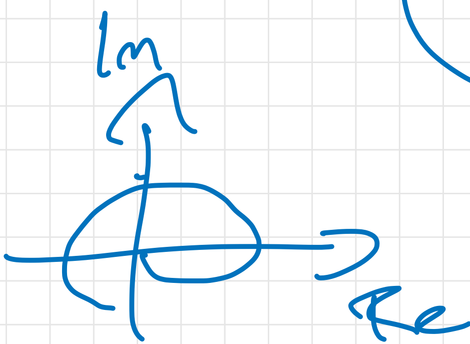
Sytemanalyse & Ortskurve



8.1 Systemanalyse und Konstruktion der Ortskurve I

Gegeben ist folgende Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{1 + 10 \cdot s + 20 \cdot s^2}{10 \cdot s + 5 \cdot s^2}$$

a) Um was für ein System handelt es sich?

b) Ist das beschriebene System sprungfähig?

c) Ist das beschriebene System schwingungsfähig?

d) Ist das beschriebene System stabil?

e) Zeigt das System charakteristisches P-, I- oder D-Verhalten?

Benennung → Nenner so umstellen, dass „s^0" vorhanden ist

a)

$$G(s) = \frac{1 + 10s + 20s^2}{10s + 5s^2} = \frac{1 + 10s + 20s^2}{10s\,(0{,}5s + 1)}$$

I-Glied

P-Glied

$$= \frac{\frac{1}{10s} + 1 + 2s}{0{,}5s + 1}$$

→ D-Glied

→ PT1-Glied

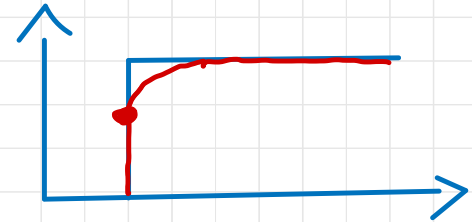
→ $PIDT_1$

$P, I, D, T_1, T_2, \ldots T_n$

Sprungfähigkeit

b)

$$\frac{1 + 10s + 20s^2}{10s + 5s^2}$$



↳ Anfangswertsatz

$$\lim_{t \to 0} x_e(t) = \lim_{s \to \infty} s\, G(s)\, \frac{1}{s}$$

↳ System ist sprungfähig

„Nennergrad = Zählergrad"

Schwingfähigkeit

$$\frac{1+10s+20s^2}{10s+5s^2}=$$

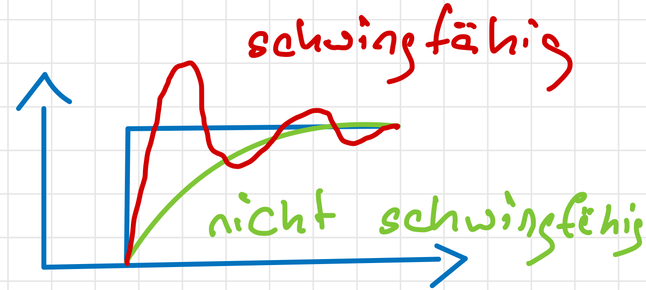
$0 = 10s + 5s^2$ | Nullstellen bestimmen

$s_1 = 0;\ s_2 = -2$

↳ nicht schwingfähig

$$\frac{1+10s+20s^2}{(5s+0)(s+2)}$$

$2\times\ PT1 \neq PT_2$



$$\frac{1}{\omega_0^2}\ddot{x}+2D\omega_0 s+1=0$$

$D > 1$ $\qquad$ $D \leq 1$

↳ besitzt das System komplexe Polstellen

Stabilität

harmonische Anregung

Realteil der Pole

$$x_a = A \sin(\omega t + \varphi) + \sum e^{\beta} \cdot \sin(\ldots$$

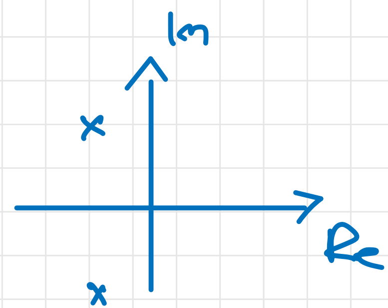
Bedingung: Alle Pole besitzen einen negativen Realteil bzw. befinden sich in der linken s-Halbebene

