüm değerleri için a_n sonsuzdur ve sıfırdan farklıdır.
- n 'nin çift değerleri için a_n sonsuzdur ve sıfırdan farklıdır.

15ÇSS-2 Şekil 15ÇSS-2'de verilen dalga şéklinin, simetri tipini ve trigonometrik Fourier katsayısı b_n üzerindeki etkisini tanımlayınız.



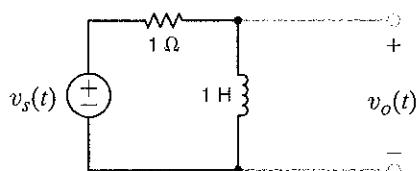
Şekil 15ÇSS-2

- Tek simetriden dolayı n 'nin çift değerleri için $b_n = 0$; b_n 'nin tek değerleri için sıfırdan farklıdır.
- n 'nin tüm değerleri için b_n sıfırdan farklıdır.
- Yarım dalga simetrisinden dolayı n 'nin tüm değerleri için $b_n = 0$
- Yarım dalga simetrisinden dolayı n 'nin çift değerleri için $b_n = 0$; n 'nin tek değerleri için sıfırdan farklıdır.

15ÇSS-3 Eğer

$$v_s(t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{30}{n\pi} \cos 2nt \text{ V}$$

ise Şekil 15ÇSS-4'teki devre tarafından çekilen ortalama gücü bulunuz.

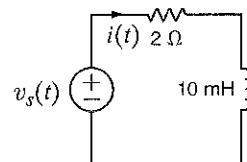


Şekil 15ÇSS-3

- $8.54 \cos(2t + 26.57^\circ) + 4.63 \cos(4t + 14.04^\circ) + 3.14 \cos(6t + 9.46^\circ) + \dots \text{ V}$
- $10.82 \cos(2t + 35.63^\circ) + 6.25 \cos(4t + 18.02^\circ) + 2.16 \cos(6t + 30.27^\circ) + \dots \text{ V}$
- $4.95 \cos(2t - 25.43^\circ) + 3.19 \cos(4t + 60.34^\circ) + 1.78 \cos(6t - 20.19^\circ) + \dots \text{ V}$
- $7.35 \cos(2t + 50.12^\circ) + 4.61 \cos(4t + 21.24^\circ) + 2.28 \cos(6t - 10.61^\circ) + \dots \text{ V}$

15ÇSS-4

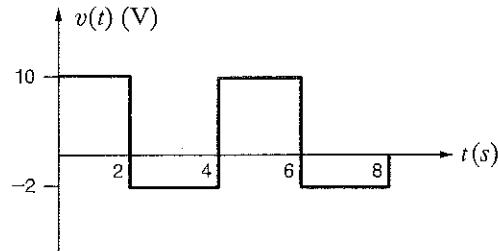
$v_s(t) = 20 + 10 \cos(377t + 60^\circ) + 4 \cos(1131t + 45^\circ) \text{ V}$
ise Şekil 15ÇSS-4'teki devre tarafından çekilen ortalama gücü bulunuz.



Şekil 15ÇSS-4

- 175.25 W
- 205.61 W
- 150.36 W
- 218.83 W

15ÇSS-5 Şekil 15ÇSS-5'te gösterilen dalga şéklinin ortalama değerini bulunuz.



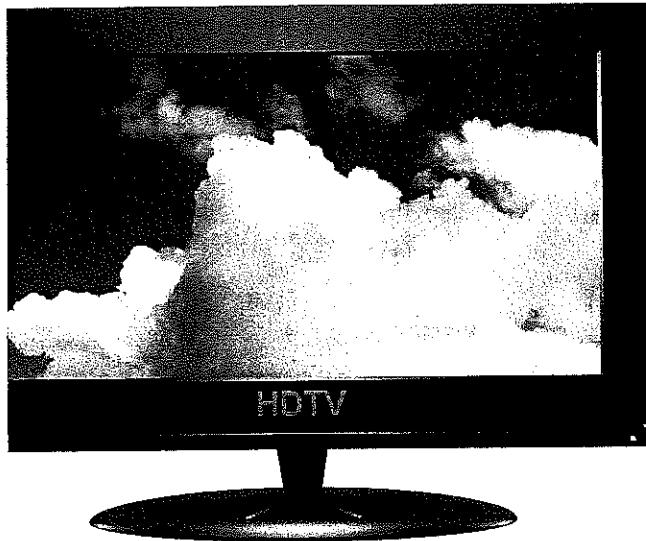
Şekil 15ÇSS-5

- 6 V
- 4 V
- 8 V
- 2 V

BÖLÜM

16

İKİ-KAPILI DEVRELER



Kyu Oh'un izni ile/iStockphoto.

Yüksek Tanımlı Televizyon (HDTV) Şimdi daha net görebilirsiniz—beş kata kadar daha net. Bu, günümüzün çerçeve başına bir ila iki milyon resim öğesine (piksele) sahip yüksek tanımlı televizyonlarının sağladığı bir üstünlüktür. Geriye giderek HDTV ile yaşadığınız ilk deneyimi düşünürseniz standart televizyonların performansına nasıl katlanabileceğinize hayret edersiniz. Oysa bu standart televizyonlar, dedelerinin günün sadece birkaç saatinde yayın yapan siyah-beyaz TV'lerine göre çok ileri teknolojiye sahip televizyonlardı.

HDTV'nin neden böyle süper-keskin bir resim verdigini ana nedeni çözünürlüktür. HDTV yayın sistemlerinde yüksek çözünürlüğe milyonlarca pikselin yüksek bir çerçeve oranında

BU BÖLÜM İÇİN ÖĞRENME AMAÇLARI:

- İki kapılı devrelerin admitans, empedans, hibrit ve iletişim parametrelerinin nasıl hesaplanacağını öğrenmek
- Admitans, empedans hibrit ve iletişim parametreleri arasındaki dönüşümleri yapabilmek
- İki kapılı devrelerin, daha karmaşık devreleri oluşturacak biçimde birbirlerine nasıl bağlı olduğunu öğrenmek.

iletilmesiyle ulaşılır. HDTV'den keyif almanızın tek nedeni yüksek çözünürlüklü yayın sistemi değildir. Aynı zamanda HDTV'nız, alınan bu sayısal video sıkıştırılmış işaretleri üstün bir resim kalitesine dönüştüren ileri düzeye dâhil elektronik sahiptir. HDTV, eğlence dünyasına giriş-çıkış için erişebileceğiniz en iyi sistemdir.

Bu bölümde, iki kapılı devreleri, giriş gerilim ve akımları ve çıkış gerilim ve akımları cinsinden tanımlayacağız. Dört tür iki kapılı sistem parametresi inceleyeceğiz. Bunlardan biri, özellikle elektronik cihaz karakteristiklerini tanımlamada faydalı olan hibrit parametrelerdir.

Parametrelerin nasıl elde edileceğini açık devre ve kısa devre çalışmalarını kullanarak göstereceğiz. Parametreler arasında kolayca dönüştürme yapabilmek için bir çizelge oluşturacağız. Seri, paralel ve kaskat devre ara bağlantılarını bu parametrelere bağlı olarak inceleyeceğiz. Yüksek tanımlı televizyon, iç değişkenteri gizlenmiş, iki kapılı bir devre

olarak (bir kara kutu gibi) düşünülebilir. O zaman HDTV'nın girişindeki yayın işaretleri ile çıkışındaki resim kalitesine odaklanacağınız. İçerdeki elektroniki ise daha sonraki derslerinizde daha ayrıntılı olarak öğreneceksiniz. Şimdi ilk basit iki kapılılarla, HDTV'deki tüketici elektroniki dünyasına giriş yapacağız.

16.1

Admitans Parametreleri

Şekil 16.1a'daki doğrusal devrenin tek bir *kapı*'ya sahip olduğunu söyleyelim –yani, bir çift uça sahiptir. Bu kapayı oluşturan A-B uç çifti tek bir elemanı (örneğin, R, L veya C) temsil edebildiği gibi bu elemanların bağlantılarından oluşan bir devre de olabilir. Şekil 16.1b'deki doğrusal devre iki kapılı olarak adlandırılır. Genel bir kural olarak A-B uçları giriş kapısını gösterirken C-D uçları ise çıkış kapısını temsil eder.

Şekil 16.2'de gösterilen iki kapılı devrede, gerilim ve akımı gösterildiği şekilde etiketlendirmek alışagelmiş bir durumdur; yani, üst uçlar alt uçlara göre pozitiftir ve akımlar üst uçlarda iki kapılıının girişine doğru akarken, KAY'nın her ucunda sağlanması gerekliliğinden dolayı, alt uçlarda iki kapılıının çıkışına doğru akar. Devre doğrusal olduğundan ve bağımsız kaynak içermemişinden dolayı I_1 akımını belirlemek için süperpozisyon ilkesi uygulanabilir; I_1 akımı, V_1 'den ve V_2 'den dolayı oluşan iki bileşenin toplamı şeklinde yazılabilir. Bu ilkeyi kullanarak

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$

yazabilirmiz. Burada y_{11} ve y_{12} aslında siemens birimli orantı katsayılarıdır. Benzer bir biçimde I_2

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$

şeklinde yazılabilir. Bu yüzden, iki kapılı devreyi tanımlayan iki denklem

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$

16.1

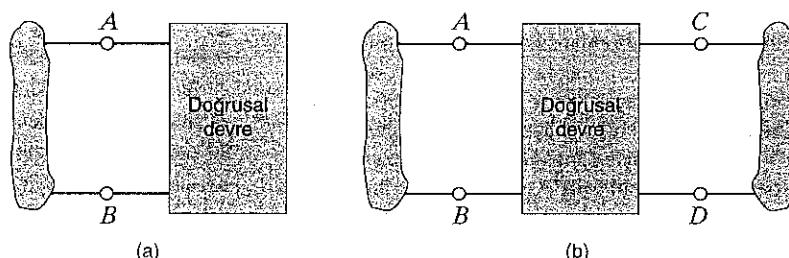
şeklindedir. Bu denklemler matris biçiminde de yazılabilir:

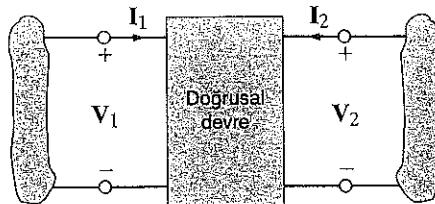
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

1 indisinin giriş kapısını 2 indisinin çıkış kapısının temsil ettiğine dikkat ediniz. Denklemler, bir devrenin *Y parametreleri* olarak adlandırılacağımız parametrelerini tanımlamaktadır. y_{11} , y_{12} , y_{21} ve y_{22} parametreleri biliniyorsa iki kapılıının giriş/çıkış çalışması tam olarak tanımlanmış olur.

Şekil 16.1

- (a) Tek-kapılı devre;
- (b) İki kapılı devre.





Şekil 16.2
Genelleştirilmiş iki kapılı devre.

Y parametrelerini Eş. (16.1)'den aşağıdaki şekilde belirleyebiliriz. Çıkış kısa devre edilmişken (yani $V_2 = 0$) I_1 'in V_1 'e bölümü y_{11} parametresine eşittir.

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad 16.2$$

y_{11} , çıkış kısa devre edilmişken siemens olarak girişte ölçülen admitanstır ve *kısa devre giriş admitansı* olarak adlandırılır. Denklemler diğer Y parametrelerinin de benzer şekilde belirlenebileceğini göstermektedir:

$$\begin{aligned} y_{12} &= \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} \\ y_{21} &= \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} \\ y_{22} &= \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} \end{aligned} \quad 16.3$$

y_{12} ve y_{21} *kısa devre transfer admitansı* ve y_{22} *kısa devre çıkış admitansı* olarak adlandırılırlar. Gurup olarak, Y parametreleri kısa devre admitans parametreleri olarak adlandırılır. Devrenin gerçek bağlantı bilinmesse de, yukarıdaki tanımları uygulayarak, iki kapılı bir devre için bu parametrelerin deneysel olarak belirlenebileceğine dikkat ediniz.

Şekil 16.3'a da gösterilen iki kapılı devrenin Y parametrelerini belirlemek istiyoruz. Bu parametreler bulunduktan sonra giriş kapısına 2 A'lık bir akım kaynağı uygulanması durumunda, çıkış kapısına bağlanan 4 Ω'luk bir yükteki akımı belirleyeceğiz.

ÖRNEK
16.1

Şekil 16.3b'den

$$I_1 = V_1 \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} \right)$$

olduğunu biliyoruz. Bu yüzden,

$$y_{11} = \frac{3}{2} S$$

ÇÖZÜM

Şekil 16.3c'de gösterildiği gibi,

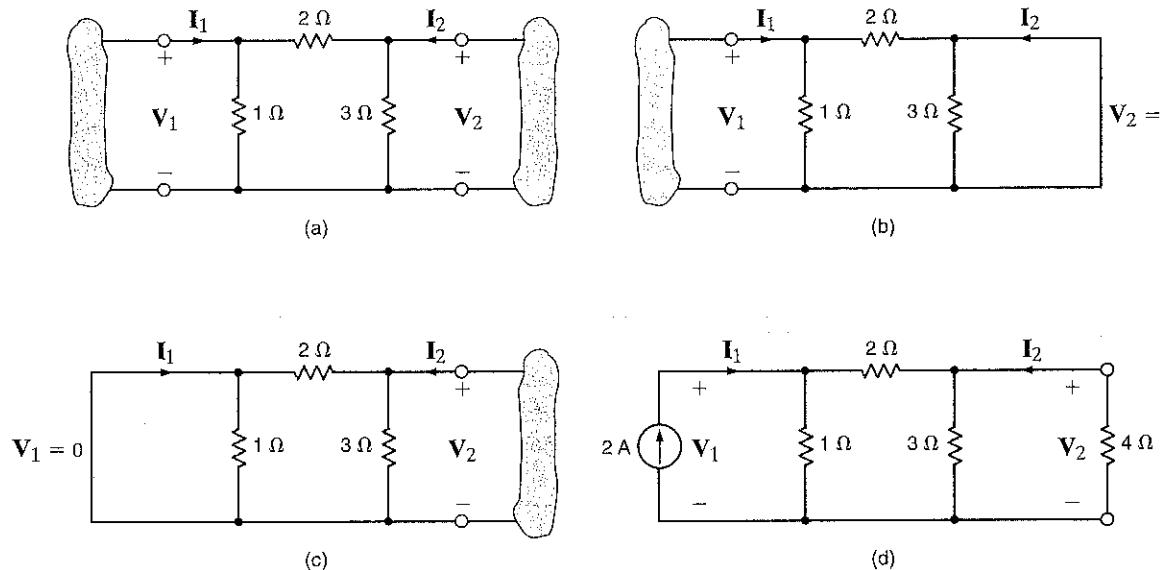
$$I_1 = -\frac{V_2}{2}$$

yazılabilir. Dolayısıyla:

$$y_{12} = -\frac{1}{2} S$$

Aşağıdaki denklemi kullanarak y_{21} de Şekil 16.3b'den hesaplanabilir:

$$I_2 = -\frac{V_1}{2}$$



Şekil 16.3 Böylece:

Örnek 16.1'de kullanılan devreler.

$$y_{21} = -\frac{1}{2}s$$

Son olarak, y_{22} aşağıdaki denklemi kullanarak Şekil 16.3c'den türetilebilir:

$$I_2 = V_2 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right)$$

ve

$$y_{22} = \frac{5}{6}s$$

Bu yüzden, iki kapılıtun kendisini tanımlayan denklemeleri

$$I_1 = \frac{3}{2}V_1 - \frac{1}{2}V_2 \quad I_2 = -\frac{1}{2}V_1 + \frac{5}{6}V_2$$

şeklinde olur. Şimdi verilen bazı koşulları için, bu denklemler iki kapılı çalışmayı belirlemeye kullanılabılır. İnceleyeceğimiz üç koşulları Şekil 16.3d'de gösterilmiştir. Bu şeilden

$$I_1 = 2 \text{ A} \text{ ve } V_2 = -4I_2$$

olduğunu görmekteyiz. Bunu önceki iki kapılı denklemelerle birleştirerek

$$2 = \frac{3}{2}V_1 - \frac{1}{2}V_2$$

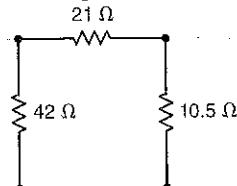
$$0 = -\frac{1}{2}V_1 + \frac{13}{12}V_2$$

elde edilir veya matris formunda

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{13}{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

olarak yazılabilir. Bu denklemelerin Şekil 16.3d'deki devrenin düğüm denklemleri olduğuna dikkat ediniz. Denklemeleri çözerek $V_2 = 8/11 \text{ V}$ ve bu yüzden $I_2 = -2/11 \text{ A}$ sonuçlarını elde ederiz.

E16.1 Şekil E16.1'de gösterilen iki kapılı devrenin Y parametrelerini bulunuz.



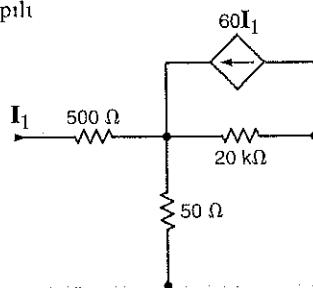
Şekil E16.1

$$YANIT: y_{11} = \frac{1}{14} S;$$

$$y_{12} = y_{21} = -\frac{1}{21} S; y_{22} = \frac{1}{7} S.$$

E16.2 10 A'lık bir kaynağın Şekil E16.1'deki iki kapılı devrenin girişine bağlanması durumda çıkış kapısına bağlanan 5 Ω'luk dirençteki akımı bulunuz. **YANIT:** $I_2 = -4.29 A$.

E16.3 Şekil E16.3'te gösterilen iki kapılı devrenin Y parametrelerini bulunuz.



