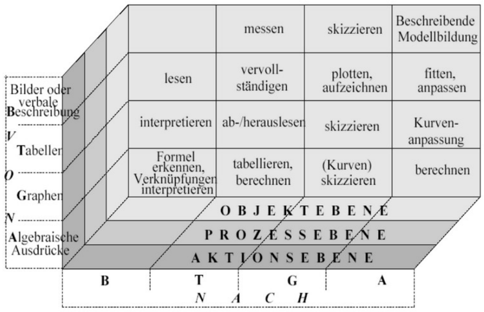
Universität Ulm
Fachdidaktik Mathematik 3

Handout
Funktionales Denken
–
Entwurf einer Unterrichtsstunde für die Klassenstufe 7/8

Maximilian Frank
Matr.Nr. 906496

<u>Leitidee - Funktionales Denken</u>

Das Haus des funktionalen Denkens erfasst verschiedene Aspekte des Funktionsbegriffs, die von den SuS im Laufe der Schulzeit entdeckt werden sollen.
Es gibt 4 Repräsentationen des Funktionsbegriffs (Sachkontext, Tabelle, Graph, Algebraischer Ausdruck), die über 3 Ebenen zugänglich sind.



Aktionsebene (Zuordnungsaspekt)	Prozessebene (Kovariationsaspekt)	Objektebene (Objektaspekt)
SuS interpretieren Repräsentationen nur als Abhängigkeit zwischen zwei Größen in Form einer Zuordnung.	SuS entdecken die dynamische Informationen in den Repräsentationen. Funktionsbegriff umfasst nun auch die Auswirkung der Änderung einer Größe auf die abhängige Größe.	SuS sind in der Lage aus den verschiedenen Repräsentationen die Funktion als mathematisches Objekt zu abstrahieren.

Die Ausprägung des funktionalen Denkens zeigt sich in der Fähigkeit, ausgehend von einer speziellen Repräsentation der Funktion das Ganze (Abstraktion) zu erfassen und die Fähigkeit, vom Einzelnen aufs Ganze und umgekehrt vom Ganzen aufs Einzelne umzuschalten (Repräsentationswechsel).
Die im Bildungsplan aufgeführten Tätigkeiten, die von den SuS beherrscht werden müssen ebnen den Weg um zu einer ganzheitlichen Vorstellung des Funktionsbegriffs zu gelangen. Eine einigermaßen umfangreiche Erfassung der Objektebene gelingt dabei meistens erst in der Sekundarstufe 2.
In den **Klassenstufen 5 und 6** arbeitet man in der Regel ausschließlich in der Aktionsebene und versucht einfache Repräsentationswechsel vorzunehmen.
Mit Abschluss der **Klassen 7 und 8** sollen die SuS in der Lage sein innerhalb der Aktionsebene für einfachere Funktionen beliebige Darstellungswechsel vorzunehmen. Der dynamische Bestandteil einer Funktion wird immer mehr entdeckt, wobei die algebraische Repräsentation nur bei einfachen linearen und quadratischen Funktionen eine Rolle spielt. Durch Manipulation quadratischer Funktionen wird erstmals in den Bereich der Objektebene vorgedrungen.
Die **Klassenstufen 9 und 10** dienen am Anfang dazu, die Aktionsebene auf kompliziertere Funktionen (Exponential- und Trigonometrische Funktionen) auszuweiten. Mit dem Beginn der Differentialrechnung wird die Prozessebene weiter erkundet und mit dem Einstieg in die Kurvendiskussion wird die Objektebene durch die Repräsentationswechsel verbal ➔ Graph und Graph ➔ verbal den SuS immer bewusster.
Mit dem Beginn der **Oberstufe** werden durch fortschreitende Kurvendiskussion und Modellierung die Repräsentationswechsel ausgehend von Sachkontexten innerhalb der Objektebene weiter vertieft. Spätestens mit Einführung der Integralrechnung rückt auch die abstrakte Vorstellung der Funktion immer mehr in den Vordergrund. Die SuS akzeptieren (gezwungenermaßen) immer mehr die Interpretation einer Funktion als reines mathematische Objekt.

