

Fermeture transitive d'un graphe orienté - Obtention d'un graphe minimal équivalent

Dehu - Moreau - Tite-gres

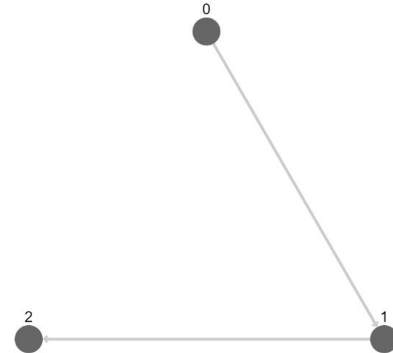
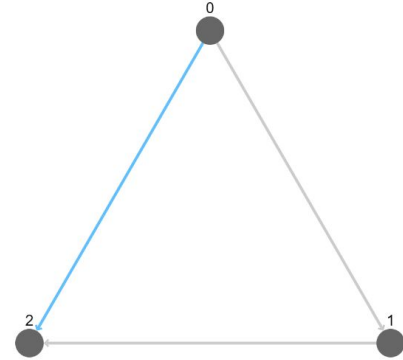
Sommaire

- Introduction
- Solutions
 - Par fermeture transitive
 - Par les prédécesseurs
- Application
 - Langages de programmation
 - Modélisation UML
 - Présentation
- Conclusion

Introduction

Ordonnancement :

- Supprimer les transitivités
- Obtenir le graphe minimal équivalent



Solutions proposées

- Une solution se base sur la fermeture transitive du graphe et retire pas à pas chaque transitivité trouvée lors de la construction de la fermeture.
- Une seconde solution consiste à parcourir les prédécesseurs de chaque sommet et de supprimer chaque transitivité trouvée.

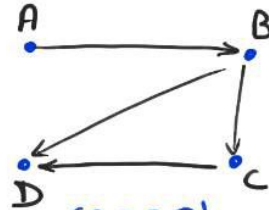
Par fermeture transitive - Obtenir la fermeture

Soit une matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

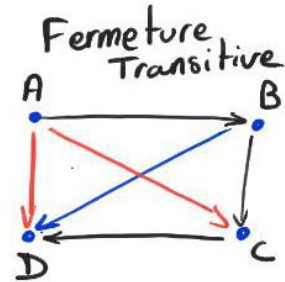
$$M^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



Fermeture transitive: $M \oplus M^2 \oplus M^3 \oplus M^4$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2 transistivités ajoutées
1 transistivité existante



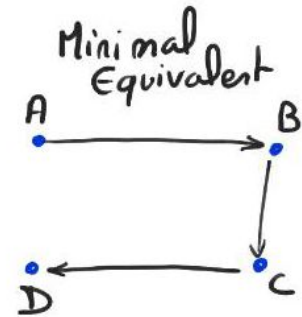
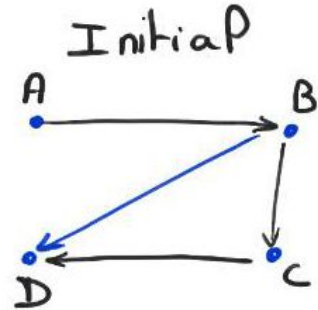
Par fermeture transitive - Obtenir le graphe minimal

1) Comparaison $M - M^2$

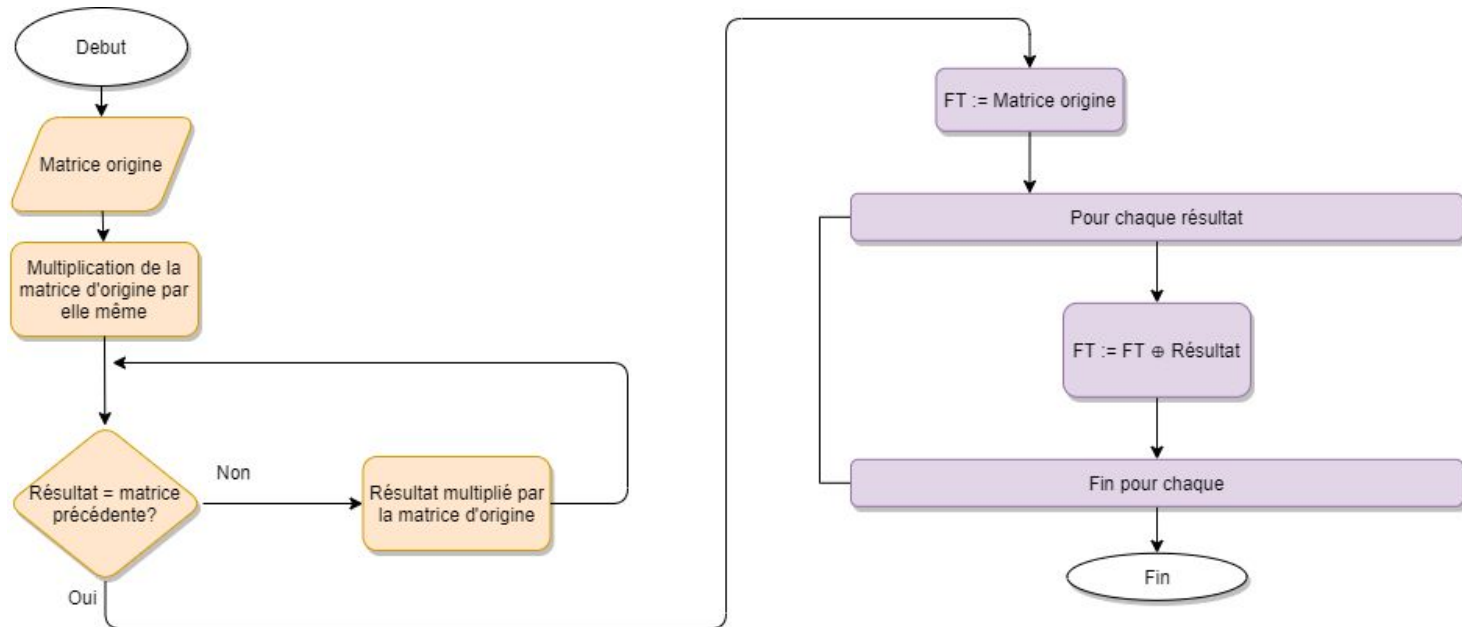
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \perp \text{ transitive à enlever}$$