Şekil E16.3

YANIT:

$$y_{11} = 282.2 \mu S; y_{12} = -704 nS;$$

$$y_{21} = 16.9 mS; y_{22} = 7.74 \mu S.$$

Bir kez daha iki kapılı devrenin bağımsız kaynak içermeyen doğrusal bir devre olduğunu varsayırsak o zaman giriş ve çıkış gerilimlerini biri I_1 'den dolayı diğeri I_2 'den dolayı oluşan iki bileşenin toplamı olarak superpozisyon vasıtasiyla yazabiliriz:

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \quad 16.4$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

İki kapılı devreyi tanımlayan bu denklemler, aşağıdaki gibi matris formunda da yazılabılır:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad 16.5$$

Y parametrelerine benzer olarak, Z parametreleri aşağıdaki gibi türetilabilir:

$$\begin{aligned} z_{11} &= \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \\ z_{12} &= \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \\ z_{21} &= \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \\ z_{22} &= \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \end{aligned} \quad 16.6$$

Önceki denklemlerde, I_1 veya $I_2 = 0$ yapılması giriş veya çıkış kapısının açık devre yapılmasına eşdeğerdir. Bu yüzden, Z parametreleri *akı̄k devre impedans parametreleri* olarak adlandırılır. z_{11} *akı̄k devre giriş impedansı*, z_{22} *akı̄k devre çıkış impedansı* ve z_{12} ve z_{21} *akı̄k devre transfer impedansı* olarak adlandırılırlar.

16.2

Empedans Parametreleri

ÖRNEK

16.2

Şekil 16.4'a'daki devrenin Z parametrelerini bulmak istiyoruz. Bulduğumuz bu parametreleri, iki kapılının girişine $1 + j0 \Omega$ 'luk iç empedansa sahip $12/0^\circ$ V'luk bir kaynağın bağlanması durumunda çıkış uçlarına bağlı olan 4Ω 'luk bir dirençteki akımı bulmak için kullanacağız.

CÖZÜM Şekil 16.4'a'dan

$$z_{11} = 2 - j4 \Omega$$

$$z_{12} = -j4 \Omega$$

$$z_{21} = -j4 \Omega$$

$$z_{22} = -j4 + j2 = -j2 \Omega$$

olduğunu biliyoruz. Bu yüzden iki kapılı devrenin denklemeleri

$$V_1 = (2 - j4)I_1 - j4I_2$$

$$V_2 = -j4I_1 - j2I_2$$

olur. Şekil 16.4b'de gösterilen devrenin üç koşulları şu biçimdedir:

$$V_1 = 12/0^\circ - (1)I_1$$

$$V_2 = -4I_2$$

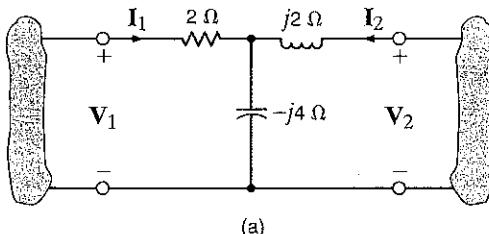
Bu denklemeleri iki kapılı denklemelerle birleştirerek

$$12/0^\circ = (3 - j4)I_1 - j4I_2$$

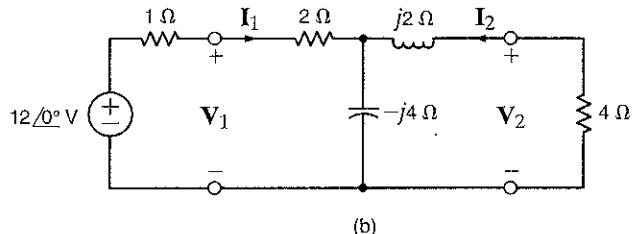
$$0 = -j4I_1 + (4 - j2)I_2$$

sonucu elde edilir. Bu denklemelerin devrenin göz denklemeleri olduğuna dikkat ediniz. Denklemeleri I_2 'yi bulmak için çözersek 4Ω 'luk yükteki akım $I_2 = 1.61/137.73^\circ$ A olarak elde edilir.

Şekil 16.4
Örnek 16.2'de
kullanılan devreler.



(a)



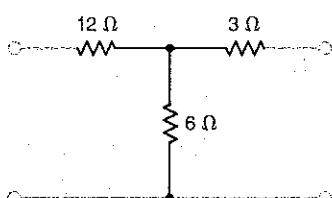
(b)

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E16.4 Şekil E.16.4'teki devrenin Z parametrelerini bulunuz. Daha sonra $12/0^\circ$ V'luk bir kaynağı giriş kapısına bağlanması durumunda 4Ω 'luk yükteki akımı hesaplayınız.

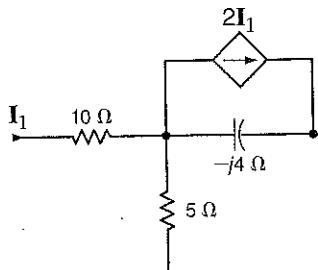
YANIT:

$$I_2 = -0.73/0^\circ \text{ A.}$$



Şekil E16.4

E16.5 Şekil E16.5'te gösterilen iki kapılı devrenin Z parametrelerini belirleyiniz.



Şekil E16.5

YANIT: $z_{11} = 15 \Omega$;
 $z_{12} = 5 \Omega$; $z_{21} = 5 - j8 \Omega$;
 $z_{22} = 5 - j4 \Omega$.

Y ve Z parametrelerini elde ederken kullanılan varsayımlar altında, çoğunlukla *hibrit parametler* olarak adlandırılan parametreleri elde edebiliriz. Bu parametreleri tanımlayan denklem çiftlerinde V_1 ve I_2 bağımsız değişkenlerdir. Bu yüzden, hibrit parametreler cinsinden iki kapılı denklemeleri

$$\begin{aligned} V_1 &= h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ I_2 &= h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{aligned} \quad 16.7$$

şeklinde olur. Bu denklemler matris yapısında da yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad 16.8$$

Bu parametreler özellikle transistor devre analizinde önemlidir. Parametreler aşağıdaki denklemler ile belirlenirler:

$$\begin{aligned} h_{11} &= \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} \\ h_{12} &= \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} \\ h_{21} &= \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} \\ h_{22} &= \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} \end{aligned} \quad 16.9$$

h_{11} , h_{12} , h_{21} ve h_{22} parametreleri sırasıyla *kısa devre giriş empedansı*, *açık devre ters gerilim kazancı*, *kısa devre ileri akım kazancı* ve *açık devre çıkış admitansı* temsil ederler. Parametrelerin bu karışımından dolayı parametreler *hibrit parametreler* olarak adlandırılır. Transistor devre analizinde, h_{11} , h_{12} , h_{21} ve h_{22} parametreleri normalde h_i , h_r , h_f ve h_o olarak etiketlendirilirler.

Şekil 16.5a'daki işlemsel yükseltecin eşdeğer bir devresi Şekil 16.5b'de gösterilmiştir. Bu devrenin hibrit parametrelerini belirleyeceğiz.

h_{11} parametresi Şekil 16.5c'den türetilir. Çıkış kısa devre edilmişken h_{11} sadece R_i , R_1 ve R_2 'nin fonksiyonudur:

$$h_{11} = R_i + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

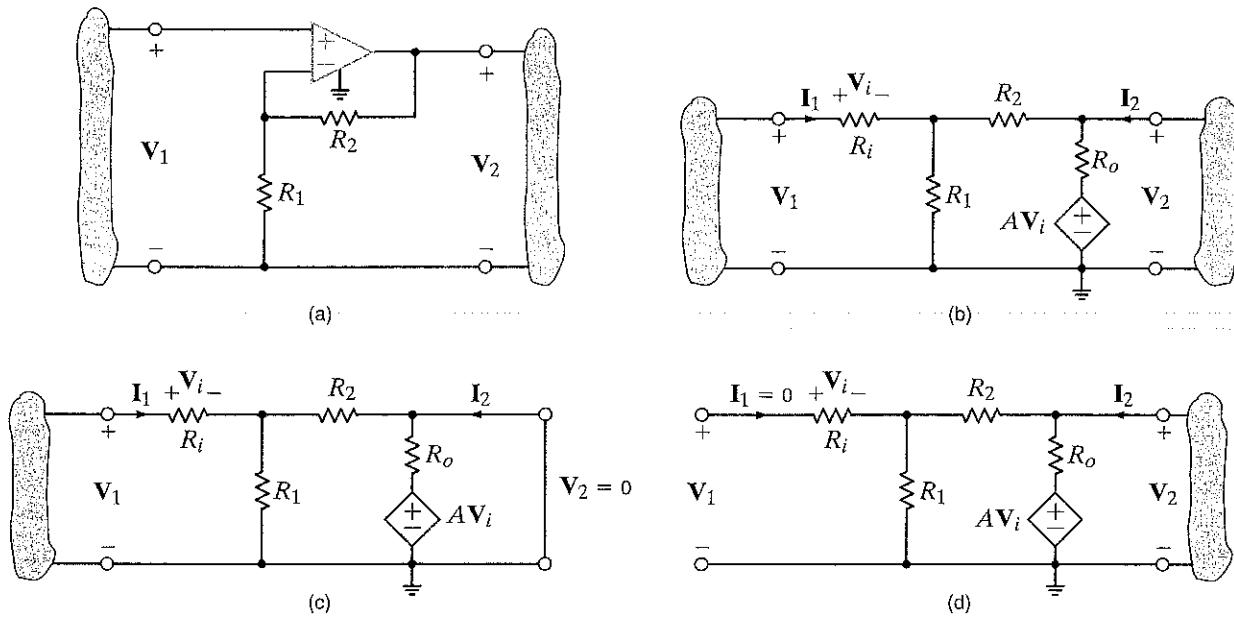
16.3

Hibrit Parametreler

ÖRNEK

16.3

ÇÖZÜM



Şekil 16.5

Örnek 16.3'te \mathbf{h}_{12} yi turetmek için kullanılır. $I_1 = 0$ olduğundan dolayı $\mathbf{V}_i = \mathbf{0}$ dir ve \mathbf{V}_1 ve \mathbf{V}_2 arasındaki bağıntı basit bir gerilim bölmesi şeklinde olur:

$$V_1 = \frac{V_2 R_1}{R_1 + R_2}$$

Bu yüzden,

$$\mathbf{h}_{12} = \frac{\mathbf{R}_1}{\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2}$$

KGY ve KAY, h_{21} 'i belirlemek için Şekil 16.5c'ye uygulanabilir. I_2 'yi I_1 'e ilişkilendiren iki denklem aşağıdaki biçimdedir:

$$V_i = I_1 R_i$$

$$I_2 = \frac{-AV_i}{R_a} - \frac{I_1 R_1}{R_1 + R_2}$$

Bu nedenle:

$$\mathbf{h}_{2l} = -\left(\frac{AR_i}{R_s} + \frac{R_l}{R_l + R_s} \right)$$

Son olarak, Sekil 16.5d'den I_2 ve V_2 , arasındaki bağıntı şu biçimde elde edilir:

$$\frac{V_2}{I_2} = \frac{R_o(R_1 + R_2)}{R_o + R_1 + R_2}$$

Dolayısıyla:

$$h_{22} = \frac{R_o + R_1 + R_2}{R_o(R_1 + R_2)}$$

Devre denklemleri bu yüzden,

$$\begin{aligned} V_1 &= \left(R_i + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) I_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_2 \\ I_2 &= -\left(\frac{A R_i}{R_o} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) I_1 + \frac{R_o + R_1 + R_2}{R_o(R_1 + R_2)} V_2 \end{aligned}$$

şeklinde olur.

Öğrendiklerinizi Sınavalıya!

E16.6 Şekil E16.4'te gösterilen devrenin hibrit parametrelerini bulunuz.

YANIT: $h_{11} = 14 \Omega$;
 $h_{12} = \frac{2}{3}$; $h_{21} = -\frac{2}{3}$; $h_{22} = \frac{1}{9} S$.

E16.7 E16.6'da incelenen devrenin çıkış kapısına 4Ω 'luk bir yükün bağlanması durumda iki kapının giriş empedansını belirleyiniz.

YANIT: $Z_i = 15.23 \Omega$.

E16.8 Şekil E16.3'te gösterilen iki kapılı devrenin hibrit parametrelerini bulunuz.

YANIT: $h_{11} = 3543.6 \Omega$;
 $h_{12} = 2.49 \times 10^{-3}$; $h_{21} = 59.85$;
 $h_{22} = 49.88 \mu S$.

Tartışacağımız son parametreler *iletim parametreleri* olarak adlandırılır. Bu parametreler aşağıdaki denklemler ile tanımlanırlar:

$$V_1 = AV_2 - BI_2 \quad 16.10$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

Bu denklemler matris yapısında da gösterilebilir:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad 16.11$$

Daha sonra göstereceğimiz gibi, bu parametreler kaskat bağlı devrelerin analizinde çok faydalı olacaktır. Bu parametreler aşağıdaki denklemler aracılığıyla belirlenirler:

$$\begin{aligned} A &= \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \\ B &= \left. \frac{V_1}{-I_2} \right|_{V_2=0} \\ C &= \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \\ D &= \left. \frac{I_1}{-I_2} \right|_{V_2=0} \end{aligned} \quad 16.12$$

A, B, C ve D sırasıyla, *açık devre gerilim oranı*, *negatif kısa devre transfer empedansı*, *açık devre transfer admitansı* ve *negatif kısa devre akım oranını temsil ederler*. İletim parametreleri çoğunlukla ABCD parametreleri olarak adlandırılır.

16.4

İletim Parametreleri

ÖRNEK**16.4 ÇÖZÜM**

Şimdi Şekil 16.6'daki devrenin iletim parametrelerini belirleyeceğiz.

Eş. (16.12)'deki parametrelerde belirtilen koşullar altında, değişkenler arasındaki bağıntıyı göz önüne alalım. Örneğin, $I_2 = 0$ iken V_2 aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$V_2 = \frac{V_1}{1 + 1/j\omega} \left(\frac{1}{j\omega} \right)$$

Dolayısıyla:

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} = 1 + j\omega$$

Benzer olarak, $V_2 = 0$ iken, I_2 ve V_1 arasındaki bağıntı

$$-I_2 = \frac{V_1}{1 + \frac{1/j\omega}{1 + 1/j\omega}} \left(\frac{1/j\omega}{1 + 1/j\omega} \right)$$

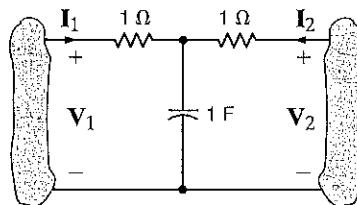
olur. Dolayısıyla:

$$B = \frac{V_1}{-I_2} = 2 + j\omega$$

Benzer bir biçimde, $C = j\omega$ ve $D = 1 + j\omega$ olduğunu gösterebiliriz.

Şekil 16.6

Örnek 16.4'te kullanılan devre.

**Öğrendiklerimizi Sınayalım**

E16.9 Şekil E16.1'deki iki kapılı devrenin iletim parametrelerini hesaplayınız.

YANIT: $A = 3$; $B = 21 \Omega$;

$$C = \frac{1}{6}S; D = \frac{3}{2}$$

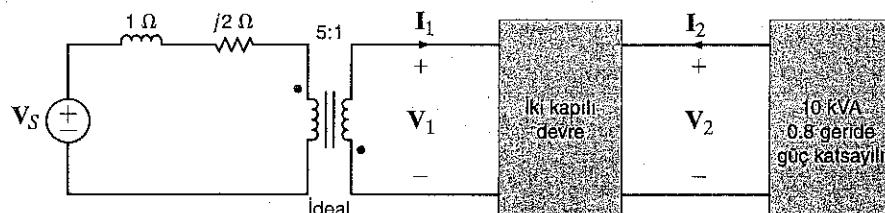
E16.10 Şekil E16.5'te gösterilen iki kapılı devrenin iletim parametrelerini bulunuz.

YANIT: $A = 0.843 + j1.348$; $B = 4.61 + j3.37 \Omega$;

$$C = 0.056 + j0.09 S; D = 0.64 + j0.225$$

E16.11 Şekil E16.11'de gösterilen devrede $V_2 = 220\angle 0^\circ$ V rms ise V_s 'yi bulunuz.

YANIT: $V_s = 1015.9 \angle -137.63^\circ$ V rms.

**Şekil E16.11**

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.333 + j0.333 & -(1.333 + j6) \\ j0.1667 & -(0.333 + j0.333) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Bir devrenin iki kapılı parametrelerinin hepsi mevcutsa bu parametreler V_1 , I_1 , V_2 ve I_2 değişkenleri arasındaki ilişkileri gösterdiğinde dolayı bir parametre kümelerini diğerine ilişkilendirmek mümkündür.

Çizelge 16.1'de iki kapılı parametre kümelerini birbirine ilişkilendirmekte kullanılan dönüşüm formüllerinin tamamı listelenmektedir. Δ_Z , Δ_Y , Δ_H ve Δ_T 'nin sırasıyla Z, Y, hibrit ve ABCD parametrelerinin matris determinantları olarak gösterildiklerine dikkat ediniz. Bu yüzden, Çizelge 16.1'i bir devrenin verilen bir parametre kümelerinin karşılığı olan diğer kümeleri bulmak için kullanabiliriz.

