

Экзамен «Задачи с параметрами»

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО, кафедра математики, 2011

На экзамене будет предложено несколько похожих задач.

1. При каких a уравнение $(1 + a)x^2 + 3ax - 1 = 0$ имеет единственное решение?
2. Найдите все значения a , при которых сумма квадратов корней уравнения $x^2 - ax + a + 7 = 0$ равна 10.
3. При каких a оба корня уравнения $x^2 - 6ax + 2 - 2a + 9a^2 = 0$ больше 3?
4. При каких a из $1 - ax^2 \geq 0$ следует, что $x < 1$?
5. При всех значениях параметра a решить уравнение $|x + 1| + a|x - 2| = 3$.
6. При каких a область значений функции $f(x) = ax^2 + x + 1$ содержит отрезок $[-1, 1]$?
7. При каких a уравнения $(1 - a)x^2 + 2x - 4a = 0$ и $ax^2 - 4x + 4a = 0$ равносильны?
8. При каких a и b система

$$\begin{cases} a^2x - by = a^2 - b \\ bx - b^2y = 2 + 4b \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений?

9. Даны три утверждения:

- 1) уравнение $x + \frac{1}{x} = a$ не имеет решений;
- 2) выполнено равенство $\sqrt{a^2 - 4a + 4} = 2 - a$;
- 3) система

$$\begin{cases} x + y^2 = a \\ x - \sin^2 y = -3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

При каких a два из этих утверждений истинны, а одно ложно?