

Производная

Максим Гумин, I неделя, I пара, ликбез.

$$f'(x_0) := \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Вот некоторые из задач, которые можно решить, владея производной:

1. К реке ширины a построен под прямым углом канал ширины b . Какой максимальной длины суда могут входить в этот канал?
2. Какой сектор следует вырезать из круга, чтобы из оставшейся части можно было свернуть воронку наибольшей вместимости?
3. В баке находится 100 л раствора, содержащего 10 кг соли. В бак непрерывно подается вода (5 л в минуту), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью. Сколько соли в баке останется через час?
4. Суточные расходы при плавании судна состоят из двух частей: постоянной a и переменной, возрастающей пропорционально кубу скорости. При какой скорости v плавание будет наиболее экономичным?
5. Масса ракеты без топлива равна M_0 , масса полного запаса топлива m_0 , скорость истечения продуктов горения из ракеты равна u , начальная скорость ракеты равна нулю. Найдите скорость ракеты после сгорания всего топлива. Может ли она превышать u ?
6. Известно, что скорость роста населения планеты Ψ пропорциональна квадрату населения (этому закону удовлетворяло количество людей на Земле последние 10000 лет до 1960-1970 годов) и что за последнюю тысячу лет оно увеличилось с 1 млн до 2 млн. Насколько вырастет население еще через 800 лет? И еще через 800?
7. В исследованном куске горной породы содержится 100 мг урана и 14 мг уранового свинца. Известно, что уран распадается наполовину за $4,5 \cdot 10^9$ лет и что при полном распаде 238 г урана образуется 206 г уранового свинца. Определите возраст горной породы.
8. ...

Курс готовит к экзаменам «Производная» и «Производная+».