d)

$$\frac{1 + 10s + 20s^2}{10s + 5s^2} =$$

$$0 = 10s + 5s^2 \quad \Big| \text{ Nullstellen bestimmen}$$

$$s_1 = 0; \; s_2 = -2$$



↳ System ist instabil

bzw. grenzstabil (Eigenmoden bleiben erhalten/verstärken sich nicht)

Charakteristisches Verhalten

von s abhängiger Rest

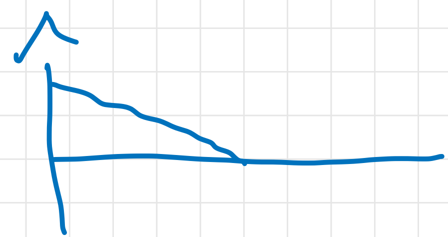
$$K s^n \frac{1 + a_1 s^1 + \dots a_n s^n}{1 + b_1 s^1 + \dots b_n s^n} = \frac{1 + \sigma(s)}{1 + \sigma(s)} \cdot K s^n$$

$K s^1$ — D-Verhalten

$K s^0 = K$ — P-Verhalten

$K s^{-1} = \frac{K}{s}$ — I-Verhalten

$$\frac{1}{10s} \frac{20 s^2 + 10s + 1}{0,5 s + 1}$$



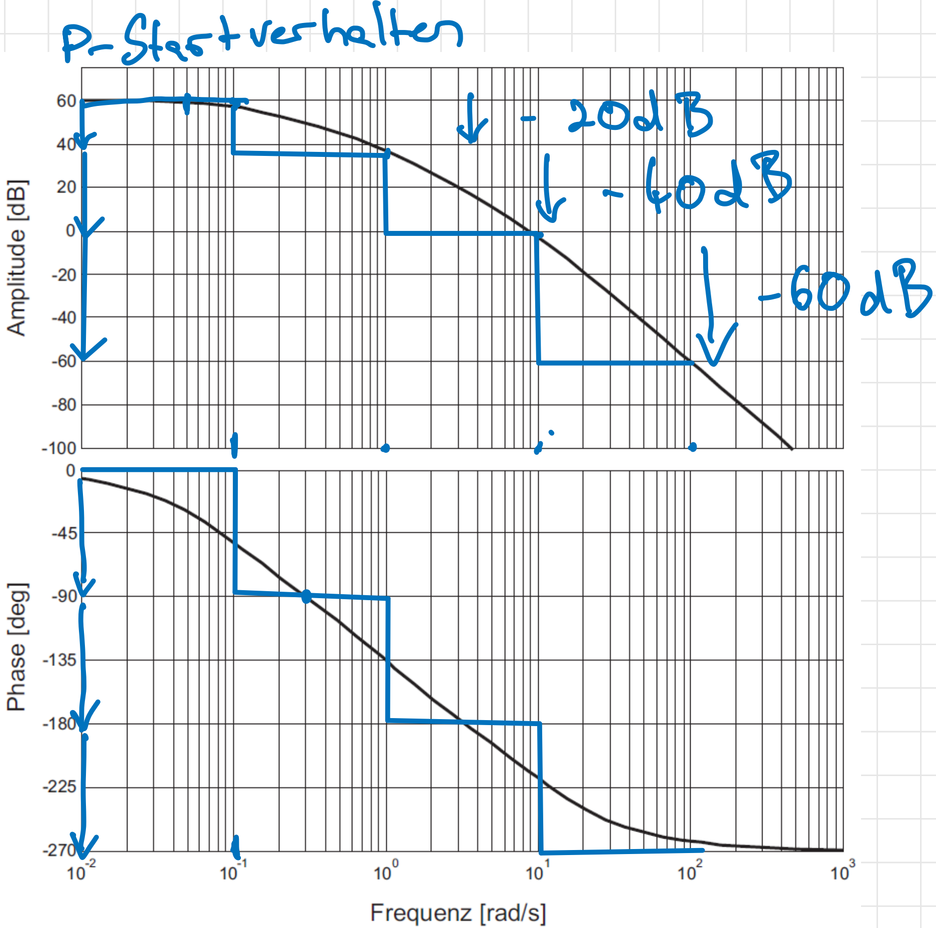
↪ char. I-Verhalten

f) Geben Sie die symbolische Übertragungsfunktion an. Die Parameter müssen **nicht** ausgerechnet werden.

g) Benennen Sie das charakteristische Systemverhalten.

h) Zeichnen Sie die Ortskurve des Systems. Geben Sie dabei den Anfangs- und den Endwert an.

i) Skizzieren Sie die Sprungantwort $h(t)$ des Systems. Geben Sie dabei den Anfangs- und den Endwert an.