Entwurf einer Einführungsstunde für Klasse 7/8

Rahmenbedingungen

- Klassenstufe 7/8
- Doppelstunde
- SuS erhalten in 2-er Gruppen:
  - ✓ DIN A4 Papier
  - ✓ iPad oder Computer
  - ✓ https://mx3030.github.io/fdm3/

Einstieg – Realsituation

Methode

- Realitätsnaher Arbeitsauftrag
- SuS sollen einen Behälter aus einem DIN A4 Papier falten.

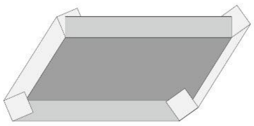
Begründung

- Herstellung von Alltagsbezug
- Konkrete Aufgabe steigert Schüleraktivität (enaktiv)
- Zielvolumen angegeben werden, wenn SuS danach fragen
- Direkte Frage nach maximalem Volumen setzt Funktionsbegriff bereits voraus und ist daher nicht geeignet
- Fehlvorstellung (SuS erwarten unabhängiges Volumen) muss langsam gelöst werden

Arbeitsblatt

Die Kuchenform

a) Du wirst beauftragt mit der Herstellung einer Kuchenform. Entwerfe einen Behälter aus einem DIN A4 Papier. Verwende die dargestellte Faltskizze.



Arbeitsphase 1.1 - Wiederholung

Methode

- Messen und Volumenbestimmung
- Arbeit mit Tabelle

Begründung

- Anknüpfen an Vorwissen
- Spielerisches Finden der Formel möglich
- Motivation und Interesse aufbauen
- Ergebnis spielt keine Rolle

Arbeitsblatt

b) Bestimme das Volumen deines Behälters mit der Formel

Breite	Volumen	·	Höhe	Länge	=	·

Einfacher: $V = h \cdot b \cdot l$

Trage dein Ergebnis in die Tabelle ein. Dein Auftraggeber benötigt ein Volumen von $1120\ cm^3$. Ist dein Behälter geeignet?

Name	h [cm]	b [cm]	l [cm]	V [cm]
Max	2.5	16	24.7	988

Arbeitsphase 1.2 – Vermutungen

Methode
• Arbeiten mit Tabelle • Vermutungen aus Tabelleneinträge folgern • Kommunikation mit Mitschülern
Begründung
• Fragen aufwerfen (unabhängiges Volumen?) • Erzeugen neuer Problemstellungen • Festhalten der Vermutungen ermöglicht am Ende einen Rückblick und ggf. Korrektur • Lernen im Team • Lösungssuche durch gegenseitigen Austausch • Interaktivität ermöglicht Selbstkontrolle

Arbeitsblatt

Sammle weitere Ergebnisse aus deiner Klasse und fülle damit die Tabelle. Welche Aussagen sind deiner Meinung nach richtig oder falsch?

- Man kann einen passenden Behälter bauen.
- Wenn die Höhe größer wird, wird auch das Volumen größer.
- Je niedriger die Box, desto größer das Volumen.
- Wenn die Höhe größer wird, werden Breite und Länge kleiner.
- Es gibt verschiedene Behälter mit gleichem Volumen.
- Es gibt nur einen Behälter mit dem größten Volumen.

Ob deine Vermutungen stimmen, wirst du im Laufe des Arbeitsblattes herausfinden. Drücke auf Weiter um deine Eingaben zu speichern.

Besprechung – Problemstellung

Methode
• Sammeln der Vermutungen ohne Bewertung
Begründung
• Unterschiedliche Ergebnisse schaffen Problembewusstsein • SuS sollen erkennen, dass ein neuer Zugang notwendig wird um Fragestellungen beantworten zu können. Probieren reicht nicht aus. • Herausarbeiten des eigentlichen Problems: Gibt es eine optimale Box?

Arbeitsphase 2 – Modellbildung

Methode
• Interaktive Modellbildung mit GeoGebra-Applet • Rückmeldung bei richtigen und falschen Antworten
Begründung
• Differenzierung setzt ein, durch das Ermöglichen von selbständigem Arbeiten mit Rückmeldungen • Konzentration kann auf schwächere SuS gelegt werden • Erhaltung der Aufmerksamkeit und Motivation durch Abwechslung (ikonisch) • Formel angeben (symbolisch) ➔ EIS • Vorbereitung für schrittweise Berechnung des Volumens

Arbeitsblatt

c) Vervollständige die Skizze des Faltvorgangs. Setze dazu die Größen an die grün markierten Linien und die Faltlinien in passende Positionen.

