

Экзамен «Планиметрия. Прямоугольные треугольники»

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО, кафедра математики, 2011

На экзамене нужно уметь решать все задачи из приведенного списка.

1. Лестница, стоявшая на гладком полу у стены, соскальзывает вниз. По какой линии движется котенок, сидящий на середине лестницы?
2. В треугольнике ABC угол C прямой. Докажите, что $r = \frac{1}{2}(a + b - c)$.
3. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH . Докажите, что
 - 1) $\frac{AH}{BH} = \frac{AC^2}{BC^2}$;
 - 2) $CH^2 = AH \cdot BH$.
4. Теорема Пифагора. Докажите, что если в треугольнике ABC угол C прямой, то $AB^2 = AC^2 + BC^2$. Сформулируйте и докажите обратную теорему.
5. Теорема косинусов. Докажите, что в любом треугольнике $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$.
6. В треугольнике ABC проведена биссектриса CL . Докажите, что

$$CL = \sqrt{AC \cdot BC - AL \cdot BL} = \frac{2}{a+b} \sqrt{abp(p-c)}$$

7. Теорема синусов. Докажите, что в любом треугольнике

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$