Aufgabe 1

Geben Sie die folgenden Mengen in aufzählender Schreibweise an:

a) $M = \{n \in \mathbb{N} \mid -3.5 < n < 13.7\}$

$M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

b) $N = \{k^2 + 41k + 41 \mid k \in \mathbb{N} \text{ und } 1 \leq k < 10\}$

$N = \{83, 127, 173, 221, 271, 323, 377, 433, 491\}$

c) $K = \{(-1)^n \mid n \in \mathbb{Z}\}$

$K = \{-1, 1\}$

Aufgabe 2

Versuchen Sie, die folgenden Mengen in charakterisierender Schreibweise darzustellen:

a) $M = \{3, 5, 7, 11, 13, 17\}$

$M = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist Primzahl}\}$

b) $N = \{-2, 4, -6, 8, -10, 12\}$

$N = \{(-1)^n \cdot 2n \mid n \in \mathbb{N} \text{ und } 1 \leq n \leq 6\}$

c) $K = \{1, 9, 25, 49, 81, 121, 169\}$

$K = \{n^2 \mid n \in \mathbb{N} \text{ und } n \text{ ist ungerade und } 1 \leq n \leq 13\}$

Aufgabe 3

Es sei $M = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 50 \text{ und } n \text{ ist gerade}\}$, $N = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \leq 100 \text{ und } n \text{ ist Quadratzahl}\}$.
Geben Sie - wenn möglich - die folgenden Mengen in aufzählender Schreibweise an:

a) $M \cap N$

$M \cap N = \{4, 16, 36\}$

b) $M \backslash N$

$M \backslash N = \{2, 6, 8, 10, 12, 14, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50\}$

c) $N \backslash M$

$N \backslash M = \{0, 1, 9, 25, 49, 64, 81, 100\}$

d) $(M \backslash N) \cup (N \backslash M)$

$$\begin{aligned}(M \backslash N) \cup (N \backslash M) = \{&0, 1, 2, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 18, 20, 22, 24, 25, 26, 28, 30, 32, 34, 38, 40, 42,\\ &44, 46, 48, 49, 50, 64, 81, 100\}\end{aligned}$$

Aufgabe 4

Es seien M, N, K beliebige Mengen. Beweisen Sie folgende Aussagen:

a) $(N \setminus M) \setminus K = N \setminus (M \cup K)$

$$\begin{gathered}(N \setminus M) \setminus K = N \setminus (M \cup K)\\ x \in ((N \wedge \neg M) \wedge \neg K) \Leftrightarrow x \in (N \wedge \neg(M \vee K))\\ (x \in N \wedge \neg(x \in M)) \wedge \neg(x \in K) \Leftrightarrow x \in N \wedge \neg(x \in M \vee x \in K))\\ x \in N \wedge (\neg(x \in M) \wedge \neg(x \in K)) \Leftrightarrow x \in N \wedge \neg(x \in M \vee x \in K))\\ x \in N \wedge \neg(x \in M \vee x \in K)) \Leftrightarrow x \in N \wedge \neg(x \in M \vee x \in K))\\ x \in (N \wedge \neg(M \vee K)) \Leftrightarrow x \in (N \wedge \neg(M \vee K))\\ N \setminus (M \cup K) = N \setminus (M \cup K)\end{gathered}$$

$\square$

b) $N \setminus (N \setminus M) = M \Leftrightarrow M \subseteq N$

Wenn wir zeigen können, dass $N \setminus (N \setminus M) = M$, auch als $N = M$ verstanden werden kann, dann stimmt $N = M \Leftrightarrow M \subseteq N$, da jede Teilmenge auch immer sich selbst als Teilmenge hat.

Aufgabe 5

Es seien M, N, K beliebige Mengen.
Veranschaulichen Sie mit Hilfe von Venn-Diagrammen die folgenden Identitäten:

a) $M \setminus (N \setminus K) = (M \setminus N) \cup (M \cap K)$

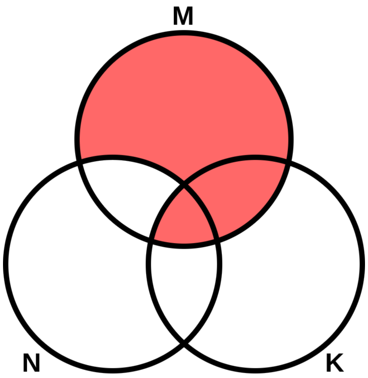

Abbildung 1: $M \setminus (N \setminus K) = (M \setminus N) \cup (M \cap K)$

b) $(M \setminus N) \setminus K = (M \setminus K) \setminus N$

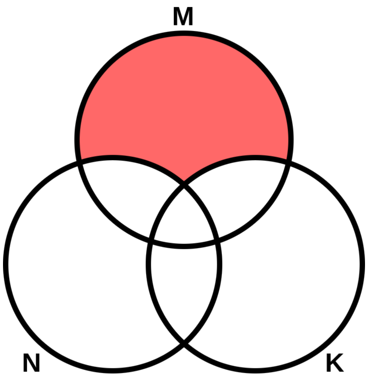

Abbildung 2: $(M \setminus N) \setminus K = (M \setminus K) \setminus N$