Aufgabe 1 (10 Punkte)

Ganze Zahlen sollen als FOlgen von Ziffern aus dem Alphabet $A = \{M, N, P\}$ mit der lexikographischen Ordnung $M < N < P$ vermöge folgender Abbildungen dargestellt werden:

$wert_z = A \to \mathbb{Z}$ mit $wert_z(M) = -1, wert_z(N) = 0, wert_z(P) = +1$
$wert_f = A^n \to \mathbb{Z}$ mit $wert_f(z_{n-1}, \ldots, z_1, z_0) = wert_z(z_{n-1}) \cdot 3^{n-1} + \cdots + wert_z(z_1) \cdot 3^1 + wert_z(z_0) \cdot 3^0$

a) Geben Sie die Anzahl der Elemente von A^4 an!

b) Geben Sie die kleinste und größte Zahl an, die mit vier Ziffern dargestellt werden kann, sowie die entsprechenden Ziffernfolgen!

c) Geben Sie für die dreistelligen Ziffernfolge NNN die drei lexikographischen nächstkleineren sowie die drei lexikographisch nächstgrößeren Ziffernfolgen und die jeweils dargestellten Werte an!

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Berechnen Sie für die zehn im dreistelligen Hexadezimalsystem dargestellten Zahlen gemäß untenstehender Tabelle die fünf Summen als dreistellige Hexadezimalziffernfolgen und geben Sie jeweils an, ob ein Carry und/oder ein Overflow auftritt!

138	538	EDA	ECE	9FC
+ 73D	+ 8A2	+ FAC	+ 753	+ A0F

b) Interpretieren Sie die zehn dreistelligen Hexadezimalziffernfolgen der Tabelle aus Aufgabenteil a) als Zahlen in **16er-Komplementdarstellung** und ordnen Sie sie ihrem Wert nach aufsteigend!

Aufgabe 3 (10 Punkte)

In einem 32-bit Wort w sind drei Bitfelder a, b und c folgendermaßen definiert:

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
x	x	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0	x	x	x	x	b_8	b_7	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0	x	x	c_4	c_3	c_2	c_1	c_0	x	x	x

a) Geben Sie die Wertebereiche (dezimal) für ganze Zahlen an, die in a, b, c i) vorzeichenlos und ii) als Zweierkomplemente dargestellt werden können!

b) In Hexadezimaldarstellung sei $w =$ `E0A86780`. Geben Sie die Dezimaldarstellung der Zahlen in den Bitfeldern a, b und c an, wenn sie i) vorzeichenlos und ii) als Zweierkomplemente interpretiert werden!

c) Geben Sie das 32-bit Wort w in Hexadezimaldarstellung an, wenn in den Bitfeldern die Werte $a : 25$, $b : -1$ und $c = -4$ als Zweierkomplemente dargestellt sind und die übrigen Bits 0 sind!

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Geben sie für die Zahlen i) `50.0` und ii) `0.05` jeweils die binäre Gleitkommadarstellung an `(b ... b, b ... )` mit `b` $\in \{0, 1\}$ ggf. unter Kennzeichnung der Periode, sowie in normalisierter Form $(1, \texttt{bbb} \cdot 2^e$, gerundet auf drei Nachkommastellen!

b) Geben Sie die Zahl $z = (2^{24} + 3)$ in vorzeichenloser Binärdarstellung mit der mindestens benötigten Anzahl von Stellen an, sowie in normalisierter binärer Gleitkommadarstellung mit 23 Nachkommastellen (mathematische Rundung) und außerdem im IEEE 32-bit Format (binär und hexadezimal):

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
`VZ`	`Exponent + 0x7F`								`Mantisse ohne "Hiden Bit"`																						

`VZ = 0`: positiv, `VZ = 1`: negativ

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Es soll eine binäre Schaltung mit vier Eingängen x_3, x_2, x_1, x_0 und einem Ausgang y konstruiert werden. Die Eingänge sollen als vierstellige Binärdarstellung einer vorzeichenlosen Zahl x interpretiert werden. Wenn x ohne Rest durch sieben teilbar ist, soll der Ausgang $y = 1$ liefern, andernfalls $y = 0$.

a) Geben Sie die Schaltfunktionen als Urbild der Eins $y^{-1}(1)$ an!

b) Geben Sie die disjunktive Normalform für die Schaltfunktion an!

c) Zeichnen Sie den entsprechenden Schaltplan!

Aufgabe 6 (10 Punkte)

Gegeben sei eine Boolesche Algebra $(B, +, \cdot)$ mit $B = \{0, 1\}$ und die Abbildungen.

$f : B^6 \to B$ definiert durch den Ausdruck $f(a, b, c, d, e, f) = ((a + b') \cdot (a' + e))' + ((c + e')' \cdot d \cdot f')'$
$g : B^6 \to B$ definiert durch den Ausdruck $g(a, b, c, d, e, f) = ((a' + b)' \cdot c')' + ((e' + f)' \cdot d)'$

a) Überführen Sie die f und g definierenden Ausdrücke durch Anwendung der Rechenregeln für Boolesche Algebren jeweils in eine Form, so dass keine Komplemente bei "geklammerten" Ausdrücke vorkommen!