

Экзамен «Планиметрия. Равенство треугольников. Параллельные прямые»

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО, кафедра математики, 2011

На экзамене будет предложено несколько задач из этого списка или аналогичных. Можно пользоваться признаками равенства треугольников и признаками и свойствами параллельности прямых.

1. Отрезки AB и CD пересекаются в точке O . Докажите равенство треугольников ACO и DBO , если известно, что угол ACO равен углу DBO и $BO = CO$.
2. Верно ли, что треугольники равны по двум сторонам и углу, противолежащему одной из сторон?
3. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, если у него:
 - 1) медиана BD является высотой;
 - 2) высота BD является биссектрисой;
 - 3) биссектриса BD является медианой.
4. Докажите равенство треугольников по двум сторонам и медиане, исходящим из одной вершины.
5. Докажите, что в треугольнике сумма углов равна 180° (т.е. развернутому углу).
6. Докажите, что биссектриса внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника параллельна основанию.
7. В треугольнике ABC медиана BD равна половине стороны AC . Найдите угол B треугольника.
8. На сторонах AB, BC, CA правильного треугольника ABC взяты точки P, Q, R так, что $AP : PB = BQ : QC = CR : RA = 2 : 1$. Докажите, что стороны треугольника PQR перпендикулярны сторонам треугольника ABC .
9. Докажите, что в любом треугольнике биссектрисы пересекаются в одной точке и что эта точка совпадает с центром вписанной в треугольник окружности.
10. Докажите, что в любом треугольнике серединные перпендикуляры пересекаются в одной точке и что эта точка совпадает с центром описанной около треугольника окружности.
11. Пусть CL — биссектриса в треугольнике ABC . Докажите, что $\frac{AL}{AC} = \frac{BL}{BC}$.