e) Comparaison à M^3

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



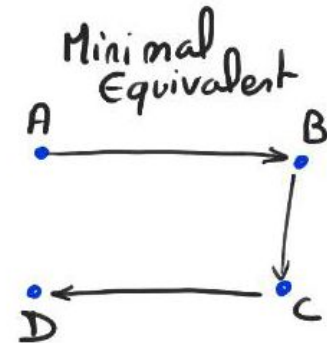
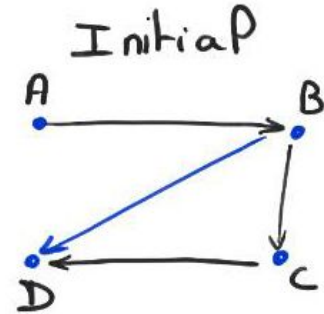
Par fermeture transitive - Obtenir la Fermeture



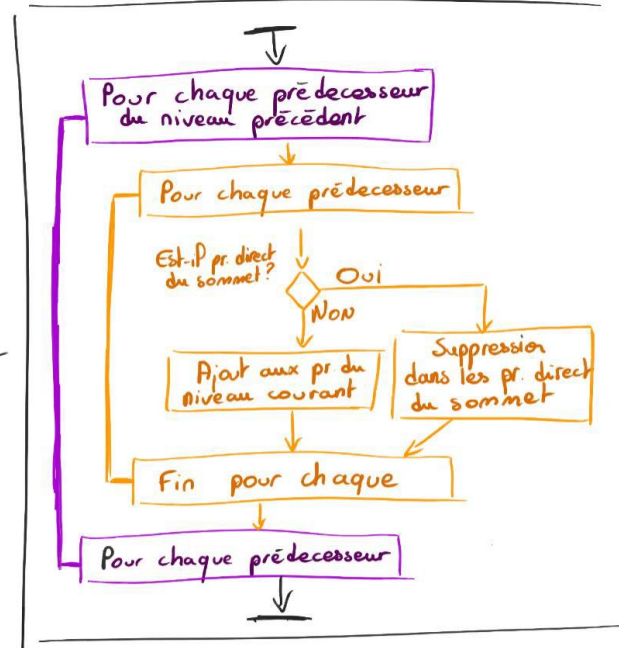
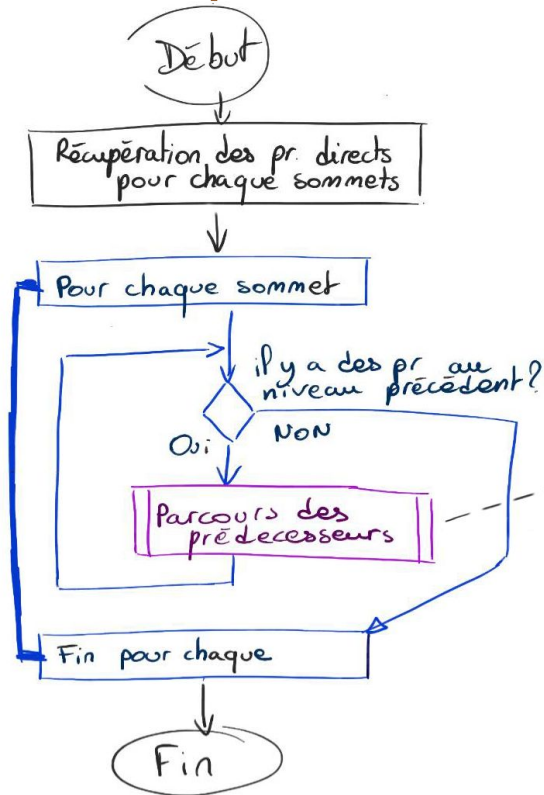
Par les prédécesseurs - Théorie

