Chapter 5 - Geometrische Algorithmen

BRZ

Konvexe Hüllen

$$\begin{split} M \subset A \text{ heißt konvex } :\Leftrightarrow \\ \forall \mathbf{a}, \mathbf{b} \in M \forall t \in [0,1] : \\ \mathbf{x} := \mathbf{a} (1-t) + \mathbf{b} t \in M \end{split}$$

Def.: $[M] := \mathrm{konv}\ M = \mathrm{konv}\ \mathrm{H\"{u}lle}\ M$

Dualität

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^t\mathbf{x} &= 1,\ \mathbf{u} \in \mathbb{R}^n\\ \mathbf{u}* &:= \{\mathbf{x} \in A | \mathbf{u}^t\mathbf{x} = 1\} \text{ heißt Hyperebene} \end{aligned}$$

 $\mathbf{u} \in A$ wird der zu $\mathbf{u}*$ duale Punktgenannt. $\mathbf{x}*$ die zum Punkt \mathbf{x} duale HE.

 $A*:=\{\mathbf{x}*|\mathbf{x}\in A\}$ ist der Dualraum zu A. $\mathbf{u}^t\mathbf{x}\leq 1,~\mathbf{u}\neq 0$ bildet den Halbraum $\mathbf{u}^\leq.$

Satz.: [[M]] := closure [M]

$$\begin{split} M_p := \{\mathbf{u} | M \subset \mathbf{u}^{\leq}\} \text{ Polarmenge von } M \\ M_{pp} = \{\mathbf{x} | M_p \subset \mathbf{x}^{\leq}\} = [[M]] \end{split}$$

Bez. zw. Knoten, Kanten, Facetten

Für ein Polyeder mit vKnoten, eKanten und f Seiten gibt $\operatorname{\it Eulers\ Formel}$

$$v-e+f=2$$
 Außerdem $f=2v-k-4=O\left(v\right)$ wenn Polyeder trianguliert