Aufgabe 1 (10 Punkte)

a) Führen Sie die fünf 16-bit Additionen gemäß untenstehenden Tabelle aus und geben Sie die Summen in Hexadezimaldarstellung an!

EF30	4215	038A	9FC2	8000
+ FC05	+ 5CCF	+ 761B	+ 9478	+ 38F7

b) Geben Sie für jede der fünf Summen aus Aufgabenteil a) an, ob ein Overflow und/oder ein Carry auftritt!

c) Interpretieren Sie die zehn 16-bit-Zahlen in obenstehender Tabelle als Zweierkomplemente und ordnen Sie diese der Größe nach (kleinste Zahl zuerst)!

d) Erweitern Sie die zehn Zahlen aus obenstehender Tabelle um vier bit auf 20 bit, so dass ihre Werte bei Interpretation als Zweierkomplement gleich bleiben (signed extension)!

Aufgabe 2 (10 Punkte)

In einem 32-bit Wort w sind drei Bitfelder a, b und c folgendermaßen definiert:

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
x	x	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0	x	x	x	x	b_8	b_7	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0	x	x	c_4	c_3	c_2	c_1	c_0	x	x	x

a) Geben Sie die Wertebereiche (dezimal) für ganze Zahlen an, die in a, b, c i) vorzeichenlos und ii) als Zweierkomplemente dargestellt werden können!

b) In Hexadezimaldarstellung sei $w =$ E0A86780. Geben Sie die Dezimaldarstellung der Zahlen in den Bitfeldern a, b und c an, wenn sie i) vorzeichenlos und ii) als Zweierkomplemente interpretiert werden!

c) Es soll die Operationen $w \leftarrow (w \oplus m)$ (bitweise exklusives Oder der 32-bit Worte w und m) ausgeführt werden. Geben Sie m in Hexadezimaldarstellung an, so dass jedes Bit in den Bitfeldern a, b und c invertiert wird und die übrigen Bits unverändert bleiben!

d) Geben Sie den Wert des 32-bit Wortes w in Hexadezimaldarstellung an, wenn in den Bitfeldern die Werte $a : 25$, $b : -1$ und $c : -4$ als Zweierkomplemente dargestellt sind und die übrigen Bits den Wert 0 haben!

Aufgabe 3 (10 Punkte)

a) Geben sie für die Zahlen i) `25.375` und ii) `45.45` jeweils die binäre Gleitkommadarstellung an, ggfs. unter Kennzeichung der Periode!

b) Die beiden 32-bit Wörter i) `0x42820000` und ii) `0xBEC00000` sollen interpretiert werden als Gleitkommazahlen im IEEE 32-bit Format:

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
VZ	Exponent + 0x7F								Mantisse ohne "Hiden Bit"																						

`VZ = 0`: positiv, `VZ = 1`: negativ

Bestimmen Sie jeweils die Darstellung der Zahl in der Form `VZ Mantisse * 2`$^{\texttt{Exponent}}$ und als dezimale Gleitkommazahl!

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben sei eine Boolesche Algebra $(B, +, \cdot)$, sowie die inneren Verknüpfungen $B \times B \to B$

$$\text{'}\Rightarrow\text{'} : (a, b) \mapsto a' + b \quad \text{und} \quad \text{'}\oplus\text{'} : (a, b) \mapsto ab' + a'b$$

Zeigen Sie durch algebraische Umformungen:

a) $\Big(a \oplus b\Big) = \Big((a \Rightarrow b) \Rightarrow (b \Rightarrow a)'\Big)$

b) $\Big((a' \Rightarrow b)' \Rightarrow c\Big) = \Big(a' \Rightarrow (b' \Rightarrow c)\Big)$

c) $\forall a, b, c \in B : \Big[\Big((a \Rightarrow b) + (c \Rightarrow b)\Big) \Rightarrow \Big((a \cdot c) \Rightarrow b\Big)\Big] = 1$ (Tautologie)

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Gegeben sei eine Boolesche Algebra $(B, +, \cdot)$ mit $B = \{0, 1\}$ und die Funktion $f : B^3 \to B$ als Boolescher Ausruck

$$f(a, b, c) = \Big[\Big(a \cdot (b' + c')\Big)' \cdot \Big((a + c) \cdot (b \cdot c)'\Big)'\Big]'$$

a) Zeichnen Sie einen Schaltplan gemäß obigem Ausdruck, also ohne algebraische Umformungen

b) Geben Sie die Funktionen in disjunktiver Normalform an und zeichnen Sie den entsprechenden Schaltplan!

c) Stellen Sie die Funktion in einen KV-Diagramm dar und geben Sie alle Primimplikanten als Boolesche Ausdrücke an! Geben Sie auch einen möglichst einfachen Booleschen Ausdruck (Disjunktion von Primimplikanten) für die Funktion an!

Aufgabe 6 (10 Punkte)

Gegeben sei eine Boolesche Algebra $(B, +, \cdot)$ mit $B = \{0, 1\}$ und die Funktion $f : B^4 \to B$ als Boolescher Ausdruck, in dem **alle** ihre Primimplikanten disjunktiv verknüpft sind:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3'x_2' + x_2'x_1' + x_2'x_0 + x_3x_0 + x_3x_2x_1 + x_3'x_1x_0' + x_2x_1x_0'$$

a) Welche der Primimplikanten sind essentiell? Werden für die Darstellung der Funktion auch nicht essentielle Primimplikanten benötigt? Erstellen Sie eine Primimplikantentabelle und konstruieren Sie mit ihr einen möglichst einfachen Booleschen Ausdruck (Disjunktion von Primimplikanten) für die Funktion!

b) Die Funktion $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ soll jetzt so geändert werden, dass auch der Punkt $(1, 0, 1, 0) \in B^4$ auf $1 \in B$ abgebildet wird. Geben Sie einen möglichst einfachen Booleschen Ausdruck (Disjunktion von Primimplikanten) für die geänderte Funktion an!