TABLO 16.1 İki kapılı parametre dönüşüm formülleri

$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_{22} & -y_{12} \\ \frac{\Delta_Y}{\Delta_Z} & \frac{\Delta_Y}{\Delta_Z} \\ -y_{21} & y_{11} \\ \frac{-\Delta_Y}{\Delta_Z} & \frac{\Delta_Y}{\Delta_Z} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A & \Delta_T \\ C & C \\ 1 & D \\ C & C \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \Delta_H & h_{12} \\ h_{22} & h_{22} \\ -h_{21} & 1 \\ h_{22} & h_{22} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ \Delta_Z & \Delta_Z \\ -z_{21} & z_{11} \\ \Delta_Z & \Delta_Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} D & -\Delta_T \\ B & B \\ 1 & A \\ B & B \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -h_{12} \\ \frac{1}{h_{11}} & \frac{1}{h_{11}} \\ \frac{h_{21}}{h_{11}} & \frac{\Delta_H}{h_{11}} \\ h_{21} & h_{11} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} z_{12} & \Delta_Z \\ z_{21} & z_{21} \\ 1 & z_{22} \\ z_{21} & z_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -y_{22} & -1 \\ y_{21} & y_{21} \\ -\Delta_Y & -y_{11} \\ y_{21} & y_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\Delta_H & -h_{11} \\ h_{21} & h_{21} \\ -h_{22} & -1 \\ h_{21} & h_{21} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} \Delta_Z & z_{12} \\ z_{22} & z_{22} \\ -z_{21} & 1 \\ z_{22} & z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -y_{12} \\ y_{11} & y_{11} \\ y_{21} & \Delta_Y \\ y_{11} & y_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} B & \Delta_T \\ D & D \\ 1 & C \\ D & D \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$

Öğrendiklerimizi Sinayalım

E16.12 Z parametresi aşağıdaki gibi verilmişse iki kapılı için Y parametrelerini belirleyiniz.

$$Z = \begin{bmatrix} 18 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\text{YANIT: } y_{11} = \frac{1}{14}S;$$

$$y_{12} = y_{21} = -\frac{1}{21}S;$$

$$y_{22} = \frac{1}{7}S.$$

Ara bağlantılı iki kapılı devreler önemlidir çünkü karmaşık sistemleri tasarlarken belli sayıda daha basit alt sistemleri tasarlamak genelde çok daha kolaydır. Daha sonra bu alt sistemler bütün bir sistemi şekillendirmek için birlikte bağlanabilir. Her alt sistem iki kapılı bir devre olarak görülsürse, bu kısımda tanımlanan ara bağlantı teknikleri, tüm sistemin nasıl analiz edilebileceği ve veya tasarlanabileceği hakkında bazı bilgiler verir. Bunun için şimdilik bir devreyi alt devrelerden oluşan bir devre olarak gösteren teknikleri açıklayacağız. Bu yüzden iki

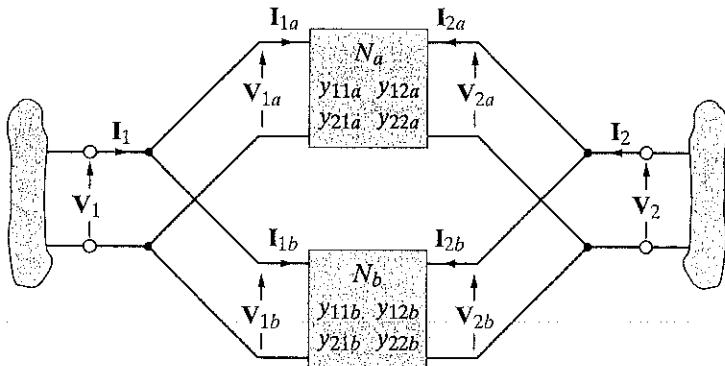
16.5

Parametre Dönüşümleri

16.6

İki Kapılıların Ara Bağlantısı

Şekil 16.7
İki kapılıların paralel bağlantısı.



kapılı bir devreyi, daha basit iki kapılıların bir ara bağlantısı olarak analiz edeceğiz. İki kapılılar değişik şekillerde bağlanabilmesine rağmen biz sadece üç tip bağlantıyı göz önüne alacağız: paralel, seri ve kaskat.

İki kapılı bağlantılarının geçerli olması için L. Weinberg tarafından yazılan *Network Analysis and Synthesis* isimli kitapta (McGraw-Hill, 1962) özetlenen belirli gereksinimler yerine getirilmelidir. Aşağıdaki örnek ara bağlantı tekniklerini açıklamaya olanak sağlayacaktır.

Paralel ara bağlantı durumunda, bir N iki kapılısı, Şekil 16.7'de gösterildiği gibi bağlanan iki kapılı N_a ve N_b 'den oluşur. Şekilde gösterilen ara bağlantının N_a ve N_b devrelerinin üç karakteristiklerini değiştirmediği koşulunun sağlanması ile, tüm devrenin Y parametreleri

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11a} + y_{11b} & y_{12a} + y_{12b} \\ y_{21a} + y_{21b} & y_{22a} + y_{22b} \end{bmatrix} \quad 16.13$$

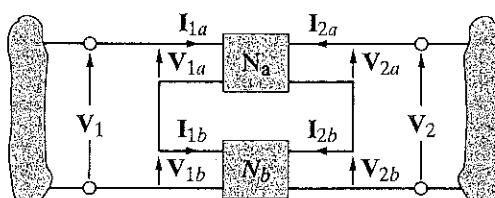
şeklinde olur ve dolayısıyla tüm devrenin Y parametrelerini belirlemek için N_a ve N_b devrelerinin Y parametrelerini toplarız.

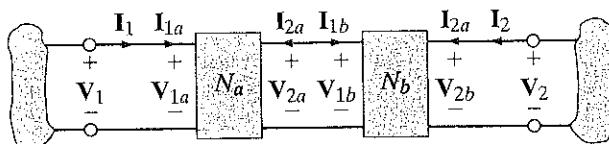
Aynı şekilde, Şekil 16.8'de gösterildiği gibi, iki kapılı bir N , N_a ve N_b 'nin seri bağlamasından oluşuyorsa o zaman bir kez daha, N_a ve N_b devrelerinin üç karakteristikleri seri ara bağlantı ile değiştirilmedikçe tüm devrenin Z parametreleri

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11a} + z_{11b} & z_{12a} + z_{12b} \\ z_{21a} + z_{21b} & z_{22a} + z_{22b} \end{bmatrix}. \quad 16.14$$

şeklinde olur. Bu yüzden, devrenin tamamının Z parametreleri N_a ve N_b devrelerinin Z parametrelerinin toplamına eşit olur.

Şekil 16.8
İki kapılıların seri ara bağlantısı.





Şekil 16.9
Devrelerin kaskat ara bağlantısı.

Son olarak, Şekil 16.9'da gösterildiği gibi, iki kapılı bir N , N_a ve N_b 'nin kaskat ara bağlantılarından oluşuyorsa tüm devrenin denklemleri

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad 16.15$$

şeklinde olur. Böylece, devrenin tamamının iletim parametreleri önceden belirtildiği gibi matris çarpımı ile türetilir. Matris çarpımının sırası önemlidir ve devrelerin bağlantı sırası ile gerçekleştirilir.

Kaskat ara bağlantı çok yararlıdır. Birçok büyük sistem belli sayıda kaskat ara bağlantı katmanları şeklinde uygun olarak modellenebilir. Örneğin, bir radyo anteni tarafından alınan zayıf sinyal her birinin iki kapılı alt devre olarak modellenebildiği belli sayıdaki kuvvetlendirme katmanından geçer. İlave olarak, diğer ara bağlantı şemalarına karşın, ara bağlantılarından dolayı ortaya çıkan iki kapılı parametreleri elde etmede N_a ve N_b parametreleri üzerine bir sınırlama yer almaz.

Şekil 16.10a'daki devrenin Şekil 16.10b'de gösterildiği gibi iki devrenin paralel bağlantısından olduğunu düşünerek devrenin Y parametrelerini belirlemek istiyoruz. Kapasitif devreyi N_a ile ve rezistif devreyi N_b ile gösterelim.

ÖRNEK

16.5

N_a 'nın Y parametreleri şu biçimdedir:

$$y_{11a} = j\frac{1}{2}S \quad y_{12a} = -j\frac{1}{2}S$$

$$y_{21a} = -j\frac{1}{2}S \quad y_{22a} = j\frac{1}{2}S$$

ÇÖZÜM

N_b 'nın Y parametreleri şu biçimdedir:

$$y_{11b} = \frac{3}{5}S \quad y_{12b} = -\frac{1}{5}S$$

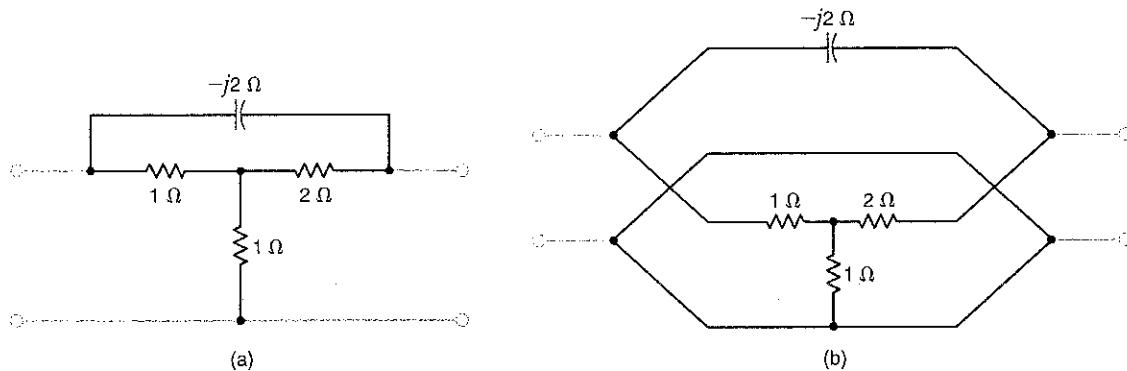
$$y_{21b} = -\frac{1}{5}S \quad y_{22b} = \frac{2}{5}S$$

Şimdi, Şekil 16.10'daki devrenin Y parametrelerini hesaplayabiliriz:

$$y_{11} = \frac{3}{5} + j\frac{1}{2}S \quad y_{12} = -\left(\frac{1}{5} + j\frac{1}{2}\right)S$$

$$y_{21} = -\left(\frac{1}{5} + j\frac{1}{2}\right)S \quad y_{22} = \frac{2}{5} + j\frac{1}{2}S$$

Bu yaklaşımındaki basılığının değerini anlamak için, Şekil 16.10a'daki devrenin Y parametrelerini doğrudan hesaplamaya çalışabilirsiniz.



Şekil 16.10

İki alt devrenin paralel bağlantısından oluşan devre.

ÖRNEK 16.6

Şekil 16.10a'da gösterilen devrenin Z parametrelerini belirleyelim. Devre Şekil 16.11'de iki devrenin seri bağlantısından oluşan şekilde yeniden çizilmiştir. Üstteki devre N_a olarak, alttaki devre ise N_b olarak isimlendirilecektir.

CÖZÜM N_a 'nın Z parametreleri şu biçimdedir:

$$\begin{aligned} z_{11a} &= \frac{2 - 2j}{3 - 2j} \Omega & z_{12a} &= \frac{2}{3 - 2j} \Omega \\ z_{21a} &= \frac{2}{3 - 2j} \Omega & z_{22a} &= \frac{2 - 4j}{3 - 2j} \Omega \end{aligned}$$

N_b 'nın Z parametreleri şu biçimdedir:

$$z_{11b} = z_{12b} = z_{21b} = z_{22b} = 1 \Omega$$

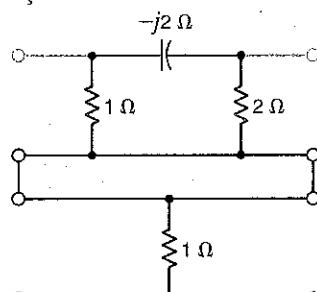
Dolayısıyla devrenin tamamının Z parametreleri aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} z_{11} &= \frac{5 - 4j}{3 - 2j} \Omega & z_{12} &= \frac{5 - 2j}{3 - 2j} \Omega \\ z_{21} &= \frac{5 - 2j}{3 - 2j} \Omega & z_{22} &= \frac{5 - 6j}{3 - 2j} \Omega \end{aligned}$$

Çizelge 16.1'deki dönüşüm formüllerini uygulayarak bu sonuçlarla Örnek 16.5'te elde edilen sonuçları kolayca karşılaştırılabiliriz.

Şekil 16.11

İki devrenin seri ara bağlantısı şeklinde yeniden çizilen Şekil 16.10a'daki devre.



Şekil 16.12'deki devrenin Şekil 16.6'da gösterildiği gibi iki devrenin kaskat bağlantısı şeklinde olduğunu göz önüne alarak devrenin iki kapılı parametrelerini türetelim.

16.7

Örnek 16.4'te aynı tipteki T devrelerinin ABCD parametreleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$\mathbf{A} = 1 + j\omega \quad \mathbf{B} = 2 + j\omega$$

$$C = j\omega \quad D = 1 + j\omega$$

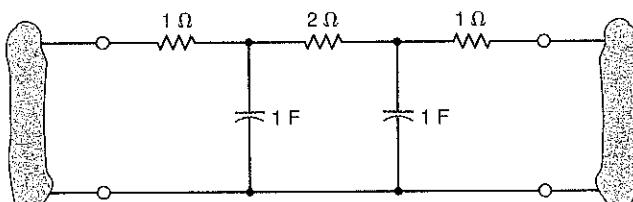
Bu yüzden, tüm devrenin iletişim parametreleri şu biçimde bulunabilir:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+j\omega & 2+j\omega \\ j\omega & 1+j\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+j\omega & 2+j\omega \\ j\omega & 1+j\omega \end{bmatrix}$$

Matris çarpımı yaparak,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 4j\omega - 2\omega^2 & 4 + 6j\omega - 2\omega^2 \\ 2j\omega - 2\omega^2 & 1 + 4j\omega - 2\omega^2 \end{bmatrix}$$

elde ederiz.



Şekil 16.12

Örnek 16.7'de kullanılan devre.

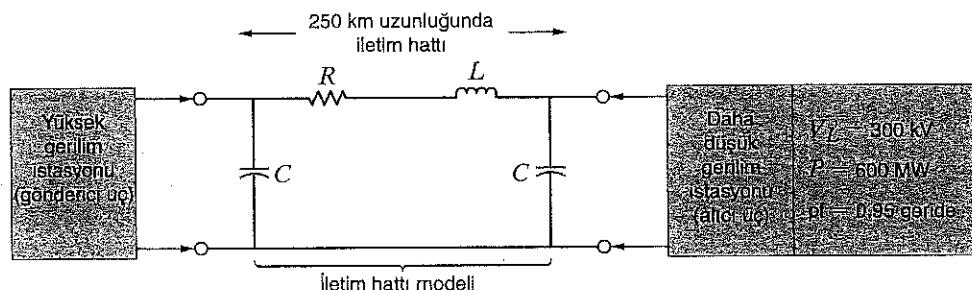
16.7

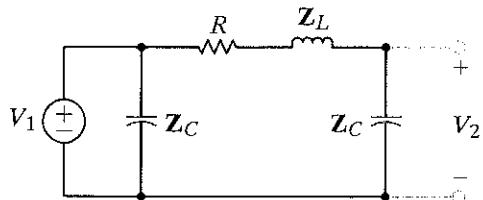
Uygulama
Örnekleri

Şekil 16.13 üç-fazlı yüksek gerilim iletim hattının analizinde kullanılan tek faz modelini göstermektedir. Bu sistemlerde genel bir kural olarak, alıcı uçtaki gerilim ve akım bilinir ve gönderici uçtaki akım ve gerilimlerin bulunması istenir. İletim parametrelerinin kullanımı bu işlem için son derece uygundur. Bunun için, makul bir iletim hat modeli için iletim parametrelerini bulacağız ve sonra belli bir alıcı uç gerilimi, gücü ve güç faktörü için alıcı uçtaki akımı, gönderici uçtaki gerilimi ve akımı ve iletim verimini bulacağz. Son olarak, verimin güç faktörüne göre değişimini çizeceğiz.

ÖRNEĞİ 16.8

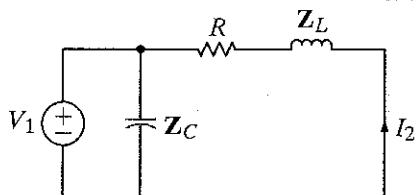
Şekil 16.13
Güç iletim hatları için bir
 π -devre modeli





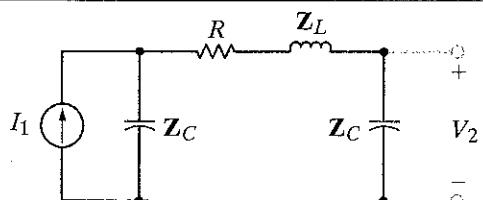
$$A = \frac{V_2}{V_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{Z_C}{Z_C + Z_L + R}$$

$$A = \frac{V_2}{V_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{Z_C + Z_L + R}{Z_C} = 0.9590 / 0.27^\circ$$



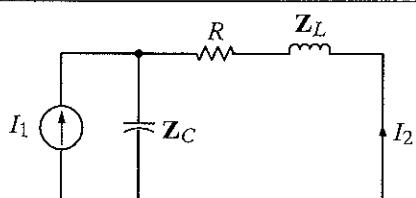
$$B = \frac{-I_2}{V_1} \Big|_{V_2=0} = \frac{1}{Z_L + R}$$

$$B = \frac{-I_2}{V_1} \Big|_{V_2=0} = Z_L + R = 100.00 / 84.84^\circ \Omega$$



$$C = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{Z_C^2}{2Z_C + Z_L + R}$$

$$C = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{2Z_C + Z_L + R}{Z_C^2} = 975.10 / 90.13^\circ \mu S$$



$$D = \frac{-I_2}{I_1} \Big|_{V_2=0} = \frac{Z_C}{Z_C + Z_L + R}$$

$$D = \frac{I_1}{-I_2} \Big|_{V_2=0} = \frac{Z_C + Z_L + R}{Z_C} = 0.950 / 0.27^\circ$$

Şekil 16.14

İletim parametrelerini belirlemek için kullanılan eşdeğer devreler.

ÇÖZÜM Verilen bir 250 km uzunluğundaki iletişim hattı için, iletişim hat modelindeki π -devre elementlerinin makul değerleri $C = 1.326 \mu F$, $R = 9.0 \Omega$ ve $L = 264.18 \text{ mH}$ 'dır. İletim parametreleri Şekil 16.14'teki devreleri kullanarak kolayca bulunabilir. 60 Hz'deki iletişim parametreleri şu biçimdedir:

$$A = 0.9590 / 0.27^\circ \quad C = 975.10 / 90.13^\circ \mu S$$

$$B = 100.00 / 84.84^\circ \Omega \quad D = 0.950 / 0.27^\circ$$

İletim parametrelerini kullanmak için, alıcı uçtaki akım olan I_2 'yi bilmeliyiz. Bölüm 11'de özetlenen standart üç faz devre analizini kullanarak hat akımını aşağıdaki şekilde buluruz:

$$I_2 = \frac{600 / \cos^{-1}(\text{pf})}{\sqrt{3}(300) / (\text{pf})} = -1.215 / -18.19^\circ \text{ kA}$$

Burada alıcı uçtaki hat-nötr (yani faz) gerilimi olan V_2 'nın sıfır faza sahip olduğu varsayılmıştır. Şimdi, gönderici üç faz gerilimi ve gücünü belirlemek için iletişim parametrelerini kullanabiliriz. Alıcı uçtaki hat-nötr gerilimi $300 / \sqrt{3} = 173.21 \text{ kV}$ olduğundan dolayı sonuçlar şu biçimdedir:

$$V_1 = AV_2 - BI_2 = (0.9590 / 0.27^\circ)(173.21 / 0^\circ) + (100.00 / 84.84^\circ)(1.215 / -18.19^\circ) = 241.92 / 27.67^\circ \text{ kV}$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2 = (975.10 \times 10^{-6} / 90.13^\circ)(173.21 / 0^\circ) + (0.9590 / 0.27^\circ)(1.215 / -18.19^\circ) = 1.12 / -9.71^\circ \text{ kA}$$

Gönderici ucta, güç katsayısı ve güç şöyle hesaplanır:

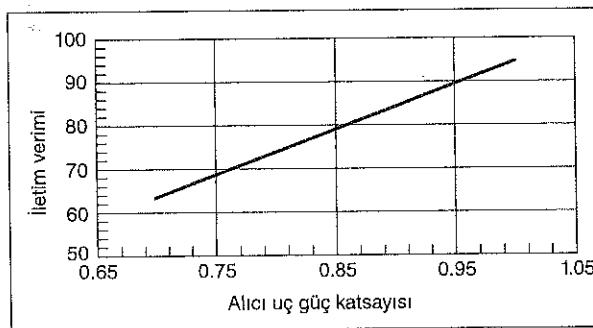
$$\text{pf} = \cos(27.67 - (-9.71)) = \cos(37.38) = 0.80 \text{ geride}$$

$$P_1 = 3V_1I_1(\text{pf}) = (3)(241.92)(1.12)(0.80) = 650.28 \text{ MW}$$

Son olarak, iletim verimini hesaplayalım:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{600}{650.28} = \% 92.3$$

Bu analizin tamamı bir Excel çizelgesinde kolayca programlanabilir. İletim hattının veriminin alıcı uctağı güç katsayısına göre çizimi Şekil 16.15'te gösterilmiştir. Güç katsayısı azaldıkça iletim veriminin düşüğünü görmekteyiz. Bu da, yararlanılan gücün üretim maliyetini artırır. Elektrik enerjisi üreticilerinin sanayi müşterilerini neden mümkün olduğu kadar birim güç katsayısına yakın çalışmaları konusunda teşvik ettiğini nedeni budur.