Soit une matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

S	P_r	P_r/P_r	$P_r/A/P_r$
A	\emptyset		
B	A	\emptyset	
C	B	A	\emptyset
D	<u>B</u> C	A <u>B</u>	\emptyset

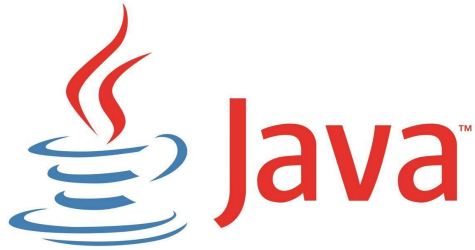


Par les prédécesseurs - Algorithme

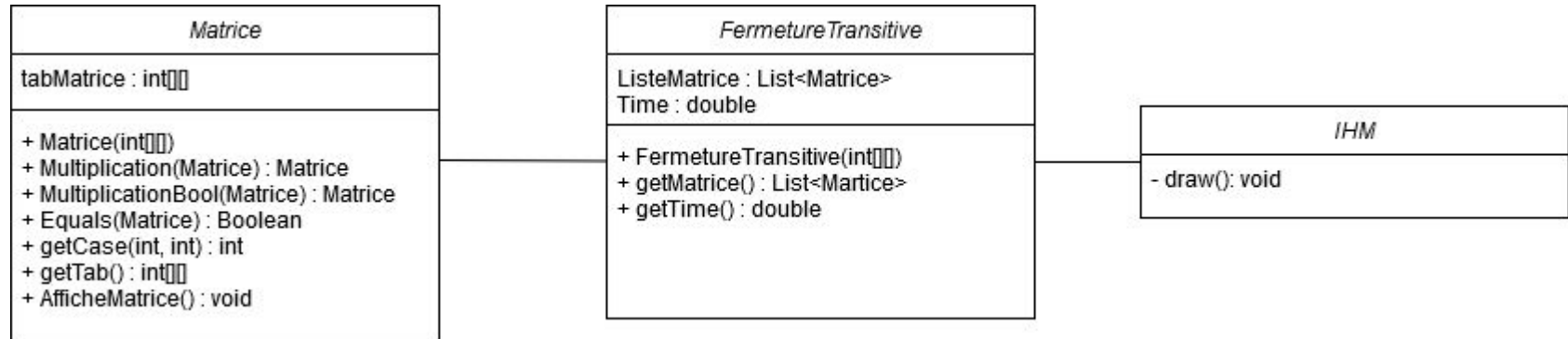


Application

Langage de programmation



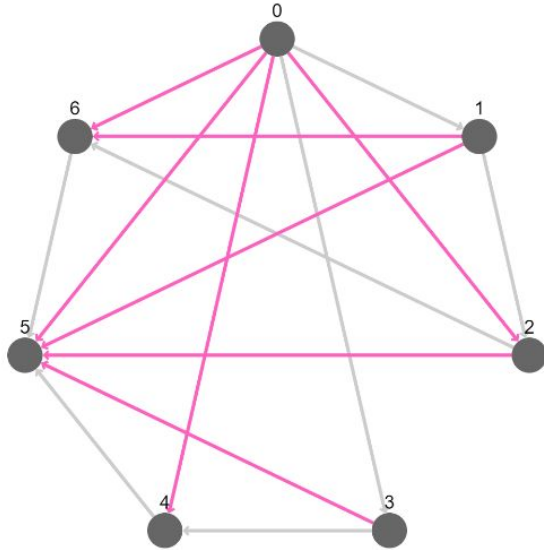
Modélisation UML



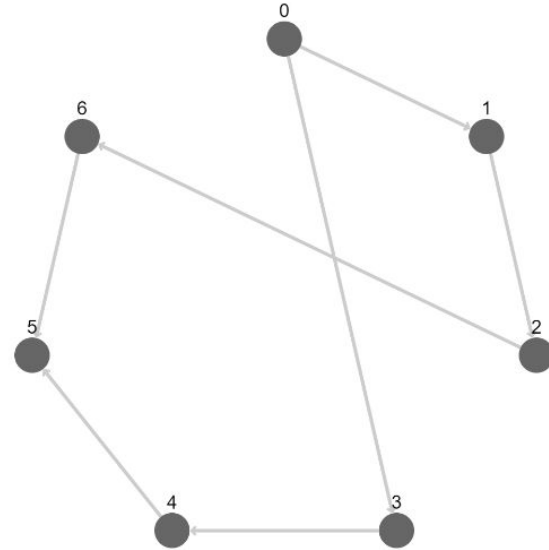
Présentation application

Conclusion

Fermeture transitive



Graphe minimal



Transitivité présente

Transitivité ajoutée

Toutes les transitivités