sukzessiver Abfall der Amplitude von - 20dB bis auf - 60dB

kein Schwingverhalten

P - Startverhalten

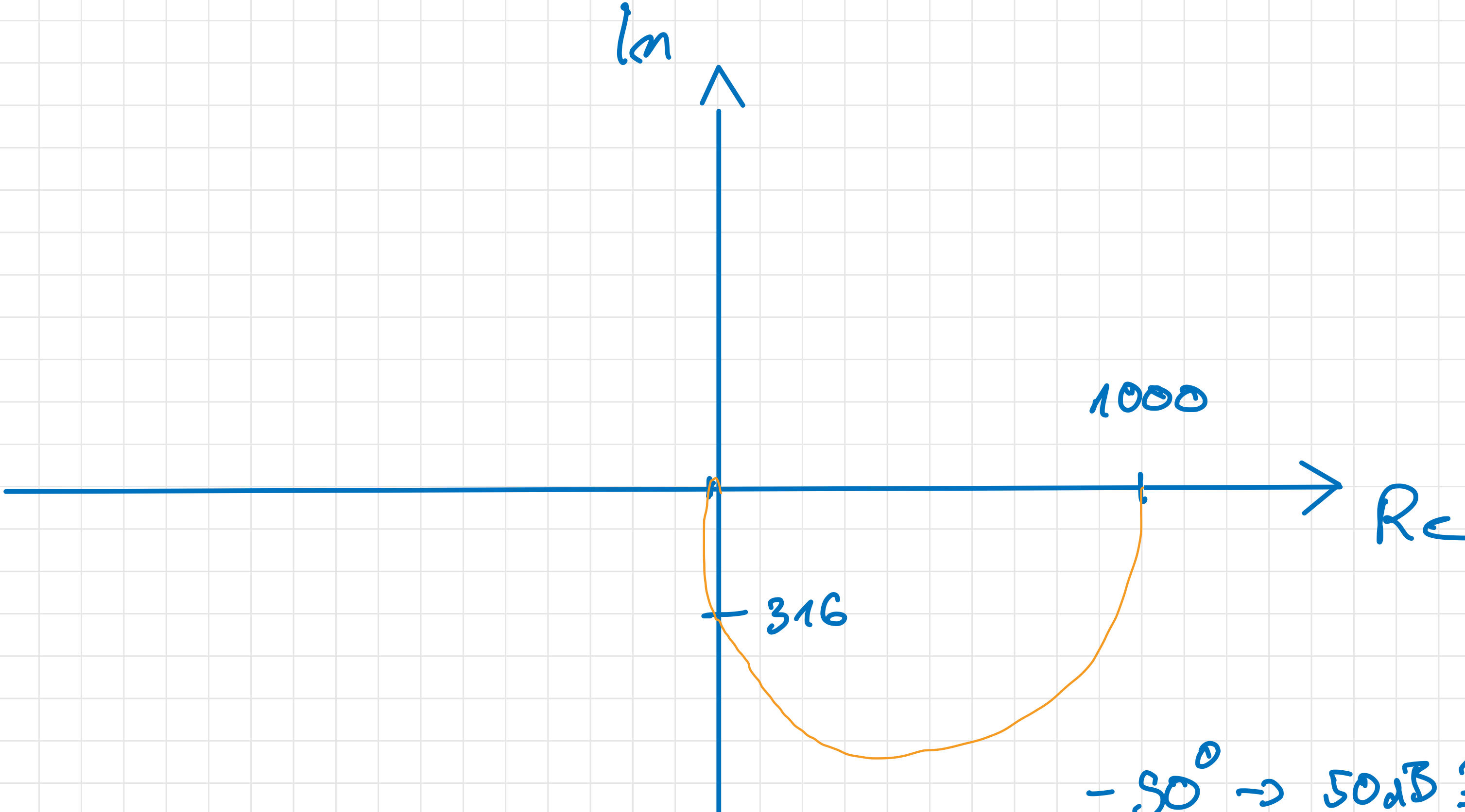
Abfallen der Phase von 0 auf -270°

also 3x -90°

↳ PT_3-Verhalten

f) $\dfrac{K}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)(1+T_3 s)}$ Übertragungsfunktion