Şekil 16.15

İletim hattı üzerinde alıcı uctağı güç katsayısının etkisini gösteren Excel benzetim sonuçları. Excel benzetimi daha fazla hane kullandığından dolayı analitmdaki değerlerle çizimdeki değerler arasında küçük farklılıklar oluşmuştur.

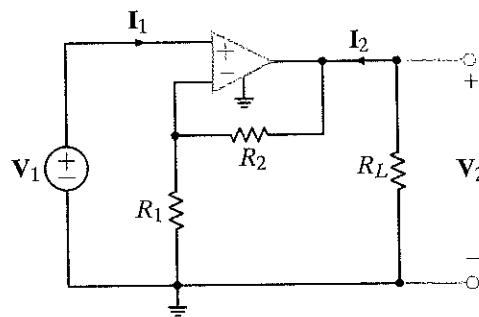
Şekil 16.16'da gösterilen evirmeyen op-amp devresi aşağıdaki parametrelerle sahiptir: $A = 20.000$, $R_i = 1 \text{ M}\Omega$, $R_o = 1 \text{ k}\Omega$ ve $R_2 = 49 \text{ k}\Omega$. Bu devre yapısının olası uygulamalarını belirlemek için R_L yükünün kazanç ve kazanç hatası (ideal kazanç ile gerçek kazancın bir karşılaştırması) üzerindeki etkisini belirleyeceğiz.

Örnek 16.3'te evirmeyen işlemsel yükseltecin hibrit parametreleri aşağıdaki gibi bulunmuştu:

$$\begin{aligned} h_{11} &= R_i + \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} & h_{12} &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ h_{21} &= -\left[\frac{AR_i}{R_o} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] & h_{22} &= \frac{R_o + R_1 + R_2}{R_o(R_1 + R_2)} \end{aligned}$$

UYGULAMA ÖRNEĞİ 16.9

ÇÖZÜM



Şekil 16.16
Klasik evirmeyen yükselteç ve yükü.



V_2 'yi bulmak için Eş. (16.7)'deki iki kapılı hibrit parametrelerini çözersek

$$V_2 = \frac{-h_{21}V_1 + h_{11}I_2}{h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}}$$

sonucunu buluruz. Yükseltec R_L yüküne bağlılığından dolayı akım şu biçimde hesaplanır:

$$I_2 = -\frac{V_2}{R_L}$$

Bu ifadeleri birleştirerek, kazanç denklemini aşağıdaki şekilde elde ederiz:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-h_{21}}{h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21} + \frac{h_{11}}{R_L}}$$

Parametre değerlerini kullanarak, denklemler

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{4 \times 10^7}{8.02 \times 10^5 + \frac{10^6}{R_L}} = \frac{49.88}{1 + \frac{1.247}{R_L}} \quad 16.16$$

şeklinde oluşur. Sağdaki eşitlikte R_L 'yi içeren terim birden çok küçükse, o zaman kazanç R_L 'den oldukça bağımsız olacaktır.

Yükseltecin kazancını aşağıdaki ideal değeri ile karşılaştırmak uygun olacaktır:

$$A_{\text{ideal}} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{\text{ideal op-amp}} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{49}{1} = 50$$

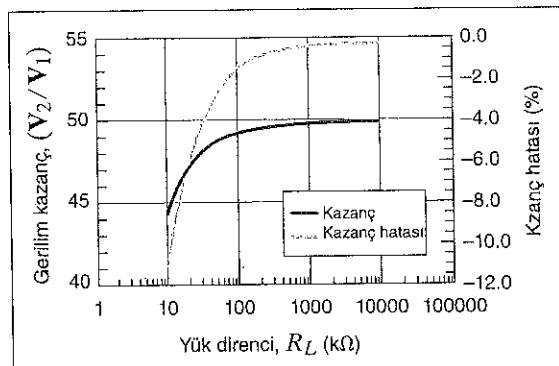
Eş. (16.16)'dan, R_L 'nin sonsuz olması durumunda kazanç sadece 49.88 olacaktır. İdeal performanstan bu sapmaya işlemel yükseltecin kazancı, giriş direnci ve çıkış direncinin ideal olmayan değerleri neden olur. Kazanç hatasını aşağıdaki şekilde tanımlarız:

$$\text{Kazanç hatası} = \frac{A_{\text{actual}} - A_{\text{ideal}}}{A_{\text{ideal}}} = \frac{0.998}{1 + \frac{1.247}{R_L}} - 1 \quad 16.17$$

Kazanç ve kazanç hatasının R_L 'ye göre çizimi Şekil 16.17'de gösterilmiştir. Yük direnci azaldıkça Eş. 16.17 ile tutarlı olarak kazancın düşüğünü ve hatanın arttığını dikkat ediniz. Ilave olarak, R_L arttıkça kazanç ideal değerine asimptotik şekilde yaklaşır fakat asla o değerle tam olarak ulaşmaz.

Bu yükseltcin nerelerde kullanılabileceğini belirlemek için, kazancı 50 olan bir yükseltcin, 0.1 V'luk bir girişten 5 V'luk bir çıkış üreteceğini göz önüne alalım. Olası üç uygulama aşağıdaki gibidir:

1. Düşük bütçeli ses önyükseltci – Teyp kafalarındaki ve pikap iğne kartuşlarındaki düşük gerilimleri, hoparlörleri sürmek için gerekli güç değerlerine yükseltir.
2. Algılayıcı yükseltci – Çoğu algılayıcılarda (örneğin, sıcaklık bağımlı dirençler) elektriksel karakteristiklerdeki (örneğin direnç) değişimler ortam parametrelerindeki (sıcaklık) değişimlerden çok daha az olabilir. Nihai çıkış gerilim değişimleri de küçük olur ve genellikle kuvvetlendirilmeye ihtiyaç duyarlar.
3. Akım algılama – Büyük akımların izlenmesi, düşük değerli algılayıcı dirençler ve bir voltmetre kullanılarak masrafızca yapılabilir. Ohm yasasına göre, nihai gerilim $I R_{alg}$ olur. Burada I ölçmek istediğimiz akımdır. Bir voltmetre gerilimi ölçmek için kullanılabilir ve akım, R_{alg} , direnç değerinin bilinmesinden dolayı belirlenebilir. Algılama direncindeki güç kaybı $I^2 R_{alg}$ olur. Güç kaybının düşük olması için algılanan gerilimin de düşük olması gereklidir. Ancak, çoğu ucuz voltmetreler bu düşük gerilimleri doğru olarak ölçemez. Basit yükseltcimiz algılama gerilimini daha makul seviyelere yükseltebilir.



Şekil 16.17

Örnek 16.9'da tanımlanan evirmeyen yükseltecin kazanç ve kazanç hatası.

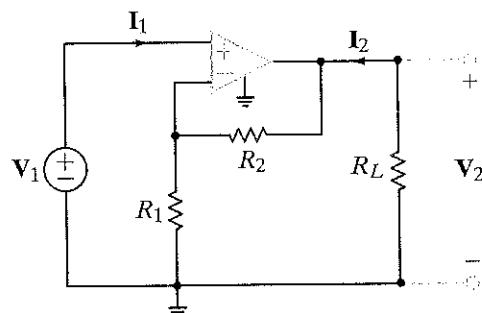
16.8

Tasarım Örnekleri

Özel bir uygulama için $1\text{ k}\Omega$ 'luk bir yükle bağlandığında kazancı 10.000 olacak bir yükseltece ihtiyacımız vardır. Elimizde bu uygulama için kullanabilecek bazı evirmeyen op-amp'lar bulunmaktadır.

Önceki örneklerdeki sonuçlara göre (yani, ideal kazanç formülü) kazancı 10.000 olan bir evirmeyen işlemsel yükselteç devresi Şekil 16.18'de gösterilmiştir. Önceki örnekte özetlendiği gibi, yükseltecin hibrit parametre denklemlerini kullanarak aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$\begin{aligned} h_{11} &= 1.001 \text{ M}\Omega & h_{12} &= 1.000 \times 10^{-4} \\ h_{21} &= -4.000 \times 10^7 & h_{22} &= 2.000 \text{ mS} \end{aligned}$$



Şekil 16.18

10.000'lik bir kazanca sahip olması gereken tek katlı bir kuvvetlendirici.

OP-AMP ÖZELLİKLERİ	ELEMENTLER
$A = 20,000$	$R_1 = 1\text{ k}\Omega$
$R_i = 1\text{ M}\Omega$	$R_2 = 9.999\text{ M}\Omega$
$R_o = 500\text{ }\Omega$	

Çizelge 16.1'i kullanarak, iletim parametrelerine geçebiliriz:

$$\begin{aligned} A &= \frac{-\Delta_H}{h_{21}} = \frac{h_{12}h_{21} - h_{11}h_{22}}{h_{21}} & B &= \frac{-h_{11}}{h_{21}} \\ C &= \frac{-h_{22}}{h_{21}} & D &= \frac{-1}{h_{21}} \end{aligned}$$

Yukarıdaki hibrit parametre değerlerine dayanarak

$$\begin{aligned} A &= 1.501 \times 10^{-4} & B &= 2.502 \times 10^{-2} \\ C &= 5.000 \times 10^{-11} & D &= 2.500 \times 10^{-8} \end{aligned}$$

buluruz. Devre şimdi iki kapılı denklemleriyle modellenebilir:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$V_2 = -I_2 R_L$ olduğundan dolayı, V_1 'in denklemini aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$V_1 = AV_2 + \frac{B}{R_L} V_2$$

Buradan da kazanç şu biçimde elde edilir:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{A + \frac{B}{R_L}} = \frac{6667}{1 + \frac{166.7}{R_L}}$$

İdeal modelde 10.000'lik bir kazanç tahmin edilmesine rağmen, sonsuz R_L değeri için gerçek kazanç sadece 6667'dir (oldukça büyük bir tutarsızlık!). Parametrelerin dikkatli bir analizi iki probleme işaret edecktir: (1) op-amp'in kazancı ile devrenin kazancı aynı mertebelerdedir; ve (2) R_2 gerçekte R_i 'den daha büyütür. İdeal op-amp kabulünden, A ve R_i 'nin her ikisinin de sonsuza yaklaşması gerektiğini veya esas olarak, A 'nın toplam kazançtan çok daha büyük olması ve R_i 'nin de devredeki en büyük direnç olması gerektiğini hatırlayınız. Bu koşullar her ikisi de mevcut değildir. İki op-amp'i kaskat bağlayarak bu sorunlara çözüm bulacağız. R_2 'yi 99 kΩ seçerek kaskat bağlantılı her katı 100'lük bir kazanç sahip olacak şekilde tasarlayarak yukarıdaki iki sorunu hafifletmiş olacağız. Katlar ardışık bağlı olduklarından dolayı toplam ideal kazanç $100 \times 100 = 10.000$ olmalıdır.

R_2 'nin yeni değerleri ile iletim parametreleri şu biçimde bulunur:

$$\begin{aligned} A &= 1.005 \times 10^{-2} & B &= 2.502 \times 10^{-2} \\ C &= 5.025 \times 10^{-11} & D &= 2.500 \times 10^{-8} \end{aligned}$$

İki kat ardışık bağlı olduklarından dolayı devrenin tamamını tanımlayan iletim parametre denklemleri şu biçimde bulunur:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

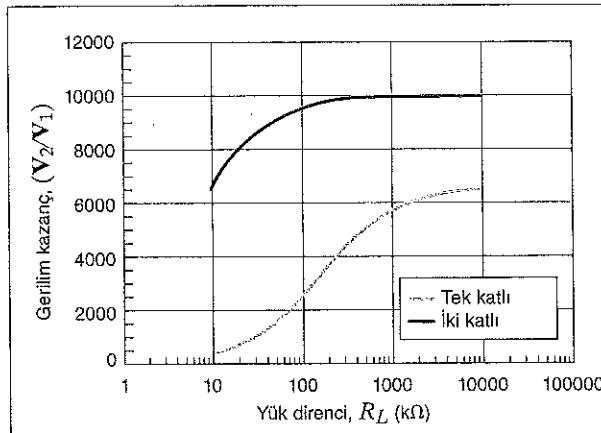
veya

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a A_b - B_a C_b & A_a B_b - B_a D_b \\ C_a A_b - D_a C_b & C_a B_b - D_a D_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

Burada a ve b indisleri birinci ve ikinci op-amp katlarını temsil eder. Katlar özdeş olduğundan dolayı, sadece A , B , C ve D 'yi kullanabiliriz. Hâlâ $V_2 = -I_2 R_L$ 'dır ve kazanç şu biçimdedir:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{A^2 - BC + \frac{AB - BD}{R_L}}$$

İletim parametre değerlerimizi kullanarak, R_L sonsuz iken, % 1'den daha küçük bir hata ile kazanç 9900.75 olur. Bu, tek katlı yükseltece göre önemli bir iyileşmedir. Şekil 16.19, tek ve iki katlı devrelerin kazançlarının R_L yük direncine göre değişimini göstermektedir. R_L azaldıkça, iki katlı yükseltecin üstünlüğü daha da belirginleşmektedir.



Şekil 16.19

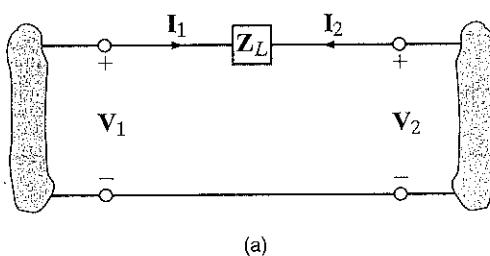
Yük direncine göre tek ve iki katlı op-amp devrelerinin gerilim kazancı.

ÖZET

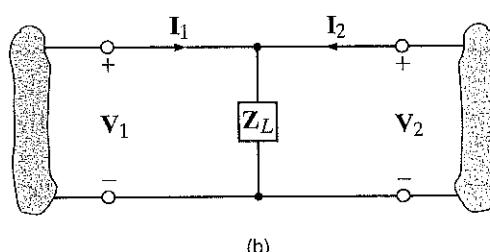
- İki kapılı bir devreyi tanımlamak için kullanılan en yaygın dört parametre; admitans, empedans, hibrit ve iletim parametreleridir.
- Bir devrenin iki kapılı parametrelerinin hepsi mevcutsa iki kapılı parametrelerin bir kümesini diğer ile ilişkilendirmek için dönüşüm formülleri kullanılabilir.
- İki kapılılar birbirlerine bağlanırken paralel bağlantı için Y parametreleri, seri bağlantı için Z parametreleri toplanır. Kaskat bağlantı için iletim parametreleri matris forma birlikte çarpılır.

PROBLEMLER

- 16.1 Şekil P16.1'de verilen iki devrede (a)'daki devrenin Y parametrelerini ve (b)'deki devrenin Z parametrelerini bulunuz.



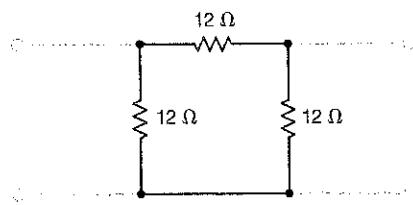
(a)



(b)

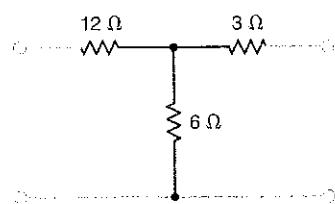
Şekil P16.1

- 16.2 Şekil P16.2'de gösterilen iki kapılı devrenin Y parametrelerini bulunuz.



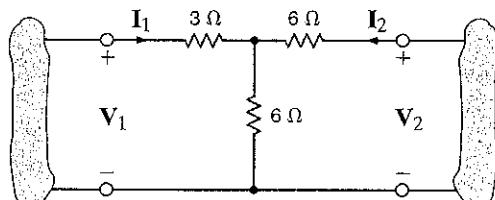
Şekil P16.2

- 16.3 Şekil P16.3'te gösterilen iki kapılı devrenin Y parametrelerini bulunuz.



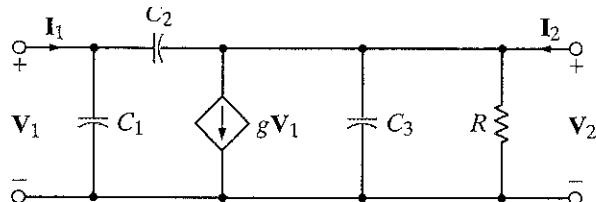
Şekil P16.3

- 16.4** Şekil P16.4'te gösterilen devrenin Y parametrelerini belirleyiniz.



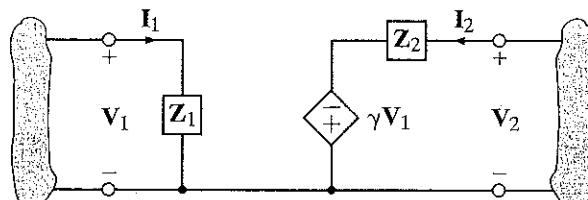
Şekil P16.4

- 16.5** Şekil P16.5'te gösterilen devrenin admitans parametrelerini belirleyiniz.



