

Aufgabe 1

Geben Sie die folgenden Mengen in aufzählender Schreibweise an:

a) $M = \{n \in \mathbb{N} \mid -3.5 < n < 13.7\}$

$$M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$$

b) $N = \{k^2 + 41k + 41 \mid k \in \mathbb{N} \text{ und } 1 \leq k < 10\}$

$$N = \{83, 127, 173, 221, 271, 323, 377, 433, 491\}$$

c) $K = \{(-1)^n \mid n \in \mathbb{Z}\}$

$$K = \{-1, 1\}$$

Aufgabe 2

Versuchen Sie, die folgenden Mengen in charakterisierender Schreibweise darzustellen:

a) $M = \{3, 5, 7, 11, 13, 17\}$

$$M = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist Primzahl}\}$$

b) $N = \{-2, 4, -6, 8, -10, 12\}$

$$N = \{(-1)^n \cdot 2n \mid n \in \mathbb{N} \text{ und } 1 \leq n \leq 6\}$$

c) $K = \{1, 9, 25, 49, 81, 121, 169\}$

$$K = \{n^2 \mid n \in \mathbb{N} \text{ und } n \text{ ist ungerade und } 1 \leq n \leq 13\}$$

Aufgabe 3

Es sei $M = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 50 \text{ und } n \text{ ist gerade}\}$, $N = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \leq 100 \text{ und } n \text{ ist Quadratzahl}\}$.
Geben Sie - wenn möglich - die folgenden Mengen in aufzählender Schreibweise an:

a) $M \cap N$

$$M \cap N = \{4, 16, 36\}$$

b) $M \setminus N$

$$M \setminus N = \{2, 6, 8, 10, 12, 14, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50\}$$

c) $N \setminus M$

$$N \setminus M = \{0, 1, 9, 25, 49, 64, 81, 100\}$$

$$\text{d) } (M \setminus N) \cup (N \setminus M)$$

$$(M \setminus N) \cup (N \setminus M) = \{0, 1, 2, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 18, 20, 22, 24, 25, 26, 28, 30, 32, 34, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 49, 50, 64, 81, 100\}$$

Aufgabe 4

Es seien M , N , K beliebige Mengen. Beweisen Sie folgende Aussagen:

$$\text{a) } (N \setminus M) \setminus K = N \setminus (M \cup K)$$

$$\begin{aligned} (N \setminus M) \setminus K &= N \setminus (M \cup K) \\ x \in ((N \setminus M) \setminus K) &\Leftrightarrow x \in (N \setminus (M \cup K)) \\ (x \in N \wedge \neg(x \in M)) \wedge \neg(x \in K) &\Leftrightarrow x \in N \wedge \neg(x \in M \vee x \in K) \\ (x \in N \wedge (\neg(x \in M) \wedge \neg(x \in K))) &\Leftrightarrow x \in N \wedge \neg(x \in M \vee x \in K) \\ x \in N \wedge (\neg(x \in M) \wedge \neg(x \in K)) &\Leftrightarrow x \in N \wedge \neg(x \in M \vee x \in K) \\ x \in N \wedge \neg(x \in M \vee x \in K) &\Leftrightarrow x \in N \wedge \neg(x \in M \vee x \in K) \\ x \in (N \setminus (M \cup K)) &\Leftrightarrow x \in (N \setminus (M \cup K)) \\ N \setminus (M \cup K) &= N \setminus (M \cup K) \end{aligned}$$

□

$$\text{b) } N \setminus (N \setminus M) = M \Leftrightarrow M \subseteq N$$