

# Экзамен «Арифметика»

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО, кафедра математики, 2014

*Для сдачи экзамена нужно уметь решать такие задачи:*

1. Верно ли, что число делится на  $mn$  тогда и только тогда, когда оно делится на  $m$  и на  $n$ ?
2. Существует ли натуральное число, произведение цифр которого равно 630? 5500?
3. Докажите, что
  - 1) произведение трех последовательных натуральных чисел делится на 6;
  - 2) произведение пяти последовательных натуральных чисел делится на 120.
4. Курс акций компании «Не обманешь — не продашь» каждый день в полдень повышается или понижается на 20% (курс не округляется). Может ли курс акций дважды принять одно и то же значение?
5. Признаки делимости. Докажите что натуральное число делится
  - 1) на 8  $\Leftrightarrow$  число, образованное тремя его последними цифрами, делится на 8;
  - 2) на 3  $\Leftrightarrow$  сумма его цифр делится на 3;
  - 3) на 9  $\Leftrightarrow$  сумма его цифр делится на 9;
  - 4) на 11  $\Leftrightarrow$  сумма цифр, занимающих нечетные места, отличается от суммы цифр, занимающих четные места, на число, делящееся на 11.
6. Сформулируйте признак делимости на 36.
7. На сколько нулей заканчивается число  $100!$ ? Может ли число  $n!$  заканчиваться на 5 нулей?
8. Докажите, что  $(a, b) = (a - b, b)$  (круглыми скобками обозначается наибольший общий делитель двух чисел). С помощью алгоритма Евклида найдите НОД чисел 1014 и 273.
9. Имея угол в 77 градусов, отложите угол в 1 градус.
10. Докажите, что  $a$  и  $b$  дают одинаковые остатки при делении на  $q$  тогда и только тогда, когда их разность делится на  $q$ .