Şekil P16.5

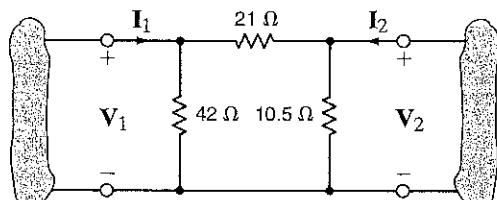
- 16.6** Şekil P16.6'daki iki kapılı devrenin Y parametrelerini bulunuz.



Şekil P16.6

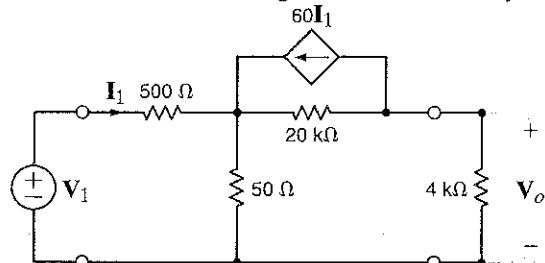
- 16.7** Şekil P16.6'daki devrenin Z parametrelerini bulunuz.

- 16.8** Şekil P16.8'deki iki kapılı devrenin Z parametrelerini bulunuz.



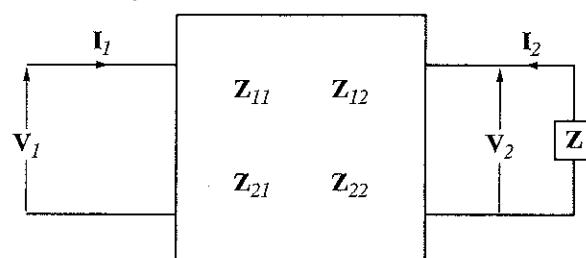
Şekil P16.8

- 16.9** Şekil P16.9'da gösterilen iki kapılı devrenin Z parametrelerini bulunuz ve çıkışa 4 kΩ'luk bir yükün bağlanması durumunda tüm devrenin gerilim kazancını belirleyiniz.



Şekil P16.9

- 16.10** Z yük empedansı ve Z parametreleri cinsinden Şekil P16.10'da gösterilen devrenin giriş empedansını belirleyiniz.

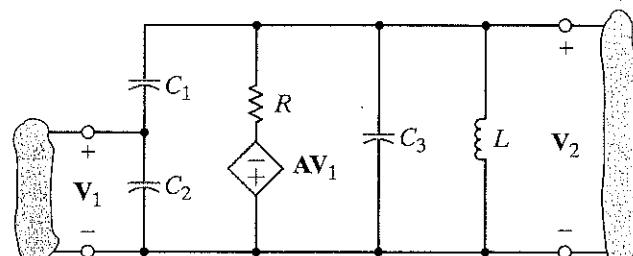


Şekil P16.10

- 16.11** Şekil P16.10'daki iki kapılı devrenin çıkış kapısına 12 kΩ'luk bir yükün bağlanması durumunda gerilim kazancını bulunuz.

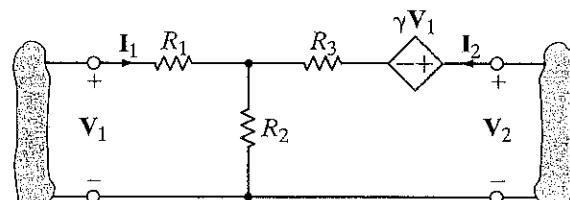
- 16.12** Şekil P16.10'daki devrenin giriş empedansını bulunuz.

- 16.13** Şekil P16.13'teki devrenin Y parametrelerini bulunuz.



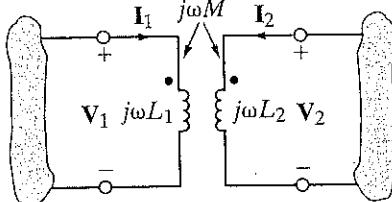
Şekil P16.13

- 16.14** Şekil P16.14'teki devrenin Z parametrelerini bulunuz.



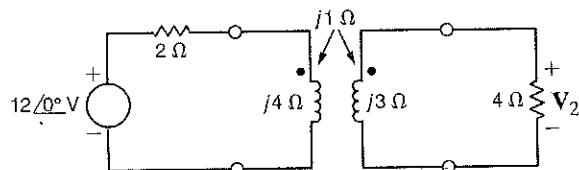
Şekil P16.14

- 16.15 Şekil P16.15'teki iki kapılı devrenin Z parametrelerini bulunuz.



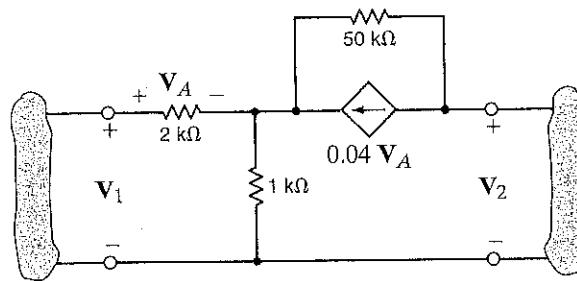
Şekil P16.15

- 16.16 Şekil 16.16'da verilen devrede, (a) transformatörün Z parametrelerini bulunuz (b) iki kapılıının her iki kapısındaki üç denklemlerini yazınız ve (c) V_2 'yi bulmak için elde edilen bilgiyi kullanınız.



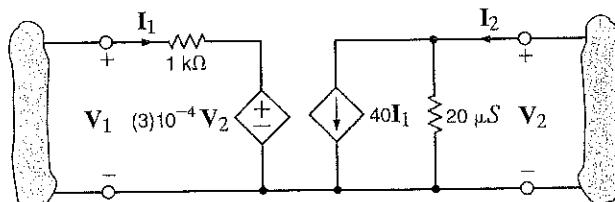
Şekil P16.16

- 16.17 Şekil P16.17'deki devrenin Z parametrelerini bulunuz.



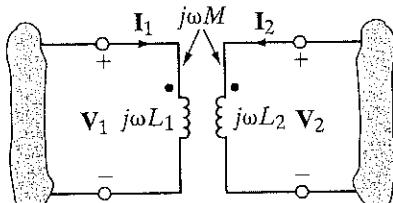
Şekil P16.17

- 16.18 Şekil P16.18'de gösterilen iki kapılı devrenin Z parametrelerini bulunuz.



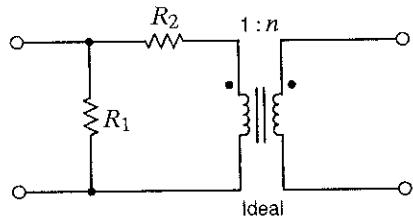
Şekil P16.18

- 16.19 Şekil P16.19'daki iki kapılı devrenin Z parametrelerini bulunuz.



Şekil P16.19

- 16.20 Şekil P16.20'deki iki kapılı devrenin Z parametrelerini belirleyiniz.



Şekil P16.20

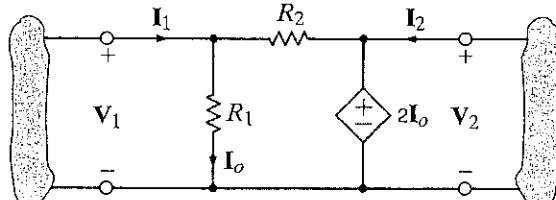
- 16.21 Aşağıdaki Y parametrelerine sahip bir devrenin devre diyagramını çiziniz (pasif elemanların tümü ohm cinsindendir):

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{5}{6} \end{bmatrix}$$

- 16.22 Aşağıdaki Z parametrelerine sahip bir devrenin devre diyagramını çiziniz:

$$[Z] = \begin{bmatrix} 6 - j2 & 4 - j6 \\ 4 - j6 & 7 + j2 \end{bmatrix}$$

- 16.23** Şekil P16.23'teki devrede kaynağın Y parametrelerine sahip olabilmesi için kaynağın iç empedansının sıfırdan farklı olması gerektiğini gösteriniz.

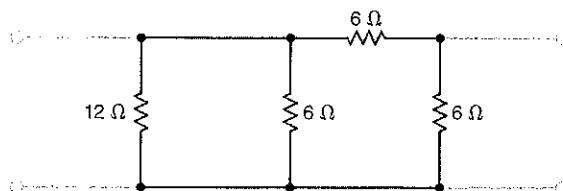


Şekil P16.23

- 16.24** Şekil P16.1'deki devrenin hibrit parametrelerini hesaplayınız.

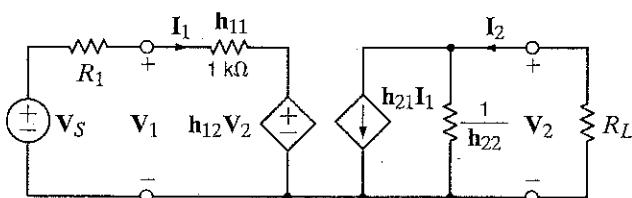
- 16.25** Şekil P16.2'deki devrenin hibrit parametrelerini bulunuz.

- 16.26** Şekil P16.26'daki devrenin hibrit parametrelerini bulunuz.



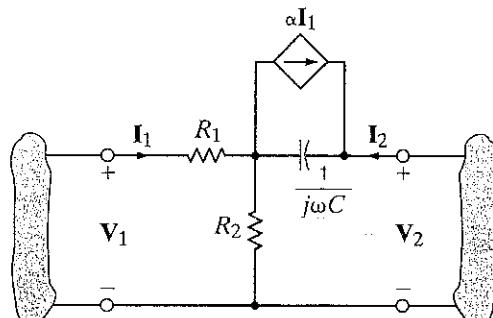
Şekil P16.26

- 16.27** Şekil P16.27'deki devreyi göz önüne alınız. Bu iki kapılı devre temel bir tranzistörün hibrit modelidir. İki kapılı devrenin girişine R_1 iç direncine sahip bir V_s kaynağı ve çıkışına bir R_L yükü bağlanırsa tüm devrenin V_2/V_s gerilim kazancını belirleyiniz.



Şekil P16.27

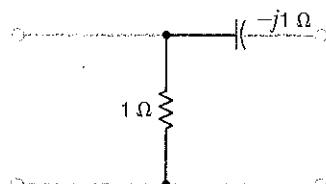
- 16.28** Şekil P16.28'de gösterilen devrenin hibrit parametrelerini belirleyiniz.



Şekil P16.28

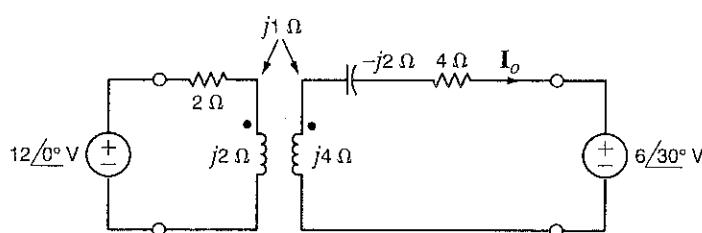
- 16.29** Şekil P16.1'deki devrenin ABCD parametrelerini bulunuz.

- 16.30** Şekil P16.30'daki devrenin iletim parametrelerini bulunuz.



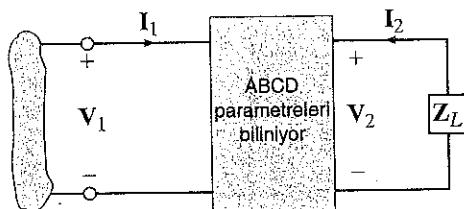
Şekil P16.30

- 16.31** Şekil 16.31'de verilen devrede, iki kapılı devrenin iletim parametrelerini bulunuz ve daha sonra üç koşullarını kullanarak I_o akımını bulunuz.



Şekil P16.31

- 16.32** ABCD parametrelerini kullanarak Şekil P16.32'deki devrenin V_2 / V_1 gerilim kazancını bulunuz.



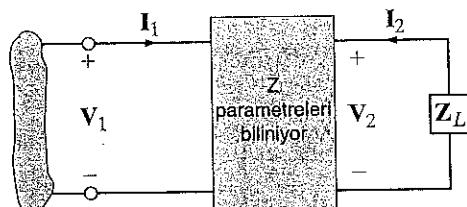
Şekil P16.32

- 16.33** Şekil P16.33'teki iki kapılının giriş admitansı Y parametreleri ve Y_L yükü cinsinden bulunuz.



Şekil P16.33

- 16.34** Şekil P16.34'teki devrenin V_2 / V_1 gerilim kazancını Z parametrelerini kullanarak bulunuz.



Şekil P16.34

- 16.35** Aşağıdaki Y parametrelerine sahip bir devrenin devre diyagramını çiziniz. (Pasif elemanların tümü ohm cinsindendir.)

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{5}{11} & -\frac{2}{11} \\ -\frac{2}{11} & \frac{3}{11} \end{bmatrix}$$

- 16.36** Aşağıdaki Z parametrelerine sahip bir devrenin devre diyagramını çiziniz:

$$[Z] = \begin{bmatrix} 6 + j4 & 4 + j6 \\ 4 + j6 & 10 + j6 \end{bmatrix}$$

- 16.37** Aşağıda hibrit parametreleri verilen devrenin Y parametrelerini belirleyiniz:

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{11}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

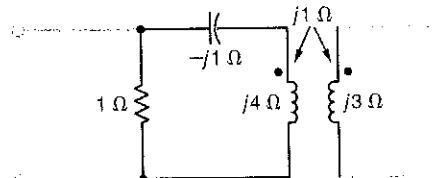
- 16.38** Bir devrenin Y parametreleri aşağıdaki gibi biliniyorsa Z parametrelerini bulunuz.

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{11} & -\frac{2}{11} \\ -\frac{2}{11} & \frac{3}{11} \end{bmatrix}$$

- 16.39** Z parametrelerini ABCD parametreleri cinsinden bulunuz.

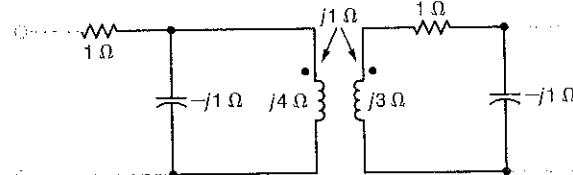
- 16.40** Hibrit parametreleri Z parametreleri cinsinden bulunuz.

- 16.41** Şekil P16.41'deki iki kapılının iletim parametrelerini bulunuz.



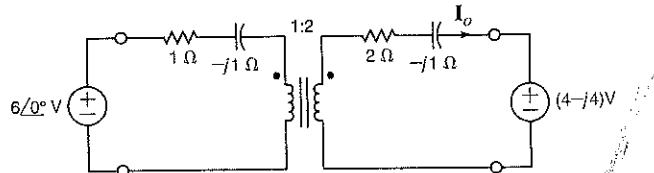
Şekil P16.41

- 16.42** Şekil P16.42'deki iki kapılının iletim parametrelerini bulunuz.



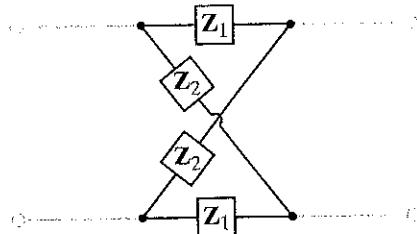
Şekil P16.42

- 16.43** Şekil P16.43'teki iki kapılının iletim parametrelerini bulunuz ve daha sonra I_o 'yu hesaplamak için üç koşullarını kullanınız.



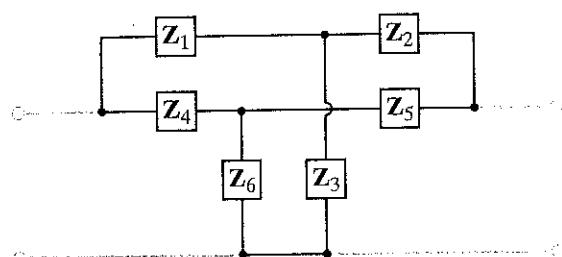
Şekil P16.43

16.44 Şekil P16.44'teki devrenin Y parametrelerini bulunuz.



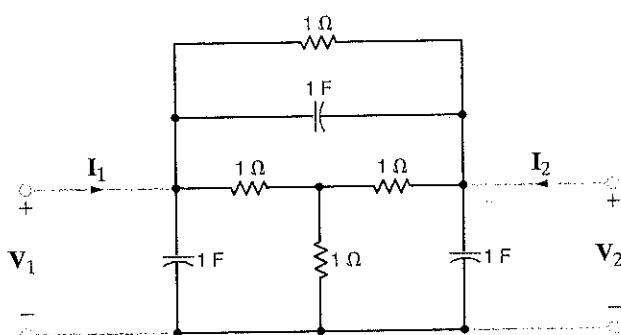
Şekil P16.44

16.45 Şekil P16.45'te gösterilen devrenin Y parametrelerini belirleyiniz.



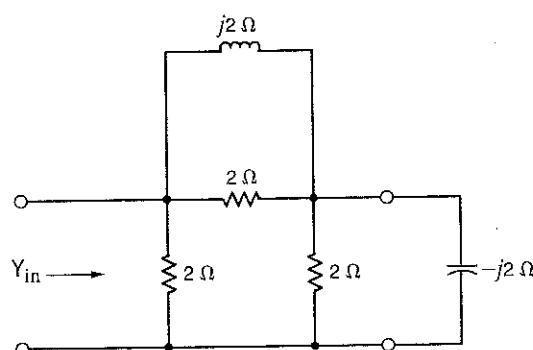
Şekil P16.45

16.46 Şekil P16.46'daki iki kapılı devrenin Y parametrelerini bulunuz.



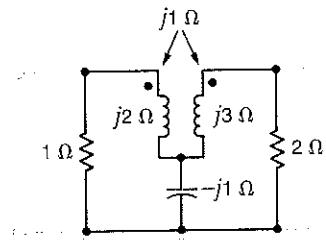
Şekil P16.46

16.47 Şekil P16.47'deki iki kapılı devrenin Y parametrelerini bulunuz. Kondansatörün çıkış kapısına bağlanması durumunda devrenin giriş admitansını bulunuz.



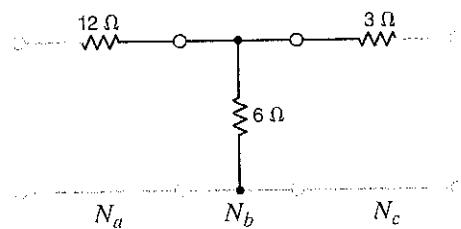
Şekil P16.47

16.48 Şekil P16.48'deki iki kapılıının Y parametrelerini bulunuz.



