```
Fluss: Funktion f: V^2 -> R
(1) f \le k
(2) A x,y e V: f(x,y) = -f(y,x)
(3) A x e V\{q,s}: 0 = Sum(f(x,V))
bei präfluss statt (3):
A \times e V (q) : \ddot{u}(x) = Sum(f(V,x)) >= 0
```

```
Bem Residualkapazität k f = k - f
k_f(x,y) + k_f(y,x) = k(x,y) + k(y,x)
```

```
An die Spitze
generiere L
x = head(L)
A \times e \ V: i_x = Grad(x)
While x != NIL
        h_alt = h(x)
        LEERE(x)
        if h alt < h(x)
                 x in front of L
        x = nachfolger von x in L
```

```
Pusch(x,y) bis zu kapazität des überschusses aus x nach y nur wenn,
```

```
Höhenfunktion h: V -> N0:
(1) h(q) = |V|
(2) h(s) = 0
(3) A (x,y) e E_f: h(x) - h(y) \le 1
LEERE
```

```
solange \ddot{u}(x) > 0
         if i_x > 0
                  y = n_x(i_x)
                  if (x,y) puschbar, pushe es
                  else i x --
         else Lifte(x)
                  i_x = Grad(x)
```

mit n x array der nachbarn von x

```
\ddot{u}(x) > 0
x \in V \{q,s\}
h(x) - h(y) = 1
```

```
SCHNITT
While |V| >= 3
        wähle zufällig Kante (x,y) e E
        entferne alle (x,y) aus E
        verschmelze x mit y
        gib S = E aus
```

```
Lifte(x)
h(x) = 1 + min\{h(y) \mid (x,y) \in E_f\} nur wenn,
x \in V \{q,s\}
\ddot{u}(x) > 0
(3) h(x) \le \min \{h(y) \mid (x,y) \in E_f\}
zu (3): keine tiefergelegenen nachbarknoten im residualgraph
```

Sym DIff D = $(P\Q)$ u $(Q\P)$ besteht aus Wegen, deren Kanten alternierend in P und Q liegen mit P eine Paarung und Q eine maximale Paarung. Zyklen haben daher gerade Länge

```
E[Sum(X i)] = Sum(E[X i])
Pr[E1 | E2] = Pr[E1 ^ E2] / Pr[E2] bedingte wahrscheinlichkeit für eintreten von Ereignis1 unter Voraussetzung E2
Wenn: Pr[E_1 \mid E_2] = Pr[E_1] oder Pr[E_1] * Pr[E_2] = Pr[E_1 \land E_2] heißen E_1 und E_2 unabhängig
Folgerung: Pr[Cut(E_i)] = Pr[E_1 | E_2 ^ ... ^ E_n] * ... * Pr[E_n-1 | E_n] * Pr[E_n]
```

VonNeumannMinMax W := max_p(min_q(p^t*M*q)) = min_q(max_p(p^t*M*q)) gilt immer und ein paar optimaler Strategien (p,q) heißt Lösung

Für festes p wird p^t*M*q minimal, wenn q = e j <- d.h. wähle minimalen Eintrag aus p^t*M damit Loomis Satz: W := max_p(min_j(p^t*M*e_j)) = min_q(max_i(e_i^t*M*q))

```
Strategien
```

-Zeile i ist optimale Strategie von A, falls sie A's Mindestgewinn: min j(m ij) maximiert -Spalte j ist optimale Strategie von B, falls sie B's Maximalverlust: max i(m ij) minimiert -Wählen also beide optimale Strategien gilt: max_i(min_j(m_ij)) <= Gewinn(A) <= min_j(max_i(m_ij))</pre>

Bei gemischten Strategien A verfolt p und B verfolgt q:

- $-E[Gewinn(A)] = p^t*M*q$
- -Strategie von A optimal, wenn min_q(p^t*M*q) maximal
- -Strategie von B optimal, wenn max_p(p^t*M*q) minimal
- -Wählen beide optimal:

 $\max_p(\min_q(p^t*M*q)) \le E[Gewinn(A)] \le \min_q(\max_p(p^t*M*q))$

WERT

1: (y,z) = Paar der Kinder von x in zufälliger Reihenfolge 2:if (WERT(y) == 1) return 03: else return 0 NOR WERT(z)

```
Wert und Lösung bei reinen Strategien
```

falls $W := min \ j(max \ i(m \ ij)) = max \ i(min \ j(m \ ij))$ heißt W wert des spiels und das dazugehörige (i,j) Lösung Yaos Technik Für alle p und g: $min jp^t*M*e j \le K v \le max ie i^t*M*q$ damit kann die worst-case Laufzeit aller stochastischen Algorithmen durch Laufzeit des schnellsten deterministischen nach unten abgeschätzt werden

```
Komplexitäten
m ij ist Laufzeit von A j(E i)
max i(m ij) ist worst-case Laufzeit von A j
min j(max i(m ij)) ist deterministische komplexität von P bzgl A =: K d
min j(m ij) ist Laufzeit des schnellsten Algos für E i
max i(min i(m ii)) ist stochastische Komplexität von P bzgl A =: K s
K s \le K d
gemischte Strategien:
        E[Laufzeit] = p^t*M*q
        \max p(\min q(p^t*M*q)) heißt Verteilungskomplexität =: K v
        K s \le K v \le K d (mit Loomi und Neumann)
```