g) char. P-Verhalten

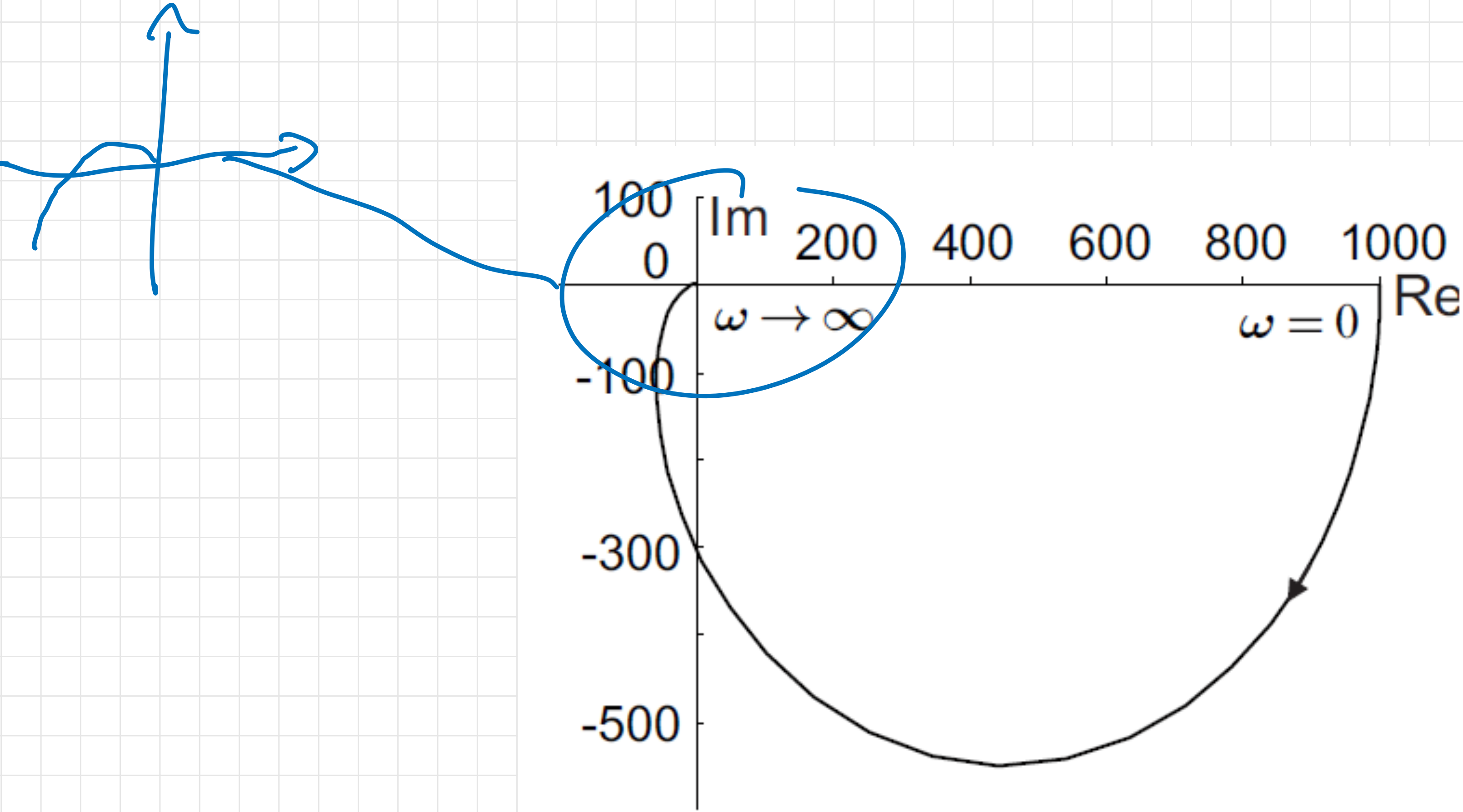


$G(j\omega = 0) = 60\,dB \hat{=} 1000$

$-90° \rightarrow 50\,dB \hat{=} 316$

$-180° \rightarrow 20\,dB \hat{=} 1$

$-270° \rightarrow -\infty\,dB \hat{=} 0$



100
0
-100
-300
-500
Im
200
400
600
800
1000
Re
$\omega \to \infty$
$\omega = 0$

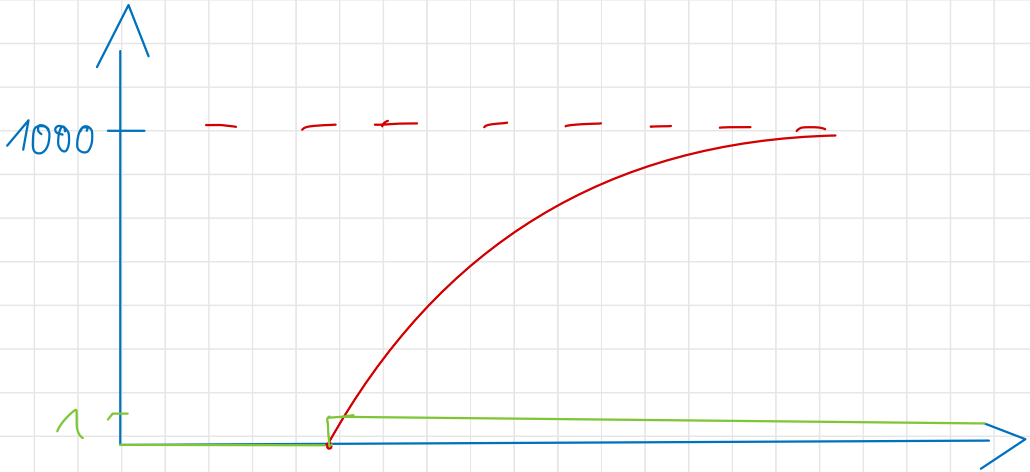
$$X_a(s) = G(s)\, X_e(s)$$

Anfangswertsatz

$$\lim_{t \to 0} x_a(t) = \lim_{s \to \infty} s\, X_A(s) = \lim_{s \to \infty} \cancel{s}\, G(s)\, \frac{1}{\cancel{s}} \approx 0$$

Endwertsatz

$$\lim_{t \to \infty} x_a(t) = \lim_{s \to 0} s\, X_A(s) \approx \lim_{s \to 0} \cancel{s}\, G(s)\, \frac{1}{\cancel{s}} \approx 1000$$



1000
1