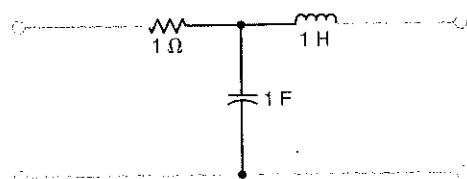
Şekil P16.48

16.49 Şekil E16.4'teki devrenin iletim parametrelerini, devrenin Şekil P16.49'da gösterildiği gibi üç tane iki kapılıının kaskat bağlanarak oluşturulduğunu düşünerek bulunuz.



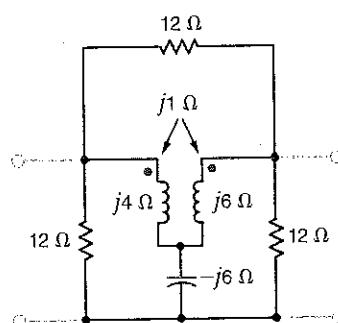
Şekil P16.49

16.50 Şekil P16.50'deki devrenin ABCD parametrelerini bulunuz.



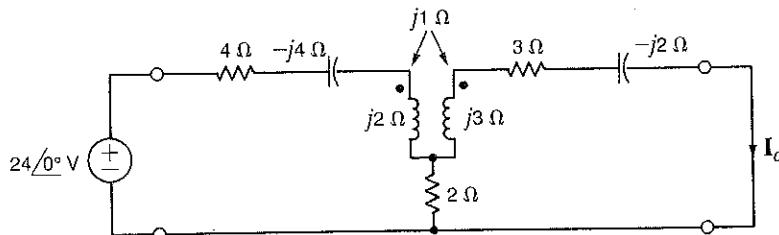
Şekil P16.50

16.51 Şekil P16.51'deki iki kapılıının Y parametrelerini bulunuz.



Şekil P16.51

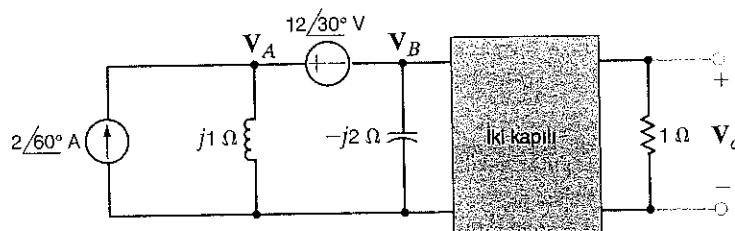
- 16.52 Şekil P16.52'deki iki kapılı devrenin Z parametrelerini bulunuz ve belirtilen üç koşulları için I_o akımını belirleyiniz.



Şekil P16.52

- 16.53 İki kapılıının Z parametreleri aşağıdaki gibiysse Şekil P16.53'teki devrede V_o çıkış gerilimini belirleyiniz.

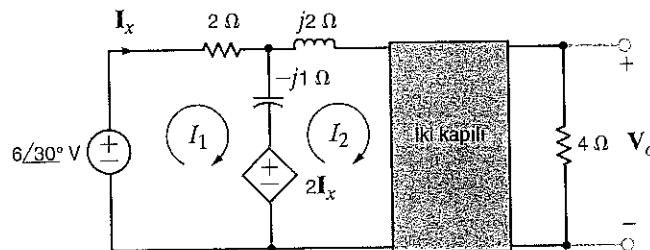
$$Z = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$



Şekil P16.53

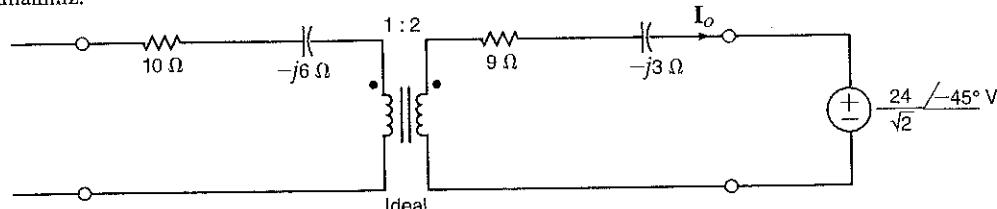
- 16.54 İki kapılıının Z parametreleri aşağıdaki gibiysse Şekil P16.54'teki devrede V_o çıkış gerilimini belirleyiniz.

$$Z = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 12 \end{bmatrix}$$



Şekil P16.54

- 16.55 Şekil 16.55'teki iki kapılıının iletim parametrelerini bulunuz ve daha sonra I_o akımını hesaplamak için üç koşullarını kullanınız.



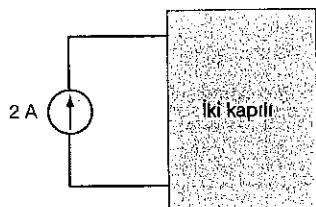
Şekil P16.55

ÖRNEK ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

16ÇSS-1 İki kapılı bir devrenin aşağıdaki parametrelerle sahip olduğu biliniyor:

$$y_{11} = \frac{1}{14} S, \quad y_{12} = y_{21} = -\frac{1}{21} S, \quad y_{22} = \frac{1}{7} S$$

2 A'lık bir akım kaynağı Şekil 16ÇSS-1'de gösterildiği gibi giriş uçlarına bağlanırsa bu akım kaynağı uçlarındaki gerilimi bulunuz.



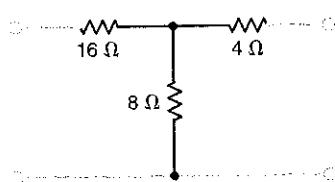
Şekil 16ÇSS-1

- a. 36 V
- b. 12 V
- c. 24 V
- d. 6 V

16ÇSS-2 Şekil 16ÇSS-1'deki devrenin çıkış uçlarındaki Thevenin eşdeğer direncini bulunuz.

- a. 3 Ω
- b. 9 Ω
- c. 12 Ω
- d. 6 Ω

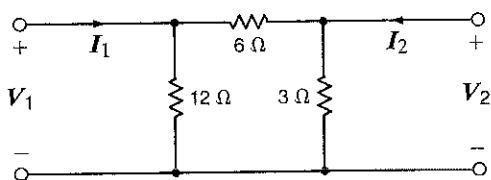
16ÇSS-3 Şekil 16ÇSS-3'te gösterilen iki kapılı devrenin Y parametrelerini bulunuz.



Şekil 16ÇSS-3

- a. $y_{11} = \frac{5}{32} S, y_{21} = y_{12} = -\frac{5}{14} S, y_{22} = \frac{9}{14} S$
- b. $y_{11} = \frac{7}{48} S, y_{21} = y_{12} = -\frac{3}{16} S, y_{22} = \frac{7}{16} S$
- c. $y_{11} = \frac{3}{25} S, y_{21} = y_{12} = -\frac{1}{15} S, y_{22} = \frac{4}{15} S$
- d. $y_{11} = \frac{3}{56} S, y_{21} = y_{12} = -\frac{1}{28} S, y_{22} = \frac{3}{28} S$

16ÇSS-4 Şekil 16ÇSS-4'te gösterilen devrenin Z parametrelerini bulunuz.



Şekil 16ÇSS-4

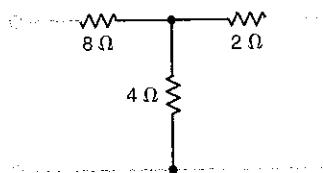
$$\text{a. } z_{11} = \frac{19}{3} \Omega, z_{21} = z_{12} = \frac{5}{3} \Omega, z_{22} = \frac{7}{3} \Omega$$

$$\text{b. } z_{11} = \frac{22}{5} \Omega, z_{21} = z_{12} = \frac{7}{5} \Omega, z_{22} = \frac{9}{5} \Omega$$

$$\text{c. } z_{11} = \frac{36}{7} \Omega, z_{21} = z_{12} = \frac{12}{7} \Omega, z_{22} = \frac{18}{7} \Omega$$

$$\text{d. } z_{11} = \frac{27}{6} \Omega, z_{21} = z_{12} = \frac{7}{6} \Omega, z_{22} = \frac{13}{6} \Omega$$

16ÇSS-5 Şekil 16ÇSS-5'teki devrenin hibrit parametrelerini hesaplayınız.



Şekil 16ÇSS-5

$$\text{a. } h_{11} = \frac{28}{3} \Omega, h_{21} = -\frac{2}{3}, h_{12} = \frac{2}{3}, h_{22} = \frac{1}{6} S$$

$$\text{b. } h_{11} = \frac{16}{5} \Omega, h_{21} = -\frac{1}{5}, h_{12} = \frac{1}{5}, h_{22} = \frac{3}{10} S$$

$$\text{c. } h_{11} = \frac{19}{4} \Omega, h_{21} = -\frac{3}{4}, h_{12} = \frac{3}{4}, h_{22} = \frac{5}{8} S$$

$$\text{d. } h_{11} = \frac{32}{9} \Omega, h_{21} = -\frac{2}{9}, h_{12} = \frac{2}{9}, h_{22} = \frac{1}{18} S$$

KARMAŞIK SAYILAR

Karmaşık sayılar genel olarak üç farklı biçimde gösterilebilirler; üstel, kutupsal veya dikdörtgensel (rectangular). Üstel yapıda bir A karmaşık sayısı şu biçimde gösterilir:

$$A = ze^{j\theta} \quad 1$$

z bir gerçel sayı olup karmaşık sayının genliği olarak adlandırılır. Yine gerçel bir sayı olan θ ise-açı olarak adlandırılır. Sanal operatör olan j ise $j = \sqrt{-1}$ olarak tanımlanır. θ , Şekil 1'de gösterildiği gibi, A ile gerçel eksen arasındaki açıya eşit olup derece veya radyan cinsinden ifade edilebilir.

Bir A karmaşık sayısının kutupsal yapıda gösterimi simgesel olarak üstel gösterime benzer:

$$A = z/\theta \quad 2$$

Son olarak da A karmaşık sayısının dikdörtgensel gösterimi şu biçimdedir:

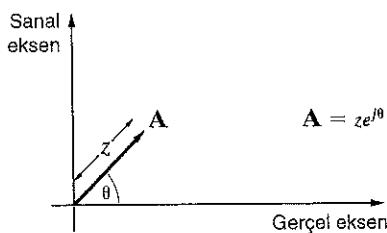
$$A = x + jy \quad 3$$

Burada x , A'nın gerçel bölümü; y de, sanal bölümüdür.

A sayısının farklı ifade biçimleri arasındaki ilişki Euler özdeşliği ile gösterilebilir:

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \quad 4$$

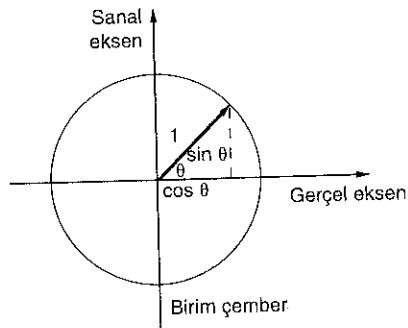
Şekil 2'de, dikdörtgensel yapıda bu fonksiyonun yapıda genliği bir olan bir karmaşık sayı olduğu gösterilmektedir.



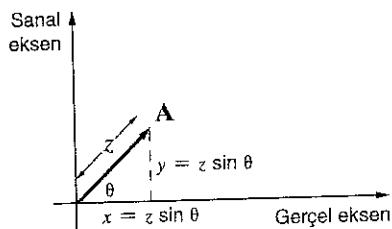
Şekil 1

Bir karmaşık sayının üstel gösterimi.

Şekil 2
Euler özdeşliğinin grafiksel gösterimi.



Şekil 3
Bir karmaşık sayının üstel ve dikdörtgensel gösterimleri arasındaki ilişki.



Bu özdeşliği kullanarak A karmaşık sayısını

$$A = z e^{j\theta} = z \cos \theta + j z \sin \theta$$

5

birimde yazabiliyoruz. Şekil 3 yardımıyla bu eşitlik yerine

$$A = x + jy$$

eşitliği de yazılabilir. Bu iki eşitliğin gerçel ve sanal bölgümleri eşitlenirse

$$x = z \cos \theta$$

$$y = z \sin \theta$$

6

elde edilir. Buradan da şu sonuca ulaşılır:

$$x^2 + y^2 = z^2 \cos^2 \theta + z^2 \sin^2 \theta = z^2$$

7

Dolayısıyla:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

8

Ayrıca,

$$\frac{z \sin \theta}{z \cos \theta} = \tan \theta = \frac{y}{x}$$

olduğundan dolayı

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

9

elde edilir.

Karmaşık sayıların farklı gösterimleri arasındaki ilişkiler aşağıda sıralanmaktadır:

ÜSTEL	KUTUPSAL	DIKDÖRTGENSEL
$ze^{j\theta}$	$z \angle \theta$	$x + jy$
$\theta = \tan^{-1} y/x$	$\theta = \tan^{-1} y/x$	$x = z \cos \theta$
$z = \sqrt{x^2 + y^2}$	$z = \sqrt{x^2 + y^2}$	$y = z \sin \theta$

Şimdi, gerçek sayıların toplama, çıkartma, çarpma ve bölme işlemlerine ait kuralların karmaşık sayılar için de aynen geçerli olduğunu göstereceğiz.

$\mathbf{A} = x_1 + jy_1$ ve $\mathbf{B} = x_2 + jy_2$ olarak tanımlanan iki karmaşık sayının *toplamı* şu biçimde tanımlanır:

$$\begin{aligned}\mathbf{A} + \mathbf{B} &= x_1 + jy_1 + x_2 + jy_2 \\ &= (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)\end{aligned}\quad 10$$

Yani, iki sayının gerçek ve sanal bölgüleri kendi aralarında toplanarak toplam karmaşık sayı bulunur.

$\mathbf{A} = 5/36.9^\circ$ ve $\mathbf{B} = 5/53.1^\circ$ olarak tanımlanmış iki karmaşık sayının toplamını bulmak istiyoruz.

ÖRNEK

1

ÇÖZÜM

[ipucu]

Karmaşık sayıların toplama ve çıkartma işlemleri en kolay dikdörtgensel yapıda gerçekleştirilebilir.

Öncelikle kutupsal yapıdan dikdörtgensel yapıya dönmemiz gereklidir:

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= 5/36.9^\circ = 4 + j3 \\ \mathbf{B} &= 5/53.1^\circ = 3 + j4\end{aligned}$$

Dolayısıyla:

$$\begin{aligned}\mathbf{A} + \mathbf{B} &= 4 + j3 + 3 + j4 = 7 + j7 \\ &= 9.9/45^\circ\end{aligned}$$

$\mathbf{A} = x_1 + jy_1$ ve $\mathbf{B} = x_2 + jy_2$ olarak tanımlanan iki karmaşık sayının *farkı* şu biçimde tanımlanır:

$$\begin{aligned}\mathbf{A} - \mathbf{B} &= (x_1 + jy_1) - (x_2 + jy_2) \\ &= (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)\end{aligned}\quad 11$$

Yani, iki sayının gerçek ve sanal bölgüleri kendi aralarında çıkartma işlemine tabi tutularak sonuç karmaşık sayı bulunur.

$\mathbf{A} = 5/36.9^\circ$ ve $\mathbf{B} = 5/53.1^\circ$ olarak tanımlanmış iki karmaşık sayının $\mathbf{A}-\mathbf{B}$ farkını bulmak istiyoruz.

ÖRNEK

2

ÇÖZÜM

Öncelikle kutupsal yapıdan dikdörtgensel yapıya dönmemiz gereklidir:

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= 5/36.9^\circ = 4 + j3 \\ \mathbf{B} &= 5/53.1^\circ = 3 + j4\end{aligned}$$

Dolayısıyla:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = (4 + j3) - (3 + j4) = 1 - j1 = \sqrt{2}/-45^\circ$$

$\mathbf{A} = z_1/\theta_1 = x_1 + jy_1$ ve $\mathbf{B} = z_2/\theta_2 = x_2 + jy_2$ olarak tanımlanan iki karmaşık sayının *çarpımı* şu biçimde tanımlanır:

$$\mathbf{AB} = (z_1 e^{j\theta_1})(z_2 e^{j(\theta_2)}) = z_1 z_2 / \theta_1 + \theta_2 \quad 12$$

ÖRNEK**3****ÇÖZÜM****[ipucu]**

Karmaşık sayıların çarpma ve bölme işlemleri en kolay üstel veya kutupsal yapıda gerçekleştirilir.

