## BRZ

```
Eingabe:
        Ein Polyeder P ⊂ ℝ³
        orientierte, planare, disjunkte
        Polygone P_1, ..., P_n ⊂ ℝ³
Ausgabe:
        Ein RZB fuer P_1, ..., P_n

        k ← 1
        for i = 1,...,n
        Q_k ← P_i ∩ P
        falls Q_k ≠ ∅
               k ← k + 1
l ← 1
falls ∃j : Q_j zerlegt P
        l ← j
Wurzel leftarrowQ_l

        ⋮ // rekursiver Aufruf mit Haelften
```

## Konvexe Hüllen

$$M \subset A \text{ heißt konvex } :\Leftrightarrow$$
$$\forall \mathbf{a}, \mathbf{b} \in M \forall t \in [0,1]:$$
$$\mathbf{x} := \mathbf{a}(1-t) + \mathbf{b}t \in M$$

Def.: $[M] :=$ konv $M =$ konv Hülle $M$

PLEDGE–STRATEGIE

```
Solange R ∈ L
        gehe vorwaerts,
        bis Wand kontaktiert wird

        gehe links der Wand,
        bis ∉ L oder φ = 0
```

Drehwinkel immer im Vergleich zur Ausgangsposition. Immer Aufsummieren $\Rightarrow$ mehr als $2\pi$ möglich. Wenn $\phi = 0$ bleibt R nicht stehen, sondern geht geradeaus.

## Polygone

Polygonzug: $P : p_1, ..., p_m, p_i$ Ecken

$P$ geschlossen $\Leftrightarrow p_1 = p_m$

$P$ einfach $\Leftrightarrow$ Kanten schneiden sich nicht

planares Gebiet$\hat{=}$einfaches Polygon $\Leftrightarrow$ Rand einf. Polygonzug

WANZE

```
Solange r ≠ z
        lauf in Richtung z
        bis r = z oder ∃i : r ∈ P_i
        falls r ≠ z
                umlaufe P_i und suche
                ein q ∈ min_{x∈P_i} ||x − z||_2
                gehe zu q
```

Bewegung von WANZE kann mit $z, l, r$ beschrieben werden. $\exists$ universelles Steuerwort.

## Suche in Polygonen

Bem.: nicht kompetitiv, aber $\exists$ Strategien für die gilt $\frac{l}{d} \in O(\#$ Ecken von $P)$.

Es gibt nur einen kürzesten Weg von $\mathbf{s}$ nach $\mathbf{z}$, dessen Ecken außer $\mathbf{s}$ und $\mathbf{z}$ nur Ecken von $P$ sind.

## Summen

$$\sum_{n=1}^{N} n = \frac{N(N+1)}{2}$$

$$\sum_{n=0}^{N} q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q},\ q \neq 1$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} = (a+b)^n$$

$$\sum_{k=0}^{n} k * k! = (n+1)! - 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} i f(i) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f(j)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{j} < 1 + \log n$$

## Dualität

$$\mathbf{u}^t\mathbf{x} = 1,\ \mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$$

$$\mathbf{u}* := \{\mathbf{x} \in A | \mathbf{u}^t\mathbf{x} = 1\} \text{ heißt Hyperebene}$$

$\mathbf{u} \in A$ wird der zu $\mathbf{u}*$ *duale Punkt* genannt. $\mathbf{x}*$ die zum Punkt $\mathbf{x}$ *duale HE.*

$A* := \{\mathbf{x}* | \mathbf{x} \in A\}$ ist der *Dualraum* zu $A$. $\mathbf{u}^t\mathbf{x} \leq 1,\ \mathbf{u} \neq 0$ bildet den *Halbraum* $\mathbf{u}^{\leq}$.

Satz.: $[[M]] :=$ closure $[M]$

$$M_p := \{\mathbf{u} | M \subset \mathbf{u}^{\leq}\} \text{ Polarmenge von } M$$
$$M_{pp} = \{\mathbf{x} | M_p \subset \mathbf{x}^{\leq}\} = [[M]]$$

## Kompetitivität

Problem $P$, Eingabemenge $E$, Algorithmus $A$. $k_{opt} : E \to N$ und $k_A : E \to N$ Größe der optimalen und der mit $A$ berechneten Lsg.

Falls $k_A \leq a + c k_{opt} \forall$ Eingaben $E$, heißt $A$ c-kompetitiv.

TUERSUCHE

```
i ← 1
Bis Tuer gefunden
        gehe i Meter der Wand entlang
        und zurueck (Laufrichtung aendert sich)
        (1) i = i + 1 // nicht kompetitiv
        (2) i = 2 * i // 9−kompetitiv
```

Bsp.: Competitivitätsbeweis

$$\text{Weglänge } \leq 2\sum_{i=0}^{n+1} 2^i + 2^{n+\delta}$$
$$\leq 2^{n+3+\delta} + 2^{n+\delta}$$
$$\leq 9 * 2^{n+\delta}$$

```
Sternsuche
∀i ∈ ℕ_0 : f_i ← (m/(m−1))^i
i ← 0
Bis z gefunden
        gehe f_i Einheiten auf H_{i mod m}
        entlang und zurueck
        i ← i + 1
```

$$\text{Kompetitivität: } c := 2m\left(\frac{m}{m-1}\right)^{m-1} + 1$$
$$= 2m\left(1 + \frac{1}{m-1}\right)^{m-1} + 1 < 2me + 1$$