Prüfe Eingabe

Mit welcher Formel lässt sich die Breite b aus der Skizze bestimmen?

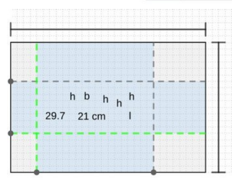
$b =$

Mit welcher Formel lässt sich die Länge l bestimmen?

$l =$

Wie groß kann h maximal werden? $h <$

Wie groß kann h minimal werden? $h >$



Arbeitsphase 3.1 - Zuordnungsaspekt

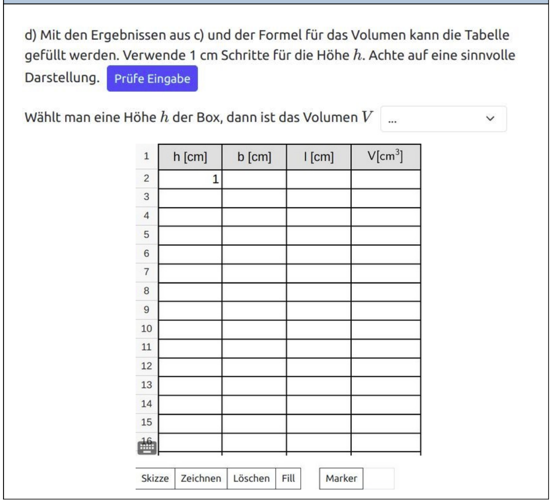
Methode

- Zerlegung des Funktionsterms in schrittweise Rechnung
- Verwendung der Tabellenkalkulation oder Berechnung von Hand

Begründung

- Schrittweise Zerlegung macht die Bedeutung der gefundenen Abhängigkeiten deutlich
- Differenzierung durch Verwendung der Tabellenkalkulation möglich
- Tabellenkalkulation verhindert Ausfüllen entlang der Spalten bei Breite und Länge
- Aktionsebene A ➔ T (Zuordnungsaspekt)

Arbeitsblatt



Arbeitsphase 3.2 – Graphische Darstellung

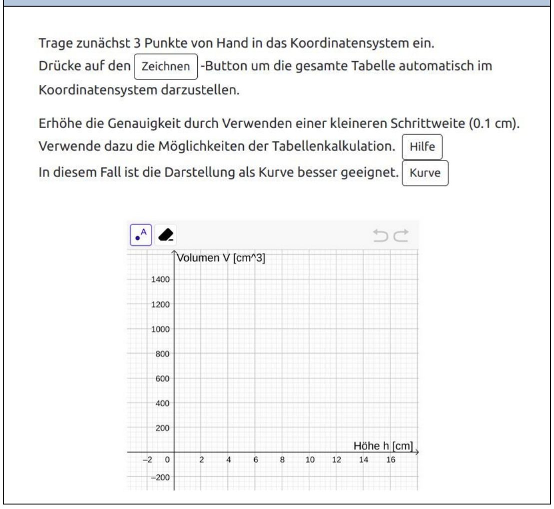
Methode

- Eintragen einiger Werte von Hand
- Eintragen der Werte mit Computer
- Verfeinerung der Schrittweite mit Tabellenkalkulation

Begründung

- Eintragen von Hand fördert Verständnis und Anerkennung des Computers/Taschenrechners
- Kleinere Schrittweiten führen zur Kurvendarstellung
- Aktionsebene T ➔ G
- Synchronisation zwischen Tabelle, Graph und Skizze fördert Wechsel zwischen Repräsentationen auf Prozessebene