$A = 5/36.9^\circ$ ve $B = 5/53.1^\circ$ olarak tanımlanmış iki karmaşık sayının çarpımını hem kutupsal hem de dikdörtgensel yapıda bulmak istiyoruz.

$$\begin{aligned} AB &= (5/36.9^\circ)(5/53.1^\circ) = 25/90^\circ \\ &= (4 + j3)(3 + j4) \\ &= 12 + j16 + j9 + j^212 \\ &= 25j \\ &= 25/90^\circ \end{aligned}$$

ÖRNEK**4****ÇÖZÜM**

$A = 2 + j2$ ve $B = 3 + j4$ olarak tanımlanmış iki karmaşık sayının çarpımını bulmak istiyoruz.

$$\begin{aligned} A &= 2 + j2 = 2.828/45^\circ \\ B &= 3 + j4 = 5/53.1^\circ \end{aligned}$$

ve

$$AB = (2.828/45^\circ)(5/53.1^\circ) = 14.14/98.1^\circ$$

$A = z_1/\theta_1 = x_1 + jy_1$ ve $B = z_2/\theta_2 = x_2 + jy_2$ olarak tanımlanan iki karmaşık sayının bölümü şu biçimde tanımlanır:

$$\frac{A}{B} = \frac{z_1 e^{j\theta_1}}{z_2 e^{j\theta_2}} = \frac{z_1}{z_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)} = \frac{z_1}{z_2} / \theta_1 - \theta_2 \quad 13$$

ÖRNEK**5****ÇÖZÜM**

$A = 10/30^\circ$ ve $B = 5/53.1^\circ$ olarak tanımlanmış iki karmaşık sayının A/B bölüm işlemini hem kutupsal hem de dikdörtgensel yapıda gerçekleştirmek istiyoruz.

$$\begin{aligned} \frac{A}{B} &= \frac{10/30^\circ}{5/53.1^\circ} \\ &= 2/-23.1^\circ \\ &= 1.84 - j0.79 \end{aligned}$$

ÖRNEK**6****ÇÖZÜM**

$A = 3 + j4$ ve $B = 1 + j2$ olarak tanımlanmış iki karmaşık sayının A/B bölüm işlemini gerçekleştirmek istiyoruz.

$$\begin{aligned} A &= 3 + j4 = 5/53.1^\circ \\ B &= 1 + j2 = 2.236/63^\circ \end{aligned}$$

ve

$$\frac{A}{B} = \frac{5/53.1^\circ}{2.236/63^\circ} = 2.236/-9.9^\circ$$

$A = 3 + j4$ olarak verilmektedir. $1/A$ işlemini yapalım.

$$A = 3 + j4 = 5 \angle 53.1^\circ$$

olduğundan

$$\frac{1}{A} = \frac{1 \angle 0^\circ}{5 \angle 53.1^\circ} = 0.2 \angle -53.1^\circ$$

veya

$$\begin{aligned}\frac{1}{A} &= \frac{1}{3 + j4} = \frac{3 - j4}{(3 + j4)(3 - j4)} \\ &= \frac{3 - j4}{25} = 0.12 - j0.16\end{aligned}$$

ÖRNEK

7

ÇÖZÜM

DİZİN

A

24-V fan, 225-226
AA kalıcı durumu analizi
analiz teknikleri, 396-408
devre elemanları için fazör bağıntıları, 379-383
empedans ve admitans, 383-389
fazör diyagramları, 390-393
fazörler, 377-379
Kirchhoff yasaları ile, 393-396
örnek tasarımlar, 410-413
örnek uygulamalar, 408-410
sinüzoidal ve karmaşık zorlama fonksiyonları, 373-377
sinüzoidler, 370-372
temel AA analiz, 385
AA-DA dönüştürücü, 645-646
Açık devre aktarım admitansı, 809
Açık devre aktarım empedansı, 805
Açık devre çıkış admitansı, 807
Açık devre çıkış empedansı, 805
Açık devre empedans parametreleri, 805
Açık devre gerilim oranı, 809
Açık devre giriş empedansı, 805
Açık devre tanımı, 28
Açık devre ters gerilim kazancı, 807
Adaptörler, 524-525
Admitans parametreleri, iki kapılı devrelerde, 802-805
Admitans, 386-389
Aki bağı, 492-493
Akıllı enerji ağları, 369
Akım algılama, 818
Akım bölüşüm, 46-48
Akım dalga biçimleri
indüktörlerde, 256-258
kondansatörlerde, 249-253
Akım-gerilim dönüştürücü, 79
Akımın genliği, 3
Akımın süreklilığı indüktör, 255
Aktif süzgeçler, 627-645
Alçak geçiren süzgeçler, 620-621, 630, 649-651, 780-782
Algılayıcı yükselteç, 818
Aliminyum elektrolytik kondansatörler, 246
Alternatif akım (AA), tanımı, 3
AM (genlik modülasyonlu) radyo, 782-783
American Wire Gauge (AWG) standartı, 262
Ampere yasası, 492
Anahtarlanan indüktör devreleri, 338-339
Analóg dijital dönüştürücü (ADC), 653

Anlık güç, 436-437
Anma gücü, güç katsayısi düzeltici
kondansatörler ve, 565
Aperiyodik işaretler, 773
Ara bağlantı iki kapılı devreler, 811-815
Anza bulma cihazı, 471
Aşırı sönümlü tepkiler, 321,716

B

Bağımlı gerilim kaynakları, 10, 117-120
Bağımlı kaynaklı devreler, 64-69
çevre akımı analizi, 131-136
düğüm gerilimi analizi, 110-112
Norton teoremi ve, 205-206
Thevenin teoremi ve, 205-206
Bağımsız gerilim kaynakları, 8-10
çevre akımları analizi, 122-125
düğüm gerilimleri analizi, 113-116
Bağımsız kaynaklı devreler, 8-10
çevre akımları analizi, 126-130
düğüm gerilimleri analizi, 104-110
Norton teoremi, 200-204,206-211
Thevenin teoremi, 200-204, 206-211
Bağlantımlı gürültü, 520-521
Bakterin metre başına direnci, 262
Bant durdurulan süzgeçler, 620, 623, 782
Bant geçen süzgeçler, 620, 623, 683-685, 782
Bant genişliği, 622
Basamak fonksiyonu, 329-330
Basit dirençli istituci seçimi devresi, 73
Basit gerilim bölütü, 77-79
Basit kutup veya sıfır, Bode diyagramı ve, 588-589
Basit paralel devre, 46
Baskı devre kartı, 69
Bass güçlendiren yükseltic, 654
Bastırıcı devre, 339
Bipolar junction tranzistörler (BJTler), 64
Bipolar tranzistörler, 10
Biquad süzgeç, 643
Birim basamak fonksiyonu, 316, 669-670
Birim dürtü fonksiyonu, 670-671
Birim kazançlı ayırıcı, 161-162
Birim sistemleri, 2
Birinci mertebeden alçak geçiren OTA-C
süzgeç, 642-643
Birinci mertebeden devreler, 298-319
adım adım ilerleme yaklaşımı, 306
darbe tepkisi ve, 316-319
diferansiyel denklem yaklaşımı, 300-305
problem çözme stratejisi, 306-307

tepkisi eşitliklerinin genel yapısı, 298-300
Bode çizimleri
bağlantı, 724-726
birinci mertebeden alçak geçirgen süzgeçler
için asimptotik, 643
değişken frekanslı devreler ve, 625
ikinci mertebeden alçak geçirgen süzgeçler
için, 732
kullanılarak frekans tepkisi, 586-595
kullanılarak transfer fonksiyonunun
turetilmesi, 595-597
parallel rezonans akortlu yükselticler için -, 647-648
RLC akortlu devreleri için, 789
tek ve çift katlı süzgeçler için, 649-651
Tow-Thomas alçak geçirgen süzgeç için-, 645
Bode diyagramı
basit kutuplar veya sıfırlar, 588-589
karesel kutuplar veya sıfırlar, 589-590
orijindeki kutuplar veya sıfırlar, 588
sabit terim, 588
Boost (yükseleten) dönüştürücü, 339-341
Bükülümlü salınımalar, 721-724

C - Ç

Chebyshev süzgeç, 648-649
Compact diskler (CD), 649-651
Çapraz girişim, 274-277
Çentik süzgeç, 651-652, 792-793
Çevre akımları analizi, 122-137, 397-398, 402
bağımlı kaynak içeren devreler, 131-136
bağımsız akım kaynağı içeren devreler,
126-130
yalnızca bağımsız gerilim kaynağı içeren
devreler, 122-125
Çıkış gerilimi, sinüs dalga evirici ve, 785-787
Çift fonksiyon simetrisi, Fourier serilerinde,
757-758
Çift karesel süzgeç, 643
Çift katmanlı kondansatörler, 279
Çok fazlı devreler
güç bağıntıları, 557-561
güç katsayısi düzeltme, 561-562
kaynak/yük bağlantıları, 548-557
tasarım örnekleri, 566-569
uygulama örnekleri, 562-565
üç fazlı bağlantılar, 547-548
üç fazlı devreler, 542-547
Çok katmanlı seramik yonga kondansatör, 270
Çok kaynaklı/dirençli devreler
iki düşümlü devreler, 46, 50
tek çevreli devreler ve, 42—45

D

- Dal, 31
 Darbe tepkisi, 316-319
 Darbe treni, 318
 Darbe üreteci
 çıkış gerilimi, 335
 yüksek gerilim, 334-335
 Darbeler ve spektrumları, 775
 Defibrilatörler, 349-350
 Değişken frekans tepkisi, 578-586
 devre fonksiyonları, 584-585
 kutuplar ve sıfırlar, 585-586
 Değişken frekanslı devreler
 ölçümleme, 619-620
 rezonans devreleri, 597-619
 sintezoidal frekans analizi, 586-597
 stügeç devreleri, 620-645
 tasarım örnekleri, 649-655
 uygulama örnekleri, 645-649
 Demir çekirdekli induktörler, 254
 Denetim döngüler, 79-80
 Dengeli üç fazlı devre, 545
 Dengeli üç fazlı gerilim kaynağı, 547
 Dengeli üç fazlı gerilimler, 545
 Dengeli yıldız-yıldız bağlantı, 548-552
 Dengeli Y-Y sistemlerde faz ve hat
 gerilimleri, 549
 Deniz buzu ölçümü, 296
 Denizaltı robot araçları, 695-696
 Devre analizi
 geçici durum analizi, 709-712
 kalıcı durum tepkisi, 727-729
 kutup-sıfır çizimi/bode çizim bağlantısı, 724-726
 Laplace devre çözümleri, 696-697
 transfer fonksiyonu ve, 712-724
 uygulama örneği, 729-731
 Devre analizi, dönüştürülmüş devreler ve, 699-709
 Devre kesici, 366
 Devre kutuplarının yerleri, 714-715
 Devre transfer fonksiyonu, 584-585
 Devreler
 bağımlı kaynaklı, 10-11, 64-69
 bağımsız kaynaklı, 8-10
 elemanlar, 8-17
 fazör bağıntıları, 379-383
 ikinci mertebeden stügeçler, 733
 Laplace dönüşümü, 697-699
 s-düzlemi gösterimi, 698-699
 seri-paralel direnç bağlantıları, 55-61
 zaman düzleminde gösterim, 698
 zaman sabiti ve, 297
 Devrenin frekans tepkisi, 603
 Diferansiyel denklem yaklaşımı, 300-305
 Dijital veri şekli, 731, 734
 Dik bileşen, 454
 Dinamik RAM (DRAM), 277-278
 Direnç bağlantıları
 bağımlı kaynaklı devreler, 64-69

- basitleştirme, 52
 seri-paralel bağlantılar, 51-55
 Direnç devreleri
 elektronik üretim için direnç teknolojileri, 69-72
 iki düğümlü devreler, 46-50
 ince film dirençler, 70
 kalın film dirençler, 69-70
 Kirchhoff yasaları, 31-39
 Ohm yasası, 26-30
 seri ve paralel direnç bağlantıları, 51-55
 seri-paralel bağlantılı direnç devreleri, 55-61
 tasarım örnekleri, 75-81
 tek çevrelili devreler, 39-45
 uygulama örnekleri, 72-75
 yıldız-üçgen dönüşüm, 61-64
 Dirençler
 değerler, 54-55
 elektronik üretim teknolojileri, 69-72
 frekanstan bağımsız empedans, 578
 gerilim-akım bağıntıları, 380
 güç değerleri, 54-55
 özellikler, 54-55
 semboller, 26
 tolerans, 54-55
 Dirençlerin seri-paralel karışık bağlantısı, 55-61
 Doğal frekanslar, 321
 Doğal tepki, 299
 Doğru akım (DA)
 indüktörler ve, 255
 kondansatörler ve, 248-249
 tanım, 3
 Doğrusal değişken diferansiyel transformatör
 (DDDT), 521-523
 Doğrusal dirençler, 26-27
 Doğrusal olmayan direnç karakteristikleri, 26
 Doğrusal olmayan yükler için harmonik akım
 ibiçliği, 784
 Doğrusallık, 190-192
 Doluluk oranı, yükseltmen döntüştürücü kazancı
 ve, 341
 Dönüştürücü devre, panel aydınlatan, 76
 Dönüşüm çiftleri, 671-672
 Dönüşüm özellikleri, 673-675
 Dört düğümlü devre, 107
 Durum değişkeni yaklaşımı, 300
 Düğüm gerilimleri, 102-103
 Düğüm gerilimleri ile analiz, 102-121, 396-
 397, 401-402
 bağımlı gerilim kaynağı içeren devreler,
 117-120
 bağımlı kaynak içeren devreler, 110-112.
 bağımsız gerilim kaynağı içeren devreler,
 113-116
 ohm yasası ve, 103
 problem çözme stratejisi, 121
 referans düşüm, 102
 sadece bağımsız akım kaynağı içeren devreler,
 104-110
 Düğümler, 31
 Düşük maliyetli ses ön yükselteci, 818

E

- EKG sistemleri, 469
 Eksik sönümeli lepki, 321, 716-718
 Elektrik akımı, 2
 Elektrik çarpması, 464-472
 Elektrik devresi, 2
 Elektrik direkleri, 517-518
 Elektrik enerjisi iletimi, 516-517
 Elektrik sayaçları, 464
 Elektrikli çim biçici, 472-473
 Elektrikli devreler, çarpma, 467
 Elektrikli dış fırçası, 518-520
 Elektriksel yük, 2
 Elektromotor kuvvet, 3
 Empedans ölçümleme, 619
 Empedans ve admittans, 383-389
 Empedas parametreleri, iki kapılı devreler ve,
 805-807
 Enerji analizi, bağımlı devrelerde, 503-505
 Enerji iletim hatları, 544, 815-819
 Enerji transferi, rezonans devrelerinde, 604
 Enerji, 5
 Enerji, sağlanan, 5
 Esdeger devreler
 çoğ kaynaklı, 42
 eviren ve evirmeyen işlemsel yükselteçler
 için, 628
 iletim parametreleri ve, 815-817
 Esdeger empedans, 388-389
 Esdegerlilik, 190
 Euler bağıntısı, 375-376
 Euler eşitliğinin grafik yorumu, 830
 Eviriciler, 785-787
 Evirmeyen işlemsel yükselteçler, 177, 819-821
 Evirmeyen kazançlı bağlantı, 817-818
 Evrensnel seri veriyolu kapları, 16

F

- Faraday yasası, 492-493, 515
 Fark yükselteci, 167, 272
 Faz açısı üretici, 568-569
 Faz açısı, 370-371
 Fazör diyagramları, 379, 390-393
 Fazör ilişkileri, 379-383
 Fazörler, 377-379
 Ferit çekirdekli induktörler, 254
 Ferit yonga induktörün kesit görünümü, 271
 FET transistörler, 64
 Flaş devresi, 5
 Flaş devresi, kamera, 297-298
 FM radyo anteni, 646-648
 Fourier analizi teknikleri
 Fourier dönüşümü, 773-779
 Fourier serileri, 752-773
 tasarım örnekleri, 787-793
 uygulama örnekleri, 780-787
 Fourier dönüşümü, 773-779
 önemli dönüşüm bağıntıları, 774-776
 özellikleri, 777-778
 Parseval teoremi ve, 778-779

Fourier serileri, 752-773
 frekans spektrumu ve, 767-768
 kalıcı durum devre tepkisi ve, 768-769
 ortalama güç ve, 769
 simetri ve trigonometrik Fourier serileri, 757-761
 sinyal üretimi ve, 764-766
 trigonometrik Fourier serileri, 756-757
 üstel Fourier serileri, 753-756
 zaman öteleme ve, 762-764
 Frekans düzleminde analiz, 378
 Frekans öteleme teoremi, 673-674
 Frekans spektrumu, Fourier serileri ve, 767-768
 Frekans tepkisi çizimleri, 608-609, 630-631
 Frekansa bağımlı empedans, induktör, 579
 Frekansa bağımlı empedans, kondansatör, 579-580
 Frekansa bağımlı empedans, seri RLC devreleri, 581
 Frekansın ölçüklenmesi, 619-620
 Frekanstan bağımsız empedans, direnç, 578

G

Geleneksel akım yönü, 2
 Gelişigüzel AM Fourier dönüşüm, 788
 Genel empedans bağıntısı, 383
 Genel empedans dönüştürücü, 409-410
 Genlik ayarlayıcı, 568
 Genlik ölçümleme, 619
 Gerçel ya da ortalama güç, 452
 Gerilim
 anma değerleri, 565
 bölüşüm, 39-41, 77-79
 gösterimleri, 4
 işaretleme biçimleri, 37
 kazancı, 584
 kazanç transfer fonksiyonu, 719
 tanım, 3
 Gerilim-akım bağıntıları, 5, 26-27
 direnç için, 380
 indüktör için, 381
 kondansatör için, 382-383
 Gerilim şekilleri
 kondansatör için, 249-253
 indüktör için, 256-258
 Gerilimin sürekliliği, kondansatör, 249
 Giriş empedansı, 508
 Giriş terminali I/V değerleri, 161
 Görünür güç, 450, 452
 Göz, 123
 Güç bağıntıları, 557-561
 gösterim için diyagram, 453
 Güç dengesi, 439
 Güç katsayıısı açısı, 450
 Güç katsayıısı dizeiltme, 457-461, 561-562
 Güç katsayıısı, 450-452
 Güç üçgeni, 454
 Güneş aynası dizileri, 435
 Gürtültü, 520-521

Güvenlik cihazları, 471-472
 Güvenlik kuralları, 471

H

Harmonik genliği, 787
 Harmonikler, 784
 Hassas yonga induktör kesiti, 271
 Hat gerilimleri, 548
 Hata işaretti, işlemesel yükselteçlerde, 161
 Hatalı devre, 466
 Hatlarda güç kaybı, harmonik frekanslar ve, 784
 Henry birimi, 254
 Henry, Joseph, 254
 Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT), 792
 Hibrit parametreler, iki kapılı devreler ve, 807-809
 Hidroelektrik üretim tesisi, 542-543
 Hubble uzay teleskopu, 1

I - İ

Isıtma elemanın değişken sıcaklığı, 343-344
 İdeal induktör, 492
 İdeal işlemesel yükselteç modeli, 161-162
 İdeal transformatör, 506-515
 İndüktif bağımlı gürültü, 520-521
 İndüktif sıçrama, 338-339
 İndüktörler, 254-264
 akım ve gerilim şekilleri, 256-258
 DA akım, indüktörlerde, 255
 demir çekirdekli indüktörler, 254
 elektriksel simgesi, 254
 ferrit çekirdekli indüktörler, 254
 frekansa bağımlı empedansı, 579
 gerilim akım ilişkisi, 381
 kaçak indüktans, 254
 özellikleri, 261-262
 paralel indüktörler, 268-269
 seri indüktörler, 267-268
 tipik indüktörler, 254
 yonga indüktör, 271
 İki çevreli devreler, 123
 İki devre parçasının paralel bağlantısı, 814
 İki düğümlü devreler, 46-50
 akım bölüşüm, 46-48
 çok kaynaklı/dirençli devreler, 49-50
 İki integral alıcılı biquadratik süzgeç, 643
 İki kapılı devreler
 admitans parametreleri, 802-805
 empedans parametreleri, 805-807
 hibrit parametreler, 807-809
 iki kapılıların bağlantıları, 811-815
 iletim parametreleri, 809-810
 parametre dönüşümleri, 811
 uygulama örnekleri, 815-819
 İki kapılı devrelerde parametre dönüşümü, 811
 İki kapılıların paralel bağlantısı, 812
 İki kapılıların seri bağlantısı, 812
 İki katlı ayrıncı süzgeç, 650-651

