

Экзамен «База»

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО, кафедра математики, 2015

Данный экзамен необходимо сдать для допуска к любому другому экзамену кафедры математики. Он автоматически засчитывается школьникам, неплохо написавшим вступительную работу. Будет предложено несколько задач из этого списка или такой же сложности.

1. В свежем винограде 80% воды, а в изюме — 10%. Сколько изюма получается из 50 кг свежего винограда?
2. Пароход от Горького до Астрахани идет 5 суток, а от Астрахани до Горького — 7 суток. Сколько дней будет плыть по течению плоты от Горького до Астрахани?
3. После семи стирок длина, ширина и высота куска мыла уменьшились вдвое. На сколько стирок хватит оставшегося куска мыла?
4. Предложил черт лодырю: «Всякий раз, как перейдешь этот волшебный мост, твои деньги удвоятся. За это ты, перейдя мост, должен будешь отдать мне 24 копейки.» Трижды перешел лодырь мост — и остался совсем без денег. Сколько денег у него было первоначально?
5. Можно ли отмерить 8 литров воды, находясь у ручья и имея два ведра вместимостью 15 литров и 16 литров?
6. Купец на 540 рублей купил 138 аршин сукна (черного и синего). Сколько купил он черного сукна и сколько синего, если синее стоило 5 рублей за аршин, а черное — 3 рубля за аршин.
7. У Ивана было 3 лепешки, а у Петра — 4. Прохожий присоединился к их трапезе, заплатив 7 копеек. Все ели поровну. Как следует распределить деньги между Петром и Иваном?
8. Двое мальчиков катались в лодке. К берегу подошел отряд солдат. Лодка так мала, что на ней могли переправиться двое мальчиков или только один солдат. Смогли ли солдаты переправиться через реку?
9. Два школьника, возвращаясь домой, увидели весы и взвесили на них свои портфели. Весы показали 3 кг и 2 кг. Когда же школьники положили на весы оба портфеля, весы показали 6 кг. Осмотрев весы, друзья обнаружили, что стрелка весов сдвинута. Какова истинная масса портфелей?
10. Зондер выкапывает яму за 2 часа, а вожатый — за 3 часа. Сколько времени потребуется зондеру и вожатому на выкапывание ямы, если они будут работать вместе?
11. Докажите, что $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
12. Из чашки с кофе в чашку с молоком перелили ложку кофе, затем такую же ложку смеси перелили обратно. Чего больше: молока в чашке с кофе или кофе в чашке с молоком?