

Вероятности

Максим Гумин, I неделя, II пара

Мы научимся решать такие задачи:

1. Докажите, что в классе из 30 человек вероятность того, что найдутся два ученика с совпадающими днями рождения, больше $\frac{1}{2}$.
2. На лотерейном билете требуется отметить 8 клеточек из 64. В розыгрыше ведущий случайным образом выбирает также какие-то 8 клеток. За угаданные 3 клетки дается приз — 500 рублей, за угаданные 4 или более клетки — 1000 рублей. Билет стоит 30 рублей. Стоит ли играть в эту лотерею?
3. На какое количество клеточек в среднем продвигается фишка игрока в «монополию» за один ход? По правилам фишка сдвигается на количество клеточек, равное сумме результатов бросков двух симметричных кубиков. При этом, если выпадает дубль, до кубики кидаются еще раз.
4. В стране, где люди хотят, чтобы у них были дети-мальчики каждая семья продолжает рожать детей до тех пор, пока не появится мальчик. Если у них девочка, они заводят еще одного ребенка. Если у них мальчик, они останавливаются. Каково соотношение мальчиков и девочек в такой стране?
5. N лиц садятся за круглый стол в случайном порядке. Какова вероятность того, что два определенных лица окажутся рядом?
6. Пусть вероятность попасть в самолет из ружья равна 0,001. Сколько людей должны стрелять, чтобы с вероятностью 0,6 попасть в цель двумя и более пулями?
7. Из точки плоскости с координатами $(0, 1)$ в случайном направлении вылетает частица. Найдите плотность точки пересечения ее траектории с осью O_x . Найдите информационную энтропию получившегося распределения.
8. Доход от проданной газеты — A (розничная цена минус оптовая цена), потери от непроданной — B (оптовая цена). Число покупателей в киоске в день — случайная величина X с функцией распределения $F(x)$ (для ее оценки можно использовать записи прошлых продаж). Если для продажи закупать слишком мало газет, то для некоторых покупателей их может не хватить, а если слишком много, то часть газет может оказаться непроданной. Сколько газет следует брать для продажи?
9. По результатам вступительных испытаний на смену ЛМШ 2011 года было зачислено 124 человека. Исходя из данных прошлых лет, в среднем $\frac{3}{4}$ зачисленных школьников подтверждают свое участие в смене. Найдите вероятность того, что более 115 человек подтвердят участие в смене.
10. ...

В течение недели необходимо будет сдать экзамены «Основы комбинаторики» и «Комбинаторика».