# Chapter 12 - Textsuche

## **Lineares Programm**

Lineare Ungleichung:

$$y := \mathbf{u}^t \mathbf{x} + u \ge 0$$

Ungleichungssystem mit l linearen Ungleichungen

$$y_i := \mathbf{a}_i^t \mathbf{x} + a_i \ge 0$$

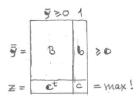
bilden konvexes Polyeder S, Simplex!

#### Def.

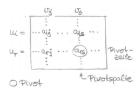
lineare Zielfunktion  $z := \mathbf{z}^t \mathbf{x}$ . Lineares Programm:

$$z := \mathbf{z}^t \mathbf{x} = \max!$$
  
$$\mathbf{y} := A\mathbf{x} + \mathbf{a} \ge 0$$

Schematische Normalform:



### **Eckentausch**



AUSTAUSCH:

Eingabe:

$$A = [a_{ij}]_{i,j=1,1}^{m,n}$$

Ausgabe:

$$A' = [a'_{ij}]_{i,j=1,1}^{m,n}$$

For 
$$i \neq r$$
,  $j \neq s$ 

$$a'_{ij} \leftarrow a_{ij} - \frac{a_{is}a_{rj}}{a_{rs}}$$
For  $i = r$ ,  $j \neq s$  (Pivotzeile)
$$a'_{ij} \leftarrow -\frac{a_{ij}}{a_{rs}}$$
For  $i \neq r$ ,  $j = s$  (Pivotspalte)
$$a'_{ij} \leftarrow \frac{a_{ij}}{a_{rs}}$$
For  $i = r$ ,  $j = s$  (Pivot)
$$a'_{ij} \leftarrow \frac{i}{a_{rs}}$$

#### **Simplex**

Algorithmus:

Eingabe:

Normalform B eines lin. Programms

Ausgabe:

Normalform geaendert, sodass z(0)=c=max

$$\begin{array}{ll} \text{solange ein } c_s > 0 \\ \text{falls alle } b_{is} \geq 0 \\ \text{keine Loesung - Ende} \\ \text{sonst} \\ \text{bestimme r so, documentclass} \\ \frac{b_r}{b_{rs}} = \max_{b_{is} < 0} \frac{b_i}{b_{is}} \\ \text{B} \leftarrow \text{AUSTAUSCH}(\text{B, r, s}) \end{array}$$

Aufwand im worst-case  $\Omega\left(m^{\frac{n}{2}}\right)$ . In Praxis meist in  $O\left(m^2n\right)$ .

### Berechnung der Normalform

Gegeben ein lineares Programm

- finde zulässigen Punkt
- mache Punkt zum Ursprung
- $\bullet\,$  führe <br/>n Tauschs  $x_r$ mit  $y_r$  durch

Damit Ursprung beim Tausch von  $x_r$ mit  $y_r$ gültig bleibt muss für alle i>rgelten:

$$a_i - \frac{a_{ir}a_r}{a_{rr}} \ge 0$$

### **Duale lineare Programme**

Das lineare Programm

$$\mathbf{y} \ge 0$$

$$B^t \mathbf{y} + \mathbf{c} \le 0$$

$$\mathbf{b}^t \mathbf{y} + c = min!$$

ist dual zu

$$\mathbf{x} \ge 0$$
$$B\mathbf{x} + \mathbf{b} \le 0$$
$$\mathbf{c}^t \mathbf{y} + c = min!$$

Ersteres kann transformiert werden zu

$$\mathbf{y} \ge 0$$
$$-B^t \mathbf{y} - \mathbf{c} \ge 0$$
$$-\mathbf{b}^t \mathbf{y} - c = max!$$

## Ausgleichen mit Maximumsnorm

 $A\mathbf{x} = \mathbf{a}$  überbestimmtes LGS.  $\forall \mathbf{x}$  ist das Residuum

$$\mathbf{r} := (r_1...r_n)^t := A\mathbf{x} - \mathbf{a} \neq 0$$

Wir definieren  $x_0:=\frac{1}{r}$  und  $\bar{\mathbf{x}}:=\mathbf{x}x_0$ . Führt zu linearem Programm:

$$-A\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{a}x_0 + \mathbf{e} \ge 0$$
$$A\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{a}x_0 + \mathbf{e} \ge 0$$
$$x_0 = max!$$