

Экзамен «Производная»

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО, кафедре математики, 2011

На экзамене будет требоваться:

1. Интуитивное представление о пределе. В частности, нужно уметь находить такие пределы:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 + 5x + 2}{3x^2 + 8x + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sin x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sin x, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \cos \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 7x - 3}{2x^3 - 3x^2 + 10x + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{10}}{2^x}$$

2. Умение непосредственно из определения производной находить производные элементарных функций: x^a (в том числе $1, x, x^2, x^n, \frac{1}{x}, \frac{1}{x^n} \dots$), $\sin x, \cos x$.

3. Вывод арифметических свойств производной:

- 1) $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
- 2) $(cf(x))' = cf'(x)$
- 3) $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
- 4) $(\frac{1}{f(x)})' = -\frac{f'(x)}{f^2(x)}$
- 5) $(\frac{f(x)}{g(x)})' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
- 6) $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

4. Умение применять эти свойства к вычислению производных конкретных функций, типа таких: $\operatorname{tg} x, 7x^3 - 4x^2 + 3x + 2, \sin^2 x, \sin x^2, \cos(\cos(\cos x)), \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}, x \sin x$.

5. Наконец, нужно уметь по графику функции, нарисованному от руки, строить график ее производной (и наоборот).