

Экзамен «Числа»

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО, кафедра математики, 2011

Для сдачи экзамена «Числа» необходимо уметь решать все задачи из приведенного списка и знать, что такое натуральные, целые, рациональные и действительные числа. К экзамену допускаются люди, сдавшие «Детский сад. Теория».

1. Доказать, что десятичная последовательность, построенная по рациональному числу, будет периодической. Доказать обратное: всякая периодическая десятичная последовательность задает некоторое рациональное число.
2. Представить рациональное число $4,4356356356\dots$ в виде $\frac{m}{n}$.
3. Доказать, что не существует рационального числа, квадрат которого равен 2.
4. Может ли сумма рационального и иррационального числа оказаться рациональной? Сумма двух иррациональных чисел? Аналогичные вопросы для произведения.
5. Доказать иррациональность $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.
6. Доказать иррациональность $\sqrt{2} + \sqrt[3]{3}$.