

Экзамен «Логарифмы»

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО, кафедра математики, 2011

На экзамене нужно знать определение логарифма и уметь решать задачи следующих типов:

1. Доказать свойства логарифма:

1) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

2) $\log_a x^y = y \log_a x$;

3) $\log_{a^b} x = \frac{1}{b} \log_a x$;

4) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

При каких значениях переменных определены правые и левые части этих равенств?

2. Вычислить:

1) $2^{\log_{2\sqrt{2}} 15}$;

2) $(16/25)^{\log_{125/64} 3}$;

3) $\log_{1/2} 28$, если известно $a = \log_7 2$.

3. Построить графики следующих функций при различных значениях параметра a :

1) $f(x) = a^x$;

2) $f(x) = \log_a x$;

3) $f(x) = \log_x a$;

4) $f(x) = \log_x x$.

4. Решить неравенства:

1) $\log_2 x \leq 4$;

2) $\log_x 4 \leq 2$.

5. Что больше, $\log_2 3$ или $\frac{8}{5}$?

6. Решить неравенство:

$$\frac{\log_3(10-x) \log_3(10+x)}{\log_3(x-3)^2} \leq 0$$