İki katlı, dördüncü mertebeden bant geçiren süzgeç, 790

İkinci harmonik, 753

İkinci mertebeden alçak geçiren süzgeç, 632,

732, 736

İkinci mertebeden bant geçiren süzgeç, 634-635

İkinci mertebeden devreler, 319-332

analiz teknikleri, 323-328

devre tepkisi, 322

problem çözme stratejisi, 323

temel devre bağıntısı, 319-320

tepki bağıntıları, 320-322

İkinci mertebeden devrenin doğal tepkisi, 714

İkinci mertebeden eksik sönlümlü devre, 718

İkinci mertebeden süzgeç, veri aktarımı için, 732-735

İletim parametreleri, iki kapılı devreler ve, 809-810

İletkenlik, 386

İlk değer teoremi, 685

İnce film dirençler, 70

İnsansız hava araçları, 667-668

İntegral alıcı işlemesel yükselteç devreleri, 272

İşaret üretimi, Fourier serileri ve, 764-766

İşaretleme yöntemi, güç için, 6

İşlemesel aktarım iletkenliği yükselteci (OTA),

637-643

OTA direnç benzetici, 639

OTA gerilim toplayıcı, 639

OTA integral alıcı, 639

İşlemesel yükselteç devreleri, 163-172

İşlemesel Yükselteçler

4-20 mA'den 0-5 V'a dönüştürücü devre, 179

ayrıncı yükselteç, 162

birim kazançlı ayrıncı performansı, 161-162

evirmeyen yapı, 165, 177

giriş uçları I/V değerleri, 161

giriş-çıkış karakteristikleri, 160

ideal op-amp model, 161-162

integral alıcı ve toplayıcı devre, 280

karşılaştırıcılar, 172-173

modeller, 157-162

negatif ve pozitif geribesleme, 171-172

seçimi, 157

standart ağırlıklı toplayıcı, 178

standart eviren yükselteç katı, 177

süzgeç devresi, 629-630

tasarım örnekleri, 176-179

temel op-amp devreleri, 163-172

transfer çizimleri, 160

uygulama örnekleri, 173-176

K

k. harmonik terimi, 753

Kaba/ince ayar devreleri, 222

Kaçak indüktans, 254

Kaçak kapasite, 246-247

Kalıcı durum AA süperpozisyon, 413

Kalıcı durum çözümü, 299

Kalıcı durum devre tepkisi, Fourier serileri ve, 768-769
 Kalıcı durum güç analizi
 anlık güç, 436-437
 etkin değer, 447—450
 güç katsayısı düzeltme, 457-461
 güç katsayı, 450-452
 güvenlik kuralları, 464-472
 karmaşık güç, 452-457
 maksimum ortalama güç transferi, 442-446
 ortalama güç, 437-442
 tasarım örnekleri, 476-477
 tek fazlı üç telli devreler, 461-464
 Kalıcı durum tepkisi, 727-729
 Kalın film dirençler, 69-70
 Kalın film yonga direnç kesiti, 70
 standart boyutlar, 69
 Kalp tempusu ayarlayıcı eşdeğer devresi, 336
 kondansatörün boşalması sırasında, 337
 kondansatörün dolumu sırasında, 336
 Kamera flaş doldurma devreleri, 333-334
 Karakteristik denklem, 321, 713
 Karesel kutuplar ya da sıfırlar, Bode diyagramı ve, 589-590
 Karışık modlu devreler, 653
 Karmaşık güç, 452-457
 Karmaşık sayılar, 829-833
 Karmaşık sayıların dikdörtgensel (kartezyen) gösterimi, 830
 Karmaşık ya da j- düzeli, 714
 Karmaşık zorlayıcı fonksiyon, 373-377
 Karşılaştırmalar, 172-173
 Kaskat bağlantı, 813
 Kayıpsız elemanlar, 438
 Kaynak değişimi, 213-214, 398-399
 Kaynak/yük bağlantıları
 dengeli üç fazlı bağlantı, 548-552
 üçgen bağlı kaynak, 552-554
 üçgen bağlı yük, 554-556
 Kazanç, hata yükselticileri, 166
 Kesim frekansı, 588
 Kesim frekansları, 622
 Kısa devre admitans parametreleri, 803
 Kısa devre çıkış admitansı, 803
 Kısa devre giriş admitansı, 803
 Kısa devre giriş empedansi, 807
 Kısa devre ileri akım kazancı, 807
 Kısa devre tanımı, 28
 Kısa devre transfer admitansları, 803
 Kirchhoff'un akım yazısı (KAY), 31-32, 103-120. Ayrıca bkz. Düğüm Yöntemi
 Kirchhoff'un gerilimi yasası (KOY), 34-40, 122-136, 625, 696. Ayrıca bkz. çevre akımları analizi
 Kirchhoff'un yasaları, 31-39, 393-396
 Kirchhoff, Gustav Robert, 31
 Koaksiyel kablolar, 222-223
 Kol, 31
 Kondansatör bankası, 459
 Kondansatörler, 246-253
 akım ve gerilim dalga biçimleri, 249-253

alüminyum elektrolit kondansatörler, 246
 çift katmanlı, 279
 DA gerilim ve, 248-249
 elektriksel simgesi, 246
 frekansa bağlı empedansi, 579-580
 gerilim ve akım dalga biçimleri, 249-250
 gerilim ve akım ilişkisi, 382-383
 gerilimin sürekliği ve, 249
 kaçak kapasite, 246-247
 özellikler, 261-262
 paralel kondansatörler, 266-267
 seramik dielektrik kondansatörler, 246
 seri kondansatörler, 264-266
 tasarım örnekleri tasarımlar, 279-280
 tipik kondansatörler, 246
 yonga kondansatörler, 270
 Konut kullanımı için transformatör, 517-518
 Konutlarda üç telli tesisat ve elektrikli eşyaların kullanımı, 462-463
 Konvolüsyon integrali, 681-685
 Kosinus Fourier serileri, 757
 Kritik sönümlü tepler, 322, 716
 Kutuplar ve sıfırlar, 585-586
 Kutup-sıfır çizimi/Bode çizimi ilişkisi, 724-726
 Kutup-sıfır çizimleri, 714-715, 719-720
 Kutup-sıfır çizimleri, 733, 735

L

Laplace dönüşümü
 birim basamak fonksiyonu ve, 669-670
 birim dörtü fonksiyonu ve, 670-671
 devre çözümleri ve, 696-697
 devre elemanlarının modelleri, 697-699
 devrelerin geçici durum analizi ve, 709-712
 dönüşüm çiftleri, 671-672
 dönüşüm özellikler, 673-675
 frekans öteleme teoremi ve, 673-674
 ilk değer teoremi ve, 685
 kahci durum tepkisi ve, 727-729
 konvolüsyon integrali ve, 681-685
 problem çözme stratejisi, 688
 son değer teoremi, 686
 tanımı, 668
 tekilik fonksiyonları ve, 669-671
 ters dönüşüm, 676-681
 transfer fonksiyonu ve, 712-724
 uygulama örneği, 687-688
 zaman öteleme teoremi ve, 673
 zamanda ölçekleme teoremi ve, 673
 LM324 dörtlü işlemel yükselteç, 157-159
 LM339 karşılaştırıcı, 172-173
 LMC6492 işlemel yükselteç, 159-160
 Lown, Bernard, 349

M

Maksimum güç aktarımı, 216-221
 eşdeğer devre, 216
 parametre çizimleri, 220
 tasarım örnekleri ve, 221-226
 Maksimum ortalama güç aktarımı, 442-446

Manyetik bağımsız devreler
 enerji analizi, 503-505
 güvenlik hususları, 515-516
 ideal transformatör, 506-515
 ortak indüktans, 492-503
 tasarım örnekleri, 521-525
 Manyetik bağımsız iki sargı, 493
 Manyetik bağımsız sargılar, 494-495
 Manyetik çekirdekli transformatör, 506
 Manyetik raylı tren, 491
 Merdiven devreleri, 56
 Metal-oksit-yarıiletken alan etkili transistör (MOSFET), 10, 64
 Mikro hava robotları, 667-668
 Mikroişlemciler, 64
 Modülasyon teoremi, 673-674
 Motorola RAZR, 16
 Müzik ve frekans, 577

N

Negatif akım akışı, 2
 Negatif geribesleme, işlemel yükselteçler ve, 171-172
 Negatif kısa devre akım oranı, 809
 Negatif kısa devre aktarım empedansi, 809
 Norton analizi, 400-404
 Norton teoremi, 198-216, 510, 705-708
 eşdeğer devreler, 199-200
 hem bağımsız hem de bağımlı kaynak içeren devreler, 206-211
 kaynak dönüşümü ve, 213-214
 problem çözme stratejisi, 211
 tasarım örnekleri ve, 221-226
 yalnızca bağımlı kaynak içeren devreler, 205-206
 yalnızca bağımsız kaynak içeren devreler, 200-204
 Nötr iletken, 465
 Nükleer elektrik üretim tesisi, 544
 Nyquist ölçüdü, 649

O - Ö

Ohm yasası, 26-30, 39-40, 42, 44, 103
 Ohm, Georg Simon, 26
 Ortak indüktans, 492-503, 500
 Ortalama güç, 437-442, 769
 Otomatik kazanç denetimi, 641-642
 Otomobil ateşleme sistemi, 347-349
 Ölçekleme, 619-620
 Ölçüm işlemel yükselteç, 168
 Ön ekler, 2
 Ölçekleme özelliği, 670
 Özel çözüm, 299

P

Papel aydınlatma devresi, 76
 Paralel devre, 387, 390
 Paralel indüktörler, 268-269
 Paralel kondansatörler, 266-267

Paralel rezonans akortlu yükseltic, 647
 Paralel rezonans, 611-619
 Paralel RLC devresi, 612
 Parseval teoremi, 778-779, 781
 Pasif eleman empedansı, 384
 Pasif işaretleme, 6
 Pasif süzgeçler, 620-627
 Pasif toplama devresi, 412
 Periyodik işaretler, 752, 773
 Periyodik işaretlerin etkin değeri, 447-450
 Periyodik olmayan işaretler, 773
 Planar devre, 122
 Potansiyel enerji, 3
 Potansiyometre, 343
 Pozitif geri besleme, 171-172
 Pratik paralel rezonans devresi, 616

R

Radyo frekans gürültü kapma, 408-409
 RAM bellek, 64
 RC işlemsel yükseltic devreler, 272-274
 RC paralel devreler, 699-700
 Reaktif (tepkin) güç, 452
 Referans düğüm, 102
 Reosta, 343
 Rezonans devreleri, 597-619
 paralel rezonans, 611-619
 rezonans frekansi, 597
 seri rezonans, 597-611
 RL devreleri, 373
 RL seri devre, 696
 RLC bant geçiren akortlu süzgeç devresi, 788
 RLC seri devresi, 581, 719
 RLC seri geçici tepki, 720
 RLC seri rezonans devresi, 599
 RLC yüksek geçirgen süzgeç, 724
 rms (etkin) değerler, 447-450
 ROM bellek, 64
 Rüzzgâr çiftlikleri, 541
 Rüzzgâr hızı, 721-724

S - \$

Sabit terim için Bode diyagramı, 588
 Sabit zorlayıcı fonksiyon, 330-331
 Sargılı yonga indüktörün kesiti, 271
 s-düzlemi devreleri, 698-699
 s-düzlemi gösterimleri, 699-700
 s-düzlemi, 714
 Seramik dielektrik kondansatörler, 246
 Seramik yonga kondansatörün standart boyutları, 271
 Seri devreler, 599
 Seri indüktörler, 267-268
 Seri kondansatörler, 264-266
 Seri rezonans devresi, 606
 Seri rezonans, 597-611
 Seri RLC devresi, 597-598
 Seri RLC devresi, rezonans frekansında uyartım, 603
 Seri ve paralel dirençli devreler, 51-55

Sıfır geçiş algılayıcısı, 173
 Sigorta, 366
 Silikon denetimli doğrultucu, 336
 Simetri ve trigonometrik Fourier serileri,
 757-761
 çift fonksiyon simetrisi, 757-758
 tek fonksiyon simetrisi, 758-759
 yarım dalga simetrisi, 759
 Sinüzoidal frekans analizi, 586-597
 bode çizimi kullanarak frekans tepkisi, 586-
 595
 transfer fonksiyonunun bode diyagramından
 türetilmesi, 595-597
 Sinüzoidal ve karmaşık zorlama fonksiyonları,
 373-377
 Sinüzoidal, 370-372
 Sinyal şekli, 782-783
 Sistem kutupları, 586
 Son değer teoremi, 686
 Sönlüm oranı
 direnç ekleme ve, 736
 geçici tepki ve, 719
 karesel kutuplar ve sıfırlar, 589
 rüzgar hızı ve, 721-724
 transfer fonksiyonu ve, 713
 üstel, 321-322
 Sönümsüz doğal frekans, 321, 713
 Standart ağırlıklı toplayıcı bağlantı, 178
 Standart induktör değerleri, 261
 Standart evirici yükseltic katı, 177
 Standart kondansatör değerleri, 261
 Standart SI ön ekleri, 2
 Suseptans (sanal geçiri), 386
 Süper çevre (göz) yaklaşımı, 129
 Süper düğümler, 115-116
 Süperpozisyon (bindirme), 192-199, 398
 Sürme noktası fonksiyonları, 584-585
 Süzgeç devreleri
 aktif süzgeçler, 627-645
 pasif süzgeçler, 620-627

T

Tacoma Narrows Köprüsü, 609-611, 720-724
 Tarnamlayıcı çözüm, 299
 Tampon yükselticler, 162
 Taşıyıcı dalga şekli, 782-783
 T-devresi, 223
 Tek çevreli devreler, 39-45
 çok kaynaklı/dirençli devreler, 42-45
 gerilim bölüşüm, 39-41
 Tek faz üç telli devreler, 461-464
 Tek fazlı transformatörler, 517
 Tek fonksiyon simetrisi, Fourier serileri ve,
 758-759
 Tek katlı akortlu yükseltic, 615-616
 Tek katlı yükseltic kazancı, 819-821
 Tek kutuplu alçak geçiren süzgeç, 650-651
 Tekil fonksiyon, 316
 Tekilik fonksiyonları, 669-671
 Temel (ana) harmonik, 753
 Tepkin güç, 452
 Ters Laplace dönüşümü, 676-681
 basit kutuplar, 676-677
 karmaşık eşlenik kutuplar, 678-679
 katlı kutuplar, 679-680
 Tesla Roadster, 25
 Thevenin analizi, 399-403
 Thevenin eşdeğer devresi, 645
 Thevenin teoremi, 198-216, 510-511, 705
 eşdeğer devreler, 199-200
 hem bağımlı hem de bağımsız kaynak içeren
 devreler, 206-211
 kaynak dönüşümü, 213-214
 Microsoft excel ve, 215-216
 problem çözme stratejisi, 211
 tasarım örnekleri, 221-226
 türetme kavramları, 198
 uygulama örneği ve, 220-221
 yalnızca bağımlı kaynak içeren devreler,
 205-206
 yalnızca bağımsız kaynak içeren devreler,
 200-204
 Tipik akım genlikleri, 3-4
 Toplu parametrelli devre, 31
 Toprak arızası kesicileri, 466-467
 Toprak iletkeni, 465
 Tow-Thomas süzgeci, 643-645
 Transfer fonksiyonları, 584, 712-724
 Transfer fonksiyonunun sıfırları, 585-586
 Tranzistörlü yükseltic devresi modeli, 80-81
 Treble yükseltme devresi, 655
 Trigonometrik Fourier serileri, 756-757
 çift fonksiyon simetrisi ve, 757-758
 simetri ve, 757-761
 tek fonksiyon simetrisi, 758-759
 yarım dalga simetrisi, 759
 Türev alıcı devre için çıkış gerilim dalgası, 273
 Türev alıcı devrenin giriş dalga şekilleri, 273

Ü - Ü

Uluslararası Birimler Sistemi (Système International des Unités), 2

Üç düşümlü devreler, 104
 Üç faz bağlantıları, 547-548
 Üç faz emülatörü içerisinde alt devreler, 568
 Üç faz emülatörü, 567-569
 Üç faz terminolojisi, 570
 Üç fazlı devreler, 542-547
 Üç fazlı güç transformatörü, 545
 Üç fazlı sistemlerde hat kaybı hesabı, 560
 Üçgen bağlı kaynaklar, 552-554
 Üçgen bağlı yükler, 548, 554-556
 Üçgen-yıldız devre, 553
 Üçgen-yıldız dönüşümü, 61-64
 Üstel Fourier serileri, 753-756
 Üstel gösterim, karmaşık sayıların, 830

V

Veri aktarımı, süzgeçten geçirme, 731-735

W

Wein köprüsü osilatörü, 737-738
Wheatstone köprü devresi, 74

Y

Yalıtılmış kapılı alan etkili transistörler
(IGFET), 64
Yalıtım kondansatörleri, 345
Yalıtım yeteneği, gerilim izleyicinin, 162
Yapay kalp pilleri, 751
Yarı güç teoremi, 622
Yarım dalga simetrisi, Fourier serileri ve, 759
Yıldız bağlı yükler, 548
Yıldız-üçgen dönüşüm, 61-64

Yonga indüktörler, 271

Yonga kondansatörler, 270

Yük, 2

Yüksek çözünürlüklü televizyon, 801-802

Yüksek frekans gürültüsün süzülmesi, 731-735

Yüksek geçen slizgeçler, 620-621, 782

Yüksek gerilim DA iletim tesisi, 41

Yüksek gerilim darbe jeneratörü, 334-335

Yüksek gerilim hattları, 470

Yüksek gerilim iletim hattları, 815-819

Yükseleç eşdeğer devresi, 583

Yükseleç frekans tepkisi gereksinimleri, 583

Yükseleç giriş kutuplama akımı, 640

Yüzey montaj teknolojisi, 69

Z

Zaman düzleminde gösterimler, 698-700

Zaman ölçeklerme teoremi, 673

Zaman öteleme teoremi, 673

Zaman öteleme, Fourier serileri ve, 762-764

Zaman sabiti, 299-300

Zaranda evrişim özelliği, 778

Zayıflatıcı tasarım, 222-223

Zorlanmış tepki, 299