Arbeitsblatt



Arbeitsphase 4 – Lernfortschritt erkennen

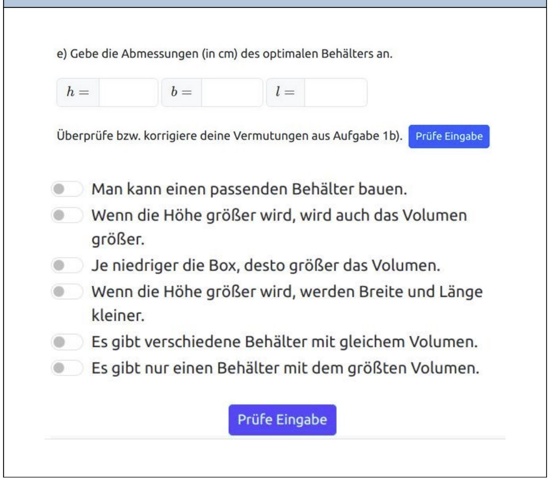
Methode

- SuS verwenden Applets um optimale Abmessungen zu finden
- SuS korrigieren Vermutungen aus 1b)

Begründung

- Aktionsebene G ➔ B oder T ➔ B (für optimalen Behälter)
- Freie Wahl macht Vorteile deutlich
- SuS erkennen Hochpunkt als Eigenschaft der Funktion
- Korrektur der ursprünglichen Vermutungen zeigt Bedeutung von Funktionen und dient zur Wiederholung
- Prozessebene G ➔ B

Arbeitsblatt



Erstellung interaktiver Arbeitsblätter – Minimalbeispiel

Zum Einbetten von GeoGebra-Applets in eine Website müssen in einem Ordner neben der GeoGebra-Datei folgende Dateien vorhanden sein:

index.html

```
<!DOCTYPE html>
<html>
    <head>
        <meta charset="UTF-8" />
        <meta name="viewport" content="width=device-width" />
        <title>Minimalbeispiel</title>
        <script type="text/javascript" src="https://cdn.geogebra.org/apps/deployggb.js"></script>
        <script src="parameters.js" charset="utf-8"></script>
        <script src="applet.js" charset="utf-8"></script>
    </head>
    <body>
        <div class="ggb" id="applet_container"></div>
    </body>
</html>
```

parameter.js

```
var parameters = {
        "id":"app",
        "filename":"test.ggb",
        "width":500,
        "height":500,
        "prerelease":false,
        "showAlgebraInput":false,
        "showToolBar":true,
        "customToolBar":"1|6|40|41|42",
        "borderColor":"white",
        "showMenuBar":false,
        "showResetIcon":false,
        "enableLabelDrags":false,
        "enableShiftDragZoom":false,
        "enableRightClick":false,
        "capturingThreshold":null,
        "showToolBarHelp":false,
        "errorDialogsActive":false,
        "useBrowserForJS":true,
        };

var applet = new GGBApplet(parameters,true);

window.onload = function() {
        applet.inject('applet_container');
};
```

applet.js

```
// Diese Funktion wird beim Laden der Seite ausgeführt
function ggbOnInit(){
    app.evalCommand("g(x)=x");

    // Registrierung eines EventListeners.
    // Bei Hinzufügen eines Objekts, wird Funktion objectAddListener1()
    // ausgeführt.
    app.registerAddListener(objectAddListener1);
}

function objectAddListener1(obj){
    alert("Punkt wurde hinzugefügt.");
}

//Diese Funktion kann z.B. ausgeführt werden, wenn Button gedrückt wird.
function test(){
    app.registerAddListener(objectAddListener2);
}

function objectAddListener2(obj){
    alert("Punkt wurde hinzugefügt.");
}
```

Die Datei index.html lässt sich im Browser öffnen. Damit die eigene GeoGebra Datei eingebunden werden kann, muss in der Regel ein Webserver verwendet werden.
Durch Aufrufen von app.evalCommand(String) können alle Befehle der bekannten Eingabeleiste ausgeführt werden.
Eine Liste zusätzlicher Befehle findet man auf der Seite
https://wiki.geogebra.org/en/Reference:GeoGebra_Apps_API
Über die parameters Variable wird das Aussehen und der Funktionsumfang des Applets angepasst. Eine Liste möglicher Einstellungen findet man auf der Seite
https://wiki.geogebra.org/en/Reference:GeoGebra_App_Parameters

Quellenverzeichnis

Beckmann (2009). Didaktik des Mathematikunterrichts der Sekundarstufen. Skript.

Maaß, Siller (2014). Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 2. Springer Spektrum

Erklärung

Ich erkläre, dass ich die Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

Heidenheim, den ____